

Министерство цифрового развития, связи и массовых коммуникаций РФ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего  
образования

«Сибирский государственный университет  
телекоммуникаций и информатики» (СибГУТИ)

Кафедра телекоммуникационных систем и вычислительных средств

Практическое задание № 3

Корреляция дискретных сигналов

Выполнил: студент 3 курса

гр. ИА-331

Помелова А.В.

Новосибирск 2025

## ЦЕЛЬ ЗАНЯТИЯ

Получить представление о том, что такое корреляционная функция и нормализованная взаимная корреляционная функция, как они вычисляются и какое отношение имеют к процедурам синхронизации в сетях мобильной связи.

## КРАТКИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

**Корреляция** – это статистическая зависимость двух и более случайных величин. Корреляционная взаимосвязь в случае с сетями мобильной связи и используемыми в них радиосигналами позволяет обнаруживать сигналы синхронизации для того, чтобы с их помощью корректно разбивать ось времени на интервалы, предусматриваемые стандартами связи (например, слоты, кадры и пр.).

Корреляция бывает *положительная*, когда два процесса на прямую зависят друг от друга, то есть увеличение одной величины вызывает пропорциональный рост другой и наоборот. Например, можно проследить рост объемов продаж мороженого при повышении суточной температуры. *Отрицательная* корреляция свидетельствует об обратной взаимосвязи процессов – рост суточной температуры приводит к снижению объема продаж пуховиков. Бывает также *нейтральная* корреляция, когда явная взаимосвязь между процессами отсутствует (например, связь курса доллара и среднего балла за ЕГЭ у выпускников неочевидна).

Существуют различные подходы к измерению корреляции.

$$Corr_{x,y} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x_n y_n$$

или

$$Corr_{x,y} = \sum_{n=0}^{N-1} x_n y_n$$

Однако у данного способа подсчета корреляции есть существенные недостатки.

Для того, чтобы корректно определять корреляцию между функциями/процессами «энергия», которых столь различна, используется нормализованная функция корреляции

$$Corr_{x,y} = \frac{\sum_{n=0}^{N-1} x_n y_n}{\sqrt{\sum_{n=0}^{N-1} x_n^2 \sum_{n=0}^{N-1} y_n^2}}$$

Диапазон возможных значений для нормализованной корреляции от -1 до 1, где 1 и -1 – это максимальные значения положительной и отрицательной корреляции, 0 и близкие к нему значения – означает отсутствие корреляции.

## ЗАДАНИЕ ДЛЯ ВЫПОЛНЕНИЯ ПРАКТИЧЕСКОЙ РАБОТЫ

В рамках данной работы студенты должны выполнить расчеты автокорреляции и взаимной корреляции, в том числе нормализованной, для различных сигналов, описанных ниже, используя языки C/C++ и Matlab.

1) Напишите на языке C/C++ функцию вычисления корреляции и нормализованной корреляции между массивами  $a$ ,  $b$  и  $c$ , заданными в таблице 2, согласно варианту, используя формулы (3.2) и (3.3). Номер варианта – порядковый номер в журнале группы.

19	$a = [5 \ 2 \ 8 \ -2 \ -4 \ -4 \ 1 \ 3]$ $b = [4 \ 1 \ 7 \ 0 \ -6 \ -5 \ 2 \ 5]$ $c = [-6 \ -1 \ -3 \ -9 \ 2 \ -8 \ 4 \ 1]$
----	---

2) Выведите в терминале полученные значения в виде таблицы:  
Корреляция между  $a$ ,  $b$  и  $c$ :

\	$a$	$b$	$c$
$a$	-	11	23
$b$	11	-	4
$c$	23	4	-

Нормализованная корреляция между  $a$ ,  $b$  и  $c$ :

\	$a$	$b$	$c$
$a$	-	11	23
$b$	11	-	4
$c$	23	4	-

3) Используя Matlab определите корреляцию и нормализованную корреляцию между сигналом  $s1(t)$  и сигналами  $a$  и  $b$ .

$$s1(t) = \cos(2\pi f_1 t)$$

$$s2(t) = \cos(2\pi f_2 t)$$

$$s3(t) = \cos(2\pi f_3 t)$$

где  $f_1$  = ваш порядковый номер в журнале;

$f_2$  = ваш порядковый номер в журнале + 4;

$f_3$  = ваш порядковый номер в журнале \* 2 + 1.

