Universität Heidelberg, Fakultät für Physik und Astronomie

2. Klausur Experimentalphysik III (PEP3)
(WS2009/2010)

Dozent: Prof. Dr. Klaus Blaum

3.2.2010

Name: **Matrikelnummer:** **Gruppe:**

Diese Tabellen nicht beschriften! Sie wird nachher von den Prüfern ausgefüllt.

Verständnis aufgabe	1 (3)	2 (3)	3 (3)	4 (4)	5 (3)	6 (4)	**Summe** (20)
Punkte							

Aufgabe	1 (10)	2 (10)	3 (10)	4 (10)	5 (10)	6 (10)	7 (10)	8 (10)	**Summe** (80)
Punkte									

Ergebnis (100)

Konstanten und Angaben

Lichtgeschwindigkeit:	$c = 3 \cdot 10^8$ m/s
Stefan-Boltzmann Konstante:	$\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8}\ \mathrm{W \cdot m^{-2} \cdot K^{-4}}$
Planck-Konstante:	$h = 4.13 \cdot 10^{-15}$ eV·s $= 6.625 \cdot 10^{-34}$ Watt·s^2
Elementarladung:	$e = 1.6 \cdot 10^{-19}$ C
Elektronenmasse:	$m_e = 0.511\ \mathrm{MeV/c^2} = 9.11 \cdot 10^{-31}$ kg
Protonenmasse:	$m_p = 1836 \cdot m_e$
Boltzmann-Konstante:	$k = 8.62 \cdot 10^{-5}$ eV/K $= 1.38 \cdot 10^{-23}$ J/K

Verständnisfragen

Aufgabe 1 (3P): Welche wesentliche Folgerung über den Atombau konnte Rutherford aus seinem Streuexperiment ziehen?

Aufgabe 2 (3P): Wie unterscheiden sich die Wellenfunktionen des endlich hohen vom unendlich hohen Potentialkasten? Skizzieren Sie Beispiele für die Wellenfunktionen in beiden Fällen. Ausgehend von unendlich hohen Potentialwänden, welche Korrektur der Zustandsenergien erwarten Sie bei endlich hohen Potentialwänden (bleiben gleich/werden großer/kleiner)?

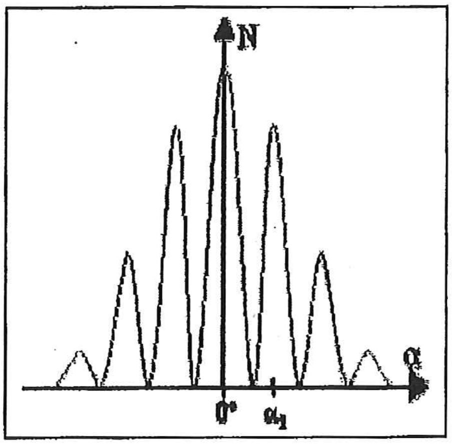
Aufgabe 3 (3P): Ein Elektron und ein Proton (beide nichtrelativistisch) haben (a) dieselbe kinetische Energie, (b) denselben Impuls und (c) dieselbe Geschwindigkeit. Welches Teilchen hat jeweils die kürzere de Broglie-Wellenlänge?

Aufgabe 4: Bohrsches Atommodell (4P). Sei $-E$ die Bindungsenergie des Elektrons im Wasserstoffatom. Wie groß ist die kinetische Energie dieses Elektrons? a) $2E$, b) E, c) $E/2$, d) 0, e) $-E/2$, f) $-E$, g) $-2E$? Wie groß ist die potenzielle Energie des Elektrons im Coulombpotenzial des Kerns? Wählen Sie auch hier aus den Möglichkeiten a) - g).

Aufgabe 5 (3P): Geben Sie den Zusammenhang zwischen Wellenfunktion $\Psi(x)$ und Aufenthalts-Wahrscheinlichkeitsdichte $P(x)$ an. Geben Sie die Normierungsbedingung für eine physikalisch sinnvolle Wellenfunktion an. Woraus ergibt sie sich?

Aufgabe 6 (4P): Ein Proton und ein Elektron befinden sich in gleichen, eindimensionalen unendlich hohen Kastenpotenzialen (nur ein Teilchen pro Kastenpotential). Jedes der Teilchen sei in seinem Grundzustand. Ist die Nachweiswahrscheinlichkeit für das Proton in der Mitte des Potenzials größer, kleiner oder gleich der Nachweiswahrscheinlichkeit für das Elektron? Welches Teilchen hat die größere Nullpunktsenergie?

Aufgabe 1: Materiewellen (10P)



Ein Strahl nichtrelativistischer Elektronen (Masse m_e) mit einheitlicher kinetischer Energie E_k trifft senkrecht auf einen Doppelspalt von 1.0 µm Spaltmittenabstand. Hinter dem Doppelspalt wird die Anzahl N der pro Sekunde ankommenden Elektronen in Abhängigkeit des Ablenkwinkels α gemessen (s. Abbildung).

a) Erklären Sie in Stichworten und anhand einer Skizze das Zustandekommen des Kurvenverlaufs $N(\alpha)$.

b) Berechnen Sie die de-Broglie-Wellenlänge von Elektronen, die ihre kinetische Energie beim Durchlaufen einer Beschleunigungsspannung von 100 V erhalten haben. Berechnen Sie den Winkel α_1 (siehe Abbildung), bei dem das Maximum 1. Ordnung erscheint.

c) Welche Bedeutung hat in diesem Versuch die Voraussetzung einheitlicher kinetischer Energie der Elektronen?

Aufgabe 2: Wärmestrahlung (10P)

Um die Temperatur eines Ofens im Vakuum zu erhöhen, kann man ihn mit einem Strahlungsschild versehen. Betrachten Sie einen Schwarzen Körper in Gestalt einer Kugel im Vakuum ($R_1 = 0.1$ m).

a) Welche Temperatur T_1 nimmt die Kugel an, wenn sie mit $P_1 = 200$ W Leistung geheizt wird?

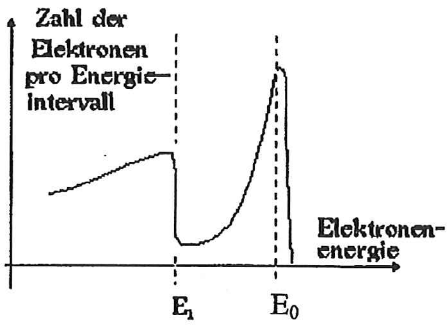
b) Nun umgibt man die Kugel mit einer dünnen, nur wenig größeren Kugelschale (konzentrisch, beide berühren sich nicht). Auch diese habe die Eigenschaften eines idealen Schwarzen Körpers. Welche Temperaturen T'_1 und T'_2 nehmen Kugel und Kugelschale bei unveränderter Heizleistung an? (Vernachlässigen Sie für die Rechnung den Größenunterschied und benutzen Sie den gleichen Radius $R_2 = 0.1$ m).

c) Wie kann man die Wirkung des Strahlungsschildes stark verbessern?

Aufgabe 3: (10P)

a) Nennen Sie drei Wechselwirkungsmöglichkeiten von Photonen mit Materie.

b) Ein leichtes Element wird mit kurzwelliger elektromagnetischer Strahlung der Quantenenergie $E_0 = 335$ keV bestrahlt. Das nebenstehende Bild zeigt das Energiespektrum der dabei emittierten Elektronen.
Erklären Sie, wie die beiden Maxima bei den Energiewerten E_0 und E_1 entstanden sind. Wie kommt es zur Energieverteilung unterhalb E_1?



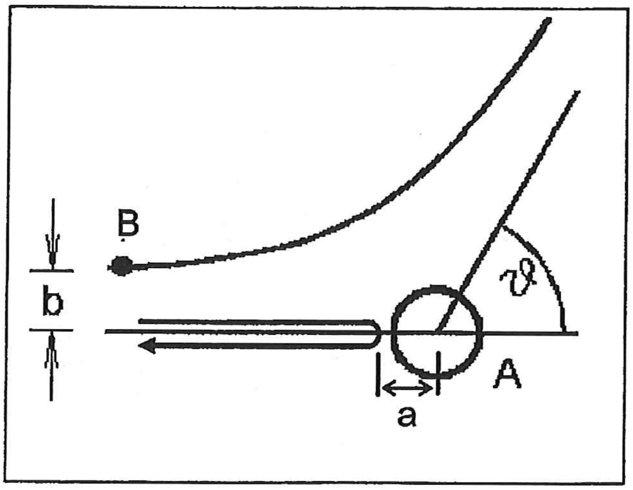
c) Berechnen Sie den Wert von E_1.

