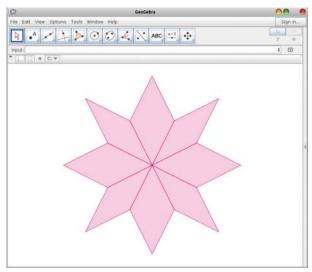
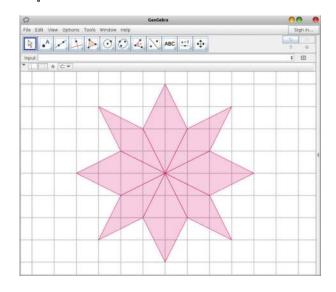


ജിയോജിബ്രയിൽ വരച്ച ഒരു ചിത്രം നോക്കൂ.



എങ്ങനെയാണിതു വരച്ചത്? വരയ്ക്കാനുപയോഗിച്ച പലതും, വരച്ചതിനുശേഷം ഒളിപ്പിച്ചിട്ടുണ്ട്. ഈ ചിത്രം നോക്കൂ.

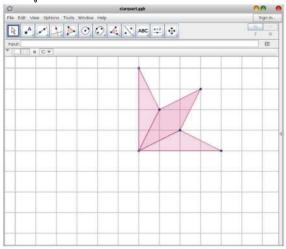


2 vomloo x 40 7 113 7.5

ആദ്യം സമചതുരക്കളങ്ങൾ വരച്ച്, അവയിൽ ചിലതിന്റെയെല്ലാം മൂലകൾ അടയാളപ്പെടുത്തിയാണ് ഈ ചിത്രം വരച്ചത്.

ഇങ്ങനെ ചെറുസമചതുരങ്ങളായി ഭാഗിച്ചു കാണാൻ ജിയോ ജിബ്രയിലെ Grid ഉപയോഗിക്കണം

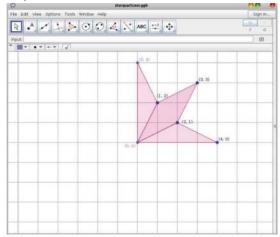
ഇനി ഈ ചിത്രം വലുതാക്കി കടലാസിൽ വരയ്ക്കണമെങ്കിലോ? ആദ്യം ഇതുപോലെ നെടുകെയും കുറുകെയും വരകൾ വരച്ചു ചെറുസമച തുരങ്ങളുണ്ടാക്കി, വേണ്ട മൂലകൾ യോജിപ്പിച്ചാൽ മതി. ആവശ്യമുള്ള എല്ലാ മൂലകളും ഓരോന്നായി അടയാളപ്പെടുത്താതെ തന്നെ ഈ ചിത്രം വരയ്ക്കാൻ ഒരു സൂത്രപ്പണിയുണ്ട്. ഈ ചിത്രം നോക്കൂ.



ഈ രൂപം ഇടതും വലതും മേലും കീഴും മറിച്ചു വച്ചാൽ, ആദ്യത്തെ നക്ഷ ത്രമാവില്ലേ?

ഒരു ചിത്രത്തെ തിരിച്ചും മറിച്ചും വരയ്ക്കാൻ GeoGebra യിൽ Reflect ഉപയോഗിക്കാം.

ചതുരക്കളങ്ങളുടെ മൂലകൾ കൃത്യമായി അടയാളപ്പെടുത്താനും വഴിയുണ്ട്. ഈ ചിത്രം നോക്കൂ.



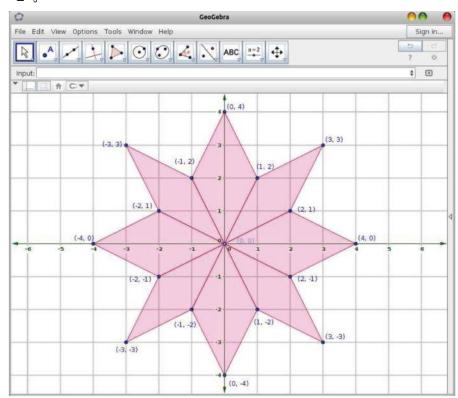
ചിത്രത്തിന്റെ മൂലകളിലെല്ലാം ഒരു ജോടി സംഖ്യകൾ കണ്ടില്ലേ? എന്താണ് ഇവയുടെ അർഥം?

ഉദാഹരണമായി (2,1) എന്നടയാളപ്പെടുത്തിയിരിക്കുന്ന മൂല നോക്കൂ. നക്ഷ ത്രത്തിന്റെ നടുക്കുനിന്ന് 2 കളം വലത്തും, 1 കളം മേലോട്ടും നീങ്ങിയാണ് ഈ മൂല.

ജിയോജിബ്രയിൽ Point എടുത്ത് എവിടെയും ക്ലിക്ക് ചെയ്ത് ബിന്ദു ക്കൾ അടയാളപ്പെടുത്താം. കൃത്യസ്ഥാനത്ത് ഒരു ബിന്ദു അടയാളപ്പെ ടുത്താൻ Input Bar ൽ മേൽപ്പറഞ്ഞതുപോലെ അതിന്റെ സംഖ്യാജോ ടികൾ എഴുതുകയാണ് കുറേക്കൂടി നല്ല മാർഗം.



നക്ഷത്രചിത്രത്തിന്റെ എല്ലാ മൂലകൾക്കും ഇതുപോലെ സംഖ്യാജോടിക ളെഴുതാം:



ചിത്രത്തിന്റെ ഇടതു മുകൾഭാഗം നോക്കൂ. ഇവിടെയുള്ള സംഖ്യാജോടിക ളിലെല്ലാം ആദ്യത്തെ സംഖ്യ ന്യൂനമാണെന്ന് കണ്ടോ?

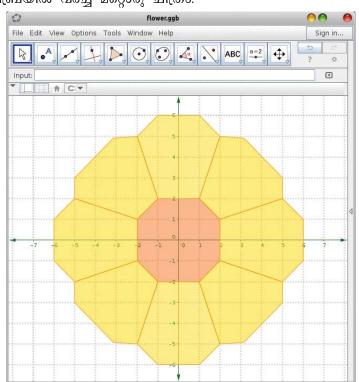
നടുക്കുനിന്ന് ഇടത്തോട്ടുള്ള അകലങ്ങൾ ന്യൂനസംഖ്യയായി എടുക്കുകയാണ് പതിവ്. ഇടതും വലതും സംഖ്യാപരമായി വേർതിരിച്ചുകാണാനുള്ള ഒരു രീതിയാണിത് (ഒമ്പതാംക്ലാസിലെ സംഖ്യാരേഖ ഓർക്കുക). ഇതുപോലെതന്നെ നടുക്കുനിന്ന് താഴോട്ടുള്ള ഭാഗങ്ങളിൽ, രണ്ടാമത്തെ സംഖൃ ന്യൂനമായി എടുത്തിരിക്കുന്നതും കണ്ടില്ലേ?

അപ്പോൾ ഇങ്ങനെ ബിന്ദുക്കളെ സംഖ്യാജോടികൾകൊണ്ട് അടയാളപ്പെടു ത്തുമ്പോൾ ആദ്യത്തെ സംഖ്യ വലതോ ഇടതോ ഉള്ള അകലത്തെ സൂചി പ്പിക്കുന്നു; രണ്ടാമത്തെ സംഖ്യ, മേൽ-കീഴ് അകലങ്ങളെയാണ് കാണിക്കു ന്നത്. ഇടതും കീഴും അകലങ്ങൾ ന്യൂനസംഖ്യകളായി എടുക്കുകയും വേണം. ഈ സംഖ്യകൾ എളുപ്പം കാണാൻ, ചിത്രത്തിൽ നടുക്കുനിന്ന് നെടുകെയും കുറുകെയും രണ്ടു വരകളിൽ അകലങ്ങൾ എഴുതിയിട്ടുമുണ്ട്.

