

ELEKTROTEHNIČKI FAKULTET U BEOGRADU

MULTIVARIJABILNI SISTEMI UPRAVLJANJA
13E054MSU

Sistem 5: pH neutralizacija
Reaktor sa kontinuiranim mešanjem

Autori:

Ilija Anastasijević 108/2018

Ana-Marija Čeranić 215/2018

Maj 2022

Sadržaj

1	Analiza modela	2
1.1	Opis namene, strukture, tipičnih realizacija objekta upravljanja i fizičkog procesa. Pregled literature	2
1.2	Modeliranje fizičkih pojava u sistemu, postojeće klase modela, tipične vrednosti parametara modela. Pregled literature.	2
1.3	Nelinearni Simulink model sistema	4
1.4	Izbor nominalnog režima rada sistema, linearizovani model	5
1.5	Izvor poremećaja, pregled literature	6
1.6	Opseg dozvoljenih vrednosti ulaznih signala	6
1.7	Skale ulaznih i izlaznih signala	7
1.8	Multivarijabilne nule i polovi	7
1.9	Dijagonalna dominantnost	7
1.10	Procena ostvarivog propusnog opsega i pregled literature	8
1.11	Direkcionalnost upravljanja	9
2	Projektovanje sistema upravljanja	11
2.1	Performanse povratne sprege	11
2.2	Zanemarivanje sprežnih elemenata, decentralizovani kontroler	12
2.3	Dekupler ustaljenog stanja, decentralizovani kontroler	14
2.4	Dekupler na usvojenoj učestanosti propusnog opsega, decentralizovani kontroler	15
2.5	H_∞ S/KS Mixed Sensitivity kontroler	16
2.6	Kontroler sa potpunom inverzijom dinamike	17
3	Komparativna analiza projektovanih sistema upravljanja	18
3.1	Komparativni grafici upravljanja i izlaza regulisanih sistema	18
3.1.1	Odziv na odskočnu promenu reference pH vrednosti	18
3.1.2	Odziv na odskočnu promenu reference koncentracije kiseline	19
3.1.3	Odziv na referencu u smeru minimalnog pojačanja na učestanosti propusnog opsega	20
3.1.4	Odziv sa poremećajem na prvom upravljačkom kanalu	21
3.1.5	Odziv sa poremećajem na drugom upravljačkom kanalu	22
3.2	Komparativni prikaz frekvencijskih pokazatelja performansi	23
3.2.1	Komparativni dijagrami singularnih karakteristika matrica funkcija osetljivosti i komplementarne osetljivosti	23
3.2.2	Propusni opseg regulisanih sistema, maksimum osetljivosti i maksimum komplementarne osetljivosti	23
4	Zaključak	24

1 Analiza modela

1.1 Opis namene, strukture, tipičnih realizacija objekta upravljanja i fizičkog procesa. Pregled literature

pH predstavlja meru koncentracije jona vodonika unutar nekog rastvora. pH neutralizacija je mešanje kisele supstance ($pH < 7$) i bazne supstance ($pH > 7$) radi dobijanja neutralnog proizvoda ($pH \approx 7$). Kontrola pH procesa se svodi na merenje pH vrednosti rezultujućeg proizvoda i kontrolu dodavanja supstanci koje se mešaju, kako bi rezultujući proizvod imao neutralni pH ili pH u prihvatljivim granicama oko neutralne vrednosti.

Kontrola procesa pH neutralizacije se koristi za tretiranje otpadnih voda (uglavnom kisele supstance) pre otpuštanja u okolinu. Koristi se u industriji ulja i gasa za kontrolu kiselosti fluida za bušenje [1]. Radnici u fabrikama ove industrije su izloženi vrlo toksičnom gasu vodonik sulfidu (H_2S) i radi njihovog zdravlja potrebno je ograničiti koncentraciju H_2S kojoj su oni izloženi. Koncentracija se proverava preko pH vrednosti rastvora, kontrolom pH vrednosti kontroliše se koncentracija H_2S .

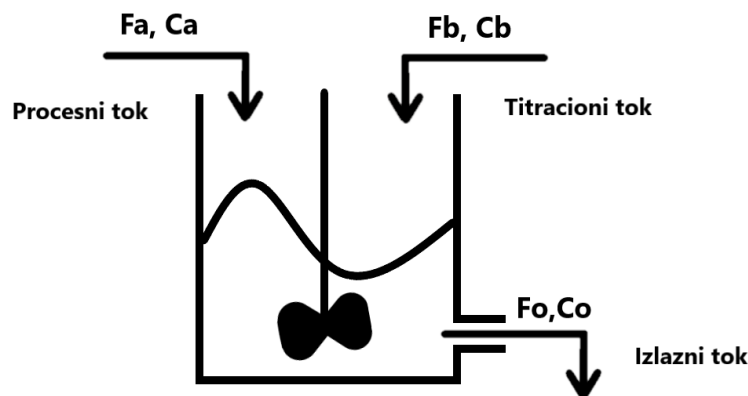
Pored toga, kontrola pH neutralizacije je važna za hemijske procese, proizvodnju farmaceutika i biološke reakcije.

Model koji opisuje proces pH neutralizacije je izrazito nelinearan, vremenski zavisao i vrlo osetljiv na poremećaje [5]. Osetljiv je na poremećaje jer je nagib nelinearne titracione krive vrlo strm u okolini neutralnog regiona ($pH \approx 7$) i mala promena koncentracije ulaznih tokova dovodi do velikih promena pH izlaznog toka [9]. Zbog toga je teško projektovati kontroler koji će postići dobre performanse i u isto vreme učiniti sistem robusnim na poremećaje. Kontrole su projektovane za SISO i MIMO objekat upravljanja.

Iako daleko od optimalnih u industriji se najčešće koriste PI kontroleri.

1.2 Modeliranje fizičkih pojava u sistemu, postojeće klase modela, tipične vrednosti parametara modela. Pregled literature.

Modelovanje pH procesa rađeno je pomoću idealnog protočnog reaktora sa kontinuiranim mešanjem eng. Ideal Continuous flow Stirred Tank Reactor (CfSTR) ili u literaturi češće prisutno samo CSTR. Blok dijagram sistema je prikazan na slici 1.



Slika 1: Prikaz CSTR

Blok dijagram karakterišu dva ulaza, procesni tok (eng. process stream) i titracioni tok (eng. titration stream) i jedan izlaz, izlazni tok (eng. effluent stream).

Idealni model CSTR karakteriše:

1. Idealno mešanje - ne postoji prostorna ili vremenska zavisnost temperature ili koncentracije unutar reaktora. Svaki deo supstance unutar reaktora je isti kao i u izlaznom toku. Temperaturu i koncentraciju izlaznog toka modelujemo istu kao unutar reaktora.
2. Izotermalni uslovi, konstantna sobna temperatura $25^\circ C$
3. Jednaka gustina svih ulaznih i izlaznih tečnosti $\rho_a = \rho_b = \rho_o$
4. Zapremina tečnosti u reaktoru je konstantna

Usvojen je *McAvoy* model [7] procesa pH neutralizacije. Procesni tok predstavlja jaku kiselinu a titracioni tok jaku bazu. Bez smanjivanja opštosti, radi lakšeg razumevanja izvođenja, za jaku kiselinu pretpostavljena je *HCl*, a za jaku bazu *NaOH*. Dinamičke jednačine koje opisuju sistem izvedene su preko zakona održanja mase za acetat i natrijum, jednačine ravnoteže vode, činjenice da rezultujući rastvor mora biti električki neutralan i dodatno uzimajući u obzir transportno kašnjenje titracionog toka (baze), u odnosu na procesni tok.

$$V\dot{x}_a(t) = F_a(t)C_a - (F_a(t) + F_b(t))x_a(t) \quad (1)$$

$$V\dot{x}_b(t) = F_b(t)C_b - (F_a(t) + F_b(t) + k_v)x_b(t) \quad (2)$$

$$H_{plus}(t) = \sqrt{\frac{(x_b(t) - x_a(t))^2}{4} + k_w} - \frac{x_b(t) - x_a(t)}{2} \quad (3)$$

$$pH(t) = -\log H_{plus}(t) \quad (4)$$

Kompletno izvođenje jednačina moguće je pronaći na [7].

Parametri koji opisuju celokupan model su dati u tabeli 1.

Simbol	Značenje	Vrednost i Jedinica
Ca	koncentracija procesnog toka - kiseline	10^{-6} mol/l
Cb	koncentracija titracionog toka - baze	10^{-6} mol/l
Co	koncentracija izlaznog toka	mol/l
Fa	protok procesnog toka	l/s
Fb	protok titracionog toka	l/s
Fo	protok izlaznog toka	l/s
xa	koncentracija kiseline u reaktoru	mol/l
xb	koncentracija baze u reaktoru	mol/l
H_{plus}	koncentracija jona vodonika u reaktoru	mol/l
V	zapremina reaktora	30 l
kw	konstanta vode	$10^{-14} \text{ mol}^2/\text{l}^2$
kv	transportno kašnjenje titracionog toka	0.01 l/s

Tabela 1: Parametri koji opisuju model pH neutralizacije

MIMO objekti su uglavnom formirani tako da su im izlazi pH vrednost izlaznog toka i nivo tečnosti u reaktoru [8]. Takođe, za izlazne veličine MIMO objekta birani su pH vrednost izlaznog toka i temperatura unutar reaktora [6].

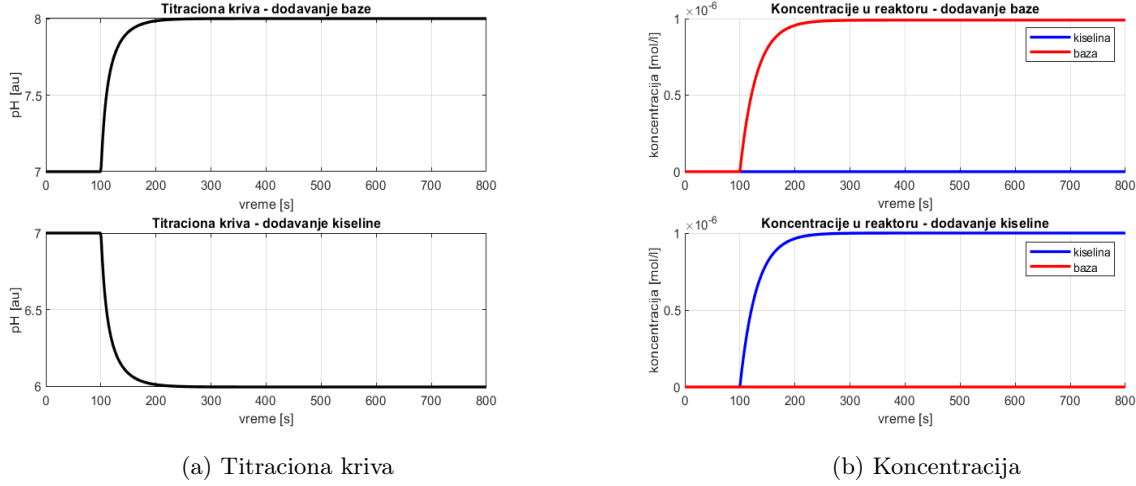
Osim protočnog reaktora sa kontinuiranim mešanjem koristi se i reaktor kod koga se rezultujuća smeša otpušta na kraju eng. fed batch CSTR - loša strana ovog reaktora je taloženje supstanci unutar njega [2]. Dobra strana je što je robusniji u održavanju pH vrednosti izlaznog toka kada postoje nagle promene koncentracije ulaznih tokova.

