posibles preguntas de examen, temas 1-5

Psicometría (UNED)

TEMA 4: La fiabilidad de las puntuaciones
Preguntas de exámenes

1.- El coeficiente de Cronbach puede interpretarse como: A) un coeficiente de estabilidad; B) la media de los coeficientes obtenidos mediante el método test-retest; ***C) un coeficiente de consistencia interna.***

2.-Cuando a un test se le añaden elementos paralelos a los que tenía: A) disminuye la fiabilidad del test; B) aumenta la variabilidad de la muestra; ***C) varía el error típico de medida de test.***

3.-El índice de fiabilidad es: ***A) la razón entre la desviación típica de las puntuaciones verdaderas y las empíricas;*** *B) la razón entre la varianza entre las puntuaciones verdaderas y las empíricas; C) la proporción de la varianza de las puntuaciones empíricas debida a la varianza de las puntuaciones error.*

Con el siguiente enunciado, responder a las preguntas 4, 5 y 6:

En la siguiente tabla se muestran las puntuaciones obtenidas por un grupo de 10 estudiantes de 2º de Bachillerato en un test de Matemáticas compuesto por 5 ítems de elección múltiple.

Ítems

Sujetos	1	2	3	4	5
A	0	1	1	1	1
B	1	0	0	1	1
C	1	1	1	0	0
D	1	1	1	1	0
E	1	1	0	0	0
F	1	1	1	1	1
G	1	1	0	1	0
H	0	1	1	1	1
I	1	1	1	1	1
J	1	0	0	0	0

4.- El coeficiente de Cronbach es igual a: ***A) 0,36;*** *B) 0,28; C) 0,39*

5.- La varianza del elemento 5 es igual a: A) 0,21; B) 0,16; ***C) 0,25***

6.- Sabiendo que la varianza de los errores es el 64% de la varianza empírica, el intervalo confidencial en el que se encontrará la puntuación verdadera de un sujeto que en el test obtuvo una puntuación empírica de 4, utilizando el modelo de regresión y a un nivel de confianza del 95% será: ***A) 2,48 - 4,76;*** *B) 2,16 – 5,84; C) 1,79 – 5,47*

7.- La fiabilidad de un test tiende a: ***A) aumentar cuando se aplica a grupos más heterogéneos y/o se incrementa la longitud del test;*** *B) aumentar cuando se aplica a grupos más homogéneos y/o se incrementa la longitud del test; C) disminuir cuando se aplica a grupos más homogéneos y/o se incrementa la longitud del test.*

Con el siguiente enunciado, responder a las preguntas 8, 9 y 10

Un psicólogo escolar estaba interesado en implementar un programa de intervención para reducir el grado de conductas agresivas en el aula. Para ello construye una escala, X, compuesta por 20 ítems que fue administrada entre los alumnos de 2º de ESO. La desviación típica de las puntuaciones verdaderas fue de 3 puntos, mientras que la varianza de los errores fue de 4 puntos.

8.- La varianza de las puntuaciones empíricas es igual a: A) 9; B) 11; ***C) 13***

9.- Suponiendo que la opción correcta de la pregunta anterior fuese la C, el índice de fiabilidad de X vale (el índice es la raíz cuadrada del coeficiente de fiabilidad): ***A) 0,83;*** *B) 0,69; C) 0,90*

10.- Un sujeto que obtuvo una puntuación en el test X de 10 puntos, se estima que obtendrá mediante el método basado en la distribución normal de los errores, una puntuación verdadera comprendida entre (N.C. del 95%): A) 7,26 – 11,40; ***B) 6,08 – 13,92;*** *C) 2,16 – 17,16*

11.- Los métodos basados en la división del test en dos mitades para el estudio de la fiabilidad de un test mide: A) la estabilidad de las medidas del test; B) la equivalencia de las medidas del test; ***C) la consistencia interna de un test***

12.- Uno de los supuestos de la Teoría Clásica de los Test establece que: ***A) las puntuaciones verdaderas de los sujetos no correlacionan con los errores de medida;*** *B) las puntuaciones verdaderas no correlacionan con las puntuaciones empíricas; C) las puntuaciones empíricas no correlacionan con los errores de medida.*

13.- Si dos tests son paralelos y tienen la misma longitud: A) la puntuación empírica de un sujeto es la misma en ambos tests; B) el error de medida de un sujeto es el mismo en ambos tests; ***C) la puntuación verdadera de un sujeto es la misma en ambos tests.***

14.-En un test en el que la correlación entre los errores de medida y las puntuaciones verdaderas es igual a 0, el índice de fiabilidad es igual a: A) 0; B) el coeficiente de fiabilidad; ***C) no se sabe.***

15.- Un test de fluidez verbal formado por 50 ítems se aplica a una muestra de sujetos. Las puntuaciones empíricas se distribuyen según la distribución normal con media 20 y varianza 25, y el error típico de medida de test es igual a 2. Utilizando el modelo de regresión, ¿cuál sería la puntuación verdadera de un sujeto que ha obtenido una puntuación empírica de 25? A) 25; ***B) 24,2;*** *C) 20*

Con el siguiente enunciado, responder a las preguntas 16 y 17

La correlación entre dos formas paralelas de un test de la misma longitud que miden la inteligencia numérica es igual a 0,49:

16.- El índice de fiabilidad de cada forma es de: A) 0,24; B) 0,84; ***C) 0,70***

17.- El coeficiente de fiabilidad del test compuesto por los ítems de las dos formas es de: A) 0,98; ***B) 0,66;*** *C) 0,49; (se duplica la longitud del test)*

*18.- El error de medida se define como la diferencia entre: A) la puntuación verdadera y la pronosticada para un sujeto; B) las puntuaciones verdaderas obtenidas por un sujeto en dos tests paralelos; C****) la puntuación empírica y la verdadera de un sujeto.***

19.- El coeficiente beta de Raju aplicado a un test compuesto por varios subtests: A) coincide con el coeficiente alfa si los subtests presentan distinto número de ítems; ***B) coincide con el coeficiente alfa si los subtests presentan el mismo número de ítems;*** *C) es un indicador de la estabilidad de la medida del test.*

20.- En un test en el que la correlación entre las puntuaciones empíricas y los errores de medida es igual a cero, el índice de fiabilidad es igual a: ***A) 1;*** *B) 0; C) 0,5*

Con el siguiente enunciado, responder a las preguntas 21 y 22

Un test se aplica a una muestra de 500 sujetos y se obtiene una media de 10 y una desviación típica de 3 puntos en las puntuaciones obtenidas por los sujetos. La varianza error es igual a 0,81.

21.- Calcular el coeficiente de fiabilidad: A) 0,95; ***B) 0,91;*** *C) 0,19*

22.- Calcular el error típico de medida: A) 0; B) 0,81; ***C) 0,90***

23.- El coeficiente de fiabilidad se expresa como: A) la proporción de varianza de las puntuaciones empíricas que hay en las puntuaciones verdaderas; B) la correlación entre las puntuaciones empíricas obtenidas en el mismo test por dos muestras de sujetos; ***C) la correlación entre las puntuaciones empíricas obtenidas por una muestra de sujetos en dos formas paralelas de test.***

24.- El error típico de medida es: ***A) la desviación típica de los errores de medida;*** *B) la diferencia entre la puntuación empírica de un sujeto y su puntuación verdadera; C) igual o mayor que la desviación típica de las puntuaciones empíricas.*

25.- Un test formado por 50 elementos paralelos se ha aplicado a una muestra de 500 sujetos. La varianza de las puntuaciones empíricas fue 64 y el coeficiente de fiabilidad del test en esa muestra 0,81. Si redujésemos el número de elementos a la mitad, el nuevo coeficiente de fiabilidad sería: ***A) 0,68;*** *B) 0,82; C) 0,46*

26.- Sabiendo que la varianza de las puntuaciones empíricas obtenidas por una muestra de sujetos en un test de 5 ítems dicotómicos de la misma dificultad es 4 y que el índice de dificultad es 0,40. El coeficiente de fiabilidad es: A) 0,78; B) 0,75; ***C) 0,88***

27.- El índice de fiabilidad de un test de razonamiento vale 0,80 y la varianza de las puntuaciones obtenidas en dicho test por una muestra de 110 sujetos es 150. La puntuación media de los sujetos de la muestra en el test fue 22. ¿Cuál es la varianza error del test? A) 50; B) 52; ***C) 54***

28.- Con los datos del ejercicio anterior, estimar la puntuación verdadera de un sujeto que ha obtenido en el test una puntuación de 25: A) 18,6; ***B) 23,92;*** *C) 25,12*

29.- Las desviaciones típicas de las puntuaciones verdaderas y de error son 3 y 4, respectivamente. El coeficiente de fiabilidad será: A) 9/16; B) 3/7; ***C) 9/25***

30.- Los errores de medida de un test: ***A) tienen media 0;*** *B) son errores sistemáticos; C) correlacionan positivamente con las puntuaciones verdaderas.*

31.- Sabiendo que el coeficiente de fiabilidad de un test de aptitud compuesto por 100 ítems es igual a 0,90, ¿en qué proporción se reduciría dicho coeficientes si eliminásemos 25 ítems?: ***A) 0,87;*** *B) 0,90; C) 0,92*

32.- Se ha aplicado un test compuesto por 100 ítems a una muestra de escolares. Cada uno de los ítems presenta tres alternativas de las cuales sólo una es correcta. La correlación entre los ítems pares e impares fue de 0,70. ¿Cuál es el valor del índice de fiabilidad del test?: A) 0,88; ***B) 0,91;*** *C) 0,94*

33.- El coeficiente alfa de Cronbach: A) es una estimación del límite inferior del índice de fiabilidad de un test; ***B) es igual al coeficiente de fiabilidad cuando los ítems son paralelos;*** *C) tiende al índice de fiabilidad cuando el tamaño de la muestra tiende a infinito.*

34.- Sabiendo que el error típico de estimación de la puntuación verdadera es 0,5 y que la desviación típica de las puntuaciones verdaderas es la mitad de las empíricas, la varianza de los errores de medida es: A) 0,5; ***B) 1;*** *C) 2*

35.- En un test cuya fiabilidad es cero, un sujeto ha obtenido una puntuación típica de 2. Si la media del test es 10 y la varianza 4, la estimación del intervalo de confianza de la puntuación directa verdadera según la distribución normal de los errores es (NC, 95%): A) 4,68 – 24,28; ***B) 10,08 – 17,92;*** *C) 8,41 – 20,52.*

36.- El coeficiente de fiabilidad de un test en el que la varianza de los errores es el 75% de la varianza verdadera es: ***A) 0,57;*** *B) 0,76; C) 0,86.*

37.- El error de sustitución se comete al sustituir las puntuaciones: A) de un test por otro test que mide lo mismo; B) las obtenidas en un test por las pronosticadas; ***C) obtenidas por un sujeto en un test por las obtenidas en un test paralelo.***

38.- Si la correlación entre los errores de medida y las puntuaciones directas de un test es 0,4, y la varianza del test es 25, utilizando la desigualdad de Chebychev, ¿cuál sería la estimación del intervalo de confianza de la puntuación directa verdadera de un sujeto que ha obtenido 10 puntos? (NC = 99%): ***A)*** $\mathbf{-10 \leq V \leq 30}$***;*** *B)* $-5 \leq V \leq 25$*; C)* $0 \leq V \leq 20$

39.- Con los datos de la siguiente tabla, el coeficiente alfa de Cronbach es igual a: ***A) 0;*** B) 0,2; C) 0,4

	Elementos				
Sujetos	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
A	1	0	0	1	1
B	1	1	1	0	0
C	1	0	0	0	0
D	0	0	1	1	0
E	1	1	1	1	0

1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**
C	**C**	**A**	**A**	**C**	**A**	**A**	**C**	**A**	**B**	**C**	**A**	**C**
14	**15**	**16**	**17**	**18**	**19**	**20**	**21**	**22**	**23**	**24**	**25**	**26**
C	**B**	**C**	**B**	**C**	**B**	**A**	**B**	**C**	**C**	**A**	**A**	**C**
27	**28**	**29**	**30**	**31**	**32**	**33**	**34**	**35**	**36**	**37**	**38**	**39**
C	**B**	**C**	**A**	**A**	**B**	**B**	**B**	**B**	**A**	**C**	**A**	**A**

DESARROLLOS (comentarios a las preguntas anteriores) →

DESARROLLO (PREGUNTAS Nº 4, 5 y 6)

En la siguiente tabla se muestran las puntuaciones obtenidas por un grupo de 10 estudiantes de 2º de Bachillerato en un test de Matemáticas compuesto por 5 ítems de elección múltiple.

