

## Seminar 5

(S5.1) Confirmați sau infirmați:

- (i) pentru orice  $\varphi, \psi \in Form$ ,  $\models \varphi \wedge \psi$  dacă și numai dacă  $\models \varphi$  și  $\models \psi$ ;
- (ii) pentru orice  $\varphi, \psi \in Form$ ,  $\models \varphi \vee \psi$  dacă și numai dacă  $\models \varphi$  sau  $\models \psi$ .

(S5.2) Să se găsească toate modelele fiecăreia din mulțimile de formule:

- (i)  $\Gamma = \{v_n \rightarrow v_{n+1} \mid n \in \mathbb{N}\}$ ;
- (ii)  $\Gamma = \{v_0\} \cup \{v_n \rightarrow v_{n+1} \mid 0 \leq n \leq 7\}$ .

(S5.3) Fie  $\Gamma \subseteq Form$  și  $\varphi, \psi \in Form$ . Să se demonstreze:

- (i) Dacă  $\Gamma \models \varphi$  și  $\Gamma \models \varphi \rightarrow \psi$ , atunci  $\Gamma \models \psi$ .
- (ii)  $\Gamma \cup \{\varphi\} \models \psi$  dacă și numai dacă  $\Gamma \models \varphi \rightarrow \psi$ .
- (iii)  $\Gamma \models \varphi \wedge \psi$  dacă și numai dacă  $\Gamma \models \varphi$  și  $\Gamma \models \psi$ .

**Notăție.** Pentru orice mulțime  $\Gamma$  de formule și orice formulă  $\varphi$ , notăm cu  $\Gamma \models_{fin} \varphi$  faptul că există o submulțime finită  $\Delta$  a lui  $\Gamma$  a.î.  $\Delta \models \varphi$ .

(S5.4) Să se arate că pentru orice mulțime de formule  $\Gamma$  și orice formulă  $\varphi$  avem că  $\Gamma \models_{fin} \varphi$  dacă și numai dacă  $\Gamma \cup \{\neg\varphi\}$  nu este finit satisfiabilă.

(S5.5) Demonstrați că următoarele afirmații sunt echivalente:

- (V1) Pentru orice  $\Gamma \subseteq Form$ ,  $\Gamma$  este satisfiabilă ddacă  $\Gamma$  este finit satisfiabilă.
- (V2) Pentru orice  $\Gamma \subseteq Form$ ,  $\Gamma$  este nesatisfiabilă ddacă  $\Gamma$  nu este finit satisfiabilă.
- (V3) Pentru orice  $\Gamma \subseteq Form$ ,  $\varphi \in Form$ ,  $\Gamma \models \varphi$  dacă și numai dacă  $\Gamma \models_{fin} \varphi$ .