ജിയോജിബ്രയിൽ ഈ വരകൾ കാണാൻ Axes ഉപയോഗി ക്കണം.

ഇനി ഈ നക്ഷത്രം കടലാസിൽ പകർത്താമല്ലോ. ശ്രമിച്ചു നോക്കൂ. ജിയോജിബ്രയിൽ വരച്ച മറ്റൊരു ചിത്രം.





ഇതിലെ മൂലകളെയെല്ലാം ഇതുപോലെ സംഖ്യാജോടികൾകൊണ്ട് അടയാ ളപ്പെടുത്താമോ? എന്നിട്ടത് കടലാസിൽ വരച്ചു നോക്കൂ.

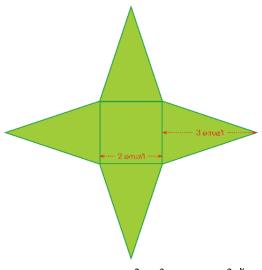
ജിയോജിബ്രയിൽ സംഖ്യാജോടികൾ ഉപയോഗിച്ച് കുത്തുകളിടാൻ Input Bar ൽ അവ ഓരോന്നായി കൊടുത്താൽ മതി. ഈ കുത്തുകൾ മൂലക ളായുള്ള ബഹുഭൂജം വരയ്ക്കാൻ. Polygon എന്നു കൊടുക്കണം. ഉദാ ഹരണമായി, Input Bar ൽ ഇങ്ങനെ നിർദ്ദേശം കൊടുത്തു നോക്കൂ

Polygon [(-1, -1), (1, -1), (1, 1), (-1, 1)]

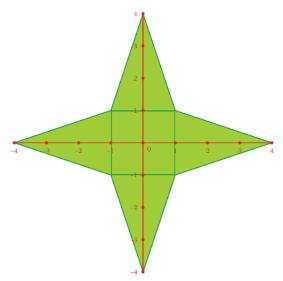


സ്ഥാനങ്ങളും സംഖൃകളും

ഇതുപോലൊരു രൂപം കടലാസിൽ വരയ്ക്കണം.



ആദ്യം മൂലകളെല്ലാം സംഖ്യാജോടികൾ ഉപയോഗിച്ച് അടയാ ളപ്പെടുത്തിയാലോ? അതിന് കളങ്ങൾ വരയ്ക്കണമെന്നില്ല. ചിത്രത്തിന്റെ നടുവിലൂടെ വിലങ്ങനെയും കുത്തനെയും രണ്ടു വരകൾ വരച്ച്, രണ്ടിലും ഒരു സെന്റിമീറ്റർ ഇടവിട്ട് അകല ങ്ങൾ അടയാളപ്പെടുത്തിയെന്നു കരുതുക.



അൽപം ചരിത്രം

ബി.സി. ഇരുനൂറാമാണ്ടിൽത്തന്നെ, അപ്പൊളോണിയസ് എന്ന ഗ്രീക്ക് ഗണിതകാരൻ, ചില ജ്യാമിതീയപ്ര ശ്നങ്ങൾക്ക് ഉത്തരം കാണാൻ ബിന്ദു ക്കളുടെ സ്ഥാനങ്ങളെ സംഖ്യ കൾകൊണ്ടു സൂചിപ്പിക്കുന്ന രീതി ഉപ യോഗിച്ചിട്ടുണ്ട്; നിശ്ചിത രേഖകളിൽ നിന്നുള്ള അകലങ്ങളാണ് ഇത്തരം സംഖ്യകൾ.

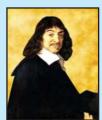
തുടർന്ന് എ.ഡി. പതിനൊന്നാം നൂറ്റാ ണ്ടിൽ പേർഷ്യ യിലെ, ഗണിതകാ രനും കവിയുമായ ഒമർ ഖയ്യാം, ചില ബീജഗണിത പ്രശ്ന

ങ്ങളെ ജ്യാമിതീയ പ്രശ്നങ്ങളാക്കി മാറ്റാൻ, സംഖ്യാജോടികളെ ബിന്ദുക്ക ളാക്കി വരയ്ക്കുന്ന രീതി ഉപയോഗി ച്ചിട്ടുണ്ട്.

ജ്യാമിതിയും, ബീജഗണിതവുമായുള്ള ഈ ബന്ധം ചിട്ടയായ ഒരു ഗണിത

ശാഖയായി വളർ ന്നത്, പതിനേഴാം നൂറ്റാണ്ടിൽ, ഫ്രാൻ സിലെ തത്വചിന്തക നായ റെനെ ദേക്കാ ർത് (Rene Descartes) "ജ്യാമിതി" എന്ന പ്രബന്ധം

205 Tan 12 13



പ്രസിദ്ധീകരിച്ചതിൽപ്പിന്നെയാണ്.

മൂലകളുടെയെല്ലാം സംഖ്യാജോടികൾ എഴുതാമോ?

സമചതുരത്തിന്റെ വലതു മുകളിലെ മൂല, നടുക്കുനിന്ന് 1 സെന്റിമീറ്റർ വലത്തും, അവിടെനിന്ന് 1 സെന്റിമീറ്റർ മുകളിലുമാണ്. അപ്പോൾ അതിന്റെ സംഖ്യാജോടി (1,1).

ഇനി ചിത്രത്തിന്റെ വലതറ്റമോ? നടുക്കുനിന്ന് 4 സെന്റിമീറ്റർ വലത്ത്, മേലോട്ടോ കീഴോട്ടോ നീങ്ങിയിട്ടില്ല. അപ്പോൾ അതിന്റെ സംഖ്യാജോടി (4,0) എന്നെഴുതാം. ഏറ്റവും മുകളറ്റത്തിന്റെ കാര്യം മറിച്ചാണ്; നടുവിൽ നിന്ന് വലതോ ഇടതോ നീങ്ങാതെ, നേരെ 4 സെന്റിമീറ്റർ മുകളിൽ. അതിന്റെ സംഖ്യാജോടി (0,4) എന്നും എഴുതാം.

പട്ടികയിലെ സ്ഥാനം

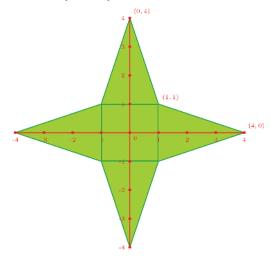
ഒരു പട്ടികയിൽ, വരിയിലും നിരയിലു മായി കുറേ കളങ്ങൾ ഉണ്ടാകുമല്ലോ. ഒരു നിശ്ചിത കളത്തിനെ സൂചിപ്പിക്കു ന്നതെങ്ങനെയാണ്?

Open office calc പോലെയുള്ള സ്പ്രെഡ്ഷീറ്റുകൾ പരിചയമുണ്ടല്ലോ. അവയിലെങ്ങനെയാണ് വൃതൃസ്ത കളങ്ങളെ സൂചിപ്പിക്കുന്നത്?