Aufgabe 4: Rutherford (10P)

Bei seiner Herleitung betrachtete Rutherford die Ablenkung eines Teilchens B, das im Coulombfeld des ortsfesten Teilchens A gestreut wird (siehe Skizze). Für den Zusammenhang zwischen dem Streuwinkel ϑ und dem Stoßparameter b ergibt sich:

$$\tan\left(\frac{\vartheta}{2}\right) = \frac{a}{2b}$$

Dabei ist a der von der kinetischen Energie des einfallenden Teilchens abhängige minimale Abstand zwischen B und A bei einem geraden zentralen Stoß ($b = 0$).



a) Zeichnen Sie in die Abbildung zusätzlich qualitativ die Bahnen und die Streuwinkel von Teilchen mit gleicher Anfangsgeschwindigkeit v aber größerem bzw. kleinerem Stoßparameter $b_1 > b$ bzw. $b_2 < b$ ein.

b) Ein α-Teilchen der kinetischen Energie 5.49 MeV wird an einem ^{107}Ag- Kern (Ordnungszahl 47) gestreut. Der Rückstoß des Silberkerns soll vernachlässigt werden. Berechnen Sie zunächst den minimalen Abstand a. Für welchen Wert des Stoßparameters b beträgt der Streuwinkel $\vartheta = 60°$?

Aufgabe 5: Der Photoelektrische Effekt (10P)

Licht der Wellenlänge 300 nm fällt auf das Metall Kalium. Die emittierten Elektronen haben eine maximale kinetische Energie von 2.03 eV.

a) Geben Sie (allgemein) die Energiebilanz des photoelektrischen Effektes an.

b) Wie hoch ist die Energie E_γ eines einfallenden Photons und wie groß ist die Austrittsarbeit E_a von Kalium? Wie groß ist die maximale Wellenlänge bei der noch Photoelektronen nachgewiesen werden können (Grenzwellenlänge für den photoelektrischen Effekt) bei Kalium?

c) Zeichnen Sie einen Graphen in dem Sie die kinetische Energie der Photoelektronen gegen die Frequenz des eingestrahlten Lichts auftragen. Tragen Sie zwei Größen ein, die sich daraus ablesen lassen.

Aufgabe 6: Schrödingergleichung (10P)

Die Wellenfunktion eines Teilchens, dessen Gesamtenergie (Zustandsenergie) gleich Null ist, sei gegeben durch

$$\psi(x) = A \cdot x \cdot e^{-\frac{x^2}{L^2}}$$

a) Finden Sie die potenzielle Energie V des Teilchens als Funktion von x.

b) Skizzieren Sie das Potenzial $V(x)$ und die Aufenthalts-Wahrscheinlichkeitsdichte des Teilchens. Um welche Potenzialform handelt es sich und in welchem Anregungszustand befindet sich das Teilchen?

Aufgabe 7: Kastenpotenzial (10P)

Ein Teilchen der Masse m befindet sich im eindimensionalen Kastenpotenzial der Breite $a = 0.8$ nm und der Tiefe $V_0 = 10$ eV:

$V(x) = 10$ eV für $x < 0$
$V(x) = 0$ eV für $0 \leq x \leq a$
$V(x) = 10$ eV für $x > a$.

a) Fertigen Sie eine Skizze des Potenzials an. Wie viele gebundene Energieniveaus gibt es? Bestimmen Sie die Zahl jeweils für ein Elektron und ein Proton. (Vernachlässigen Sie in dieser Teilaufgabe das Eindringen der Wellenfunktion in die Potenzialwände, d.h. benutzen Sie die Formel für unendlich hohen Potentialwall zur Berechnung der Zustandsenergien).

b) Berechnen Sie nun die Eindringtiefe δx eines Elektrons im Kastenpotenzial mit der Energie $E = 5.3$ eV in die endlich hohen Potenzialwände. (Bei der Eindringtiefe δx ist die Aufenthaltswahrscheinlichkeit auf 1/e des Wertes direkt an der Potenzialschwelle abgefallen).

Aufgabe 8: Drehimpuls (10P)

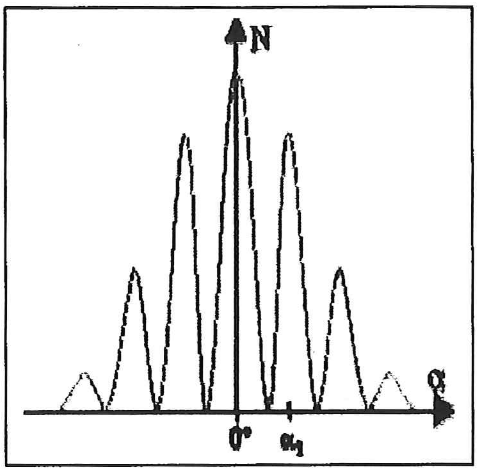
a) Ein Wasserstoffatom befinde sich im $3d$-Zustand. Welchen Wert hat der Betrag des Bahndrehimpulses $|L|$ sowie die zugehörige Quantenzahl l? Welche Werte der z-Komponente des Bahndrehimpulses gibt es? Zeichnen Sie die möglichen Stellungen des Bahndrehimpulses bezüglich der z-Achse.

b) Welche Drehimpulse muss man koppeln um den Gesamtdrehimpuls eines Wasserstoffatoms zu erhalten? Welche maximale Gesamtdrehimpulsquantenzahl erhält man für Wasserstoff im $3d$-Zustand?

c) Ein freies Elektron befinde sich in einem starken Magnetfeld (B = 2 Tesla). Welche Projektionen des Spins auf die Achse des Magnetfeldes gibt es? Durch Einstrahlen eines elektromagnetischen Feldes der Frequenz $\nu = 56$ GHz lassen sich Übergänge zwischen diesen beiden Zuständen induzieren. Wie groß ist das gyromagnetische Verhältnis γ des freien Elektrons?

Aufgabe 1: Materiewellen (10P)

Ein Strahl nichtrelativistischer Elektronen (Masse m_e) mit einheitlicher kinetischer Energie E_k trifft senkrecht auf einen Doppelspalt von 1.0 µm Spaltmittenabstand. Hinter dem Doppelspalt wird die Anzahl N der pro Sekunde ankommenden Elektronen in Abhängigkeit des Ablenkwinkels α gemessen (s. Abbildung).



a) Erklären Sie in Stichworten und anhand einer Skizze das Zustandekommen des Kurvenverlaufs N(α).

b) Berechnen Sie die de-Broglie-Wellenlänge von Elektronen, die ihre kinetische Energie beim Durchlaufen einer Beschleunigungsspannung von 100 V erhalten haben. Berechnen Sie den Winkel α_1 (siehe Abbildung), bei dem das Maximum 1. Ordnung erscheint.

c) Welche Bedeutung hat in diesem Versuch die Voraussetzung einheitlicher kinetischer Energie der Elektronen?

Aufgabe 2: Wärmestrahlung (10P)

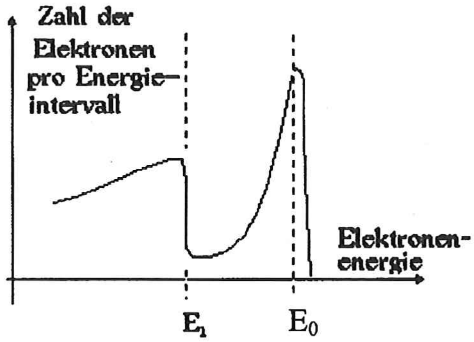
Um die Temperatur eines Ofens im Vakuum zu erhöhen, kann man ihn mit einem Strahlungsschild versehen. Betrachten Sie einen Schwarzen Körper in Gestalt einer Kugel im Vakuum ($R_1 = 0.1$ m).

a) Welche Temperatur T_1 nimmt die Kugel an, wenn sie mit $P_1 = 200$ W Leistung geheizt wird?

b) Nun umgibt man die Kugel mit einer dünnen, nur wenig größeren Kugelschale (konzentrisch, beide berühren sich nicht). Auch diese habe die Eigenschaften eines idealen Schwarzen Körpers. Welche Temperaturen T'_1 und T'_2 nehmen Kugel und Kugelschale bei unveränderter Heizleistung an? (Vernachlässigen Sie für die Rechnung den Größenunterschied und benutzen Sie den gleichen Radius $R_2 = 0.1$ m).

c) Wie kann man die Wirkung des Strahlungsschildes stark verbessern?

