

Temă teoretică LTA

EXERCITIUL 1

$$L_1 \subseteq L_2, L_2 \in REG$$

Putem afirma similitudinea ca $L_1 \in REG$?

Alu, spre exemplu pentru $L_1 = \{a^n b^n \mid n \geq 0\}$ și $L_2 = \Sigma^*$ cu $L_1 \notin \text{REG}$, $L_2 \in \text{REG}$, $L_1 \leq L_2$.

EXERCITIUL 2

Există limbaje peste un alfabet unar care au toate cuvintele de lungime pară, dar limbajul nu este regulat?

Da, spre exemplu limbajul $L = \{w w^R, w \in \{a\}^*\}$

EXERCITIUL 3

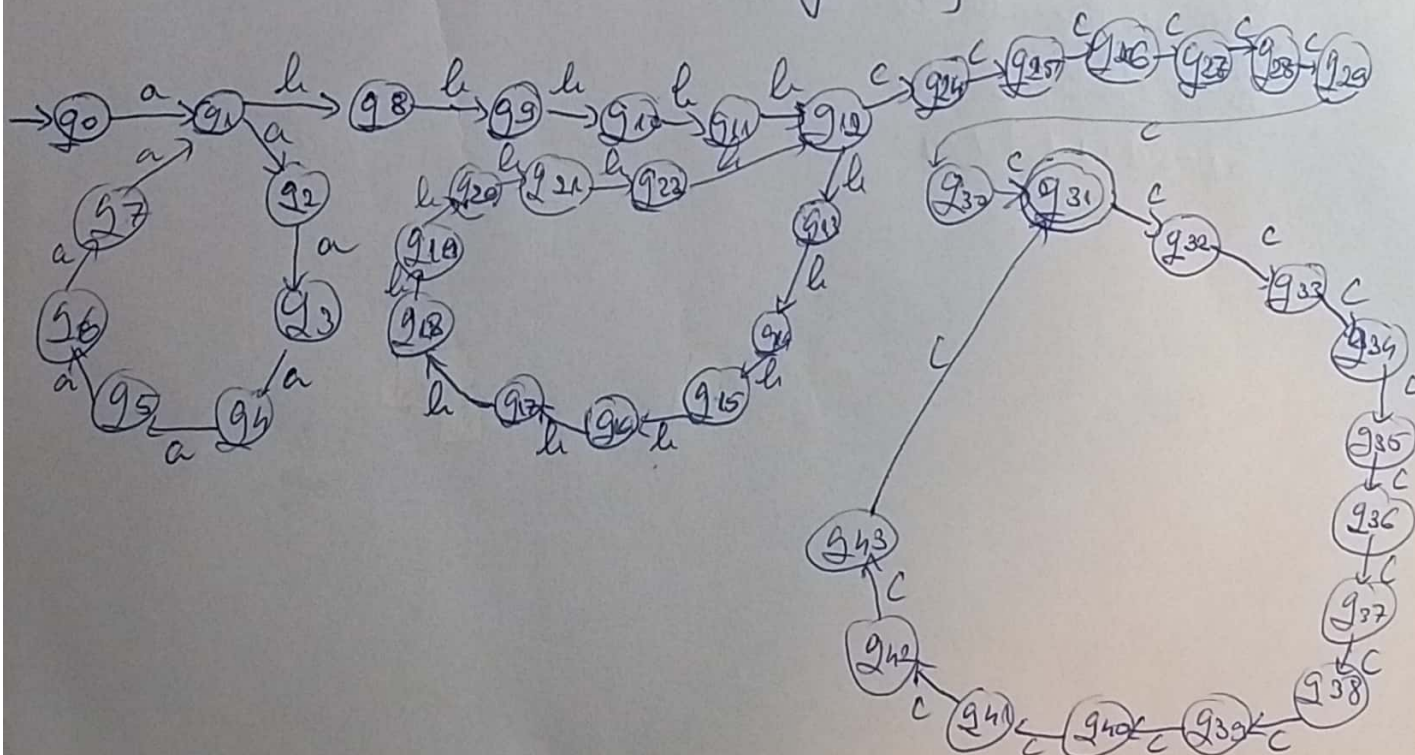
$$L_1 - L_2 = L_3, L_2, L_3 \in REG$$

Avem că $L_n \in R \in G$?