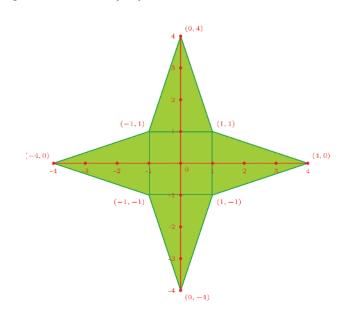


പട്ടികയുടെ ഇടതുവശത്ത്, മുകളിൽ നിന്നു താഴോട്ടായി 1,2,3,.... എന്നിങ്ങ നെയുള്ള സംഖ്യകൾ കൊണ്ടു വരിക ളേയും, പട്ടികയുടെ മുകളിൽ ഇടത്തുനിന്ന് വലത്തോട്ട് A, B, C, എന്നീ അക്ഷരങ്ങൾകൊണ്ടു നിരക ളേയും അടയാളപ്പെടുത്തിയിട്ടുണ്ട്. ഇതു രണ്ടും ഉപയോഗിച്ച് ഏതു കളത്തേയും സൂചിപ്പിക്കാമല്ലോ.

ഉദാഹരണമായി, മുകളിലെ ചിത്ര ത്തിൽ 100 എന്നെഴുതിയിരിക്കുന്നത്, F6 എന്ന കളത്തിലാണ്.



ഇതുപോലെ, മറ്റു മൂലകളുടെയും സംഖ്യാജോടികൾ എഴുതാ മല്ലോ. ഇടത്തേയ്ക്കും താഴേയ്ക്കും അകലങ്ങൾ ന്യൂനസം ഖ്യകളായാണ് എടുക്കുന്നത് എന്നോർക്കണം.



ഇനി ഈ ചിത്രം നോട്ടുബുക്കിൽ വരച്ചു നോക്കൂ.

ഈ ചിത്രം ജിയോജിബ്രയിൽ വരയ്ക്കുക

ബിന്ദുക്കളുടെ സ്ഥാനം അടയാളപ്പെടുത്താനായി ഇങ്ങനെ പരസ്പരം ലംബ മായി വരയ്ക്കുന്ന രണ്ടു വരകൾക്ക്, സൂചകാക്ഷങ്ങൾ (axes of co-ordinates) എന്നാണ് പേര്; വിലങ്ങനെയുള്ള വര x അക്ഷം (x axis) കുത്തനെ യുള്ള വര y അക്ഷം (y axis).

അക്ഷങ്ങൾ വരച്ചു കഴിഞ്ഞാൽ, ഏത് ബിന്ദുവിന്റെ സ്ഥാനവും സംഖ്യാജോ ടിയായി എഴുതാം. ഈ സംഖ്യകളെ ബിന്ദുവിന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ (co-ordinates) എന്നാണ് പറയുന്നത്.

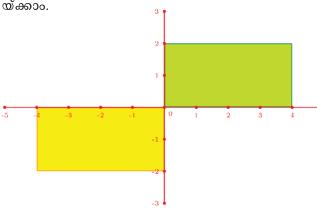
ഒരു ചിത്രം വരയ്ക്കാൻ, അക്ഷങ്ങൾ എവിടെയും, എങ്ങനെയും വരയ്ക്കാം. (പരസ്പരം ലംബമാകണ മെന്നു മാത്രം) ഉദാഹരണ മായി ഈ ചിത്രം നോക്കു: Tawe 7

131

205 1 Tan 12 13

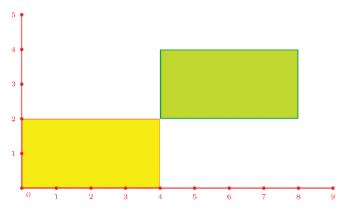
4 സെമീ

അക്ഷങ്ങൾ ഇങ്ങനെ വര



രണ്ടു ചതുരങ്ങളുടെയും മൂലകളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ എന്തെല്ലാമാണ്?

ഇനി അക്ഷങ്ങൾ ഇങ്ങനെ വരച്ചാലോ?



ഭൂവിഭജനം

ഭൂമി സ്വയം തിരിയുന്നുണ്ടല്ലോ. ഏതു ഗോളം തിരിയുമ്പോഴും, അതിലെ രണ്ടു ബിന്ദുക്കൾ അനങ്ങാതെയിരിക്കും. അവയാണ് ധ്രുവങ്ങൾ (poles). അവയെ യോജിപ്പിക്കുന്ന രേഖയാണ്, തിരിയുന്നതിന്റെ അക്ഷം (axis of rotation). ഗോള ത്തിൽ വരയ്ക്കുന്ന വൃത്തങ്ങളിൽ, കേന്ദ്രം ഗോളത്തിന്റേതുതന്നെ ആയവയാണ് വൻവൃത്തങ്ങൾ. രണ്ടു ധ്രുവങ്ങളിൽ നിന്നും തുല്യ ദൂരത്തിലുള്ള വൻവൃത്തമാണ്, ഭൂമധ്യ രേഖ (equator). അതിനു സമാന്തരമായ വൃത്തങ്ങളാണ് അക്ഷാംശ രേഖകൾ (lines of latitude)

ധ്രുവങ്ങളിൽക്കൂടി വരയ്ക്കുന്ന വൻ വൃത്തങ്ങ ളാണ് രേഖാംശരേഖകൾ (lines of longitude or meridians). ഇവയിൽ, ഇംഗ്ലണ്ടിലെ ഗ്രീൻവിച്ച് എന്ന സ്ഥലത്തുകൂടി കടന്നുപോകുന്നതിനെ പ്രധാന രേഖാംശരേഖയായി എടുത്തിരിക്കു ന്നു. (prime meridian)

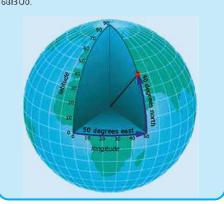


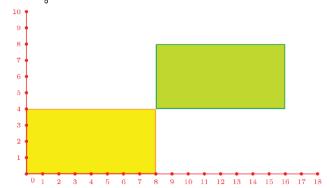
ഈ അക്ഷങ്ങളനുസരിച്ച്, മൂലകളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ എന്തൊക്കെയാണ്? അക്ഷങ്ങൾ വരച്ചു കഴിഞ്ഞാൽ, അവയിൽ ഒരേ അകലം ഇടവിട്ട് കുത്തുക ളിടണം. അകലം ഒരു സെന്റിമീറ്റർ തന്നെ ആകണമെന്നില്ല. സൗകര്യംപോലെ ഏതകലവുമാകാം.

ഉദാഹരണമായി, അര സെന്റിമീറ്റർ ഇടവിട്ട് കുത്തുകളിട്ടാൽ, മുകളിലത്തെ ചിത്രം ഇങ്ങനെയാകും.