Aufgabe 3: (10P)

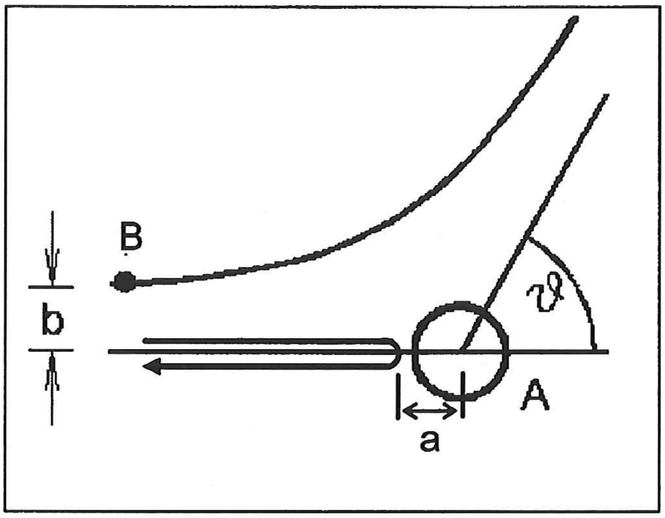


a) Nennen Sie drei Wechselwirkungsmöglichkeiten von Photonen mit Materie.

b) Ein leichtes Element wird mit kurzwelliger elektromagnetischer Strahlung der Quantenenergie $E_0 = 335$ keV bestrahlt. Das nebenstehende Bild zeigt das Energiespektrum der dabei emittierten Elektronen.
Erklären Sie, wie die beiden Maxima bei den Energiewerten E_0 und E_1 entstanden sind. Wie kommt es zur Energieverteilung unterhalb E_1?

c) Berechnen Sie den Wert von E_1.

Aufgabe 4: Rutherford (10P)



Bei seiner Herleitung betrachtete Rutherford die Ablenkung eines Teilchens B, das im Coulombfeld des ortsfesten Teilchens A gestreut wird (siehe Skizze). Für den Zusammenhang zwischen dem Streuwinkel ϑ und dem Stoßparameter b ergibt sich:

$$\tan\left(\frac{\vartheta}{2}\right) = \frac{a}{2b}$$

Dabei ist a der von der kinetischen Energie des einfallenden Teilchens abhängige minimale Abstand zwischen B und A bei einem geraden zentralen Stoß (b = 0).

a) Zeichnen Sie in die Abbildung zusätzlich qualitativ die Bahnen und die Streuwinkel von Teilchen mit gleicher Anfangsgeschwindigkeit v aber größerem bzw. kleinerem Stoßparameter $b_1 > b$ bzw. $b_2 < b$ ein.

b) Ein α-Teilchen der kinetischen Energie 5.49 MeV wird an einem ^{107}Ag- Kern (Ordnungszahl 47) gestreut. Der Rückstoß des Silberkerns soll vernachlässigt werden. Berechnen Sie zunächst den minimalen Abstand a. Für welchen Wert des Stoßparameters b beträgt der Streuwinkel $\vartheta = 60°$?

Aufgabe 7: Kastenpotenzial (10P)

Ein Teilchen der Masse m befindet sich im eindimensionalen Kastenpotenzial der Breite $a = 0.8$ nm und der Tiefe $V_0 = 10$ eV:

$$V(x) = 10\text{ eV} \quad \text{für } x < 0$$
$$V(x) = 0\text{ eV} \quad \text{für } 0 \leq x \leq a$$
$$V(x) = 10\text{ eV} \quad \text{für } x > a.$$

a) Fertigen Sie eine Skizze des Potenzials an. Wie viele gebundene Energieniveaus gibt es? Bestimmen Sie die Zahl jeweils für ein Elektron und ein Proton. (Vernachlässigen Sie in dieser Teilaufgabe das Eindringen der Wellenfunktion in die Potenzialwände, d.h. benutzen Sie die Formel für unendlich hohen Potentialwall zur Berechnung der Zustandsenergien).

b) Berechnen Sie nun die Eindringtiefe δx eines Elektrons im Kastenpotenzial mit der Energie E = 5.3 eV in die endlich hohen Potenzialwände. (Bei der Eindringtiefe δx ist die Aufenthaltswahrscheinlichkeit auf 1/e des Wertes direkt an der Potenzialschwelle abgefallen).

Aufgabe 8: Drehimpuls (10P)

a) Ein Wasserstoffatom befinde sich im $3d$-Zustand. Welchen Wert hat der Betrag des Bahndrehimpulses $|L|$ sowie die zugehörige Quantenzahl l? Welche Werte der z-Komponente des Bahndrehimpulses gibt es? Zeichnen Sie die möglichen Stellungen des Bahndrehimpulses bezüglich der z-Achse.

b) Welche Drehimpulse muss man koppeln um den Gesamtdrehimpuls eines Wasserstoffatoms zu erhalten? Welche maximale Gesamtdrehimpulsquantenzahl erhält man für Wasserstoff im $3d$-Zustand?

c) Ein freies Elektron befinde sich in einem starken Magnetfeld (B = 2 Tesla). Welche Projektionen des Spins auf die Achse des Magnetfeldes gibt es? Durch Einstrahlen eines elektromagnetischen Feldes der Frequenz $\nu = 56$ GHz lassen sich Übergänge zwischen diesen beiden Zuständen induzieren. Wie groß ist das gyromagnetische Verhältnis γ des freien Elektrons?

Aufgabe 5: Der Photoelektrische Effekt (10P)

Licht der Wellenlänge 300 nm fällt auf das Metall Kalium. Die emittierten Elektronen haben eine maximale kinetische Energie von 2.03 eV.

a) Geben Sie (allgemein) die Energiebilanz des photoelektrischen Effektes an.

b) Wie hoch ist die Energie E_γ eines einfallenden Photons und wie groß ist die Austrittsarbeit E_a von Kalium? Wie groß ist die maximale Wellenlänge bei der noch Photoelektronen nachgewiesen werden können (Grenzwellenlänge für den photoelektrischen Effekt) bei Kalium?

c) Zeichnen Sie einen Graphen in dem Sie die kinetische Energie der Photoelektronen gegen die Frequenz des eingestrahlten Lichts auftragen. Tragen Sie zwei Größen ein, die sich daraus ablesen lassen.

Aufgabe 6: Schrödingergleichung (10P)

Die Wellenfunktion eines Teilchens, dessen Gesamtenergie (Zustandsenergie) gleich Null ist, sei gegeben durch

$$\psi(x) = A \cdot x \cdot e^{-\frac{x^2}{L^2}}$$

a) Finden Sie die potenzielle Energie V des Teilchens als Funktion von x.

b) Skizzieren Sie das Potenzial $V(x)$ und die Aufenthalts-Wahrscheinlichkeitsdichte des Teilchens. Um welche Potenzialform handelt es sich und in welchem Anregungszustand befindet sich das Teilchen?

Universität Heidelberg — Fakultät für Physik und Astronomie

1. Klausur PHYSIK III WS 2005/2006

08.12.2005

Name: Gruppe:

Diese Tabelle nicht beschriften! Sie wird nachher von den Prüfern ausgefüllt.

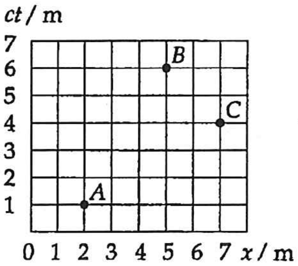
Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	Summe
Punkte									

Folgende acht Aufgaben sind binnen 90 Minuten zu lösen. Es gibt maximal 10 Punkte für jede Aufgabe.

1.) Ein Stab fliegt im Laborsystem S mit der Geschwindigkeit $v = 0.6\,c$ für $\Delta t = 20\,\mathrm{ns}$ an einer Marke vorbei. Wie viel Zeit vergeht im Ruhesystem des Stabes S'?

2.) Ein Teilchen zerfällt nach der Zeit τ in seinem Bezugssystem. Mit welcher Geschwindigkeit fliegt das Teilchen in unserem Bezugssystem, wenn es den Weg $c\tau$ zurücklegt?

3.) Auf dem Raum-Zeit-Diagramm $ct(x)$ sind drei Ereignisse A, B und C markiert.



a) Für welches Paar der Ereignisse, {A und B} oder {A und C}, gibt es ein Bezugssystem S', in dem die beiden Ereignisse gleichzeitig sind? Finden Sie den Abstand $\Delta x'$ zwischen diesen Ereignissen im System S'.
b) Für welches Paar der Ereignisse, {A und B} oder {A und C}, gibt es ein Bezugssystem S'', in dem die beiden Ereignisse an einem Ort passieren? Finden Sie das Zeitinterval $\Delta t''$ zwischen den beiden Ereignissen im Bezugssystem S''.

4.) Ein Elektron ($m_e = 511\,\mathrm{keV}/c^2$) bewegt sich mit $E = 100\,\mathrm{MeV}$ Gesamtenergie in einem Elektronenspeicherring. In einem Magnetfeld wird das Elektron auf eine Kreisbahn abgelenkt und emittiert aufgrund dieser Beschleunigung ein Photon senkrecht zur Ebene des Speicherrings in seinem Ruhesystem. Wie groß ist im Laborsystem der Winkel zwischen der momentanen Geschwindigkeit des Elektrons und der Emissionsrichtung des Photons?

5.) Am Elektron-Proton-Speicherring HERA (DESY, Hamburg) werden Protonen mit einer Energie von $E_p = 920\,\mathrm{GeV}$ mit Elektronen mit einer Energie von $E_e = 27{,}5\,\mathrm{GeV}$ zur frontalen Kollision gebracht. Finden Sie die Energie E' jedes Teilchens im Elektron-Proton-Schwerpunktssystem. Die Massen der Teilchen kann man vernachlässigen.

