

PRODUCTO 6

Ana Magdalena Sotomayor

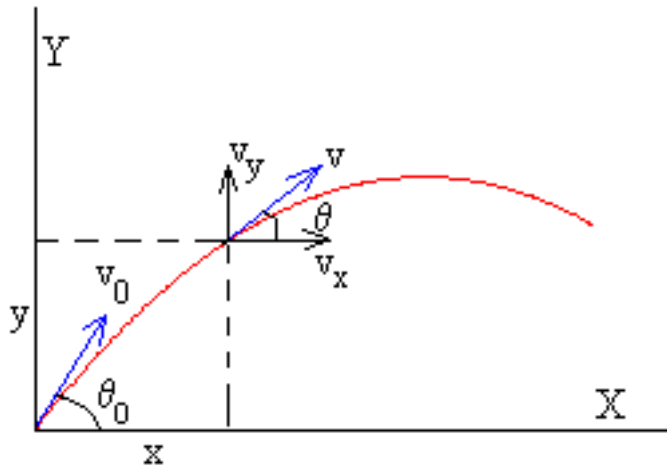
23 de abril de 2015

1. INTRODUCCION

El lanzamiento de un proyectil puede resultar en dos tipos de movimientos a estudiar, dependiendo de medio en el que se mueve.

Si, para su estudio, determinamos que el proyectil se mueve por un medio sin fricción, entonces se genera un Tiro Parabólico.

El tiro parabólico es un movimiento que resulta de la unión de dos movimientos: El movimiento rectilíneo uniforme (componentes horizontal) y, el movimiento vertical (componente vertical) que se efectúa por la gravedad y el resultado de este movimiento es una parábola.



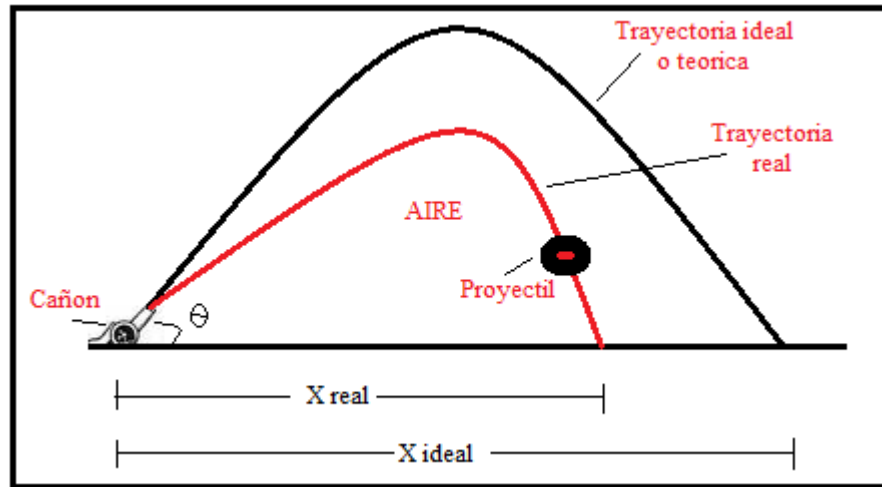
Las formulas para este movimiento son sencillas y dependen del ángulo de tiro y de la velocidad inicial del lanzamiento:

$$V_{oy} = V \sin \theta \quad V_{ox} = V \cos \theta \quad (1)$$

Y la distancia para generar las coordenadas de la trayectoria se saca a partir de las siguientes fórmulas:

$$X = V_{ox} * t \quad Y = V_{oy} * t - 1/2gt^2$$

Por otro lado, si tomamos en cuenta que el medio real en el que se mueve un objeto lanzado como proyectil genera una fuerza de fricción o arrastre, la trayectoria del movimiento difiere.



Todo objeto de masa m que se mueve en un medio, experimenta una fuerza de arrastre F_D contraria a la dirección de su movimiento; se expresa de la siguiente manera

$$F_D = \frac{1}{2} \rho v^2 C_D A$$

Que depende de una constante ρ definido por la densidad del medio y C_A definida como el coeficiente de fricción por la forma del objeto lanzado.