19	$a(t) = 5s_1(t) + 4s_2(t) + s_3(t)$ $b(t) = 2s_1(t) + s_2(t)$
----	---

4) Для того чтобы задать время в Matlab можно воспользоваться выражением:

```
time = [0:100-1]/100;
```

5) Пример реализации цикла в Matlab:

```
for n = 1:N
    mult = a(n)*b(n)
end

% Или альтернативная реализация цикла
% внутри которого сумма произведений:

corr = sum(a.*b)
```

6) Возьмите два массива значений и выведите их на графиках друг под другом

```
a = [0.3 0.2 -0.1 4.2 -2 1.5 0];
b = [0.3 4 -2.2 1.6 0.1 0.1 0.2];
```

Определите значение функции взаимной корреляции.

7) Сдвигайте последовательность  $b$  поэлементно вправо и на каждом шаге сдвига вычисляйте значение взаимной корреляции между  $a$  и сдвинутой последовательностью  $b$ . Постройте зависимость взаимной корреляции последовательностей от величины циклического сдвига. Определите значение сдвига, при котором достигается максимальная корреляция. Нарисуйте графики  $a$  и  $b$ , сдвинутой на величину, где зафиксирована максимальная корреляция. Сформулируйте выводы.

8) Составьте отчет. Отчет должен содержать титульный лист, содержание, цель и задачи работы, теоретические сведения, исходные данные, этапы выполнения работы, сопровождаемые скриншотами и графиками, демонстрирующими успешность выполнения, и промежуточными выводами, результирующими таблицами, ответы на контрольные вопросы, и заключение и **ссылка в виде QR-кода на репозиторий с кодом (git)**.

## ВЫПОЛНЕНИЕ ПРАКТИЧЕСКОЙ РАБОТЫ

Мой вариант:

19	$a = [5\ 2\ 8\ -2\ -4\ -4\ 1\ 3]$ $b = [4\ 1\ 7\ 0\ -6\ -5\ 2\ 5]$ $c = [-6\ -1\ -3\ -9\ 2\ -8\ 4\ 1]$
----	--

Корреляция рассчитывается по формуле:

$$Corr_{x,y} = \sum_{n=0}^{N-1} x_n y_n$$

```
int corr(int x[], int y[]){
    int znach = 0;
    for (int i = 0; i < 8; i++){
        znach += x[i]*y[i];
    }
    return znach;
}
```

Нормализованная корреляция рассчитывается:

$$Corr_{x,y} = \frac{\sum_{n=0}^{N-1} x_n y_n}{\sqrt{\sum_{n=0}^{N-1} x_n^2 \sum_{n=0}^{N-1} y_n^2}}$$

```
float norm_corr(int x[], int y[]){
    float znach = 0;
    int sum_x = 0;
    int sum_y = 0;
    for (int i = 0; i < 8; i++){
        sum_x += pow(x[i],2);
        sum_y += pow(y[i],2);
    }
    int c = corr(x,y);
    znach = (c)/(sqrt(sum_x * sum_y));
    return znach;
}
```

Расчеты программы совпадают с ручным вычислением:

Корреляция между a, b, c

	a	b	c
a	-	139	-7
b	139	-	-5
c	-7	-5	-

Нормализованная корреляция между a, b, c

	a	b	c
a	-	0.94	-0.04
b	0.94	-	-0.03
c	-0.04	-0.03	-

Корреляция

$$a = [5, 2, 8, -2, -4, -4, 1, 3]$$

$$b = [4, 1, 7, 0, -6, -5, 2, 5]$$

$$c = [-6, -1, -3, -9, 2, -8, 4, 1]$$

$$ab = 5 \cdot 4 + 2 \cdot 1 + 8 \cdot 7 + (-2) \cdot 0 + 4 \cdot 6 + 4 \cdot 5 + 1 \cdot 2 + 3 \cdot 5 = 139$$

$$ac = -6 \cdot 5 - 1 \cdot 2 - 3 \cdot 8 + 2 \cdot 9 - 4 \cdot 2 + 4 \cdot 8 + 1 \cdot 4 + 3 \cdot 1 = -7$$

$$bc = -6 \cdot 4 - 1 \cdot 3 - 9 \cdot 0 - 6 \cdot 2 + 5 \cdot 8 + 2 \cdot 4 + 5 \cdot 1 = -5$$

Нормализованная корреляция

$$a^2 = 25 + 4 + 64 + 4 + 16 + 16 + 1 + 9 = 139$$

$$b^2 = 16 + 1 + 49 + 0 + 36 + 25 + 4 + 25 = 156$$

$$c^2 = 36 + 1 + 9 + 81 + 4 + 64 + 16 + 1 = 212$$

$$ab = \frac{139}{\sqrt{139 \cdot 156}} = 0.94$$

$$ac = \frac{-7}{\sqrt{139 \cdot 212}} = -0.04$$

$$bc = \frac{-5}{\sqrt{156 \cdot 212}} = -0.03$$

**Корреляция и нормализованная корреляция между сигналом  $s_1(t)$  и сигналами a и b.**

Сигналы:

$$f_1 = 19;$$

$$f_2 = 23;$$

$$f_3 = 39;$$

$$s_1 = \cos(2\pi f_1 t);$$

$$s_2 = \cos(2\pi f_2 t);$$

$$s_3 = \cos(2\pi f_3 t);$$

$$a = 5s_1 + 4s_2 + s_3;$$

$$b = 2s_1 + s_2;$$

```

function result = corr(x, y)
    result = sum(x .* y);
end

function znach = norm_corr(x, y)
    sum_x = 0;
    sum_y = 0;
    for i = 1:length(x)
        sum_x = sum_x + x(i)^2;
        sum_y = sum_y + y(i)^2;
    end
    c = corr(x, y);
    znach = c / sqrt(sum_x * sum_y);
end

```

Полученные значения:

```

Корреляция
s1(t) и a = 250.00
s1(t) и b = 100.00
Нормализованная корреляция
s1(t) и a = 0.772
s1(t) и b = 0.894

```

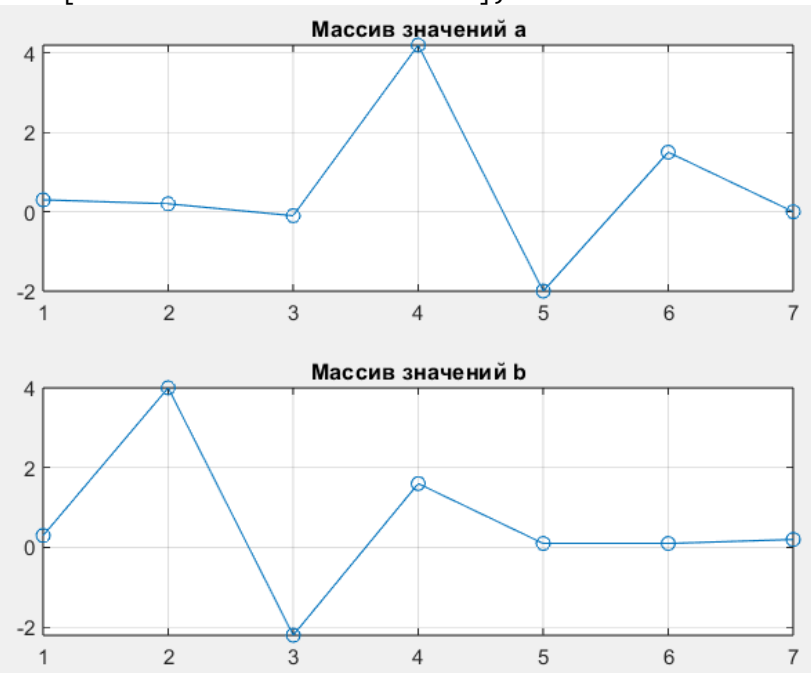
- $s1$  и  $b$  имеют более высокую корреляцию (0.894), что логично, так как  $b = 2*s1 + s2$  (сильная зависимость от  $s1$ )
- $s1$  и  $a$  имеют меньшую корреляцию (0.772), что тоже логично, так как  $a = 5*s1 + 4*s2 + s3$  (влияние других сигналов разбавляет корреляцию)