6.) Im inertialen Bezugssystem S existiere ein homogenes elektrisches Feld der Stärke $E = 40\,\mathrm{kV/m}$ und ein homogenes magnetisches Feld der Stärke $B = 0{,}2\,\mathrm{mT}$ senkrecht zu E. Eins dieser beiden Felder wird Null beim Übergang in ein bestimmtes Inertialsystem S', das sich senkrecht zu den beiden Feldern bewegt. Welches Feld verschwindet in S'? Welche Stärke hat das verbleibende?

7.) Ein mit Luft gefüllter Container befindet sich in Schwerelosigkeit. Im Container befindet sich ein mit Helium gefüllter Ballon. Der Container wird in positiver x-Richtung beschleunigt. Wohin bewegt sich der Ballon im Container? Begründen Sie die Antwort mit ein-zwei Sätzen.

8.) Drei parallele, absolut schwarze Platten befinden sich im Vakuum. Die Länge und die Breite der Platten seien viel größer als die Dicke und der Abstand zwischen den Platten. Die Temperatur der mittleren Platte wird bei $T_1 = 300\,\mathrm{K}$ gehalten. Finden Sie die Temperatur der äußeren Platten T_2 im thermischen Gleichgewicht.

1. Klausur – Lösungen PHYSIK III WS 2005/2006

1.) Die Ereignisse finden am Ort der Marke statt. Darum gilt: $\Delta t' = \gamma \Delta t = \frac{\Delta t}{\sqrt{1-v^2/c^2}} = 20/0.8 = 25\,\text{s}$.
(Zur Orientierung – das Interval: $s^2 = c^2\Delta t^2 = c^2\Delta t'^2 - \Delta x'^2 \implies \Delta t' > \Delta t$.)

2.) Der Weg in unserem System ist $L = vt = (\beta c)(\gamma\tau) = \beta\gamma c\tau$. Damit:
$\beta\gamma c\tau = c\tau \implies \beta\gamma = 1 \implies \frac{\beta}{\sqrt{1-\beta^2}} = 1 \implies \beta^2 = 1-\beta^2 \implies \beta = \frac{1}{\sqrt{2}} \implies$
$v = \frac{c}{\sqrt{2}} = \mathbf{211985280\,m/s}$

3.) a) A und C können gleichzeitig stattfinden. Das Interval ist:
$s^2 = c^2(t_C - t_A)^2 - (x_C - x_A)^2 = (4-1)^2 - (7-2)^2 = 3^2 - 5^2 = -16 = -\Delta x'^2 \implies \boldsymbol{\Delta x'_{AC} = 4\,\mathrm{m}}$.
b) A und B können an einem Ort stattfinden. Das Interval ist:
$s^2 = c^2(t_B - t_A)^2 - (x_B - x_A)^2 = (6-1)^2 - (5-2)^2 = 16 = c^2\Delta t''^2 \implies \boldsymbol{\Delta t''_{AB} = 4\,\mathrm{m}/c = 13{,}3\,\mathrm{ns}}$.

4.) Elektron: $\gamma = E/m_e = 1/\sqrt{1-\beta^2} \implies \beta = \sqrt{1-1/\gamma^2} = \sqrt{1-m_e^2/E^2}$.
Die Komponenten der Photon-Geschwindigkeit im Laborsystem:

$$u_x = \frac{0+v}{1+0\cdot v/c^2} = v \quad , \quad u_y = \frac{c}{\gamma(1+0\cdot v/c^2)} = \frac{c}{\gamma} .$$

$$\tan\theta = \frac{u_y}{u_x} = \frac{c}{\gamma v} = \frac{1}{\gamma\beta} = \frac{m_e}{E\sqrt{1-m_e^2/E^2}} = \frac{m_e}{\sqrt{E^2-m_e^2}} \implies \theta \approx \frac{m_e}{E} \approx \mathbf{0.005 = 5\,mrad}$$

5.) Impulskomponenten im Laborsystem: $p_{x,e} = p_{y,e} = p_{x,p} = p_{y,p} = 0$, $p_p = E_p$, $p_e = -E_e$.
Das Quadrat der Schwerpunktsenergie mit 4er-Vektoren im Laborsystem:
$$s = (E_e + E_p)^2 - (\vec{p}_p + \vec{p}_e)^2 = (E_e + E_p)^2 - (E_p - E_e)^2 = 4E_eE_p .$$
Impulskomponenten im Schwerpunktssystem: $E'_e = E'_p = p'_{p,z} = -p'_{e,z}$.
$$s = (E'_e + E'_p)^2 - (E'_p - E'_e)^2 = 4E'_eE'_p = 4E'^2$$
Folglich: $\boldsymbol{E' = \sqrt{E_eE_p} \approx 159\,\mathrm{GeV}}$.

6.) Wenn man die Lorentz-Invariante $\epsilon^2 = E^2 - c^2B^2$ kennt, dann braucht man sogar nicht zu wissen, dass sich S' senkrecht zu E und B bewegt. Mit den vorgegebenen Zahlen für E und B ist $\epsilon^2 < 0$. Darum gibt es ein Bezugssystem, in dem $\boldsymbol{B'}$ **existiert und** $\boldsymbol{E' = 0}$: $\boldsymbol{B' = \sqrt{B^2 - E^2/c^2} \approx 0{,}15\,\mathrm{mT}}$.

Die Invariante wurde aber in der Vorlesung nicht diskutiert. Darum wird erwartet, dass man die Lorentz-Transformationen für E und B benutzt. Man nehme für S': $v_x = v = \beta c$, $v_y = v_z = 0$.
Im Bezugssystem S definiere man offensichtlich:
$$E_x = 0 \;,\; E_y = E \;,\; E_z = 0 \;,$$
$$B_x = 0 \;,\; B_y = 0 \;,\; B_z = B \;.$$

Nach der Transformation:
$$E'_x = 0 \;,\; E'_y = \gamma(E_y - \beta c B_z) \;,\; E'_z = 0 \;,$$
$$B'_x = 0 \;,\; B'_y = 0 \;,\; B'_z = \gamma(B_z - \beta E_y/c) \;.$$

Jetzt muss man mit den Zahlen nur noch prüfen, ob a) E'_y oder b) B'_z Null werden kann.
Für a): $\beta = E_y/cB_z = 0{,}67$, $|\beta| < 1$, also möglich. Damit ist

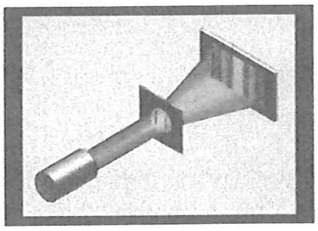
$$B'_z = \gamma(B_z - \beta E_y/c) = \frac{B_z - E_y^2/c^2B_z}{\sqrt{1-E_y^2/c^2B_z^2}} = \frac{B_z^2 - E_y^2/c^2}{\sqrt{B_z^2 - E_y^2/c^2}} = \sqrt{B_z^2 - E_y^2/c^2} = \sqrt{B^2 - E^2/c^2} \approx 0{,}15\,\mathrm{mT}.$$

Für b): $\beta = cB_z/E_y \approx 1.5 > 1$, also nicht möglich.

7.) Der Ballon bewegt sich in positiver x-Richtung.
Das beschleunigte System im Container ist equivalent einem System im Schwerefeld. Helium ist leichter als Luft. Der Ballon wird durch Archimedes-Kraft getrieben.

8.) Für die mittlere Platte kann man kein Wärmegleichgewicht aufschreiben, da ihre Temperatur durch Zufuhr der Wärme künstlich konstant gehalten wird. Aber für eine äußere Platte. Jede Platte strahlt in $+x$ und in $-x$-Richtung jeweils mit der Leistung: $W = A\sigma T^4$, wobei A die Fläche ist. Eine äußere Platte empfängt von der inneren Platte $W_{in} = A\sigma T_1^4$. Sie strahlt insgesamt von den beiden Seiten $W_{out} = 2A\sigma T_2^4$. Im thermischen Gleichgewicht ist $W_{in} = W_{out}$. Also: $T_1^4 = 2T_2^4 \implies$
$\mathbf{T_2 = T_1/\sqrt[4]{2} \approx 252.3\,K}$.

Universität Heidelberg, Fakultät für Physik und Astronomie



1. Klausur Experimentalphysik III (PEP3) (WS2008/2009)

Dozent: Prof. Dr. Klaus Blaum

22.11.2008

Name: **Matrikelnummer:** **Gruppe:**

Diese Tabellen nicht beschriften! Sie wird nachher von den Prüfern ausgefüllt.

