Oberthaler, Markus 2018 - 02

Hauptklausur: Experimentalphysik III

Aufgabe 1: Quadratisches Potential

Ein Teilchen bewege sich im Potential $V(x) = \frac{m\omega^2}{2} x^2$.

Ein Teilchen wird im Zustand $|\psi(t=0)\rangle = N(|1\rangle + \sqrt{3}|2\rangle)$ präpariert.

a) Bestimmen Sie N, sodass $|\psi(t=0)\rangle$ ein gültiger Zustand wird.

b) Bestimmen Sie den Erwartungswert und die Varianz der Energie.

c) Mit welcher Wahrscheinlichkeit befindet sich das Teilchen im Zustand $|0\rangle$?

d) Mit welcher Wahrscheinlichkeit befindet sich das Teilchen im Zustand zur Eigenenergie $\frac{3}{2}\hbar\omega$?

e) Wie lautet der Zustand $|\psi(t)\rangle$ für $t>0$?

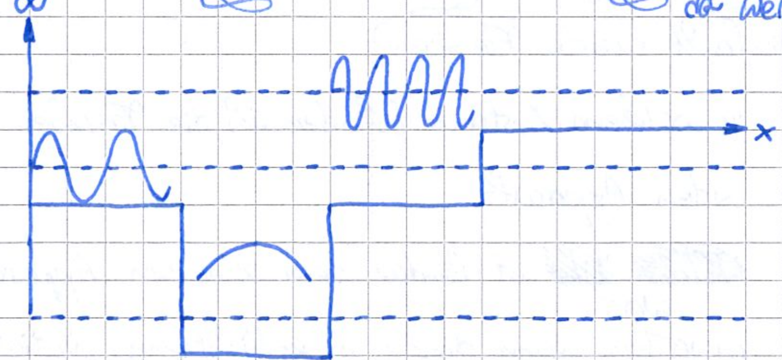
f) Nach welcher Zeit gilt erstmals $|\psi(T)\rangle = -|\psi(t=0)\rangle$?

Aufgabe 2: Potentialstufe

a) Wie lautet die Schrödingergleichung in Ortsdarstellung?

b) Eine ebene Welle $\phi \sim e^{i(kx - \frac{E}{\hbar}t)}$ bewege sich im Potential $V(x) = V_0$. Leiten Sie mit a) eine Beziehung der Form $k(E)$ her.

c) Vervollständigen Sie die Skizze. (Dargestellt sind die Realteile der Wellenfkt.)



Aufgabe 3: Farbzustände

Für Teilchen, die der Farbwechselwirkung unterliegen, definiert man den Farboperator $\hat{F}$, der die Eigenzustände $|R\rangle, |G\rangle, |B\rangle$ besitzt zu den Eigenwerten r, g, b.

Des Weiteren sei der Hamiltonoperator $\hat{H}$ gegeben mit den Eigenzuständen: $\hat{H}|1\rangle = E|1\rangle$, $\hat{H}|2\rangle = 2E|2\rangle$, $\hat{H}|3\rangle = 3E|3\rangle$

Der Zustand $|a\rangle$ ist eine symmetrische Superposition:

$|a\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|1\rangle + |3\rangle)$ $(|R\rangle, |G\rangle, |B\rangle)$ und $(|1\rangle, |2\rangle, |3\rangle)$ sind je orthonormal

Experimentelle Messungen ergeben:

- Wird ein Teilchen im Zustand $|R\rangle$ präpariert, so misst man auch zu allen Zeiten t den Eigenwert r.

a) Bestimmen Sie den Erwartungswert und die Varianz der Energie im Zustand $|a\rangle$.

b) Sind $|R\rangle, |G\rangle$ Energieeigenzustände? Begründen Sie.

c) Stellen Sie die Farbeigenzustände in der Energieeigenbasis dar.

Aufgabe 4: Stern-Gerlach

Gegeben seien drei Stern-Gerlach-Apparaturen.

Die erste sei in y-Richtung ausgerichtet und mit einer Blende in negativer y-Richtung versehen. (Die Strahlbilder seien vereinfacht runde Flecken)

a) In welchem Zustand befinden sich die Teilchen nach dem ersten Apparat?

b) ~~Welches Bild~~ Was ist hinter dem zweiten Apparat zu erwarten, wenn dieser in z-Richtung justiert ist.

c) Welches Bild entsteht auf dem Detektor hinter allen drei Apparaten, wenn der dritte erneut in y-Richtung weise. Warum?

Aufgabe 5: Materiewelle am Einzelspalt

Eine ebene Welle $\phi \sim e^{i(k_z z - \omega t)}$ treffe bei $z=0$ auf einen Spalt in der (x,y)-Ebene, der von $x=-a/2$ bis $x=a/2$ offen ist.

a) Berechnen Sie den Erwartungswert und die Varianz von $\hat{p}_x$ vor dem Spalt.

b) Bestimmen Sie den Erwartungswert und die Varianz von $\hat{x}$ unmittelbar hinter dem Spalt.

c) Bestimmen Sie den Erwartungswert ~~und die Varianz~~ von $\hat{p}_x$ nach dem Spalt.