Por lo anterior, la trayectoria del proyectil se complica, teniendo en cuenta que la fricción genera una desaceleración constantemente, por lo que las formulas para la obtención de las coordenadas requieren de una constante modificación de aceleración y velocidad en x y y .

Aceleración: $a_x = -21D/m2vv$ $a_y = -g - 21D/m2vv$ Velocidad: $vx + Dvx = vx + axDt$ $vy + Dvy = vy + ayDt$ Coordenadas $x + /deltax = Xo + Vx/deltat + 1/2ax/deltat^2$ $y + /deltay = Yo + Vy/deltat + 1/2ay/Deltat^2$

Se realizó un código en fortran 90 para realizar los calculos necesarios para graficar las trayectorias con objetos a escoger y en tomando como medio el aire a 25 grados centígrados con una atmósfera de presión.

Para ello se crearon módulos de parámetros, subrutinas y diversas herramientas como se verá en los códigos a continuación.

2. CÓDIGOS

```
!Programa para obtener los valores cada décima de segundo
!para graficar un tiro parabólico de un objeto de diferentes formas,
!Sin y con fuerza de arrastre del medio en el que se mueve
!Código por Ana M. Sotomayor
!-----|
!Definamos parametros
Module Parametros

    Implicit None
    real, parameter :: pi = 4.0 * atan(1.0)
!Definimos el valor de la densidad de aire a un aprox de 20 grados C con una presion
atmosferica de 1
    real, parameter :: dAire = 1.2
    real, parameter :: g = 9.8
    integer, parameter :: puntos = 3500
    real, parameter :: Delta = 0.010

End Module Parametros

Program Producto6

    Use Parametros
    Implicit None
    real :: Vox, Voy, a_rad !Salida a Subrutinas
    real :: Ttot, Ytot, Xtot !Entrada de Subrutina Sin Arrastre
    real :: Ttotal, Ytotal, Xtotal, A, CD !Entrada de Subrutina
    Con Arrastre
    real :: DiferenciaX, DiferenciaY, DiferenciaT !Internas
    real :: Vo, a_grados
    integer :: i
    real, dimension (0:puntos) :: x,y, ts !De Subrutina sin Arrastre
    Character :: Objeto !De Subrutina con Arrastre
    real, Dimension (0:puntos) :: t, Vx, Vy, Vin, ax, ay, X1, Y1 !De
    Subrutina con arrastre

    Write (*,*) "Escriba la velocidad inicial del Objeto"
    Read *,Vo
    write (*,*) "Escriba en grados el angulo de salida"
    Read *,a_grados

!Se convierten grados a radianes
    a_rad = a_grados*pi/180
```

```

!Se convierte la velocidad a sus componentes en x y y
    Vox = Vo*cos(a_rad)
    Voy = Vo*sin(a_rad)
!Llamamos a las subrutinas para obtener maximos

Call SinFriccion (Vo, Vox, Voy, ts, i, x, y, Ytot, xtot, Ttot)
Call ConArrastre (Vox, Voy, a_rad, Vo, CD, A, t, Vx, Vy, ax, ay, X1, Y1,
Xtotal, Ytotal, Ttotal, Objeto)

DiferenciaX = ((xtot-Xtotal)/Xtotal)*100.0
DiferenciaY = ((Ytot-Ytotal)/Ytotal)*100.0
DiferenciaT = ((Ttot-Ttotal)/Ttotal)*100.0

Write (*,*) "Al lanzar un objeto de la forma seleccionada"
Write (*,*) "Con una velocidad inicial de", Vo, "m/s"
Write (*,*) "Y un angulo de", a_grados, "grados"
Write (*,*) "Su trayectoria sin Friccion tiene una duracion de", Ttot, "segundos"
Write (*,*) "Y alcanza una altura maxima de", Ytot, "metros"
Write (*,*) "y un alcance de", Xtot, "metros"
Write (*,*) "-----"
Write (*,*) "Mientras que tomando en cuenta el arrastre del aire"
Write (*,*) "Su tiempo total de vuelo es de", Ttotal, "segundos"
Write (*,*) "Con una altura maxima de", Ytotal, "metros"
Write (*,*) "y un alcance de", Xtotal, "metros"
Write (*,*) "Lo que crea un porcentaje de error de", DiferenciaT, "en el tiempo"
Write (*,*) "de", DiferenciaY, "en la altura maxima y de", DiferenciaX, " en el alcance"

End Program Producto6

!-----
!Subrutina para generar las coordenadas de la trayectoria sin arrastre

Subroutine SinFriccion (Vo, Vox, Voy, ts, i, x, y, Ytot, xtot, Ttot)

    Use Parametros
    Implicit None
    real :: Vox, Voy, a_rad, Vo !Entrada
    real :: Ttot, Ytot, Xtot !Salida
    real, dimension (0:puntos) :: x,y,ts !Internos
    integer :: i

    open (1, file = "SinArrastre.dat")
!Calculos
    ts(0)=0

