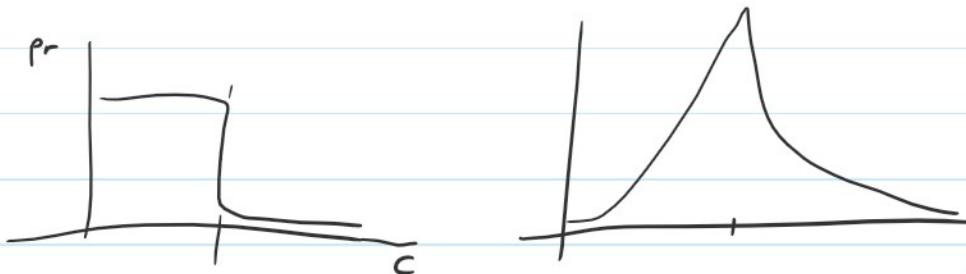


VNOI SUNT "CELE MAI GRELE"
INSTANȚE PT O PROBLEMA NP-completă?

3-SAT Parametru $c > 0$

$$\begin{cases} \# \text{ variabile} = n \\ \# \text{ clauze} = c \cdot n \end{cases}$$

$8 \binom{n}{3}$ clauze
posibile
de lungime 3



PENTRU CE ALGORITMI?

DPLL

Davis - Putnam (Longman - Loveland)

alg pt SAT
backtracking
completă

SAT $\phi(x_1, \dots, x_n)$ CNF forme normale
conjunctive

$$\phi = C_1 \wedge C_2 \wedge \dots \wedge C_m$$

↳ clauze.

Clauze $\bar{x} \vee y \vee z$



$$\phi \left[\begin{array}{l} x \vee \bar{y} \vee \bar{z} \\ \bar{x} \vee y \vee z \\ \bar{x} \vee \bar{y} \vee z \\ z \vee \bar{y} \vee \bar{z} \end{array} \right]$$

$$\text{Diagram showing a variable } x \text{ with two values: } x=0 \text{ and } x=1. \text{ Below it is a circle labeled } \emptyset. \text{ To the right are two sets of clauses:}$$

$$\begin{array}{l} \left[\begin{array}{l} x \vee \bar{y} \vee z \\ z \vee \bar{t} \vee \bar{s} \end{array} \right] \\ \phi_1 \left[\begin{array}{l} \bar{y} \vee \bar{z} \\ z \vee \bar{t} \vee \bar{s} \end{array} \right] \end{array}$$



- Creaz arbore backtracking

- Dacă obtin contradicție

mai înainte înapoi un pas

SITUAȚII ÎN CARE VALOAREA UNEI VAR.
ESTE CLARĂ

① x literal pur \Rightarrow valoarea lui x este

$$\phi = \left[\begin{array}{l} \bar{x} \vee \bar{y} \vee \bar{z} \\ x \vee \bar{z} \vee \bar{s} \\ a \vee b \vee c \end{array} \right]$$

Φ ESAT
↓
 $\exists A \models \phi$
 $A(x) = \text{FALSE}$

Dacă x este literal pur în ϕ dacă doar una dintre x, \bar{x} apare în ϕ

REGULĂ 1 Dacă Φ conține un literal pur x
setez $x = \text{TRUE}$

② x literal unitar

∅

$$\phi_u = \left[\begin{array}{l} x \end{array} \right]$$



$x = \text{TRUE}$

REGULĂ 2 Dacă o variabilă apare într-o clauză unitară
 den valoarea care să satisfacă
 clauza respectivă

{DPLL} backtracking
 + (în pas însus în c.c.)
 clause pure
 +
 clause unitare

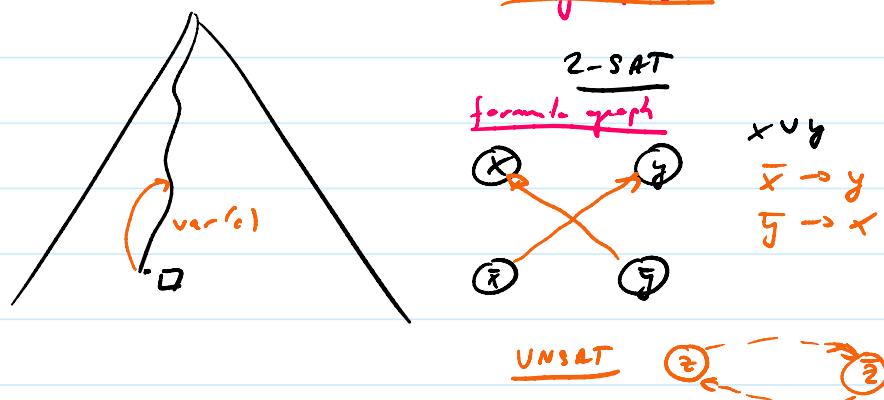
Transfiri de la
 faza → algoritmi
 de tip
 DPLL

