Projekat iz Osnova Telekomunikacija

Analiza procesa postupaka zaštitnog kodiranja izvora na prenos digitalnog signala

Ilija Anastasijević 0108/2018

Ana-Marija Ćeranić 0215/2018

# Postupci zaštitnog kodiranja

Prilikom prenošenja informacija upotrebom digitalnog signala, često se dešava da tokom prenosa, usled šuma ili drugih efekata, dođe do greške pri prenosu signala, pri čemu dolazi do promene vrednosti bitova iz 0 u 1, ili obrnuto. Pošto ta greška može da izazove neželjene efekte na strani prijemnika usled prenošenja pogrešne informacije, poželjno je da na neki način otkrijemo i ispravimo grešku. Osnovna ideja je da u poruku koju šaljemo veštački unesemo redundansu.

## Bit parnosti

Najjednostavniji način detektovanja greške je upotrebom bita parnosti. Bit parnosti je poseban bit koji ima vrednost 0 ako je broj jedinica u reči paran, a 1 ako je broj jedinica neparan. Nakon prenosa, generiše se novi bit parnosti na osnovu primljene reči. Ako se ova dva bita parnosti ne poklapaju, prilikom prenosa se desila greška: ili su se promenili bitovi u prenesenoj poruci, ili je došlo do greške pri prenosu samog bita parnosti. Nakon što detektuje grešku, prijemnik može od predajnika da zatraži ponovno slanje poruke. Međutim, to je moguće samo ako postoji dvosmerna veza između prijemnika i predajnika. Osim toga, neophodno je ponovo poslati celu poruku ili deo poruke, što usporava prenos. Zbog toga se koriste zaštitni kodovi koji, osim mogućnosti detekcije greške, mogu i da je isprave. Ovde analiziramo postupke repeticionog i Hemingovog kodiranja.

## Repeticiono kodiranje

Repeticiono kodiranje eliminiše potrebu da prijemnik od predajnika traži ponovno slanje poruke tako što unapred šalje određen broj kopija jednog bita, npr. binarna poruka 1010, nakon repeticionog kodiranja reda 3, postaje 111000111000. Nakon što primi uzastopno kodirane bite, prijemnik procesom većinskog odlučivanja određuje koji bit je bio poslat. Na prethodnom primeru, ako tokom prenošenja sekvence 111 dođe do greške, i prijemnik primi sekvencu 101, on će i dalje uspešno detektovati da je predajnik poslao jedinicu. Međutim, ako bi došlo do još jedne greške, npr. 100, prijemnik će pogrešno dekodovati 0. Ovaj problem se može rešiti povećanjem reda repeticionog koda. Repeticioni kod reda 3 ispravlja jednu grešku, reda 5 dve greške, reda 7 tri greške, itd. Mana repeticionog kodiranja je velika redundansa bitova: ovo čini kod veoma otpornim na greške, ali povećava ukupan broj bitova koji je neophodno poslati, što usporava prenos podataka.

## Hemingov kod

Hemingov kod je osmislio Ričard Heming, motivisan da pronađe elegantniji sistem koji je u stanju da detektuje i ispravi grešku u signalu.

Hemingov kod je moguće konstruisati za svaki ceo broj predstavlja dužinu kodirane sekvence, a dužinu poruke poslate od strane predajnika. U simulaciji je korišćen Hemingov kod (7,4) i Hamingov kod (12,8). U nastavku će biti objašnjen princip rada Hemingovog koda (7,4).

Opšti oblik kodirane sekvence dužine možemo predstaviti na sledeći način:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |

Pozicije bitova koje ne predstavljaju stepen dvojke zauzimaju bitovi poruke, a pozicije koje su stepen dvojke zauzimaju bitovi parnosti. Bitovima parnosti su za na pozicijama 1,2 i 4. Bitovi parnosti su zaduženi za one bitove čija pozicija sadrži poziciju tog bita parnosti. Na taj način imamo:

Vrednost bitova parnosti se dobija tako da ukupan broj jedinica na bitu parnosti i njemu dodeljenim bitovima bude paran u slučaju parne parnosti ili neparan u slučaju neparne parnosti. U nastavku ćemo pretpostaviti da je reč o parnoj parnosti. Zadaćemo konkretnu poruku na sledeći način:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |

Bitove parnosti po pravilu određujemo:

Kodirana sekvenca je tada oblika:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |

Tako formirana sekvenca se šalje prijemniku. Na putu do prijemnika je moguća je pojava greške. U našem konkretnom primeru pretpostavićemo da je došlo do greške na bitu :

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 |  |  |  |  |  |

Radi utvrđivanja greške posmatramo bitove parnosti i njima dodeljene bitove poruke. Ukoliko je broj jedinica na bitu parnosti i njemu dodeljenim bitovima je neparan došlo je do greške. Greška može biti na nekom od bitova za koje je bit parnosti zadužen ili na samom bitu parnosti. Svakom bitu parnosti na kojem je utvrđena nepravilnost dodeljuje se vrednost 1.

