

## MODALITATEA DE DESFĂȘURARE A EXAMENULUI LA DISCIPLINA "PROGRAMAREA ALGORITMILOR"

- Examenul la disciplina "Programarea algoritmilor" se va desfășura în ziua de 20.01.2022, între orele 9<sup>00</sup> și 11<sup>30</sup>, astfel:
  - 09<sup>00</sup> – 09<sup>30</sup>: efectuarea prezenței studenților
  - 09<sup>30</sup> – 11<sup>30</sup>: desfășurarea examenului
  - 11<sup>30</sup> – 12<sup>00</sup>: verificarea faptului că sursele trimise de către studenți au fost salvate pe platforma MS Teams
- Testul se va desfășura pe platforma MS Teams, iar pe tot parcursul desfășurării sale, de la ora 09<sup>00</sup> la ora 12<sup>00</sup>, studenții trebuie să fie conectați pe canalul dedicat cursului de "Programarea algoritmilor" corespunzător seriei lor.
- În momentul efectuării prezenței, fiecare student trebuie să aibă pornită camera video în MS Teams și să prezinte buletinul sau cartea de identitate. Dacă dorește să-și protejeze datele personale, studentul poate să acopere codul numeric personal și/sau adresa!
- În timpul desfășurării testului studenții pot să închidă camera video, dar trebuie să o deschidă dacă li se solicită acest lucru de către un cadru didactic!
- Toate subiectele se vor rezolva folosind limbajul Python.
- Subiectul 1 este obligatoriu, iar dintre subiectele 2, 3 și 4 se vor rezolva CEL MULT DOUĂ, la alegere.
- Citirea datelor de intrare se va realiza de la tastatură, iar rezultatele vor fi afișate pe ecran.
- Se garantează faptul că datele de intrare sunt corecte.
- Operațiile de sortare se vor efectua folosind funcții sau metode predefinite din limbajul Python.
- Pentru subiectul 1 nu contează complexitatea soluției propuse.
- Rezolvările subiectelor alese dintre subiectele 2, 3 și 4 trebuie să conțină:
  - o scurtă descriere a algoritmului și o argumentare a faptului că acesta se încadrează într-o anumită tehnică de programare;
  - în cazul problemelor rezolvate folosind metoda Greedy sau metoda programării dinamice se va argumenta corectitudinea criteriului de selecție sau a relațiilor de calcul;
  - în cazul subiectelor unde se precizează complexitatea maximă pe care trebuie să o aibă soluția, se va argumenta complexitatea soluției propuse și vor primi punctaj maxim doar soluțiile corecte care se încadrează în complexitatea cerută;
  - în cazul problemei rezolvate folosind metoda backtracking nu contează complexitatea soluției propuse, dar se va ține cont de eficiența condițiilor de continuare;
  - în fiecare program Python se va preciza, pe scurt, sub forma unor comentarii, semnificația variabilelor utilizate.
- Rezolvările corecte care nu respectă restricțiile indicate vor primi punctaje parțiale.
- Se acordă 1 punct din oficiu.
- Rezolvările tuturor subiectelor se vor scrie de mână, folosind pix/stilou cu culoarea pastei/cernelii albastră sau neagră. Pe fiecare pagina studentul își va scrie numele și grupa, iar paginile trebuie să fie numerotate.
- Înainte de expirarea timpului alocat examenului, toate paginile vor fi fotografiate/scanate clar, în ordinea corectă, și transformate într-un singur fișier PDF care va fi încărcat în Google Drive folosind un anumit formular.
- Numele fișierului PDF trebuie să respecte șablonul *grupa\_nume\_prenume.pdf*. De exemplu, un student cu numele Popescu Ion Mihai din grupa 131 trebuie să denumească fișierul care conține rezolvările tuturor subiectelor astfel: *131\_Popescu\_Ion\_Mihai.pdf*.