ഭൂസ്ഥാനങ്ങൾ

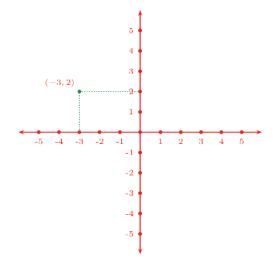
ഭൂമധ്യരേഖയും ഗ്രീൻവിച്ച് രേഖയും സന്ധിക്കുന്ന ഒരു ബിന്ദുവും, അതിനെ ഭൂമിയുടെ കേന്ദ്രവുമായി യോജിപ്പി ക്കുന്ന വരയും സങ്കൽപ്പിക്കുക. ഈ ബിന്ദുവിൽ നിന്ന് മറ്റൊരു അക്ഷാംശ രേഖയിലെത്താൻ, വടക്കോട്ടോ തെക്കോട്ടോ നീങ്ങണം; അതിനനുസരി ച്ച്, ബിന്ദുവിനെ ഭൂകേന്ദ്രവുമായി യോജി പ്പിക്കുന്ന രേഖ മുകളിലോട്ടോ, താഴോട്ടോ ഒരു നിശ്ചിതകോൺ തിരിയ ണം. ഇത്തരം കോണുകൾ ഉപയോഗി ച്ചാണ് അക്ഷാംശരേഖകളെ സൂചിപ്പിക്കു ന്നത്. (വടക്ക്, തെക്ക് എന്നി വിശേഷ ണങ്ങൾകൂടി ഉപയോഗിക്കും.) ഇനി നമ്മുടെ ആദ്യത്തെ ബിന്ദുവിൽ നിന്ന് മറ്റൊരു രേഖാംശരേഖയിലേക്കു മാറണ മെങ്കിലോ? കിഴക്കോ, പടിഞ്ഞാറോ മാറണം; അതിനനുസരിച്ച്, വരയും വല ത്തോട്ടോ ഇടത്തോട്ടോ ഒരു നിശ്ചിത കോൺ തിരിയണം. ഈ കോണുക ളാണ് രേഖാംശരേഖകളുടെ സൂചക ങ്ങൾ.





ഇപ്പോൾ മൂലകളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ എന്തായി? അക്ഷങ്ങളും വരച്ച്, അകലങ്ങളും അടയാളപ്പെടുത്തിക്കഴി ഞ്ഞാൽ, സൂചകസംഖ്യകൾ ഉപയോഗിച്ച് ബിന്ദുക്കൾ അടയാ ളപ്പെടുത്തുന്നതെങ്ങനെ?

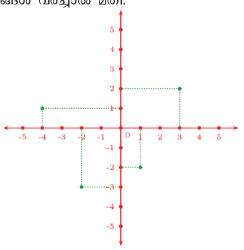
ഉദാഹരണമായി, സൂചകസംഖ്യകൾ (-3, 2) ആയ ബിന്ദു അടയാളപ്പെടുത്തുന്നത് നോക്കൂ:

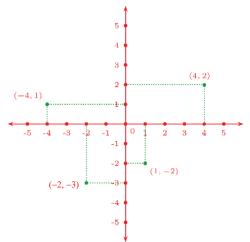




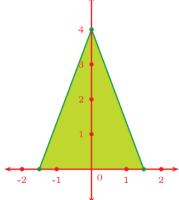
x അക്ഷത്തിൽ -3 അടയാളപ്പെടുത്തിയ സ്ഥാനത്തുനിന്നും, y അക്ഷത്തിൽ 2 അടയാളപ്പെടുത്തിയ സ്ഥാനത്തുനിന്നും വരയ്ക്കുന്ന ലംബങ്ങൾ കൂട്ടിമു ട്ടുന്നതാണ് (-3,2) സൂചകസംഖ്യകളായ ബിന്ദു.

മറിച്ച്, അടയാളപ്പെടുത്തിയ ഒരു ബിന്ദുവിന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ കണ്ടുപി ടിക്കാൻ, ബിന്ദുവിൽനിന്ന് x അക്ഷത്തിലേക്കും y അക്ഷത്തിലേക്കും ലംബ ങ്ങൾ വരച്ചാൽ മതി.



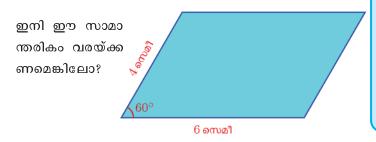


സൂചകസംഖ്യകൾ പൂർണസംഖ്യകൾ തന്നെയാകണമെ ന്നുണ്ടോ? ഉദാഹരണമായി പാദം 3 സെന്റിമീറ്ററും ഉയരം 4 സെന്റിമീറ്ററുമായ ഒരു സമപാർശ്വത്രികോണം വര യ്ക്കാൻ, ചുവടെക്കാണുന്നതുപോലെയും അക്ഷങ്ങളെ ടുക്കാം.



ഇതിൽ പാദത്തിന്റെ മധ്യബിന്ദുവിലൂടെയാണ് അക്ഷങ്ങൾ വരച്ചിരിക്കുന്നത്.

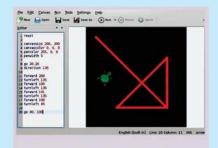
ത്രികോണത്തിന്റെ മൂലകളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ എന്തൊ ക്കെയാണ്?



133

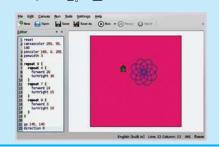
കമ്പ്യൂട്ടർ ചിത്രങ്ങൾ

ജ്യാമിതീയരൂപങ്ങളും മറ്റും കമ്പ്യൂട്ടറിൽ വര യ്ക്കാനുള്ള ലളിതമായ ഒരു പ്രോഗ്രാമാണ് ലിനക്സിലെ KTurtle. വിവിധ സ്ഥാനങ്ങളെ സംഖ്യകൾകൊണ്ടു സൂചിപ്പിച്ചുകൊണ്ടാണ് ഇതിൽ ചിത്രങ്ങൾ വരയ്ക്കുന്നത്.



ചിത്രത്തിൽ ഇടതുവശത്തു കാണുന്നത് ചിത്രം വരയ്ക്കാനായി ഉപയോഗിച്ച കോഡ് ആണ്.

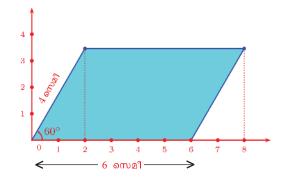
അൽപം ശ്രമിച്ചാൽ കുറേക്കൂടി സങ്കീർണ മായ ചിത്രങ്ങളും ഇതിൽ വരയ്ക്കാം.



അക്ഷങ്ങൾ ഇങ്ങനെ വരയ്ക്കാം.



ജിയോജിബ്രയിൽ a എന്ന പേരിൽ ഒരു സ്ലൈൻ നിർമിക്കുക. Input Bar ൽ (a,0) എന്ന് നൽകുക. സ്ലൈൻ നിരക്കി a മാറ്റി നോക്കൂ. ഈ ബിന്ദു സഞ്ചരി ക്കുന്ന പാത ഏതാണ്? ഇതുപോലെ (a,2),(a,-1),(0,a),(3,a),(-2,a) എന്നിങ്ങനെയുള്ള ബിന്ദുക്കളെടുത്ത് a മാറുന്നതിനനുസരിച്ച് ഓരോ ബിന്ദുവും സഞ്ചരിക്കുന്ന പാതയുടെ പ്രത്യേകത എന്തെന്ന് നോക്കുക. ബിന്ദുവിന് Trace On കൊടുത്തു നോക്കു.



കോണുകൾ 30° , 60° , 90° ആയ ത്രികോണത്തിന്റെ വശ ങ്ങളുടെ അംശബന്ധം അറിയാമല്ലോ. അപ്പോൾ മുകളിലെ ഇടതുമൂലയുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ $\left(2,2\sqrt{3}\right)$.

വലതു മൂലയുടെയോ?



