

ELEKTROTEHNIČKI FAKULTET U BEOGRADU

NELINEARNI SISTEMI UPRAVLJANJA 2

13E054NS2

---

**Integralni projektni zadatak:  
Kontinualni fermentor (bioreaktor)**

---

*Autor:*  
Ana-Marija Ćeranić 215/2018

Maj 2022

# Sadržaj

<b>1</b>	<b>Uvod</b>	<b>2</b>
<b>2</b>	<b>Analiza sistema</b>	<b>2</b>
2.1	Modelovanje procesa fermentacije . . . . .	2
2.2	Okvir za projektovanje kontrolera za proces fermentacije . . . . .	3
2.3	Optimalna radna tačka . . . . .	4
2.4	Ograničenje upravljanja . . . . .	5
2.5	Izvor poremećaja u sistemu . . . . .	6
2.6	Ispitivanje robusnosti modela na promenu parametra . . . . .	7
2.7	Uključivanje šuma merenja izlazne veličine . . . . .	8
2.8	Kriterijumi performansi projektovanih kontrolera . . . . .	9
<b>3</b>	<b>Projektovanje linearne kontrole</b>	<b>10</b>
3.1	Nominalni sistem . . . . .	11
3.2	Nominalni sistem, šum merenja . . . . .	12
3.3	Ispitivanje robusnosti . . . . .	14
<b>4</b>	<b>Kontrola na bazi feedback linearizacije</b>	<b>16</b>
4.1	Relativni red sistema . . . . .	16
4.2	Ispitivanje unutrašnje dinamike sistema . . . . .	17
4.3	Feedback linearizacija sistema . . . . .	18
4.4	Nominalni sistem . . . . .	19
4.5	Nominalni sistem, šum merenja . . . . .	20
4.6	Ispitivanje robusnosti . . . . .	22
<b>5</b>	<b>Klizno upravljanje</b>	<b>23</b>
5.1	Nominalni sistem . . . . .	24
5.2	Nominalni sistem, šum merenja . . . . .	25
5.3	Ispitivanje robusnosti . . . . .	27
<b>6</b>	<b>Klizno upravljanje sa graničnim slojem</b>	<b>29</b>
6.1	Nominalni sistem . . . . .	29
6.2	Nominalni sistem, šum merenja . . . . .	31
6.3	Ispitivanje robusnosti . . . . .	32
<b>7</b>	<b>Fuzzy upravljanje</b>	<b>34</b>
7.1	Nominalni sistem . . . . .	36
7.2	Nominalni sistem, šum merenja . . . . .	37
7.3	Ispitivanje robusnosti . . . . .	39
<b>8</b>	<b>Komparativna analiza metoda upravljanja</b>	<b>41</b>
8.1	Nominalni sistem . . . . .	41
8.2	Nominalni sistem, šum merenja . . . . .	42
8.3	Ispitivanje robusnosti . . . . .	44

# 1 Uvod

Bioreaktor je zatvoren sud koji služi za izvođenje biohemijskih reakcija, a fermentor je vrsta biorektora koja služi za izvođenje fermentacije, ali se termini uglavnom koriste naizmenično. Bioreaktori imaju široku pri-menu, od tretiranja otpadnih voda do fermentacije alkohola. Fermentacija se proces u kome biomasa (ćelije) konzumira supstrat (šećer, otpadne hemikalije) i proizvodi više ćelija. [1]

Zbog široke primene, postoji motivacija za razumevanje dinamike bioreaktora i projektovanje kontrolnih sistema za proces fermentacije.

## 2 Analiza sistema

### 2.1 Modelovanje procesa fermentacije

Proces fermentacije, zanemarujući uticaj poremećaja, modelovan je jednačinama 1, 2, 3 i 4.

$$\dot{X}(t) = \mu(S(t))X(t) - \frac{X(t)F(t)}{V} \quad (1)$$

$$\dot{S}(t) = -\frac{\mu(S(t))X(t)}{Y} + \frac{(S_F - S(t))F(t)}{V} \quad (2)$$

$$\mu(S(t)) = \mu_{max} \frac{S(t)}{K_2 S^2(t) + S(t) + K_1} \quad (3)$$

$$y = S(t) \quad (4)$$

Prve dve jednačine su posledica zakona održanja mase, redom, biomase i supstrata. Treća jednačina modeluje stopu rasta biomase kinetičkim modelom<sup>1</sup> koji uzima u obzir inhibiciju supstrata. Drugi uobičajen način za modelovanje stope rasta je Monodov model. [1].

Parametri koji opisuju celokupan model su dati u tabeli 1.

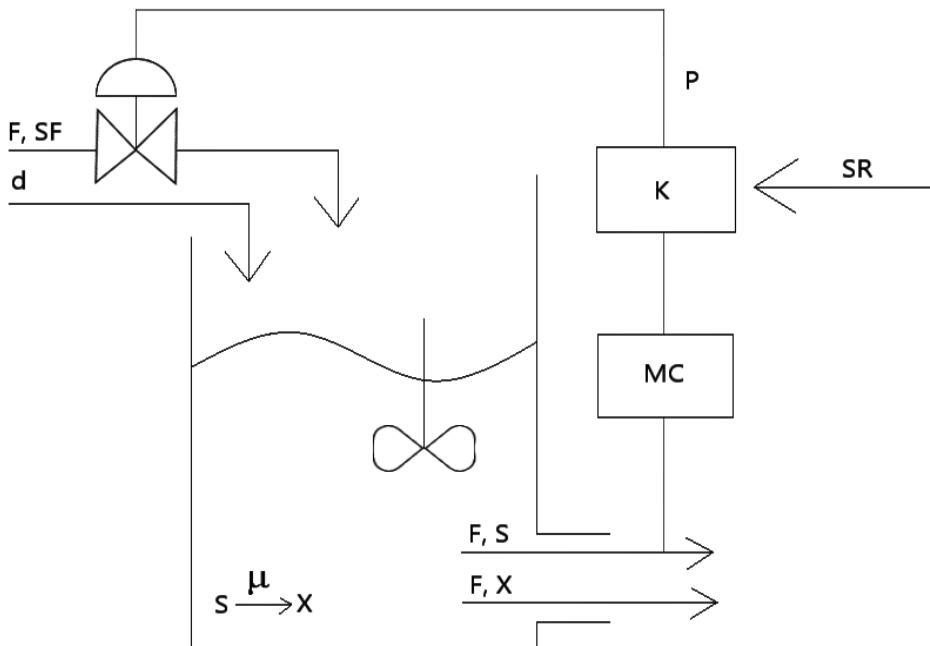
Simbol	Značenje	Vrednost i Jedinica
X	koncentracija biomase	g/l
S	koncentracija supstrata	g/l
F	zapreminska protok kroz reaktor	l/h
$\mu$	specifična stopa rasta	
V	zapremina reaktora	4 l
$S_F$	koncentracija supstrata koji se dovodi u reaktor	10 g/l
Y	koeficijent prinosa	0.5
$\mu_{max}$	maksimalna specifična stopa rasta	1 l/h
$K_1$	parametar saturacije	0.03 g/l
$K_2$	parametar inhibicije	0.5 l/g

Tabela 1: Parametri koji opisuju model procesa kontinualne fermentacije

<sup>1</sup>Kinetički model u hemiji predstavlja matematički model koji opisuje stopu transformacije reaktansa (u ovom slučaju supstrata) u produkt (u ovom slučaju biomasu).

## 2.2 Okvir za projektovanje kontrolera za proces fermentacije

Blok dijagram sistema kontrole procesa fermentacije prikazan je na slici 1



Slika 1: Blok dijagram sistema

Gde  $d$  predstavlja eksterni poremećaj, MC merač koncentracije, K kontroler, SR referentnu vrednost za koncentraciju susprata i  $P$  pritisak.

Pritisak je srazmeran razlici referentne i izmerene vrednosti koncentracije, služi za upravljanje ventilom i na taj način kontrolu dotoka supstrata u reaktor. U ovom radu, od interesa je prost bioreaktor, kontinualni fermentor, sa savršenim mešanjem. Pri ulasku reagensa u reaktor reagens se trenutno i uniformno meša. Kao posledica toga, ono što je u reaktoru je ono što uzimamo na izlazu.

Analiza procesa fermentacije sa ciljem projektovanog odgovarajućeg kontrolera može se razložiti na sledeće stavke:

- Cilj kontrolera:** Obezbedi da radna tačka procesa bude bliska optimalnoj. U slučaju koji se razmatra optimalna radna tačka je ona u kojoj je maksimalna produktivnost biomase,  $(XF)_{max}$ . Detaljnija analiza data je u 2.3
- Ulagne varijable procesa** se dele na one na koje imamo uticaja i na one na koje nemamo uticaja. U procesu od interesa ulazna varijabla kojom je moguće manipulisati je zapremski protok kroz reaktor  $F$ . Ulazna varijabla na koju nemamo uticaja je sve ono što smatramo poremećajem koji deluje na sistem,  $d$ , nemodelirana dinamika i eksterni poremećaji. Podrobnija analiza uticaja poremećaja na sistem sprovedena je u 2.5.
- Izlazne varijable procesa** se dele na one koje merimo i na one koje ne merimo. Mereni izlaz u slučaju od interesa je koncentracija supstrata  $S$ , dok je izlaz koji ne merimo, koncentracija biomase  $X$ .
- Ograničenja procesa** se dele na fizički zadana i na ona usvojena zbog specifikacija performansi. Fizički zadano (tvrdo) ograničenje upravljanja postavlja ventil koji se koristi za manipulaciju zapremskog protoka kroz reaktor. On ima dva krajnja položaja koja određuju minimalni i maksimalni protok kroz reaktor.

Specifikacijom zadano ograničenje upravljanja jeste ukoliko ne dozvoljavamo opseg vrednosti upravljanja koje dovode sistem u neželjenu radnu tačku. Više o tome biće razmatrano u 2.4.

5. **Operacione karakteristike:** Proces fermentacije moguće je izvoditi kontinualno (eng. *continuous process*). U reaktor se tada konstantno dovode i odvode supstance. On se izvodi relativno dug period vremena u relativno konstantim uslovima od početka do završetka. Kontinualni procesi u industriji prerade nafte traju po 18 meseci. [1].

Šaržni proces (eng. *batch process*) je proces koji se ne odvija kontinualno. Na početku se dovodi se potrebna količina supstanci i variraju se uslovi (temperatura, pritisak) kako bi nastao željeni poizvod. Tek po nastanku proizvoda, isti se odvodi iz reaktora. Proces karakterišu dinamični radni uslovi i izvodi se relativno kratko, u uslovima koji variraju tokom vremena. Šaržni procesi se uglavnom izvode pri fermentaciji piva i vina. [1]

Polu-šaržni procesi (eng. *semi-batch* ili *fed batch*) su po karakteristikama između dva gore navedena. Po započinjanju procesa unutar reaktora se dovodi inicijalna količina supstanci, ali se u toku procesa dodaje ista.

Proces fermentacije koji se analizira u ovom radu izvodi se kontinualno.

### 2.3 Optimalna radna tačka

Optimalna radna tačka sistema je ona u kojoj je maksimalna proizvodnja biomase  $(FX)_{max}$ .

Ravnotežno stanje sistema  $\dot{X}(t) = 0$ ,  $\dot{S}(t) = 0$

po uslovom

$$\frac{d(X(t)F(t))}{dS} = \frac{df(S)}{dS} = 0$$

daje optimalne vrednosti koncentracija biomase i supstrata i zapreminskog protoka, redom:

$$S_e = 0.2187 \text{ g/l}$$

$$X_e = 4.8907 \text{ g/l}$$

$$F_e = 3.2089 \text{ l/h}$$

Lokalna stabilnost ravnotežnog stanja ispitana je indirektnom metodom Ljapunova. Linearizovan model u okolini ravnotežnog stanja je tada:

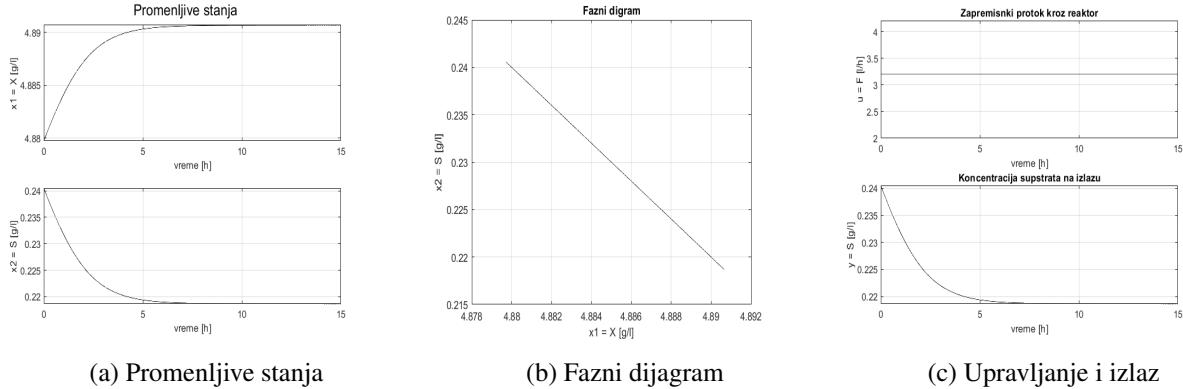
$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0.4011 \\ -1.6045 & -1.6045 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} -1.2227 \\ 2.4453 \end{bmatrix} \quad C = [0 \quad 1] \quad D = 0$$

Karakteristične vrednosti matrice A su realne, negativne i jednake  $\lambda_1 = \lambda_2 = -0.8022$ .

Svođenjem sistema na minimalnu realizaciju dolazi do efektivnog gubitka jednog stanja.

Karakteristična vrednost ima negativan realni deo, po indirektnoj metodi Ljapunova to ravnotežno stanje je lokalno asimptotski stabilno.

Tranzijent prelaska nominalnog sistema, definisanog parametrima u tabeli 1, ka nominalnom režimu rada prikazan je preko grafika promenljivih stanja, kretanja promenljivih stanja u faznoj ravni ( $x_1$ ,  $x_2$ ), upravljanja i izlaza, redom na slikama 2a, 2b i 2c.



Slika 2: Tranzijent prelaska sistema iz početnog u ravnotežno stanje

Simulacije takođe ukazuju na lokalnu asimptotsku privlačnost ravnotežnog stanja.

Dominantna vremenska konstanta sistema  $T_d$  procenjena sa grafika na slici 2c, kao vremenski trenutak od početka simulacije kada je  $S = 0.63 S_{end}$ , iznosi 1.7740 h.

Propusni opseg sistema je tada:

$$\omega_0 = \frac{1}{T_d} = 0.5637 \frac{\text{rad}}{\text{h}}$$

## 2.4 Ograničenje upravljanja

Upravljački signal u sistemu predstavlja zapreminske protok kroz reaktor  $F$ . Zbog smera u kojem se proces odvija,  $F \geq 0$ . Gornje ograničenje zapreminskom protoku nameće krajnji otvoreni položaj ventila.

Sa druge strane, strožije gornje ograničenje upravljanju određuje drugo, trivijalno ravnotežno stanje (eng. *wash out steady state*) [3].

$$S_{trivial} = S_F$$

$$X_{trivial} = 0 \text{ g/l}$$

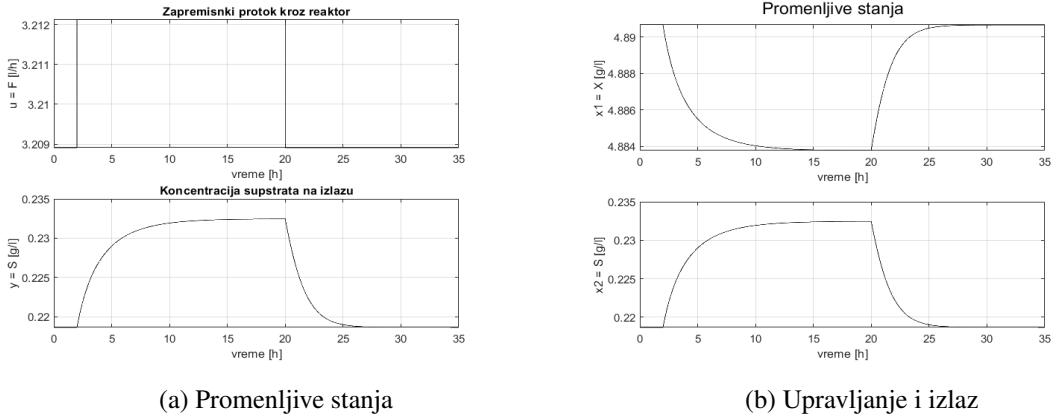
$$F_{trivial} = 0.6663 \text{ l/h}$$

To je neželjena radna tačka, jer tada nema proizvedene biomase i sva koncentracija supstrata koja se dovodi u reaktor jednaka je onoj na izlazu.

Simulacijama je zaključeno da upravljanje mora biti u opsegu  $[0, 1.001F_e]^2$  kako sistem ne bi završio u trivijalnom ravnotežnom stanju.

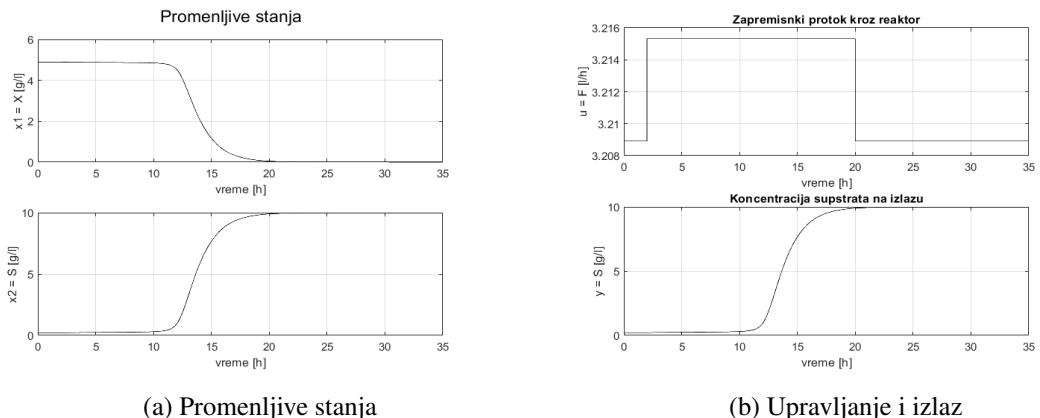
<sup>2</sup>Donja granica nije promenjena, pošto smanjivanjem zapreminskog protoka, za koncentraciju supstrata efektivno važi:  $S << S_F$

Na slikama 3a i 3b prikazane su redom, promenljive stanja, upravljanje i izlaz za eksperimentalno određenu maksimalnu vrednost upravljanja.



Slika 3: Ograničenje upravljanja, gornja granica upravljanja

Ponašanje sistema van gornjeg limita upravljanja prikazano je na slikama 4a i 4b.