Ítems → Sujetos	1	2	3	4	5
A	0	1	1	1	1
B	1	0	0	1	1
C	1	1	1	0	0
D	1	1	1	1	0
E	1	1	0	0	0
F	1	1	1	1	1
G	1	1	0	1	0
H	0	1	1	1	1
I	1	1	1	1	1
j	1	0	0	0	0

Sujetos	1	2	3	4	5	X	X^2
A	0	1	1	1	1	4	16
B	1	0	0	1	1	3	9
C	1	1	1	0	0	3	9
D	1	1	1	1	0	4	16
E	1	1	0	0	0	2	4
F	1	1	1	1	1	5	25
G	1	1	0	1	0	3	9
H	0	1	1	1	1	4	16
I	1	1	1	1	1	5	25
j	1	0	0	0	0	1	1
p_h	0,8	0,8	0,6	0,7	0,5	34	130
q_h	0,2	0,2	0,4	0,3	0,5		
$p_h\ q_h$	0,16	0,16	0,24	0,21	0,25	1,02	

$p_h = f_h / N \quad q_h = 1 - p_h$

Pregunta nº 4.- *El coeficiente α de Cronbach es igual a:* ***0,36***

$$KR_{20} = \frac{n}{n-1}\left[1 - \frac{\sum p_h q_h}{S_x^2}\right] = \frac{5}{5-1}\left[1 - \frac{1,02}{1,44}\right] = \mathbf{0,36}$$

$$S_x^2 = \frac{\sum X^2}{n} - \bar{X}^2 = \frac{130}{10} - 3,4^2 = \mathbf{1,44} \ // \ \bar{X} = 34/10 = 3,4$$

Pregunta nº 5.- *La varianza del ítem 5 es igual a →* $p_5 \times q_5 =$ ***0,25***

Pregunta nº 6.- *Sabiendo que los errores es el 64% de la varianza empírica, el intervalo confidencial en el que se encontrará la puntuación verdadera de un sujeto que en el test obtuvo una puntuación empírica de 4, utilizando el modelo de regresión y un nivel de confianza del 95% será:*

Intervalo de confianza → $V' \pm E_{max} = 3,62 \pm 1,13 =$ ***2,48 y 4,76***

$$V' = r_{xx}X + (\bar{X} - r_{xx}\bar{X}) = r_{xx}(X - \bar{X}) + \bar{X} = 0,36(4 - 3,4) + 3,4 = \mathbf{3,62}$$

$E_{max} = (S_{vx})\ (Z_c) = 0,58 \times 1,96 =$ ***1,13*** *;NC95% le corresponde* $(Z_c) =$ ***1,96***

$S_{vx} = S_e\sqrt{r_{xx'}} = 0,96\sqrt{0,36} =$ ***0,58 ;*** $S_e = S_x\sqrt{1 - r_{xx'}} = 1,2\sqrt{1 - 0,36} =$ ***0,96***

DESARROLLO (PREGUNTAS Nº 8, 9 y 10)

Un psicólogo escolar estaba interesado en implementar un programa de intervención para reducir el grado de conductas agresivas en el aula. Para ello construye una escala, X, compuesta por 20 ítems que fue administrada entre los alumnos de 2º de ESO. La desviación típica de las puntuaciones verdaderas fue de 3 puntos, mientras que la varianza de los errores fue de 4 puntos.

Pregunta nº 8.- *La varianza de las puntuaciones empíricas es igual a* → $S_x^2 = S_v^2 + S_e^2 = 3^2 + 4 =$ ***13***

Pregunta nº 9.- *Suponiendo que la opción correcta de la pregunta 1 fuera la c, el índice de fiabilidad de X vale (el índice es la raíz cuadrada del coeficiente de fiabilidad):*

$$r_{xv} = \frac{S_v}{S_x} = \frac{3}{\sqrt{13}} = \mathbf{0{,}83}$$

Pregunta nº 10.- *Un sujeto que obtuvo una puntuación en el test X de 10 puntos, se estima que obtendrá mediante el método basado en la distribución normal de los errores una puntuación verdadera comprendida entre (nivel de confianza del 95%):*

$X \pm E_{\max} = 10 \pm 3{,}92 =$ ***6,08 y 13,92***

$E_{max} = (S_e)\ (Z_c) = 2 \times 1{,}96 =$ ***3,92*** *// Donde* → *NC 95% le corresponde* (Z_c) = ***1,96***

$S_e = S_x\sqrt{1 - r_{xx'}} = \sqrt{13}\sqrt{1 - 0{,}69} =$ ***2;*** $r_{xx} = r_{vx}^2 = 0{,}83^2 =$ ***0,69***

DESARROLLO (PREGUNTA Nº 15)

Un test de fluidez verbal formado por 50 ítems se aplica a una muestra de sujetos. Las puntuaciones empíricas se distribuyen según la distribución normal con media 20 y varianza 25, y el error típico de medida de test es igual a 2. Utilizando el modelo de regresión, ¿cuál sería la puntuación verdadera de un sujeto que ha obtenido una puntuación empírica de 25?

$V' = r_{xx}X + (\overline{X} - r_{xx}\overline{X}) = r_{xx}(X - \overline{X}) + \overline{X} = 0{,}84(25 - 20) + 20 =$ ***24,2***

Donde → $S_v^2 = S_x^2 - S_e^2 = 21;\ r_{xx} = \frac{S_v^2}{S_x^2} = 0{,}84$

DESARROLLO (PREGUNTAS Nº 16 y 17)

La correlación entre dos formas paralelas de un test de la misma longitud que miden la inteligencia numérica es igual a 0,49:

Pregunta nº 16.- *El índice de fiabilidad de cada forma es de* → $r_{vx} = \sqrt{r_{xx}} = \sqrt{0{,}49} =$ ***0,70***

Pregunta nº 17.- *El coeficiente de fiabilidad del test compuesto por los ítems de las dos formas es de (se duplica la longitud del test)*

$$R_{xx} = \frac{2r_{xx}}{1 + r_{xx}} = \frac{2 \times 0{,}49}{1 + 0{,}49} = \mathbf{0{,}66}$$

DESARROLLO (PREGUNTAS Nº 21 y 22)

Un test se aplica a una muestra de 500 sujetos y se obtiene una media de 10 y una desviación típica de 3 puntos en las puntuaciones obtenidas por los sujetos. La varianza error es igual a 0,81.

Pregunta nº 21.- *Calcular el coeficiente de fiabilidad* → $r_{XX'} = 1 - (S^2_e / S^2_X)$ → $\mathbf{r_{XX'}} = 1 - (0{,}81 / 9)$ → ***0,91***

Pregunta nº 22.- *Calcular el error típico de medida* → $\mathbf{S_e} = S_x\sqrt{1 - r_{XX'}}$ → $S_e = 3\ (0{,}3)$ = ***0,90***

DESARROLLO (PREGUNTA Nº25)

Un test formado por 50 elementos paralelos se ha aplicado a una muestra de 500 sujetos. La varianza de las puntuaciones empíricas fue 64 y el coeficiente de fiabilidad del test en esa muestra 0,81. Si redujésemos el número de elementos a la mitad, el nuevo coeficiente de fiabilidad sería:

Respuesta → *Si redujésemos el número de elementos a la mitad, el nuevo coeficiente de fiabilidad sería:*

Datos del problema → $r_{xx'}$ = 0.81; $n = \dfrac{n^{o}\ elementos\quad finales}{n^{o}\ elementos\quad iniciales} = \dfrac{25}{50} =$ ***0,5***

$$R_{xx} = \frac{nr_{xx}}{1+(n-1)r_{xx}} = \frac{0,5 \times 0,81}{1+(0,5-1)0,81} = \mathbf{0,68}$$

DESARROLLO (PREGUNTA Nº 26)

Sabiendo que la varianza de las puntuaciones empíricas obtenidas por una muestra de sujetos en un test de 5 ítems dicotómicos de la misma dificultad es 4 y que el índice de dificultad es 0,40. El coeficiente de fiabilidad es:

Datos del problema → $S_x^2 = 4$ *// Índice de dificultad = q = 0,4 (los ítems tienen la misma dificultad)*

$$r_{xx'} = KR_{21} = \frac{n}{n-1}\left[1-\frac{\overline{X}-\frac{\overline{X}^2}{n}}{S_x^2}\right] = \frac{n}{n-1}\left(1-\frac{npq}{S_x^2}\right) = \frac{5}{5-1}\left(1-\frac{5\times 0,6\times 0,4}{4}\right) = \mathbf{0,875}$$

DESARROLLO (PREGUNTA Nº 27)

El índice de fiabilidad de un test de razonamiento vale 0,80 y la varianza de las puntuaciones obtenidas en dicho test por una muestra de 110 sujetos es 150. La puntuación media de los sujetos de la muestra en el test fue 22. ¿Cuál es la varianza error del test?

Datos del problema → $r_{xv} = 0,80; S_x^2 = 150; \overline{X} = 22; N = 110$

¿Cuál es la varianza error del test?:

$$r_{xv}^2 = \frac{S_v^2}{S_x^2} \rightarrow 0,80^2 = \frac{S_v^2}{150} \rightarrow S_v^2 = 96 \ // \ S_x^2 = S_v^2 + S_e^2 \rightarrow S_e^2 = S_x^2 - S_v^2 = 150 - 96 = \mathbf{54}$$

DESARROLLO (PREGUNTA Nº 28)

Con los datos del ejercicio anterior, estimar la puntuación verdadera de un sujeto que ha obtenido en el test una puntuación de 25:

$$V' = r_{xx}X + (\overline{X} - r_{xx}\overline{X}) = r_{xx}(X - \overline{X}) + \overline{X} = 0,64(25-22) + 22 = \mathbf{23,92}$$

$$r_{xv} = \sqrt{r_{xx}} \rightarrow r_{xx} = (r_{xv})^2 = 0,64$$

DESARROLLO (PREGUNTA Nº 29)

Las desviaciones típicas de las puntuaciones verdaderas y de error son 3 y 4, respectivamente.

