2 ദശാംശരൂപങ്ങൾ

ആദ്യരൂപങ്ങൾ

ചില ഭിന്നസംഖ്യകളുടെയെല്ലാം ദശാംശരൂപങ്ങൾ ആറാം ക്ലാസിൽ കണ്ടിട്ടുണ്ടല്ലോ. ഉദാഹരണമായി,

$$\frac{3}{10} = 0.3$$

$$\frac{29}{100} = 0.29$$

$$\frac{347}{1000} = 0.347$$

എന്നെല്ലാം എഴുതാം.

മറിച്ച്, ദശാംശരൂപത്തിലെഴുതിയ സംഖ്യകളെ 10 ന്റെ ഏതെങ്കിലും കൃതി ഛേദമായ ഭിന്നസംഖ്യകൾ ഉപയോഗിച്ച് എഴുതാം.

ഉദാഹരണമായി

$$0.7 = \frac{7}{10}$$

$$0.91 = \frac{91}{100}$$

$$0.673 = \frac{673}{1000}$$

ഇവയെ $\frac{1}{10}, \frac{1}{100}, \frac{1}{1000}, \dots$ എന്നിങ്ങനെ 10 ന്റെ കൃതികളുടെ വ്യുൽക്രമങ്ങൾ സ്ഥാനവിലകളായി ഉപയോഗിച്ച് പിരിച്ചെഴുതാമെന്നും അറിയാമല്ലോ.

$$0.91 = \frac{91}{100} = \frac{90}{100} + \frac{1}{100} = \frac{9}{10} + \frac{1}{100}$$

$$0.671 = \frac{671}{1000} = \frac{600}{1000} + \frac{70}{1000} + \frac{1}{1000} = \frac{6}{10} + \frac{7}{100} + \frac{1}{1000}$$

അപ്പോൾ 0.03 എന്നെഴുതുന്നതിന്റെ അർഥമെന്താണ്?

ദശാംശഭിന്നങ്ങൾ

എണ്ണൽസംഖ്യകളെ 1, 10, 100, 1000, ... എന്നിവ ഉപയോഗിച്ചാണല്ലോ എഴുതുന്നത്. ഉദാഹരണമായി,

$$(3 \times 100) + (5 \times 10) + 1$$

എന്നതിന്റെ ചുരുക്കമാണ് 351.

ഇങ്ങനെ എഴുതിയാൽ ക്രിയകൾ എളുപ്പം ചെയ്യാം. (25 നെ XXV എന്നും 13 നെ XIII എന്നും എഴുതി ഗുണിക്കാൻ ശ്രമിച്ചു നോക്കൂ).

ഇതുപോലെ ഭിന്നസംഖ്യകളെ

$$\frac{1}{10}, \frac{1}{100}, \frac{1}{1000}, \dots$$

എന്നിങ്ങനെ 10 ന്റെ കൃതികൾ ഛേദമായ ഭിന്നസംഖ്യകൾ ഉപയോഗിച്ച് പിരിച്ചെഴുതാമോ എന്ന് ആദ്യം ആലോചിച്ചത് ഡച്ചുകാരനായ ഷിമൺ സ്റ്റെവിൻ ആണ്, ഇത് പതിനാറാം നൂറ്റാണ്ടിലാണ്. ഇത് ക്രിയാരീതികൾ എളുപ്പമാക്കും എന്നാണ് അദ്ദേഹം പറയുന്നത്.

ഉദാഹരണമായി

$$\frac{3}{4} + \frac{2}{5} = \frac{23}{20} = 1\frac{3}{20}$$

എന്നു കണക്കാക്കുന്നതിനേക്കാൾ എളുപ്പം

$$0.75 + 0.40 = 1.15$$

എന്നു ചെയ്യുന്നതാണല്ലോ.

$$0.03 = \frac{0}{10} + \frac{3}{100} = \frac{3}{100}$$

0.0203 ആയാലോ?

$$0.0203 = \frac{0}{10} + \frac{2}{100} + \frac{0}{1000} + \frac{3}{10000} = \frac{200}{10000} + \frac{3}{10000} = \frac{203}{10000}$$