```

```

!Loop para cada delta de tiempo igual a 1 decima de segundo
do i = 0, puntos, 1
  x(i) = vox*ts(i)
  y(i) = voy*ts(i) - .5*g*ts(i)*ts(i)
  ts(i+1) = (ts(i)+0.01)
  If (x(i)<0) then
    x(i)=0
  end if
  write (1,1001) x(i), y(i)
  1001 format (f10.4, f10.4)
!terminemos el loop cuando el objeto llegue al piso
  If (y(i)<0) exit
end do
Close (1)
Ttot = ts(i)
Ytot = maxval (y, 1, (y(i)<0))
!Discriminemos valores cercanos a cero
IF (a_rad == 0 ) THEN
  Xtot = 0
Else IF (a_rad == pi/2 ) THEN
  Xtot = 0
ELSE
  Xtot = x(i)
END IF
End Subroutine SinFriccion

!-----

!Considerando la fuerza de arrastre del aire.

Subroutine ConArrastre (Vox, Voy, A_rad, Vo, CD, A, t, Vx, Vy, ax, ay,X1,
Y1, Xtotal, Ytotal, Ttotal, Objeto)

  Use Parametros
  Implicit None
  real :: a_rad, Vo, Vox, Voy !Entrada
  real :: CD, A, m, D, r, h !Internos
  Character :: Objeto !Interno
  real, Dimension (0:puntos) :: t, Vx, Vy, Vin, ax, ay, X1, Y1 !Interno
  integer :: i
  real :: Xtotal, Ytotal, Ttotal !Salida

  write (*,*) "Selecciona la forma del objeto a lanzar:"
  write (*,*) "a=Esfera, b=Media esfera, c=cono, d=Cubo, e=Romboide,
f= Cilindro largo, g=Cililndro Corto"

```

```

read *,objeto
write (*,*) "Escriba el masa del objeto en kilogramos"
read *, m

!Obtenemos el area transversa para cada forma de objeto y designamos su
Coeficiente de friccion
Select case (objeto)
  Case ("a")
    Write (*,*) "Escriba el radio de la esfera"
    read *,r
    A = pi *r*r
    CD= 0.4700
  Case ("b")
    Write (*,*) "Escriba el radio de la media esfera"
    read *,r
    A = .5*pi*r*r
    CD = 0.42
  Case ("c")
    Write (*,*) "Escriba el radio del cono"
    read *,r
    A=pi*r*r
    CD=0.50
  Case ("d")
    Write (*,*) "Escriba la medida de un lado del cubo"
    read *,h
    A= r*r
    CD=1.05
  Case ("f")
    Write (*,*) "Escriba la medida de un lado del rombo"
    read *,r
    A= r*sqrt(2*r*r)
    CD=0.80
!Asumamos que los cilindros son de base cuadrada/rectangular
  Case ("g")
    Write (*,*) "Escriba el ancho de la base del cilindro"
    read *,h
    write (*,*) "Escriba el largo de la base del cilindro"
    read *,r
    A=r*h
    CD=0.82
  Case ("h")
    Write (*,*) "Escriba el ancho de la base del cilindro"
    read *,h
    write (*,*) "Escriba el largo de la base del cilindro"
    read *,r
    A=r*h

