

**Pontificia Universidad Católica Madre Y Maestra**  
**Facultad De Ciencias De La Ingeniería**  
**Departamento de Ingeniería Electrónica y Electromecánica**



**Presentado Por** : José Ananías Hilario Reyes

**Matrícula** : 2008-1230

**Asignatura** : Electrónica de Potencia

**Clave** : ST-ITE-414-T-001

**Práctica #1** : Circuito LC+D

**Profesor** : Ing. Edward Blanco

**Fecha de Realización** : 30 de septiembre de 2011

**Fecha de Entrega** : 7 de octubre de 2011

Santiago de los Caballeros, República Dominicana

## **Materiales Utilizados:**

- Inductor (L) de 6mH.
- Capacitor (C) de 60 $\mu$ F.
- Resistencia de descarga (Rp) de 2 $\Omega$  @ 20W.
- Interruptor (S).
- Pulsador (P).
- Diodo (D) rectificador de 3A "SKOLELEKTRO".
- Fuente de alimentación DC "GOLDTOOL".
- Osciloscopio Tektronix TDS-2012B.
- Tres multímetros Fluke 175 o 179.
- Un LCR Meter.
- Punta de corriente Tektronix A-100 o Fluke 80i-110s.
- Computador con Matlab (R2009a) o superior instalado.

## **Introducción:**

El objetivo principal de esta práctica es comprobar la fidelidad de los resultados presentados por nuestra herramienta Matlab/Simulink, con respecto a los resultados a esperar en la realidad.

El proceso para llevar a cabo esta práctica se debe ejecutar meticulosamente, porque de ello dependerá, en gran parte, la similitud de los resultados.

Se simulará y se analizará un circuito LC real y otro LC+D real, que a fin de cuentas son un RLC y un RLC+D, debido a la resistencia interna que presenta cada elemento que lo compone.

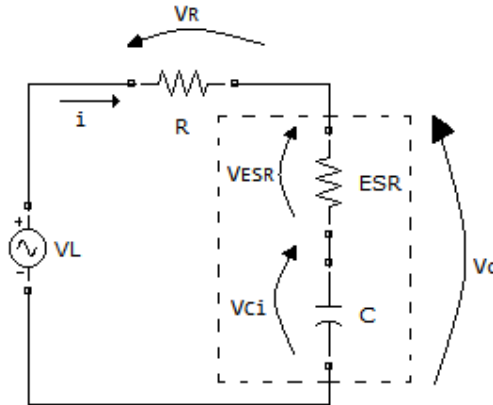
En este experimento se tomará en consideración la resistencia interna de cada uno de los elementos pasivos a utilizar, de tal manera que los resultados sean óptimos en cuanto a lo que Matlab/Simulink está en capacidad de ofrecer.

Se utilizará y se demostrará un método para determinar la resistencia interna en serie (ESR) de un capacitor.

Se compararán los resultados obtenidos en la realidad, con los resultados simulados por Matlab/Simulink; y estos, a su vez, se compararán con los resultados obtenidos analíticamente, evaluados para los tiempos generados por la simulación, de tal manera que se obtengan los mismo puntos y poder apreciar mejor las similitudes y las diferencias.

## Resultados de la Práctica:

1. Demostrar que  $ESR = \frac{V_{ESR}}{i_{RMS}}$ ;  $V_{ESR} = V_C \sin(\cos^{-1}\left(\frac{V_R^2 + V_C^2 - V_L^2}{2V_R V_C}\right) - \frac{\pi}{2})$ ,  
partiendo del siguiente circuito.



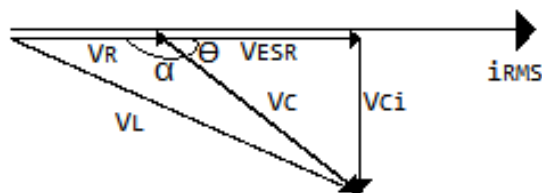
Conociendo que la corriente está en fase con los voltajes en los elementos resistivos y que adelanta  $\pi$  radianes, en fase, a los voltajes en los elementos capacitivos, procedemos a realizar el diagrama fasorial del circuito.

Para realizar el diagrama fasorial correctamente, debemos tomar en cuenta la ley de Kirchhoff que implica la sumatoria de voltajes en un circuito cerrado.

Aplicando esta ley, podemos obtener que:

$$V_C = V_{Ci} + V_{ESR}, \quad V_L = V_R + V_C \quad \rightarrow \quad V_L = V_R + V_{ESR} + V_{Ci}$$

Aplicando estas igualdades, se puede obtener el siguiente diagrama fasorial, tomando la fase de la corriente ( $i_{RMS}$ ) como referencia.



Partiendo de la ley de cosenos para determinar  $\alpha$ , se obtiene la ecuación siguiente:

$$\alpha = \cos^{-1}\left(\frac{V_R^2 + V_C^2 - V_L^2}{2V_C V_R}\right)$$

Para encontrar el ángulo de  $V_C$ ,  $\theta$ , podemos aplicar la teoría de los ángulos suplementarios para obtener la magnitud, y aplicar el signo negativo que podemos observar ya que se encuentra por debajo del punto de referencia. En otras palabras, tenemos que:

$$\theta = -(\pi - \alpha) = \alpha - \pi = \cos^{-1}\left(\frac{V_R^2 + V_C^2 - V_L^2}{2V_C V_R}\right) - \pi$$

Para obtener la magnitud del voltaje en ESR, se debe proyectar  $V_C$ , mediante la siguiente operación:

$$V_{ESR} = V_C \cos \theta$$

Sin embargo, sabemos que se puede expresar un coseno, como un seno con un ángulo de desfase:

$$\cos \theta = \sin\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right)$$