El coeficiente de fiabilidad es → $S_x^2 = S_v^2 + S_e^2 = 3^2 + 4^2 = 25 \ // \ r_{xx'} = \dfrac{S_v^2}{S_x^2} = \mathbf{9/25}$

DESARROLLO (PREGUNTA Nº 31)

Sabiendo que el coeficiente de fiabilidad de un test de aptitud compuesto por 100 ítems es igual a 0,90,

¿en qué proporción se reduciría dicho coeficientes si eliminásemos 25 ítems?:

Datos del problema → $r_{xx'}$ =0,90; $n = \frac{n^{o}\,elementos \quad finales}{n^{o}\,elementos \quad iniciales} = \frac{100-25}{100}$ =0,75

$$R_{xx} = \frac{nr_{xx}}{1+(n-1)r_{xx}} = \frac{0,75 \times 0,90}{1+(0,75-1)0,90} = \mathbf{0,87}$$

DESARROLLO (PREGUNTA Nº 32)

Se ha aplicado un test compuesto por 100 ítems a una muestra de escolares. Cada uno de los ítems presenta tres alternativas de las cuales sólo una es correcta. La correlación entre los ítems pares e impares fue de 0,70. ¿Cuál es el valor del índice de fiabilidad del test?:

Se supone que han divido el test en dos escalas paralelas→ $R_{xx} = \frac{2r_{xx}}{1+r_{xx}} = \frac{2 \times 0,70}{1+0,70}$ = **0,91**

DESARROLLO (PREGUNTA Nº 34)

Sabiendo que el error típico de estimación de la puntuación verdadera es 0,5 y que la desviación típica de las puntuaciones verdaderas es la mitad de las empíricas, la varianza de los errores de medida es:

Datos del problema → $S_{vx} = 0,5; S_x = 2S_v$

$r_{xv} = \frac{S_v}{S_x} = \frac{\cancel{S_v}}{2\cancel{S_v}}$ =0,5; $r_{vx} = \sqrt{r_{xx}} \rightarrow r_{xx} = r_{xv}^2$ =0,25 // $S_{vx} = S_e\sqrt{r_{xx}} \rightarrow S_e = \frac{S_{vx}}{\sqrt{r_{xx}}}$ =1 S_e^2 =**1**

DESARROLLO (PREGUNTA Nº 35)

En un test cuya fiabilidad es cero, un sujeto ha obtenido una puntuación típica de 2. Si la media del test es 10 y la varianza 4, la estimación del intervalo de confianza de la puntuación directa verdadera según la distribución normal de los errores es (NC, 95%):

Datos del problema → $Z_x = 2; \bar{X} = 10; S_x^2 = 4;$

$X' \pm E_{max} = 14 \pm 3,92 =$ **17,92 y 10,08 //** $E_{max} = (S_e)\ (Z_c)$ =2 · 1,96 = 3,92 // NC95% →(Z_c) = 1,96

$S_e = S_x\sqrt{1-r_{xx'}} = 2\sqrt{1-0} =$ 2 // $Z_x = \frac{X-\bar{X}}{S_x} \rightarrow 2 = \frac{X-10}{2} \rightarrow X =$ 14

DESARROLLO (PREGUNTA Nº 36)

El coeficiente de fiabilidad de un test en el que la varianza de los errores es el 75% de la varianza verdadera es:

→ **Datos del problema** ($S_e^2 = 0,75 \times S_v^2$)

$r_{xx} = \frac{S_v^2}{S_x^2} = \frac{S_v^2}{0,75S_v^2 + S_v^2} = \frac{\cancel{S_v^2}}{\cancel{S_v^2}(0,75+1)}$ =**0,57** **Siendo →** $S_x^2 = S_e^2 + S_v^2 = 0,75S_v^2 + S_v^2$

DESARROLLO (PREGUNTA Nº 38)

Si la correlación entre los errores de medida y las puntuaciones directas de un test es 0,4, y la varianza *del test es 25, utilizando la desigualdad de Chebychev, ¿cuál sería la estimación del intervalo de confianza de la puntuación directa verdadera de un sujeto que ha obtenido 10 puntos? (NC = 99%):*

Datos del problema → $r_{xe} = 0{,}4; S_x^2 = 25; X = 10; NC 99\%$

$$1 - \frac{1}{K^2} = NC \rightarrow 1 - \frac{1}{K^2} = 0{,}99 \rightarrow K = 10 \; // \; r_{xx'} = 1 - r_{xe}^2 = 1 - 0{,}4^2 = 0{,}84$$

$$S_e = S_x\sqrt{1 - r_{xx'}} = 5\sqrt{1 - 0{,}84} = 2 \; // \; P\{|X - V| \le K(S_e)\} \ge 1 - \frac{1}{K^2}$$

$X \pm K(S_e) = 10 \pm 10 \times 2 =$ **-10 y 30 → (–10 ≤ V ≤ 30)**

La puntuación verdadera se encontrará entre los valores (-10 y 30). Intervalo demasiado amplio que conlleva una estimación vaga. Se utiliza cuando no se hace ningún supuesto sobre la distribución de las puntuaciones empíricas o sobre los errores.

DESARROLLO (PREGUNTA Nº 39)

Con los datos de la siguiente tabla, el coeficiente alfa de Cronbach es igual a: ***A) 0;*** *B) 0,2; C) 0,4*

sujetos	elementos						
	1	2	3	4	5	Σ	X^2
A	1	0	0	1	1	3	9
B	1	1	1	0	0	3	9
C	1	0	0	0	0	1	1
D	0	0	1	1	0	2	4
E	1	1	1	1	0	4	16
p_h	4/5 0.8	2/5 0.4	3/5 0.6	3/5 0.6	1/5 0.2		39
q_h	0.2	0.6	0.4	0.4	0.8		
$p_h\, q_h$	0.16	0.24	0.24	0.24	0.16	1.04	

$p_h = f_h / N \quad q_h = 1 - p_h$ *// Ítems dicotómicos se utiliza KR-20*

$$KR_{20} = \frac{n}{n-1}\left[1 - \frac{\sum p_h q_h}{S_x^2}\right] = \frac{5}{5-1}\left[1 - \frac{1{,}04}{1{,}04}\right] = 0$$

$$S_x^2 = \frac{\sum X^2}{n} - \bar{X}^2 = \frac{39}{5} - 2{,}6^2 = 1{,}04 \; // \; \bar{X} = 13/5 = 2{,}6$$

PROBLEMAS RESUELTOS

FIABILIDAD Y PRECISIÓN DE LAS PUNTUACIONES *(Se trata de indagar hasta qué punto están afectadas por los errores de medida)*	
Coeficiente de Fiabilidad → $r_{XX'}$ *Correlación entre las puntuaciones empíricas en dos formas paralelas.*	***Índice de fiabilidad*** → $r_{XV} = \sqrt{r_{XX'}}$ *Correlación entre las puntuaciones empíricas y las puntuaciones verdaderas.*

1.- COEFICIENTE DE FIABILIDAD DE LAS PUNTUACIONES

Sabiendo el coeficiente de fiabilidad de un test es 0,64 ($r_{XX'}$ = 0,64), averiguar la correlación entre las puntuaciones empíricas de los sujetos en el test y los errores de medida:

$r_{xe} = \sqrt{1 - r_{xx'}} \rightarrow r_{xe} = \sqrt{1 - 0{,}64} \rightarrow r_{xe} = \sqrt{0{,}36} = \mathbf{0{,}60}$

$r_{xx'} = 1 - r_{xe}^2 \rightarrow r_{xe}^2 = 1 - r_{xx'} \rightarrow r_{xe}^2 = 1 - 0{,}64 \rightarrow r_{xe}^2 = 0{,}36$ // $r_{xe} = \sqrt{0{,}36} = \mathbf{0{,}60}$

Nota: la correlación entre las puntuaciones empíricas de los sujetos en el test y los errores de medida → r_{xe} (página 19 del formulario)

2.- ÍNDICE DE FIABILIDAD DE LAS PUNTUACIONES

La covarianza entre las puntuaciones empíricas y las verdaderas de un test de compresión verbal es de 15 y la desviación típica de las puntuaciones empíricas es de 5 puntos ¿Cuál será el valor del índice de fiabilidad?

Datos del problema → *Cov (X;V)=* $S_v^2 = 15$; $S_x = 5$ → $r_{xx'} = \frac{S_v^2}{S_x^2} = \frac{15}{5^2} = \mathbf{0{,}6}$ // $r_{xv} = \sqrt{r_{xx'}} = \sqrt{0{,}6} =$ ***0,77***

Nota: El índice de fiabilidad es la raíz cuadrada del coeficiente de fiabilidad (página 19 del formulario). *Cov (X;V)=* S_v^2 → ***Según supuesto del modelo lineal de Spearman (página 17)***

3.- COEFICIENTE DE FIABILIDAD DE LAS PUNTUACIONES

La desviación típica de los errores de medida es igual a 5, lo que significa el 10% de la varianza de las puntuaciones verdaderas. ¿Cuál es el valor del coeficiente de fiabilidad del test?

Datos del problema → $0{,}10 = \frac{S_e = 5}{S_v^2} \rightarrow 0{,}10 \times S_v^2 = 5 \rightarrow S_v^2 = (5/0{,}10 = 50)$

$S_x^2 = S_v^2 + S_e^2 = 50 + 25 \rightarrow S_x^2 = \mathbf{75}$ // $r_{xx'} = r_{xv}^2 = \frac{S_v^2}{S_x^2} = \frac{50}{75} = \mathbf{0{,}67}$

Nota: Averiguamos S^2_X según supuesto del modelo lineal de Spearman (página 17)

4.- ÍNDICE DE FIABILIDAD DE LAS PUNTUACIONES

Si la varianza verdadera es del 64% de la varianza empírica, el índice de fiabilidad es:

$r_{XX'} = r_{xv}^2 = 0{,}64; r_{vx} = \sqrt{0{,}64} = \mathbf{0{,}8}$

Nota: La proporción de varianza verdadera que hay en la varianza empírica de un test viene dado por el coeficiente de fiabilidad (página 19 del formulario)

5.- COEFICIENTE DE FIABILIDAD DE LAS PUNTUACIONES

Si la varianza de las puntuaciones empíricas obtenidas por una muestra de sujetos en un test es igual a 49 y el error típico de medida es 4 ¿cuál es el valor del coeficiente de fiabilidad del test?