### Subiectul 1 – limbajul Python – 3 p.

a) Scrieți o funcție **cmmdc** care primește un număr variabil de tuple formatate din câte două numere naturale nenule și returnează pentru fiecare tuple primit ca parametru cel mai mare divizor comun al elementelor sale, sub forma unui dicționar cu perechi de tipul **cel mai mare divizor: lista tuplurilor care au cel mai mare divizor comun egal cu cheia**. De exemplu, pentru apelul **cmmdc((12, 50), (3, 4), (11, 13), (14, 2))** funcția trebuie să furnizeze dicționarul {2: [(12, 50), (14, 2)], 1: [(3, 4), (11, 13)]}. **(1.5 p.)**

b) Înlocuiți punctele de suspensie din instrucțiunea **numere = [...]** cu o secvență de inițializare (*list comprehension*) astfel încât, după executarea sa, lista să conțină numerele naturale formate din exact două cifre care nu sunt pătrate perfecte și nici divizibile cu 7. **(0.5 p.)**

c) Considerăm următoarea funcție recursivă:

```
def f(lista):  
    if len(lista) <= 2:  
        return min(lista)  
    k = len(lista) // 2  
    aux_1 = lista[:k]  
    aux_2 = lista[k+1:]  
    return min(f(aux_1), f(aux_2), lista[k])
```

Determinați complexitatea funcției apelată pentru o listă **L** formată din **n** numere întregi astfel: **f(L)**. **(1 p.)**

## Subiectul 2 – metoda Greedy (3 p.)

Complexitatea maximă a soluției:  $O(n \log_2 n)$

Bunicul vostru are  $N$  recipiente care conțin diverse cantități de apă la diferite temperaturi, respectiv recipientul  $i$  conține  $X_i$  litri de apă la temperatura  $Y_i$ . Bunicul vostru dorește să facă baie și crede cu tărie faptul că apa în care se va spăla trebuie să aibă exact o temperatură  $T$ . De asemenea, bunicul consideră că este cu atât mai bine cu cât are mai multă apă la dispoziție. Din păcate, pe bunic nu îl ține spatele, așa că vă roagă pe voi să alegeți inteligent ce cantitate de apă din fiecare recipient trebuie să turnați în cadă astfel încât bunicul vostru să se poată bucura de o baie plăcută! Temperatura apei nu este afectată de mediul exterior. La final, dacă ați turnat  $0 \leq C_i \leq X_i$  din recipiente, temperatura finală a apei din cadă va fi egală cu:

$$F = \frac{C_1 * Y_1 + C_2 * Y_2 + \dots + C_N * Y_N}{C_1 + C_2 + \dots + C_N}$$

Datele de intrare se vor citi de la tastatură, astfel:

- de pe prima linie două numere separate printr-un spațiu, respectiv numărul natural strict pozitiv  $N$  de recipiente și numărul real  $T$  reprezentând temperatura dorită de bunicul vostru pentru apa din cadă;
- de pe următoarele  $N$  linii se vor citi câte două numere reale  $X_i$  și  $Y_i$  cu semnificația din enunț (cantitatea de apă din recipientul  $i$  și temperatura sa).

Programul Python trebuie să afișeze pe ecran cele  $N$  valori reale  $C_i$ , fiecare pe câte o linie, cu exact 3 zecimale. Se acceptă orice soluție corectă.

**Exemplu:**

Date de intrare	Date de ieșire
3 40	50.000
50 20	72.500
72.5 50	5.500
38.72 90	

**Explicații:** În cadă s-au turnat exact  $50.000 + 72.5 + 5.5 = 128$  litri, iar temperatura finală a apei este  $(50.000 * 20 + 72.5 * 50 + 5.5 * 90) / 128 = 5120 / 128 = 40$  de grade. Nu există nicio altă variantă prin care să se toarne în cadă mai mult de 128 de litri și apa să aibă exact temperatura de 40 de grade!