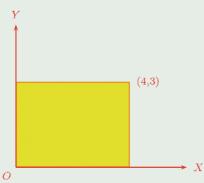
സൂചകസംഖ്യകൾ $(2,2\sqrt{3})$ ആയ ബിന്ദു കിട്ടാൻ ജിയോജിബ്രയുടെ Input Bar ൽ $(2,2 \operatorname{sqrt}(3))$ എന്നു കൊടുത്താൽ മതി.

അക്ഷങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ച് ചിത്രങ്ങൾ വരയ്ക്കുമ്പോൾ x അക്ഷം X'X എന്നും (ഇടത്തുനിന്നു വലത്തോട്ട്) y അക്ഷം (മുകളിൽനിന്നും താഴോട്ട്) Y Y' എന്നുമാണ് അടയാളപ്പെടുത്തുന്നത്. ഇവ മുറിച്ചുകടക്കുന്ന സ്ഥാനം O എന്നും ഈ ബിന്ദുവിനെ ആധാരബിന്ദു (origin) എന്നാണ് പറയുന്നത്.

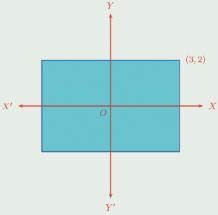


- 1) ചുവടെപ്പറയുന്നവ കണ്ടുപിടിക്കുക:
 - (i) x അക്ഷത്തിലെ ഏതു ബിന്ദുവിന്റേയും y സൂചകസംഖ്യ
 - (ii) y അക്ഷത്തിലെ ഏതു ബിന്ദുവിന്റേയും x സൂചകസംഖ്യ
 - (iii) ആധാരബിന്ദുവിന്റെ സൂചകസംഖൃകൾ
 - (iv) (0,1) എന്ന ബിന്ദുവിലൂടെ x അക്ഷത്തിനു സമാന്തരമായി വര യ്ക്കുന്ന വരയിലെ ഏതു ബിന്ദുവിന്റെയും y സൂചകസംഖ്യ
 - (v) (1,0) എന്ന ബിന്ദുവിലൂടെ y അക്ഷത്തിനു സമാന്തരമായി വര യ്ക്കുന്ന വരയിലെ ഏതു ബിന്ദുവിന്റെയും x സൂചകസംഖ്യ

(2) ചിത്രത്തിലെ ചതുരത്തിന്റെ മറ്റു മൂന്നു മൂലകളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ കണ്ടുപിടിക്കുക.

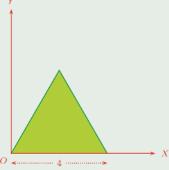


(3) ചുവടെയുള്ള ചിത്രത്തിലെ ചതുരത്തിന്റെ വശങ്ങൾ അക്ഷങ്ങൾക്ക് സമാന്തരമാണ്. ആധാരബിന്ദു ചതുരത്തിന്റെ മധ്യബിന്ദുവാണ്.



ചതുരത്തിന്റെ മറ്റു മൂന്നു മൂലകളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ എന്താണ്?

(4) ഒരു സമഭുജത്രികോണത്തിന്റെ ചിത്രമാണ് ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കു ന്നത്. $_{Y}$



ത്രികോണത്തിന്റെ മൂലകളുടെയെല്ലാം സൂചകസംഖ്യകൾ കണ്ടുപിടി ക്കുക.

- തുല്യമായ നാലു ലംബകങ്ങൾ ചേർന്നൊരു വലിയ ലംബകം. എല്ലാ ലംബകങ്ങളുടെയും മൂലക ളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ കണ്ടുപി ടിക്കുക. ഈ ചിത്രം ജിയോജിബ്ര യിൽ വരയ്ക്കുക.
- (6) ചിത്രത്തിലെ വൃത്തത്തിന്റെ കേന്ദ്രം ആധാരബിന്ദുവും, A,B വൃത്ത ത്തിലെ ബിന്ദുക്കളുമാണ്.



ജിയോജിബ്രയിലെ Input Bar ൽ

Sequence [(a, a+1), a, 0, 5]

എന്ന് കൊടുത്തു നോക്കൂ. a ആയി 0 മുതൽ 5 വരെയുള്ള പൂർണസംഖു കൾ ഉപയോഗിച്ച് (a,a+1) എന്ന രൂപത്തിലുള്ള എല്ലാ ബിന്ദുക്കളും അടയാളപ്പെടുത്താനുള്ള നിർദേശമാണിത്. അതായത്, (0,1), (1,2), (2,3), (3,4), (4,5), (5,6) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ.

നിർദേശങ്ങളിൽ ചെറിയ ഒരു മാറ്റം വരുത്തി

Sequence [(a, a+1), a, 0, 5, 0.5]

എന്നാക്കി നോക്കൂ. ഇവിടെ a ആയി എടുക്കുന്നത്, പൂജ്യത്തിൽ തുടങ്ങി 0.5 വീതം കൂട്ടിക്കിട്ടുന്ന സംഖ്യ കളാ കണം എന്ന താണ് അവ സാനം 0.5 എന്ന് കൊടുക്കുന്നതുകൊണ്ട് ഉദ്ദേശിക്കുന്നത്. (1 വീതമാണ് കൂട്ടേണ്ടതെങ്കിൽ പ്രത്യേകിച്ച് ഒന്നും പറയേണ്ടതില്ല). അപ്പോൾ (0, 1), (0.5, 1.5), (1, 2), ..., എന്നിങ്ങനെ (5, 6) വരെയുള്ള ബിന്ദുക്കളാണ് കിട്ടുന്നത്.

ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ഓരോ നിർദേ ശത്തിൽനിന്നും കിട്ടുന്ന ബിന്ദുക്കളുടെ സവിശേ ഷതകൾ ചർച്ച ചെയ്യുക.

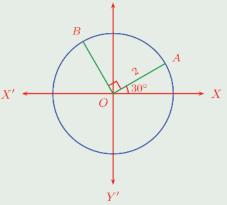
Sequence [(a, 0), a, 0, 5, 0.5]

Sequence [(a, 2a), a, -3, 4, 0.25]

Sequence $[(a, a^2), a, -3, 3, 0.2]$

Sequence $[(a, -a^2), a, -3, 3, 0.2]$

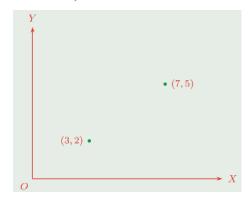
Sequence $[(a^2, a), a, -4, 4, 0.1]$



A,B എന്നീ ബിന്ദുക്കളുടെ സൂച കസംഖൃകൾ കണക്കാക്കുക.

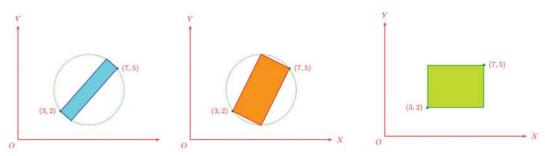
ചതുരക്കണക്കുകൾ

ചിത്രം നോക്കൂ.



ചിത്രത്തിൽ അടയാളപ്പെടുത്തിയിരിക്കുന്ന ബിന്ദു ക്കൾ എതിർമൂലകളായ ഒരു ചതുരം വരയ്ക്കണം. എത്ര വേണമെങ്കിലും വരയ്ക്കാമല്ലോ:



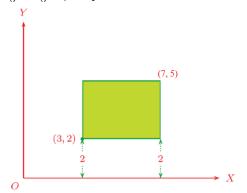


ഇവയിൽ ഒന്നിനു മാത്രമാണ് അക്ഷങ്ങൾക്ക് സമാന്തരമായ വശങ്ങളുള്ളത്.