SAT SOLVE
 minisat
 glucose
 lingeling.
 kissat

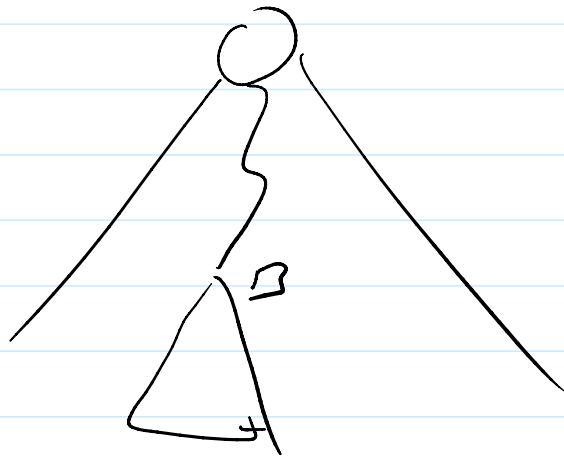
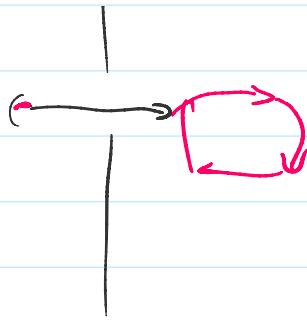
iDEC
 r1 accelerarea alg
 detip DPLL → CDCL (conflict-driven
 clause learning)



backjumping



EXEMPLU



Înăț, faptul că orice soluție pt alg
sat, face

$\vee \bar{x}_i$

Concluzii 1. Alg practic pt SAT bazat pe paradigmă DPLL

2. Ce mai importantă îmbunătățire \rightarrow CDCL

3. Multe instante "din practică" pt SAT pot fi rezolvate cu CDCL (deși $P \neq NP$)

4. Există clase de formule pe care alg DPLL nu scoarește bine

PHP_{n-1}^n formă care codifică [Principiu lui Dirichlet]
[Principiu antic]

n permutări \Rightarrow imposibil fără a avea
2 permutări în același căsuță

$\text{PHP}_{n-1}^n \in \overline{\text{SAT}}$

$$X_{i,j} = \begin{cases} \text{TRUE} & i \rightarrow j \\ & i = \overline{i, n} \\ \text{FALSE} & \text{altfel} \\ & j = \overline{1, n-1} \end{cases}$$

$$X_{i,1} \vee X_{i,2} \vee \dots \vee X_{i,n-1} \quad i = \overline{i, n} \quad \text{permutări } i \text{ merge în } \geq 1 \text{ căsuță}$$

$$\overline{X}_{i,a} \vee \overline{X}_{j,a} \quad a = \overline{1, n-1} \quad \begin{matrix} 1 \leq i < j \leq n \\ \text{doi permutări} \\ \text{diferite merg} \\ \text{în căsuța } a \end{matrix}$$

Exp $n=15 \quad 15 \times 14 = 210$ variabile în PHP_{14}^{15} .

Timpul de calcul DPLL pe PHP_{n-1}^n exponential în n ,

REZOLUȚIE metoda de a demonstra că o formă este NEsatisficătoare

$$x \vee C_1 \quad \overline{x} \vee C_2$$

$$C_1 \vee C_2$$

Exemplu

$$\frac{x \vee a, \bar{x} \vee b \vee c}{a \vee b \vee c}$$

Expc

$$\frac{z}{\bar{z}}$$

① $\phi \notin \text{SAT} \Rightarrow$ fă demonstrație prin rezoluție pt \square
parind de la ϕ'

Mă intreagă
(Proof complexity)

$c(\phi) = \text{nr minim de clause în}$
 $\text{ce mă soluție dă un } p + \phi$
 prin rezoluție

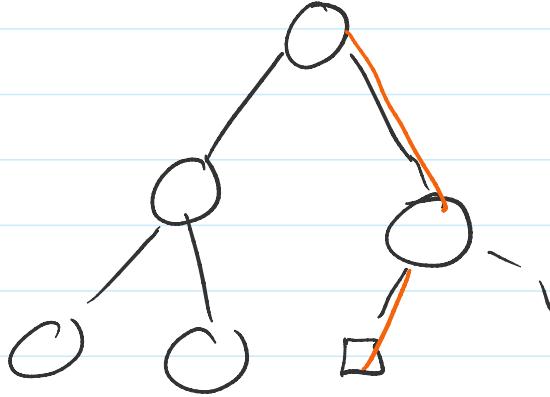
② (HAKEN) $\exists \lambda > 1$ a.i.

$$c(PHP_{n-1}^n) > \lambda^n$$

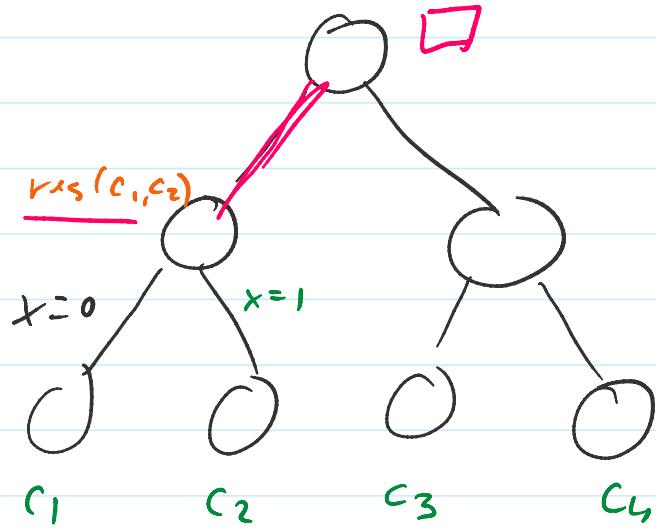
VIEAV DPLL \Rightarrow dem. prin rezoluție pt $\phi \in \overline{\text{SAT}}$

temp ALG \geq nr clause din dem





$\exists c \in \phi$ false on assignment 'w'
current



$$c_1 = \cancel{x} \vee D_1$$

$$c_2 = \bar{x} \vee D_2$$