

MODALITATEA DE DESFĂȘURARE A EXAMENULUI LA DISCIPLINA "PROGRAMAREA ALGORITMILOR"

- Examenul la disciplina "Programarea algoritmilor" se va desfășura în ziua de 20.01.2022, între orele 9⁰⁰ și 11³⁰, astfel:
 - 09⁰⁰ – 09³⁰: efectuarea prezenței studenților
 - 09³⁰ – 11³⁰: desfășurarea examenului
 - 11³⁰ – 12⁰⁰: verificarea faptului că sursele trimise de către studenți au fost salvate pe platforma MS Teams
- Testul se va desfășura pe platforma MS Teams, iar pe tot parcursul desfășurării sale, de la ora 09⁰⁰ la ora 12⁰⁰, studenții trebuie să fie conectați pe canalul dedicat cursului de "Programarea algoritmilor" corespunzător seriei lor.
- În momentul efectuării prezenței, fiecare student trebuie să aibă pornită camera video în MS Teams și să prezinte buletinul sau cartea de identitate. Dacă dorește să-și protejeze datele personale, studentul poate să acopere codul numeric personal și/sau adresa!
- În timpul desfășurării testului studenții pot să închidă camera video, dar trebuie să o deschidă dacă li se solicită acest lucru de către un cadru didactic!
- Toate subiectele se vor rezolva folosind limbajul Python.
- Subiectul 1 este obligatoriu, iar dintre subiectele 2, 3 și 4 se vor rezolva CEL MULT DOUĂ, la alegere.
- Citirea datelor de intrare se va realiza de la tastatură, iar rezultatele vor fi afișate pe ecran.
- Se garantează faptul că datele de intrare sunt corecte.
- Operațiile de sortare se vor efectua folosind funcții sau metode predefinite din limbajul Python.
- Pentru subiectul 1 nu contează complexitatea soluției propuse.
- Rezolvările subiectelor alese dintre subiectele 2, 3 și 4 trebuie să conțină:
 - o scurtă descriere a algoritmului și o argumentare a faptului că acesta se încadrează într-o anumită tehnică de programare;
 - în cazul problemelor rezolvate folosind metoda Greedy sau metoda programării dinamice se va argumenta corectitudinea criteriului de selecție sau a relațiilor de calcul;
 - în cazul subiectelor unde se precizează complexitatea maximă pe care trebuie să o aibă soluția, se va argumenta complexitatea soluției propuse și vor primi punctaj maxim doar soluțiile corecte care se încadrează în complexitatea cerută;
 - în cazul problemei rezolvate folosind metoda backtracking nu contează complexitatea soluției propuse, dar se va ține cont de eficiența condițiilor de continuare;
 - în fiecare program Python se va preciza, pe scurt, sub forma unor comentarii, semnificația variabilelor utilizate.
- Rezolvările corecte care nu respectă restricțiile indicate vor primi punctaje parțiale.
- Se acordă 1 punct din oficiu.
- Rezolvările tuturor subiectelor se vor scrie de mână, folosind pix/stilou cu culoarea pastei/cernelii albastră sau neagră. Pe fiecare pagina studentul își va scrie numele și grupa, iar paginile trebuie să fie numerotate.
- Înainte de expirarea timpului alocat examenului, toate paginile vor fi fotografiate/scanate clar, în ordinea corectă, și transformate într-un singur fișier PDF care va fi încărcat în Google Drive folosind un anumit formular.
- Numele fișierului PDF trebuie să respecte șablonul *grupa_nume_prenume.pdf*. De exemplu, un student cu numele Popescu Ion Mihai din grupa 131 trebuie să denumească fișierul care conține rezolvările tuturor subiectelor astfel: *131_Popescu_Ion_Mihai.pdf*.

Subiectul 1 – limbajul Python – 3 p.

a) Scrieți o funcție **cmmdc** care primește un număr variabil de tuple format din câte două numere naturale nenule și returnează pentru fiecare tuple primit ca parametru cel mai mare divizor comun al elementelor sale, sub forma unui dicționar cu perechi de tipul **cel mai mare divizor: lista tuplurilor care au cel mai mare divizor comun egal cu cheia**. De exemplu, pentru apelul **cmmdc((12, 50), (3, 4), (11, 13), (14, 2))** funcția trebuie să furnizeze dicționarul {2: [(12, 50), (14, 2)], 1: [(3, 4), (11, 13)]}. **(1.5 p.)**

b) Înlocuiți punctele de suspensie din instrucțiunea **numere = [...]** cu o secvență de inițializare (*list comprehension*) astfel încât, după executarea sa, lista să conțină numerele naturale formate din exact două cifre care nu sunt pătrate perfecte și nici divizibile cu 7. **(0.5 p.)**

c) Considerăm următoarea funcție recursivă:

```
def f(lista):
    if len(lista) <= 2:
        return min(lista)
    k = len(lista) // 2
    aux_1 = lista[:k]
    aux_2 = lista[k+1:]
    return min(f(aux_1), f(aux_2), lista[k])
```

Determinați complexitatea funcției apelată pentru o listă **L** formată din **n** numere întregi astfel: **f(L)**. **(1 p.)**

Subiectul 2 – metoda Greedy (3 p.)