```

```

        CD=1.15
    Case Default
        Write (*,*) "Objeto no existente"
End Select

!Comenzamos la generacion de coordenadas

    Open (2, file = "ConArrastre.dat")

!Determinemos los valores iniciales
    X1(0) = 0
    Y1(0) = 0
    Vx(0) = Vox
    Vy(0) = Voy
    Vin(0)= Vo
    t(0) = 0
    D = 0.5*dAire*Cd*A
    ax(0) = -(D/m)*Vo*Vox
    ay(0) = -g-(D/m)*Vo*Voy

    write(2, 1002) X1(0), Y1(0)
    1002 format (f10.4,f10.4)

!XCalculemos el resto de las coordenadas

    Do i= 0, puntos, 1

        t(i+1) = t(i)+Delta
        Vx(i+1) = Vx(i)+ax(i)*t(i+1)
        Vy(i+1) = Vy(i)+ay(i)*t(i+1)
        X1(i+1) = X1(i)+Vx(i)*t(i+1)+(1/2)*ax(i)*t(i+1)*t(i+1)
        Y1(i+1) = Y1(i)+Vy(i)*t(i+1)+(1/2)*ay(i)*t(i+1)*t(i+1)
        ax(i+1)= -(D/m)*Vx(i)*Vx(i)
        ay(i+1)= -g-((D/m)*Vy(i)*Vy(i))
        If (y1(i)<0) exit
        Write (2,1003) X1(i+1), Y1(i+1)
        1003 format (f10.4, f10.4 )

    End do
Close (2)
Xtotal = X1(i+1)
Ytotal = Maxval(Y1)
Ttotal = t(i)*10

End Subroutine ConArrastre
!-----

```

3. SALIDAS

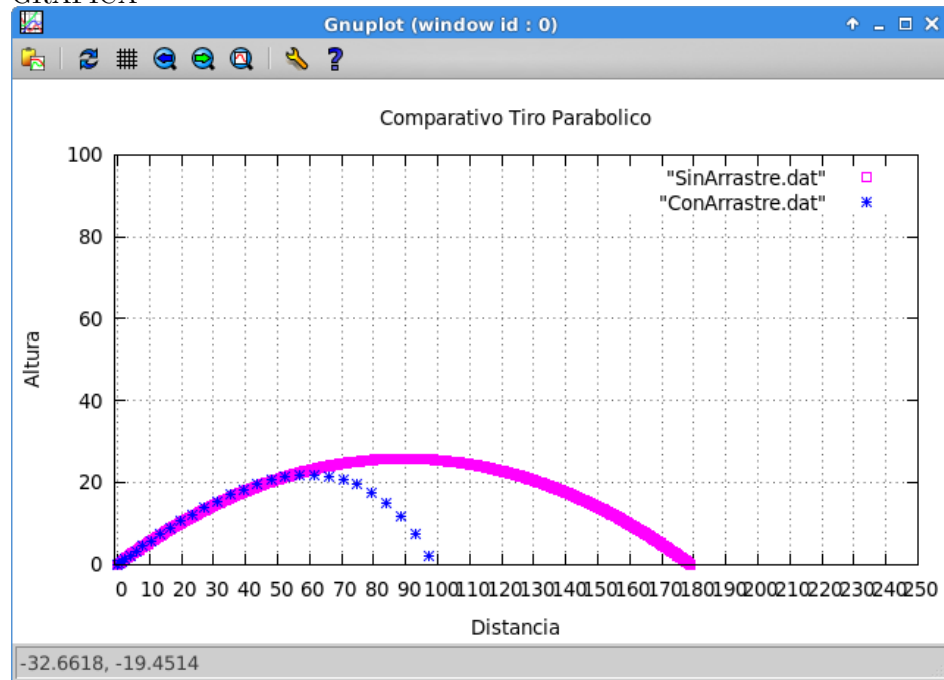
3.1. Trayectorias para lanzamiento a 30 grados

Se corrió el código para 30 grados con los siguientes resultados:

SALIDA

```
Al lanzar un objeto de la forma seleccionada
Con una velocidad inicial de 45.0000000 m/s
Y un angulo de 30.0000000 grados
Su trayectoria sin Friccion tiene una duracion de 4.60001040 segundos
Y alcanza una altura maxima de 25.8290005 metros
y un alcance de 179.267654 metros
-----
Mientras que tomando en cuenta el arrastre del aire
Su tiempo total de vuelo es de 2.89999986 segundos
Con una altura maxima de 21.9352951 metros
y un alcance de 106.028099 metros
Lo que crea un porcentaje de error de 58.6210556 en el tiempo
de 17.7508678 en la altura maxima y de 69.0756073 en el alcance
```