ചില ഭിന്നങ്ങളുടെ ഛേദം 10 ന്റെ കൃതിയല്ലെങ്കിലും, അത്തരത്തിലുള്ള രൂപത്തിൽ മാറ്റിയെഴുതാം, ഉദാഹരണമായി, $10 = 2 \times 5$ ആയതിനാൽ

$$\frac{1}{2} = \frac{5}{10} = 0.5$$

$$\frac{1}{5} = \frac{2}{10} = 0.2$$

എന്നും തുടർന്ന്

$$\frac{2}{5} = \frac{2 \times 2}{5 \times 2} = \frac{4}{10} = 0.4$$

$$\frac{3}{5} = \frac{3 \times 2}{5 \times 2} = \frac{6}{10} = 0.6$$

$$\frac{4}{5} = \frac{4 \times 2}{5 \times 2} = \frac{8}{10} = 0.8$$

എന്നുമെല്ലാം എഴുതാം.

2 ഉം 5 ഉം 10 ന്റെ ഘടകങ്ങളായതുകൊണ്ടാണല്ലോ ഇതു സാധിച്ചത്. അപ്പോൾ $\frac{1}{4}$ നെ ദശാംശരൂപത്തിൽ എഴുതുന്നതെങ്ങനെ?

4 എന്ന സംഖ്യ 10 ന്റെ ഘടകമല്ലെങ്കിലും, 100 ന്റെ ഘടകമാണല്ലോ. $4 \times 25 = 100$. ഇതുപയോഗിച്ച്

$$\frac{1}{4} = \frac{1 \times 25}{4 \times 25} = \frac{25}{100} = 0.25$$

$$\frac{3}{4} = \frac{3 \times 25}{4 \times 25} = \frac{75}{100} = 0.75$$

എന്നെല്ലാം എഴുതാം.
കൂടാതെ

$$\frac{1}{25} = \frac{1 \times 4}{25 \times 4} = \frac{4}{100} = 0.04$$

$$\frac{2}{25} = \frac{2 \times 4}{25 \times 4} = \frac{8}{100} = 0.08$$

$$\frac{13}{25} = \frac{13 \times 4}{25 \times 4} = \frac{52}{100} = 0.52$$

എന്നും കണക്കാക്കാം.

ഇനി $\frac{1}{8}$ ആയാലോ?

8 എന്ന സംഖ്യ 10 ന്റെയോ, 100 ന്റെയോ ഘടകമല്ല.

പക്ഷേ $8 = 2 \times 2 \times 2$ ആയതിനാൽ, മൂന്നു തവണ 5 കൊണ്ടു ഗുണിച്ചാൽ, മൂന്നു 10 കളുടെ ഗുണിതമാകില്ലേ?

കണക്കു ഭാഷയിൽ,

$$2^3 \times 5^3 = (2 \times 5)^3 = 10^3 = 1000$$

അതായത്,

$$8 \times 125 = 1000$$

ഇതുപയോഗിച്ച്

$$\frac{1}{8} = \frac{1 \times 125}{8 \times 125} = \frac{125}{1000} = 0.125$$

$$\frac{3}{8} = \frac{3 \times 125}{8 \times 125} = \frac{375}{1000} = 0.375$$

എന്നും

$$\frac{1}{125} = \frac{1 \times 8}{125 \times 8} = \frac{8}{1000} = 0.008$$

$$\frac{3}{125} = \frac{3 \times 8}{125 \times 8} = \frac{24}{1000} = 0.024$$

$$\frac{13}{125} = \frac{13 \times 8}{125 \times 8} = \frac{104}{1000} = 0.104$$

എന്നുമെല്ലാം എഴുതാമല്ലോ?

ഇനി $\frac{3}{160}$ ആയാലോ?

ആദ്യം ഛേദത്തിനെ ഘടകങ്ങളാക്കാം

$$160 = 32 \times 5 = 2^5 \times 5$$

ഇതിനെ ഗുണിച്ച്, 10 ന്റെ ഏതു കൃതിയാക്കാം?