Complexitatea maximă a soluției: $O(n \log_2 n)$

Bunicul vostru are N recipiente care conțin diverse cantități de apă la diferite temperaturi, respectiv recipientul i conține X_i litri de apă la temperatura Y_i . Bunicul vostru dorește să facă baie și crede cu tărie faptul că apa în care se va spăla trebuie să aibă exact o temperatură T . De asemenea, bunicul consideră că este cu atât mai bine cu cât are mai multă apă la dispoziție. Din păcate, pe bunic nu îl ține spatele, așa că vă roagă pe voi să alegeți inteligent ce cantitate de apă din fiecare recipient trebuie să turnați în cadă astfel încât bunicul vostru să se poată bucura de o baie plăcută! Temperatura apei nu este afectată de mediul exterior. La final, dacă ați turnat $0 \leq C_i \leq X_i$ din recipiente, temperatura finală a apei din cadă va fi egală cu:

$$F = \frac{C_1 * Y_1 + C_2 * Y_2 + \dots + C_N * Y_N}{C_1 + C_2 + \dots + C_N}$$

Datele de intrare se vor citi de la tastatură, astfel:

- de pe prima linie două numere separate printr-un spațiu, respectiv numărul natural strict pozitiv N de recipiente și numărul real T reprezentând temperatura dorită de bunicul vostru pentru apa din cadă;
- de pe următoarele N linii se vor citi câte două numere reale X_i și Y_i cu semnificația din enunț (cantitatea de apă din recipientul i și temperatura sa).

Programul Python trebuie să afișeze pe ecran cele N valori reale C_i , fiecare pe câte o linie, cu exact 3 zecimale. Se acceptă orice soluție corectă.

Exemplu:

Date de intrare	Date de ieșire
3 40	50.000
50 20	72.500
72.5 50	5.500
38.72 90	

Explicații: În cadă s-au turnat exact $50.000 + 72.5 + 5.5 = 128$ litri, iar temperatura finală a apei este $(50.000 * 20 + 72.5 * 50 + 5.5 * 90) / 128 = 5120 / 128 = 40$ de grade. Nu există nicio altă variantă prin care să se toarne în cadă mai mult de 128 de litri și apa să aibă exact temperatura de 40 de grade!

Subiectul 3 – metoda Programării Dinamice (3 p.)

Complexitatea maximă a soluției: $O(nM)$

Pia a hotărât să aloce M minute în care să facă doar activitățile ei preferate. Și-a făcut o listă cu n activități pe care le-a numerotat $1, \dots, n$ și a estimat pentru fiecare activitate $i = 1, \dots, n$ durata d_i în minute. Ea ar vrea să își ocupe cât mai mult timp cu activitățile preferate și ar vrea să aleagă ce activități va face astfel încât timpul total dedicat activităților alese (egal cu suma duratelor lor) să fie cât mai apropiat de M (poate și depăși M , dar diferența între suma duratelor activităților alese și M trebuie să fie cât mai mică). Scrieți un program Python care să citească de la tastatură numărul de minute M , numărul de activități n și duratele d_1, \dots, d_n și afișează ce activități să facă Pia astfel încât durata totală a acestora să fie cât mai apropiată de M .

Intrare de la tastatură	Ieșire pe ecran
21 6 5 10 5 4 10 3	1 3 5

Explicații: suma duratelor activităților 1, 3 și 5 este $5+5+10 = 20$ și nu există o mulțime de activități cu suma duratelor 21. Soluția optimă nu este unică, o altă soluție optimă este de exemplu cea formată cu activitățile 2, 5 sau 3, 4, 5, 6 (în acest ultim caz durata totală este 22, cu 1 mai mare decât M , deci la fel de apropiată de M ca și 20)

Intrare de la tastatură	Ieșire pe ecran
20 4 10 11 4 12	1 2

Explicații: suma duratelor activităților 1, 2 este 21 și nu există o mulțime de activități cu suma duratelor 20 (deci cea mai apropiată durată totală de $M=20$ pe care o putem obține este 21)

Subiectul 4 – metoda Backtracking (3 p.)

a) Moș Crăciun are nevoie de m mașinuțe și apelează din nou la cei n spiriduși ai săi. El îl roagă pe fiecare spiriduș i ($1 \leq i \leq n$) să-i spună care este numărul minim a_i și numărul maxim b_i de mașinuțe pe care ar vrea să le facă. Moș Crăciun ar vrea să îi pună pe spiriduși să facă cele m mașinuțe care-i trebuie pentru Crăciun, dar respectând opțiunile fiecărui spiriduș. Dacă vreți să primiți și voi una dintre mașinuțe, trebuie să-l ajutați pe Moș Crăciun scriind un program Python care să citească de la tastatură numerele m, n și opțiunile a_i și b_i ale fiecăruia dintre cei n spiriduși, după care să afișeze pe ecran toate modalitățile în care Moș Crăciun poate distribui producția de mașinuțe spiridușilor astfel încât spiridușul i să producă un număr de mașinuțe cuprins între a_i și b_i de mașinuțe sau mesajul "*Imposibil*" dacă nu există nicio modalitate de distribuție care să respecte cerințele precizate anterior. **(2.5 p.)**

Exemplu:

Pentru $m = 16, n = 3, a_1 = 1, b_1 = 6, a_2 = 0, b_2 = 7, a_3 = 4, b_3 = 8$ trebuie să fie afișate următoarele 20 de modalități de distribuție (nu neapărat în această ordine):

```
1 7 8
2 6 8
2 7 7
3 5 8
3 6 7
3 7 6
4 4 8
4 5 7
4 6 6
4 7 5
5 3 8
5 4 7
5 5 6
5 6 5
5 7 4
6 2 8
6 3 7
6 4 6
6 5 5
6 6 4
```

b) Modificați o singură instrucțiune din program astfel încât să fie afișate doar soluțiile în care spiridușul 1 și spiridușul 2 produc același număr de mașini. **(0.5 p.)**