Con lo que obtenemos la expresión:

$$V_{ESR} = V_C \sin\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right) = V_C \sin\left(\cos^{-1}\left(\frac{V_R^2 + V_C^2 - V_L^2}{2V_C V_R}\right) - \pi + \frac{\pi}{2}\right)$$

Simplificando:

$$V_{ESR} = V_C \sin\left(\cos^{-1}\left(\frac{V_R^2 + V_C^2 - V_L^2}{2V_C V_R}\right) - \frac{\pi}{2}\right)$$

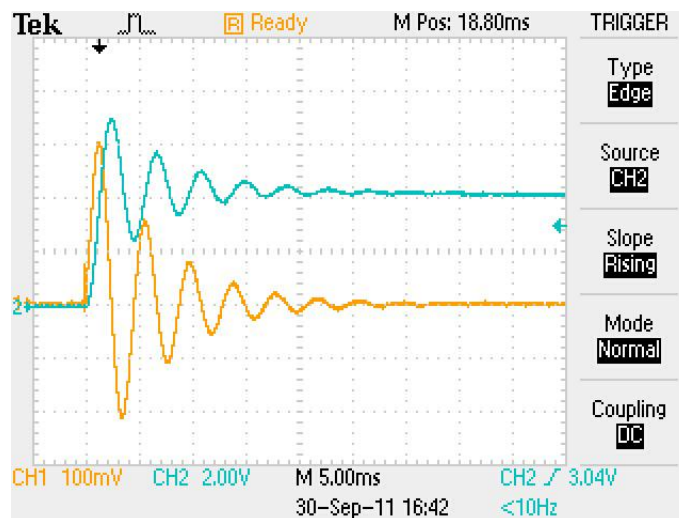
Como este ensayo es realizado en un circuito en serie, podemos concluir que la resistencia ESR, al ser un elemento que no produce desfase entre el voltaje y la corriente, se obtiene como la siguiente relación:

$$ESR = \frac{V_{ESR}}{i_{RMS}} = \frac{V_C \sin\left(\cos^{-1}\left(\frac{V_R^2 + V_C^2 - V_L^2}{2V_C V_R}\right) - \frac{\pi}{2}\right)}{i_{RMS}}$$

## 2. Contestar las siguientes preguntas.

- a) Con el diodo D cortocircuitado (Circuito LC), observar las ondas desplegadas en el osciloscopio. ¿Qué tipo de amortiguamiento se observa en el sistema?

La gráfica obtenida con el diodo D cortocircuitado, a través del osciloscopio, fue la siguiente:



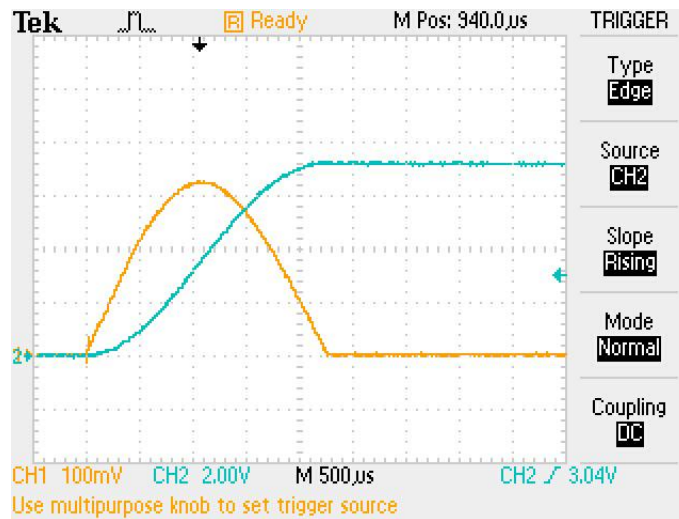
Gráfica #1

Se puede ver en esta gráfica que el circuito contiene componentes sinusoides y de decremento exponencial, lo que nos permite inferir una relación del tipo  $Ae^{-\delta Wnt} \sin Wdt$ .

Esta relación corresponde a un amortiguamiento tipo sub-amortiguado, implicando que se tiene un coeficiente de amortiguamiento menor que uno ( $\delta < 1$ ).

b) Con el diodo D en serie, es decir, no cortocircuitado (Circuito LC+D), observar las ondas desplegadas en el osciloscopio. ¿Qué se puede observar?

La gráfica obtenida con el diodo D en serie, a través del osciloscopio, fue la siguiente:

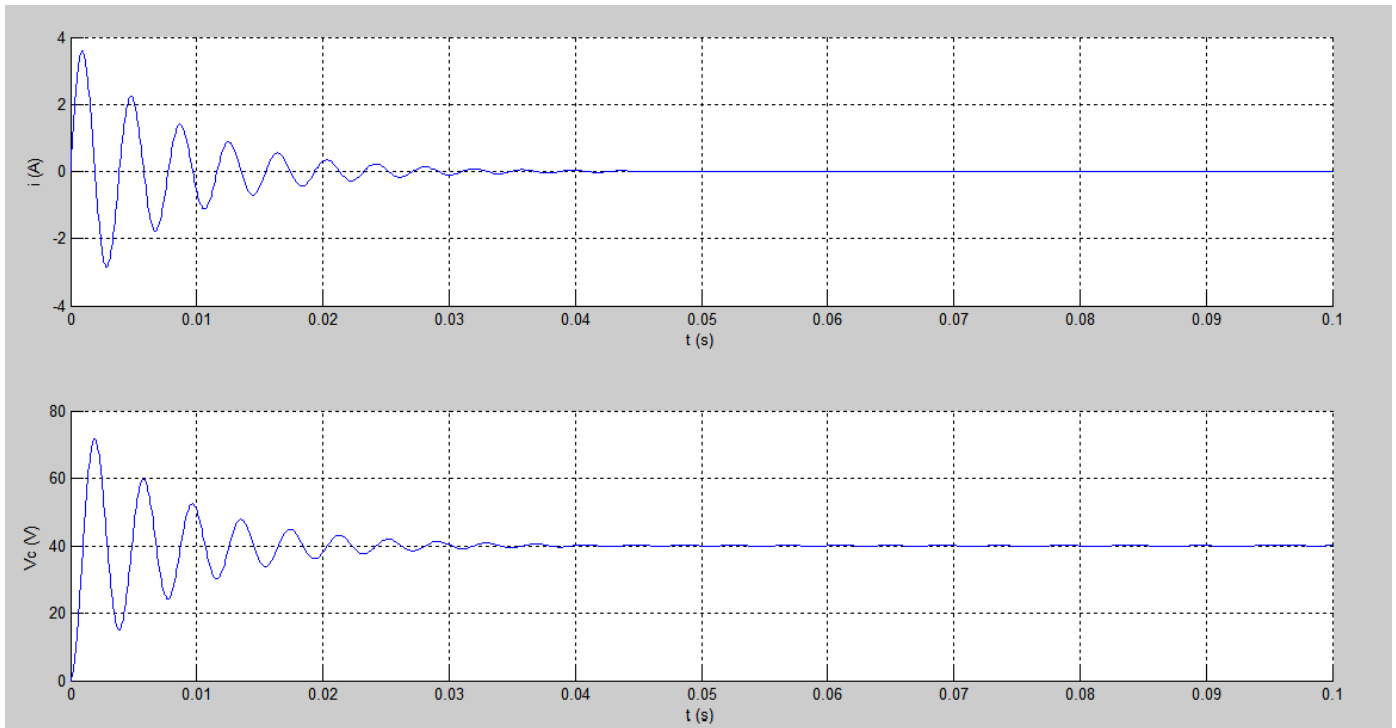


Gráfica #2

Se puede observar que el diodo hace desaparecer las oscilaciones, debido a que no permite corrientes en ambas direcciones, además de que el capacitor se carga a cierto nivel de voltaje (alrededor de 72 Volts.) y permanece en este nivel, ya que no tiene hacia donde descargarse.

### 3. Comparación de gráficas obtenidas en la simulación, con las adquiridas por medio del osciloscopio real.

a) Para el caso del diodo cortocircuitado, se obtuvo el siguiente resultado de simulación:

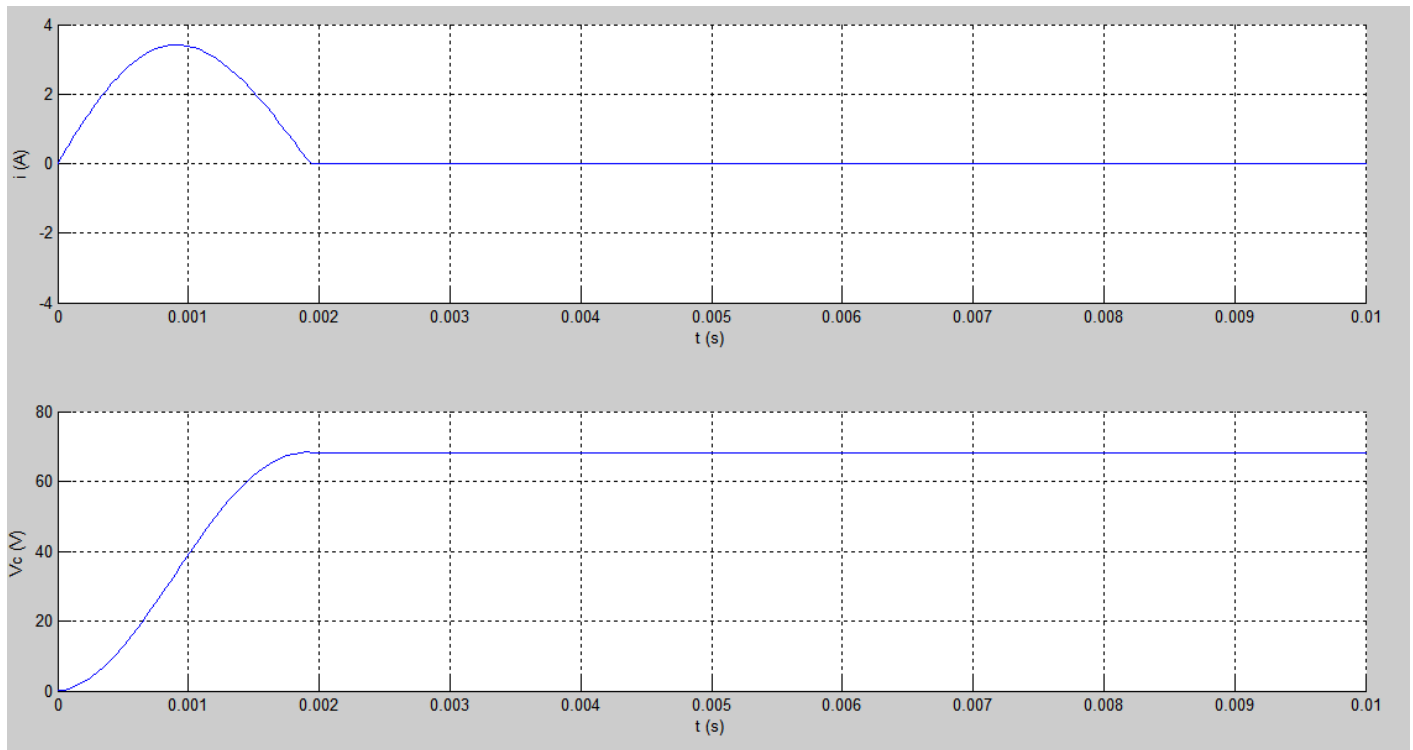


**Gráfica #3**

En este caso, se puede notar una similitud innegable entre este par de ondas y las obtenidas en la realidad (Gráfica #1): se pueden ver el decaimiento y el comportamiento sinusoidal, característicos del sistema subamortiguado que se tiene presente; se pueden ver 10 picos positivos de voltaje en la simulación, en comparación a los 9 que se pueden ver en el caso real. En ambos casos se puede ver que la corriente tiende a 0 A y que el voltaje en el capacitor tiende a estabilizarse en 40 V. Sobre esto podemos concluir que Matlab/Simulink, si se configura adecuadamente, puede proporcionar resultados bastante cercanos a la realidad.