MIMO objekat u ovom radu je formiran tako što su mu ulazi: protok procesnog toka F_a , protok titracionog toka F_b , promenljive stanja: koncentracija kiseline u reaktoru x_a i koncentracija baze u reaktoru x_b i izlazi: pH vrednost izlaznog toka i koncentracija tečnosti u reaktoru x_a .

Tako dobijen sistem ima izlaze koji se razlikuju za sedam redova veličine. Nije pronađen način da se adekvatno skalira i poseduje singularne karakteristike koje se takođe razlikuju za sedam redova veličine. Zbog toga je u 1.7 naknadno razmotren sistem kome su izlazi: koncentracija jona vodonika u reaktoru H_{plus} i koncentracija tečnosti u reaktoru x_a .

1.3 Nelinearni Simulink model sistema

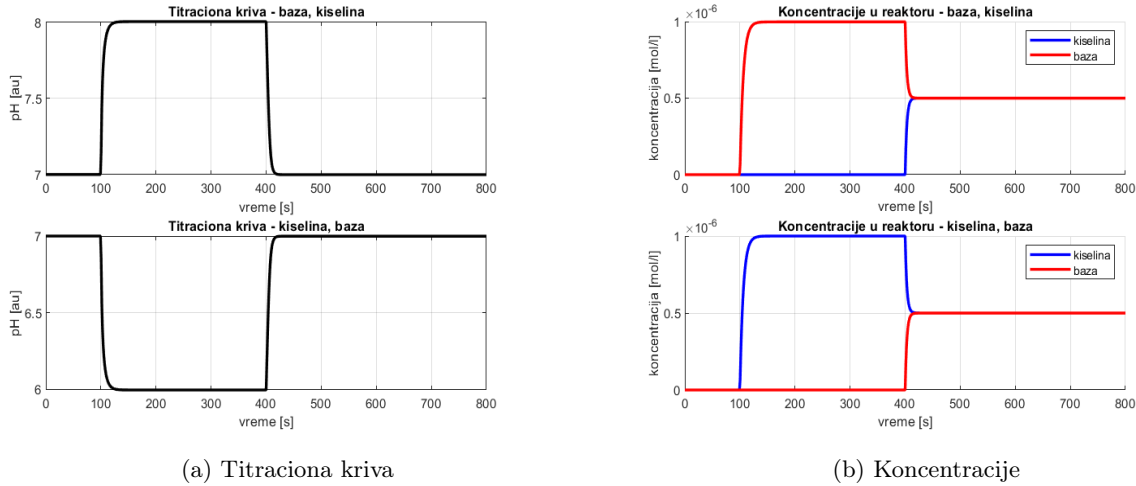
U početnom trenutku reaktor je ispunjen vodom, $pH = 7$ i $F_a, F_b, F_o = 0$. Kako bismo odredili eventualna zasićenja sistema rađene su simulacije dodavanja samo baze i samo kiseline iz početnih uslova. Na slici 2a prikazana je titraciona kriva pri odskočnoj pobudi odvojeno baze i kiseline, dok su na slici 2b prikazane vrednosti koncentracija kiseline i baze u reaktoru pod istim uslovima.



Slika 2: Dodavanje: samo kiseline u reaktor, samo baze u reaktor

Primećuje se zasićenje u koje ulazi vrednost pH i zaključuje se da pri vrednostima C_a i C_b iz tabele 1 pH se nalazi u opsegu: (6, 8).

Radi određivanja ravnotežnog stanja rađene su simulacije dodavanja redom kiseline pa baze i obrnuto. Rezultantna titraciona kriva prikazana je na slici 3a, dok je ponašanje koncentracija prikazano na slici 3b.



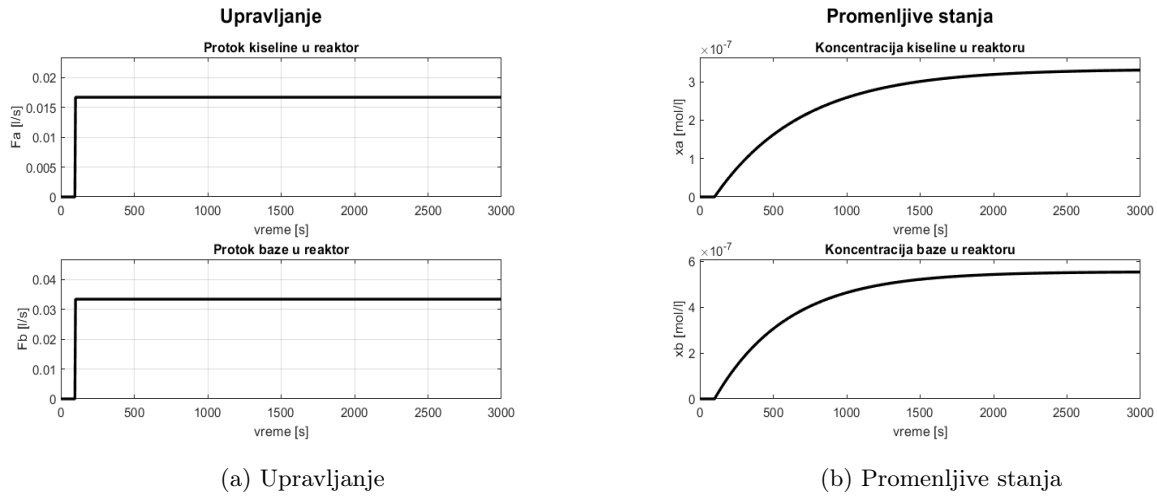
Slika 3: Dodavanje redom baze i kiseline

Variranjem vrednosti odskočnih pobuda zaključeno je da sistem u ravnotežnom stanju ima $x_a = x_b = 0.5 \cdot 10^{-6}$. Ovo je očekivano zbog simetrije jednačina 1 i 2 i istih vrednosti C_a i C_b .

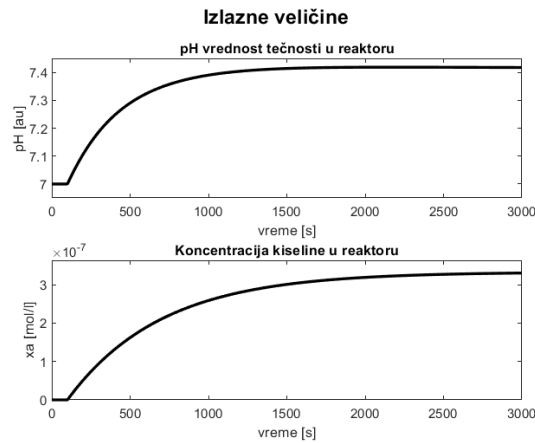
Vođeni zaključcima iz 1.3 prvobitno smo odabrali da nominalni režim bude za x_a i x_b dobijenog ravnotežnog stanja. Zbog simetrije jednačina za te vrednosti koncentracija nismo mogli pronaći odgovarajuća upravljanja. Zbog toga, vrednosti upravljanja su odabrana ručno tako da ostvaruju $pH \approx 7.4$. Odabrana je vrednost pH dalja od neutralne kako bi nagib oko radne tačke bio manji, a time sistem otporniji na poremećaje. Takođe, uzeto je u obzir da vrednost bude dovoljno daleko od zasićenja. Tada su: $F_a = 1/60$ l/s i $F_b = 2/60$ l/s.

U praksi, u zavisnosti od ograničenja konkretnog procesa koji se reguliše odabrane bi se granice u kojima mora biti pH.

Na slici 4a su prikazana upravljanja koja nelinearni sistem iz početnog stanja uvode u nominalni režim, dok su na slikama 4b i 5 prikazane promenljive stanja i izlazi pod istim uslovima.



Slika 4: Nominalni režim: upravljanje i promenljive stanja

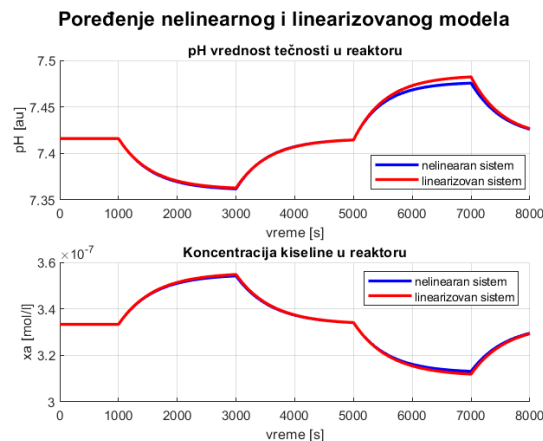


Slika 5: Nominalni režim: izlazne veličine

Sa grafika slike 5 su očitane redom vremenske konstante odziva pH vednosti: 434.87 sekundi i x_a : 688.47 sekundi.

1.4 Izbor nominalnog režima rada sistema, linearizovani model

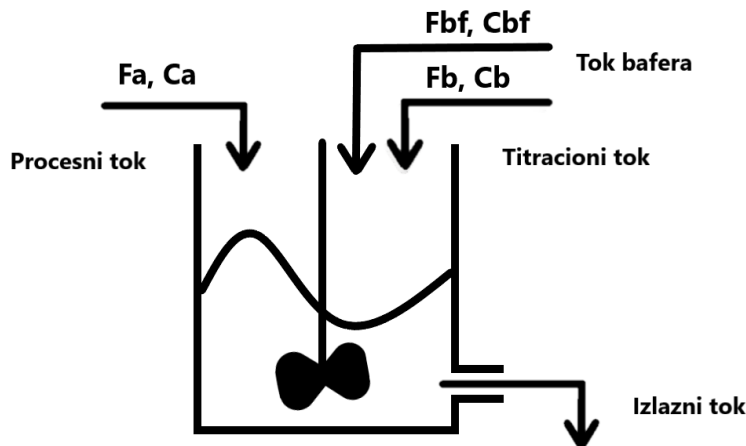
Nelinearni sistem je linearizovan oko nominalnog režima. Uporedni rad nelinearnog i linearnog sistema na odzive $F_a = F_{anom} + 0.1 \cdot F_{anom}$ i $F_b = F_{bnom} + 0.1 \cdot F_{bnom}$ je prikazan na slici 6



Slika 6: Nelinearni i linearizovan model

1.5 Izvor poremećaja, pregled literature

Koncentracija procesnog toka se menja u vremenu, i samo poznavanje sastava procesnog toka je malo (otpadne vode). Takođe, realnija situacija u industriji je kada procesni tok predstavlja kombinaciju više kiselina umesto samo jedne, kada je jedna od njih slaba kiselina i zbog toga se ponaša kao bafer ¹. Pregledom dostupnih radova u kojima se isti sistem sveo na SISO, procesni tok se celokupno tretira kao poremećaj (kiselina i bafer), a upravljanje se vrši preko titracionog toka. U slučaju MIMO sistema gde je upravljano procesnim i titracionim tokom, poremećaj predstavlja sam tok bafera [5]. Njegova koncentracija bi trebalo da bude značajnije manja od koncentracije procesnog toka. Na slici 7 je prikazana pozicija toka bafera.