Slika 4: Ograničenje upravljanja, prekoračenje gornje granice upravljanja

Ograničenjem upravljanja ograničen je i opseg ostalih promenljivih stanja unutar sistema. Koncentracija supstrata, izlaz sistema, je tada u opsegu  $[0, 0.2325]$  g/l, to jest, postoji gornja granica nadalje,  $S_{limit}$ .

## 2.5 Izvor poremećaja u sistemu

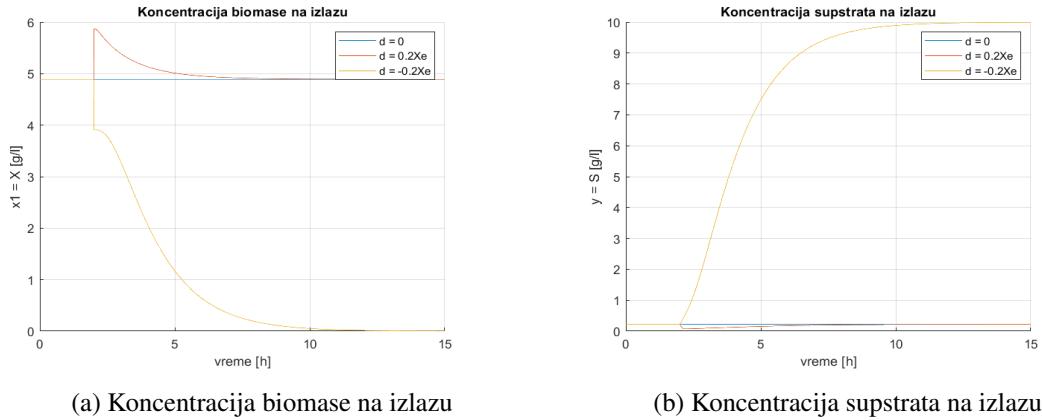
Uzimanje u obzir poremećaja, moguće je modifikacijom jednačine 1 i dobijanjem jednačine 5 [4].

$$\dot{X}(t) = \mu(S(t))X(t) - \frac{X(t)F(t)}{V} + d(t) \quad (5)$$

gde  $d$  predstavlja složeni poremećaj. On može biti rezultat nemodelirane dinamike, pošto se većina bioprosesa ne može egzaktno predstaviti matematičkim modelom [2]. Takođe, usled uticaja eksternih poremećaja, može doći do promene koncentracije biomase.

Očekivano je da je amplituda poremećaja manja od nominalne vrednosti koncentracije biomase. Usvojeno je da je amplituda poremećaja  $\pm 20\%$  nominalne vrednosti koncentracije biomase.

Na slikama 5a i 5b prikazan je odziv sistema za  $d = \pm 0.2 Xe$ .



Slika 5: Delovanje poremećaja na sistem

Na negativan step poremećaja sistem teži drugom ravnotežnom stanju.

Za pozitivan step poremećaja sistem se vraća u nominalni režim rada sa propusnim opsegom  $w_{od} = 0.4157 \frac{rad}{h}$ .

## 2.6 Ispitivanje robusnosti modela na promenu parametra

Čest problem kod modela koji opisuju fermentaciju je to što je parametre modela teško izmeriti i što se isti menjaju vremenom [2].

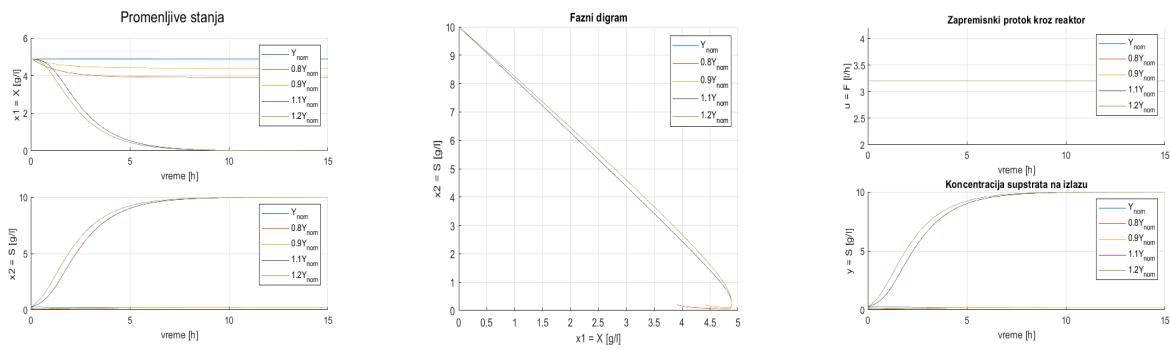
Zbog toga ima smisla ispitati robusnost modela na promenu vrednosti parametara.

Ispitivanje je rađeno na parametru koeficijenta prinosa  $Y$  u opsegu  $\pm 20\%$  nominalne vrednosti parametra date u tabeli 1.

Tranzijent prelaska sistema sa vrednostima parametra

$$Y = \{0.8, 0.9, 1.1, 1.2\} \cdot Y_{nom}$$

pod istim uslovima kao u 2.3 prikazan je redom na slikama 6a, 6b i 6c.

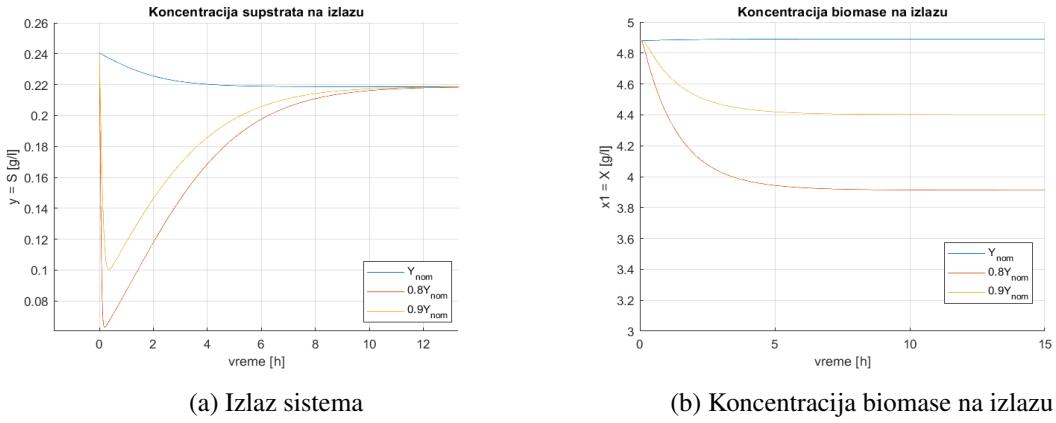


Slika 6: Ispitivanje robusnosti: tranzijent prelaska sistema iz početnog u ravnotežno stanje

Iz simulacija se zaključuje da je sistem robusniji na smanjivanje parametra  $Y$  nego što je za povećavanje istog. Za povećavanje parametra  $Y$  sistem teži da uđe u drugo ravnotežno stanje kada nema proizvodnje biomase.

Uporednu vrednost propusnog opsega ima smisla proceniti samo za  $Y = 0.8 Y_{nom}$  i  $Y = 0.9 Y_{nom}$ ,  $w_{0.8} = 0.3723 \frac{rad}{h}$ ,  $w_{0.9} = 0.5967 \frac{rad}{h}$

Na slikama 7a i 7b prikazane su koncentracija susprata i biomase na izlazu za te promene parametra  $Y$ .



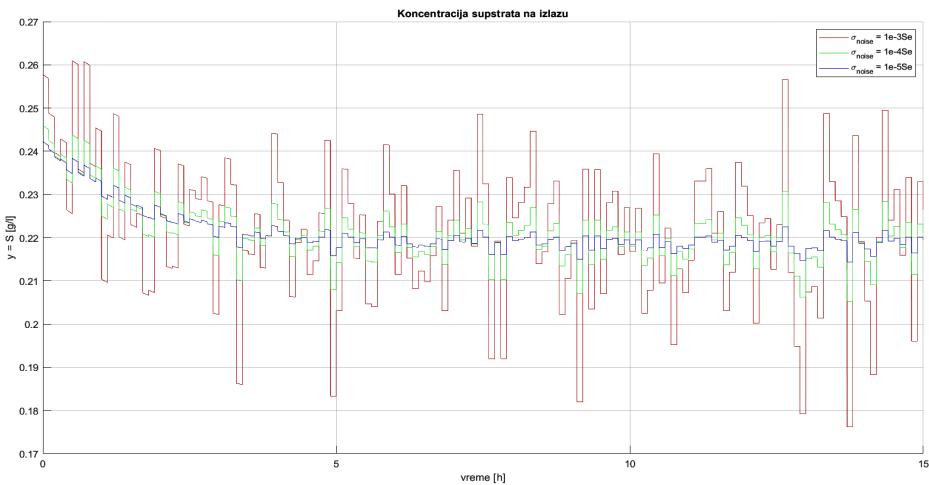
Slika 7: Robusnost sistema na smanjivanje parametra  $Y$

Primećuje se smanjivanje koncentracije biomase na izlazu, smanjivanjem  $Y$ .

To je očekivano jer je  $Y = \frac{dX}{dS}$ , gde je  $dX$  masa novih ćelija biomase, a  $dS$  masa konzumiranog susprata.

## 2.7 Uključivanje šuma merenja izlazne veličine

Uzimanje u obzir šuma merenja izlaza doprinosi realističnjem razmatranju kontrole procesa. Rađena je simulacija pod istim uslovima kao u 2.3, za standardnu devijaciju šuma u vrednosti od  $0.001S_e$ ,  $0.0001S_e$  i  $0.00001S_e$ . Na slici 8 je prikazana vremenska zavisnost izlaza sistema. Šum merenja ne utiče na ostale promenljive u sistemu, pošto je simulacija rađena za sistem u otvorenoj sprezi.



Slika 8: Izlaz sistema, uzimanje u obzir šum merenja

## 2.8 Kriterijumi performansi projektovanih kontrolera

U narednim sekcijama biće projektovan linearni kontroler, kontroler na bazi feedback linearizacije, kliznog upravljanja i fuzzy kontroler. Performanse svakog od njih biće ispitivana na ekvivalentan način definisan u ovoj sekciji.

Eksperimenti koji se izvode:

1. **Tranzijent iz početnog stanja:** Prelazak sistema iz početnog stanja  $S = S_{limit}$  i  $X = f(S)$ , u nominalno  $S = S_e$  i  $X = X_e$ .
2. **Step reference:** Primjenjena pozitivna i negativna step promena reference (koncentracije supstrata) u vrednosti  $S_{step} = S_{limit} - S_e$  u okolini ravnotežnog stanja  $S = S_e$ .
3. **Step poremećaja:** Primjenjen step poremećaja koncentracije biomase u vrednosti od  $d = 0.2 X_e$

Sva tri eksperimenta se izvode za:

1. **Nominalni sistem:** Sistem definisan parametrima u tabeli 1.
2. **Nominalni sistem, šum merenja:** Nominalni sistem sa šumom merenja na izlazu standardne devijacije 0.00001  $S_e$ .
3. **Ispitivanje robusnosti:** Sistem sa izmenjenim vrednostima koeficijenta prinosa:  
$$Y = \{0.8, 0.9, 1.1, 1.2\} \cdot Y_{nom}$$

Rezultati eksperimenata biće prikazani preko vremenskih zavisnosti promenljivih stanja, faznog dijagrama i vremenskih zavisnosti upravljanja i izlaza.

### 3 Projektovanje linearne kontrole

Sistem linearizovan oko ravnotežnog stanja u prostoru stanja je opisan matricama  $A$ ,  $B$ ,  $C$  i  $D$  iz 2.3. Funkcija prenosa linearizovanog sistema je oblika:

$$G(s) = \frac{2.4453}{s + 0.8022}$$

Za tako određen linearizovan sistem projektovan je PI kontroler.

Za projektovanje kontrolera uzet je obzir propusni opseg sistema  $w_{desired} = w_0 = 0.5637 \frac{rad}{h}$  određen u 2.3.

Koeficijenti proporcionalnog i integralnog dejstva određeni su zahtevanjem da funkcija prenosa  $G(s)K(s)$  ima propusni opseg  $w_{desired}$  i pretek faze od  $F_{pf} = 90^\circ$ .

Koeficijent diferecijalnog delovanja je naknadno određivan eksperimentalno. Međutim, njegovo dodavanje nije značajno poboljšalo odziv sistema, a doprinelo je daleko većoj osetljivosti na šum merenja, tako da je u krajnjem kontroleru njegovo dejstvo izuzeto.

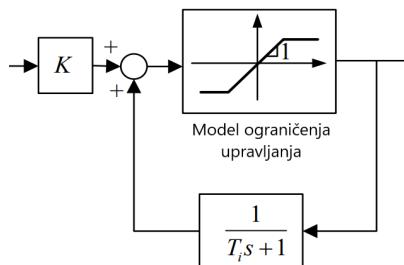
Paralelni PI kontroler je tada oblika:

$$K_{PI}(s) = 0.3531 \left( 1 + \frac{1}{3.2967s} \right)$$

Koeficijenti koji ga opisuju su tada redom:  $K = 0.3531$ ,  $T_i = 3.2967$ .

Zbog integratorskog delovanja kontrolera i ograničenog upravljanja ima smisla uvesti šemu protiv navijanja integratora (eng. *anti-windup*). To je postignuto automatskim resetom integralnog dejstva.

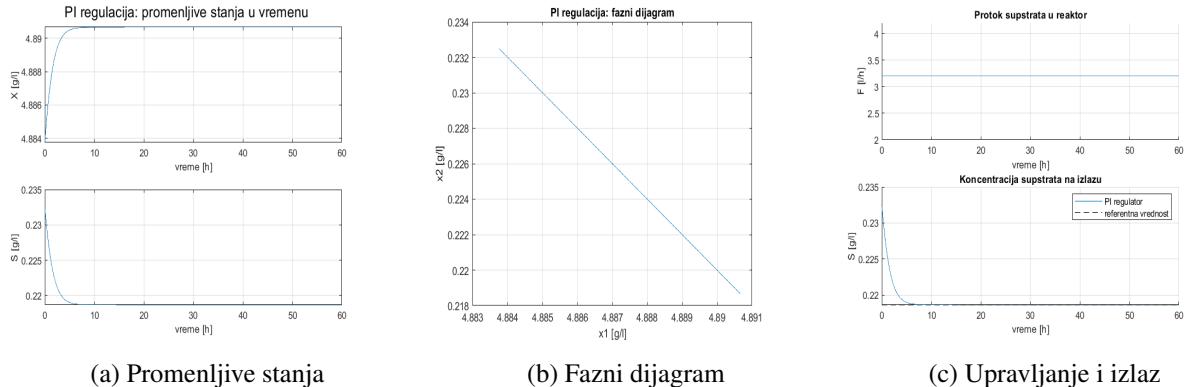
Šema protiv navijanja integratora na bazi automatskog reseta integratorskog delovanja prikaza je na slici 9, gde su  $K$  i  $T_i$  ranije određeni, a ograničenje upravljanja, određeno u 2.4, modelovano je elementom saturacije.



Slika 9: šema protiv navijanja integratora

### 3.1 Nominalni sistem

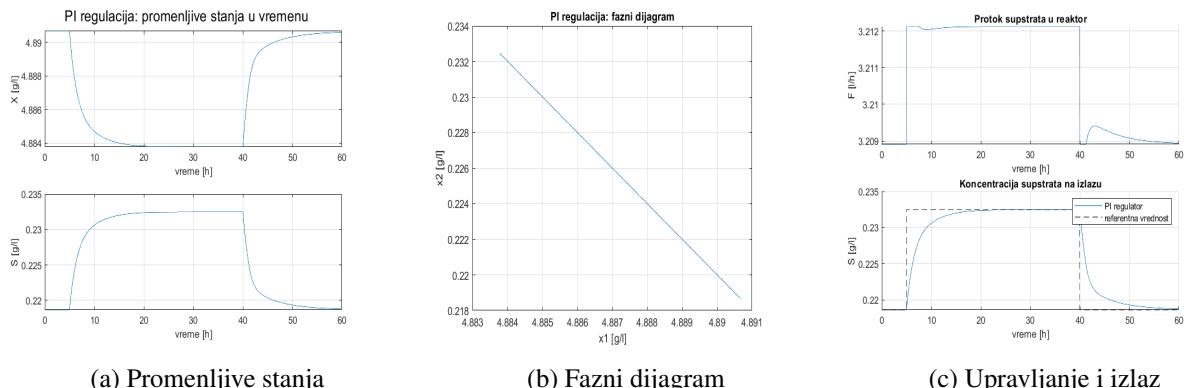
Tranzijent iz početnog stanja:



Slika 10: Tranzijent prelaska iz početnog stanja, PI kontroler

Propusni opseg regulacije, procenjen preko odziva sistema na slici 10c je  $0.3403 \frac{\text{rad}}{\text{h}}$ .

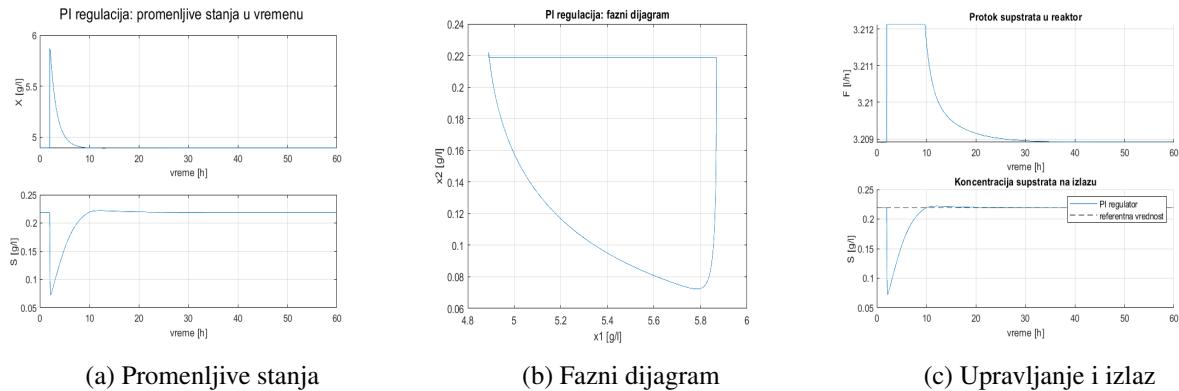
Step reference:



Slika 11: Step reference, PI kontroler

Sistem dostiže referencu bez greške stacionarnog stanja i bez preskoka. Propusni opseg regulacije je  $0.6188 \frac{\text{rad}}{\text{h}}$ . Očekivano, za  $S = S_{\text{limit}}$  i upravljanje ulazi u gornji limit.