b) Para el caso en el que se utilizó el diodo, se obtuvo el siguiente resultado de la simulación:

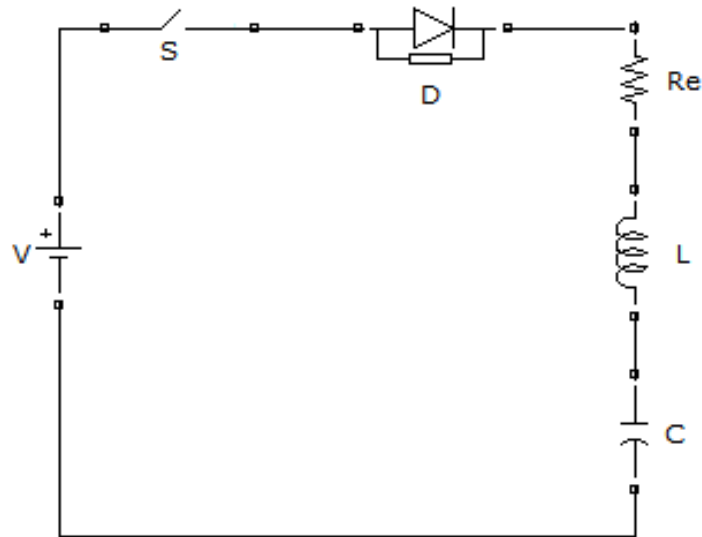


**Gráfica #4**

Comparando estos resultados, con el par de ondas obtenidas en la realidad (Gráfica #2), se puede ver que en la simulación se obtuvo un voltaje de carga del capacitor de alrededor de 68.31V, en comparación a los 72V en el caso real. Este ligero error es justificable, debido a la dificultad a la hora de calcular resistencias como ESR,  $R_c$ , etc. Aquí, aunque se tengan pequeñas diferencias, podemos confirmar nuevamente la eficacia de Matlab/Simulink en cuanto a la simulación de circuitos eléctricos se refiere, ya que se obtuvieron formas de onda idénticas a los casos reales.

#### 4. Análisis matemático.

Conocemos que las condiciones iniciales del circuito son las mismas aunque se use el diodo o se ponga en cortocircuito, por lo cual no se incluirá posteriormente en los análisis individuales, sino que se realizará antes. A continuación se presenta el circuito para  $t < 0$ :

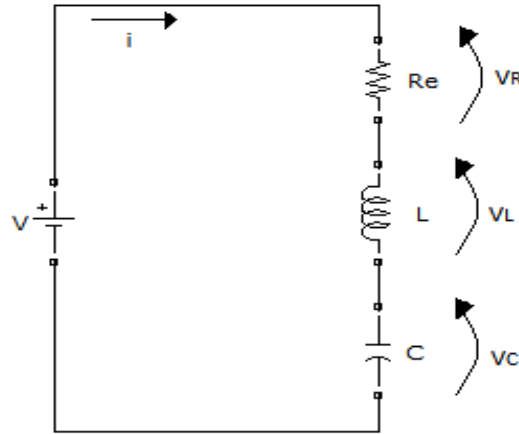


Se puede ver claramente que en este circuito no puede fluir corriente, ya que se encuentra totalmente abierto, lo que impide que el capacitor se cargue. Asumiendo que ha pasado un largo tiempo en esta condición, el capacitor debe encontrarse descargado para fines del análisis matemático. De cualquier manera, es especificado en el instructivo de la practica realizada, que el capacitor debe descargarse antes de energizarse este circuito. Por lo cual, las condiciones iniciales son:

$$V_c(0) = 0V \text{ e } i(0) = 0A.$$

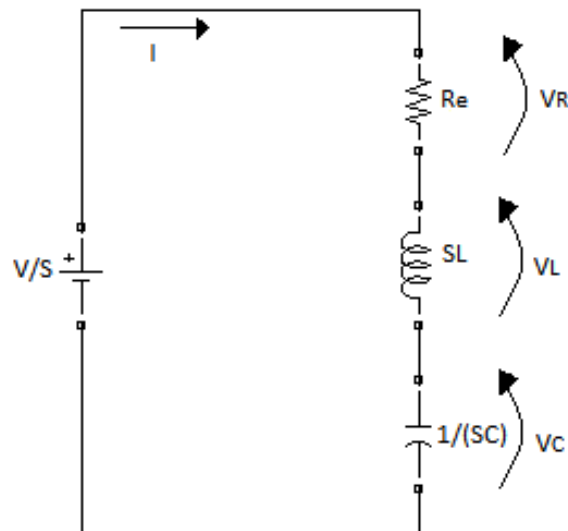
a) Con diodo cortocircuitado.