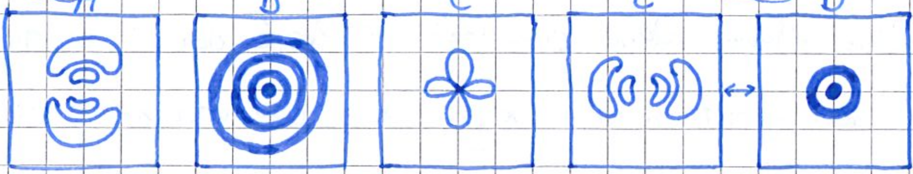
d) Was ist die Impulsverteilung in x-Richtung am Spalt.

Aufgabe 6: Energieeigenzustände von Wasserstoff

Zeichnen Sie alle Energieniveaus bis $n=4$ für Wasserstoff ein. Vernachlässigen Sie dabei Feinstruktur und weitere Korrekturen. Zeichnen Sie alle möglichen Dipolübergänge ein.

Was ist die Ionisationsenergie in eV. Kennzeichnen Sie diese im Diagramm.

Aufgabe 7: Wasserstoffzustände in Ortsdarstellung



A	B	C	E	D
$n=3$	$n=$	$n=3$	$n=$	$n=$
$l=$	$l=0$	$l=2$	$l=$	$l=$
$m=0$	$m=$	$m=0$	$m=1$	$m=$

a) Vervollständigen Sie die Legende.

b) Ist der Grundzustand abgebildet? Begründen Sie.

c) Welcher Zustand hat die höchste Bindungsenergie?

d) Welche Zustände haben einen nichtverschwindenden Drehimpuls? Warum?

Aufgabe 8: Neutron im Potentialtopf

Gegeben sei ein Neutron (Spin $\frac{1}{2}$) in einem Potentialtopf der Breite b mit unendlich hohen Wänden.

a) Skizzieren Sie das Problem und die Ortswahrscheinlichkeitsdichten der niedrigsten vier Energieeigenzustände.

b) Wie verschiebt sich die Grundzustandsenergie, wenn die Breite verdoppelt wird?

c) Welche Masse müsste ein Teilchen in diesem Potentialtopf haben, um die gleiche Grundzustandsenergie zu besitzen.

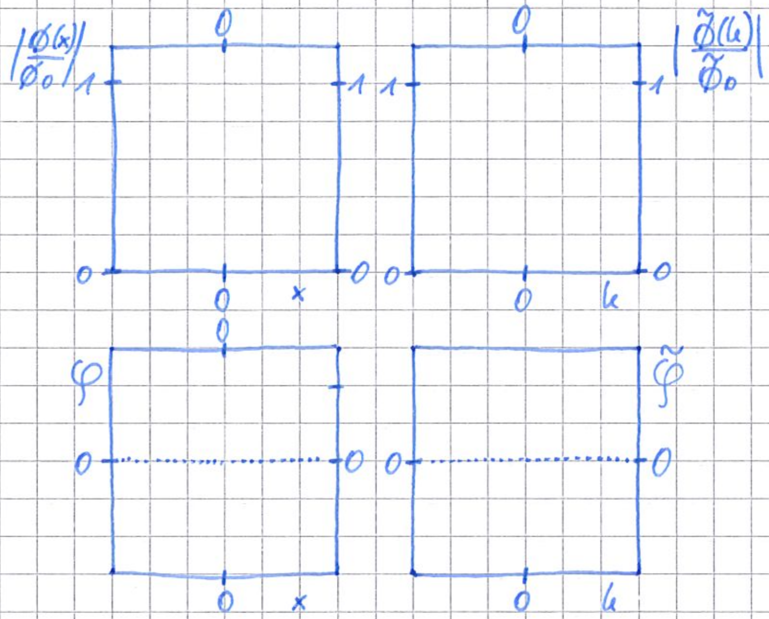
d) Ein zweites Neutron werde in den Potentialtopf gebracht. Geben Sie den Grundzustand an.

Aufgabe 9: Wellenpakete und Dispersion

Eine ~~de Broglie~~ Wellenpaket der Form $\phi(x,t=0)=|\phi_0|e^{-\frac{x^2}{4\sigma_x}}$ entwickle sich in einem Medium mit der Dispersionsrelation

a) $\omega = ak^2$ b) $\omega = bk$

Skizzieren Sie die Beträge und Phasen der Wellenfunktionen im Orts- und Impulsraum zum Zeitpunkt $t=0$ und zu einem $t>0$.



c) $\omega = ak^2+bk$

Bestimmen Sie die Phasen- und Gruppengeschwindigkeit einer Welle mit dieser Dispersionsrelation.

Aufgabe 10: Spin im Magnetfeld

Der Hamiltonoperator für ein Teilchen mit Spin in einem Magnetfeld lautet: $\hat{H}=\gamma B_z\hat{S}_z$ mit dem gyromagnetischem Moment γ.

Der Zustand $|\psi(t)\rangle$ sei für $t=0$ ein Eigenzustand von $\hat{S}_x$ zum Eigenwert $+\frac{\hbar}{2}$.

a) Bestimmen Sie den Erwartungswert und die Varianz von $\hat{H}$.

b) Nach welcher Zeit ist $|\psi(t)\rangle$ wieder ein Eigenzustand von $\hat{S}_x$

c) Skizzieren Sie die zeitliche Entwicklung von $|\psi(t)\rangle$ auf der Blochkugel. Zeichnen Sie auch die Eigenzustände von $\hat{S}_z$ ein.

d) Bestimmen Sie die zeitliche Entwicklung des Erwartungswertes von $\hat{S}_z$.