അതിന് ഏതു സംഖ്യകൊണ്ട് ഗുണിക്കണം?

$$160 \times 5^4 = (2^5 \times 5) \times 5^4 = 2^5 \times 5^5 = (2 \times 5)^5 = 10^5$$

അപ്പോൾ

$$\frac{3}{160} = \frac{3 \times 5^4}{160 \times 5^4} = \frac{3 \times 625}{100000} = \frac{1875}{100000} = 0.01875$$

പൊതുവെ ഏതുതരം ഭിന്നസംഖ്യകളെയാണ് ദശാംശരൂപത്തിൽ എഴുതാൻ കഴിയുന്നതെന്ന് ഇനി പറയാമോ?

(1) ചുവടെയുള്ള ഭിന്നസംഖ്യകളെ ദശാംശരൂപത്തിൽ എഴുതുക.

(i) $\frac{3}{20}$ (ii) $\frac{3}{40}$ (iii) $\frac{13}{40}$

(iv) $\frac{7}{80}$ (v) $\frac{5}{16}$

(2) ചുവടെയുള്ള തുകകളുടെ ദശാംശരൂപം കണ്ടുപിടിക്കുക.

(i) $\frac{1}{5} + \frac{1}{25} + \frac{1}{125}$

(ii) $\frac{1}{5} + \frac{1}{5^2} + \frac{1}{5^3} + \frac{1}{5^4}$

(iii) $\frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3}$

(3) ഒരു രണ്ടക്കസംഖ്യയെ മറ്റൊരു രണ്ടക്കസംഖ്യകൊണ്ടു ഹരിച്ചപ്പോൾ 5.875 കിട്ടി. സംഖ്യകൾ എന്തൊക്കെയാണ്?

പുതിയ രൂപങ്ങൾ

ഛേദം 10 ന്റെ കൃതിയല്ലാത്ത ചില ഭിന്നങ്ങളെ, അത്തരം രൂപത്തിലാക്കി ദശാംശരൂപത്തിൽ എഴുതുന്നത് കണ്ടല്ലോ.

$\frac{1}{3}$ നെ ഇങ്ങനെ മാറ്റാൻ കഴിയുമോ?

3 നെ ഏതു സംഖ്യകൊണ്ടു ഗുണിച്ചാലും 10 ന്റെ ഒരു കൃതിയും കിട്ടില്ലല്ലോ (എന്തുകൊണ്ട്?)

അപ്പോൾ $\frac{1}{3}$ ന് ആദ്യം പറഞ്ഞ രീതിയിലുള്ള ദശാംശരൂപമില്ല.

പക്ഷേ 10 ന്റെ കൃതികൾ ഛേദമായ ഭിന്നസംഖ്യകളൊന്നും $\frac{1}{3}$ ന് തുല്യമല്ലെങ്കിലും, ഇത്തരത്തിലുള്ള ഭിന്നസംഖ്യകൾ $\frac{1}{3}$ നോട് അടുത്തടുത്തുവരുന്ന രീതിയിൽ ഉണ്ടാക്കാം.

ആദ്യം 10 ഛേദമായ ഒരു ഭിന്നസംഖ്യ, $\frac{1}{3}$ നോട് അടുത്തായി കണ്ടുപിടിക്കാം. അതിന് 10 നെ 3 കൊണ്ടു ഹരിച്ച് ഇങ്ങനെയെഴുതാം:

$$\frac{10}{3} = 3\frac{1}{3}$$

$\frac{10}{3}$ ന്റെ $\frac{1}{10}$ ഭാഗമാണല്ലോ $\frac{1}{3}$; അതായത്

$$\frac{1}{3} = \frac{10}{3} \times \frac{1}{10}$$

ഇനി

$$\frac{1}{3} = \left(3 + \frac{1}{3}\right) \times \frac{1}{10} = \frac{3}{10} + \frac{1}{30}$$

എന്നു കാണാമല്ലോ.

ഇതുതന്നെ ഇങ്ങനെയും എഴുതാം:

$$\frac{1}{3} - \frac{3}{10} = \frac{1}{30}$$

ഇതുപോലെ $\frac{1}{3}$ നോട് അടുത്തുള്ള, 100 ഛേദമായ ഭിന്നസംഖ്യ കണ്ടുപിടിക്കാം.