El circuito equivalente es el siguiente:



Donde  $R_e = R_{\text{CABLES}} + R_L + \text{ESR}$

Se procede a aplicar Laplace para este circuito, debido a que es un sistema de segundo orden y es más fácil de analizar en esta forma. Podemos encontrar una ecuación análoga a la ecuación canónica de un sistema de segundo orden. El circuito equivalente obtenido es el siguiente:



Sabemos, por Ley de Ohm y Leyes de Kirchhoff, que la corriente que pasa por un circuito cerrado es el cociente entre el voltaje de alimentación y la impedancia presente en el sistema, de lo cual podemos obtener la siguiente ecuación:

$$I = \frac{\frac{V}{S}}{R_e + SL + \frac{1}{SC}}$$

Con el fin de obtener una ecuación análoga a la ecuación canónica de un sistema de segundo orden, se realizaron los siguientes arreglos:

$$I = \frac{\frac{V}{S}}{R_e + SL + \frac{1}{SC}} = \frac{V}{R_e S + LS^2 + \frac{1}{C}} = \frac{\frac{V}{L}}{S^2 + \left(\frac{R_e}{L}\right)S + \frac{1}{LC}} = \frac{KWn}{S^2 + 2\delta WnS + Wn^2}$$

Asociando los parámetros de ambas ecuaciones, se obtienen las siguientes relaciones:

$$Wn = \frac{1}{\sqrt{LC}}, \quad \delta = \frac{R_e}{2WnL} \rightarrow R_e = 2WnL\delta$$

Sabemos que este sistema es idealmente un circuito LC, por lo que, aún tomando en cuenta la resistencia interna de los elementos, sabemos que la equivalencia ( $R_e$ ) será muy pequeña. Esto nos permite inferir que el sistema presentará un comportamiento subamortiguado ( $\delta < 1$ ). Conocemos con anterioridad que la corriente en cuestión presentará la siguiente forma de onda:

$$i(t) = Ae^{-\delta Wnt} \sin Wdt + Be^{-\delta Wnt} \cos Wdt, \text{ donde } Wd = Wn\sqrt{1 - \delta^2}$$

Evaluando esta expresión en  $t = 0$ , para conseguir los parámetros A y B, se tiene que:

$$i(0) = Ae^0 \sin(0) + Be^0 \cos(0) = B = 0$$

Tenemos, temporalmente que  $i(t) = Ae^{-\delta Wnt} \sin Wdt$ . Conseguiremos ahora, a partir de esta ecuación, el valor del voltaje en el capacitor ( $V_c$ ) y encontraremos el parámetro faltante en dicho momento.

Aplicando la segunda ley de Kirchhoff, obtenemos que:

$$-V + R_e i(t) + L \frac{di(t)}{dt} + V_c(t) = 0 \rightarrow V_c(t) = V - R_e i(t) - L \frac{di(t)}{dt}$$

Procedemos a encontrar la derivada implicada anteriormente:

$$\begin{aligned}\frac{di(t)}{dt} &= (-\delta Wn)Ae^{-\delta Wnt} \sin Wdt + (Wd)Ae^{-\delta Wnt} \cos Wdt \\ &= Ae^{-\delta Wnt} [Wd \cos Wdt - \delta Wn \sin Wdt]\end{aligned}$$

Sustituyendo el resultado de la derivada y el valor de  $i(t)$ , en la ecuación de  $V_c(t)$ , se tiene que:

$$\begin{aligned}V_c(t) &= V - R_e Ae^{-\delta Wnt} \sin Wdt - LAe^{-\delta Wnt} [Wd \cos Wdt - \delta Wn \sin Wdt] \\ &= V + (\delta WnL - R_e)Ae^{-\delta Wnt} \sin Wdt - (WdL)Ae^{-\delta Wnt} \cos Wdt\end{aligned}$$

Debido a que conocemos el valor inicial del voltaje en el capacitor, podemos determinar el valor de la constante A, mediante la evaluación de el voltaje del capacitor en tiempo  $t = 0$ .

$$V_c(0) = V + (\delta WnL - R_e)Ae^0 \sin 0 - (WdL)Ae^0 \cos 0 = V - WdLA = 0$$

$$A = \frac{V}{WdL}$$

Entonces:

$$V_c(t) = V + \frac{V(\delta WnL - R_e)}{WdL} e^{-\delta Wnt} \sin Wdt - (WdL) \frac{V}{WdL} e^{-\delta Wnt} \cos Wdt$$

Sustituyendo algunos valores de  $Wd$  y de  $R_e$ , podemos simplificar de la siguiente manera:

$$V_c(t) = V + \frac{V(\delta WnL - 2\delta WnL)}{Wn\sqrt{1 - \delta^2}L} e^{-\delta Wnt} \sin Wdt - Ve^{-\delta Wnt} \cos Wdt$$

$$V_c(t) = V - \frac{\delta V}{\sqrt{1 - \delta^2}} e^{-\delta Wnt} \sin Wdt - Ve^{-\delta Wnt} \cos Wdt$$