Alina, spre exemplu pentru $L_1 = \{a^m b^n \mid m \geq 0\} \notin REG$, $L_2 = \Sigma^+ \in REG$
 $L_3 = \emptyset \in REG$ cu $L_1 - L_2 = L_3$.

EXERCITIUL 4

Construie un DFA care accepta limbajul
 $L = \{ a^{7i+1} b^{11j+5} c^{13k+8} \mid i, j, k \geq 0 \}$



EXERCITIUL 5

Construiți un automod PDA pentru limbajul

$$L = \{(ab)^m a^m w a^m \mid m, m \geq 0, w \in \{c, d\}^+, |w|_c \neq |w|_d\}$$

ALTERNATIV

$$S \rightarrow abS \mid S_1$$

$$S_1 \rightarrow aS_1 a \mid S_2$$

$$S_2 \rightarrow cS_2 d \mid dS_2 c \mid S_2 S_2 \mid ed \mid dc$$

EXERCITIUL 6

Spuneți dacă limbajul următor este independent de context sau nu.

Dacă este, construiți o gramatică independentă de context care îl generează, dacă nu dem folosiind lemma de pompare că limbajul nu e independent de context.

$$L = \{0^i 1^j 2^{k+7} \mid i+k \neq j\} \cup \{0^{3k} 1^l 2^k \mid k \geq 0, l \geq 4\}$$

ALTERNATIV

$$L = \{0^{3k} 1^l 2^k \mid k \geq 0, l \geq 4\}$$

Este independent de context.

$$S \rightarrow 000S0 \mid S_1$$

$$S_1 \rightarrow 1111 \mid 1S_1$$

EXERCITIUL 7

Spuneți de limbajul următor este regulat. Dacă da, construiți un automat finit care îl generează, dacă nu demolați-lune de pompare că nu e regulat.

$$L = \{a^i b^j c^k \mid j = \max(i, k), i, j, k \geq 0\}$$

Presupunem prin reducere la absurd că $L \in REG \xRightarrow{\text{Lema de pompare}} \exists p \in \mathbb{N} (p = |\Phi|)$
a. i. $\forall x \in L$ cu $|x| \geq p$ atunci $x = uvw$ a. i.

$$(i) |uv| \leq p$$

$$(ii) |v| \geq 1$$

$$(iii) uv^i w \in L \quad \forall i \geq 0$$

$$\text{Fie } x = a^p b^{\max(p, 0)} = a^p b^p, p \in \mathbb{N}$$

$$|x| = 2p \geq p \quad \forall p \in \mathbb{N}$$

Din condiția (i) avem $|uv| \leq p$. Rezultă că cuvântul uv conține doar litere de "a" (pentru că uv este prefix al primelor p caractere din x).

Atunci notăm a^k . Din condițiile (i) și (ii) avem $1 \leq |v| \leq p$ (pentru că se poate ca $u = \lambda$, adică $|u| = 0$). Deci $1 \leq |a^k| \leq p$ adică $1 \leq k \leq p$ (1).

De asemenea, condiția (iii) spune că $uv^i w \in L \quad \forall i \geq 0$. Pentru $i = 2$ avem cuvântul $\beta = uv^2 w = a^{p+k} b^p \notin L$ (pentru că în relația (1) avem $k \geq 1$ deci nr. de "a"-uri este strict mai mare decât nr. de "b"-uri).

Cum am obținut o contradicție rezultă că presupunerea făcută este falsă și L nu este limbaj regulat.