Verständnisaufgabe	1	2	3	4	5	**Summe**
Punkte						

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	**Summe**
Punkte									

Ergebnis

Konstanten

$c = 3\cdot10^{8}$ m/s
$h = 4.13\cdot10^{-15}$ eV·s $= 6.625\cdot10^{-34}$ Watt s^2
$e = 1.6\cdot10^{-19}$ C
$m_e = 0.511$ MeV/c^2 $= 9.11\cdot10^{-31}$ Kg
$k = 8.62\cdot10^{-5}$ eV·K^{-1} $= 1.38\cdot10^{-23}$ J·K^{-1}
Stefan-Boltzmann Konstante: $\sigma = 5.67\cdot10^{-8}$ W/$m^{-2}K^{-4}$
Wien'sches Verschiebungsgesetz: $\lambda_{max}T = 0{,}289$ cm K

Name: **Matrikelnummer:**

Verständnisfrage 1 (3P)
Warum braucht man für Radarwellen viel größere Hohlspiegel als für Lichtwellen, um sie scharf zu bündeln? Kann man diese Technik für Rundfunkwellen (Mittelwelle, f um 1000 kHz) anwenden? Warum kann man in der Optik meist mit Strahlen rechnen (geometrische Optik) ohne die Beugung an Blenden, Fassungen usw. zu berücksichtigen?

Name: **Matrikelnummer:**

Verständnisfrage 2 (3P)
Erklären Sie die Entstehung farbiger Flecke auf dünnen, durchsichtigen Schichten, z.B. von Öl auf Wasser.

Name: **Matrikelnummer:**

Verständnisfrage 3 (3P)
Wie kann man zeigen, dass Lichtwellen Transversalwellen sind?

Name: **Matrikelnummer:**

Verständnisfrage 4 (3P)
Ein hochenergetischer Elektronenstrahl wird auf eine Kupferanode geschossen. Wie ist der Zusammenhang zwischen der Elektronenenergie und der Maximalenergie der emittierten Bremsstrahlung? Nennen Sie eine Anwendung.

Name: **Matrikelnummer:**

Verständnisfrage 5 (3P)
Nennen Sie zwei Beobachtungen beim Fotoeffekt, die im Widerspruch zur Beschreibung von Licht als klassische elektromagnetische Welle stehen.

Name: **Matrikelnummer:**

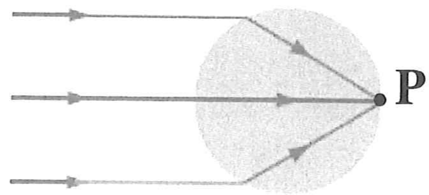
Aufgabe 2 (10 P)
Ein Gegenstand befindet sich 10 cm vor einer dünnen, plankonvexen Linse mit den Krümmungsradien r_1 = 7.5 cm und $r_2 = \infty$. Bestimmen Sie die Lage (Bildweite b) und Vergrößerung V des Bildes B. Skizzieren Sie den Strahlengang.

Name: **Matrikelnummer:**

Aufgabe 1 (10 P).
Ein Bündel paralleler Lichtstrahlen aus einem Laser fällt auf eine massive Kugel aus einem transparenten Material mit Brechungsindex n.

a) Wie groß muss n sein, damit die Strahlen auf der Rückseite der Kugel im Punkt P vereinigt werden? (Kleinwinkelnäherung verwenden: $\sin\alpha = \alpha$).

b) Wie groß müsste n sein, damit in der Mitte der Kugel eine punktförmige Abbildung entsteht (falls dies überhaupt möglich ist)?



Name: **Matrikelnummer:**

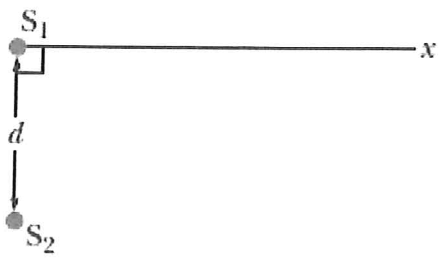
Aufgabe 3 (10 P)
Sie wollen eine Glaslinse mit einer Antireflexbeschichtung für die Wellenlänge 550 nm versehen (senkrechter Einfall). Dazu bedampfen Sie die Linse mit einer einzelnen transparenten Schicht der Dicke d und mit dem Brechungsindex n_S.

a) Berechnen Sie zunächst die benötigte minimale Schichtdicke d für destruktive Interferenz der beiden Reflexe am Luft-Schicht Übergang und am Schicht-Glas Übergang. Es soll dabei gelten: $n_{\mathrm{Luft}} < n_S < n_{\mathrm{Glas}}$. Diskutieren Sie, ob es einen Phasensprung von π gibt. (Glas: $n_G = 1.5$, Luft: $n_L = 1.0$).

b) Berechnen Sie den Wert für n_S für den Fall, dass am Luft-Schicht Übergang und am Schicht-Glas Übergang jeweils der gleiche Anteil des einfallenden Lichts reflektiert wird.

Name: **Gruppe:** **Matrikelnummer:**

Aufgabe 4 (10 P)
S_1 und S_2 sind identische Sender, die phasengleich Wellen mit gleicher Wellenlänge abstrahlen. Die Entfernung zwischen den Sendern beträgt $d = 3\,\lambda$. Geben Sie den größten Abstand von S_1 entlang der x-Achse an (in Vielfachen von λ), für den vollständig destruktive Interferenz zu beobachten ist.



Name: **Gruppe:** **Matrikelnummer:**

Aufgabe 6 (10 P)
Ein Raumschiff mit der Masse von 1.5 t bewege sich im All. Der Astronaut schaltet einen Laser mit einer Leistung von 10 kW ein.

a) Berechnen Sie die auftretende Kraft auf das Raumschiff infolge des vom Laserstrahl abgeführten Impulses.

b) Welche Geschwindigkeit erreicht das Raumschiff nach einem Tag?

Name: **Gruppe:** **Matrikelnummer:**

Aufgabe 7 (15 P)
Die Temperatur des Drahtes einer Glühbirne ist ca. $T = 2500$ K. Der gewickelte Draht ist $l = 10$ cm lang und hat einen Durchmesser von $d = 50$ µm. Den Draht betrachte man als absolut schwarz und die vom Draht selbst absorbierte Leistung ist zu vernachlässigen.

a) Bei welcher Wellenlänge λ_0 leuchtet die Glühbirne am stärksten?

b) Wie groß ist die abgestrahlte Leistung P?

c) Durch Erhöhung der Netzspannung sei die Temperatur um 2.5 % gestiegen. Wie ändert sich die Helligkeit für das menschliche Auge, d.h. berechnen Sie, um welchen Faktor sich die spektrale Strahlleistung bei der Wellenlänge $\lambda_0 = 555$ nm ändert, bei der die Empfindlichkeit des Auges maximal ist.

Name: **Gruppe:** **Matrikelnummer:**

Aufgabe 8 (10 P)
Eine Photozelle enthält eine Kaliumkathode mit der Austrittsarbeit $E_a = 2.27$ eV.

a) Berechnen Sie die Grenzfrequenz ν_G und –wellenlänge λ_G, also die kleinste Lichtfrequenz/Wellenlänge bei der Elektronen freigesetzt werden können.

b) Welche Energie haben die schnellsten Photoelektronen bei UV-Licht ($\lambda = 100$ nm)? Ist ihre Energie bei 50 nm doppelt so groß?

Universität Heidelberg — Fakultät für Physik und Astronomie

1. Klausur PHYSIK III WS 2006/2007

05.12.2006

Name:

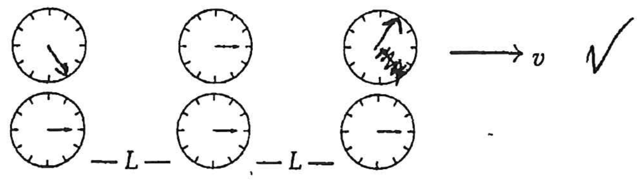
Gruppe: [redacted]

..hher von den Prüfern ausgefüllt.

Auf.	1	2	3	4	5	6	7	**Summe**
Punkte	10	10	10	10	19	6	15	80

Folgende sieben Aufgaben auf zwei Seiten sind binnen 90 Minuten zu lösen.
Die nötigen Konstanten entnehmen Sie der umseitig aufgeführten Tabelle.

1. [10 P] Drei Uhren ruhen im Bezugssystem S und sind synchronisiert (s. untere Reihe im Bild). Die Uhren zeigen gerade 15 Sekunden an. Die linke und die rechte Uhr sind im gleichen Abstand $L = 1{,}74 \cdot 10^6$ km entlang der x-Achse von der mittleren Uhr entfernt. Drei andere Uhren fliegen mit der Geschwindigkeit $v = 0.87c$ in x-Richtung an diesen Uhren vorbei (s. obere Reihe im Bild). Die bewegten Uhren sind in ihrem eigenen Ruhesystem ebenfalls synchronisiert. Die mittlere Uhr zeigt 15 Sekunden. Zeichnen Sie die abgerundeten Sekundenanzeigen der bewegten Uhren zu diesem Zeitpunkt im Bezugssystem S ein.