Slika 7: Dodavanje poremećaja

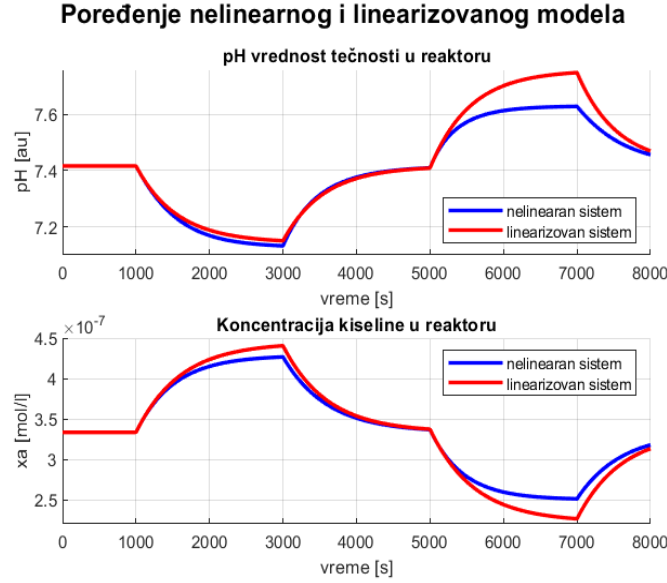
1.6 Opseg dozvoljenih vrednosti ulaznih signala

Ono što ograničava protok ulaznih tokova je nedozvoljeno veliko povećanje pH vrednosti izlaznog toka, ulazak u zasićenje, i teško smirivanje na neutralnu vrednost [4]. Dozvoljeno odstupanje od željene vrednosti pH određuje ograničenje ulaznog toka.

Ograničenje ulaza takođe nameće linearizovan model nelinearnog sistema. Ukoliko bi se bez ograničenja povećavalo upravljanje odziv linearizovanog modela bi se nezanemarljivo razlikovao od nelinearnog. Rad nelinearnog i

¹Bafer je slaba baza ili slaba kiselina koja prisustvom u reaktoru ne menja pH izlaznog toka.

linearnog sistema na odzive $F_a = F_{anom} + 0.5 \cdot F_{anom}$ i $F_b = F_{bnom} + 0.5 \cdot F_{bnom}$ je prikazan na slici 8.



Slika 8: Nelinearni i linearizovani model, veće upravljanje

Primećuje se da linearizovan odziv prati nelinearni sa najvećom relativnom greškom od $\approx 2\%$

1.7 Skale ulaznih i izlaznih signala

Pošto će dalja analiza biti rađena na linearizovanom objektu upravljanja, ima smisla statički skalirati linearizovani objekat upravljanja u odnosu na dozvoljene (očekivane vrednosti) ulaznih i izlaznih signala. Na taj način ulazne i izlazne veličine će biti u opsegu $[0, 1]$

Njih možemo dobiti za one vrednosti ulaznih signala gde odziv linearizovanog sistema dobro prati odziv nelinearnog. To je ostvareno za vrednosti ulaza: $F_a = F_{anom} \pm 0.1F_{anom}$ i $F_b = F_{bnom} \pm 0.1F_{bnom}$. Uporedni odziv nelinearnog i linearnog sistema za te vrednosti ulaza je ranije bio prikazan na slici 6.

Dozvoljene (očekivane) vrednosti izlaza su u opsegu $pH = pH_{nom} \pm 0.008pH_{nom}$ i $x_a = x_{anom} \pm 0.0625x_{anom}$.

Skalirani objekat upravljanja je tada dobijen kao:

$$G = D_y^{-1} \hat{G}(s) D_u$$

gde $D_u = \text{diag}(0.1F_{anom}, 0.1F_{bnom})$ i $D_y = \text{diag}(0.008pH_{nom}, 0.0625x_{anom})$ predstavljaju dijagonalne matrice maksimalne devijacije, a $\hat{G}(s)$ neskaliirani linearni sistem.

1.8 Multivarijabilne nule i polovi

Linearizovan model nema transmisionih nula i ima dva pola u $-0.0020 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$ i $-0.0017 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$.

1.9 Dijagonalna dominantnost

RGA (eng. *Relative Gain Array*) meri međusobnu interakciju kanala MIMO sistema. Posredno, daje odgovor na to da li je moguće izolovano posmatrati SISO kanale MIMO sistema. Izolovanim SISO kanalima bi onda bilo moguće pojedinačno projektovanje kontrolera.

Formalno, RGA je matrica čiji svaki element predstavlja odnos pojačanja uparenog kanala, po svim učestnostima, kada su svi ostali kanali otvoreni i pojačanju uparenog kanala kada su svi ostali kanali idealno zatvoreni.

1. RGA u ustaljenom stanju je matrica RGA u ustaljenom stanju ($\omega = 0$).

Dobijena vrednost RGA u ustaljenom stanju je: $RGA_0 = \begin{bmatrix} -4.0667 & 5.0667 \\ 5.0667 & -4.0667 \end{bmatrix}$

Sistem od interesa je TITO (eng. *Two input two output*). Za TITO sistem uparivanje je moguće postići

dijagonalno ($u_1 \rightarrow y_1, u_2 \rightarrow y_2$) i vandijagonalno ($u_1 \rightarrow y_2, u_2 \rightarrow y_1$).

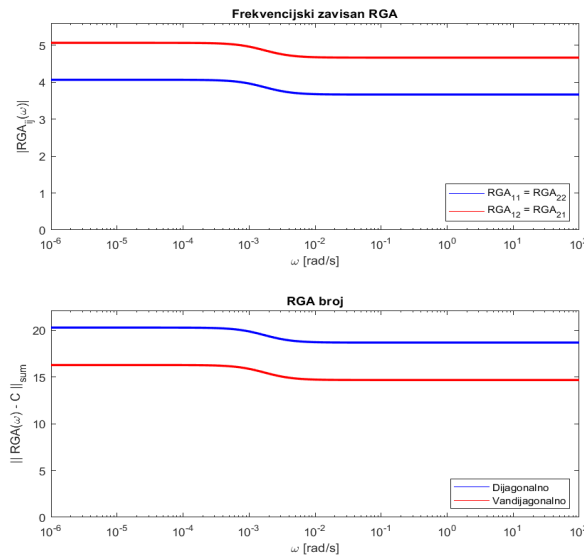
Negativna vrednost elementa RGA u ustaljenom stanju, govori da pojačanje uparenog kanala menja znak zatvaranjem idealnih povratnih sprega po drugim kanalima. Projektovani kontroler za taj kanal bi se teško izbio sa efektivnim menjanjem znaka povratne sprege i došlo bi do nestabilnosti tog kanala.

Zbog toga, dijagonalno upravljanje ne dolazi u obzir.

Jedinična vrednost elemenata RGA matrice bi sugerisala idealnu raspregnutost kanala. Efektivno, pojačanje kanala bi bilo isto bez obzira na to da li drugih kanala nema ili su idealno zatvoreni.

Vandijagonalni elementi imaju daleko veće vrednosti od 1, (≈ 5). Pojačanje kanala postaje pet puta veće zatvaranjem idealnih povratnih sprega po ostalim kanalima. To sugerise spregnutost kanala.

2. FD-RGA (eng. *Frequency Dependent RGA*) je matrica RGA za moguća uparivanja. RGA broj predstavlja meru udaljenosti izabranog uparivanja od idealnog, onog kome elementi matrice RGA imaju vrednost 1. FD-RGA i RGA broj za sistem od interesa su redom prikazani na slici 9.



Slika 9: Gore: FD-RGA, dole: RGA broj

Posmatrajući samo frekvencijski zavisni RGA moglo bi se zaključiti da je dijagonalno uparivanje bolje od vandijagonalnog, pošto na celom frekvencijskom opsegu ima manju vrednost. Svakako, oba su daleko veća od 1.

RGA broj vandijagonalnog uparivanja je na celom frekvencijskom opsegu manji od dijagonalnog, ali daleko veći od 0.

Uzimajući u obzir sva tri pravila vandijagonalno uparivanje je bolji izbor od dijagonalnog. Međutim, vrednosti ukazuju da je celokupni MIMO sistem spregnut i da ga kao takvog, nije moguće posmatrati ga kao dva nezavisna SISO sistema. Zaključak je razuman, jer se spregnutost sistema ogleda u originalnim nelinearnim jednačinama 1,2 i 4.

1.10 Procena ostvarivog propusnog opsega i pregled literature

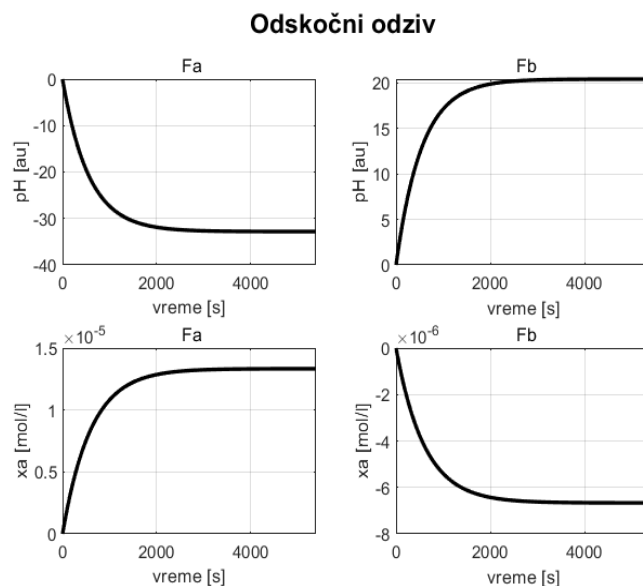
Odskočni odziv sistema prikazan je na slici 10

Simulacijom procenjene vremenske konstante redom po kanalima su $T_{d11}(F_a \rightarrow pH) = 552,62$, $T_{d12}(F_b \rightarrow pH) = 524,98$, $T_{d21}(F_a \rightarrow x_a) = 580,25$ i $T_{d22}(F_b \rightarrow x_a) = 580,25$ sekundi.