Binarna pozicija bita sa greškom dobija se kao kombinacija bita parnosti na sledeći način:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

U našem konkretnom slučaju:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

Na taj način utvrđujemo da je pozicija bita sa greškom u našem primeru 6.

U simulaciji smo Hemingovo kodiranje primenili metodom matrica jer se takva implementacija činila najpogodnijom.

Kodirana sekvenca dužine n se od originalne poruke dužine k može dobiti množenjem po modulu 2 poruke dužine k generatorskom matricom :

Binarna pozicija bita sa greškom se može dobiti množenjem po modulu 2 kodirane sekvence matricom za proveru parnosti :

## Interliving

Kodovi za korekciju greške koje smo malo pre opisali mogu da isprave jednu grešku, ili u slučaju repeticionih kodova, greške na do tri uzastopna bita. Međutim, u slučaju dužih nizova grešaka, neophodno je primeniti postupak interlivinga. Ideja iza interlivinga je da se signal koji se prenosi podeli na reči. Umesto da sekvencijalno prenosimo reči tako što prenesemo sve bite jedne reči pre nego što pređemo na drugu reč, reči prenosimo u grupama od po I reči, tako što prvo prenesemo prve bite od svih I reči, zatim druge bite, itd. Kada prenesemo jednu grupu od I reči, prelazimo na sledeću grupu, dok ne prenesemo ceo signal. Efekat interlivinga je sledeći: Ako tokom prenosa neke grupe od I reči dođe do burst greške, umesto da ta greška bude skoncentrisana na jednoj reči, ona će biti raspodeljena na više reči tako da, ukoliko je dužina bursta manja od I, u svakoj reči postoji najviše jedan bit sa greškom, što će zaštitni kodovi biti u stanju da isprave. U slučaju repeticionih kodova reda 5 i 7, koji mogu da isprave dve, odnosno tri greške u jednoj reči, nakon primene interlivinga kodovi će moći da isprave burst greške dužine 2I odnosno 3I.

# Simulacija

Postupak simulacije prenosa signala je sledeći: prvo se generiše poruka dužine N = 10080 (kako bi bila moguća primena interlivinga na signal za sve slučajeve). Postoje dva izvora informacije: jedan čije su verovatnoće pojavljivanja bitova 0 i 1 jednake i iznose 0.5, i drugi čije su verovatnoće za ova dva bita 0.9 i 0.1. Entropije ova dva izvora su, redom, 1b i 0.48b. Nakon toga se vrši zaštitno kodiranje upotrebom svih 5 varijanti zaštitnih kodova: repeticioni kodovi reda 3, 5 i 7, kao i Hemingovi kodovi (7, 4) i (12, 8).

Ako je neophodno, vrši se interliving. To se radi tako što se signal podeli na reči. U slučaju repeticionih kodova, dužina reči jednaka je redu zaštitnog koda, dok je u slučaju Hemingovih kodova dužina reči 7, odnosno 12 bitova. Grupe od po 5, 7 ili 9 reči se učitavaju u matricu po vrstama, a zatim se formira novi signal tako što se te matrice iščitavaju po kolonama.

Zatim se simulira pojava greške prilikom prenosa: u slučaju pojedinačnih grešaka vrši se prolazak kroz sekvencu signala, i ako je generisana vrednost u opsegu (0, 1) manja od verovatnoće greške, vrši se promena vrednosti bita. U slučaju burst greške, nasumično se biraju položaji početnih bitova burst grešaka. Ukoliko je nasumično izabran položaj koji bi doveo do preklapanja burstova, bira se novi sve dok se ne pronađe odgovarajući. Nakon toga, niz koji sadrži položaje bitova sa greškom se dopunjava dodatnim bitovima koji se nalaze nakon početnog bita, tako da greška obuhvata niz bitova čija je dužina jednaka dužini bursta. Na kraju se vrši promena vrednosti svih bitova koji se nalaze na položajima naznačenim u nizu položaja greške. Na posebnim početnim signalima, analiziraju se sledeći slučajevi: pojedinačna greška, burst greške dužine 4, 5, 8 i 10 bitova sa, redom, 10, 8, 5 i 4 burstova, sa upotrebom interlivinga i bez.

Nakon simulacije greške pri prenosu, vrši se dekodovanje primljenog signala kako bi se ustanovila efikasnost zaštitnog kodiranja.