Step poremećaja:

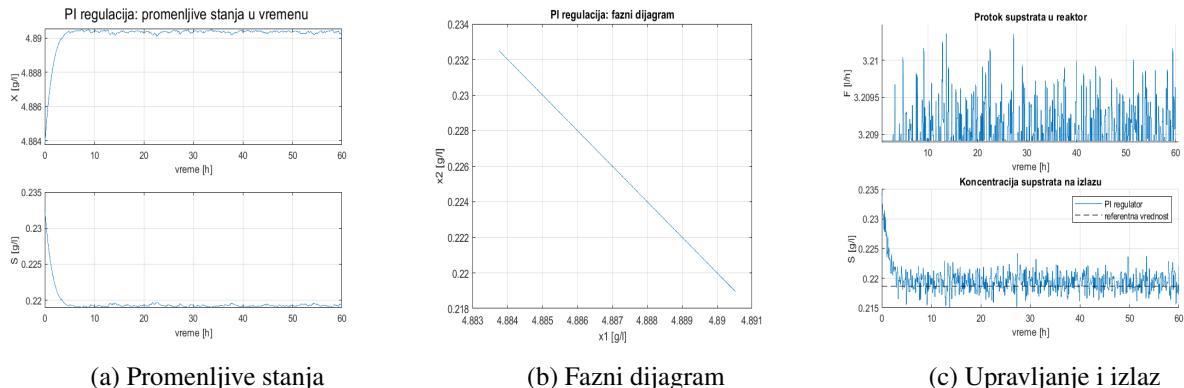


Slika 12: Step poremećaja, PI kontroler

Sistem uspešno otklanja dejstvo poremećaja. Propusni opseg regulacije je  $0.2906 \frac{rad}{h}$ .

### 3.2 Nominalni sistem, šum merenja

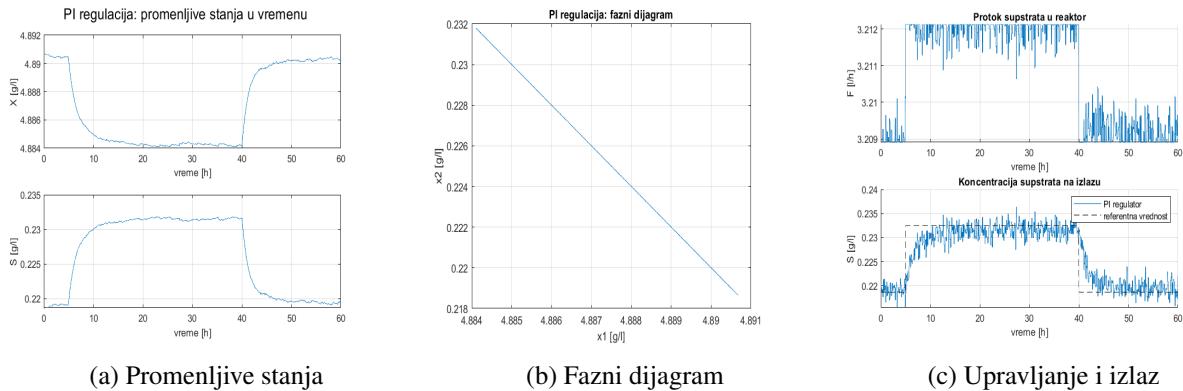
Propusni opsezi regulacije nisu navedeni zbog nedovoljno tačne procene usled prisustva šuma.  
Tranzijent iz početnog stanja:



Slika 13: Tranzijent prelaska iz početnog stanja, PI kontroler, šum merenja

Primećuje se uticaj šuma merenja na upravljanje, ali je daleko manje nego kada je uključeno diferencijalno dejstvo kontrolera. Sistem se nakon tranzijenta smiruje u željenom ravnotežnom stanju.

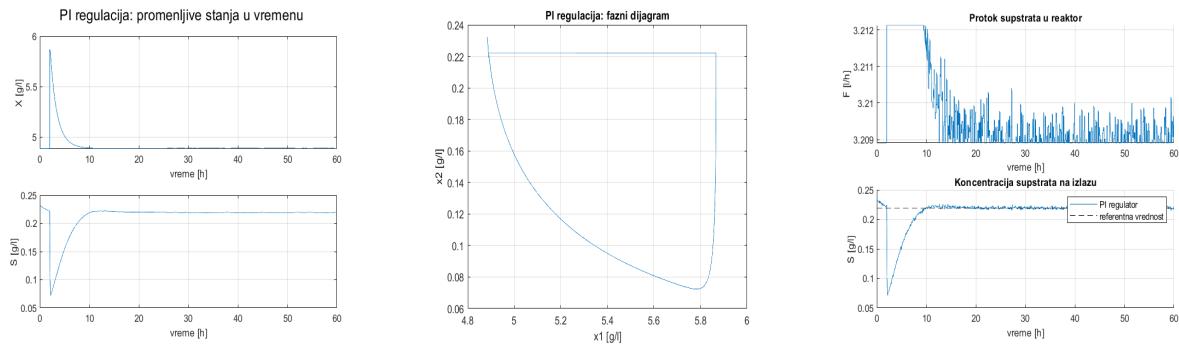
Step reference:



Slika 14: Step reference, PI kontroler, šum merenja

Primećuje se uspešno praćenje zadate reference, uz uticaj šuma merenja na upravljanje.

Step poremećaja:

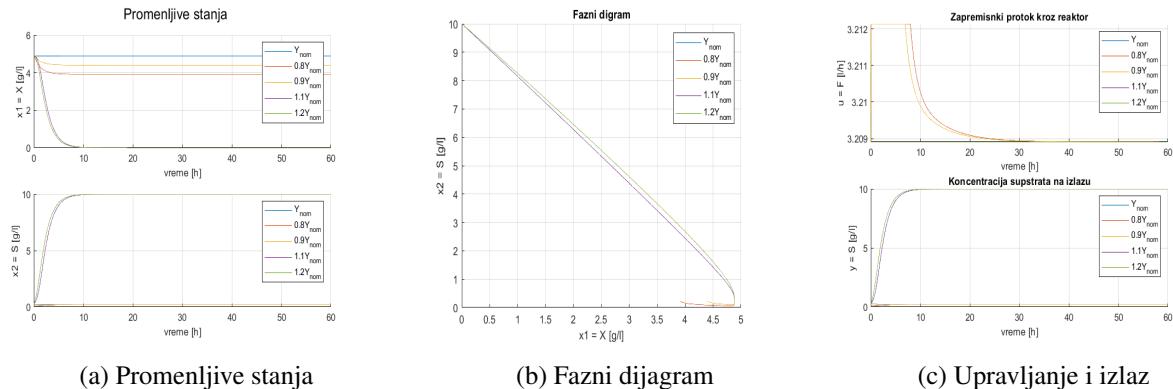


Slika 15: Step poremećeja, PI kontroler, šum merenja

Uz uticaj šuma merenja na upravljanje, primećuje se uspešno otklanjanje uticaja poremećaja.

### 3.3 Ispitivanje robusnosti

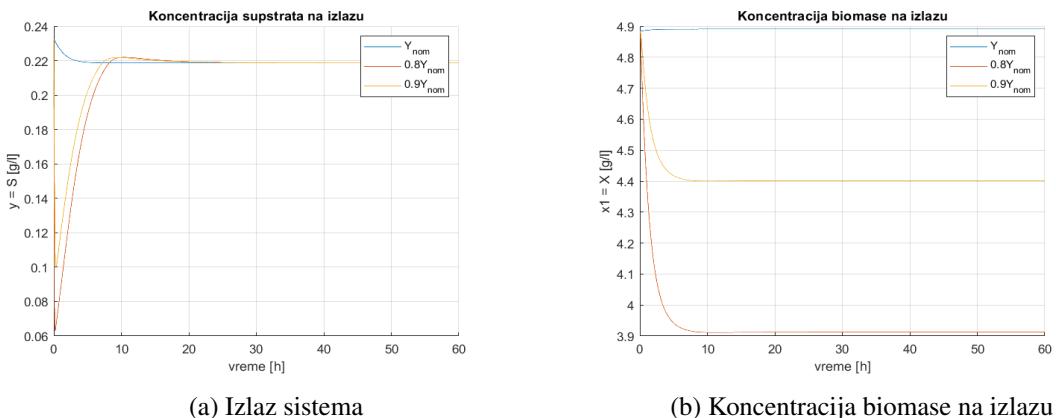
Tranzijent iz početnog stanja:



Slika 16: Tranzijent iz početnog stanja, PI kontroler, ispitivanje robusnosti

Kao i u 2.6 sistem zatvorene sprege nije robustan na povećavanje parametra  $Y$ , i tada završava u drugo neželjeno ravnotežno stanje.

Sistem je robustan na smanjivanje parametra  $Y$ . Koncentracija susustrata i biomase za smanjivanje  $Y$  dati su redom na slikama 17a i 17b.

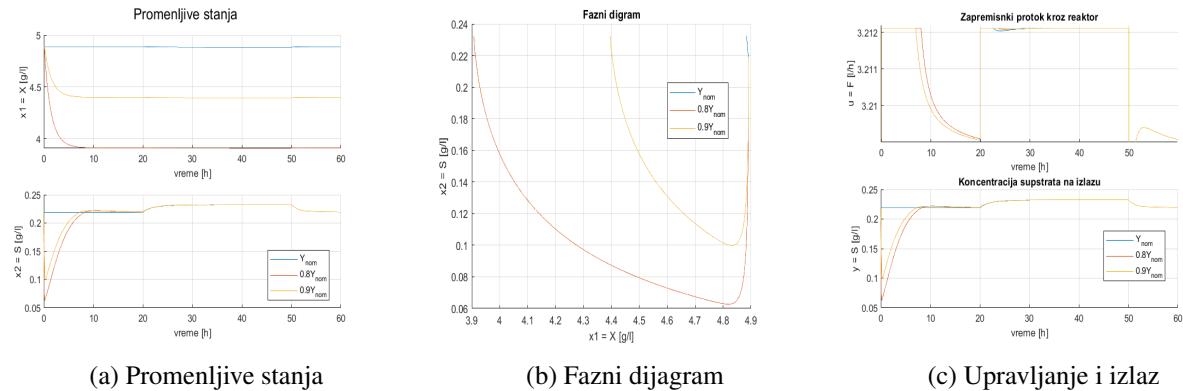


Slika 17: Robusnost sistema zatvorene sprege na smanjivanje parametra  $Y$

Sa grafika se zaključuje da sistem prati referentnu vrednost supstrata ali sa smanjenom koncentracijom biomase. Propusni opsezi regulacije su redom:  $w_{0.8} = 0.3778 \frac{\text{rad}}{\text{h}}$ ,  $w_{0.9} = 0.6109 \frac{\text{rad}}{\text{h}}$

Zbog nemogućnosti sistema zatvorene sprege da održi rad u nominalnom režimu, nadalje, rezultati će biti prikazivani za smanjivanje parametra  $Y$ .

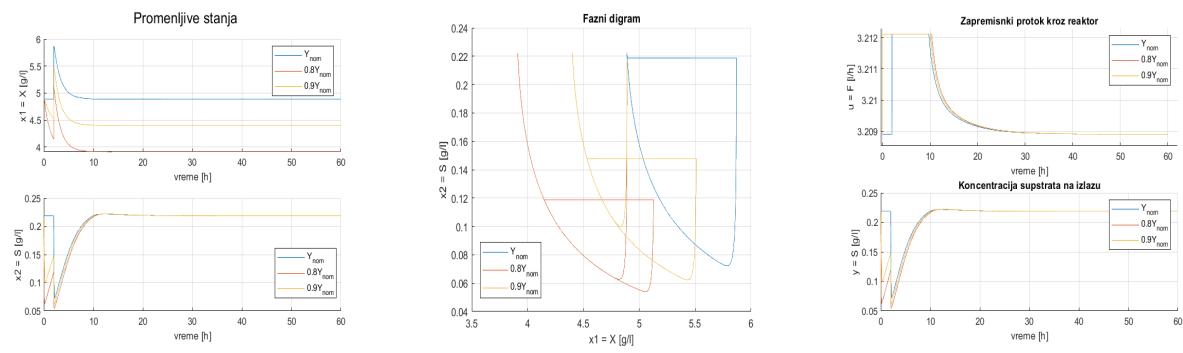
Step reference:



Slika 18: Step reference, PI kontroler, ispitivanje robusnosti

Sa grafika se zaključuje da osim početnog tranzijenta sistem je u stanju da prati zadati step reference. Propusni opsezi regulacije su redom:  $w_{0.8} = 0.3772 \frac{rad}{h}$ ,  $w_{0.9} = 0.6093 \frac{rad}{h}$

Step poremećaja:



Slika 19: Step poremećaja, PI kontroler, ispitivanje robusnosti

Primećuje se uspešno otklanjanje uticaja poremećaja.

Propusni opsezi regulacije su redom:  $w_{0.8} = 0.2051 \frac{rad}{h}$ ,  $w_{0.9} = 0.2164 \frac{rad}{h}$

## 4 Kontrola na bazi feedback linearizacije

U ovoj sekciji za sistem definisan preko jednačina 1, 2, 3 i 4 biće projektovana nelinearna kontrola na bazi feedback linearizacije.

### 4.1 Relativni red sistema

Kozmetičkom promenom jednačina 1, 2, 3 i 4, eksplisintno navodeći stanja, ulaze i izlaza dobijamo jednačine:

$$\dot{x}_1 = \mu(x_2)x_1 - \frac{x_1}{V}u \quad (6)$$

$$\dot{x}_2 = -\frac{\mu(x_2)x_1}{Y} + \frac{(S_F - x_2)}{V}u \quad (7)$$

$$\mu(x_2) = \mu_{max} \frac{x_2}{K_2x_2^2 + x_2 + K_1} \quad (8)$$

$$y = x_2 \quad (9)$$

sa ravnotežnim stanjima:

$$x_{2e} = 0.2187 \frac{g}{l} \quad x_{1e} = (S_F - x_{2e}) = 4.8907 \frac{g}{l}$$

Sistem je u afinoj formi po upravljanju.

Uopštena matrična forma sistema drugog reda, afinog po upravljanju, je oblika:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1(x_1, x_2) \\ f_2(x_1, x_2) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} g_1(x_1, x_2) \\ g_2(x_1, x_2) \end{bmatrix}u$$

$$y = h(x_1, x_2)$$

Definišimo Lie-ve izvode:

$$L_f h(x) = \frac{\partial h}{\partial x} f(x_1, x_2) = -\frac{\mu(x_2)}{Y}x_1$$

$$L_g h(x) = \frac{\partial h}{\partial x} g(x_1, x_2) = \frac{S_F - x_2}{V}$$

$L_g h(x) \neq 0$  osim za  $x_2 = S_F$ , što znači da je sistem relativnog reda  $r = 1$  na  $x \in R^2 \setminus \{x_2 = S_F\}$ .

$x_2 = S_F$  je ranije definisano neželjeno ravnotežno stanje, ograničavanjem upravljanja obezbedili smo da sistem ne odlazi u njega, tako da nadalje smatramo da je sistem relativnog reda  $r = 1$ .

## 4.2 Ispitivanje unutrašnje dinamike sistema

Pošto je sistem drugog reda  $n = 2$ , a relativnog reda  $r = 1$ , potrebno je ispitati unutrašnju dinamiku sistema.

Uobičajeno ispitivanje unutrašnje dinamike sistema je preko nulte dinamike,  $y = 0$ .

U daljim koracima, sistem će biti transformisan u normalnu formu u funkciji od stanja  $z_1$  i  $z_2$ .

Jednačina izlaza biće transformisana tako da važi  $y = h^*(x) = 0$ . Ispitivanje unutrašnje dinamike originalnog sistema definisanog jednačinama 6, 7, 8 i 9 svešće se na ispitivanje stabilnosti ravnotežnog stanja transformisanog sistema u  $(0, 0)$ .

Sistem se u normalnoj formi može zapisati kao:

$$\begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h^*(x) \\ \Phi(x) \end{bmatrix},$$

gde  $h^*(x) = x_2 - x_{2e}$ , a  $\Phi(x)$  je funkcija stanja za koju mora da važi  $L_g \Phi(x) = 0$ .

Dinamika sistema se onda može opisati:

$$\begin{bmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_f h^*(x) + L_g h^*(x) \\ L_f \Phi(x) \end{bmatrix},$$

Kada važi  $(x_1, x_2) = (x_{1e}, x_{2e})$ , važi  $h^*(x_e) = 0$ , a obezbedićemo da važi i  $\Phi(x_e) = 0$ . Na taj način, odlazak originalnog sistema  $(x_1, x_2)$  u ravnotežno stanje  $(x_{1e}, x_{2e})$  preslikavaće se u odlazak transformisanog sistema  $(z_1, z_2)$  u  $(0, 0)$ .

$\Phi(x)$  možemo dobiti iz uslova:

$$L_g \Phi(x) = \frac{\partial \Phi}{\partial x} g_1(x) + \frac{\partial \Phi}{\partial x} g_2(x) = 0 \quad (10)$$

Koristeći  $g_1(x)$  i  $g_2(x)$  iz jednačina 6 i 7 dobijamo:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial x} \frac{x_2}{V} = \frac{\partial \Phi}{\partial x} \frac{(S_F - x_2)}{V} \quad (11)$$

Usvajajući najprostiji oblik  $\Phi(x)$  i obezbeđujući da  $\Phi(x_e) = 0$  dobijamo:

$$\Phi = \frac{V(-S_F + x_2)}{x_1} + \frac{V}{Y} \quad (12)$$

Nulta dinamika diktira  $y = h^*(x) = 0$ , a posledično važi:  $z_1 = 0$  i  $\dot{z}_1 = 0$ .

Unutrašnju dinamiku sistema opisuje dinamika stanja  $z_2$  i ona tada postaje:

$$\dot{z}_2 = L_f \Phi(x_1(0, z_2), x_2(0, z_2))$$

gde je potrebno odrediti stanja  $x_1$  i  $x_2$  u funkciji od  $z_1 = 0$  i  $z_2$ .

Nakon izračunavanja dobija se:

$$\dot{z}_2 = -\mu(x_{2e}) z_2 \quad (13)$$

Ravnoteženo stanje je u  $z_{2e} = 0$ . Prirodu ravnotežnog stanja ispitujemo direktnom metodom Ljapuna usvajajući generalizovanu energiju oblika:

$$V(z_2) = \frac{1}{2} z_2^2$$

Promena generalizovane energije je tada:

$$\dot{V}(z_2) = -\mu(x_{2e}) z_2^2$$

Pošto važi:

1.  $V(z_{2e}) = 0$
2.  $\dot{V}(z_{2e}) = 0$
3.  $V(z_2) > 0 \quad (\forall z_2 \neq z_{2e})$
4.  $\dot{V}(z_2) < 0 \quad (\forall z_2 \neq z_{2e})$
5.  $V(z_2) \rightarrow \infty \quad (z_2 \rightarrow \infty)$

$z_{2e} = 0$  je globalno asimptotski stabilno ravnotežno stanje.

Globalna asimptotska stabilnost nulte dinamike implicira stabilnost unutrašnje dinamike.

### 4.3 Feedback linearizacija sistema

Pošto smo utvrdili da sistem ima stabilnu unutrašnju dinamiku, dalje projektovanje kontrole radimo za sistem:

$$z = h(x) = x_2, \quad \dot{z} = L_f h(x) + L_g h(x) u \quad (14)$$

gde su  $L_f h(x)$  i  $L_g h(x)$  ranije definisani.