## Графики массивов и функция взаимной корреляции

```

a = [0.3 0.2 -0.1 4.2 -2 1.5 0];
b = [0.3 4 -2.2 1.6 0.1 0.1 0.2];

```



```

x = [0.3,0.2,-0.1,4.2,-2,1.5,0];
y = [0.3,4,-2.2,1.6,0.1,0.1,0.2];

xy_corr = corr(x,y);
xy_norm_corr = norm_corr(x,y);

fprintf('\n\nКорреляция\n');
fprintf('a и b = %.2f\n', xy_corr);

fprintf('Нормализованная корреляция\n');
fprintf('a и b = %.3f\n', xy_norm_corr);

```

Результаты вычисления корреляции:

```

Корреляция
a и b = 7.78
Нормализованная корреляция
a и b = 0.327

```

## Сдвиг последовательности b

Для каждого сдвига значение корреляции определяется как скалярное произведение исходного и сдвинутого сигналов. По полученной зависимости корреляции от величины сдвига установлено значение сдвига, при котором корреляция максимальна - это указывает на наилучшее выравнивание сигналов во временной области.

```

N = length(a1);
znach_corr = zeros(1, N);

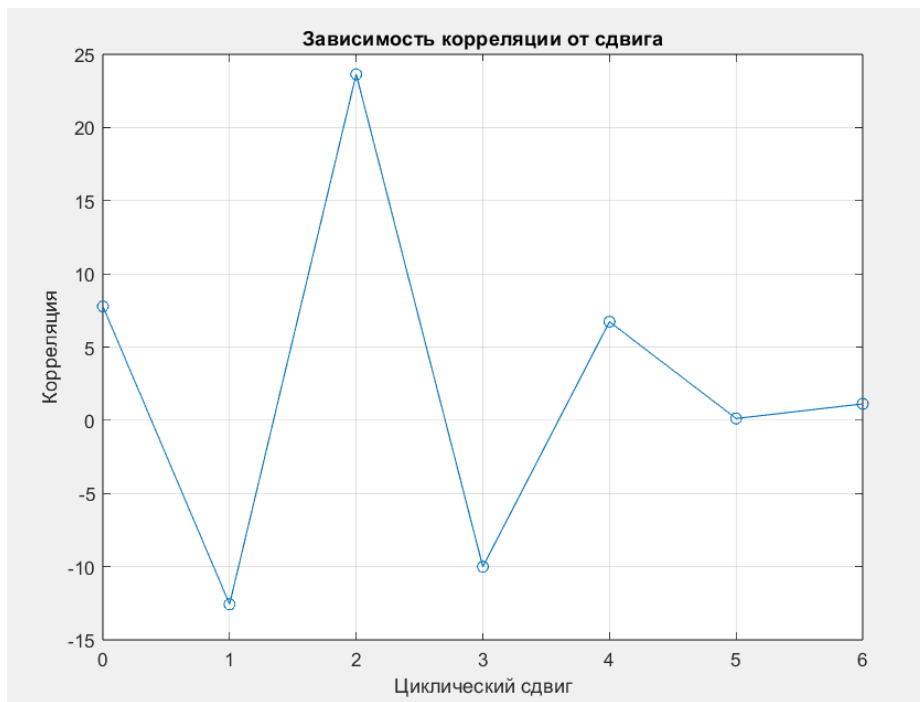
for i = 0:N-1
    b_sdvig = circshift(b1, [0, i]);
    znach_corr(i + 1) = sum(a1 .* b_sdvig);
end

sdvig = find(znach_corr == max(znach_corr), 1) - 1;
b_opt = circshift(b1, [0,sdvig]);