Trenutno maksimalno ostvariv propusni opseg sistema određen je kao:

$$\omega_0 = \min\left\{\frac{1}{T_{d11}}, \frac{1}{T_{d12}}, \frac{1}{T_{d21}}, \frac{1}{T_{d22}}\right\} = 0.0017 \frac{rad}{s}$$

Propusni opseg se dalje eventualno može proširiti dodavanjem kontrolera.



Slika 10: Odskočni odziv linearizovanog MIMO sistema

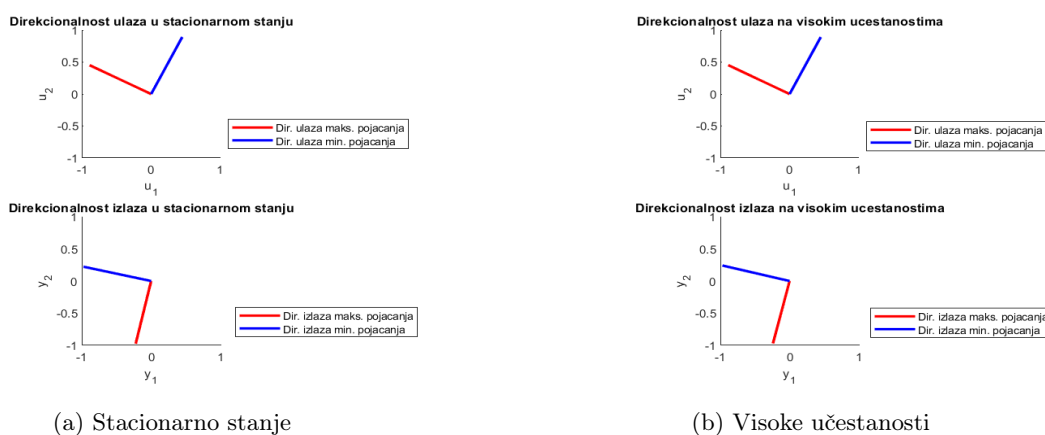
Vremenska kašnjenja unutar sistema ograničavaju vreme odziva. U slučaju pH neutralizacije vremenska kašnjenja potiču od: [3]

1. Transporta ulaznih supstanci u reaktor i kroz reaktor uz odstupanje od momentalnog mešanja (θ_p)
2. Transporta izlazne supstance do merenja i aproksimacija dinamike merenja (θ_m)
3. Aproksimacije dinamike aktuatora (ventila) ulaznih tokova supstanci (θ_v)

Ukupno kašnjenje je suma doprinosa kašnjenja od procesa i instrumentacije: $\theta = \theta_p + \theta_m + \theta_v$. Ukoliko su ulazni tokovi postavljeni blizu transportno kašnjenje θ_p će im biti isto, što kod nas nije slučaj pošto imamo konstantu k_v . Zapremina reaktora kao i brzina mešanja daju najveći doprinos θ_p .

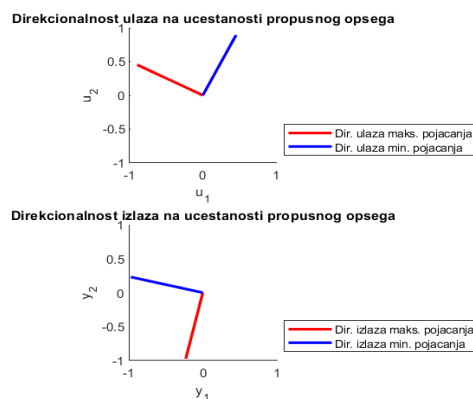
1.11 Direkcionalnost upravljanja

Odrađena je singularna dekompozicija u stacionarnom stanju, na visokim učestanostima i na učestanosti propusnog opsega. Na slikama 11a, 11b i 12 su redom prikazani rezultati.



Slika 11: Direkcionalnost minimalnog i maksimalnog pojačanja

Na svakoj od slika, na gornjem grafiku je prikazana direkcionalnost **ulaza** pri ostvarivanju minimalnog i maksimalnog pojačanja, dok je na donjem prikazana direkcionalnost **izlaza** pri ostvarivanju minimalnog i maksimalnog pojačanja.



Slika 12: Direkcionalnost, propusni opseg

Minimalna i maksimalna pojačanja su data redom:

Stacionarno stanje:

1. Minimalno pojačanje: $1.4 \cdot 10^{-6}$
2. Maksimalno pojačanje 38.67

Visoke učestanosti ($100 \cdot w_0$):

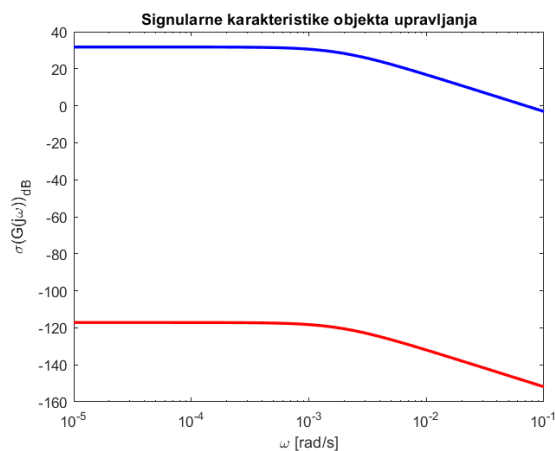
1. Minimalno pojačanje: 0.03
2. Maksimalno pojačanje 1.43

Propusni opseg:

1. Minimalno pojačanje: 2.51
2. Maksimalno pojačanje $1.97 \cdot 10^5$

Primećuju se značajno velike razlike između minimalnog i maksimalnog pojačanja u stacionarnom stanju i na učestanosti propusnog opsega.

Na slici 13 prikazane su gornja i donja singularna karakteristika objekta upravljanja, gde se potvrđuje veliko odstupanje između minimalnog i maksimalnog pojačanja objekta na celom propusnom opsegu.



Slika 13: Signularne karakteristike objekta upravljanja

2 Projektovanje sistema upravljanja

Nadalje, za projektovanje kontrolera korišćen je skaliran objekat upravljanja iz 1.7.

2.1 Performanse povratne sprege

Uspešnost projektovanog kontrolera ogleda se preko ponašanja celokupne povratne sprege.

Određivanje performansi povratne sprege moguće je pomoću singularnih karakteristika matrica funkcija prenosa osetljivosti $S(s)$ i komplementarne osetljivosti $T(s)$.

Proučavajući uticaj reference na sistem povratne sprege, $S(s)$ određuje njen prenos do greške praćenja reference, dok $T(s)$ određuje njen prenos do izlaza.

Osnovni zahtevi za praćenje reference, se mogu svesti:

$$(\forall \omega < \omega_0) \quad \bar{\sigma}(S(j\omega)) \ll 1 \quad \text{ i } \quad \bar{\sigma}(T(j\omega)) \approx 1$$

gde $\bar{\sigma}$ predstavlja gornju singularnu karakteristiku. Na taj način, u propusnom opsegu, prenos reference do greške praćenja iste je zanemarljiv, a prenos reference do izlaza je verodostojan.

Dodatnim zahtevima:

$$(\forall \omega < \omega_0) \quad \bar{\sigma}(S(j\omega)) \approx \underline{\sigma}(S(j\omega)) \quad \text{ i } \quad \bar{\sigma}(T(j\omega)) \approx \underline{\sigma}(T(j\omega))$$

omogućen je uniforman prenos reference u odnosu na njenu direkcionalnost.

Ograničavanje preskoka pri odzivu na promenu reference u vremenskom domenu, dobija se ograničavanjem vršnih vrednosti singularnih karakteristika $S(s)$ i $T(s)$:

$$M_S = \max_{\omega} \bar{\sigma}(S(j\omega)) \quad \text{ i } \quad M_T = \max_{\omega} \bar{\sigma}(T(j\omega))$$

Idealno, njihova vrednost bi trebalo da bude 1.

Preporuka je, ukoliko idealno nije ostvarivo, da $M_S \leq 1.2$, a M_T ima što manju vrednost.

$T(s)$, međutim, određuje i prenos šuma merenja do izlaza. Pretpostavljajući da je šum visokofrekvencijskog karaktera, potiskivanje njegovog dejstva na izlaz omogućeno je:

$$(\forall \omega > \omega_0) \quad \bar{\sigma}(T(j\omega)) \ll 1$$

Takođe, uvođenjem modela poremećaja, čime se ovaj rad nije bavio, moguće je uvesti specifikacije za odgovarajuće oblike singularnih karakteristika funkcija prenosa koje opisuju njegov uticaj na izlaz.

Sa druge strane, spregnutost sistema, kao i uopšte prenos reference kroz kanale sistema, moguće je odrediti vizuelnom inspekcijom odskočnog odziva MIMO sistema.

Nadalje, performanse projektovanih kontrolera biće ocenjivane u svetlu navedenih specifikacija.

2.2 Zanemarivanje sprežnih elemenata, decentralizovani kontroler

Analizom u 1.9 smo zaključili da raspolažemo spregnutim TITO sistemom i da je jedino smisleno uparivanje vandijagonalno. U ovom odeljku biće projektovan vandijagonalni decentralizovan kontroler ignorišući postojanje dijagonalnih kanala.

Za vandijagonalne kanale projektovani su SISO kontroleri na bazi inverzije dinamike sa željenim propusnim opsegom $w_{1desired} = 0.0017 \frac{rad}{s}$ dobijenim u 1.10.

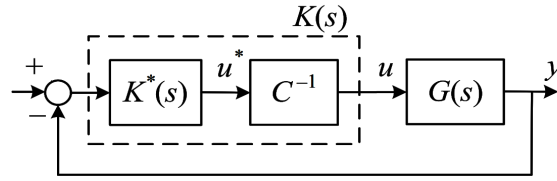
Tako dobijeni SISO kontroleri smešteni su u dijagonalni TITO kontroler. Dijagonalni kontroler je tada oblika:

$$K^* = \begin{bmatrix} \frac{0.80709(s+0.002)(s+0.001667)}{s(s+0.00181)} & 0 \\ 0 & \frac{0.95559(s+0.001667)}{s} \end{bmatrix}$$

Kako bi se projektovani kontroleri primenili na vandijagonalne elemente dijagonalni kontroler je potrebno pomnožiti sa inverzijom matrice uparivanja C:

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Blok dijagram zatvorene sprege rezultujućeg kontrolera i objekta upravljanja prikazan je na slici 14 ².