Projektovanjem kontrole  $u$  oblika:

$$u = \frac{1}{L_g h(x)} (-L_f h(x) + v) \quad (15)$$

ostvaruje se linearizovan sistem:

$$\dot{z}_2 = v \quad (16)$$

Dalje određivanje  $v$  diktira projektni zadatak koji je potrebno rešiti. U ovom radu od interesa je praćenje referentne vrednosti  $R$  izlaznom varijablu  $y$ .

Praćenje reference na bazi feedback linearizacije ostvaruje se stabilizacijom greške praćenja reference u 0. Tada je potrebno još jedna transformacija u sistem greške:

$$e = z - R, \quad \dot{e} = L_f h(x) + L_g h(x) u - \dot{R} \quad (17)$$

$u$  definišemo kao u 15, a

$$v = -K e + \dot{R} \quad (18)$$

Izbor koeficijenta  $k$  određuje dinamiku praćenja reference, stabilizaciju sistema greške praćenja reference u 0. Ovako definisan sistem upravljanja ima proporcionalni karakter.

Ukoliko je otklanjanje uticaja poremećaja nije zadovoljavajuće, sistem može biti proširen još jednim stanjem:

$$e_0 = \int_0^t e(\tau) d\tau$$

Tada  $v$  postaje:

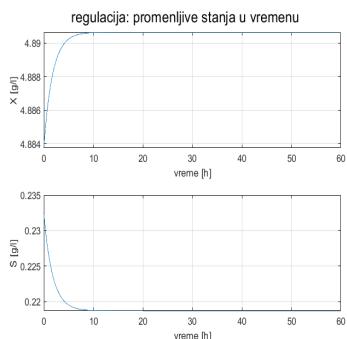
$$v = -K_i e_0 - Ke + \dot{R} \quad (19)$$

Sada upravljanje ima proporcionalno i integralno dejstvo.

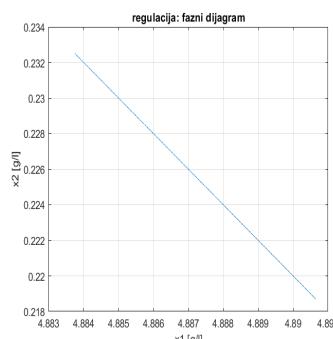
Projektovan je kontroler na bazi feedback linearizacije sa efektivno proporcionalnim dejstvom definisan u 18. Ranije određeno ograničenje propusnog opsega  $\omega_0 = 0.5637 \frac{\text{rad}}{\text{h}}$ , nametnuto je vrednost koeficijenta  $K = \omega_0$ . Referenca koju želimo da prati izlaz je nominalna vrednost koncentracije supstrata  $R = S_e$ , pošto je to konstantna vrednost važi:  $\dot{R} = 0$ .

#### 4.4 Nominalni sistem

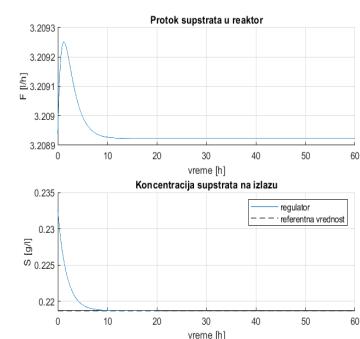
Tranzijent iz početnog stanja:



(a) Promenljive stanja



(b) Fazni dijagram

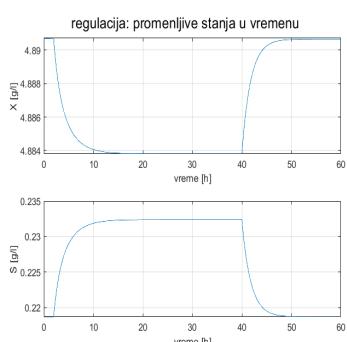


(c) Upravljanje i izlaz

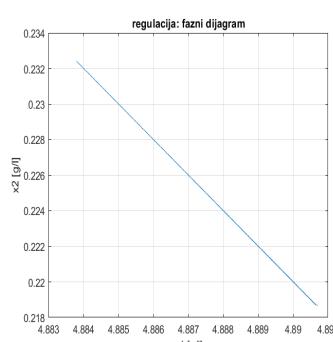
Slika 20: Tranzijent iz početnog stanja, feedback linearizacija:

Sistem završava u željeno ravnotežno stanje, propusni opseg regulacije je  $0.5670 \frac{\text{rad}}{\text{h}}$

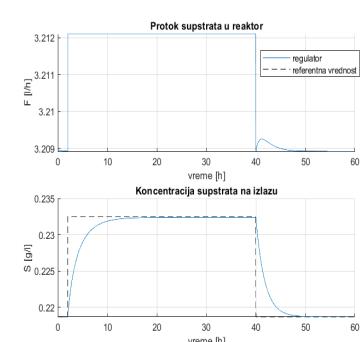
Step reference:



(a) Promenljive stanja



(b) Fazni dijagram

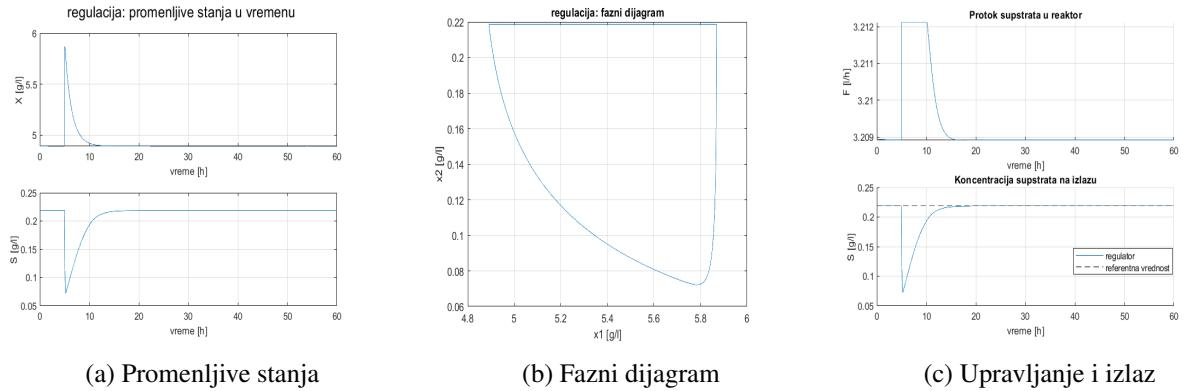


(c) Upravljanje i izlaz

Slika 21: Step reference: feedback linearizacija

Sistem uspešno prati promenu referentne vrednosti, bez preskoka i bez greške stacionarnog stanja. Propusni opseg regulacije je  $0.4889 \frac{\text{rad}}{\text{h}}$

Step poremećaja:



Slika 22: Step poremećaja, feedback linearizacija

Poremećaj se uspešno otklanja, propusni opseg regulacije je  $0.2852 \frac{rad}{h}$ .

Pošto sistem uspešno prati referencu i uspešno otklanja poremećaj, čini se da nema potreba za uvođenjem integralnog upravljanja definisanog u 19.

Međutim, definisan je kontroler sa dodatnim integralnim dejstvom.

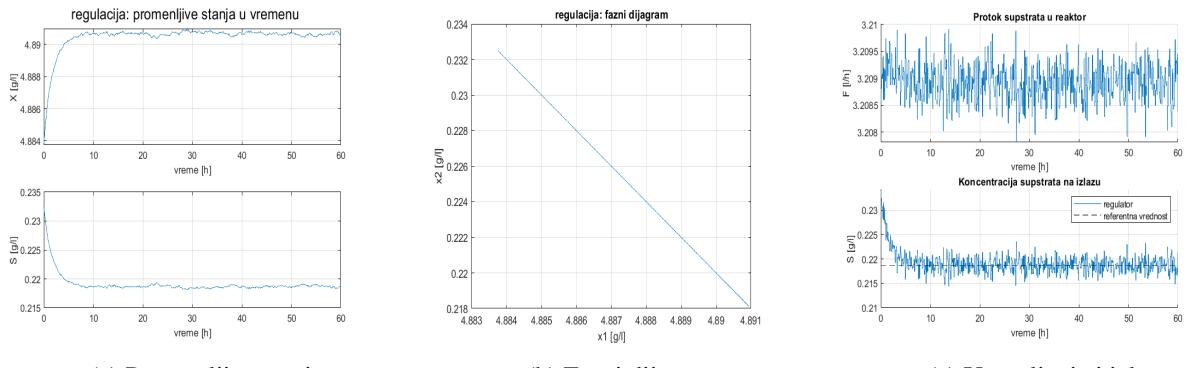
Koeficijenti  $K$  i  $K_i$  određeni su tako da se ispoštuju ograničenja propusnog opsega:

$$(s + 2\omega_0)^2 = s^2 + Ks + Ki = s^2 + 2.2548s + 1.27 \quad (20)$$

Simulacijama je zaključeno da ponašanje sistema nema vidno poboljšanje, grafici su izuzeti jer ne bi značajno doprineli radu. Takođe, pri uticaju poremećaja javlja se preskok sličan onom kod PI kontrolera.

## 4.5 Nominalni sistem, šum merenja

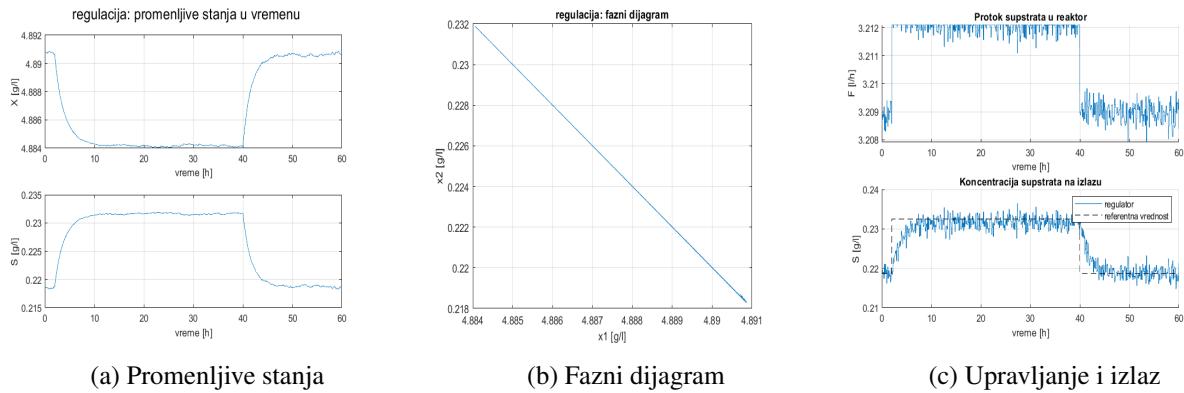
Tranzijent iz početnog stanja:



Slika 23: Tranzijent iz početnog stanja, feedback linearizacija, šum merenja

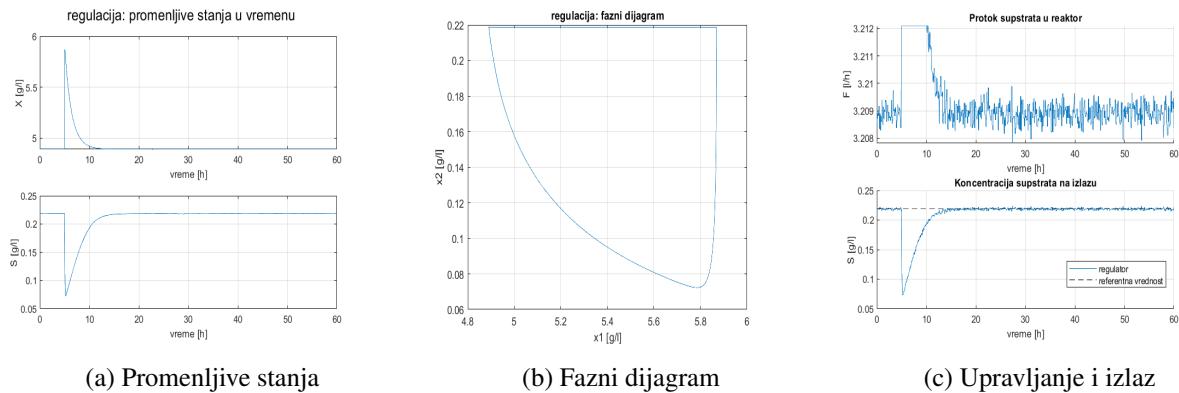
Sistem teži željenom ravnotežnom stanju.

Step reference:



Slika 24: Step reference, feedback linearizacija, šum merenja

Step poremećaja:

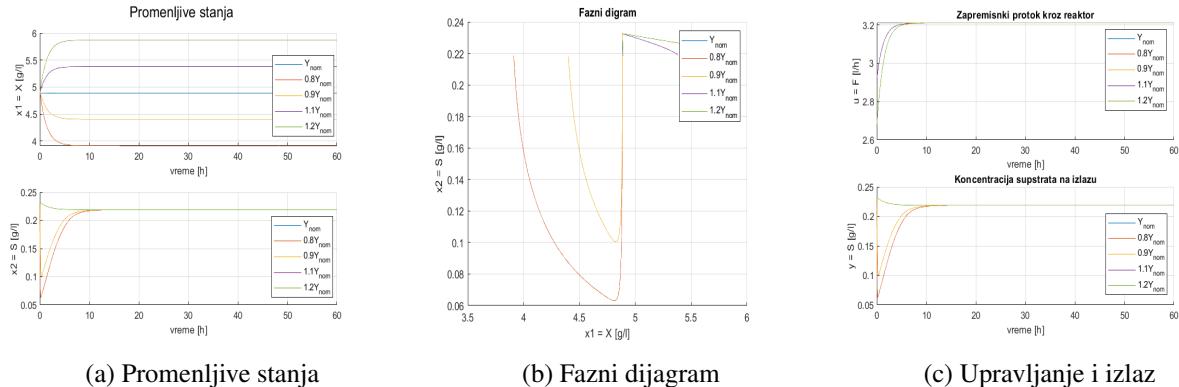


Slika 25: Step poremećaja, feedback linearizacija, šum merenja

Uz primetan uticaj šum na upravljanje primećuje se uspešno praćenje reference i otklanjanje poremećaja.

## 4.6 Ispitivanje robusnosti

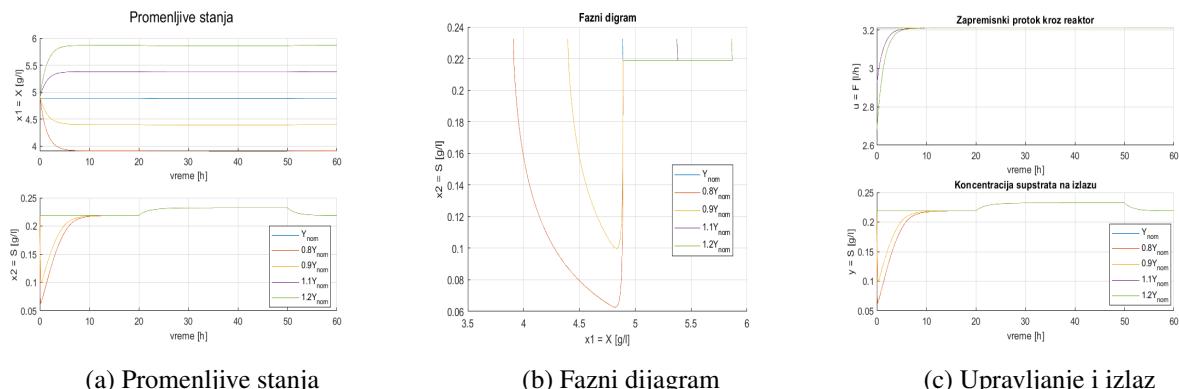
Tranzijent iz početnog stanja



Slika 26: Tranzijent iz početnog stanja, feedback linearizacija, ispitivanje robusnosti

Zanimljivo je primetiti da sistem sada ne odlazi u neželjeno ravnotežno stanje povećanjem koeficijenta prinosa. Izlaz odlazi u nominalni režim, ovaj sistem je robustan na promenu parametra  $Y$ .

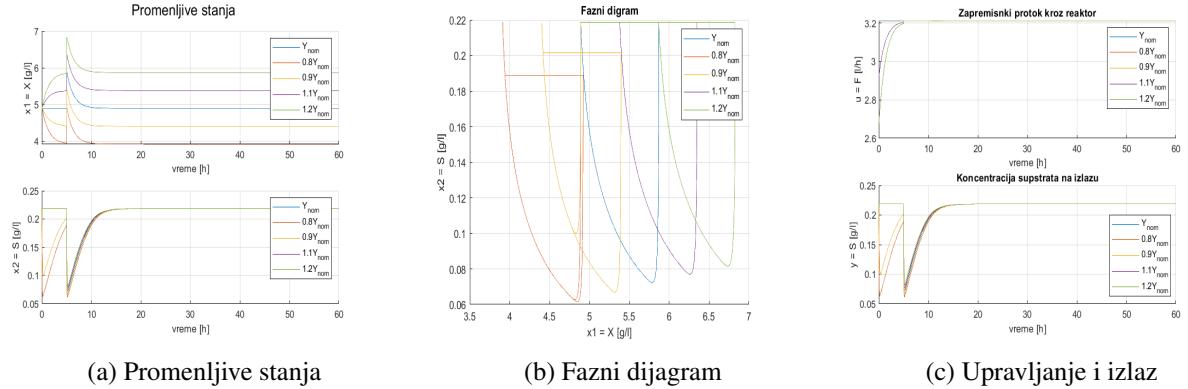
Step reference:



Slika 27: Step reference, feedback linearizacija, ispitivanje robusnosti

Nakon tranzijenta sistem za sve promene parametra  $Y$  uspešno prati step promenu reference.

Step poremećaja:



Slika 28: Step reference, feedback linearizacija, ispitivanje robusnosti

Sistem se uspešno izborio sa poremećajem za sve promene parametra  $Y$ .

## 5 Klizno upravljanje

Projektovanje upravljanja rađeno je na sistemu dobijenom u 14, kome je prethodno dokazana stabilnost nulte dinamike:

$$z = h(x) = x_2, \quad \dot{z} = L_f h(x) + L_g h(x) u \quad (21)$$

Cilj kliznog upravljanja je dovođenje stanja sistema iz početnog položaja (različitog od nominalnog režima) do klizne površi  $\sigma(z) = 0$ , i odvođenja stanja sa klizne površi do nominalnog režima.

Opšti zakon kliznog upravljanja koji to obezbeđuje definišemo kao

$$u = \frac{-L_f \sigma(z) - \beta \text{sign}(\sigma(z))}{L_g \sigma(z)} \quad (22)$$

gdje  $\beta$  određuje dinamiku dostizanje klizne površi  $\sigma(z) = 0$ . Definišimo linearnu površ (pravu):

$$\sigma(z) = K z \quad (23)$$

Usvajajući  $K = 1$ , upravljanje iz 22 postaje:

$$u = \frac{-L_f h(x) - \beta \text{sign}(z)}{L_g h(x)} \quad (24)$$

Rezultujući, linearizovan sistem dobijamo zamenom upravljanja iz 24 u jednačinu stanja iz 22:

$$z = h(x) = x_2, \quad \dot{z} = -\beta \text{sign}(z) \quad (25)$$

Ovako definisano upravljanje dovelo bi do stabilizacije sistema u  $z = 0$ . Nama je od interesa stabilizacija sistema u  $z = h(x_e) = x_{2e}$ .