അതിന് ആദ്യം 100 നെ 3 കൊണ്ട് ഹരിച്ച്, ഇങ്ങനെ എഴുതാം:

$$\frac{100}{3} = 33\frac{1}{3}$$

നേരത്തെ ചെയ്തതുപോലെ, ഇതിൽനിന്ന്

$$\frac{1}{3} = \frac{100}{3} \times \frac{1}{100} = \left(33 + \frac{1}{3}\right) \times \frac{1}{100} = \frac{33}{100} + \frac{1}{300}$$

ഇത് ഇങ്ങനെ മാറ്റിയെഴുതാം:

$$\frac{1}{3} - \frac{33}{100} = \frac{1}{300}$$

$\frac{1}{30}$ നേക്കാൾ വളരെ ചെറിയ സംഖ്യയാണല്ലോ $\frac{1}{300}$. അപ്പോൾ $\frac{33}{100}$ എന്ന ഭിന്നസംഖ്യ $\frac{3}{10}$ നേക്കാൾ $\frac{1}{3}$ നോട് അടുത്ത സംഖ്യയാണ്.

ഇങ്ങനെ തുടർന്നാൽ

$$\frac{1}{3} - \frac{3}{10} = \frac{1}{30}$$

$$\frac{1}{3} - \frac{33}{100} = \frac{1}{300}$$

$$\frac{1}{3} - \frac{333}{1000} = \frac{1}{3000}$$

$$\frac{1}{3} - \frac{3333}{10000} = \frac{1}{30000}$$

എന്നെല്ലാം കാണാം.

ചുരുക്കിപ്പറഞ്ഞാൽ,

$\frac{3}{10}, \frac{33}{100}, \frac{333}{1000}, \dots$ എന്നിങ്ങനെ തുടരുന്ന ഭിന്നസംഖ്യകൾ $\frac{1}{3}$ നോട് അടുത്തടുത്തുവരുന്നു.

അൽപം മാറ്റി ഇങ്ങനെയും പറയാം:

$$0.3, 0.33, 0.333\ldots$$

എന്നിങ്ങനെ ദശാംശരൂപമുള്ള ഭിന്നസംഖ്യകൾ $\frac{1}{3}$ നോട് അടുത്തടുത്തുവരുന്നു.

ഇക്കാര്യം ചുരുക്കിയെഴുതുന്നത് ഇങ്ങനെയാണ്:

$$\frac{1}{3} = 0.333\ldots$$

ഇതിലെ 0.333... എന്ന ദശാംശരൂപം, ആദ്യം കണ്ട ദശാംശരൂപങ്ങളിൽനിന്നു വ്യത്യസ്തമാണ് എന്നത് പ്രത്യേകം ശ്രദ്ധിക്കണം.

10 ന്റെ ഏതെങ്കിലും കൃതി ഛേദമായ ഭിന്നസംഖ്യകളെയാണ് ആദ്യഭാഗത്ത് ദശാംശരൂപത്തിലെഴുതിയത്. ഉദാഹരണമായി, 0.3 എന്നത് $\frac{3}{10}$ എന്ന ഭിന്നത്തിന്റെ ദശാംശരൂപവും, 0.33 എന്നത് $\frac{33}{100}$ എന്ന ഭിന്നത്തിന്റെ ദശാംശരൂപവുമൊക്കെയാണ്.

എന്നാൽ 0.333... സൂചിപ്പിക്കുന്നത് 10 ന്റെ ഏതെങ്കിലും കൃതി ഛേദമായ ഒരു ഭിന്നസംഖ്യയെയല്ല, 10 ന്റെ കൃതികൾ ഛേദമായ ഭിന്നസംഖ്യകളുടെ ഒരു നിര ക്രമേണ സമീപിക്കുന്ന ഭിന്നസംഖ്യയെയാണ്. ഇപ്പോൾ കണ്ടതുപോലെ ഇങ്ങനെ സമീപിക്കുന്ന ഭിന്നസംഖ്യ $\frac{1}{3}$ ആയതിനാൽ, ഇതിനെ $\frac{1}{3}$ ന്റെ ദശാംശരൂപം എന്നു പറയുന്നു.

$\frac{1}{3}$ പോലുള്ള സംഖ്യകളെ ഉൾക്കൊള്ളാനായി, ദശാംശരൂപം എന്നതിന്റെ അർഥം അൽപം വിപുലീകരിക്കുകയാണ് ഇവിടെ ചെയ്യുന്നത്.