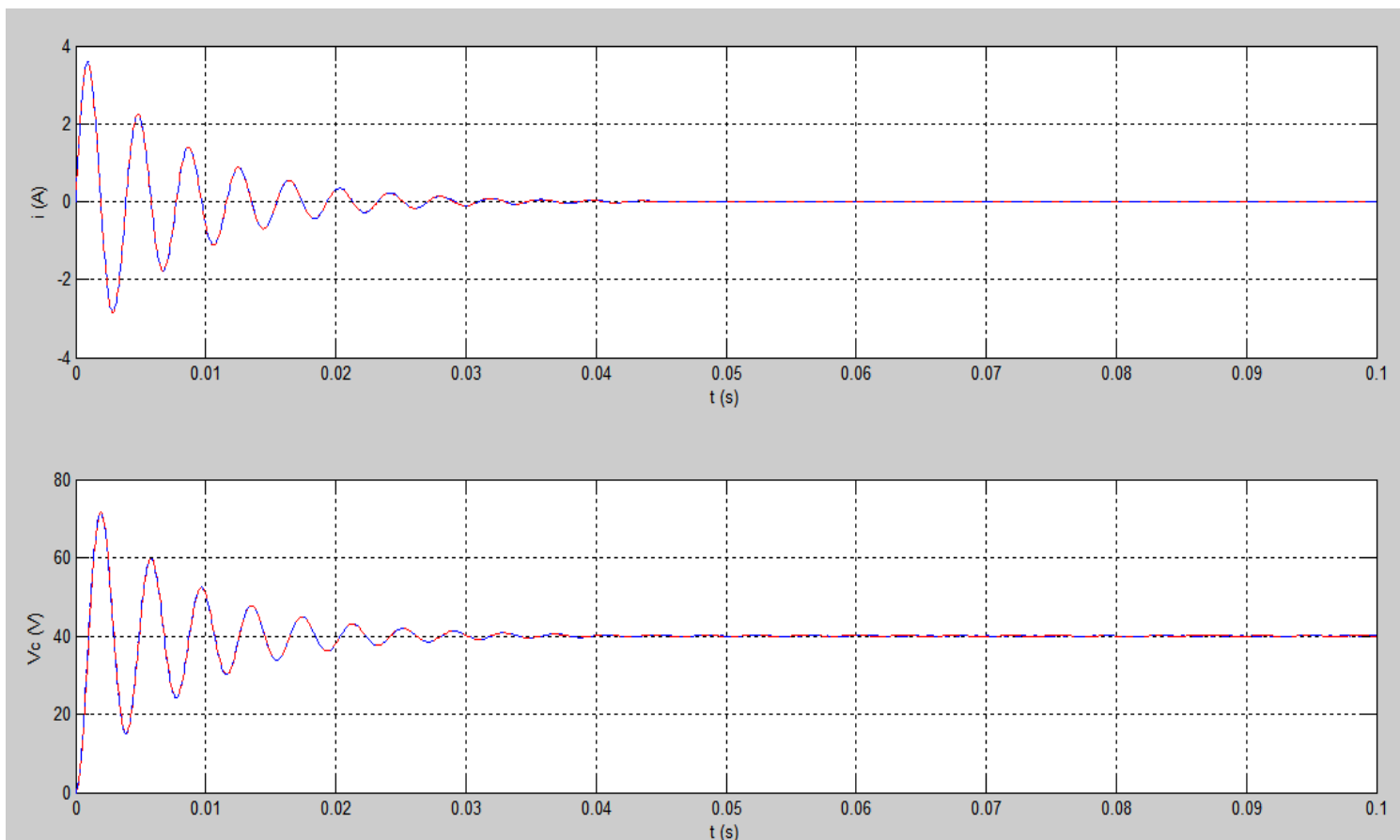
$$V_c(t) = V \left[ 1 - e^{-\delta Wnt} \left( \cos Wdt + \frac{\delta}{\sqrt{1 - \delta^2}} \sin Wdt \right) \right]$$

$$i(t) = \frac{V}{WdL} e^{-\delta Wnt} \sin Wdt$$

Los resultados obtenidos se encuentran a continuación, en un gráfico que contiene los resultados de la simulación y los resultados de los cálculos (rojo, sin discontinuidades), superpuestos.

Se colocaron formatos especiales para la mayor apreciación de ambos resultados.

El trazo azul con discontinuidades en forma '-.', representa los resultados obtenidos con Matlab/Simulink; mientras que el trazo rojo sin discontinuidades representa los resultados calculados, evaluados en Matlab para los tiempos generados por Simulink.

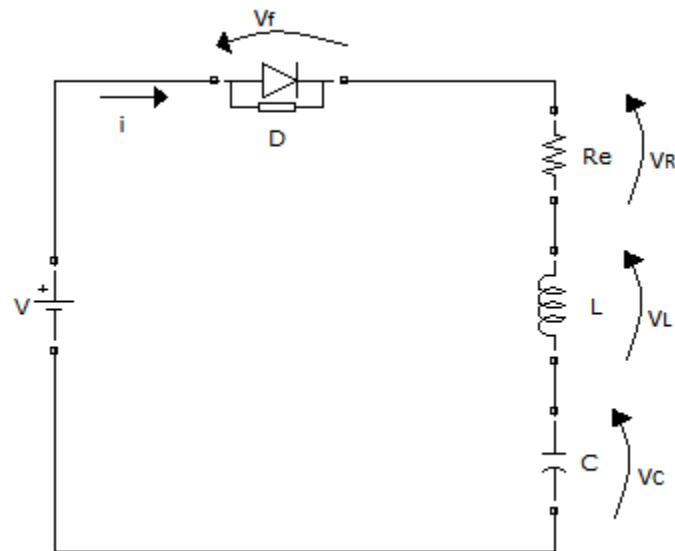


**Gráfica #5**

La comparación demuestra que tanto Matlab/Simulink y los cálculos realizados, presentan los mismos resultados. Reafirmando la utilidad de esta herramienta para comprobar análisis de circuitos.

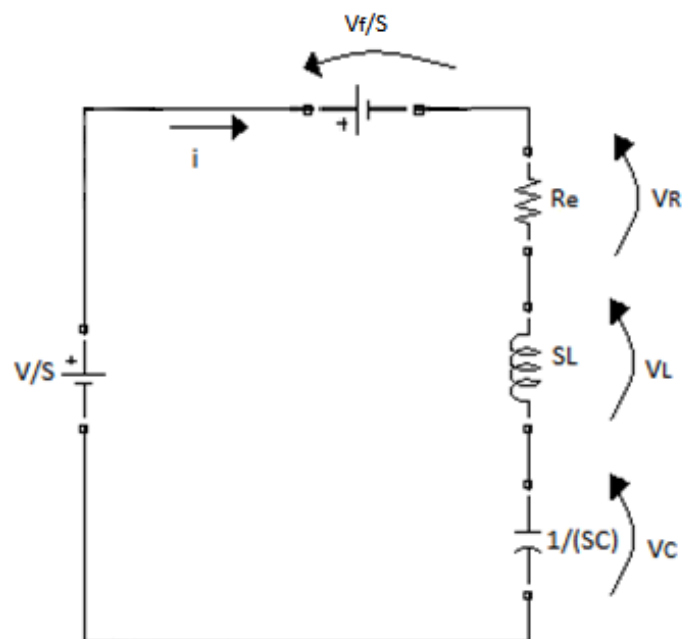
b) Con diodo real.