Zbog toga je potrebno transformisati sistem iz 25 u sistem greške, na isti način kao u sekciji 4.3.

$$e = z - R, \quad \dot{e} = -\beta \text{sign}(z) - \dot{R} \quad (26)$$

gde je  $R = x_{2e}$  i samim tim  $\dot{R} = 0$ . Eventualno uvođenje informacije o  $\dot{R}$  doprinelo bi neželjenom diferencijalnom skoku usled odskočne promene reference.

Projektovan je kontroler na bazi kliznog upravljanja definisan u 24. Za parametar  $\beta$  važi:

$$\beta = \frac{\sigma(z_0)}{t_s} = \frac{z_0}{t_s} \quad (27)$$

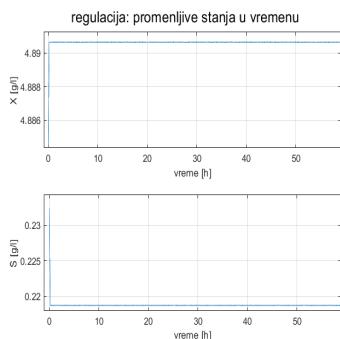
gde  $z_0$  predstavlja početno stanje sistema, a  $t_s$  vreme dostizanja klizne površi  $\sigma(z) = 0$ .

Uzimajući u obzir ograničenje propusnog opsega  $\omega_0 = 0.5637 \frac{rad}{h}$  ili ekvivalentno, dominantnu vremensku konstantu sistema  $\tau_s = 1/\omega_0 = 1.7740h$ , za vreme dostizanja klizne površi je usvojeno:  $t_s = \tau_s/2$ <sup>3</sup>.

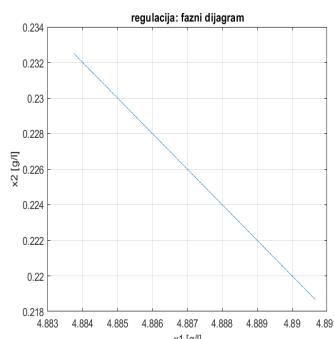
Uzimajući sa početno stanje sistema  $z_0 = S_{limit}$ , dobijena vrednost za  $\beta$  je 0.0655.

## 5.1 Nominalni sistem

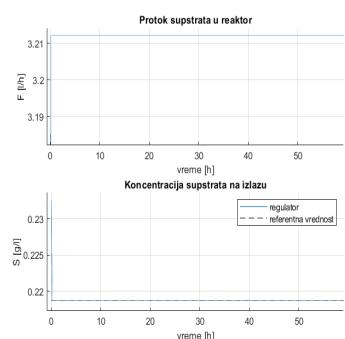
Tranzijent iz početnog stanja:



(a) Promenljive stanja



(b) Fazni dijagram

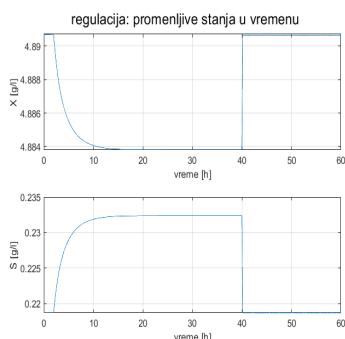


(c) Upravljanje i izlaz

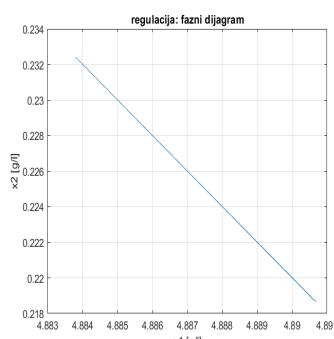
Slika 29: Tranzijent prelaska iz početnog stanja, klizno upravljanje

Propusni opseg:  $7.5358 \frac{rad}{h}$

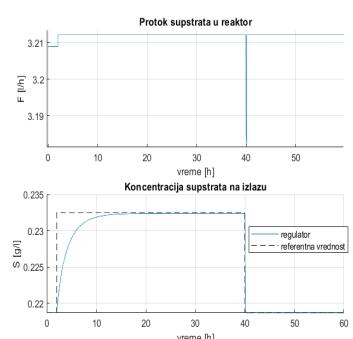
Step reference:



(a) Promenljive stanja



(b) Fazni dijagram



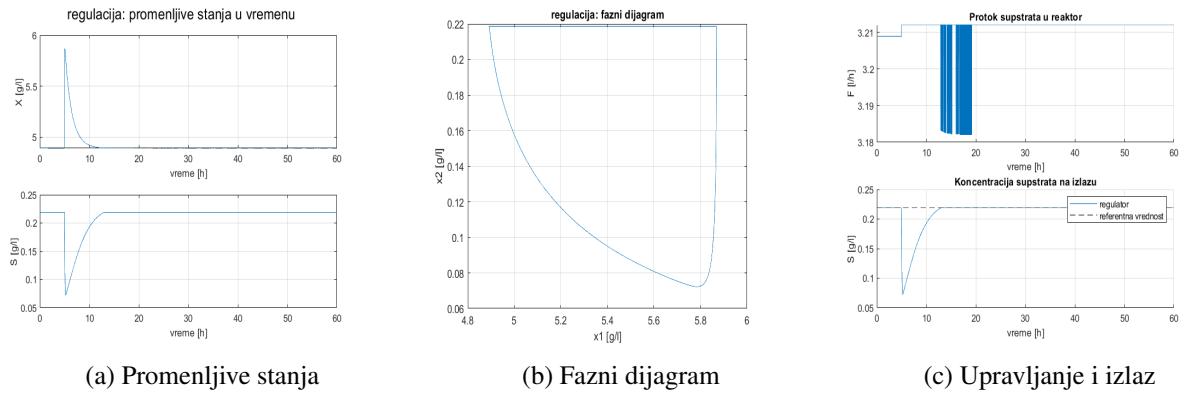
(c) Upravljanje i izlaz

Slika 30: Step promena reference, klizno upravljanje

Propusni opseg:  $0.4843 \frac{rad}{h}$

<sup>3</sup>eksperimentalno je menjena vrednost tako da preskakanje vrednosti upravljanja (eng. chattering) bude minimalna

Step poremećaja:

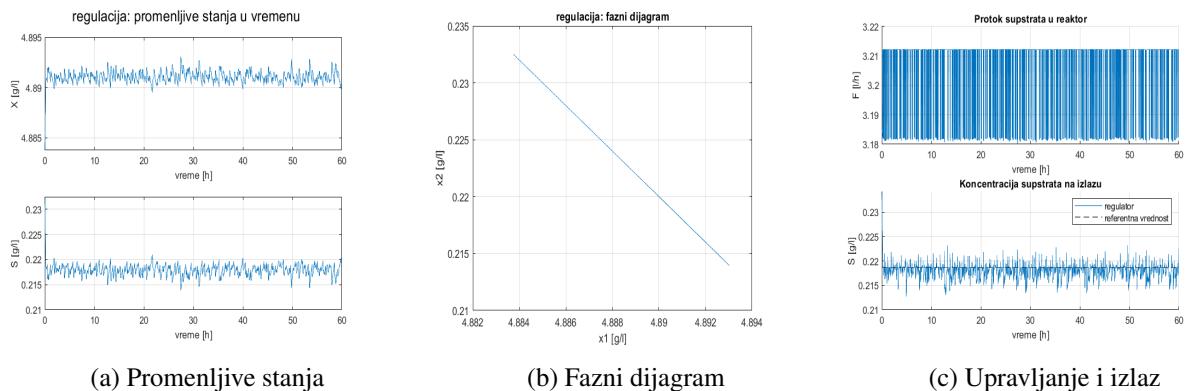


Slika 31: Step poremećaja, klizno upravljanje

Primetno je prekidačko ponašanje upravljanja, propusni opseg:  $0.2914 \frac{rad}{h}$

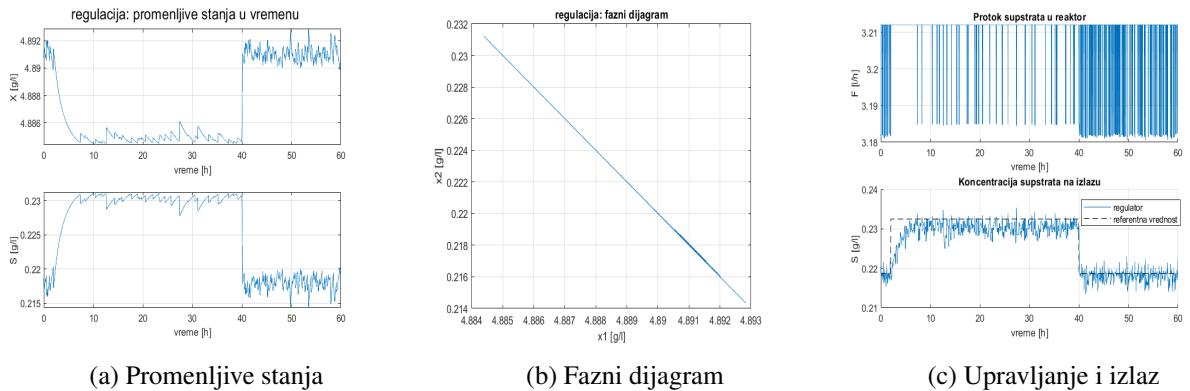
## 5.2 Nominalni sistem, šum merenja

Tranzijent iz početnog stanja:



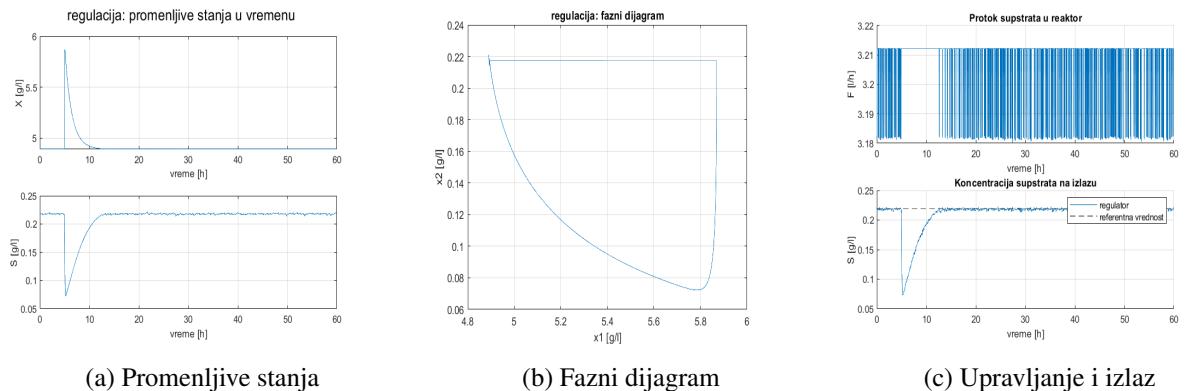
Slika 32: Tranzijent prelaska iz početnog stanja, klizno upravljanje, šum merenja

Step reference:



Slika 33: Step reference, klizno upravljanje, šum merenja

Step poremećaja:

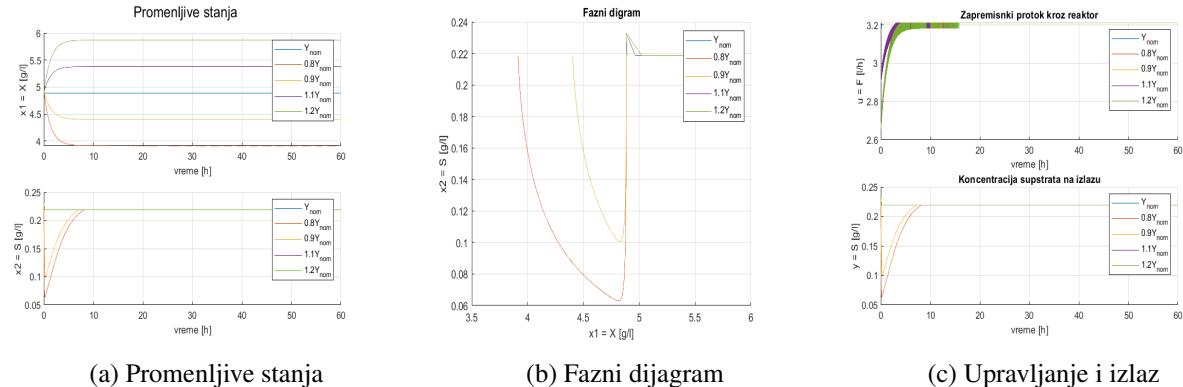


Slika 34: Step poremećaja, klizno upravljanje, šum merenja

Na svakom od eksperimenata u ovom odeljku primećeno je prekidačko ponašanje upravljanja zbog relejnog člana upravljanja.

### 5.3 Ispitivanje robusnosti

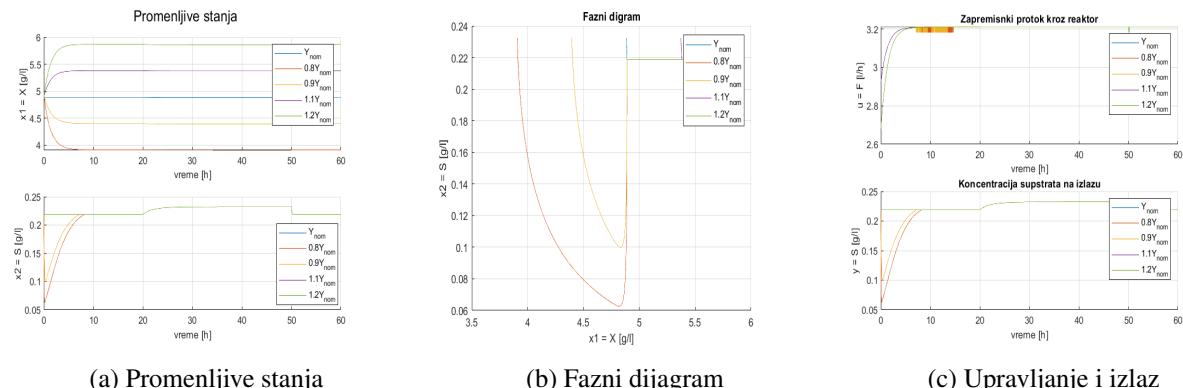
Tranzijent iz početnog stanja:



Slika 35: Tranzijent prelaska iz početnog stanja, klizno upravljanje, ispitivanje robusnosti

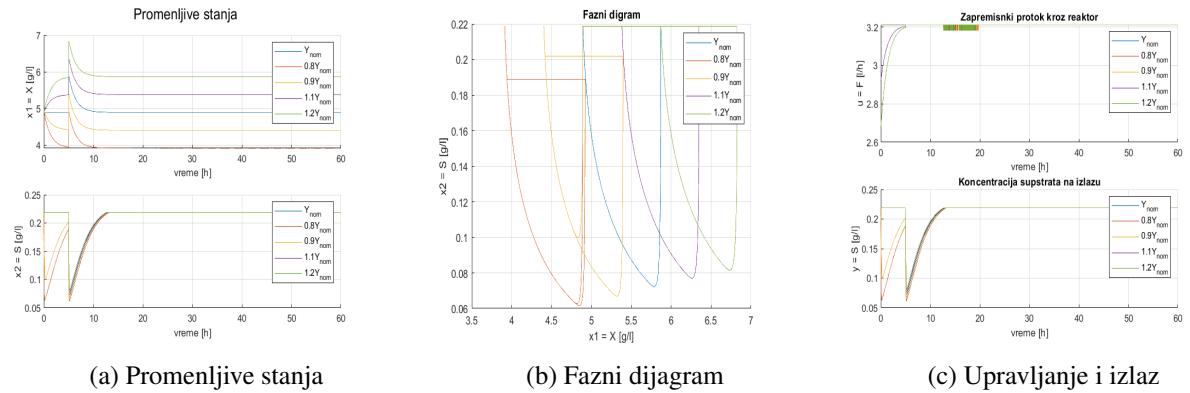
Primećuje se prekidačko ponašanje upravljanja kod povećanja parametra  $Y$ .

Step reference:



Slika 36: Step reference, klizno upravljanje, ispitivanje robusnosti

Step poremećaja:



Slika 37: Step poremećaja, klizno upravljanje, ispitivanje robusnosti

Propusni opsezi sistema sa izmenjen parametrom  $Y$  se neznatno razlikuju u odnosu na propusni opseg nominalnog sistema.

## 6 Klizno upravljanje sa graničnim slojem

Granični sloj u kliznom upravljanju se uvodi zbog prekidačkog ponašanja upravljanja. Prekidačko ponašanje u ovom radu je primećeno pri dejstvu poremećaja na sistem, nemodelirane dinamike, na slici 31c. Takođe, primećeno je pri dejstvu šuma na sistem, za svaki eksperiment u sekciji 5.2.

Uzročnik prekidačkog upravljanja je relejni član:  $-\beta \text{sign}(z)$ .

Njegovom modifikacijom sistem greške iz 26 se svodi na:

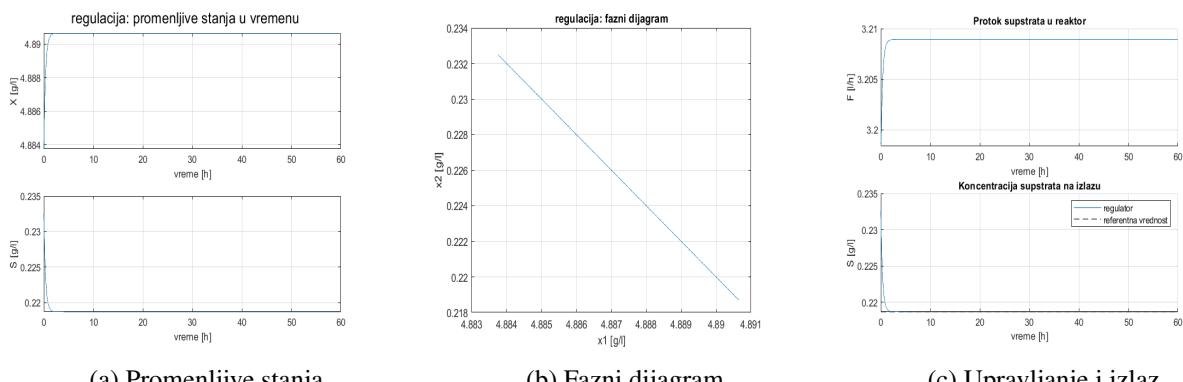
$$e = z - R, \quad \dot{e} = -\beta \text{sat}\left(\frac{z}{\Phi}\right) \quad (28)$$

gde  $\Phi$  predstavlja debljinu graničnog sloja (usvajajući  $\dot{R} = 0$ ).