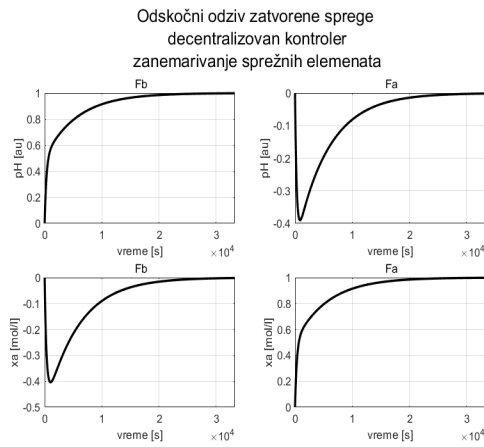


Slika 14: Zatvorena sprega decentralizovanog kontrolera i objekta upravljanja

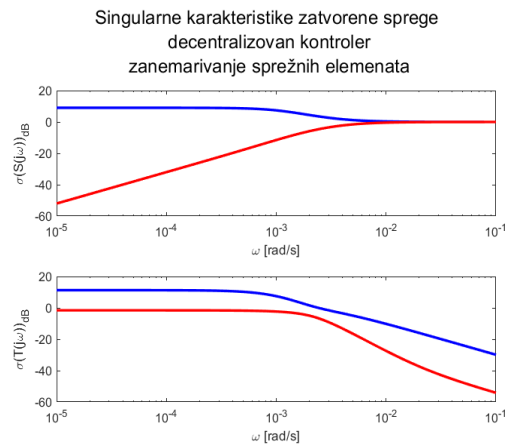
Tada $K(s)$ predstavlja rezultujući kontroler.

²Slika je preuzeta iz materijala za predavanje MSU profesora Aleksandra Rakića

Rezultat primene kontrolera prikazan je redom na slikama 15a i 15b, preko odskočnog odziva zatvorene sprege i singularnih karakteristika zatvorene sprege.



(a) Odskočni odziv zatvorene sprege



(b) Singularne karakteristike zatvorene sprege

Slika 15: Decentralizovan kontroler sa zanemarenim sprežnim elementima

Poželjeni odskočni odziv, zbog dijagonalizacije celokupne sprege, trebalo bi da ima nenulti odziv na dijagonalnim kanalima i nulti odziv na vandijagonalnim.

Sa grafika 15a se na dijagonalnim kanalima primećuje jedinično praćenje referentne vrednosti bez preskoka. Na vandijagonalnim kanalima nakon tranzijenta dolazi do smirivanja na nultoj vrednosti. Tranzijent nije zanemarljivih amplituda u odnosu na iznos stepa i zbog toga se može zaključiti da je sistem spregnut.

Sa grafika 15b primećuje se da je gornja singularna karakteristika funkcije osetljivosti veća od $0dB$ na niskim učestanostima, što nije poželjno. Takođe, gornja singularna karakteristika funkcije komplementarne osetljivosti nije bliska $0dB$ u niskofrekvencijskom opsegu. Osnovne specifikacije performanse nisu ispunjene, tako da nema smisla ulaziti u dodatne.

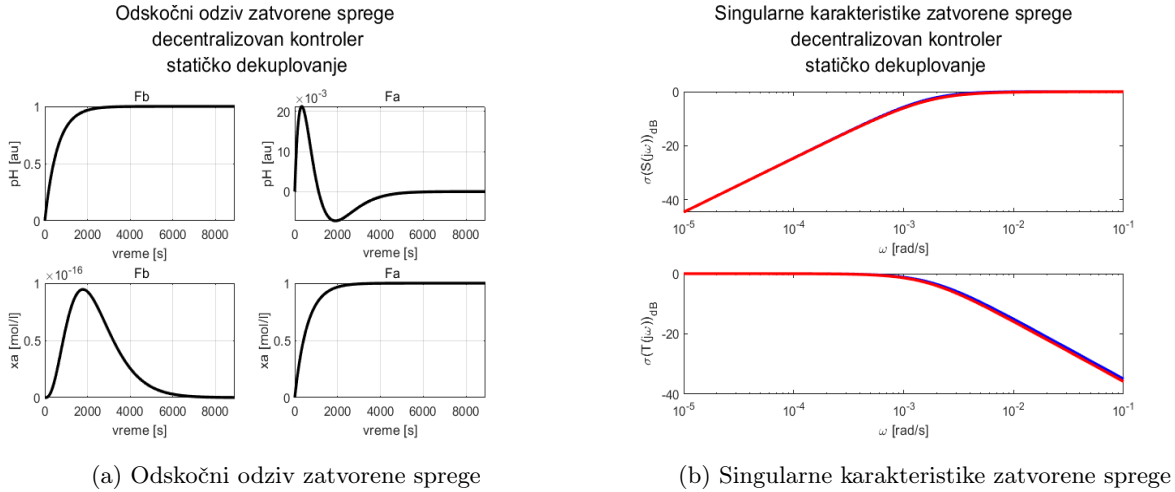
2.3 Dekupler ustaljenog stanja, decentralizovani kontroler

Dekupleri aktivno rasprežu kanale objekta upravljanja i obezbeđuju dijagonalnost.³ Statički dekupler invertuje dinamiku objekta upravljanja na $\omega = 0$.

Primenom dekuplera je oblika:

$$W_{d0} = \begin{bmatrix} 4.6690 & 4.8154 \\ 4.6690 & 3.8650 \end{bmatrix}$$

na objekat upravljanja dobija se objekat upravljanja koji na nultoj učestanosti ima dijagonalnu matricu. Na tako dekuplovanom objektu su za dijagonalne kanale projektovani SISO kontroleri na bazi inverzije dinamike i dalja primena je ekvivalentna onoj u 2.2. Rezultat je po istim kriterijumima prikazan redom na slikama 16a i 16b.



Slika 16: Decentralizovan kontroler sa statičkim dekuplovanjem

Dijagonalni kanali u odskočnom odzivu ostvaruju jedinično praćenje reference bez preskoka. Vandijagonalni kanali se nakon tranzijenta smiruju na nultoj vrednosti. Tranzijent je zanemarljive vrednosti amplitude u odnosu na vrednost stepa, tako da se može zaključiti da je sistem raspregnut.

Singularne karakteristike funkcije osetljivosti i komplementarne osetljivosti imaju iste vrednosti na celokupnom opsegu od interesa. Njihov oblik sugerise da će prenos reference do greške praćenja iste biti zanemarljiv, a prenos reference do izlaza verodostojan.

Niske vrednosti singularnih karakteristika $T(s)$ na visokim učestanostima sugerisu potiskivanje visokofrekventnog šuma.

³Efektivna uloga matrice uparivanja C

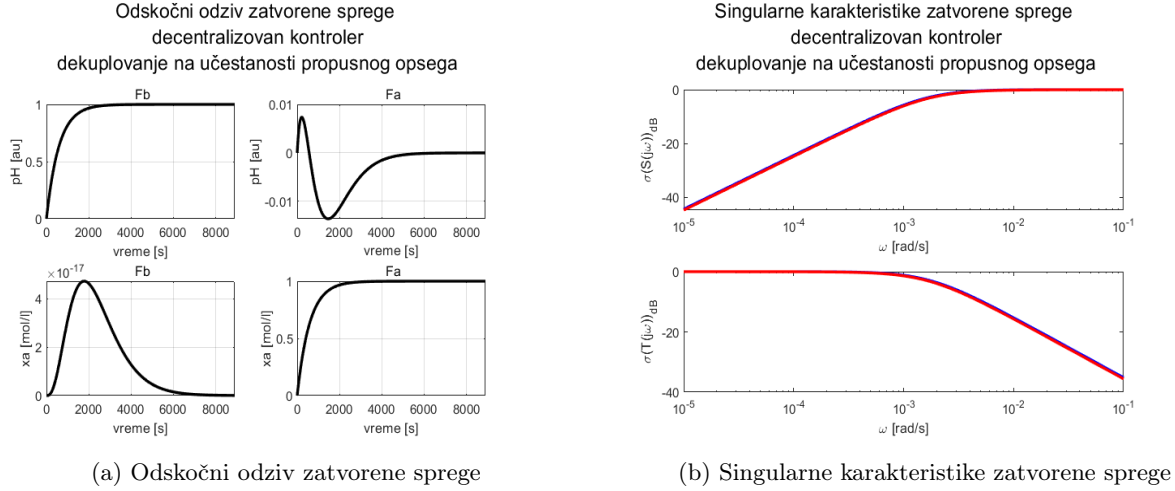
2.4 Dekupler na usvojenoj učestanosti propusnog opsega, decentralizovani kontroler

Dekupler na učestanosti propusnog opsega funkcioniše ekvivalentno statičkom, osim što se radi inverzija dinamike objekta na $\omega = \omega_{desired}$.

Inverzija dinamike je rađena pomoću funkcije *realinverse.m*, rezultujući deкупler je oblika:

$$W_{dw0} = \begin{bmatrix} 6.1278 & 6.5886 \\ 6.1278 & 5.2336 \end{bmatrix}$$

Rezultat rada kontrolera je prikazan redom na slikama 17a i 17b.



Slika 17: Decentralizovan kontroler sa deкупlovanjem na učestanosti propusnog opsega

Dijagonalni kanali jedinično i bez preskoka prenose referencu. Jedan vandijagonalni kanal ima nezanemarljiv tranzijent, ali se oba smiruju na nultoj vrednosti.

Singularne karakteristike, kao i zaključci o performansama na osnovu njih ekvivalentni su onima u 2.3.

2.5 H_∞ S/KS Mixed Sensitivity kontroler

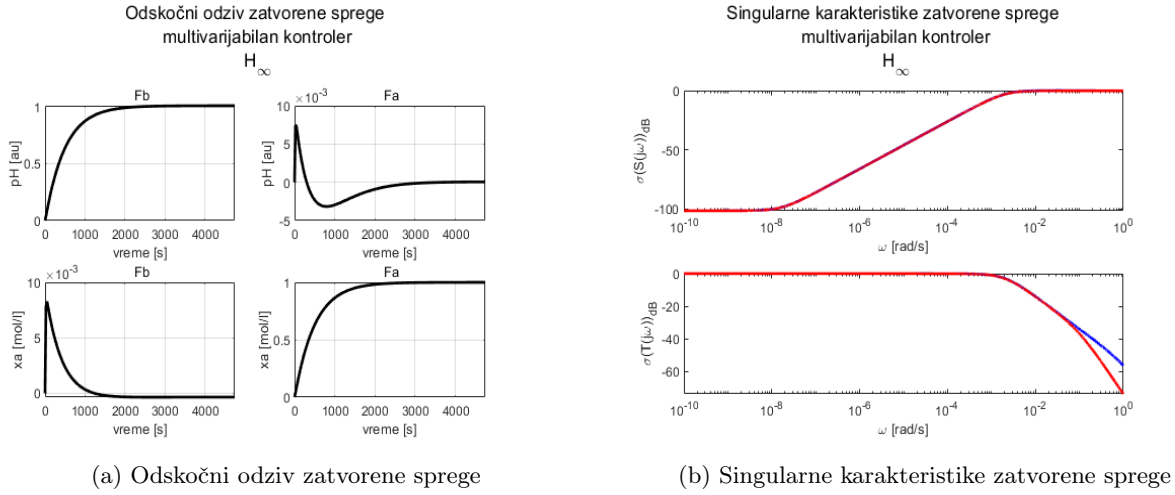
H_∞ metoda projektovanja omogućava projektovanje multivarijabilnog kontrolera koji se ne oslanja na decentralizovano upravljanje.