**Subiectul 3 – metoda Programării Dinamice (3 p.)**  
**Complexitatea maximă a soluției:  $O(mn)$**

Greierașul și-a propus să fie harnic vara aceasta și să adune singur grăunțe pentru iarnă, să nu mai ceară de la furnici. El pornește să adune grăunțe pe un câmp de forma unei table dreptunghiulare cu  $m$  linii și  $n$  coloane, formată din pătrățele în care se pot găsi grăunțe sau furnici. Din fiecare pătrățică cu grăunțe pe care ajunge Greierașul ia toate grăunțele. Sunt însă și pătrățele în care Greierașul se întâlnește cu furnicile și acesta îi cer să le dea înapoi grăunțele cu care l-au împrumutat vara trecută. El poate trece de o pătrățică în care se află furnicuțe doar dacă are suficiente grăunțe să le dea. Greierașul pornește din colțul din dreapta sus al pădurii și se poate deplasa doar la vest, sud sau sud-vest, în una dintre pătrățele vecine cu cea în care se află. Greierașul pornește din colțul din dreapta sus și **se poate opri în orice pătrățică de pe ultima linie** să își construiască adăpost pentru iarnă unde să își depoziteze grăunțele adunate. Scrieți un program Python care citește de la tastatură dimensiunile tablei  $m$  și  $n$  și pentru fiecare pătrățică de coordonate  $(i,j)$  (cu  $i=1,\dots,m$ ,  $j=1,\dots,n$ ) o valoare  $c_{ij}$  cu semnificația:

- dacă  $c_{ij} \geq 0$ , atunci  $c_{ij}$  este numărul de grăunțe din pătrățică
- dacă  $c_{ij} < 0$ , atunci în pătrățica  $(i,j)$  se află o furnicuțe care îi cer  $-c_{ij}$  grăunțe,

și afișează un traseu al Greierașului pe câmp astfel încât să adune un număr maxim de grăunțe (sub forma indicată în exemplu) .

Intrare de la tastatură	Ieșire pe ecran
4 4 5     2     3     1 -14   7     1     -2 1   -10   -3     15 -1     6     12     2	maxim 20 graunte pe traseul 1 4 1 3 2 3 3 3 4 3 4 2

*Explicații:* Pădurea este o matrice de dimensiuni  $4 \times 4$  în care elementele pozitive sunt grăunțe care se pot aduna, iar cele negative sunt celule cu furnicuțe care cer un număr de grăunțe egal cu modulul numărului înscris în pătrățică. Traseul  $(1,4)$ ,  $(2,4)$ ,  $(3,4)$ ,  $(4,4)$ ,  $(4,3)$ ,  $(4,2)$ , deși are suma  $1 + (-2) + 15 + 2 + 12 + 6 = 34$ , nu este valid deoarece Greierașul are o grăunță când ajunge în celula  $(2,4)$ , iar furnicuțele cer două.

#### Subiectul 4 – metoda Backtracking (3 p.)

**a)** O țeavă cu lungimea de  $p$  metri ( $1 \leq p \leq 50$ ) trebuie să fie tăiată în cel puțin două bucăți ale căror lungimi să fie divizori ai lungimii sale. De exemplu, o țeavă cu lungimea de 4 metri poate fi tăiată în 4 bucăți de câte 1 metru, 2 bucăți de câte 2 metri sau 2 bucăți de câte 1 metru și 1 bucată de 2 metri, dar nu poate fi tăiată într-o bucată de 1 metru și o bucată de 3 metri (deoarece 3 nu este un divizor al lui 4). Scrieți un program Python care să citească de la tastatură numărul natural  $p$  și afișează toate modalitățile distincte în care poate fi tăiată corect o bară de lungime  $p$  metri, precum și numărul acestora. Două modalități de tăiere se consideră identice dacă sunt formate din aceleași bucăți de țeavă, dar în altă ordine. De exemplu, pentru o țeavă cu lungimea de 4 metri, modalitățile de tăiere  $1+1+2$ ,  $1+2+1$  și  $2+1+1$  sunt considerate identice. **(2.5 p.)**

#### Exemplu:

Pentru  $p = 6$  trebuie afișate următoarele 7 modalități de tăiere (nu neapărat în această ordine):

**1+1+1+1+1+1**

**1+1+1+1+2**

**1+1+1+3**

**1+1+2+2**

**1+2+3**

**2+2+2**

**3+3**

**Nr. modalitati: 7**

**b)** Precizați cum ar trebui adăugată o singură instrucțiune în program astfel încât să fie afișate doar modalitățile de tăiere în care au fost utilizate exact două tipuri distincte de bucăți de țeavă. Pentru exemplul anterior, aceste soluții sunt cele scrise cu roșu. **(0.5 p.)**