മറ്റൊരുദാഹരണം നോക്കാം: $\frac{1}{6}$ നും 10 ന്റെ കൃതി ഛേദമായ തുല്യഭിന്നമില്ലല്ലോ (എന്തുകൊണ്ട്?); ഇതിന്റെയും ഈ പുതിയ രീതിയിലുള്ള ദശാംശരൂപം കണ്ടുപിടിക്കാം.

നേരത്തെ ചെയ്തതുപോലെ 10, 100, 1000, ... എന്നീ സംഖ്യകളെ 6 കൊണ്ട് ഹരിച്ച്, ഇങ്ങനെയെഴുതാം.

$$\frac{10}{6} = \frac{5}{3} = 1\frac{2}{3}$$

$$\frac{100}{6} = \frac{50}{3} = 16\frac{2}{3}$$

$$\frac{1000}{6} = \frac{500}{3} = 166\frac{2}{3}$$

ഇനി ഇവയിൽനിന്ന് $\frac{1}{6}$ നോട് അടുത്ത, ഛേദം 10 ന്റെ കൃതിയായ ഭിന്നസംഖ്യകൾ കണ്ടുപിടിക്കാം:

$$\frac{1}{6} = \left(1 + \frac{2}{3}\right) \times \frac{1}{10} = \frac{1}{10} + \frac{1}{15}$$

$$\frac{1}{6} = \left(16 + \frac{2}{3}\right) \times \frac{1}{100} = \frac{16}{100} + \frac{1}{150}$$

$$\frac{1}{6} = \left(166 + \frac{2}{3}\right) \times \frac{1}{1000} = \frac{166}{1000} + \frac{1}{1500}$$

ഇതിൽനിന്ന് $\frac{1}{6}$ നോട് അടുത്തുവരുന്ന, 10 ന്റെ കൃതികൾ ഛേദമായ ഭിന്നസംഖ്യകൾ കാണാമല്ലോ.

$\frac{1}{10}, \frac{16}{100}, \frac{166}{1000}, \ldots$ എന്നിങ്ങനെ തുടരുന്ന ഭിന്നസംഖ്യകൾ (അഥവാ, 0.1, 0.16, 0.166, ... എന്നിങ്ങനെ ദശാംശരൂപമുള്ള ഭിന്നസംഖ്യകൾ) $\frac{1}{6}$ നോട് അടുത്തടുത്തു വരുന്നു.

ഇക്കാര്യം ചുരുക്കി ദശാംശരൂപമായി എഴുതാം.

$$\frac{1}{6} = 0.1666\ldots$$

ഇങ്ങനെ ദശാംശരൂപം കണ്ടുപിടിക്കുമ്പോൾ 10, 100, 1000, ... എന്നീ സംഖ്യകളെ ഹരിക്കാൻ, ഓരോന്നിനും ആദ്യം മുതൽ തുടങ്ങേണ്ടതില്ല. ഒരു ഹരണത്തിന്റെ തുടർച്ചയായി അടുത്തത് ചെയ്യാം. ഉദാഹരണമായി, $\frac{1}{7}$ ന്റെ ദശാംശരൂപം കണ്ടുപിടിക്കാൻ, ആദ്യം 10 നെ 7 കൊണ്ടു ഹരിച്ച് ഇങ്ങനെയെഴുതാം:

$$\frac{10}{7} = 1\frac{3}{7}$$

അടുത്തതായി 100 നെ 7 കൊണ്ടു ഹരിക്കണം. അതിന് ആദ്യത്തെ ക്രിയ ഉപയോഗിച്ച് ഇങ്ങനെ തുടരാം:

ആവർത്തിക്കുന്ന ദശാംശം

10 ന്റെ ഏതെങ്കിലും കൃതി ഛേദമായി വരാത്ത ഭിന്നസംഖ്യകളുടെ ദശാംശരൂപം അനന്തമായി തുടരുന്നു. പക്ഷേ ഇവയിലെല്ലാം, ഒരു ഘട്ടത്തിനുശേഷം ഒരു കൂട്ടം അക്കങ്ങൾ ഒരേ ക്രമത്തിൽ തുടർച്ചയായി ആവർത്തിക്കുന്നതു കാണാം.