GRAFICA



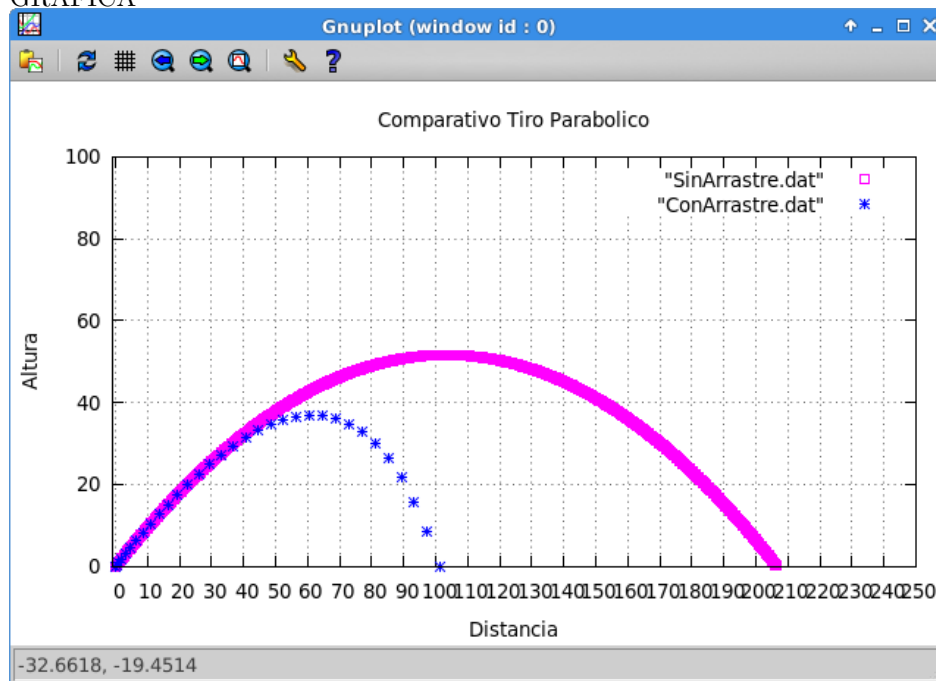
3.2. Trayectorias para lanzamiento a 45 grados

Se corrió el código para 45 grados con los siguientes resultados:

SALIDA

```
Al lanzar un objeto de la forma seleccionada
Con una velocidad inicial de 45.0000000 m/s
Y un angulo de 45.0000000 grados
Su trayectoria sin Friccion tiene una duracion de 6.50005388 segundos
Y alcanza una altura maxima de 51.6581154 metros
y un alcance de 206.830444 metros
-----
Mientras que tomando en cuenta el arrastre del aire
Su tiempo total de vuelo es de 3.29999948 segundos
Con una altura maxima de 36.9540215 metros
y un alcance de 109.114845 metros
Lo que crea un porcentaje de error de 96.9713593 en el tiempo
de 39.7902412 en la altura maxima y de 89.5529785 en el alcance
```

GRAFICA



3.3. Trayectorias para lanzamiento a 60 grados

Se corrió el código para 60 grados con los siguientes resultados:

SALIDA

```

Al lanzar un objeto de la forma seleccionada
Con una velocidad inicial de  45.0000000    m/s
Y un angulo de  60.0000000    grados
Su trayectoria sin Friccion tiene una duracion de  7.96008730    segundos
Y alcanza una altura maxima de  77.4871979    metros
y un alcance de  179.101944    metros
-----
Mientras que tomando en cuenta el arrastre del aire
Su tiempo total de vuelo es de  3.39999938    segundos
Con una altura maxima de  48.3388596    metros
y un alcance de  90.7859344    metros
Lo que crea un porcentaje de error de  134.120255    en el tiempo
de  60.3000107    en la altura maxima y de  97.2793961    en el alcance

```

GRAFICA