2. [10 P] Ein Stern ist ein Lichtjahr von einem anderen entfernt. Ein Raumschiff fliege vom einen zum anderen Stern mit einer konstanten Geschwindigkeit, so dass nach der Uhr des Kapitäns nur ein Tag vergeht. Finden Sie die relative Abweichung $1 - \beta$ dieser Geschwindigkeit von der Lichtgeschwindigkeit.

3. [10 P] Ein Raumschiff sendet Laserstrahlen auf der Wellenlänge $\lambda_1 = 600$ nm. Die Laserstrahlen werden von einem sich auf das Raumschiff zubewegenden Kometen reflektiert und vom Raumschiff empfangen. Das empfangene Licht hat die Wellenlänge $\lambda_2 = 400$ nm. Mit welcher Geschwindigkeit v nähert sich der Komet dem Raumschiff laut Anzeige im Cockpit?

4. [10 P] Ein J/ψ-Meson zerfällt in ein Elektron-Positron-Paar. Die Energien des Elektrons und des Positrons sind gleich und betragen jeweils $E = 3{,}1$ GeV. Der Winkel zwischen ihnen ist $\theta = 60°$. Finden Sie die Ruhemasse m (in GeV/c^2) und die Geschwindigkeit v des J/ψ-Mesons. Die Masse von Elektron und Positron ist vernachlässigbar.

5. [20 P] Eine elektrische Punktladung q befinde sich momentan am Ursprung $(0,0)$ des Koordinatensystems S und bewege sich mit der Geschwindigkeit v in x-Richtung. Das elektrische Feld der Ladung wird im Punkt $(x_1, y_1) = (r, 0)$ und im Punkt $(x_2, y_2) = (0, r)$ gemessen.

a) Finden Sie die Koordinaten $(x'_{1,2}, y'_{1,2})$ der beiden Punkte im Ruhesystem der Ladung S'.

b) Finden Sie das elektrische Feld der Ladung $(E'_{x1,2}, E'_{y1,2})$ in den beiden Punkten im Ruhesystem der Ladung S'. Finden Sie anschliessend dieses Feld $(E_{x1,2}, E_{y1,2})$ im Laborsystem S.

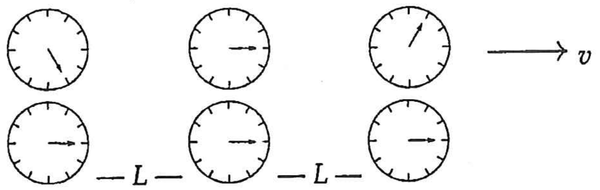
6. [10 P] Die Oberfläche eines Metalls wurde mit Lichtstrahlen von zwei Wellenlängen, $\lambda_1 = 0.35\,\mu$m und $\lambda_2 = 0.54\,\mu$m, nacheinander beleuchtet. Die maximalen Geschwindigkeiten von Photoelektronen unterschieden sich dabei um den Faktor $\eta = 2$. Finden Sie die Austrittsarbeit in eV von der Oberfläche dieses Metalls.

7.) Der Ballon bewegt sich in positiver x-Richtung.
Das beschleunigte System im Container ist equivalent einem System im Schwerefeld. Helium ist leichter als Luft. Der Ballon wird durch Archimedes-Kraft getrieben.

8.) Für die mittlere Platte kann man kein Wärmegleichgewicht aufschreiben, da ihre Temperatur durch Zufuhr der Wärme künstlich konstant gehalten wird. Aber für eine äußere Platte. Jede Platte strahlt in $+x$ und in $-x$-Richtung jeweils mit der Leistung: $W = A\sigma T^4$, wobei A die Fläche ist. Eine äußere Platte empfängt von der inneren Platte $W_{in} = A\sigma T_1^4$. Sie strahlt insgesamt von den beiden Sei[illegible] $= 2A\sigma T_2^4$. Im thermischen Gleichgewicht ist $W_{in} = W_{out}$. Also: $T_1^4 = 2T_2^4 \implies$
$T_2 = T_1/\sqrt{2} \approx 252.3$ K.

1. Klausur – Lösungen PHYSIK III WS 2006/2007

1.) Mit der (inversen) Lorentz-Transformation $\Delta t' = \gamma(\Delta t - v\Delta x/c^2)$ und den gegebenen Bedingungen: $\Delta t = 0$, $x_1 = -L$, $x_2 = 0$, $x_3 = L$ erhalte man:
$t_1 = t_0 + \gamma vL/c^2 = t_0 + \gamma\beta L/c = 15 + 2.02 \cdot 0,87 \cdot 1,74 \cdot 10^6\,\text{km}/3 \cdot 10^5\,\text{km/s} = 15 + 10,23 \approx 25\,\text{s}$,
$t_2 = t_0 = 15\,\text{s}$, $t_3 = t_0 - vL/c^2 = 15 - 10,23 \approx 5\,\text{s}$.



Die Zahlen sind so gewält, dass $\gamma = 2$ ist. Wenn man die LT falsch anwendet, so dass der Abstand L ohne γ berücksichtigt wird, kriegt man 5 s Verschiebung statt 10 s, d.h. immer noch eine runde Zahl.

2.) Die Eigenzeit $\tau = 1$ Tag$= 1/365$ Jahr entspricht der Zeit $\Delta t = \gamma\tau$ im Sternensystem. Der Abstand ein Lichtjahr ist $L = c \cdot 365\tau$ wird mit Geschwindigkeit $v = \beta c$ für die Zeit Δt zurückgelegt:

$$\beta c\gamma\tau = c \cdot 365\tau \quad \Rightarrow \quad \beta\gamma = 365 \quad \Rightarrow \quad \frac{\beta}{\sqrt{1-\beta^2}} = 365 \quad \Rightarrow \quad \beta = \frac{365}{\sqrt{365^2+1}} = 0,999996\,.$$

$1 - \beta \approx 0,000004 = 4 \cdot 10^{-6}$. Es ist eigentlich die übliche $\beta\gamma c\tau$-Aufgabe.

3.) Der Komet epfängt das Licht mit der Frequenz

$$\nu' = \sqrt{\frac{1+\beta}{1-\beta}}\,\nu$$

und spiegelt es mit ν' in seinem Bezugssystem. Der Raumschiff empfängt das Licht mit

$$\nu'' = \sqrt{\frac{1+\beta}{1-\beta}}\,\nu' = \frac{1+\beta}{1-\beta}\,\nu\,.$$

Die Wellenlänge $\lambda_1 = c/\nu$, $\lambda_2 = c/\nu''$, so dass

$$\lambda_2 = \frac{1-\beta}{1+\beta}\lambda_1 \qquad \Rightarrow$$

$$\beta = \frac{\lambda_1 - \lambda_2}{\lambda_1 + \lambda_2} = \frac{600-400}{600+400} = 0.2 \qquad \Rightarrow \qquad v = 0.2\,c = 59958492\,\text{m/s}\,.$$

4.) Das Quadrat des Viererimpulses ist Lorentz-invariant:

$$m_{J/\psi}^2 c^4 = (E_1 + E_2)^2 - (\vec{p}_1 + \vec{p}_2)^2 c^2\,.$$

Links ist es im Ruhesystem des J/ψ. Rechts im Laborsystem. $E_1 = E_2 = E \quad \Rightarrow \quad p_1 = p_2 \approx E/c$.

$$m^2c^4 = (E_1^2 + 2E_1E_2 + E_2^2) - (p_1^2 + p_2^2 + 2p_1p_2\cos\theta)c^2 = 2E_1E_2 - 2p_1p_2\cos\theta c^2 = 2E^2(1-\cos\theta)\,.$$

Folglich: $m = \frac{E}{c^2}\sqrt{2(1-\cos\theta)} = \frac{E}{c^2}\sqrt{2(1-\frac{1}{2})} = \frac{E}{c^2} = 3,1\,\text{GeV}/c^2$.
Die J/ψ-Geschwindigkeit finde man aus der Impulserhaltung entlang der J/ψ-Flugrichtung:
$p_{J/\psi} = 2\frac{E}{c}\cos\frac{\theta}{2} \quad \Rightarrow \quad \frac{E_{J/\psi}}{c^2}v = 2\frac{E}{c}\cos\frac{\theta}{2} \quad \Rightarrow \quad \frac{2E}{c^2}v = 2\frac{E}{c}\cos\frac{\theta}{2} \quad \Rightarrow \quad v = c\cos\frac{\theta}{2} = 0,87c = 259627885\,\text{m/s}$. Hier wurde auch die Energieerhaltung $E_{J/\psi} = E_1 + E_2 = 2E$ benutzt.