ഇതിനൊരു കാരണമുണ്ട്. ഉദാഹരണമായി $\frac{1}{17}$ നോക്കാം. 10, 100, 1000, ... എന്നിങ്ങനെയുള്ള 10 ന്റെ കൃതികളെ തുടർച്ചയായി 17 കൊണ്ട് ഹരിച്ചാണല്ലോ ഇതിന്റെ ദശാംശരൂപത്തിലെ അക്കങ്ങൾ കണക്കാക്കേണ്ടത്. ഇങ്ങനെ ചെയ്യുമ്പോൾ ഓരോഘട്ടത്തിലും കിട്ടുന്ന ശിഷ്ടത്തെ 10 കൊണ്ട് ഗുണിച്ച് വീണ്ടും 17 കൊണ്ട് ഹരിക്കുന്നതാണ് അടുത്ത ഘട്ടം.

ഇങ്ങനെ കിട്ടുന്ന ശിഷ്ടങ്ങൾ 1 മുതൽ 16 വരെയുള്ള ഏതെങ്കിലും സംഖ്യ ആകണമല്ലോ. അപ്പോൾ പരമാവധി 16 ഹരണം കഴിയുമ്പോൾ മുമ്പു കിട്ടിയ ഏതെങ്കിലുമൊരു ശിഷ്ടം വീണ്ടും വരും. തുടർന്ന് പഴയ അക്കങ്ങൾ അതേ ക്രമത്തിൽ ആവർത്തിക്കും.

കമ്പ്യൂട്ടർ ഉപയോഗിച്ച് $\frac{1}{17}$ കണക്കാക്കിയാൽ

$$\frac{1}{17} = 0.05882352941176470588235294117647\ldots$$

എന്നിങ്ങനെ പതിനാറക്കക്കൂട്ടങ്ങൾ ആവർത്തിക്കുന്നത് കാണാം.

എന്നാൽ $\frac{1}{13}$ ന്റെ ദശാംശരൂപത്തിൽ പന്ത്രണ്ടക്കക്കൂട്ടങ്ങളല്ല, ആറക്കക്കൂട്ടങ്ങളാണ് ആവർത്തിക്കുന്നതെന്നും കാണാം:

$$\frac{1}{13} = 0.076923076923\ldots$$

ഇത്തരം ദശാംശരൂപങ്ങളെക്കുറിച്ച് കൂടുതലറിയാൻ വിക്കിപ്പീഡിയ നോക്കുക:

https://en.wikipedia.org/wiki/Repeating_decimal

മറിച്ചൊരു ചിന്ത

10 ന്റെ കൃതികൾ ഛേദമായ ഭിന്നസംഖ്യകളുടെ ദശാംശരൂപം മാത്രമാണ് ഷിമൺ സ്റ്റെവിൻ അവതരിപ്പിച്ചത്. അങ്ങനെയല്ലാത്ത ഭിന്നസംഖ്യകളുടെ ദശാംശരൂപം ഉണ്ടാക്കിയത് പതിനെട്ടാം നൂറ്റാണ്ടിലാണ്.

അപ്പോൾ മറിച്ചൊരു ചോദ്യമുണ്ട്: അക്കങ്ങൾ ചാക്രികമായി ആവർത്തിക്കുന്ന രൂപത്തിൽ ഒരു ദശാംശഭിന്നം എഴുതിയാൽ, അത് ഏത് ഭിന്നസംഖ്യയെയാണ് സൂചിപ്പിക്കുന്നത്?