```

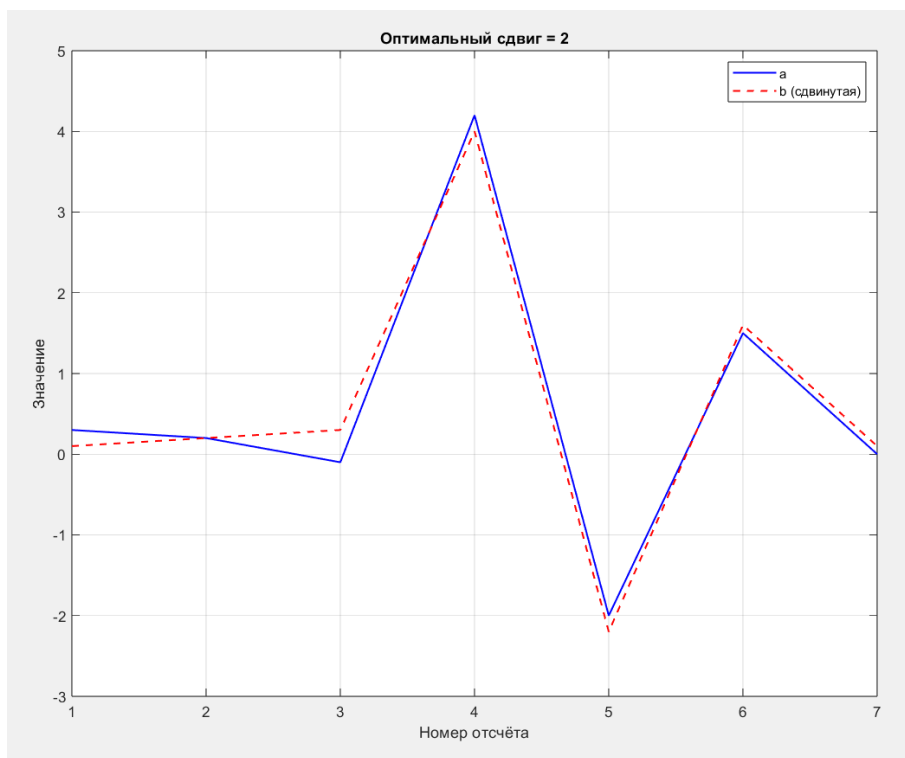
По графику виден максимальный пик при сдвиге = 2, это максимальное значение корреляции. Это означает, что при сдвиге 2 b становится максимально похожим на a.





Оптимальный сдвиг = 2

График а и сдвинутого b



**ВЫВОДЫ**

В ходе выполнения я изучила понятия корреляционной функции и нормализованной корреляционной функции, узнала как они вычисляются и какое отношение имеют к процедурам синхронизации в сетях мобильной связи.

## КОД

Ссылка на github



## КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1) Какие виды корреляции существуют?

- Положительная
- Отрицательная
- Нейтральная

2) Что значит положительная корреляция сигналов?

Два процесса напрямую зависят друг от друга, то есть увеличение одной величины вызывает пропорциональный рост другой и наоборот (прямая пропорциональность)

3) Что такое корреляционный прием сигналов?

Корреляционный приём - метод оптимального приёма сигналов, основанный на вычислении взаимной корреляции между принятой смесью (полезный сигнал + помеха) и ожидаемым (эталонным) сигналом.

- 4) Как вычисление корреляционных функций помогает синхронизироваться приемнику и передатчику в сетях мобильной связи?

Синхронизация необходима, чтобы приемник точно знал, когда начинается кадр данных и на каких частотах работают разные каналы.