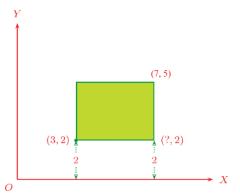
ഈ ചതുരത്തിന്റെ മറ്റു രണ്ടു മൂലകളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ എന്താണ്?

അതിന് ചിത്രം അൽപംകൂടി വിശദമാക്കാം. താഴത്തെ ഇടതുമൂലയുടെ y സൂചകസംഖ്യ 2 ആയതിനാൽ x അക്ഷ ത്തിൽ നിന്ന് അതിലേക്കുള്ള ഉയരം 2 ആണ്.

താഴത്തെ വശം x അക്ഷത്തിനു സമാന്തരമായതിനാൽ, ഈ വശത്തിന്റെ മറ്റേ മൂലയും ഇതേ ഉയരത്തിലാണ്.



അതായത് ഈ മൂലയുടെയും y സൂചകസംഖ്യ 2 തന്നെ.



വുത്തചിത്രങ്ങൾ

Input Bar ൽ circle [(1,3),2] എന്നെഴുതി യാൽ, ജിയോജിബ്രയിൽ കേന്ദ്രം (1,3) എന്ന ബിന്ദുവും ആരം 2 ഉം ആയ വൃത്തം കിട്ടും.

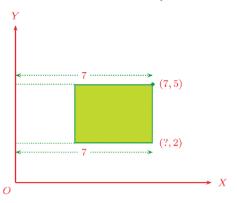
Sequence [circle [(a,0), 1], a, 0, 5, 0.2] എന്ന നിർദേശം നൽകിയാൽ (0,0), (0.2,0), (0.4,0), ..., (5,0) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ കേന്ദ്രമായി, ആരം 1 ആയ വൃത്തങ്ങളും കിട്ടും. ഇതുപോലെ ചുവടെ കൊടുത്തി രിക്കുന്ന ഓരോ നിർദ്ദേശവും നൽകിയാൽ കിട്ടുന്ന ചിത്രങ്ങൾ മനസ്സിൽ കാണാൻ ശ്രമിച്ചു നോക്കും. അതിനു ശേഷം ജിയോജിബ്രയിൽ ചെയ്തു നോക്കാം.

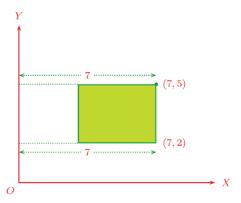
- Sequence [circle [(a, 0), a], a, 0, 10, 0.1]
- Sequence [circle [(a, 0), $\frac{a}{4}$], a, 0, 10, 0.1]

ആവശ്യമായ നിർദേശങ്ങൾ നൽകി ഈ ചിത്രം വരയ്ക്കുക.

ഇതിന്റെ x സൂചകസംഖ്യ കണ്ടുപിടിക്കാൻ, മുകളിലെ വലതുമൂല നോക്കുക. ഇതിന്റെ x സൂചകസംഖ്യ 7 ആയതിനാൽ, y അക്ഷത്തിൽ നിന്ന് ഈ മൂല യിലേക്കുള്ള അകലം 7 ആണ്.

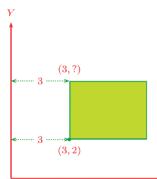
ചതുരത്തിന്റെ വലതുവശം, y അക്ഷത്തിനു സമാന്തരമായതിനാൽ, ഈ വശത്തിലെ മറ്റേ മൂലയും ഇതേ അകലത്തിലാണ്; അതായത്, അതിന്റെ x സൂചകസംഖ്യയും 7 തന്നെ.

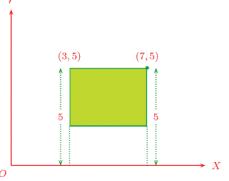




ഇതുപോലെ ചതുരത്തിന്റെ ഇടതു-മേൽ മൂലയും കണ്ടുപിടിക്കാം







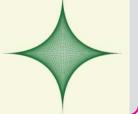
ജിയോജിബ്രയിൽ

Segment [(2,-1),(3,5)]

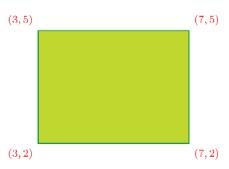
എന്ന നിർദ്ദേശം കൊടുത്താൽ (2,—1), (3, 5) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ യോജിപ്പിക്കുന്ന വരക്കഷണം കിട്ടും. ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന നിർദേശങ്ങൾ തരുന്ന വരകളുടെ പ്രത്യേകതകൾ ചർച്ച ചെയ്യുക.

- Sequence [segment [(a, 0), (a, 3)], a, 0, 5, 0.2]
- Sequence [segment [(a, 0), (a, a)], a, 0, 5, 0.2]
- Sequence [segment [(0, 3), (a, 0)], a, -4, 4, 0.1]
- Sequence [segment [(a, 0), (0, a)], a, -3, 3, 0.2]
- Sequence [segment [(a, 0), (0, 5-a)], a, 0, 5, 0.1]

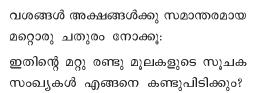
ആവശ്യമായ നിർദേശ ങ്ങൾ കൊടുത്ത് ഈ ചിത്രം വരയ്ക്കുക.



ചതുരത്തിന്റെ നാലു മൂലകളുടെയും സൂചകസം ഖൃകൾ ഒരുമിച്ചു നോക്കൂ:



സൂചകസംഖ്യകൾ കണ്ടുപിടിച്ച മാർഗവും ഒന്നു കൂടി നോക്കൂ. ഉപയോഗിച്ച തത്വമെന്താണ്? x അക്ഷത്തിനു സമാന്തരമായി നീങ്ങുമ്പോൾ y സൂചകസംഖ്യ മാറുന്നില്ല; y അക്ഷത്തിനു സമാ ന്തരമായി നീങ്ങുമ്പോൾ x സൂചകസംഖ്യ മാറുന്നില്ല.

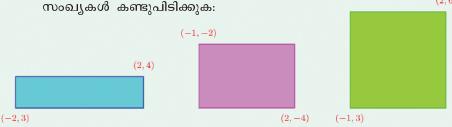


(2,3) D D (7,1)



(2,1) (7,1)

(1) ചുവടെയുള്ള ചതുരങ്ങളുടെയെല്ലാം വശങ്ങൾ അക്ഷങ്ങൾക്ക് സമാ ന്തരമാണ്. ഓരോ ചതുരത്തിന്റെയും മറ്റു രണ്ടു മൂലകളുടെ സൂചക



- (2) അക്ഷങ്ങൾ വരയ്ക്കാതെ ചുവടെപ്പറഞ്ഞിരിക്കുന്ന ബിന്ദുക്കളുടെ ജോടി കൾ, ഇടതു-വലതു, മേൽ-കീഴ് സ്ഥാനങ്ങൾ ശരിയായി അടയാളപ്പെ ടുത്തുക. വശങ്ങൾ അക്ഷങ്ങൾക്ക് സമാന്തരമായും, ഈ ബിന്ദുക്കൾ എതിർമൂലകളായും വരയ്ക്കുന്ന ചതുരങ്ങളുടെ മറ്റു മൂലകളുടെ സൂച കസംഖ്യകൾ കണ്ടുപിടിക്കുക.
 - i) (3, 5), (7, 8)
- ii) (6, 2), (5, 4)
- iii) (-3, 5), (-7, 1)
- iv) (-1, -2), (-5, -4)

205 Tan 12 13

അകലങ്ങൾ

അക്ഷങ്ങളിൽ അകലങ്ങൾ അടയാളപ്പെടുത്താൻ ഏതു Y നീളവും ഏകകമായെടുക്കാമെന്നു കണ്ടല്ലോ. അപ്പോൾ, ഒര ക്ഷത്തിലെ രണ്ടു ബിന്ദുക്കൾ തമ്മിലുള്ള അകലം, ഈ ഏകകത്തിന്റെ മടങ്ങായി മാത്രമേ പറയാൻ കഴിയൂ. X' O (2,0) (5,0) ഉദാഹരണമായി X അക്ഷത്തിലെ രണ്ടു ബിന്ദുക്കൾ നോക്കൂ.