5.) a) Es geht um die Felder zum Zeitpunkt t_0 im Bezugssystem S. Darum finde man zunächst, welchen Raumkoordinaten die Punkte in S' entsprechen. Dafür mache man Lorentz-Transformationen:

$$x_1' = \gamma x_1 = \gamma r\,, \quad y_1' = y_1 = 0\,; \qquad\qquad x_2' = \gamma \cdot 0 = 0\,, \quad y_2' = y_2 = r\,.$$

b) Nach Coulomb'schen Gesetz:

$$E'_{x1} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{\gamma^2 r^2}\,, \quad E'_{y1} = 0\,; \qquad\qquad E'_{x2} = 0\,, \quad E'_{y2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{r^2}\,.$$

Man benutze Transformationen für das elektrische Feld:

$$E_{x1} = E'_{x1} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{\gamma^2 r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{r^2}\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right), \qquad E'_{y1} = 0\,;$$

$$E_{x2} = E'_{x2} = 0\,, \qquad E_{y2} = \gamma E'_{y2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{r^2}\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\,.$$

Das E-Feld entlang der Flugrichtung wird kleiner (es „schrumpft"), und senkrecht zur Flugrichtung größer.

$A = h \cdot c\left(\frac{\eta^2}{\lambda_2(\eta^2-1)} - \frac{1}{\lambda_1(\eta^2-1)}\right)$

6.) Photoeffekt:

$$\frac{hc}{\lambda} = A + \frac{m_e v^2}{2}$$

$$\eta^2 = \frac{v_1^2}{v_2^2} = \frac{mv_1^2/2}{mv_2^2/2} = \frac{hc/\lambda_1 - A}{hc/\lambda_2 - A} \qquad \Rightarrow \qquad A = hc\frac{\eta^2 - \lambda_2/\lambda_1}{\lambda_2(\eta^2-1)} = 1{,}9\,\text{eV}\,.$$

7.) a) Die Energie des Photons $E \neq h\nu$. Man benutze die De Broglie-Wellenlänge:

$$p_\gamma = \frac{h}{\lambda} = \frac{m_\gamma v}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \qquad \Rightarrow \qquad v = \frac{c}{\sqrt{1+\frac{m_\gamma^2 c^2 \lambda^2}{h^2}}}\,.$$

b) Das Radarsignal wird von der Erde gesendet, dann vom Mond reflektiert und auf der Erde emfangen, so dass es den Weg $2L$ zurücklegt und so die Zeit $t = 2L/v$ benötigt. Für verschiedene Geschwindigkeiten v_1, v_2 ergibt sich die Differenz

$$\Delta t = 2L\left(\frac{1}{v_1} - \frac{1}{v_2}\right) = 2L\frac{\Delta v}{v_1 v_2}\,.$$

Die Differenz ist sehr klein, so dass $v_1 \approx v_2 \approx c \;\Rightarrow\; \Delta t \approx 2L\Delta v/c^2$.
Um Δv auszurechnen, vereinfache man zunächst die erste Formel mit Taylor-Entwicklung:

$$v = \frac{c}{\sqrt{1+\frac{m_\gamma^2 c^2 \lambda^2}{h^2}}} \approx c\left(1 - \frac{m_\gamma^2 c^2 \lambda^2}{2h^2}\right).$$

Dieser Ansatz gilt, weil wir aus anderen Messungen wissen, dass die Geschwindigkeit der Lichtwellen nur sehr schwach oder gar nicht von der Wellenlänge abhängt: $v_1 \approx v_2 \approx c$. Darum ist der Korrekturfaktor $\frac{m_\gamma^2 c^2 \lambda^2}{2h^2} \ll 1$.
Daraus folgt:

$$\Delta v = v_2 - v_1 = c\left(1 - \frac{m_\gamma^2 c^2 \lambda_2^2}{2h^2}\right) - c\left(1 - \frac{m_\gamma^2 c^2 \lambda_1^2}{2h^2}\right) = \frac{m_\gamma^2 c^3}{2h^2}(\lambda_1^2 - \lambda_2^2)\,.$$

Da $\lambda_1 \gg \lambda_2$ (sichtbarer Bereich ist $\sim 500\,\text{nm} \ll 20\,\text{cm}$), kann man λ_2 vernachlässigen (darum nicht genau angegeben):

$$\Delta v = \frac{m_\gamma^2 c^3}{2h^2}\lambda^2 \qquad \Rightarrow \qquad \Delta t = \frac{L m_\gamma^2 c \lambda^2}{h^2}\,.$$

c) Die Unsicherheit der Zeitmessung ergibt sich aus den Variationen des Abstands $L \pm \Delta L$:

$$\Delta t_{\text{exp}} = t_{\max} - t_{\min} = \frac{2(L+\Delta L)}{v} - \frac{2(L-\Delta L)}{v} = \frac{4\Delta L}{v} \approx \frac{4\Delta L}{c}\,.$$

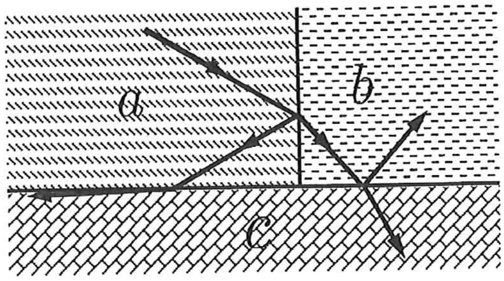
Die experimentelle Obergrenze schätze man aus der Bedingung $\Delta t \geq \Delta t_{\text{exp}}$:

$$\frac{L m_\gamma^2 c \lambda^2}{h^2} \geq \frac{4\Delta L}{c} \qquad \Rightarrow \qquad m_\gamma \geq \frac{h}{c\lambda}\sqrt{\frac{4\Delta L}{L}} \approx 1{,}1\cdot 10^{-44}\,\text{kg} \approx 6{,}3\cdot 10^{-9}\,\text{eV}/c^2\,.$$

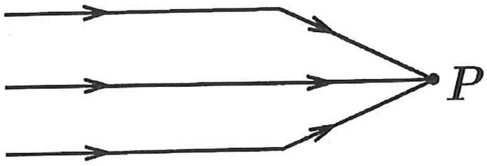
Ein Faktor $2 - 10$ hin oder her bei ΔL ist für die Abschätzung unbedeutend. Z.B. eine richtigere Bedingung wäre 5σ zu verlangen: $\Delta t \geq 5\Delta t_{\text{exp}}$.

1) Lichtbrechung

a) In der Abbildung sehen Sie einen monochromatischen Lichtstrahl, der durch drei Medien a, b und c läuft. Ordnen Sie die Medien nach ihrem Brechungsindex (mit größtem Wert beginnend).



b) Ein Bündel paralleler Lichtstrahlen aus einem Laser fällt auf eine massive Kugel aus einem transparenten Material mit Brechungsindex n.

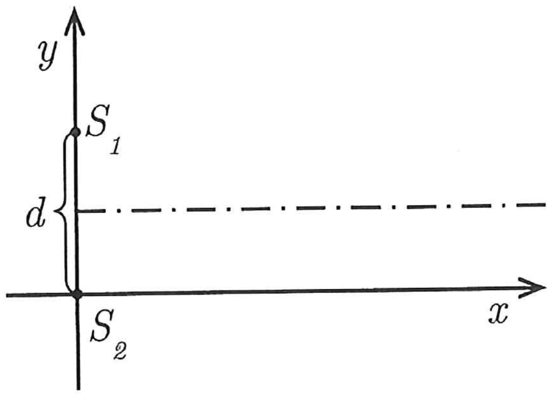


Wie groß muss n sein, damit die Strahlen auf der Rückseite der Kugel im Punkt P vereinigt werden? Betrachten Sie dazu achsennahe Strahlen mit Kleinwinkelnäherung: $\sin\alpha \approx \alpha$.

c) Können sich die Strahlen auch im Mittelpunkt der Kugel treffen? (bitte begründen!) Wenn dies möglich ist, wie groß müsste n in diesem Fall sein?

2) Interferenz

S_1 und S_2 sind identische Sender, die phasengleich Wellen mit gleicher Wellenlänge und Intensität abstrahlen.

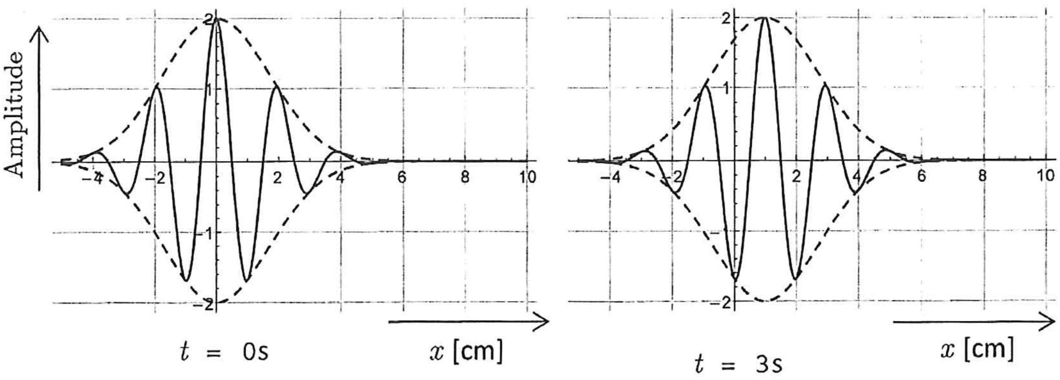


a) Um welchen Faktor ändert sich die Intensität auf der Symmetrieachse ($y = +d/2$), wenn einer der beiden Sender ausgeschaltet wird? Warum?

b) Die Entfernung zwischen den Sendern beträgt $d = 3\,\lambda$. Geben Sie den größten Abstand von S_2 entlang der x-Achse ($y = 0$) an (in Vielfachen von λ), für den vollständig destruktive Interferenz zu beobachten ist.