Parametar  $\Phi$  treba da ima vrednost tako da efektivno nastali pol  $\beta/\Phi$  bude nedominantan u odnosu na dinamiku sistema. Eksperimentalno je usvojeno  $\Phi = \beta/5\omega_0$ .

### 6.1 Nominalni sistem

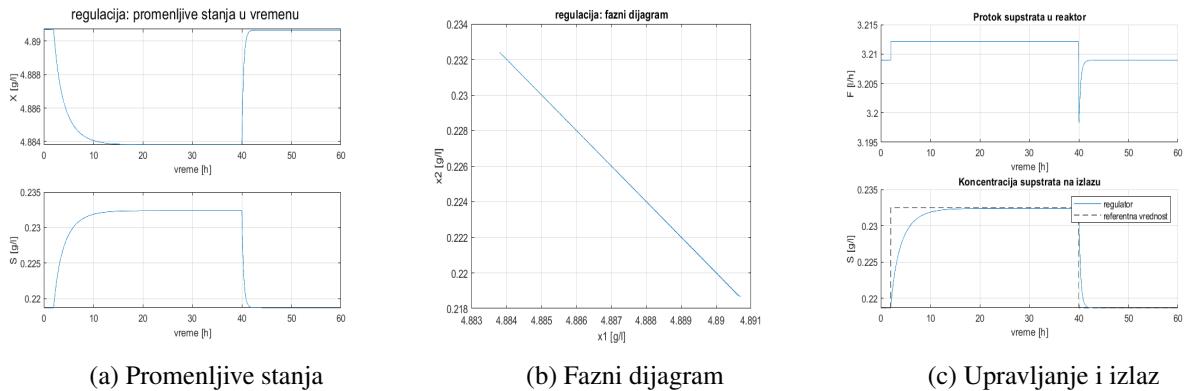
Tranzijent iz početnog stanja:



Slika 38: Tranzijent prelaska iz početnog stanja, klizno upravljanje sa graničnim slojem

Sistem uspešno završava u željeno ravnotežno stanje. Propusni opseg regulacije je  $2.7917 \frac{\text{rad}}{\text{h}}$ .

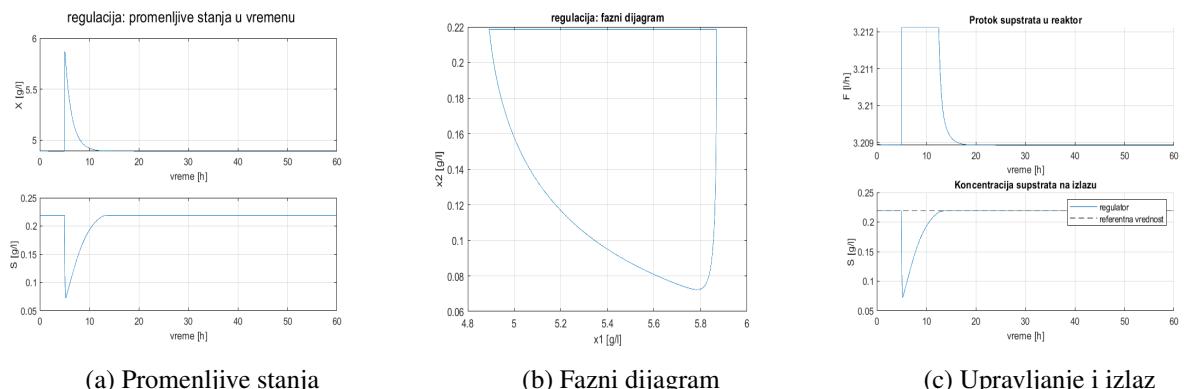
Step reference:



Slika 39: Step reference, klizno upravljanje sa graničnim slojem

Sistem uspešno prati promenu reference bez preskoka. Propusni opseg je  $0.4843 \frac{rad}{h}$ .

Step poremećaja:

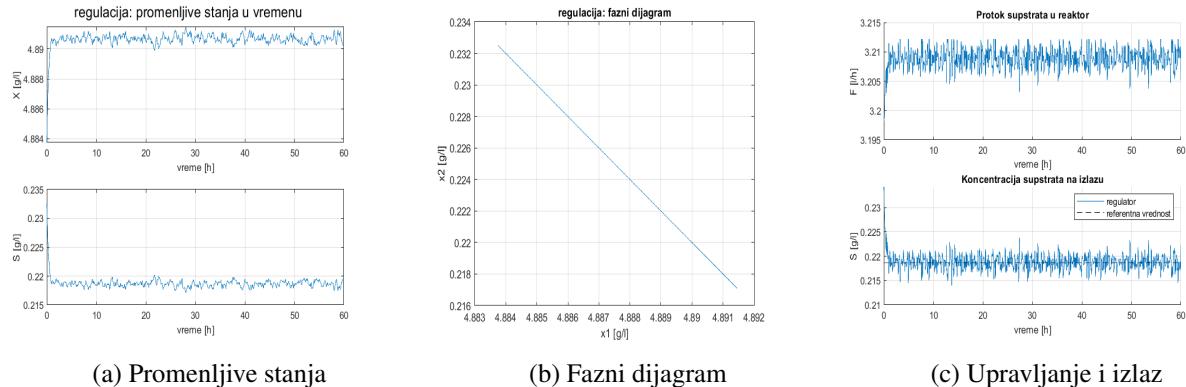


Slika 40: Step poremećaja, klizno upravljanje sa graničnim slojem

Uspešno otklanjanje poremećaja, propusni opseg  $0.2914 \frac{rad}{h}$ .

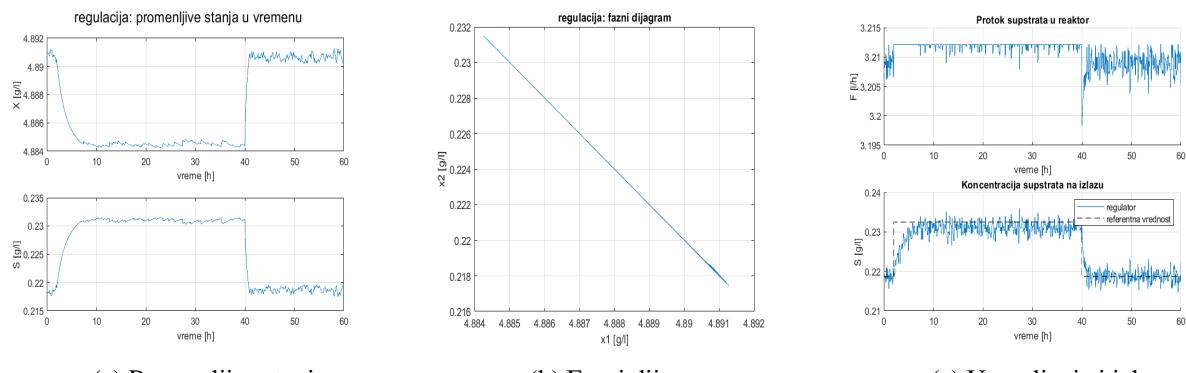
## 6.2 Nominalni sistem, šum merenja

Tranzijent iz početnog stanja:



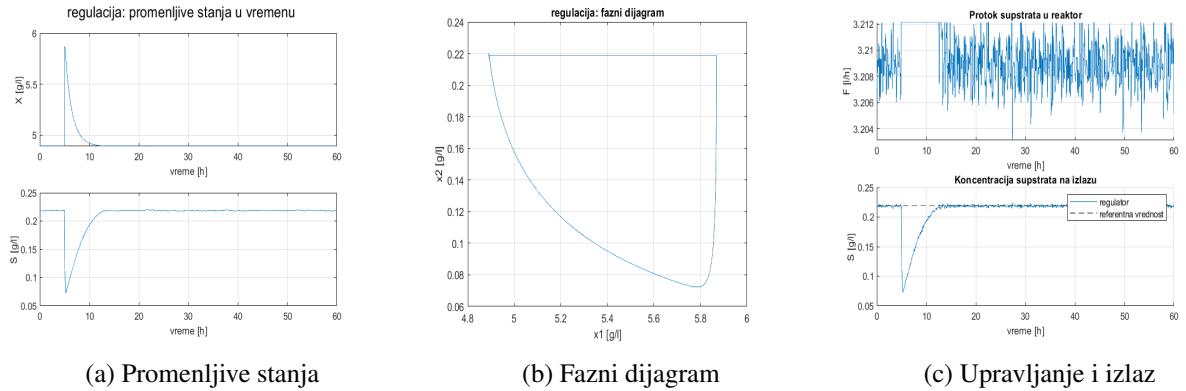
Slika 41: Tranzijent iz početnog stanja, klizno upravljanje sa graničnim slojem, šum merenja

Step reference:



Slika 42: Step reference, klizno upravljanje sa graničnim slojem, šum merenja

Step poremećaja:

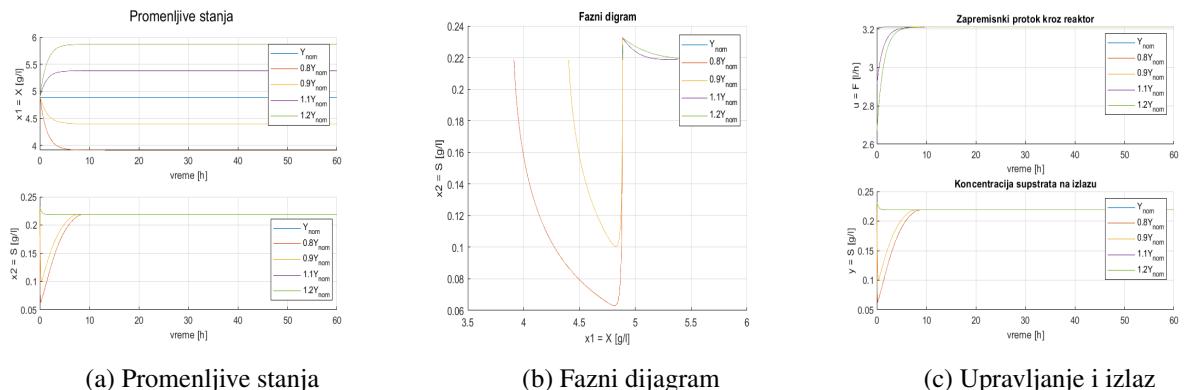


Slika 43: Step poremećaja, klizno upravljanje sa graničnim slojem, šum merenja

Za svaki eksperiment u ovoj sekciji primećuje se manja osetljivost na šum merenja u odnosu na klizno upravljanje bez graničnog sloja.

### 6.3 Ispitivanje robustnosti

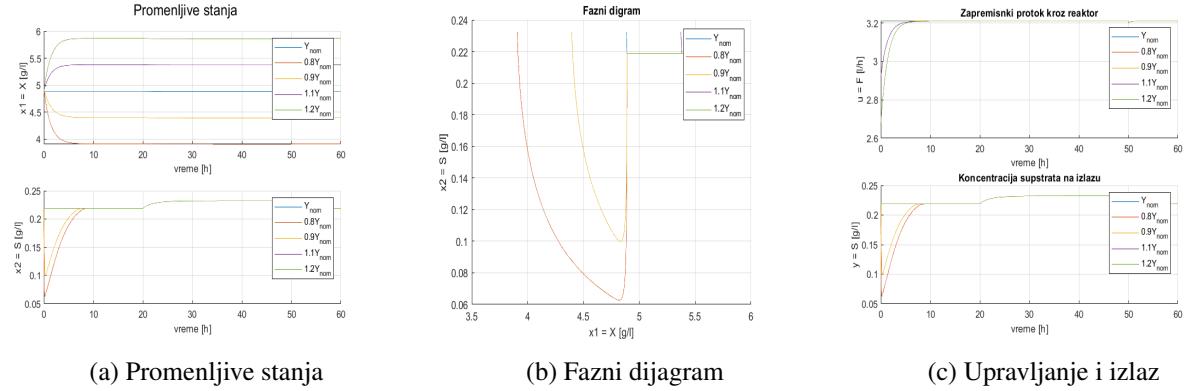
Tranzijent iz početnog stanja:



Slika 44: Tranzijent iz početnog stanja, klizno upravljanje sa graničnim slojem, ispitivanje robustnosti

Sistem je robustan na sve promene parametra, propusni opsezi:  $\omega_{0.8} = 0.3777 \frac{rad}{h}$ ,  $\omega_{0.9} = 0.6105 \frac{rad}{h}$ ,  $\omega_{1.1} = 2.7917 \frac{rad}{h}$  i  $\omega_{1.2} = 2.7917 \frac{rad}{h}$ .

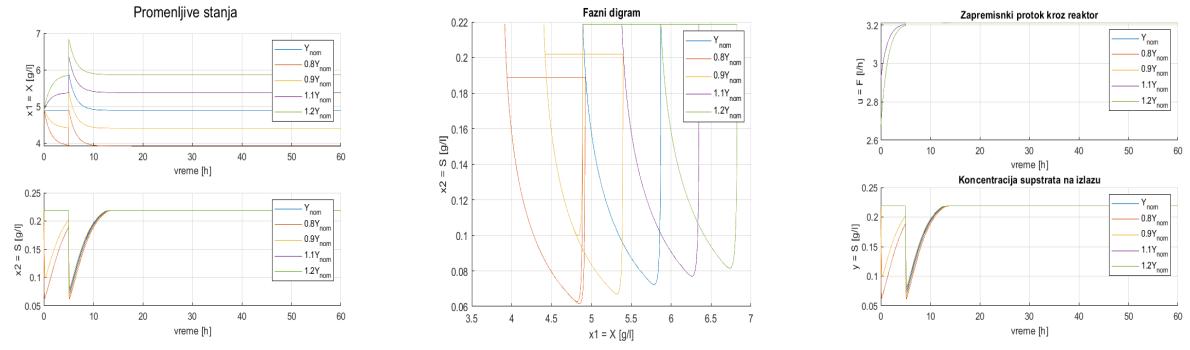
Step reference:



Slika 45: Step reference, klizno upravljanje sa graničnim slojem, ispitivanje robusnosti

Nakon početnog tranzijenta, primećuje se istovetno ponašanje sistema  $\omega = 0.4853 \frac{\text{rad}}{\text{h}}$

Step poremećaja:



Slika 46: Step poremećaja, klizno upravljanje sa graničnim slojem, ispitivanje robusnosti

Svi sistemi uspešno otklanjaju poremećaj, propusni opsezi:  $\omega_{0.8} = 0.2680 \frac{\text{rad}}{\text{h}}$ ,  $\omega_{0.9} = 0.2798 \frac{\text{rad}}{\text{h}}$ ,  $\omega_{1.1} = 0.3030 \frac{\text{rad}}{\text{h}}$  i  $\omega_{1.2} = 0.3148 \frac{\text{rad}}{\text{h}}$ .

## 7 Fuzzy upravljanje

Projekovan je PD kontroler na bazi fazi logike (eng. *Fuzzy Logic Controller*), nadalje FLC, za praćenje reference.

Ulagne lingvističke varijable su:

$$1. \text{ greška praćenja reference: } e = r - y, \quad r = S_e, \quad y = S$$

$$2. \text{ promena greške praćenja reference } e_d = \frac{de}{dt}$$

Izlagna lingvistička varijabla je:

$$1. \text{ upravljanje: } u = F$$

Usvojene su granice lingvističkih varijabli.

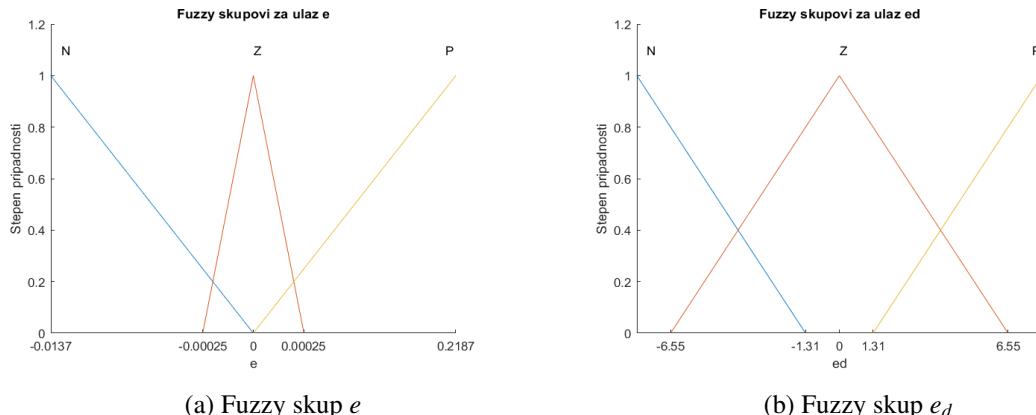
$$e_{min} = r - y_{max} = S_e - S_{limit} = -0.0137, \quad e_{max} = S_e \quad (29)$$

$$e_{dmin} = -7.8663, \quad e_{dmax} = 7.8663 \quad (30)$$

$$u_{min} = 0, \quad u_{max} = 3.2121 \quad (31)$$

gde su korišćena ranije dobijena ograničenja upravljanja i koncentracije supstrata iz 2.4, dok su ograničenja sa promenu greške dobijena naknadno, eksperimentalno.

Ograničenja 29 i 31 nesimetrična, pa su i rezultujući fuzzy skupovi prilagođeni tome. Definisani fuzzy skupovi za ulagne varijable prikazani su na slikama 47a i 47b.



Slika 47: Fuzzy skupovi za ulazne varijable

Na graficima se primećuje da obe ulagne varijable imaju definisana tri skupa: negativni (N), multi (Z) i pozitivni (P). Širina nultog skupa  $e$  određena je eksperimentalno kao kompromis izmedju greške stacionarnog stanja pri step odziva i prekidačkog ponašanja upravljanja pri otklanjanju poremećaja.

Zaključivanje, odnosno određivanje vrednosti izlaza rađeno je po pravilima Sugeno stila (eng. *Sugeno style inference*). Fuzzy skupovi izlazne varijable su onda fuzzy singloni definisani na konkretnim vrednostima unutar granica izlazne varijable.