Datos del problema → $S_x^2 = 49; S_e = 4$

$S_x^2 = S_v^2 + S_e^2 \rightarrow S_v^2 = S_x^2 - S_e^2 = 49 - 16 = \mathbf{33}$ // $r_{xx'} = r_{xv}^2 = \frac{S_v^2}{S_x^2} = \frac{33}{49} = \mathbf{0{,}67}$

Nota: Según las deducciones del modelo lineal de Spearman (página 17 del formulario)

6.- COEFICIENTE / ÍNDICE DE FIABILIDAD DE LAS PUNTUACIONES / VAR. MUESTRA

Hemos aplicado un test a una muestra de 60 sujetos. La suma de las puntuaciones verdaderas diferenciales al cuadrado es 1260 y la varianza de los errores es igual a 10.

Datos del problema → $\sum (V - Vmedia)^2 = \sum v^2 = 1260;\ S_e^2 = 10;\ N = 60$

6.1.- *Calcular el índice de fiabilidad del test (r_{xv}):*

$$S_v^2 = \frac{\sum v^2}{N} = \frac{1260}{60} = \mathbf{21} \ // \ S_x^2 = S_v^2 + S_e^2 = 21 + 10 = \mathbf{31}$$

Nota: Según las deducciones del modelo lineal de Spearman (pág. 17 del formulario)

$$r_{xx'} = \frac{S_v^2}{S_x^2} = \frac{21}{31} = \mathbf{0{,}68} \rightarrow r_{xv} = \sqrt{r_{xx'}} = \sqrt{0{,}68} = \mathbf{0{,}82}$$

Nota: El índice de fiabilidad es la raíz cuadrada del coeficiente de fiabilidad (pág. 19 formulario)

6.2.- *Si el coeficiente de fiabilidad del test fuera 0,80 y se aplicara a una muestra con doble varianza, ¿cuál sería el valor del nuevo coeficiente de fiabilidad?*

Datos del problema → $r_{11} = 0'80$ → *Variabilidad en la muestra* ($S^2_1 = 31$) *y* ($S^2_2 = 31 \cdot 2 \rightarrow 62$)

$$r_{22} = 1 - \frac{S_1^2}{S_2^2}(1 - r_{11})\ 1 - \frac{31(1 - 0{,}8)}{62} = 1 - 0{,}1 = \mathbf{0{,}90}$$

Nota: Junto a la longitud del test, la variabilidad de la muestra es uno de los factores que afectan a la fiabilidad (página 23 del formulario)

7.- COEFICIENTE DE FIABILIDAD DE LAS PUNTUACIONES / INTERVALO CONFIANZA

En un test de inteligencia espacial (A), la media y varianza obtenida por una muestra de sujetos fue 20 y 25 respectivamente y el coeficiente de fiabilidad 0,81. En otro test de comprensión verbal (B) los mismos sujetos obtuvieron una media y una desviación típica de 15 y 2 respectivamente, siendo el error típico medida de este test igual a la unidad. La distribución de las puntuaciones de los sujetos en ambos test se ajusta a una distribución normal.

Datos del problema → *Media A (20) //* $S^2_A = 25$ *//* $r_{AA'} = 0'81$ *// Media B (15) //* $S_B = 2$ *//* $S_e = 1$

7.1.- *El coeficiente y el índice de fiabilidad del test B son respectivamente* → **0,75 y 0,87**

$$r_{xx'} = r_{xv}^2 = \frac{S_v^2}{S_x^2} = 1 - \frac{S_e^2}{S_x^2} = 1 - r_{xe}^2 \Rightarrow 1 - \frac{1^2}{2^2} = \mathbf{0{,}75} \ // \ r_{xv} = \sqrt{r_{xx'}} = \sqrt{0{,}75} = \mathbf{0{,}866}$$

Nota: El índice de fiabilidad es la raíz cuadrada del coeficiente de fiabilidad (pág. 19 formulario)

7.2.- *Utilizando el modelo de regresión y un NC del 95%, averiguar el intervalo de confianza en el que se encuentra la puntuación verdadera de un sujeto que en el test A obtuvo una puntuación empírica de 25:*

$$V' = r_{xx}X + (\bar{X} - r_{xx}\bar{X}) = r_{xx}(X - \bar{X}) + \bar{X} = 0{,}81(25 - 20) + 20 = \mathbf{24{,}05} \text{ (V´ en Punt. Directas)}$$

$$E_{max} = (S_{vx})\ (Z_c) = 1{,}96 \times 1{,}96 = \mathbf{3{,}84}$$

$$S_{vx} = S_e\sqrt{r_{xx'}} = 2{,}18\sqrt{0{,}81} = \mathbf{1{,}96} \ // \ S_e = S_x\sqrt{1 - r_{xx'}} = 5\sqrt{1 - 0{,}81} = 2{,}18$$

NC 95% le corresponde (Z_c) = **1,96** $V' \pm E_{max} = 24{,}05 \pm 3{,}84 =$ **27,89 y 20,21**

Nota: El modelo de regresión se utiliza para estimar las puntuaciones verdaderas y se basa en la distribución normal de los errores (pág. 34 y ss. Formulario)

8.- ÍNDICE DE FIABILIDAD DE LAS PUNTUACIONES
El índice de fiabilidad de un test es igual a 0,90 y la desviación típica de las puntuaciones empíricas es 8 ¿cuál es el valor de la varianza error del test?
Datos del problema → $r_{xv} = 0{,}90; S_x = 8$ → $r_{xv} = \frac{S_v}{S_x} \to S_v = r_{xv} \times S_x = 0{,}90 \times 8 = \mathbf{7{,}2}$
$S_x^2 = S_v^2 + S_e^2 \to S_e^2 = S_x^2 - S_v^2 = (8)^2 - (7{,}2)^2 = \mathbf{12{,}16}$
Nota: Según las deducciones del modelo lineal de Spearman (págs. 17 y 18 del formulario)

9.- COEFICIENTE DE FIABILIDAD DE LAS PUNTUACIONES
Si la correlación entre las puntuaciones empíricas de un test y los errores de medida del mismo es 0,30, ¿cuál es el índice de fiabilidad del test?:
$r_{vx}^2 = 1 - r_{xe}^2 \to r_{vx} = \sqrt{1 - r_{xe}^2} = \sqrt{1 - 0{,}3^2} = \mathbf{0{,}95}$ ***Nota: (pág. 19 del Formulario)***

10.- MODELO LINEAL DE SPEARMAN
El índice de fiabilidad de un test es igual a 0,80, la desviación típica de las puntuaciones empíricas es 9 y la media obtenida en una muestra de 100 sujetos es igual a 30. La varianza error del test es:
Datos del problema → $r_{xv} = 0{,}80;\ S_x = 9; \overline{X} = 30; N = 100$
$r_{xv} = \frac{S_v}{S_x} \to S_V = 0{,}80 \times 9 \to S_v = \mathbf{7{,}2}$ // $S_x^2 = S_v^2 + S_e^2 \to S_e^2 = S_x^2 - S_v^2 = 9^2 - 7{,}2^2 = \mathbf{29{,}16}$
Nota: Según las deducciones del modelo lineal de Spearman (págs. 17 y 18 del formulario)

ERRORES DE MEDIDA	
Error típico de medida → S_e	***Error típico de predicción*** → S_{ep}
Error típico de estimación de la puntuación verdadera → $S_{V.X}$	
Error típico de sustitución o de la diferencia entre dos test paralelos → S_{X1-X2}	

1.- ÍNDICE DE FIABILIDAD / ERROR TÍPICO DE MEDIDA
En un test, si la razón entre la desviación típica de los errores y la desviación típica de las puntuaciones empíricas es del 0,40; el índice de fiabilidad (r_{xv}) y el error típico de medida en puntuaciones típicas (S_{ZE}) serán respectivamente:
Datos del problema → $r_{xe} = \frac{S_e}{S_x}$ *= 0,40 (correlación puntuaciones empíricas y errores de medida)*
Nota: (pág. 18 del formulario)
$r_{xx'} = 1 - r_{xe}^2 = 1 - 0{,}40^2 = 0{,}84$ // $r_{xv} = \sqrt{r_{xx'}} = \sqrt{0{,}84} = \mathbf{0{,}92}$ // $S_{Ze} = \sqrt{1 - r_{xx'}} = \sqrt{1 - 0{,}84} =$ ***0,40***
Nota: (págs. 19 y 20 del formulario)

2.- TIPOS DE ERRORES (ERROR TÍPICO DE MEDIDA) / INTERVALO DE CONFIANZA
A una muestra de 100 sujetos se les ha aplicado un test de fluidez verbal. La razón entre la desviación típica de los errores y la desviación típica de las puntuaciones empíricas fue de 0,25. La media y la desviación típica fueron, respectivamente 20 y 3.
Datos del problema → $N = 100;\ \overline{X} = 20;\ S_X = 3;\ \frac{S_e}{S_X} = r_{Xe} = 0{,}25$
Nota: Según las deducciones del modelo lineal de Spearman (pág. 18 del formulario)
r_{xe} → *Correlación entre las puntuaciones empíricas y los errores de medida (r_{xe} = 0,25)*
$r_{xx'} = 1 - \frac{S_e^2}{S_x^2} = 1 - r_{xe}^2 \to r_{xx'} = 1 - 0{,}25^2 \to 0{,}9375$ ***($r_{xx'}$ = 0,94)*** → *Coeficiente de fiabilidad*

Nota: (pág. 19 del formulario)

2.1.- *Calcular el error típico de medida* (S_e) → $S_e = S_x\sqrt{1-r_{xx'}} = 3\sqrt{1-0{,}94}$ = ***0,73***

Nota: págs. 20 y 21 del Formulario.

2.2.- *Calcular el intervalo confidencial en el que se encontrará la puntuación verdadera de un sujeto que obtuvo una puntuación empírica directa de 25 puntos (Nivel C.95%). Utilizar el modelo de regresión.*

$V' = r_{xx}X + (\bar{X} - r_{xx}\bar{X}) = r_{xx}(X - \bar{X}) + \bar{X} = 0{,}94(25-20) + 20 =$ ***24,7*** *(V´ en Punt. Directas)*

$E_{max} = (S_{vx})\ (Z_c) = 0.73 \times 1{,}96 =$ ***1,43*** */// * $S_{vx} = S_e\sqrt{r_{xx'}} = 0{,}75\sqrt{0{,}94} =$ ***0,73***

NC 95% le corresponde (Z_c) = ***1´96*** $V' \pm E_{max} = 24{,}7 \pm 1{,}43 =$ ***23,27 y 26,13***

Nota: El modelo de regresión se utiliza para estimar las puntuaciones verdaderas (págs. 34 y ss. Formulario)

FACTORES QUE AFECTAN A LA FIABILIDAD	
Longitud del test (Ecuación Spearman-Brown)→ ***R XX´*** *Cuanto más ítems representativos se utilicen, habrá mayor información del atributo que estudiamos, menor error y mayor fiabilidad (al aumentar la longitud del test, aumenta su fiabilidad)*	**Variabilidad de la muestra →** $S^2_{e1} = S^2_{e2} = S^2_e$ **El error típico de medida es constante** *Cuanto más homogéneo sea el grupo, menor es el coeficiente de fiabilidad y la desviación típica de las puntuaciones empíricas.*

1.- FACTORES QUE AFECTAN A LA FIABILIDAD (LONGITUD DEL TEST)

Aplicado un test de razonamiento abstracto a una muestra de sujetos la correlación entre las puntuaciones obtenidas en los ítems pares e impares fue 0,40. Si el test tiene 10 elementos, ¿cuántos habría que añadir para obtener un coeficiente de fiabilidad de 0,70?