അച്ചടിഭാഷ

കമ്പ്യൂട്ടർ ഉപയോഗിച്ചുള്ള അച്ചടിയിൽ, ഒരു പേജിലെ അക്ഷരങ്ങളും ചിത്രങ്ങളുമെല്ലാം അതതിന്റെ സ്ഥാനത്ത് വരയ്ക്കാനുപയോ ഗിക്കുന്ന ഒരു ഭാഷയാണ് Post Script. ഒരു പേജിലെ വിവിധ സ്ഥാനങ്ങളെ സംഖ്യകൾ ഉപയോഗിച്ചു സൂചിപ്പിക്കുകയാണ് ഇതിൽ ചെയ്യുന്നത്.

ഒരു ഉദാഹരണം നോക്കാം. ലിനക്സിലെ gedit പോലെയുള്ള ഒരു text editor തുറന്ന് ചുവടെപ്പറയുന്ന വരികൾ എഴുതുക.

newpath

20 20 moveto

40 20 lineto

40 40 lineto

20 40 lineto

closepath fill

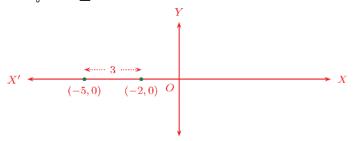
showpage

ഇത് പോസ്റ്റ്സ്ക്രിപ്റ്റ് ഭാഷയാണ്. ഇതി ലൂടെ വരച്ചതെന്താണെന്നു കാണാൻ. gv എന്ന പ്രോഗ്രാം ഉപയോഗിക്കാം. അതിന്, ഈ ഫയൽ test.ps എന്ന പേരിൽ സേവ് ചെയ്യുക. ഒരു ടെർമിനൽ തുറന്ന് gv test.ps എന്ന ആജ്ഞ കൊടുത്താൽ ഒരു വെളുത്ത സ്ക്രീനിൽ, ഇടത്തു താഴെ മൂലയിൽ ഒരു കറുത്ത സമചതുരം കാണാം.

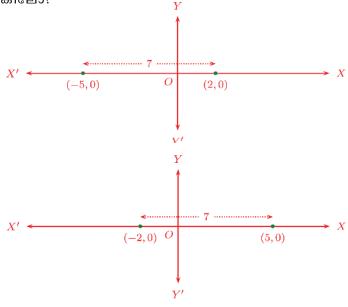
ഇവിടെ ഉപയോഗിച്ചിരിക്കുന്ന സംഖ്യാജോ ടികളെല്ലാം, പേജിന്റെ ഇടതു വശത്തുനി ന്നും, താഴത്തെ വശത്തുനിന്നും, അതിലെ വിവിധ സ്ഥാനങ്ങളിലേക്കുള്ള അകലമാ ണ്. നീളത്തിന്റെ ഏകകം, അച്ചടിയിൽ സാധാരണ ഉപയോഗിക്കുന്ന പോയിന്റ് (point) ആണ്. ഒരു പോയിന്റ് എന്നത് ഏതാണ്ട് 0.035 സെന്റിമീറ്ററാണ്.

മിക്ക ഡി.ടി.പി ആപ്ലിക്കേഷനുകളുടേയും പുറകിൽ അദൃശ്യമായി പ്രവർത്തിക്കുന്നത് പോസ്റ്റ്സ്ക്രിപ്റ്റ് ഭാഷയാണ്. ആധാരബിന്ദുവിൽ നിന്ന് ആദ്യത്തെ ബിന്ദുവിലേക്കുള്ള അകലം, ഈ ഏകകത്തിന്റെ 2 മടങ്ങ്; രണ്ടാമത്തെ ബിന്ദു വിലേക്കുള്ള അകലം ഏകകത്തിന്റെ 5 മടങ്ങ്. ഇത് ചുരു ക്കി, ആധാരബിന്ദുവിൽനിന്ന് ആദ്യത്തെ ബിന്ദുവിലേക്കുള്ള അകലം 2 എന്നും, രണ്ടാമത്തെ ബിന്ദുവിലേക്കുള്ള അകലം 5 എന്നുമാണ് സാധാരണയായി പറയുന്നത്.

അപ്പോൾ ഈ ബിന്ദുക്കൾ തമ്മിലുള്ള അകലം 5-2=3 ബിന്ദുക്കൾ ഇങ്ങനെയായാലോ?



ബിന്ദുക്കൾ ആധാരബിന്ദുവിന്റെ ഇരുവശത്തുമാണെ ങ്കിലോ?



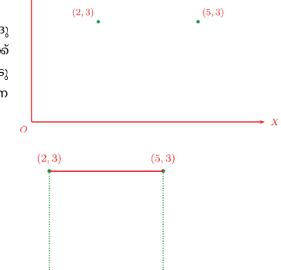
x അക്ഷത്തിലെ രണ്ടു ബിന്ദുക്കൾ തമ്മിലുള്ള അകലത്തെക്കുറിച്ച് എന്തു പറയാം?

ഒമ്പതാംക്ലാസിൽ, ഒരു വരയിലെ ബിന്ദുക്കളെ സംഖ്യകൾകൊണ്ട് അടയാള പ്പെടുത്തിയതും, രണ്ടു ബിന്ദുക്കൾ തമ്മിലുള്ള അകലം കണക്കാക്കിയതും ഓർത്തുനോക്കൂ.

സൂചകസം ഖൃകൾ $(x_1,\ 0),\ (x_2,\ 0)$ ആയ ബിന്ദുക്കൾ തമ്മിലുള്ള അകലം $|x_1-x_2|$.

ഇതുപോലെ, y അക്ഷത്തിലെ രണ്ടു ബിന്ദുക്കൾ തമ്മിലുള്ള അകലം പറ

യാമോ? ഇനി ഈ ബിന്ദുക്കൾ നോക്കൂ: ഇവ തമ്മിലുള്ള അകലം, ഈ ബിന്ദു വിൽനിന്നും x അക്ഷത്തിലേയ്ക്ക് വരയ്ക്കുന്ന ലംബങ്ങളുടെ ചുവടു കൾ തമ്മിലുള്ള അകലം തന്നെ യല്ലേ? (എന്തുകൊണ്ട്?)



(5,0)

പൊതുവേ പറഞ്ഞാൽ

ഒരേ y സൂചകസംഖ്യ ഉള്ള ബിന്ദുക്കളെല്ലാം, x അക്ഷ ത്തിനു സമാന്തരമായ ഒരു വരയിലാണ്; അത്തരം രണ്ടു ബിന്ദുക്കൾ തമ്മിലുള്ള അകലം, അവയുടെ x സൂചകസംഖ്യകളുടെ വ്യത്യാസമാണ്.