Projektovanje se vrši zadavanjem težinskih funkcija za funkciju osetljivosti i za upravljački napor, koje se ubacuju u algoritam za projektovanje kontrolera. Ako je H_∞ norma odgovarajućih funkcija pomnoženih sa njihovim težinskim funkcijama manja od 1, gotov kontroler je garantovano stabilan i garantovano zadovoljava tražene performanse.

Prilikom projektovanja, prvo je zadata težinska funkcija osetljivosti sa parametrima željenog propusnog opsega $\omega_0 = 0.0017 \frac{rad}{s}$, maksimalnog preskoka $M_{s_{wc}} = 1.2$ i maksimalnog pojačanja u oblasti niskih učestanosti $S_{0_{wc}} = -100dB$.

Težinska funkcija upravljačkog napora je ravna i ručno je prilagođavana za datu težinsku funkciju osetljivosti tako da upravljački napor bude što manji, a da H_∞ norma rezultujućeg kontrolera ostane ispod 1. Ustanovljeno je da je odgovarajuća vrednost 16.875 ručnim iterativnim postupkom polovljenja.

Rezultat se može videti na slikama 18a i 18b.



Slika 18: H_∞ S/KS Mixed Sensitivity kontroler

Ovaj kontroler bolje potiskuje tranzijente na vandijagonalnim kanalima od prethodnih, i ima nešto brži odziv. Primećujemo da dolazi do razdvajanja singularne karakteristike komplementarne osetljivosti na visokim učestanostima, međutim, to se dešava van propusnog opsega i ne bi trebalo značajno da utiče na performanse sistema upravljanja.

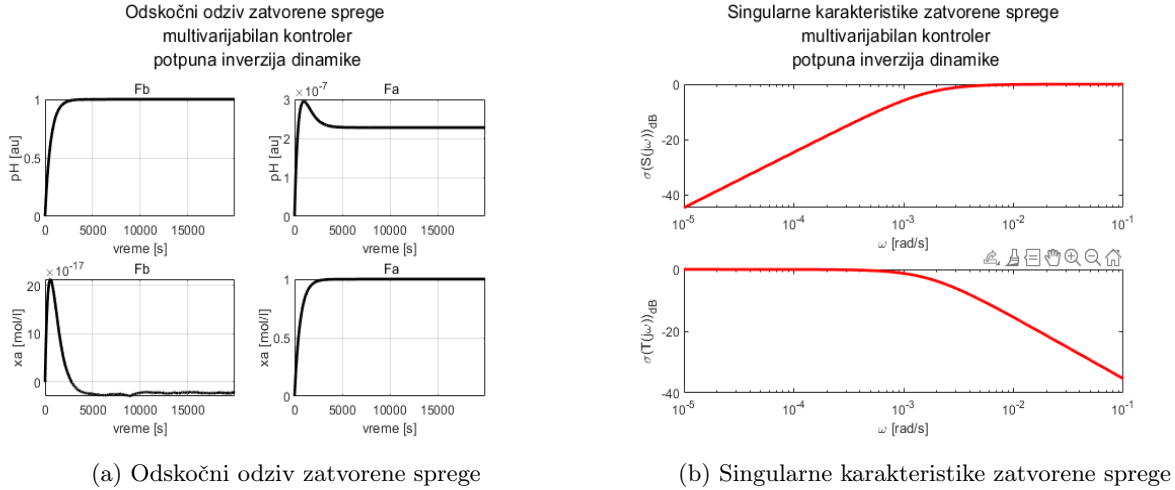
2.6 Kontroler sa potpunom inverzijom dinamike

Objekat upravljanja je stabilan i nema neminimalno faznu dinamiku. Zato je pogodan za potpunu inverziju dinamike, pri čemu ne moramo voditi računa ni o kakvim ograničenjima. Dekupler projektujemo prostom inverzijom matrice funkcija prenosa objekta upravljanja $W = G^{-1}$. Svaki kanal zatim kontroliramo dijagonalnim integralnim kontrolerom oblika

$$K = \frac{\omega_0}{s}, \quad \text{za } \omega_0 = 0.0017 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

Rezultujući kontroler $K_{fin} = W(s)K(s)$ je pravilan i nema potrebe dodavati filter za uspostavljanje pravilnosti.

Rezultat je prikazan na slikama 19a i 19b.



Slika 19: Kontroler sa potpunom inverzijom dinamike

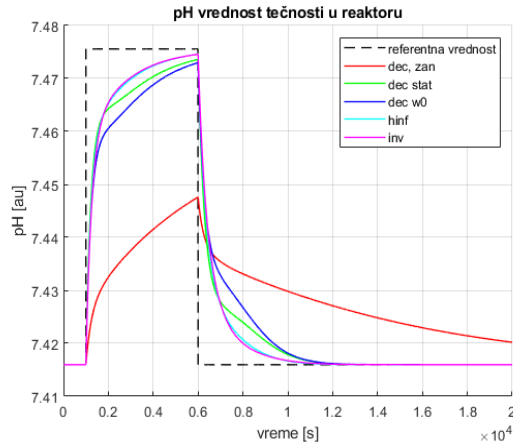
Kontroler sa inverzijom dinamike daje najbolje potiskivanje u vandijagonalnim kanalima i najbolje singularne karakteristike. Treba, međutim, imati u vidu da se invertuje dinamika linearizovanog sistema, i da će se u realnom radu na nelinearnom sistemu ovi rezultati razlikovati.

3 Komparativna analiza projektovanih sistema upravljanja

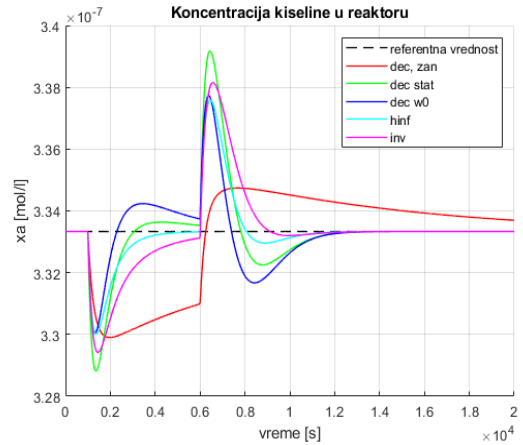
3.1 Komparativni grafici upravljanja i izlaza regulisanih sistema

3.1.1 Odziv na odskočnu promenu reference pH vrednosti

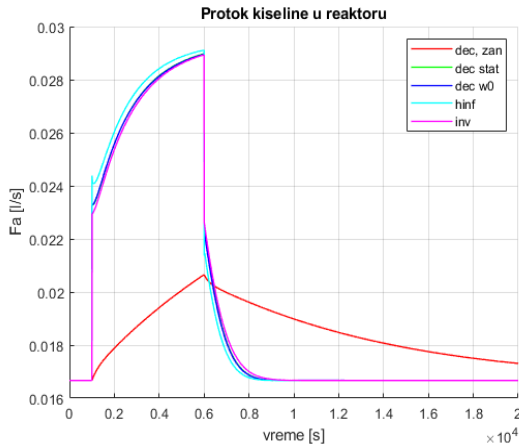
Odziv na odskočnu promenu reference pH vrednosti prikazan je na slikama 20a, 20b, 20c, i 20d.



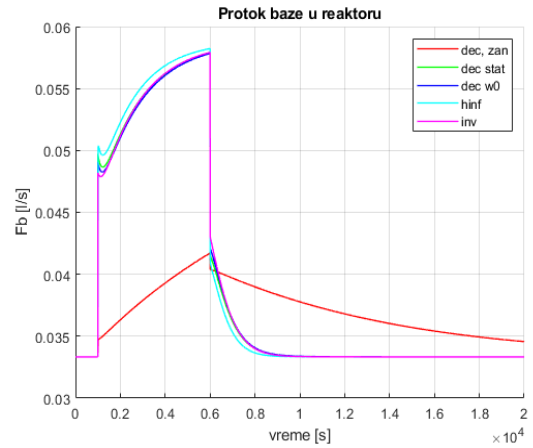
(a) pH vrednost mešavine u reaktoru



(b) Koncentracija kiseline u reaktoru



(c) Protok kiseline na ulazu u reaktor



(d) Protok baze na ulazu u reaktor

Slika 20: Odzivi izlaza i upravljanja na odskočnu promenu reference pH vrednosti

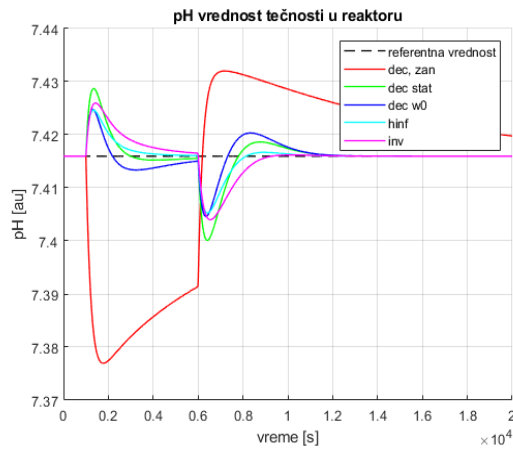
Uočavamo da najbrži i najverniji odziv na odgovarajućem kanalu daju H_∞ i kontroler sa inverzijom dinamike, zatim decentralizovani kontroleri sa statičkim dekuplerom i dekuplerom na učestanosti propusnog opsega. Decentralizovani kontroler sa zanemarivanjem sprege ne uspeva da isprati referencu jer je previše spor.

Što se tiče poremećaja na drugom kanalu usled sprege, najmanje je osetljiv H_∞ kontroler, koji uspeva da ga potisne za najmanje vreme.

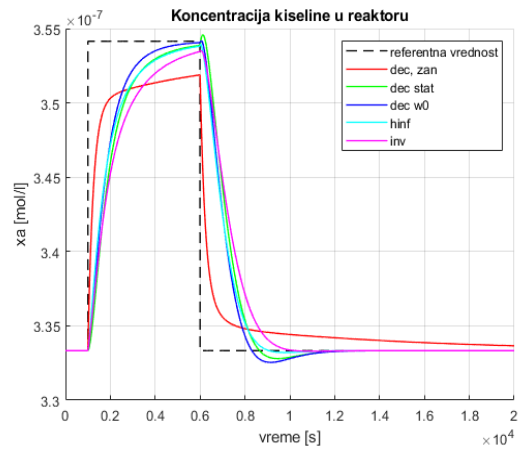
Što se tiče vrednosti signala upravljanja, H_∞ kontroler zadaje neznatno jače upravljanje, ali su svi kontroleri uporedivi, osim decentralizovanog sa zanemarivanjem.