Datos del problema → $R_{XX'}$ *= 0,70 (coeficiente de fiabilidad del test alargado) //* r_{12} *= 0,40 (correlación entre las dos mitades del test; ítems pares e impares) //* $r_{XX'}$ *= coeficiente de fiabilidad inicial*

$r_{XX'} = (2\ r_{12} / 1 + r_{12})$ → $r_{XX'} = (2 \cdot 0{,}40) / (1 + 0{,}40) = 0{,}57$

$n = R_{XX'}(1 - r_{XX'}) / r_{XX'}(1 - R_{XX'})$ → $n = 0{,}70\ (1 - 0{,}57) / 0{,}57\ (1 - 0{,}70) = 1{,}76$

El. Finales = (El. Iniciales x n) → *(EF) = 1,76 · 10 = 17,6 ≈ 18 → 18 – 10 =* ***8*** → ***Se añaden 8 elementos***

Nota: Averiguamos el coeficiente de fiabilidad inicial con la fórmula de Spearman –Brown y n (nº de veces que aumenta la longitud del test (págs. 22 y 23 del formulario)

2.- FACTORES QUE AFECTAN A LA FIABILIDAD (VARIABILIDAD DE LA MUESTRA)

En la aplicación un test de razonamiento a una muestra de 400 sujetos hemos obtenido un coeficiente de fiabilidad de 0,80. La desviación típica del test es 4. Calcular el coeficiente de fiabilidad del test si se lo aplicamos a una muestra de 200 sujetos en el que la desviación típica fuera el doble que en la muestra anterior.

Datos del problema → r_{11} *= 0,80 (coeficiente de fiabilidad inicial);* $S_1^2 = 16; S_2^2 = 64$ *(Varianzas)*

$$r_{22} = 1 - \frac{S_1^2}{S_2^2}(1 - r_{11}) = 1 - \frac{16}{64}(1 - 0{,}80) = \boldsymbol{0{,}95}$$

Nota: Junto a la longitud del test, la variabilidad de la muestra es uno de los factores que afectan a la fiabilidad (página 23 del formulario)

3.- FACTORES QUE AFECTAN A LA FIABILIDAD (LONGITUD DEL TEST)

Si en un test el porcentaje de varianza verdadera que hay en la varianza empírica es el 49%. El coeficiente de fiabilidad que se obtiene al duplicar la longitud del test es:

Datos del problema → $r_{xx'} = \frac{S_v^2}{S_x^2} = 0{,}49$ → $R_{xx'} = \frac{2r_{xx'}}{1+r_{xx'}} = \frac{2 \times 0{,}49}{1+0{,}49} = \mathbf{0{,}66}$

Nota: porcentaje de var verdadera que hay en la varianza empírica → $r_{XX'} = (S^2_V / S^2_X)$ → 0,49
Pág. 19 del formulario. Caso de longitud doble (pág. 22 del formulario)

4.- FACTORES QUE AFECTAN A LA FIABILIDAD (LONGITUD DEL TEST)

En un test el porcentaje de varianza de las puntuaciones verdaderas respecto de las empíricas es el 75%. ¿Cuál sería ese porcentaje si se duplicara la longitud del test?

Datos del problema → $r_{xx'} = \frac{S_v^2}{S_x^2} = 0{,}75$ // $R_{xx'} = \frac{2r_{xx'}}{1+r_{xx'}} = \frac{2 \times 0{,}75}{1+0{,}75} = \mathbf{0{,}857}$

Nota: (págs. 19 y 22 del formulario)

5.- FACTORES QUE AFECTAN A LA FIABILIDAD (LONGITUD DEL TEST)

Si tenemos un test con un coeficiente de fiabilidad de 0,75 y reducimos a la mitad el número de sus elementos ¿cuál sería el coeficiente de fiabilidad del nuevo test?

Datos del problema → $r_{xx'}$ = 0,75 (coeficiente de fiabilidad inicial) // Elementos finales= n/2

$$R_{xx} = \frac{nr_{xx}}{1+nr_{xx}-r_{xx}} = \frac{nr_{xx}}{1+(n-1)r_{xx}} = \frac{0{,}5 \times 0{,}75}{1+(0{,}5-1)0{,}75} = \mathbf{0{,}60}$$

$$n = \frac{n^o\, elementos \quad finales}{n^o\, elementos \quad iniciales} = \frac{\cancel{n}/2}{\cancel{n}} = 1/2 = \mathbf{0{,}5}$$

Nota: (pags. 22y 23 del formulario)

6.- FACTORES QUE AFECTAN A LA FIABILIDAD (LONGITUD DEL TEST)

Hemos aplicado un test de fluidez verbal compuesto por 65 ítems a una muestra de sujetos. ¿Cuál será el valor del coeficiente de fiabilidad del test si eliminásemos 10 ítems, sabiendo que el coeficiente de fiabilidad inicial es igual a 0,80?

Datos del problema → $r_{xx'}$ = 0,80; $n = \frac{n^o\, elementos \quad finales}{n^o\, elementos \quad iniciales} = \frac{65-10}{65} = \mathbf{0{,}85}$

$$R_{xx} = \frac{nr_{xx}}{1+nr_{xx}-r_{xx}} = \frac{nr_{xx}}{1+(n-1)r_{xx}} = \frac{0{,}85 \times 0{,}80}{1+(0{,}85-1)0{,}80} = \mathbf{0{,}77}$$

Nota: (págs. 22 y 23 del formulario)

7.- FACTORES QUE AFECTAN A LA FIABILIDAD (LONGITUD DEL TEST)

Se ha aplicado un test de fluidez verbal de 50 ítems a una muestra de sujetos ¿Cuál sería la fiabilidad del test si le añadiésemos 15 ítems paralelos, sabiendo que el coeficiente de fiabilidad inicial es 0,70?

Datos del problema → $r_{xx'}$ = 0,70; $n = \frac{n^o\, elementos \quad finales}{n^o\, elementos \quad iniciales} = \frac{50+15}{50} = \mathbf{1{,}3}$

$$R_{xx} = \frac{nr_{xx}}{1+nr_{xx}-r_{xx}} = \frac{nr_{xx}}{1+(n-1)r_{xx}} = \frac{1{,}3 \times 0{,}70}{1+(1{,}3-1)0{,}70} = \mathbf{0{,}75}$$

Nota: (págs. 22 y 23 del formulario)

8.- FACTORES QUE AFECTAN A LA FIABILIDAD (VARIABILIDAD DE LA MUESTRA)

En un test cuya varianza se ha duplicado con respecto a un test original, la correlación entre los errores de medida y las puntuaciones empíricas es de 0,8. El coeficiente de fiabilidad del test inicial es igual a:

Datos del problema → $r_{xe} = 0{,}8;\ S_2^2 = 2S_1^2$ // $r_{xx} = 1 - r_{xe}^2 = 1 - 0{,}64 = \mathbf{0{,}36}$ (r_{22} = coeficiente final)

$$r_{22} = 1 - \frac{S_1^2}{S_2^2}(1 - r_{11}) \rightarrow 0{,}36 = 1 - \frac{S_1^2}{2S_2^2}(1 - r_{11}) \rightarrow 0{,}36 = 1 - \frac{(1 - r_{11})}{2} = 0{,}72 = 2 - 1 - r_{11} \rightarrow r_{11} = \mathbf{0{,}28}$$

Nota: Junto a la longitud del test, la variabilidad de la muestra es uno de los factores que afectan a la fiabilidad (página 23 del formulario)

9.- FACTORES QUE AFECTAN A LA FIABILIDAD (LONGITUD DEL TEST)

Un test de 20 ítems paralelos tiene una varianza total de 25. Sabiendo que el coeficiente de fiabilidad de cada ítem 0,10, el coeficiente de fiabilidad del test será:

Datos del problema → $r_{xx'} = 0{,}10 \quad n = \frac{n^o\ elementos\ \ finales}{n^o\ elementos\ \ iniciales} = \frac{20}{1} = 20$

$$R_{xx} = \frac{n r_{xx}}{1 + (n-1) r_{xx}} = \frac{20 \times 0{,}10}{1 + (20-1)0{,}10} = \mathbf{0{,}69}$$

Nota: (págs. 22 y 23del formulario)

FIABILIDAD COMO EQUIVALENCIA Y COMO ESTABILIDAD DE LAS PUNTUACIONES

Test paralelos → $r_{XX'} = r_{X1\text{-}X2}$	Test – Retest → $r_{XX'} = r_{X1\text{-}X2}$
Correlación entre las puntuaciones empíricas obtenidas por los sujetos en dos formas paralelas del test. **Coeficiente de equivalencia**	*Correlación entre las puntuaciones empíricas obtenidas por los sujetos en dos aplicaciones del test.* **Coeficiente de estabilidad**

FIABILIDAD COMO CONSISTENCIA INTERNA

Los siguientes métodos para estimar la fiabilidad de un test sólo requieren ***una aplicación*** *y aportan un* ***índice de la consistencia interna*** *de las respuestas de los sujetos.*

Métodos basados en la división del test en dos mitades → *Las divisiones deben ser similares en dificultad y contenido para que la correlación se aproxime al valor máximo posible.*	***Métodos basados en la covariación de los ítems*** → *Requieren análisis de la varianza y la covarianza de las respuestas de los sujetos a los ítems.*
Los métodos más frecuentes bajo estas condiciones son: ***Spearman-Brown*** *(mitades paralelas)* ***Rulon y Guttman-Flanagan*** *(mitades no paralelas que podemos considerar* τ *-* ***equivalentes: (****la puntuación verdadera de cada sujeto en uno de los test es igual a la del otro más una constante****)***	*Los métodos más frecuentes bajo estas condiciones son:* ***El coeficiente alfa de Cronbach*** ***Ecuaciones de Kuder-Richardson (KR_{20} y KR_{21})*** *se consideran casos particulares del alfa de Cronbach cuando los ítems que forman el test son dicotómicos (con ítems de = o ≠ dificultad).*

Métodos basados en el análisis factorial de los ítems → *Son indicadores de la consistencia interna de los ítems de un test y una aproximación al coeficiente αlfa. (En general* → $\alpha \leq \theta \leq \Omega$*)*

El coeficiente Theta (θ) de Carmines y Zeller
El coeficiente Omega (Ω) de Heise y Bohrnstedt
El coeficiente Beta (β) de Raju

1.- FIABILIDAD COMO CONSISTENCIA INTERNA (KUDER-RICHARDSON 21)

Se aplica un test de 6 ítems dicotómicos y de la misma dificultad a una muestra de 5 sujetos. Sabiendo que la media del test fue 3,2 y la varianza 2,96, el coeficiente de fiabilidad es:

Datos del problema → *nº de ítems = 6; N = 5;* $\overline{X} = 3{,}2; S_x^2 = 2{,}96$

$$r_{xx'} = KR_{21} = \frac{n}{n-1}\left[1 - \frac{\overline{X} - \frac{\overline{X}^2}{n}}{S_x^2}\right] = \frac{6}{5}\left[1 - \frac{3{,}2 - \frac{3{,}2^2}{6}}{2{,}96}\right] = \mathbf{0{,}59}$$

Nota: Métodos basados en la covariación de ítems dicotómicos que sólo requieren una aplicación del test. Se aplica KR_{21} cuando los ítems tienen la misma dificultad (págs. 30 y 31 del formulario)

2.- FIABILIDAD COMO CONSISTENCIA INTERNA (RULON Y GUTTMAN-FLANAGAN)

Hemos aplicado un test de cálculo matemático a un grupo de cinco sujetos para evaluar su rendimiento académico en matemáticas. Las puntuaciones obtenidas aparecen en la matriz adjunta:

Sujetos	A	B	C	D	Σ	Pares	Impares	d = P-I
1	7	6	5	6	24	12	12	0
2	5	4	6	5	20	9	11	-2
3	8	6	5	4	23	10	13	-3
4	5	3	6	2	16	5	11	-6
5	7	4	0	3	14	7	7	0
				Σ	97	43	54	-11

Calcular el coeficiente de fiabilidad del test mediante la fórmula de Rulon y el método de Guttman-Flanagan (d = diferencia entre pares e impares):

2.1.- Fórmula de Rulon → $r_{xx'} = 1 - \frac{S^2_d}{S^2_X} = \rightarrow r_{xx'} = 1 - (4{,}96 / 15{,}04) = \mathbf{0{,}67}$

Media de X = 97 / 5 = 19,4 // $S^2_X = [(24^2+20^2+23^2+16^2+14^2) / 5] - 19{,}4^2 = 15{,}04$

Media d = (-11) / 5 = - 2,2 // $S^2_d = [(2^2+3^2+6^2) / 5] - 2{,}2^2 = 4{,}96$

2.2.- Método Guttman-Flanagan →

$$R_{xx} = 2\left(1 - \frac{S_p^2 + S_i^2}{S_x^2}\right)$$ → $R_{XX} = 2\,[\,1 - (\,5{,}84+4{,}16 / 15{,}04)] = \mathbf{0{,}67}$

Media de Pares = 43 / 5 = 8,6 // $S^2_P = [(12^2+9^2+10^2+5^2+7^2) / 5] - 8{,}6^2 = 5{,}84$

Media de Impares = 54 / 5 = 10,8 // $S^2_I = [(12^2+11^2+13^2+11^2+7^2) / 5] - 10{,}8^2 = 4{,}16$

Ambos métodos nos proporcionan un coeficiente de fiabilidad medio (son equivalentes por lo que nos proporcionan el mismo resultado). Guttman-Flanagan se considera más sencilla.

Nota: Se trata de estudiar a fiabilidad del test utilizando la consistencia interna de las respuestas de los sujetos (son métodos equivalentes basados en la división del test en dos mitades). Pág. 25 del formulario.

3.- FIABILIDAD COMO CONSISTENCIA INTERNA (KUDER-RICHARDSON 21)

Se ha aplicado un test compuesto de 40 ítems dicotómicos, con el mismo grado de dificultad, a una muestra de sujetos. Calcular el coeficiente de fiabilidad del test si le añadiésemos 40 elementos paralelos. La media y la desviación típica de las puntuaciones empíricas son respectivamente 15 y 5.

Datos del problema → $n = 40$; $\overline{X} = 15$; $S_x = 5$

$$KR_{21} = r_{xx'} = \frac{n}{n-1}\left[1 - \frac{\overline{X} - \frac{\overline{X}^2}{n}}{S_x^2}\right] = \frac{40}{39-1}\left[1 - \frac{15 - \frac{15^2}{40}}{5^2}\right] = 0{,}64$$

Nota: Al igual que el coeficiente Kuder-Richardson 20, son casos particulares del alfa de Cronbach para ítems dicotómicos (se aplica KR_{21} cuando se trata de ítems dicotómicos con la misma dificultad). Pág. 31 del formulario.

Calculamos n (nº de veces que aumenta la longitud del test) → $n = EF / EI = (40 + 40) / 40 = 2$

$$R_{xx} = \frac{nr_{xx}}{1 + nr_{xx} - r_{xx}} = = \frac{2 \times 0{,}64}{1 + 2 \times 0{,}64 - 0{,}64} = \frac{1{,}28}{1{,}64} = \mathbf{0{,}78}$$

Nota: Factores que afectan a la fiabilidad (longitud del test caso general). Pág. 22 del formulario.

4.- FIABILIDAD COMO CONSISTENCIA INTERNA (ALFA DE CRONBACH)

La ejecución de 10 sujetos en un test de Inteligencia espacial compuesto por 6 ítems se muestra en la siguiente tabla, donde 1 es acierto y 0 es error:

Sujetos	A	B	C	D	E	F	∑	X²
1	0	0	0	0	0	0	0	0
2	1	1	0	0	1	1	4	16
3	1	1	1	0	0	1	4	16
4	0	1	1	0	1	0	3	9
5	0	0	0	1	1	1	3	9
6	1	1	1	0	0	0	3	9
7	0	1	1	1	1	0	4	16
8	1	1	1	1	1	1	6	36
9	1	1	1	1	1	1	6	36
10	1	1	1	1	0	1	5	25
P	0´6	0´8	0´7	0´5	0´6	0´6	∑ = 38	∑ = 172

4.1.- *Calcular el coeficiente y el índice de fiabilidad:*

Datos → **Media** $\overline{X}$ = 38 / 10 = **3,8** // S^2_X = (172 / 10) – 3´8² = **2,76**

$$\alpha = \frac{n}{n-1}\left[1 - \frac{\sum S^2_j}{S^2_X}\right]$$ → α = (6 / 5) · (1 – 1´34 / 2´76) = **0´62** (Coeficiente de fiabilidad)

Donde → $\sum S^2_j$ = (0´6·0´4) + (0´8·0´2)…(0´6·0´4) = **1´34** // $r_{VX} = \sqrt{0´62}$ = **0´79** (Índice de fiabilidad)

Nota: El coeficiente α de Cronbach es un método basado en la covariación entre los ítems. Pág. 26 del formulario.

4.2.- *¿Cuál hubiera sido el coeficiente de fiabilidad del test si se hubiese calculado en una muestra cuya varianza fuera 20?*

$$r_{22} = 1 - \frac{S^2_1}{S^2_2}(1 - r_{11})$$ → r_{22} = 1 – (2,76 / 20)(1 – 0,62) = **0,95**

Nota: Junto a la longitud del test, la variabilidad de la muestra es uno de los factores que afectan a la fiabilidad (página 23 del formulario). El segundo grupo, menos homogéneo, tiene un mayor coeficiente de fiabilidad.

5.- INFERENCIAS SOBRE ALFA

Si al aplicar un mismo test a dos muestras independientes, una muestra formada por 61 sujetos y otra formada por 121; los valores de alfa obtenidos fueron 0,62 y 0,55 respectivamente. A nivel de confianza del 95% ¿hay diferencias entre ambos coeficientes? Utilizar el estadístico de contraste W de Feldt (inferencias sobre alfa para dos muestras independientes):

$W = \frac{1 - \hat{\alpha}_1}{1 - \hat{\alpha}_2} = \frac{1 - 0{,}62}{1 - 0{,}55} = 0{,}85$ *(No hay diferencias significativas entre ambos coeficientes porque el valor empírico W = 0,85 no se encuentra en el intervalo de confianza obtenido → 1,53 y 1,63)*

W se distribuye con F con $(N_1 - 1) y (N_2 - 1) gl$ // $F_{0.975;60;120}$ = **1,53** // $F_{0.025;60;120}$ =

$$\frac{1}{F_{0.975;120;60}} = \frac{1}{1{,}58} = \mathbf{1{,}63}$$

Nota: Para realizar inferencias sobre alfa, Kristof y Feldt derivaron un estadístico de contraste del coeficiente α que se distribuye según una F de Snedecor, se utiliza para determinar el intervalo confidencial de α en la población (Inferencias para dos muestras independientes). Páginas 27 y ss del formulario.

6.- FIABILIDAD COMO CONSISTENCIA INTERNA (KUDER-RICHARDSON 20)

Se quiere comprobar hasta qué punto se puede utilizar para hacer una selección de controladores aéreos un test construido para medir rapidez perceptiva. Para ello se seleccionan 5 controladores a los cuales se les aplica el test X. Los resultados son los que figuran en la tabla adjunta:

***6.1.-** ¿Cuál sería la fiabilidad del test si se duplicase su longitud?:*

TEST → SUJETO	X_1	X_2	X_3	X_4	∑X	X^2
1	1	0	0	1	2	4
2	1	1	1	0	3	9
3	1	1	0	1	3	9
4	1	0	0	0	1	1
5	1	0	0	0	1	1
P_k	1	0,4	0,2	0,4	10	24
Q_k	0	0,6	0,8	0,6		
$\Sigma (p_k \cdot q_k)$	0	0,24	0,16	0,24	0,64	

P_k = proporción de aciertos en cada ítem // Q_k = proporción de errores en cada ítem // n = 4 ítem

$KR_{20} = \frac{n}{n-1}\left[1 - \frac{\sum p_h q_h}{S_x^2}\right] = \frac{4}{4-1}\left[1 - \frac{0{,}64}{0{,}8}\right]$ = 0,27 *(coeficiente de fiabilidad)*

Datos → $S_x^2 = \frac{\sum X^2}{n} - \overline{X}^2 = \frac{24}{5} - 2^2 = 0{,}8$ // $\overline{X} = 10/5 = 2$ // $R_{xx} = \frac{2r_{xx}}{1 + r_{xx}} = \frac{2 \times 0{,}27}{1 + 0{,}27} = \mathbf{0{,}42}$

Nota: Coeficiente Kuder-Richardson 20. Métodos basados en la covariación de ítems dicotómicos que sólo requieren una aplicación del test (págs. 30 y 31 del formulario). Para averiguar el coeficiente de fiabilidad al duplicar la longitud (página 22 del formulario)

***6.2.-** Suponiendo que el índice de fiabilidad fuera 0,52 ¿Cuánto valdría el coeficiente de fiabilidad del test si se aplicara a una muestra con doble varianza:*

$r_{xv}^2 = r_{xx} = 0{,}27$ // $r_{22} = 1 - \frac{S_1^2}{2S_1^2}(1 - r_{11}) = 1 - \frac{1}{2}(1 - 0{,}27) = \mathbf{0{,}64}$

Nota: Junto a la longitud del test, la variabilidad de la muestra es uno de los factores que afectan a la fiabilidad (página 23 del formulario)

7.- FIABILIDAD COMO CONSISTENCIA INTERNA (KUDER-RICHARDSON 20)

Se aplicó un test de razonamiento de 8 ítems a una muestra de alumnos de 1º de Bachillerato. La media de las puntuaciones empíricas obtenidas por los sujetos fue de 8 puntos y la varianza del test fue de 6. En la tabla adjunta se recoge la proporción de sujetos que acertaron los 8 ítems del test. La correlación entre las puntuaciones del test y un criterio externo fue de 0,75.