ഉദാഹരണമായി 0.121212... ഏതു ഭിന്നസംഖ്യയുടെ ദശാംശരൂപമാണെന്നു കണ്ടുപിടിക്കാൻ, ആ സംഖ്യ x എന്നെടുത്ത്, ഇങ്ങനെ ആലോചിക്കാം:

- $\frac{12}{100}, \frac{1212}{10000}, \frac{121212}{1000000}$ എന്നീ സംഖ്യകൾ x നോട് അടുക്കുന്നു.
- ഇവയെ 100 കൊണ്ടു ഗുണിച്ചാൽ $12,\ 12\frac{12}{100},\ 12\frac{1212}{10000}, \dots$ എന്നീ സംഖ്യകൾ $100x$ നോട് അടുക്കുന്നു.
- $12,\ 12+\frac{12}{100},\ 12+\frac{1212}{10000}, \dots$ എന്നീ സംഖ്യകൾ ആദ്യം പറഞ്ഞതനുസരിച്ച്, $12 + x$ നോടാണ് അടുക്കുന്നതെന്നു കാണാം.
- അപ്പോൾ $100x = 12 + x$
- ഇതിൽനിന്ന് $x = \frac{12}{99} = \frac{4}{33}$

ഈ രീതി ചുരുക്കി

$$x = 0.1212\dots$$

$$100x = 12.1212\dots = 12 + x$$

എന്നെഴുതാറുണ്ട്.

$$\frac{100}{7} = \left(1+\frac{3}{7}\right) \times 10 = 10 + \frac{30}{7} = 10 + 4 + \frac{2}{7} = 14\frac{2}{7}$$

ഇനി ഇങ്ങനെ തുടരാമല്ലോ:

$$\frac{1000}{7} = \frac{100}{7} \times 10 = 140 + \frac{20}{7} = 140 + 2 + \frac{6}{7} = 142\frac{6}{7}$$

തുടർന്നുള്ള മൂന്നു ഹരണങ്ങളും വേഗം എഴുതാം (പൂജ്യങ്ങളുടെ എണ്ണം തെറ്റാതിരിക്കാൻ കൃതികൾ ഉപയോഗിക്കുന്നതാണ് സൗകര്യം):

$$\frac{10^4}{7} = 1420 + \frac{60}{7} = 1420 + 8 + \frac{4}{7} = 1428\frac{4}{7}$$

$$\frac{10^5}{7} = 14280 + \frac{40}{7} = 14280 + 5 + \frac{5}{7} = 14285\frac{5}{7}$$

$$\frac{10^6}{7} = 142850 + \frac{50}{7} = 142850 + 7 + \frac{1}{7} = 142857\frac{1}{7}$$

ഇനി തുടരേണ്ടതുണ്ടോ? അൽപം ആലോചിക്കാം. അടുത്ത ഹരണം ഇങ്ങനെയാണ്.

$$\frac{10^7}{7} = 1428570 + \frac{10}{7}$$

ഇതിൽ $\frac{10}{7}$ ആദ്യം കണ്ടുപിടിച്ചതല്ലേ? അപ്പോൾ

$$\frac{10^7}{7} = 1428571\frac{3}{7}$$

ഇനിയും തുടർന്നാലോ? $\frac{30}{7} = 4\frac{2}{7}$ അതിനുശേഷം $\frac{20}{7} = 2\frac{6}{7}$ എന്നിങ്ങനെ മുമ്പ് ചെയ്ത ക്രിയകൾതന്നെ അതേ ക്രമത്തിൽ ആവർത്തിക്കും.

ഈ ചിന്തകളുടെ അവസാനം

$$\frac{1}{7} = 0.142857142857\dots$$

എന്ന് ആറക്കക്കൂട്ടങ്ങളുടെ ആവർത്തനമായി എഴുതാം. (വ്യക്തമായില്ലെങ്കിൽ, ഈ ക്രിയകളുടെ തുടക്കം മുതൽ ഒന്നുകൂടി വായിച്ചു നോക്കൂ)

(1) ചുവടെയുള്ള ഭിന്നങ്ങൾ ഓരോന്നിനും അടുത്തടുത്തുവരുന്ന 10 ന്റെ കൃതി ഛേദമായ ഭിന്നങ്ങൾ കണ്ടുപിടിച്ച്, ദശാംശരൂപത്തിലെഴുതുക.

(i) $\frac{2}{3}$ (ii) $\frac{5}{6}$ (iii) $\frac{1}{9}$

(2) (i) ഏതു സംഖ്യയുടെയും $\frac{1}{10}, \frac{11}{100}, \frac{111}{1000}, \ldots$ എന്നിങ്ങനെയുള്ള ഭാഗങ്ങളെടുത്താൽ, അവ സംഖ്യയുടെ $\frac{1}{9}$ നോട് അടുത്തടുത്തു വരുമെന്നു ബീജഗണിതം ഉപയോഗിച്ചു വിശദീകരിക്കുക.