Fuzzy singloni izlaza prikazani su na grafiku 48



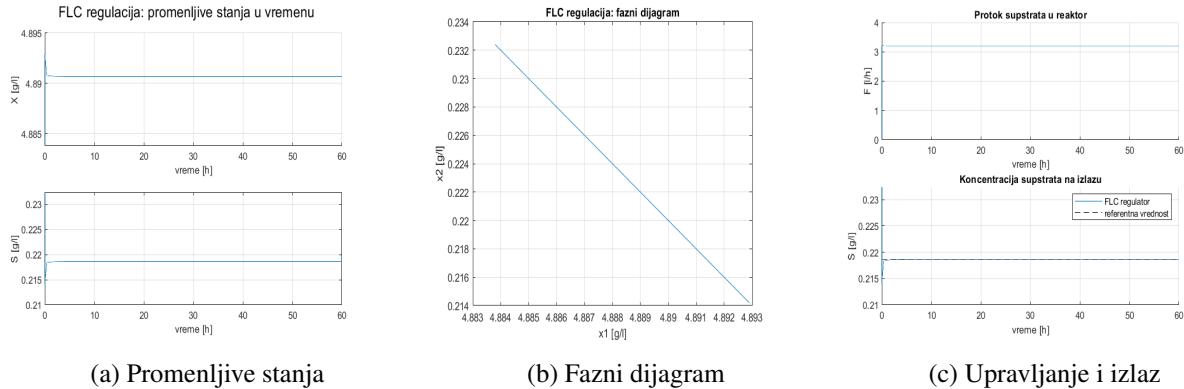
Slika 48: Fuzzy skupovi za izlaznu varijable

Usvojena fuzzy pravila:

1. If (e is N) and (ed is N) then (F is zero)
2. If (e is N) and (ed is P) then (F is optimal)
3. If (e is Z) and (ed is N) then (F is small)
4. If (e is Z) and (ed is Z) then (F is optimal)
5. If (e is Z) and (ed is P) then (F is medium)
6. If (e is P) and (ed is N) then (F is optimal)
7. If (e is P) and (ed is P) then (F is large)
8. If (e is N) then (F is zero)
9. If (e is P) then (F is large)

## 7.1 Nominalni sistem

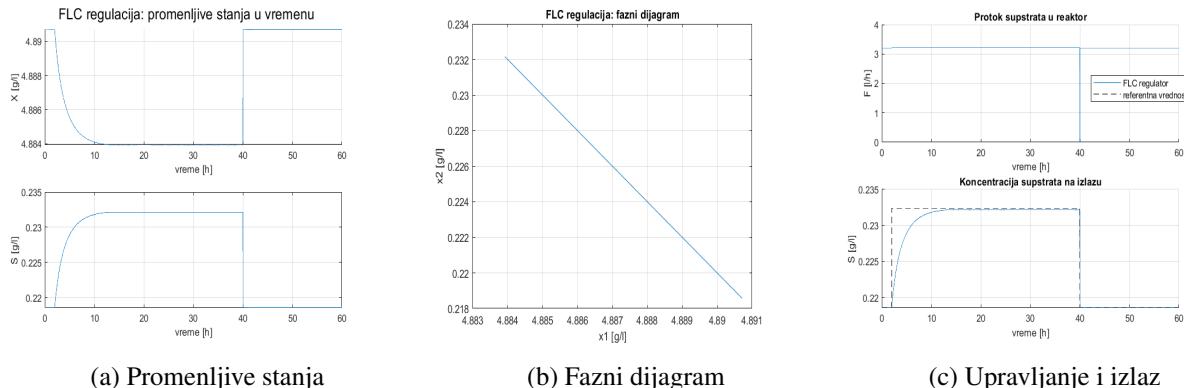
Tranzijent iz početnog stanja:



Slika 49: Tranzijent prelaska iz početnog stanja, fuzzy kontroler

Sistem odlazi u željeno ravnotežno stanje, propusni opseg procenjen na  $1000 \frac{\text{rad}}{\text{h}}$ .

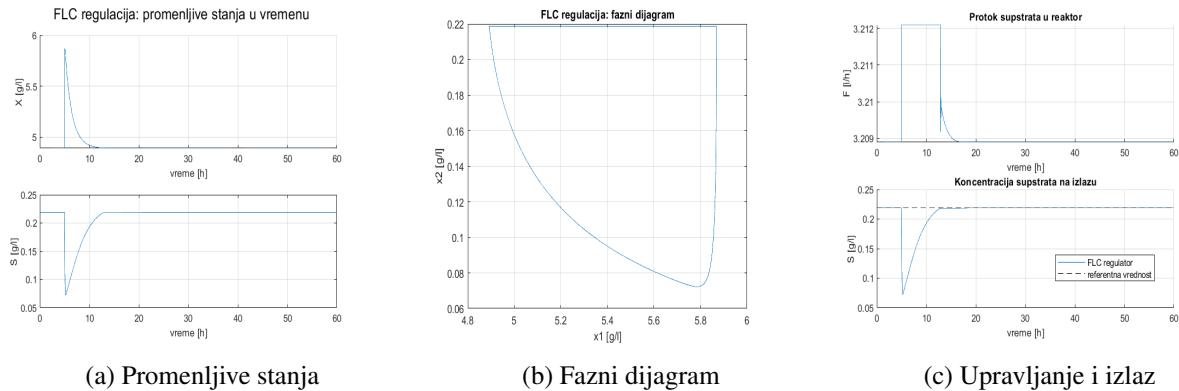
Step reference:



Slika 50: Step reference, fuzzy kontroler

Sistem prati referencu sa zanemarljivom greškom ustaljenog stanja. Propusni opseg je procenjen na  $0.4993 \frac{\text{rad}}{\text{h}}$ .

Step poremećaja:

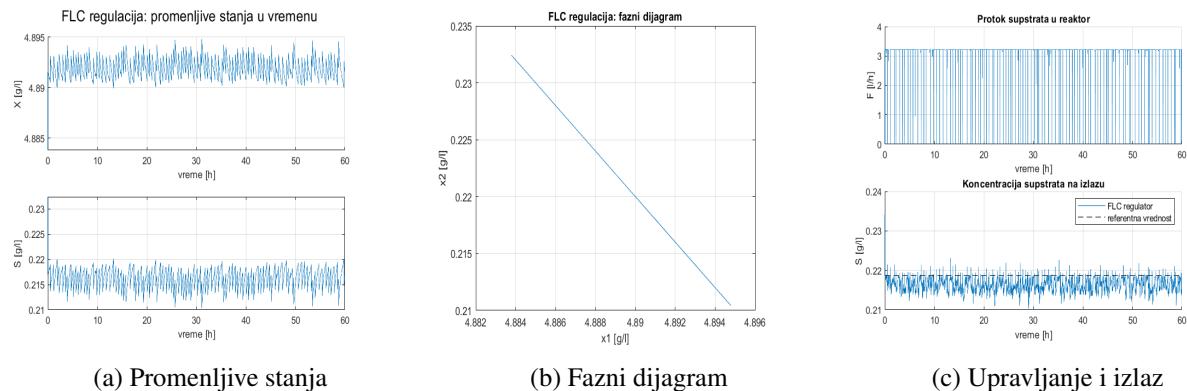


Slika 51: Step poremećaja, fuzzy kontroler

Sistem uspešno otklanja poremećaj. Propusni opseg je procenjen na  $0.2916 \frac{rad}{h}$ .

## 7.2 Nominalni sistem, šum merenja

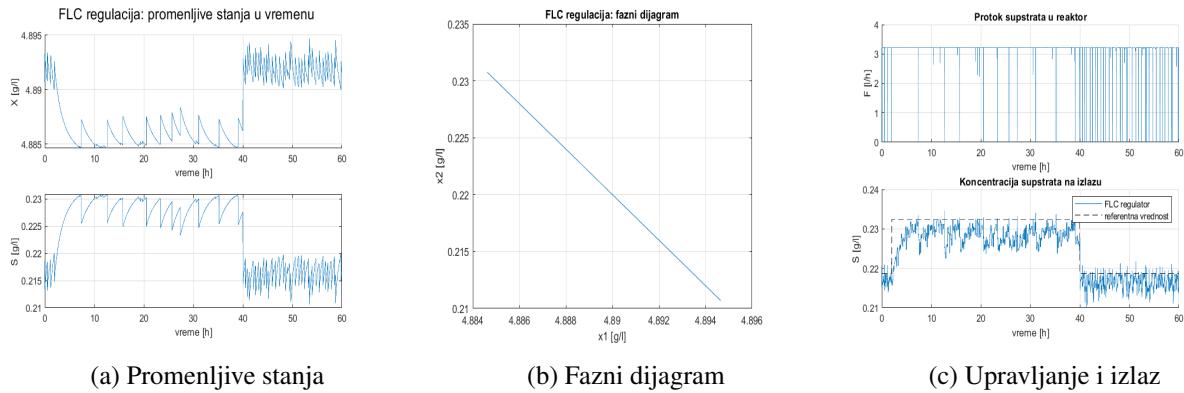
Tranzijent iz početnog stanja:



Slika 52: Tranzijent prelaska iz početnog stanja, fuzzy kontroler, šum merenja

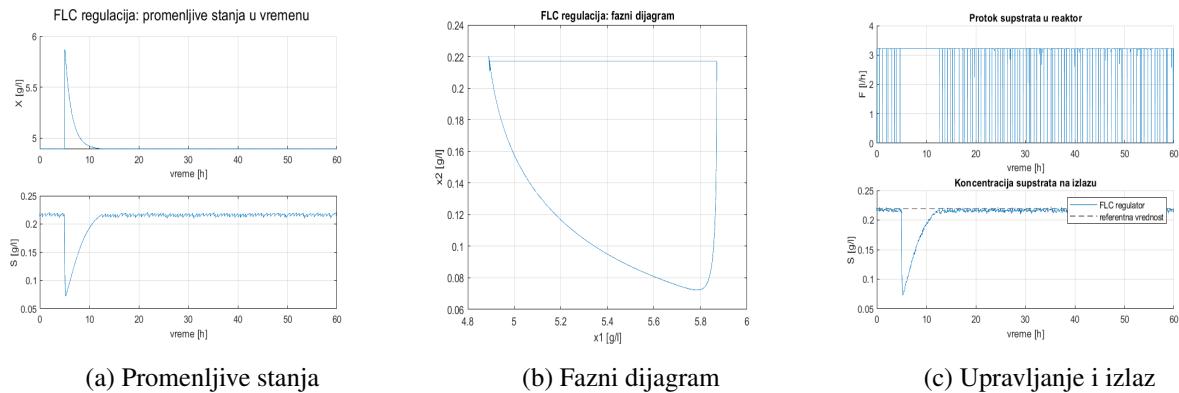
Primećuje se prekidačko ponašanje upravljanja u prisustvu šuma merenja. To je rezultat definisanih fuzzy skupova ulaznih varijabli, konkretno  $e$ . Sa postavkom od tri skupa, proširivanje nultog skupa dovelo bi do veće robusnosti na šum merenja.

Step reference:



Slika 53: Step reference, fuzzy kontroler, šum merenja

Step poremećaja:

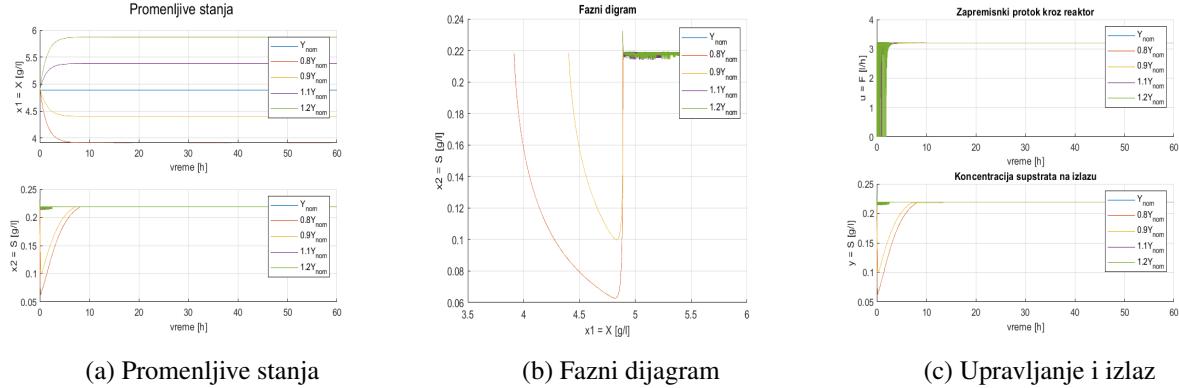


Slika 54: Step poremećaja, fuzzy kontroler, šum merenja

Prekidačko ponašanje upravljanja se primećuje i kod primene step reference i kod otklanjanja poremećaja.

### 7.3 Ispitivanje robusnosti

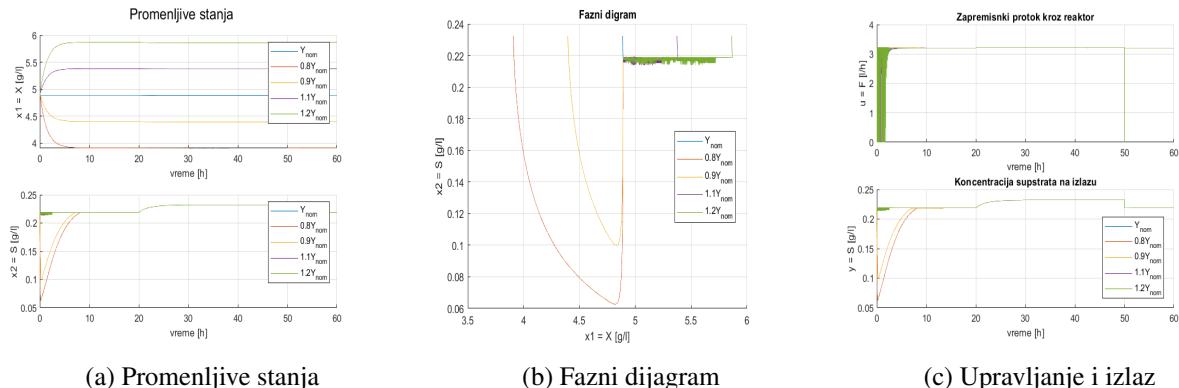
Tranzijent iz početnog stanja:



Slika 55: Tranzijent iz početnog stanja, fuzzy kontroler, ispitivanje robusnosti

Sistem uspešno završava u željeno ravnotežno stanje (drugačija vrednost koncentracije biomase) za sve promene parametra  $Y$ .

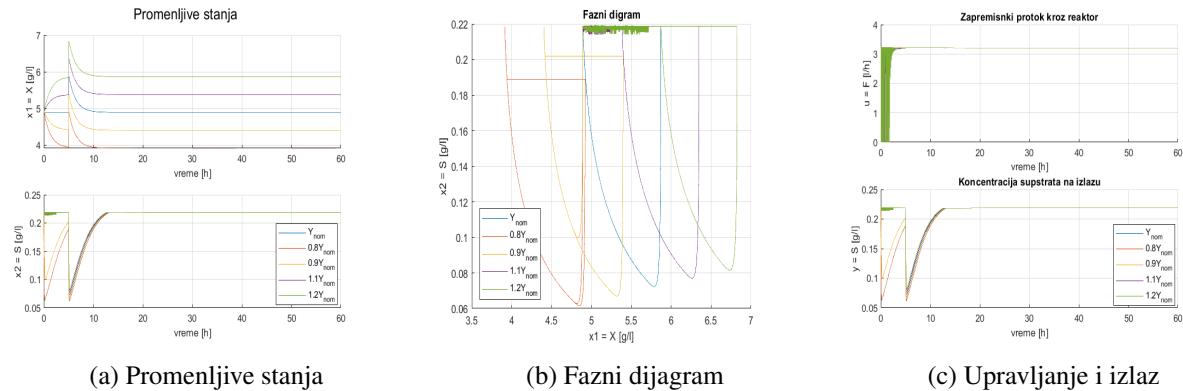
Step reference:



Slika 56: Step reference, fuzzy kontroler, ispitivanje robusnosti

Nakon početnog tranzijenta ponašanje svih sistema je istovetno, sa propusnim opsegom  $0.4993 \frac{rad}{h}$ .

Step poremećaja:



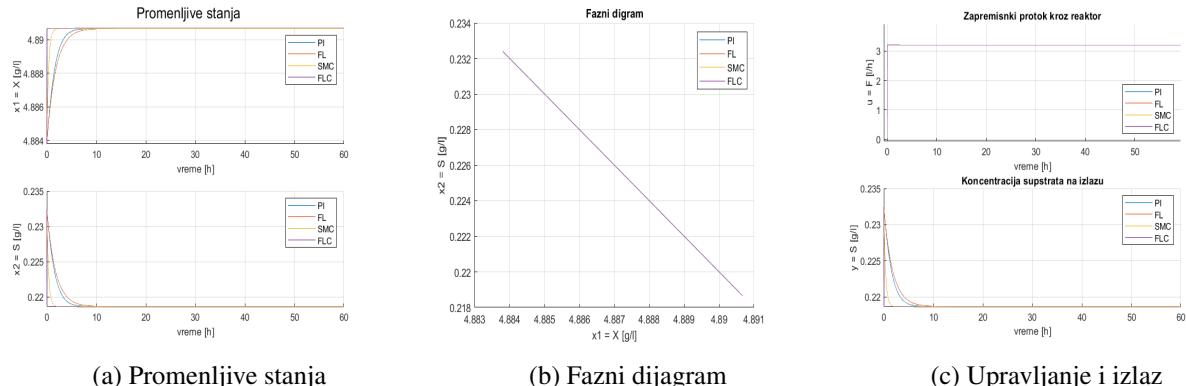
Slika 57: Step poremećaj, fuzzy kontroler, ispitivanje robusnosti

Svi sistemi uspešno otklanjaju poremećaj sa propusnim opsezima  $\omega_{0.8} = 0.2682 \frac{rad}{h}$ ,  $\omega_{0.9} = 0.2800 \frac{rad}{h}$ ,  $\omega_{1.1} = 0.3032 \frac{rad}{h}$  i  $\omega_{1.2} = 0.3150 \frac{rad}{h}$ .

## 8 Komparativna analiza metoda upravljanja

### 8.1 Nominalni sistem

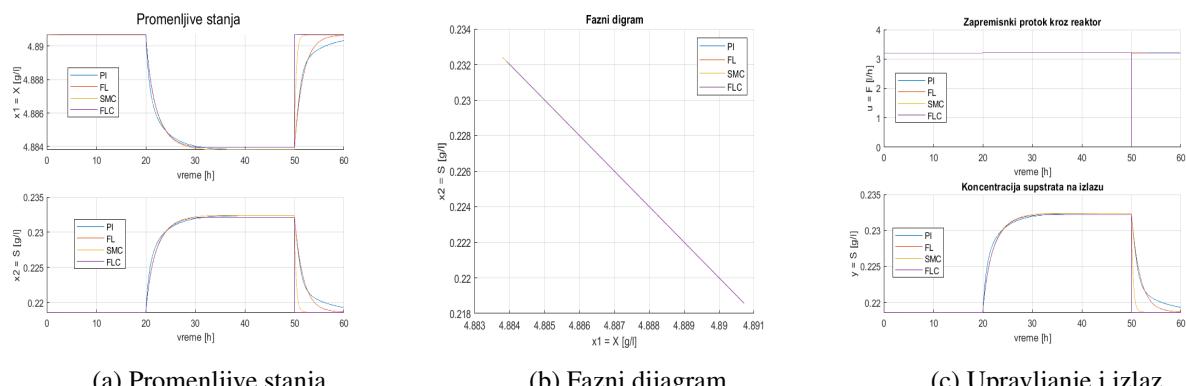
Tranzijent iz početnog stanja:



Slika 58: Tranzijent prelaska iz početnog stanja, komparativni prikaz

Svi sistemi teže željenom nominalnom režimu, bez preskoka. Najbrži odziv ima fuzzy kontroler, najsporiji kontroler na bazi feedback linearizacije.