A continuación se presenta el diagrama equivalente del circuito:



Donde  $R_e = R_{\text{CABLES}} + R_D + R_L + \text{ESR}$

Este circuito es bastante parecido al anterior. A continuación se puede ver el circuito transformado a Laplace.



El diodo se puede emular como una fuente que consume un  $V_f$ , es decir, disminuye el voltaje de la fuente de suministro.

Podemos notar que la ecuación de este sistema, en forma canónica, será la misma que la anterior, con una variación de la constante K.

De esta manera, podemos utilizar las mismas ecuaciones obtenidas en el análisis anterior; de tal manera, que solo variara el parámetro A, para el lapso de tiempo que el diodo este conduciendo.

Del sistema anterior, tenemos:

$$i(t) = Ae^{-\delta Wnt} \sin Wdt$$

$$-V + V_f + R_e i(t) + L \frac{di(t)}{dt} + V_c(t) = 0 \rightarrow V_c(t) = V - V_f - R_e i(t) - L \frac{di(t)}{dt}$$

Aplicando la derivada a la corriente y substituyendo en la ecuación anterior, tenemos que:

$$V_c(t) = V - V_f + (\delta WnL - R_e) Ae^{-\delta Wnt} \sin Wdt - (WdL) Ae^{-\delta Wnt} \cos Wdt$$

Evaluando en  $t = 0$ , para encontrar el valor de A:

$$V_c(0) = V - V_f + (\delta WnL - R_e) Ae^0 \sin 0 - (WdL) Ae^0 \cos 0 = V - V_f - WdLA = 0$$

$$A = \frac{V - V_f}{WdL}$$

Entonces:

$$V_c(t) = V - V_f + \frac{(V - V_f)(\delta WnL - R_e)}{WdL} e^{-\delta Wnt} \sin Wdt - (WdL) \frac{V - V_f}{WdL} e^{-\delta Wnt} \cos Wdt$$

Sustituyendo algunos valores de  $Wd$  y de  $R_e$ , como hicimos anteriormente; se obtiene que:

$$V_c(t) = V - V_f - \frac{\delta(V - V_f)}{\sqrt{1 - \delta^2}} e^{-\delta Wnt} \sin Wdt - (V - V_f) e^{-\delta Wnt} \cos Wdt$$

$$V_c(t) = (V - V_f) \left[ 1 - e^{-\delta Wnt} \left( \cos Wdt + \frac{\delta}{\sqrt{1 - \delta^2}} \sin Wdt \right) \right]$$

$$i(t) = \frac{V - V_f}{WdL} e^{-\delta Wnt} \sin Wdt$$

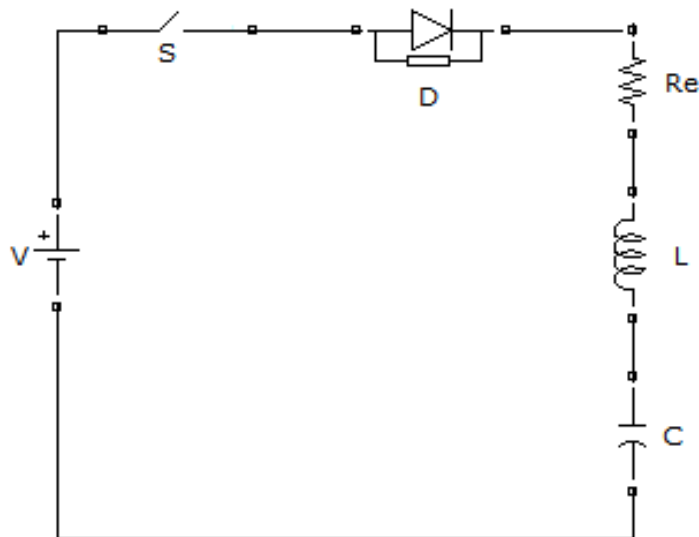


Sabemos que para cuando la onda seno que representa la corriente, intente tener el sentido opuesto al flujo que permite el diodo, tendremos un nuevo intervalo que representará los voltajes y corrientes en el dominio estable del circuito.

Esto sucederá cuando  $\omega t_{off} = \pi$ , ya que el seno se hace cero cuando su argumento es  $\pi$  o cualquier múltiplo entero del mismo. Entonces, tenemos que:

$$t_{off} = \frac{\pi}{\omega}$$

El circuito equivalente desde este tiempo en adelante, es el siguiente:



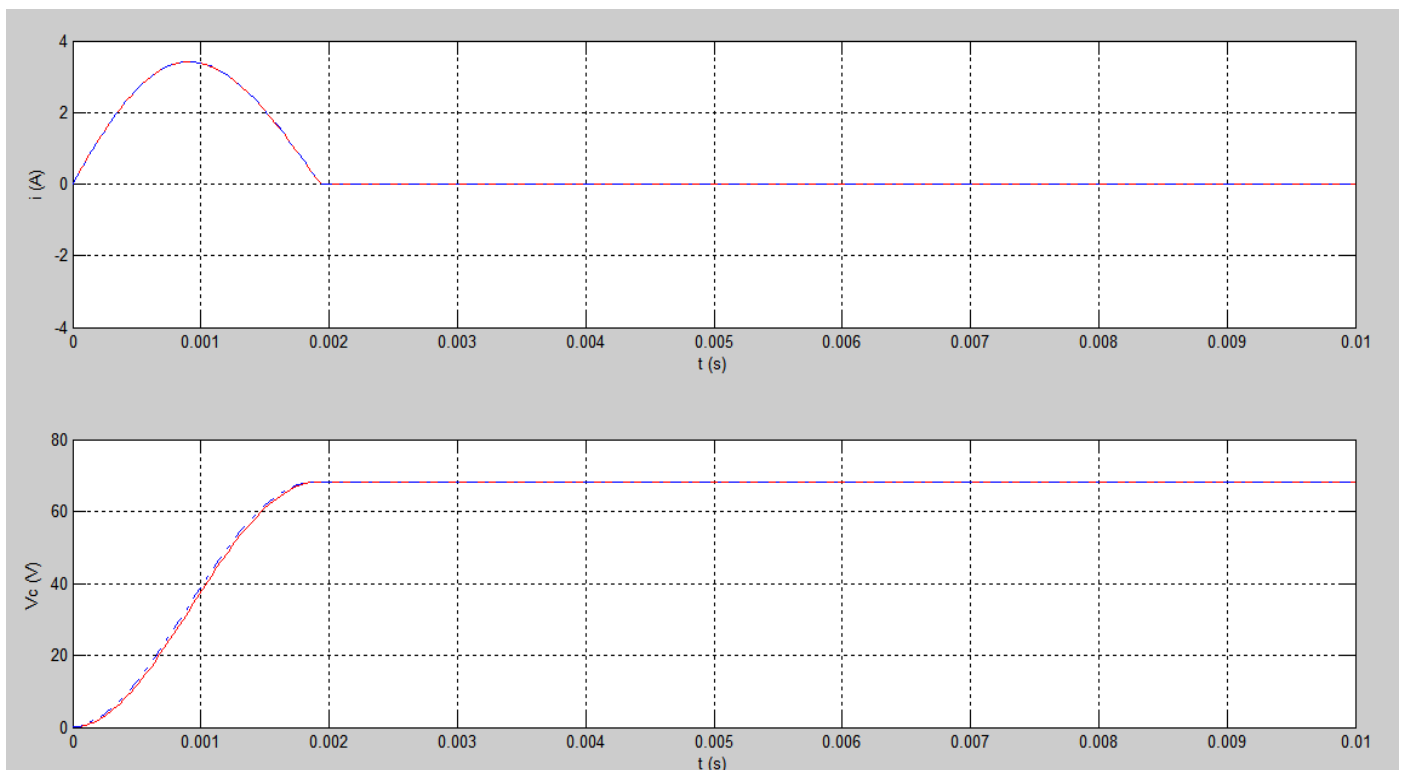
Por lo que podemos afirmar que el voltaje del capacitor se mantendrá con el nivel que tenía en este instante. Esto representará la carga del capacitor.

Por otro lado, el flujo de corriente se interrumpe completamente, gracias al diodo.

Los resultados obtenidos se encuentran a continuación, en un gráfico que contiene los resultados de la simulación y los resultados de los cálculos (rojo, sin discontinuidades), superpuestos.

Se colocaron formatos especiales para la mayor apreciación de ambos resultados.

El trazo azul con discontinuidades en forma ‘-.’, representa los resultados obtenidos con Matlab/Simulink; mientras que el trazo rojo sin discontinuidades representa los resultados calculados, evaluados en Matlab para los tiempos generados por Simulink.



**Gráfica #6**

Podemos apreciar en estas ondas, una ligera diferencia un poco mas notable que cuando se simuló/evaluó para el circuito sin diodo. Si analizamos detenidamente, el voltaje de carga termina siendo el mismo, y en la corriente no se aprecia ninguna diferencia práctica. Esto puede deberse a alguna componente exponencial del comportamiento del diodo, partiendo del modelo de Shockley.

En fin, los resultados se corresponden bastante y se comprobó la correspondencia entre Matlab/Simulink y los cálculos realizados.

## **Análisis de los Resultados:**

En esta práctica pudimos comprobar muchas cosas aprendidas en teoría, como el comportamiento de un circuito real RLC+D, con un coeficiente de amortiguamiento menor que uno, que produce un sistema subamortiguado. Además, pudimos ver cómo interviene el diodo en el circuito, limitando su comportamiento natural (oscilaciones amortiguadas) y forzándolo a comportarse de otra forma en el instante en el que la corriente tiende a cambiar su trayectoria, de tal manera que el capacitor queda cargado al voltaje que tiene cuando la corriente se hace cero e intenta fluir en sentido opuesto.

Pudimos también comprobar el método de obtención de resistencia ESR, mediante el uso, aplicado a un mismo sistema, de las leyes de Kirchhoff, la ley de los cosenos y sumatoria vectorial.

Es importante hacer mención especial de las gráficas obtenidas.

Comparando la Gráfica #1, con la Gráfica #5; se tiene un comportamiento prácticamente idéntico, en el que la variación más notoria es en la componente exponencial del sistema, que se ve mayormente afectado por las componentes resistivas internas de los elementos pasivos que forman el circuito. Sin embargo, la similitud es tal, que se puede decir que la simulación es exacta para fines prácticos. Como se explicó anteriormente, los fallos se generan más que nada por la poca exactitud con la que se determinan estos componentes resistivos internos.

Comparando la Gráfica #2, con la Gráfica #6; se tiene un comportamiento bastante parecido. En esta parte se tomó en cuenta la resistencia interna del diodo, además de su voltaje de caída. Aquí se ven más errores que en el caso anterior, porque el comportamiento del diodo como elemento de circuito no es plenamente lineal, a lo que se suma su resistencia interna y su voltaje de pérdida, que no poseen un valor permanente que se pueda asegurar (no son ctes.). El voltaje de carga en la simulación fue de 68.31V y en la práctica fue de 72V, un resultado bastante bueno para un circuito tan complejo y con tantas componentes internas que hacen variar los resultados.

En fin, los resultados obtenidos en esta práctica se corresponden plenamente a lo que se esperaba al ser realizada. Podemos afirmar que Matlab/Simulink es una herramienta confiable y que podemos utilizarla para simular cualquier tipo de circuito de este tipo.