(ii) മുകളിൽ പറഞ്ഞ പൊതുതത്വം ഒരക്കസംഖ്യകളിൽ ഉപയോഗിച്ച് $\frac{2}{9}, \frac{4}{9}, \frac{5}{9}, \frac{7}{9}, \frac{8}{9}$ എന്നിവയുടെ ദശാംശരൂപങ്ങൾ കണ്ടുപിടിക്കുക.

(iii) ഒരേയൊരു അക്കം ആവർത്തിച്ചുവരുന്ന ദശാംശരൂപങ്ങളെക്കുറിച്ച് പൊതുവേ എന്തു പറയാം?

(3) (i) $\frac{1}{11}$ ന്റെ ദശാംശരൂപം കണ്ടുപിടിക്കുക.

(ii) $\frac{2}{11}, \frac{3}{11}$ എന്നീ ഭിന്നങ്ങളുടെ ദശാംശരൂപം കണ്ടുപിടിക്കുക.

(iii) $\frac{10}{11}$ ന്റെ ദശാംശരൂപം എന്താണ്?

രണ്ടു രൂപങ്ങൾ

0.4999... എന്ന ദശാംശരൂപം ഏതു ഭിന്നസംഖ്യയെയാണ് സൂചിപ്പിക്കുന്നത്.

ഇത്തരം ദശാംശരൂപങ്ങളുടെ നിർവചനമനുസരിച്ച്, $\frac{4}{10}, \frac{49}{100}, \frac{499}{1000} \ldots$ എന്നിങ്ങനെ തുടരുന്ന ഭിന്നസംഖ്യകൾ ഏതു സംഖ്യയോട് അടുക്കുന്നു എന്നാണ് കാണേണ്ടത്.

$$\frac{1}{2} - \frac{49}{100} = \frac{1}{100}$$

$$\frac{1}{2} - \frac{499}{1000} = \frac{1}{1000}$$

$$\frac{1}{2} - \frac{4999}{10000} = \frac{1}{10000}$$

എന്ന് കാണാൻ വിഷമമില്ല. അതായത്, ഈ സംഖ്യകൾ $\frac{1}{2}$ നോട് അടുത്തടുത്തു വരുന്നു. അപ്പോൾ, പുതിയ ദശാംശരീതി അനുസരിച്ച്,

$$\frac{1}{2} = 0.4999\ldots$$

എന്നും എഴുതാം.

$$\frac{1}{2} = \frac{5}{10} = 0.5$$

എന്ന ദശാംശരൂപം നേരത്തെ കണ്ടതാണല്ലോ. ഇതുപോലെ 0.19, 0.199, 0.1999... എന്നീ സംഖ്യകൾ $\frac{1}{5}$ നോട് അടുത്തടുത്തു വരുന്നു എന്നു കാണാം. അപ്പോൾ $\frac{1}{5}$ ന് 0.2 എന്ന പഴയ രൂപത്തിനുപുറമെ, 0.1999... എന്ന പുതിയ രൂപവുമുണ്ട്.

ഇതുപോലെ എണ്ണൽസംഖ്യകൾക്കും പുതിയ ദശാംശരൂപങ്ങളുണ്ട്.

$$1 = 0.999\ldots$$

$$2 = 1.999\ldots$$

$$3 = 2.999\ldots$$

പൊതുവെ പറഞ്ഞാൽ, പുതിയ ദശാംശരൂപങ്ങൾ അനുവദിച്ചപ്പോൾ, പഴയ രൂപങ്ങൾക്കെല്ലാം ഒരു പുതുരൂപവുംകൂടി കിട്ടുന്നു.

(4) ചുവടെയുള്ള ക്രിയാഫലങ്ങൾ കണക്കാക്കി ദശാംശരൂപത്തിലെഴുതുക:

(i) $0.111... + 0.222...$

(ii) $0.333... + 0.777...$

(iii) $0.333... \times 0.666...$

(iv) $(0.333...)^2$

(v) $\sqrt{0.444...}$