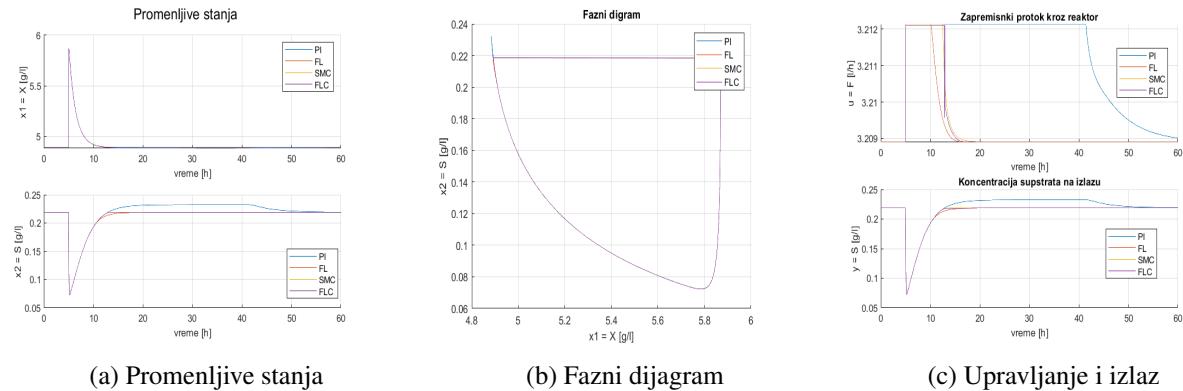
Step reference:



Slika 59: Step reference, komparativni prikaz

Svaki odziv je bez preskoka, pozitivni step odziv sličnih odlika, dok za negativni step odziv PI kontrolera je najsporiji, a odziv fuzzy kontrolera najbrži.

Step poremećaja:

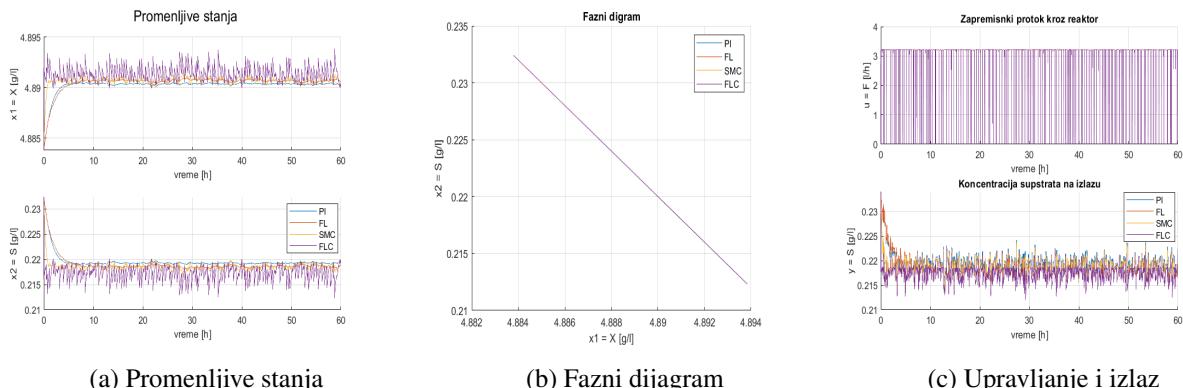


Slika 60: Step poremećaja, komparativni prikaz

Svi kontroleri uspešno otklanjaju poremećaj. PI kontroler to radi sa značajno većim upravljanjem i uz preskok na izlazu.

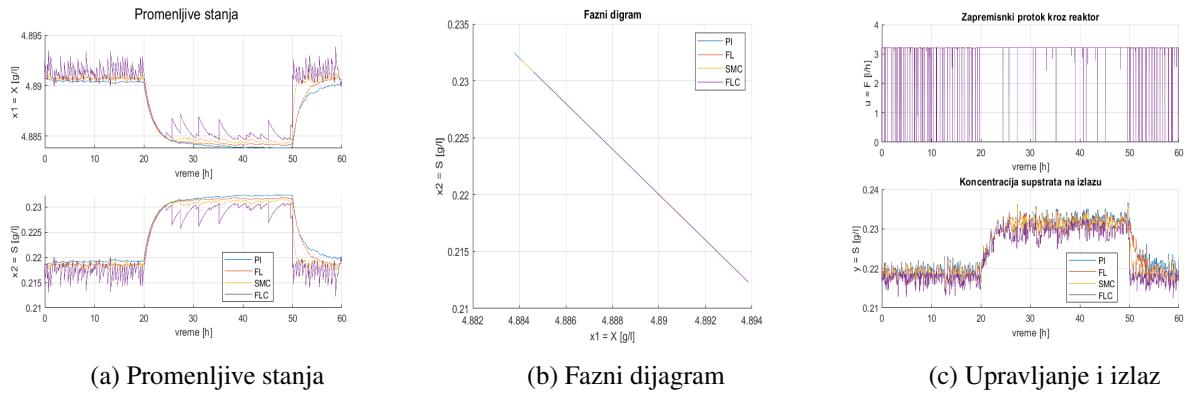
## 8.2 Nominalni sistem, šum merenja

Tranzijent iz početnog stanja: Tranzijent iz početnog stanja:



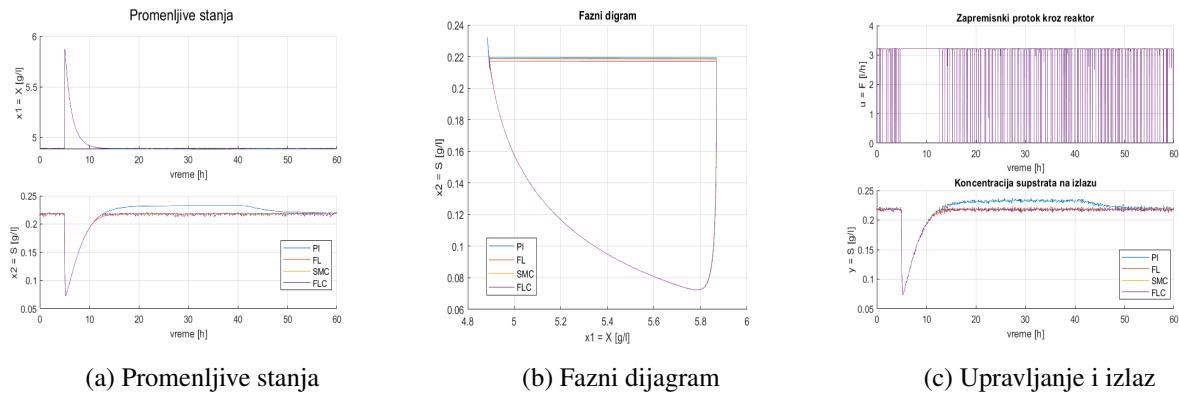
Slika 61: Tranzijent prelaska iz početnog stanja, komparativni prikaz, šum merenja

Step reference:



Slika 62: Step reference, komparativni prikaz, šum merenja

Step poremećaja:



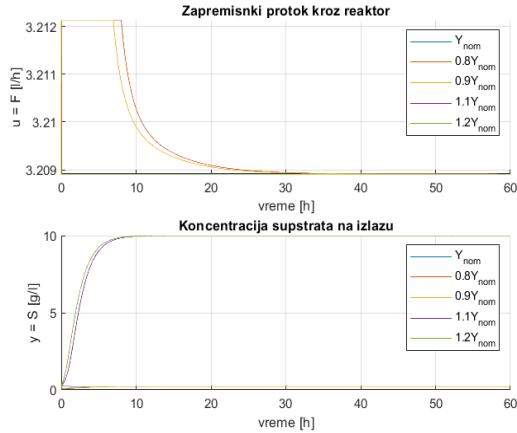
Slika 63: Step poremećaja, komparativni prikaz, šum merenja

Kod fuzzy kontrolera se za sve eksperimente primećuje najveća osetljivost na šum merenja.

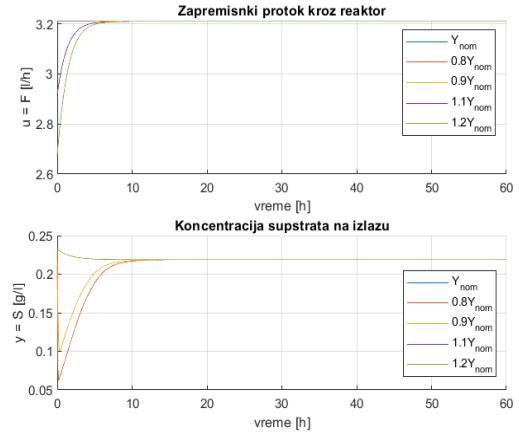
### 8.3 Isptivanje robusnosti

Radi čitljivosti rezultata, komparacija robusnosti će biti prikazana na zasebnim graficima, samo za ulaze i izlaze sistema.

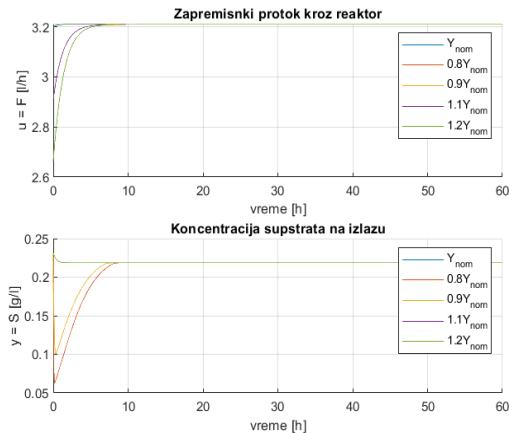
Tranzijent iz početnog stanja:



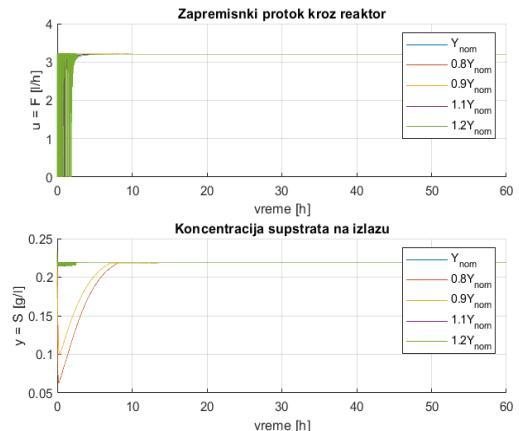
(a) PI kontroler



(b) Kontroler na bazi feedback linearizacije



(c) Kontroler na bazi kliznog upravljanja sa graničnim slojem

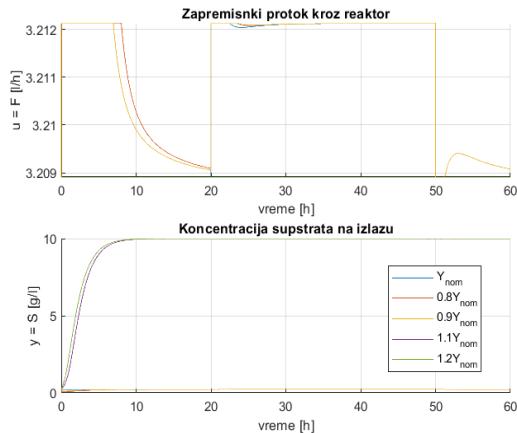


(d) Fuzzy kontroler

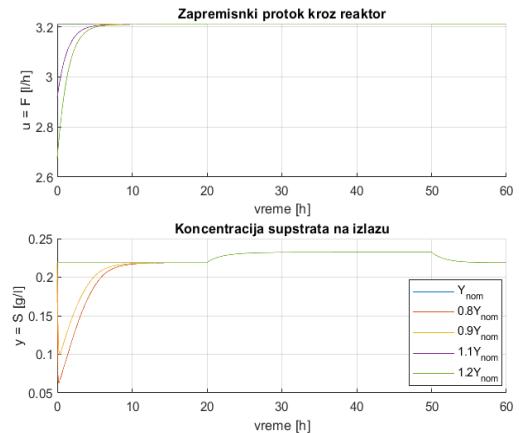
Slika 64: Tranzijent iz početnog stanja

PI kontroler nije robustan na povećavanje parametra  $Y$ . Kod fuzzy kontrolera javlja se prekidačko ponašanje upravljanja za povećanje parametra  $Y$ .

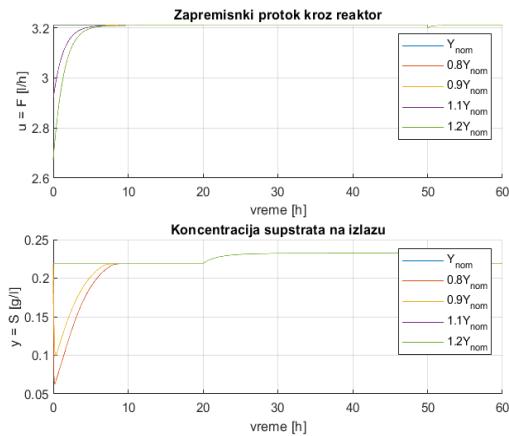
Step reference:



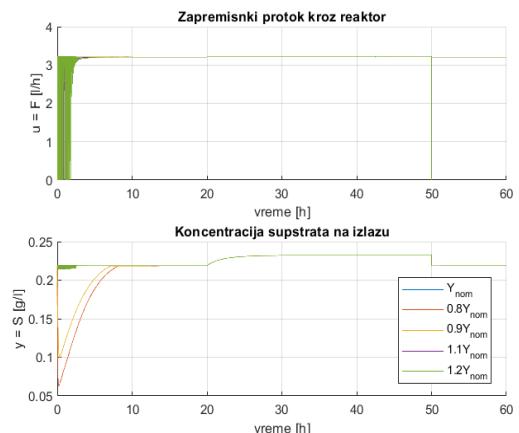
(a) PI kontroler



(b) Kontroler na bazi feedback linearizacije



(c) Kontroler na bazi kliznog upravljanja sa graničnim slojem

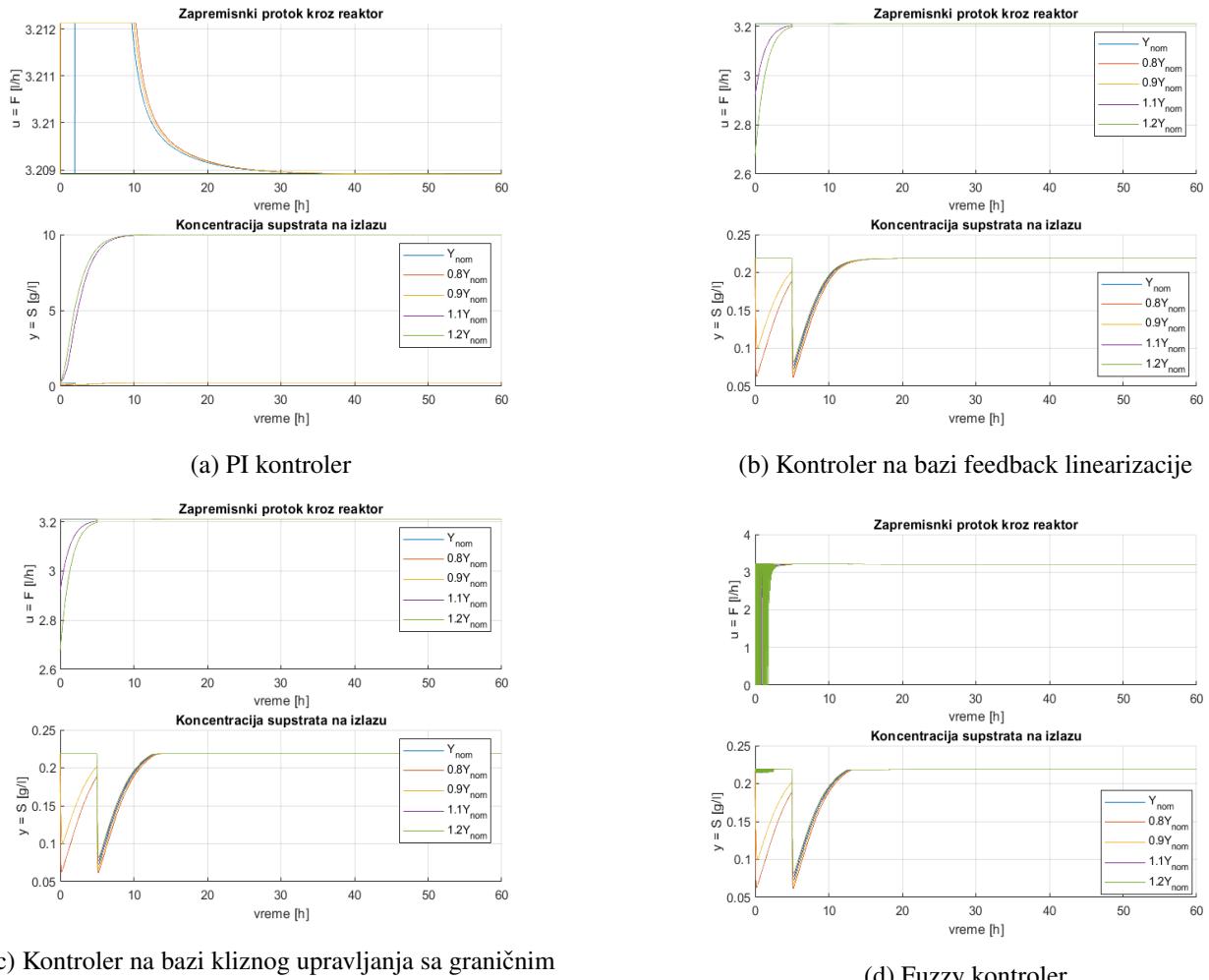


(d) Fuzzy kontroler

Slika 65: Step reference

Kontroleri, osim PI, dobro prate promenu reference. PI kontroler samo je robustan na smanjivanje parametra  $Y$ . Kod fuzzy kontrolera javlja se prekidačko ponašanje upravljanja.

Step poremećaja:



Slika 66: Step poremećaja

Svi kontroleri, osim PI, se uspešno izbore sa poremećajem u sistemu. PI kontroler je robustan samo za smanjivanje parametra  $Y$ .

## Literatura

- [1] Bequette Wayne B. *Process control : Modeling, design, and simulation*. Prentice Hall PTR, 2003.
- [2] Pauline M Doran. *Bioprocess engineering principles*. Academic Press, 2013.
- [3] G. Szederkényi, N.R. Kristensen, K.M. Hangos, and S.B. Jørgensen. Nonlinear analysis and control of a continuous fermentation process. *Computer Aided Chemical Engineering*, 9:787–792, 2001.
- [4] Zhang Tengfei, Fang Xing, and Liu Fei. Sliding mode control of the penicillin fermentation system based on nonlinear disturbance observer. In *2018 IEEE 7th Data Driven Control and Learning Systems Conference (DDCLS)*, pages 714–717, 2018.