# Rezultati

Analizirajmo prvo slučaj pojedinačnih grešaka, prikazan na slici 1.

A screenshot of a cell phone

Description automatically generated

Slika 1: Broj neispravljenih grešaka pri prenosu sa pojedinačnim greškama verovatnoće 0.01

Repeticioni kod reda 3 i Hemingovi kodovi ispravljaju jednu grešku po reči. Repeticioni kodovi reda 5 i 7 ispravljaju dve, odnosno tri greške po reči i nisu propustili ni jednu grešku. Veći broj neispravljenih grešaka u slučaju Hemingovih kodova u odnosu na repeticioni povezan je sa dužinom reči: repeticioni kod može da ispravi jednu grešku na svaka tri bita, dok Hemingovi kodovi mogu da isprave jednu grešku na svakih 7, odnosno 12 bita. Međutim, Hemingovi kodovi imaju manju redundansu od repeticionog koda: u repeticionom kodu reda 3 svaki bit se kodira sa 3 bita, dok se kod Hemingovih kodova kodira sa redom, 1.75 i 1.5 bita. Interesantno je primetiti da je odnos neispravljenih grešaka približno inverzno proporcionalan kvadratu odnosa redundansi.

Posmatrajmo sada slučajeve burst grešaka bez interlivinga, prikazanih na slici 2.

A picture containing drawing

Description automatically generated

Slika 2: Performanse zaštitnih kodova u slučaju burst grešaka bez interlivinga

Očigledno je da zaštitni kodovi imaju mnogo više problema sa ispravljanjem burst grešaka nego sa pojedinačnim greškama. Najviše problema imali su Hemingovi kodovi. Ovo proizilazi iz činjenice da Hemingovi kodovi mogu da isprave grešku samo u jednom bitu. Bilo kakva burst greška će samim tim izazvati grešku u prenosu najmanje jedne, a potencijalno i više reči. Repeticioni kodovi su se bolje pokazali, jer u zavisnosti od reda koda i dužine greške, postoji verovatnoća da se burst greška raspodeli na više kodiranih bitova, tako da broj bitskih grešaka u svakom kodiranom bitu bude u okviru mogućnosti repeticionog koda.

Konačno, razmotrimo uticaj interlivinga na sposobnost zaštitnih kodova da isprave grešku. Odgovarajući grafici prikazani su na slici 3.

A screenshot of a cell phone

Description automatically generated

Slika 3: Performanse zaštitnih kodova prilikom ispravljanja burst grešaka uz primenu interlivinga

Burst greške dužine 4 i 5 manje su ili jednake od reda interlivinga u sva tri slučaja. U svakoj kodnoj reči koja se prenosi javila se najviše jedna greška, i zaštitni kod nije imao problema prilikom ispravljanja. Interliving 5 i 7 reči nije bio dovoljan da bi se adekvatno ispravile burst greške dužine 8. Ipak, nakon upotrebe interlivinga 7 reči i dekodovanja primljenog signala u njemu je ostalo otprilike tri puta manje neispravljenih grešaka. Ova cifra odgovara razlici reda interlivinga i dužine burst greške u oba slučaja. U slučaju interlivinga 7 reči, prilikom pojavljivanja burst greške dvostruka greška javiće se u samo jednoj reči, dok se u slučaju interlivinga 5 reči ona javlja u tri reči. U slučaju interlivinga 9 reči nije bilo grešaka jer je dužina burst greške bila previše mala. Sličnu situaciju vidimo i u slučaju burst grešaka dužine 10. Ova greška veća je od reda interlivinga u sva tri slučaja, s tim što je najmanji broj grešaka ostao nakon primene interlivinga 9 reči, iz istog razloga kao u prethodnom slučaju.

Bitno je još napomenuti da su repeticioni kodovi višeg reda (5 i 7) ispravili sve greške u svim slučajevima. Objašnjenje možemo naći u činjenici da ovi kodovi mogu da isprave dve, odnosno tri greške u jednoj kodnoj reči. Posledično, nakon primene interlivinga, npr., 5 reči, ovi kodovi moći će da izađu na kraj sa burst greškama dužine 10, odnosno 15, dok će repeticioni kod reda 3 i Hemingovi kodovi moći da isprave samo burst greške dužine 5. Pošto je najduža burst greška koju razmatramo dužine 10, ni u jednom posmatranom slučaju nije se desilo da repeticioni kodovi reda 5 i 7 nisu uspeli da isprave grešku.

Grafici na gornjim slikama plotovani su za izvor a priori verovatnoće 0.5. Rezultati koji se dobiju za izvor verovatnoće 0.1 ne odudaraju značajno.