Datos del problema $n = 8; \bar{X} = 8; S_x^2 = 6$

	1	2	3	4	5	6	7	8
p_h	0,6	0,7	0,8	0,6	0,5	0,7	0,4	0,5

7.1.- *Con los datos del problema, ¿cuál es el valor del coeficiente de fiabilidad del test?*

	1	2	3	4	5	6	7	8	
p_h	0,6	0,7	0,8	0,6	0,5	0,7	0,4	0,5	
q_h	0,4	0,3	0,2	0,4	0,5	0,3	0,6	0,5	
$\Sigma\, p_h\, q_h$	0,24	0,21	0,16	0,24	0,25	0,21	0,24	0,25	1,8

$$r_{xx'} = KR_{20} = \frac{n}{n-1}\left[1 - \frac{\sum p_h q_h}{S_x^2}\right] = \frac{8}{8-1}\left[1 - \frac{1,8}{6}\right] = \mathbf{0,80}$$

Nota: Coeficiente Kuder-Richardson 20. Métodos basados en la covariación de ítems dicotómicos que sólo requieren una aplicación del test (pág. 31 del formulario)

7.2.- *Con los datos del problema, calcular la recta de regresión en puntuaciones directas para pronosticar las puntuaciones verdaderas a partir de las puntuaciones empíricas:*

$$V' = r_{xx}X + (\bar{X} - r_{xx}\bar{X}) = 0,80X + (8 - 8 \times 0,80) \rightarrow \mathbf{V' = 0,8X + 1,6}$$

Nota: El modelo de regresión se utiliza para estimar las puntuaciones verdaderas (ecuación de regresión para V´ (pág. 34 del formulario)

7.3.- *Con los datos del problema, ¿cuántos ítems hay que añadir al test para obtener un coeficiente de fiabilidad de 0,9?:*

$$n = \frac{R_{xx}(1 - r_{xx})}{r_{xx}(1 - R_{xx})} = \frac{0,9(1 - 0,8)}{0,8(1 - 0,9)} = 2,25 \;//\; n = \frac{n^o\ elementos\ \ finales}{n^o\ elementos\ \ iniciales} \rightarrow 2,25 = \frac{EF}{8} \rightarrow EF = 18$$

Hay que añadir al test → 18 - 8 = 10

Nota: Factores que afectan a la fiabilidad (longitud del test). Pág. 22 del formulario.

7.4.- *Si el test del problema, se aplicase a una muestra de sujetos cuya varianza en el test fuese 12, ¿cuál sería el valor del coeficiente de fiabilidad del test?:*

$$r_{22} = 1 - \frac{S_1^2}{S_2^2}(1 - r_{11}) = 1 - \frac{6}{12}(1 - 0,80) = \mathbf{0,90}$$

Nota: (pág. 23 del Formulario)

8.- FIABILIDAD COMO CONSISTENCIA INTERNA
ALFA DE CRONBACH (MÉTODO BASADO EN LA COVARIACIÓN DE LOS ÍTEMS)
COEFICIENTE β (RAJU) // BASADO EN EL ANÁLISIS FACTORIAL DE LOS ÍTEMS

Un test de conocimientos está compuesto por 4 subtests. El subtest de geografía consta de 15 elementos y la varianza de las puntuaciones obtenidas por los sujetos de la muestra es igual a 4; el de matemáticas tiene 20 elementos y la varianza es igual a 6; en el de lengua la varianza de las puntuaciones es igual a 10 y consta de 15 elementos y, finalmente, el subtest de inglés tiene 25 elementos y su varianza en esa muestra fue igual a 8. Sabiendo que la varianza del test total fue igual a 60, averiguar los coeficientes α de Cronbach y β de Raju del test completo:

9.1.- *Alfa de Cronbach:*

$$\alpha = \frac{n}{n-1}\left[1 - \frac{\sum S_j^2}{S_X^2}\right] \rightarrow \alpha = (4/3)\cdot[1-(4+6+10+8)/60] = \mathbf{0{,}71}$$

Nota: El coeficiente α de Cronbach es un método para averiguar la fiabilidad basado en la covariación entre los ítems (pág. 26 del formulario)

9.2.- *Coeficiente β de Raju:*

$$\beta = \frac{S_x^2 - \sum_{j=1}^{k} S_j^2}{S_x^2\left(1 - \sum_{j=1}^{k}\left(\frac{n_j}{n}\right)^2\right)} \rightarrow \beta = 60 - (4+6+8+10)/60\,[1 - (0{,}04+0{,}07+0{,}04+0{,}11)] = \mathbf{0{,}72}$$

$\sum (n_j/N)^2 = (15/75)^2 + (20/75)^2 + (15/75)^2 + (25/75)^2 = (0{,}04+0{,}07+0{,}04+0{,}11)$

Nota: Coeficiente β de Raju facilita una estimación de la fiabilidad de un test compuesto por varios subtest con distinto nº de ítems. Se aplica cuando no conocemos las puntuaciones de los sujetos en los ítems de los distintos subtest; en caso de conocerlos, es preferible emplear el coeficiente α de Cronbach (pág. 32 del formulario)

ESTIMACIÓN DE LAS PUNTUACIONES VERDADERAS DE LOS SUJETOS
*No se puede calcular el valor exacto de la puntuación verdadera de un sujeto, pero si podemos establecer un **intervalo confidencial**, con un determinado nivel de confianza, dentro del cual se encontrará dicha puntuación.*
*Estimación basada en la **desigualdad de Chebychev** (cuando no se hace ningún supuesto sobre la distribución de las puntuaciones empíricas o de los errores)*
*Estimación basada en la **distribución normal de los errores** (asume una distribución normal de los errores de medida y de las puntuaciones empíricas)*
*Estimación basada en el **modelo de regresión***

1.- MODELO DE REGRESIÓN (ESTIMACIÓN PUNTUACIONES VERDADERAS)

Sabiendo que la pendiente de la recta de regresión en puntuaciones diferenciales es 0,81, que la media del test es 55 y que al nivel de confianza del 95% la puntuación verdadera de un sujeto estaba comprendida entre 50 y 70 puntos. Su puntuación empírica directa en el test inicial es:

Datos del problema → $V' \pm E_{max} \rightarrow V' + E_{\max} = 70; V' - E_{\max} = 50$ // **2V´ = 120 → V´= 120/2 = 60**

$r_{xx'}=0{,}81$ → *La pendiente de la recta de regresión es igual en puntuaciones diferenciales y directas, e igual al coeficiente de fiabilidad. Sabemos que la media de X = 55 // Pregunta X puntuación directa Despejamos el valor de X de la ecuación de la recta de regresión →*

$V' = r_{xx}X + (\bar{X} - r_{xx}\bar{X}) = r_{xx}(X - \bar{X}) + \bar{X} \rightarrow 60 = 0{,}81(X - 55) + 55$ *(V´ en Puntuaciones Directas)*

$60 = 0{,}81X - 44{,}55 + 55 \rightarrow 60 - 10{,}45 = 0{,}81X \rightarrow X =$ ***61,17*** ***Nota: (pág. 34 del Formulario)***

2.- MODELOS DE ESTIMACIÓN DE PUNTUACIONES VERDADERAS

Sabiendo que la covarianza entre las puntuaciones empíricas y los errores de medida es 16 ($S^2_e = 16$) y que la desviación típica de las puntuaciones empíricas es 6 ($S_x = 6$), calcular:

2.1.- *Error típico de medida del test utilizado* → *Cov (X, E) =* $S^2_e = 16$ → $\mathbf{S_e = 4}$

Nota: La covarianza entre las puntuaciones empíricas y los errores de medida es igual a la varianza de los errores de medida.

2.2.- *El intervalo confidencial en el que puede afirmarse que estará la puntuación típica verdadera de un sujeto que obtuvo una puntuación típica empírica de 0,50 puntos (NC 95%). Utilizar el método de la distribución normal de errores. Según el enunciado* $S_x = 6$

NC 95% → $Z_C = 1{,}96$ // $r_{xx'} = 1 - (S^2_e / S^2_x) = 1 - (16/36) = 0{,}56$ // $\mathbf{r_{vx}} = \sqrt{r_{xx}} = \sqrt{0{,}56}$ → **0,75**

Error típico *(en puntuaciones típicas)* → $\mathbf{S_{ze}} = \sqrt{1 - r_{xx}} = \sqrt{1 - 0{,}56}$ **= 0,66** // $\mathbf{E_{máx}} = 0{,}66 \cdot 1{,}96$ **= 1,29**

$\mathbf{Z_x \pm E_{máx}}$ → $0{,}50 \pm 1{,}29$ → **(- 0,79 y 1,79)** ***Nota: (pág. 33 del Formulario)***

2.3.- *El intervalo confidencial en el que puede afirmarse que estará la puntuación diferencial verdadera de un sujeto que obtuvo una puntuación diferencial empírica de 3 puntos (NC. 99%). Utilizar tanto la distribución normal de los errores como el modelo de regresión.*

NC 99% → $Z_C = 2{,}58$ // $S_e = 4$ // $\mathbf{E_{máx}} = 4 \cdot 2{,}58$ **= 10,32** // $\mathbf{x \pm E_{máx}}$ → $3 \pm 10{,}32$ → **(- 7,32 y 13,32)**

Nota: según el método de la distribución normal de errores (pág. 33 del Formulario)
Cuando se utiliza el modelo de regresión hay que calcular el error típico de estimación de la puntuación verdadera y aplicar la ecuación de regresión correspondiente:

$S_{vx} = S_e \sqrt{r_{xx}} = S_e\, r_{vx} = 4 \cdot 0{,}75 = 3$ // $E_{máx} = 3 \cdot 2{,}58 = 7{,}74$ // $v' = r_{xx} \cdot x$ → $0{,}56 \cdot 3 = 1{,}68$

$v' \pm E_{máx} = 1{,}68 \pm 7{,}74$ **(-6,06 y 9,42)**

Nota: según el modelo de regresión (págs. 34 y 35 del Formulario)

3.- MODELO DE REGRESIÓN (ESTIMACIÓN PUNTUACIONES VERDADERAS)

Si se utiliza el modelo de regresión para estimar la puntuación verdadera de un sujeto y la pendiente de la recta de regresión en puntuaciones típicas es 0,80, el coeficiente de fiabilidad es:

Datos del problema → $Z_{v'} = r_{xv} Z_x \rightarrow r_{xv} = 0{,}8$ → $\mathbf{r_{xx'} = r^2_{xv}}$ **= 0,64**
Nota: La pendiente de la recta de regresión es igual al coeficiente de fiabilidad (pág. 34 del formulario)

4.- MODELO DE REGRESIÓN (ESTIMACIÓN PUNTUACIONES VERDADERAS)

Sabiendo que el coeficiente de fiabilidad de un test es igual a 0,9 y que el error típico de medida es igual a 2, calcular el intervalo confidencial en que se encontrará la puntuación diferencial verdadera de un sujeto que obtuvo en un test una puntuación diferencial de 6 puntos (NC95%)

Datos del problema → $r_{xx'} = 0{,}9$; *Puntuación diferencial* → *(X – Media de X)* $= x = 6; S_e = 2$
NC 95% le corresponde $(Z_c) = 1{,}96$ $S_{vx} = S_e \sqrt{r_{xx'}} = 2\sqrt{0{,}90} =$ **1,90**
$v' = r_{xx} x = 0{,}9 \times 6 =$ **5,4** // $E_{max} = (S_{vx})\ (Z_c) = 1{,}90 \times 1{,}96 =$ **3,72**
$v' \pm E_{max} = 5{,}4 \pm 3{,}72 =$ ***(9,12 y 1,68)***
Nota: modelo de regresión (estimación en puntuaciones diferenciales). Pág. 33 y ss. Formulario

5.- MODELO DE REGRESIÓN (ESTIMACIÓN PUNTUACIONES VERDADERAS)

Se ha aplicado un test de rendimiento escolar compuesto por 100 ítems a una muestra de 60 niños. Dicha muestra obtuvo una media de 60 puntos y una desviación típica de los errores de medida igual a 4, lo que supone un 40% de la desviación típica de las puntuaciones verdaderas.