3.1.2 Odziv na odskočnu promenu reference koncentracije kiseline

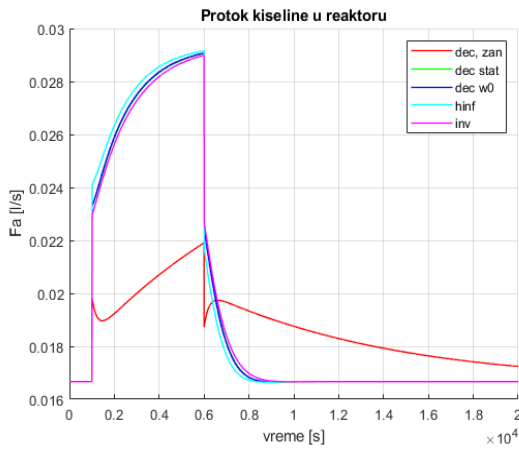
Odziv na odskočnu promenu reference koncentracije kiseline možemo videti na slikama 21a, 21b, 21c, i 21d.



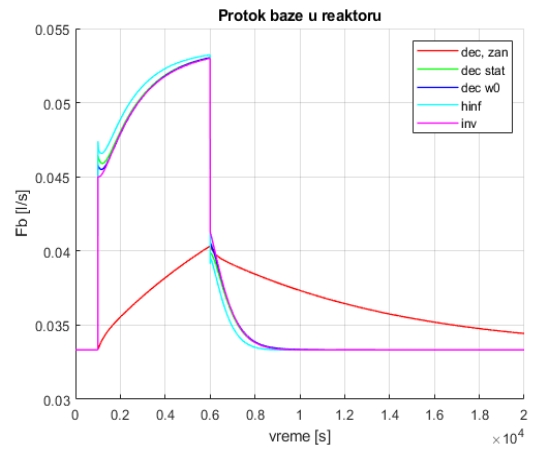
(a) pH vrednost mešavine u reaktoru



(b) Koncentracija kiseline u reaktoru



(c) Protok kiseline na ulazu u reaktor



(d) Protok baze na ulazu u reaktor

Slika 21: Odzivi izlaza i upravljanja na odskočnu promenu reference koncentracije kiseline

Primećujemo da najbrži odziv daje kontroler sa dekuplerom na učestanosti propusnog opsega, ali da on ima preskok kada se ukine referenca.

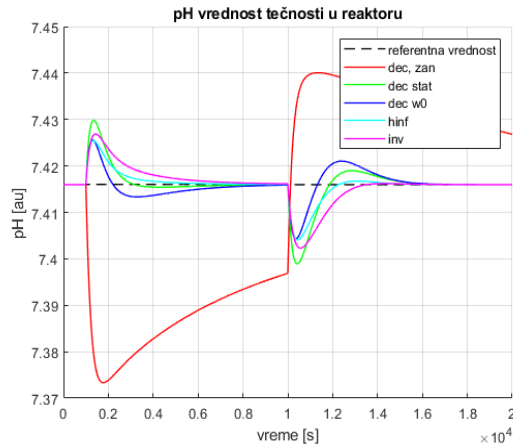
Kontroleri bez tog preskoka su H_∞ i kontroler sa potpunom inverzijom dinamike, od kojih je H_∞ za nijansu brži. Decentralizovan kontroler sa zanemarivanjem spregnutosti i dalje daje najmanje performanse.

Što se tiče potiskivanja poremećaja na drugom kanalu usled spregnutosti, H_∞ kontroler i dalje daje najbolje performanse, po cenu nešto jačeg upravljanja.

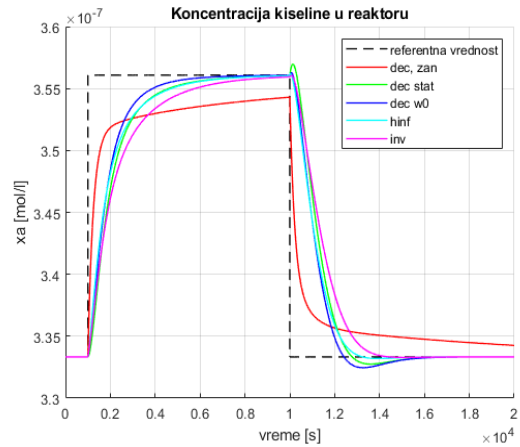
3.1.3 Odziv na referencu u smeru minimalnog pojačanja na učestanosti propusnog opsega

Kako ne bi došlo do pomeranja reference drugog izlaza daleko van radnog režima oko kojeg je vršena linearizacija, u ovom slučaju prva komponenta reference je smanjena 1000 puta. Na taj način je postignuta odgovarajuća direkcionalnost izlaza u okolini radne tačke.

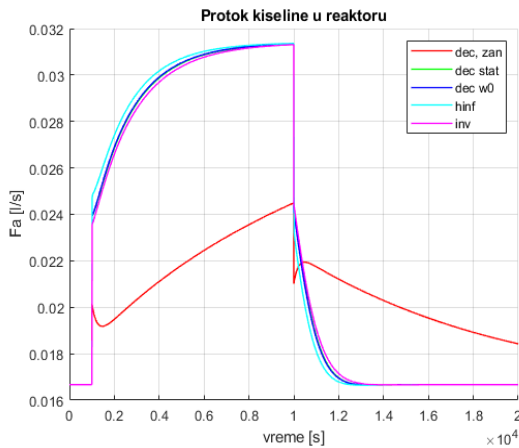
Rezultat je prikazan redom na slikama 22a, 22b, 22c i 22d.



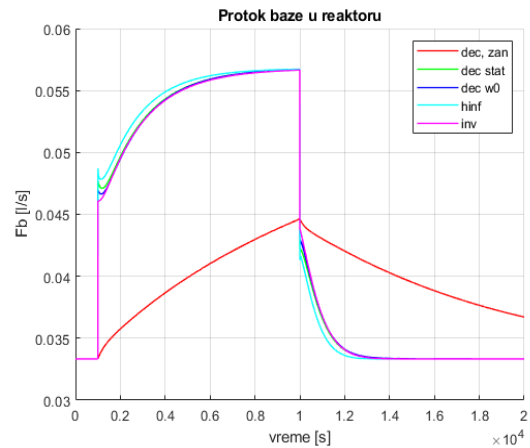
(a) pH vrednost mešavine u reaktoru



(b) Koncentracija kiseline u reaktoru



(c) Protok kiseline na ulazu u reaktor



(d) Protok baze na ulazu u reaktor

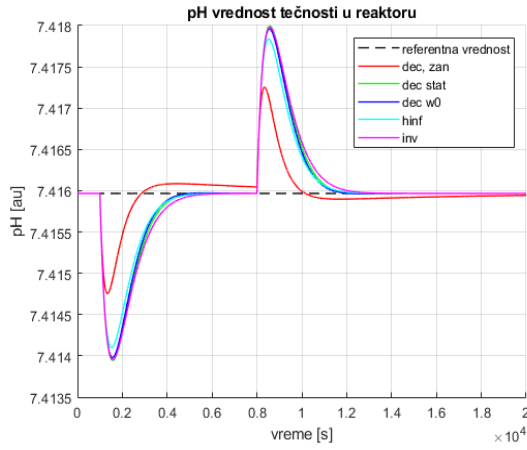
Slika 22: Odzivi izlaza i upravljanja na odskočni poremećaj reference sa direkcionalnošću minimalnog pojačanja

Promena reference koncentracije kiseline uzrokuje kod svih kontrolera preskok izlaza koji predstavlja pH vrednost koji je daleko veći od reference.

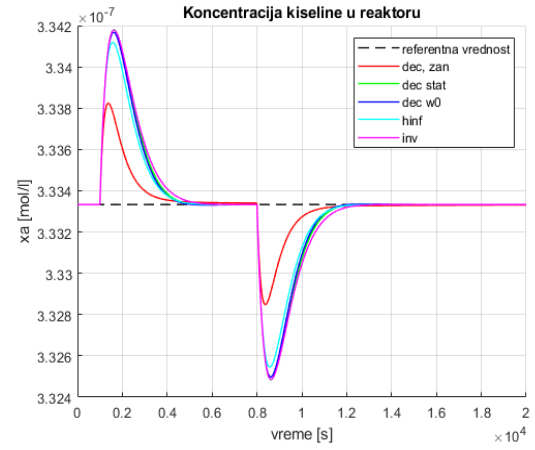
Svi kontroleri osim decentralizovanog kontrolera sa zanemarivanjem uspevaju da potisnu poremećaj, pri čemu najbolje performanse ima H_{∞} kontroler.

3.1.4 Odziv sa poremećajem na prvom upravljačkom kanalu

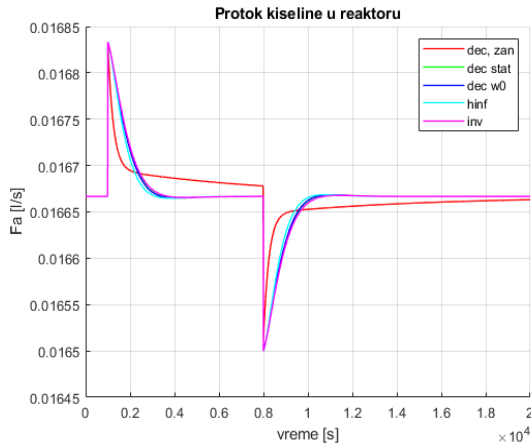
Sa grafika 23a, 23b, 23c i 23d možemo zaključiti da je H_∞ kontroler najmanje osetljiv na poremećaj prvog upravljačkog kanala, a kontroler sa potpunom inverzijom dinamike najosetljiviji.