EXERCITIUL 8

Se se dem că următorul limbaj nu este independent de context

$$L = \{a^i b^j c^k \mid i < j, i + 2j + 3 < k, i, j, k \geq 0\}$$

Presupunem prin reducere la absurd că L este limbaj independent de context

Atunci $\exists p \in \mathbb{N}$ a. i. $\forall x \in L$ cu $|x| \geq p$ $x = uvwx y$ a. i.

$$(i) |uvwx| \leq p$$

$$(ii) |wx| \geq 1$$

$$(iii) uv^i wx^j y \in L \quad \forall i, j \geq 0$$

$$\text{Fie } x = a^p b^{p+1} c^{3p+5}, |x| = 5p + 6 \geq p \quad \forall p \in \mathbb{N}$$

$$\exists uvwx \in a^* \Rightarrow vx = a^k, 1 \leq k \leq p$$

$$\text{Alegem } i = 2 \Rightarrow \beta = uv^2 wx^2 y = a^{p+k} b^{p+1} c^{3p+5} \in L \Rightarrow p+k \leq p+1$$

$$(p+k+2p+2+3 < 3p+5)$$

$$\Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} p+k \leq p+1 \\ 2p+k+5 \leq 3p+5 \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} k \leq 1 \\ k \leq 0 \\ \text{daz } k \geq 1 \end{array} \right\} \text{ da } \Rightarrow \beta \notin L$$

$$\text{II } vwx \in L^* \Rightarrow vx = b^k, 1 \leq k \leq p$$

$$\text{Abgem } i=2 \Rightarrow \beta = uv^2wx^2y = a^p b^{p+1+k} c^{3p+5} \in L \Leftrightarrow \begin{cases} p \leq p+1+k \\ (2p+2+k-3) \leq 3p+5 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} k \geq -1 \\ p \geq 2k \\ \text{daz } 1 \leq k \leq p \end{array} \right\} \text{ da (mutuale casuale respectet conditio)} \Rightarrow \beta \notin L$$

$$\text{III } vwx \in C^* \Rightarrow vx = c^k, 1 \leq k \leq p$$

$$\text{Abgem } i=2 \Rightarrow \beta = uv^2wx^2y = a^p b^{p+1} c^{3p+5+k} \in L \Leftrightarrow \begin{cases} p \leq p+1 \\ 3p+5 \leq 3p+5+k \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} p \leq p+1 \\ k \geq 0 \\ \text{daz } 1 \leq k \leq p \end{array} \right\} \Rightarrow \text{da} \Rightarrow \beta \notin L$$

$$\text{IV } vwx \in a^+b^+ \Rightarrow vx = a^k b^{\Delta}, 1 \leq k+\Delta \leq p$$

$$\text{Abgem } i=2 \Rightarrow \beta = uv^2wx^2y = a^{p+k} b^{p+1+\Delta} c^{3p+5} \in L \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} p+k \leq p+1+\Delta \\ p+k+2p+2+2\Delta+3 \leq 3p+5 \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} \Delta-k \geq -1 \\ -k+2\Delta \leq 0 \\ \text{daz } k+\Delta \geq 1 \end{array} \right\} \text{ da } \Rightarrow \beta \notin L$$

$$\text{V } vwx \in L^+C^* \Rightarrow vx = b^k c^{\Delta}, 1 \leq k+\Delta \leq p$$

$$\text{Abgem } i=2 \Rightarrow \beta = uv^2wx^2y = a^p b^{p+1+k} c^{3p+5+\Delta} \in L \Leftrightarrow \begin{cases} p \leq p+1+k \\ p+2p+2+k+3 \leq 3p+5 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} k \geq -1 \\ 2k \leq \Delta \\ \text{daz } 1 \leq k+\Delta \leq p \end{array} \right\} \text{ da } \Rightarrow \beta \notin L$$

$\text{I, II, III, IV, V} \Rightarrow L$ nu este un limbaj independent de context