3) Wellenpakete

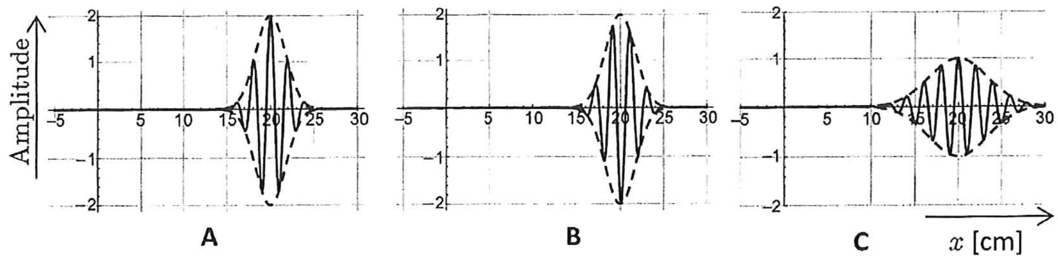
Ein Wellenpaket breitet sich in einem **dispersionslosen** Medium in x-Richtung aus. In der Abbildung sind die Welle (durchgezogene Linie) und deren Einhüllende (gestrichelte Linie) zu den Zeiten $t = 0\,\mathrm{s}$ und $t = 3\,\mathrm{s}$ dargestellt. Die Einheiten der x-Achse sind cm.



a) Bestimmen Sie die Halbwertbreite Δ (Full-Width-Half-Maximum), die Kreisfrequenz ω und die Wellenzahl k an Hand der Zeichnung.

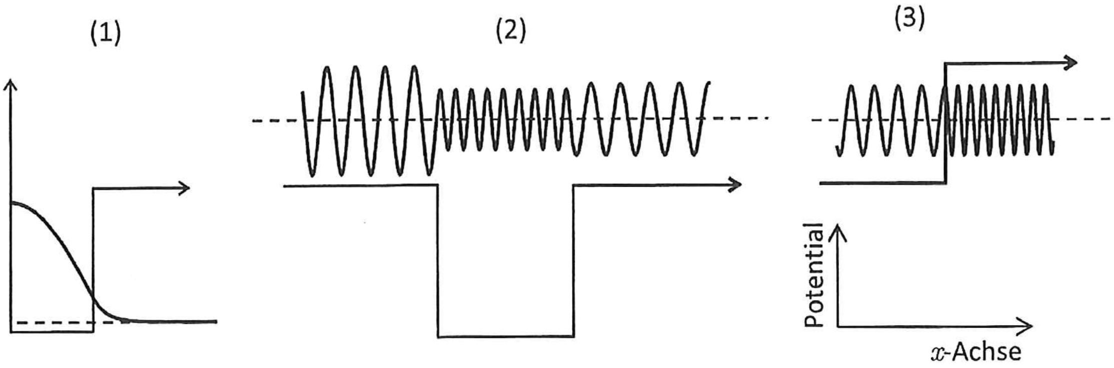
b) Lesen Sie die Gruppengeschwindigkeit v_{gr} und Phasengeschwindigkeit v_{ph} aus der Abbildung ab.

c) Zu einem späteren Zeitpunkt wird das Wellenpaket nochmal beobachtet. Welches der in den folgenden Graphen dargestellten Wellenpakete würden Sie erwarten? Begründen Sie Ihre Antwort.

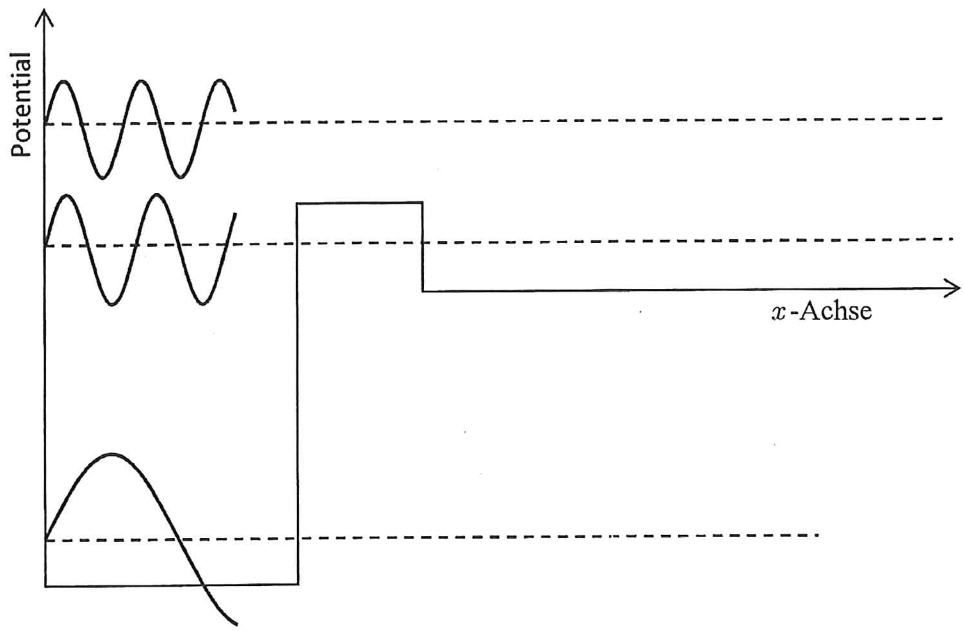


4) Materiewellen

a) Welche der drei unten gezeigten Wellenfunktionen (nur der Realteil ist dargestellt: dicke Linie) sind mögliche Lösungen der zeitunabhängigen Schrödingergleichung in abschnittweise konstanten Potentialen zur gegebenen Energie (gestrichelte Linien)? Schreiben Sie die Kriterien auf, die Sie zur Beantwortung dieser Frage benutzt haben.



b) Setzen Sie die drei skizzierten Wellenfunktionen (nur Realteil) im abschnittsweise konstanten Potential für die drei angegebenen Energien (unterbrochene Linien) nach rechts fort. Schreiben Sie die Kriterien auf, die Sie zur Ergänzung der skizzierten Wellenfunktionen benutzt haben.



5) Schrödingergleichung

Ein Teilchen ist in einem Energie-Eigenzustand mit Eigenwert $E = 0$. Die zugehörige Wellenfunktion als Funktion des Ortes x lautet: $$\psi(x) = A \cdot x \cdot e^{-\frac{x^2}{L^2}}$$

Mit den Konstanten A und L.

a) Bestimmen Sie das Potential $V(x)$, in dem sich das Teilchens befindet.

b) Skizzieren Sie das Potential $V(x)$ und die Aufenthalts-Wahrscheinlichkeitsdichte des Teilchens. Um welche Potentialform handelt es sich?

c) In welchem Anregungszustand befindet sich das Teilchen?

6) Zeitentwicklung

Gegeben ist ein Zustand $|\psi\rangle = |\psi(t=0)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}$. Die beiden Zustände

$\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$ sind Vektoren aus einer Orthonormalbasis und Eigenzustände des

Hamiltonoperators $\hat{H}$ mit den Energiewerten E_1 und E_2.

a) Schreiben Sie den Hamiltonoperator $\hat{H}$ in Matrixform.

b) Berechnen Sie die zeitabhängige Wellenfunktion $|\psi(t)\rangle$ für den Zustand, mit dem Hamiltonoperator $\hat{H}$ aus Teilaufgabe a).

c) Berechnen Sie den zeitabhängigen Erwartungswert $\langle \hat{A}(t) \rangle$ für den Operator $A = \begin{pmatrix}0 & -1\\1 & 0\end{pmatrix}$ für den gegebene Zustand $|\psi(t)\rangle$.

7) Myonischer Wasserstoff

Beim myonischen Wasserstoff wird das Elektron durch das 207mal schwerere Myon μ^- ausgetauscht. Das Myon ist wie das Elektron einfach negativ geladen.

a) Berechnen Sie die Photonenergie (in eV) der Lyman-α-Linie (Übergang $n = 2$ nach $n = 1$) des myonischen Wasserstoffs und vergleichen Sie diese mit der Photonenergie des gewöhnlichen Wasserstoffs (vernachlässigen Sie die Feinstrukturauspaltung).

b) Berechnen Sie den Bohrschen Radius (Zahlenwert) des myonischen Wasserstoffs und vergleichen Sie diesen mit dem des gewöhnlichen Wasserstoffs.