Datos del problema → $n = 100; N = 60; \overline{X} = 60; S_e = 4 \rightarrow S_e = 0{,}4 S_v \rightarrow S_v = 10$

5.1.- *¿Qué puntuación verdadera diferencial le corresponde a un sujeto que obtuvo una puntuación empírica directa de 80 puntos?:*

A partir de la ecuación de regresión en diferenciales → $v' = r_{xx} x = r_{xx}(X - \overline{X})$ = 0,86 (80-60) = ***17,2***

$r_{xx'} = r_{xv}^2 = \frac{S_v^2}{S_x^2} = 1 - \frac{100}{116} =$ ***0,86*** // $S_x^2 = S_v^2 + S_e^2$ = 100 + 16 = ***116***

5.2.- *¿Cuál es el valor del error típico de estimación de la puntuación verdadera?:*

$S_{vx} = S_e \sqrt{r_{xx}} = 4\sqrt{0{,}86} =$ ***3,71*** **Nota: (pág. 34 del Formulario)**

6 .- GENERAL → FIABILIDAD / MODELO DE REGRESIÓN

Se ha aplicado un test de 100 elementos a una muestra de sujetos obteniéndose una media y una desviación típica igual a 8 y 5 respectivamente y un coeficiente de fiabilidad igual a 0,75.

Datos del problema → $r_{xx'}$ = 0,75 // $S_x = 5 \rightarrow S_x^2 = 25$ // Media X = 8

6.1.- *La desviación típica de las puntuaciones verdaderas en el test es (S_v)*

$r_{xx'} = \frac{S_v^2}{S_x^2} \rightarrow S_v^2 = r_{xx'} \times S_x^2 = 0{,}75 \times 25 = 18{,}75$ // $S_v = \sqrt{18{,}75} =$ ***4,33***

Nota: Coeficiente de fiabilidad (pág. 19 del formulario)

6.2.- *Utilizando el método de regresión, ¿entre qué valores se encontrará la puntuación verdadera en el test de un sujeto que obtuvo una puntuación empírica de 10 puntos? (NC.99%)*

$V' = r_{xx} X + (\overline{X} - r_{xx}\overline{X}) = r_{xx}(X - \overline{X}) + \overline{X} = 0{,}75(10 - 8) + 8 =$ ***9,5*** *(Estimación V´ en Punt. Directas)*

$E_{max} = (S_{vx})\ (Z_c) = 2{,}17 \times 2{,}58 =$ *5,60* // *NC 99% le corresponde* (Z_c) = *2,58*

$S_{vx} = S_x \sqrt{1 - r_{xx'}}\sqrt{r_{xx'}} = 5\sqrt{1 - 0{,}75}\sqrt{0{,}75} =$ ***2,17*** $V' \pm E_{max} = 9{,}5 \pm 5{,}60 =$ ***15,1 y 3,9***

Nota: El modelo de regresión se utiliza para estimar las puntuaciones verdaderas y se basa en la distribución normal de los errores (pág. 33 y ss. Formulario)

6.3.- *Si se eliminan 20 ítems del test, el nuevo coeficiente de fiabilidad será:*

$n = EF / EI = (100 - 20)/100 = 0{,}8$

$R_{xx} = \frac{n r_{xx}}{1 + n r_{xx} - r_{xx}} = \frac{n r_{xx}}{1 + (n-1) r_{xx}} = \frac{0{,}8 \times 0{,}75}{1 + (0{,}8 - 1)0{,}75} =$ ***0,71***

Nota: Factores que afectan a la fiabilidad (longitud del test (pág. 22 del formulario)

7.- MODELO DE REGRESIÓN (ESTIMACIÓN PUNTUACIONES VERDADERAS)

El índice de fiabilidad de un test es igual a 0,80, la desviación típica de las puntuaciones empíricas es 9 y la media obtenida en una muestra de 100 sujetos es igual a 30. Utilizando el método de regresión, la puntuación directa verdadera en el test de un sujeto con una puntuación empírica de 25 es:

Datos del problema → $r_{xv} = 0{,}80$; $S_x = 9$; $\bar{X} = 30$; $N = 100$; $X = 25$

$$V' = r_{xx}X + (\bar{X} - r_{xx}\bar{X}) = r_{xx}(X - \bar{X}) + \bar{X} = 0{,}64(25 - 30) + 30 = \mathbf{26{,}8}$$

Donde → $r_{xv} = \sqrt{r_{xx}} \rightarrow r_{xx} = (0{,}80)^2 = \mathbf{0{,}64}$ ***Nota: (pág. 34 del Formulario)***

8.- GENERAL → FIABILIDAD / MODELO DE REGRESIÓN

Se han aplicado dos tests, uno de razonamiento numérico y otro de razonamiento espacial, a una muestra de sujetos. En el primero (RN se obtuvo una media de 15 puntos, una desviación típica de 5 y la razón entre la varianza de las puntuaciones verdaderas y empíricas fue 0,81. En el segundo test (RE) la media fue de 10 puntos, la desviación típica de 2 y el error típico de medida igual a 1. La distribución de las puntuaciones en ambos tests se ajustó a una distribución normal.

RN	RE
$\bar{X} = 15$; $S_X = 5$	$\bar{X} = 10$; $S_X = 2$
$r_{xx'} = \frac{S_v^2}{S_x^2} = 0{,}81$	$S_e = S_x\sqrt{1 - r_{xx'}} = 1$

***8.1.-** El coeficiente y el índice de fiabilidad de RN son respectivamente:*

$$r_{xx'} = \frac{S_v^2}{S_x^2} = \mathbf{0{,}81} \quad // \quad r_{xv} = \sqrt{r_{xx'}} = \sqrt{0{,}81} = \mathbf{0{,}90}$$

Nota: Coeficiente / Índice de fiabilidad (pág. 19 del formulario)

***8.2.-** El error típico de medida y la varianza de las puntuaciones verdaderas en el test RN:*

$$r_{xx'} = \frac{S_v^2}{S_x^2} \rightarrow S_v^2 = r_{xx'} \times S_x^2 = 0{,}81 \text{ x } 25 = \mathbf{20{,}25} \quad // \quad S_e = S_x\sqrt{1 - r_{xx'}} = 5\sqrt{1 - 0{,}81} = \mathbf{2{,}18}$$

Nota: (págs. 19 y 20 del formulario)

***8.3.-** Utilizando el modelo de regresión, averiguar el intervalo confidencial en el que se encontrará la puntuación verdadera de un sujeto que en el test de RE ha obtenido una puntuación directa de 12 puntos (NC 99%):*

$$V' = r_{xx}X + (\bar{X} - r_{xx}\bar{X}) = r_{xx}(X - \bar{X}) + \bar{X} = 0{,}75(12 - 10) + 10 = \mathbf{11{,}5} \text{ (V´ en Puntuaciones Directas)}$$

$$E_{max} = (S_{vx})\ (Z_c) = 0{,}87 \times 2{,}58 = \mathbf{2{,}24} \quad // \text{ NC 99\% le corresponde } (Z_c) = \mathbf{2{,}58}$$

$$S_{vx} = S_x\sqrt{1 - r_{xx'}}\sqrt{r_{xx'}} = 2\sqrt{1 - 0{,}75}\sqrt{0{,}75} = \mathbf{0{,}87} \quad // \quad r_{xx'} = r_{xv}^2 = \frac{S_v^2}{S_x^2} = 1 - \frac{S_e^2}{S_x^2} = 1 - \frac{1^2}{2^2} = \mathbf{0{,}75}$$

$$V' \pm E_{max} = 11{,}5 \pm 2{,}24 = \mathbf{13{,}74 \text{ y } 9{,}26}$$

Nota: El modelo de regresión se utiliza para estimar las puntuaciones verdaderas y se basa en la distribución normal de los errores (pág. 33 y ss. Formulario)

***8.4.-** Si RN se aplica a una muestra cuya varianza fuera el doble, el coeficiente de fiabilidad sería:*

$$r_{22} = 1 - \frac{S_1^2}{S_2^2}(1 - r_{11}) = 1 - \frac{\cancel{S}_1^2}{2\cancel{S}_1^2}(1 - 0{,}81) = \mathbf{0{,}905}$$

Nota: Junto a la longitud del test, la variabilidad de la muestra es uno de los factores que afectan a la fiabilidad (página 23 del formulario)

Fiabilidad de una batería de test

Se trata de calcular la fiabilidad de la batería en función de los coeficientes de fiabilidad, varianzas y *covarianzas de los subtest que la forman* → r_{tt}

1.- TEST TOTAL (COEFICIENTE DE FIABILIDAD)

La correlación entre dos subtests (copia y dictado) de escritura es 0,50. Aplicados a un grupo de escolares se obtuvieron los siguientes resultados: Copia ($r_{XX} = 0{,}80$ *y* $S_x^2 = 2$*); Dictado (*$r_{XX} = 0{,}90$ *y* $S_x^2 = 3$*). Averiguar el coeficiente de fiabilidad del test total de escritura:*

$$r_{tt} = 1 - \frac{\sum S^2_J - \sum S^2_J\, r_{JJ}}{S^2_T} \rightarrow r_{tt} = 1 - [2+3-(2\cdot 0{,}8+3\cdot 0{,}9)]\,/\,7{,}44 \rightarrow 1-(0{,}7/7{,}44) = \mathbf{r_{tt} = 0{,}91}$$

Donde →

$\sum S^2_J = S^2_{x1} + S^2_{x2} \rightarrow (2+3=5)$ // $\sum S^2_J\, r_{JJ} = (2\cdot 0{,}8 + 3\cdot 0{,}9) \rightarrow 4{,}3$

$S^2_T = S^2_c + S^2_d + 2\, r_{xx}\, S_C S_d \rightarrow 2+3+2\cdot(0{,}50\cdot\sqrt{2}\cdot\sqrt{3}) = 7{,}44$ **Nota: (pág. 35 del Formulario)**