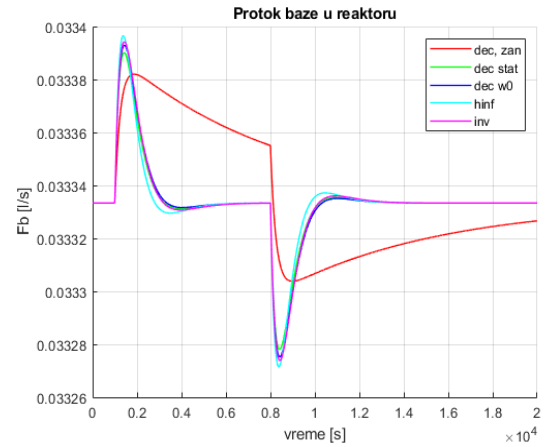
(a) pH vrednost mešavine u reaktoru



(b) Koncentracija kiseline u reaktoru



(c) Protok kiseline na ulazu u reaktor

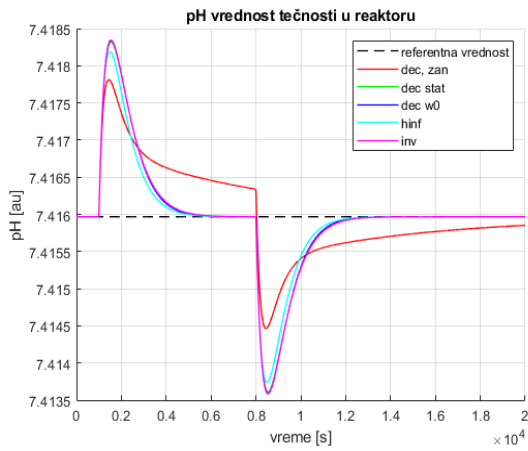


(d) Protok baze na ulazu u reaktor

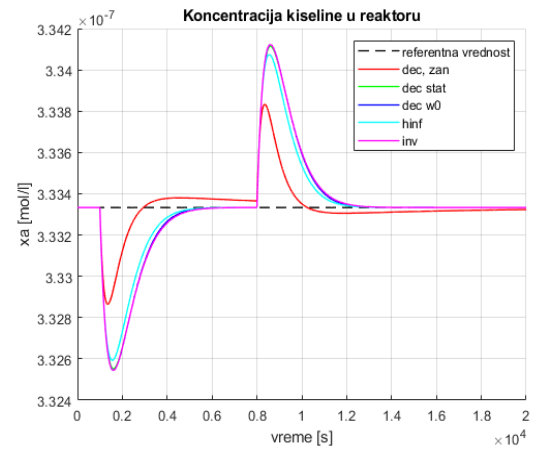
Slika 23: Odzivi izlaza i upravljanja na odskočni poremećaj prvog upravljačkog kanala u iznosu od 1% ravnotežnog upravljanja

3.1.5 Odziv sa poremećajem na drugom upravljačkom kanalu

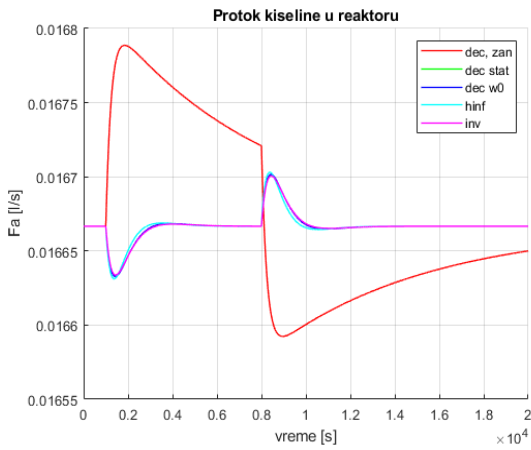
Sa grafika 24a, 24b, 24c i 24d zaključujemo da je ponašanje kontrolera isto kao i u prethodnoj tački.



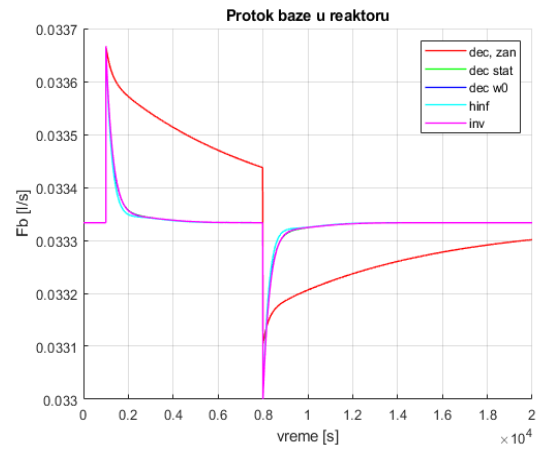
(a) pH vrednost mešavine u reaktoru



(b) Koncentracija kiseline u reaktoru



(c) Protok kiseline na ulazu u reaktor



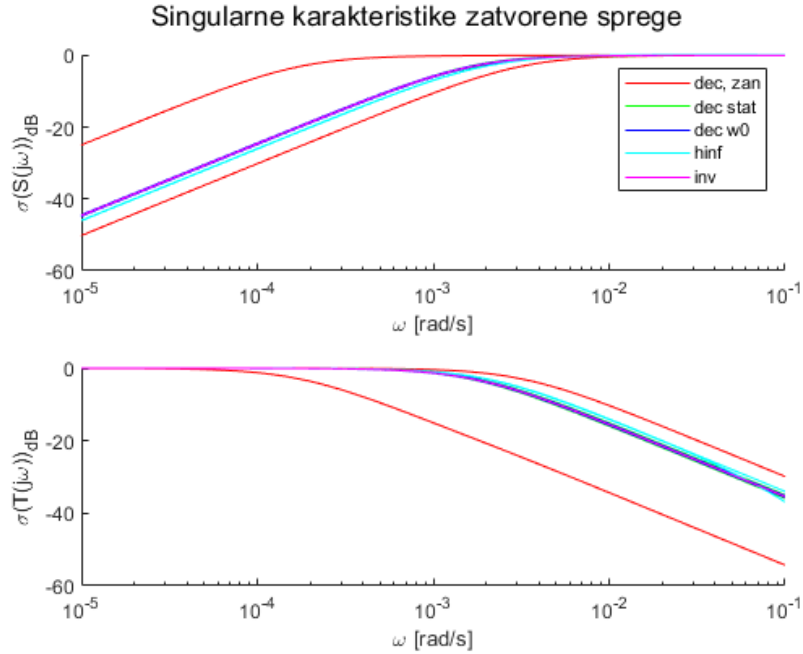
(d) Protok baze na ulazu u reaktor

Slika 24: Odzivi izlaza i upravljanja na odskočni poremećaj drugog upravljačkog kanala u iznosu od 1% ravnotežnog upravljanja

3.2 Komparativni prikaz frekvencijskih pokazatelja performansi

3.2.1 Komparativni dijagrami singularnih karakteristika matrica funkcija osetljivosti i komplementarne osetljivosti

Na slici 25 su prikazane singularne karakteristike svih projektovanih kontrolera.



Slika 25: Singularne karakteristike osetljivosti i komplementarne osetljivosti svih projektovanih kontrolera

Jasno možemo videti veliku razliku između gornjih i donjih singularnih karakteristika decentralizovanog kontrolera bez dekuplovanja, dok su kod ostalih kontrolera te dve karakteristike mnogo bliže.

3.2.2 Propusni opseg regulisanih sistema, maksimum osetljivosti i maksimum komplementarne osetljivosti

U tabeli 2 nalazi se uporedni prikaz indikatora performansi svih kontrolera.

	Dec. kontroler	Dec. kontroler statički	Dec. kontroler ω_0	H_∞ kontroler	Inverzija dinamike
ω_0	1.0000e-05	0.0016	0.0017	0.0020	0.0017
M_S	2.8299	1.0012	1.0003	1.0166	0.9999
M_T	3.6647	1.0000	1.0002	1.0000	1.0000

Tabela 2: Indikatori performansi različitih kontrolera

Ostvareni propusni opseg nije zadovoljavajući kod decentralizovanog kontrolera. Kod ostalih kontrolera je ili približan $\omega_{desired}$ ili veći.

Vršne vrednosti kod decentralizovanog kontrolera daleko prevazilaze preporučene. Ostali kontroleri ostvaruju više nego zadovoljavajuće vršne vrednosti singularnih karakteristika.

4 Zaključak

Razmatran je sistem sa visokim stepenom nelinearnosti i spregnutosti između različitih ulaznih i izlaznih kanala. Najjednostavniji kontroler, koji zanemaruje spregnutost, nije uspeo da ispuni projektne zahteve ni na koj način. Svi ostali kontroleri, koji uzimaju u obzir spregnutost između kanala, uspevaju da zadovolje tražene performanse na zadovoljavajuć način, pri čemu kao najbolji možemo izdvojiti H_∞ S/KS Mixed Sensitivity kontroler, koji ima najbolji odziv i najbrže potiskuje poremećaje u većini situacija. Iako bi smo možda očekivali bolje performanse od kontrolera sa potpunom inverzijom dinamike, prilikom prelaska na nelinearni sistem inverzija više nije savršena i njegove performanse su nešto lošije, ali i dalje zadovoljavajuće, u rang H_∞ kontrolera u praćenju reference ali sa većom osetljivošću na poremećaje.

Literatura

- [1] Ethar H.K. Alkamil, Seaar Al-Dabooni, Ahmed K. Abbas, Ralph Flori, and Donald C. Wunsch. Learning from experience: An automatic ph neutralization system using hybrid fuzzy system and neural network. *Procedia Computer Science*, 140:206–215, 2018. Cyber Physical Systems and Deep Learning Chicago, Illinois November 5-7, 2018.
- [2] J. Barraud, Y. Creff, and N. Petit. ph control of a fed batch reactor with precipitation. *Journal of Process Control*, 19(5):888–895, 2009.
- [3] Audun Faanes and Sigurd Skogestad. ph neutralization: Integrated process and control design. *Computers & Chemical Engineering*, 28(8):1475–1487, 2004.
- [4] Dr. Petchinathan Govindan, Valarmathi K, D. Devaraj, and T. Radhakrishnan. Local linear model tree and neuro-fuzzy system for modelling and control of an experimental ph neutralization process. *Brazilian Journal of Chemical Engineering*, 31:483–495, 04 2014.
- [5] T Jose, R. Antony, and Stephanie Isaac. ph neutralization in cstr using modelreference neural network and fuzzy logic adaptive controlling schemes. *International Journal of Advancements in Research & Technology*, 2013.
- [6] Raynitchka Tzoneva Julius Ngonga Muga and Senthil Krishnamurthy. Design, implementation, and real time simulation of a controller based decoupled cstr mimo closed loop system. *International Journal of Electrical Engineering & Technology (IJEET)*, 2016.
- [7] T. J. McAvoy, E. Hsu, and S. Lowenthal. Dynamics of ph in controlled stirred tank reactor. *Industrial & Engineering Chemistry Process Design and Development*, 11(1):68–70, 1972.
- [8] J. Nie, A.P. Loh, and C.C. Hang. Fuzzy modeling of nonlinear ph processes through neural approach. In *Proceedings of 1994 IEEE 3rd International Fuzzy Systems Conference*, pages 1224–1229 vol.2, 1994.
- [9] Jose Rodriguez and Kenneth Loparo. Modeling and identification of ph processes. *Proceedings of the American Control Conference*, 6:5483 – 5488 vol.6, 01 2004.