0

(2,0)

ഇതുപോലെ ഒരേ x സൂചകസംഖ്യകളുള്ള ബിന്ദുക്കളെ ക്കുറിച്ചും പറയാമല്ലോ:

ഒരേ x സൂചകസംഖ്യ ഉള്ള ബിന്ദുക്കളെല്ലാം, y അക്ഷ ത്തിനു സമാന്തരമായ ഒരു വരയിലാണ്; അത്തരം രണ്ടു ബിന്ദുക്കൾ തമ്മിലുള്ള അകലം, അവയുടെ y സൂചകസംഖ്യകളുടെ വ്യത്യാസമാണ്.

ബീജഗണിത ഭാഷയിൽ പറഞ്ഞാൽ,

സുചകസംഖ്യകൾ $(x_1, y), (x_2, y)$ ആയ ബിനുക്കൾ തമ്മിലുള്ള അകലം $|x_1 - x_2|$

സൂചകസംഖ്യകൾ $(x, y_1), (x, y_2)$ ആയ ബിന്ദു ക്കൾ തമ്മിലുള്ള അകലം $|y_1 - y_2|$

x സൂചകസംഖ്യകളും y സൂചകസംഖ്യകളും വ്യത്യസ്ത മായ രണ്ടു ബിന്ദുക്കൾ തമ്മിലുള്ള അകലം എങ്ങനെ കണ്ടുപിടിക്കും?

141

നിറങ്ങളും സംഖ്യകളും

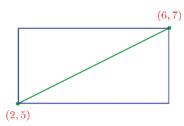
കമ്പ്യൂട്ടറിൽ സ്ക്രീനിലെ സ്ഥാനങ്ങളെ മാത്രമല്ല, നിറങ്ങളേയും സംഖ്യകൾ കൊണ്ടുതന്നെയാണ് സൂചിപ്പിക്കുന്നത്. പല അളവുകളിൽ ചുവപ്പ്, പച്ച, നീല എന്നീ നിറ ങ്ങൾ കലർത്തിയാണ് സ്ക്രീനിൽ വിവിധ നിറങ്ങൾ ഉണ്ടാക്കുന്നത്.

ലിനക്സിലെ Gcolor2 ഉപയോഗിച്ച് ഇതു പെട്ടെന്നു മനസിലാക്കാം.



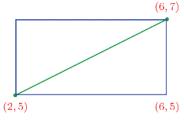
ഇതിലെ 🏄 ൽ ക്ലിക് ചെയ്തതിനുശേഷം, സ്ക്രീനിലെ ഏതെങ്കിലും ഭാഗത്തു ക്ലിക് ചെയ്താൽ, ആ സ്ഥാനത്തെ നിറത്തിന്റെ RGB സംഖ്യകൾ കിട്ടും.

ഉദാഹരണമായി (2, 5), (6, 7) എന്നീ ബിന്ദുക്കളെടുക്കാം: ഇവ തമ്മിലുള്ള അകലം കണക്കാക്കാൻ ഇവ എതിർമൂലകളും, വശങ്ങൾ അക്ഷങ്ങൾക്കു സമാന്തരവുമായ ചതുരം വരയ്ക്കാം:



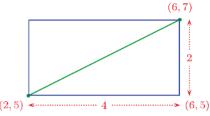
ഈ ചതുരത്തിന്റെ വികർണമാണ് നമുക്കു വേണ്ടത്. അതു കണക്കാക്കാൻ, ചതുര ത്തിന്റെ വശങ്ങളുടെ നീളം കണ്ടുപിടി ച്ചാൽ മതി, അതിന്, ചതുരത്തിന്റെ താഴത്തെ മറ്റേ മൂല എഴുതാം:

ഇതിൽ നിന്ന് ചതുരത്തിന്റെ വശങ്ങളുടെ നീളം കണക്കാക്കാമല്ലോ:



(2, 5)

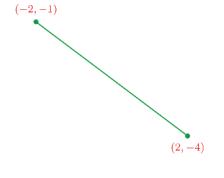
(6, 7)



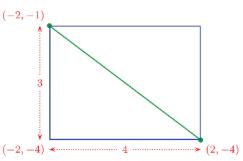
ഇനി പൈഥാഗറസ് സിദ്ധാന്തമുപയോഗിച്ച്, നമുക്കു വേണ്ട നീളം കണ ക്കാക്കാം:

$$\sqrt{4^2 + 2^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

ബിന്ദുക്കൾ ഇങ്ങനെയായാലോ?



ഇതിലും, ചതുരം വരച്ച്, നീളം കണ്ടു പിടിക്കാം:

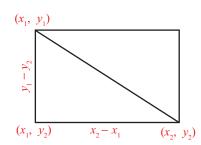


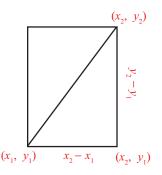
അപ്പോൾ നമുക്കു വേണ്ട അകലം

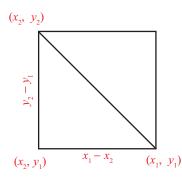
$$\sqrt{4^2 + 3^2} = 5$$

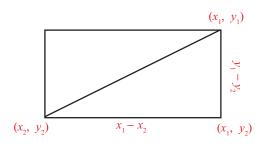
x സൂചകസംഖ്യകളും, y സൂചകസംഖ്യകളും വ്യത്യസ്തമായ ഏതു രണ്ടു ബിന്ദുക്കൾ തമ്മിലുള്ള അകലവും ഇങ്ങനെ ചതുരം വരച്ചു കണ്ടുപിടിക്കാം. (ഏതെങ്കിലും സൂചകസംഖ്യകൾ തുല്യമാണെങ്കിൽ, ഇങ്ങനെയൊരു ചതുരം തന്നെ ഇല്ലല്ലോ).

പൊതുവായി ഇത്തരം രണ്ടു ബിന്ദുക്കൾ $(x_1,y_1),\,(x_2,y_2)$ എന്നെടുക്കാം. ഇവ എതിർമൂലകളായും, വശങ്ങൾ അക്ഷങ്ങൾക്കു സമാന്തരമായും ഒരു ചതുരം വരയ്ക്കാം. മറ്റ് രണ്ട് മൂലകൾ $(x_1,y_2),\,(x_2,y_1)$ എന്നു കാണാം.









C05 9 Tan 12 13

ചതുരത്തിന്റെ വശങ്ങളുടെ നീളം $\left|x_1-x_2\right|,\left|y_1-y_2\right|$ എന്നും കണക്കാക്കാം. അപ്പോൾ ആദ്യത്തെ രണ്ടു ബിന്ദുക്കൾ തമ്മിലുള്ള അകലം.

$$\sqrt{\left|x_{1}-x_{2}\right|^{2}+\left|y_{1}-y_{2}\right|^{2}}$$

ഏതു സംഖ്യയുടെയും അതിന്റെ കേവലമൂല്യത്തിന്റെയും വർഗം ഒന്നുത ന്നെയാണെന്ന് ഒമ്പതാംക്ലാസിൽ കണ്ടിട്ടുണ്ടല്ലോ. അപ്പോൾ ഈ അകലം

$$\sqrt{(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2}$$

ഇതിൽ $y_1 = y_2$ എന്നെടുത്താൽ

$$\sqrt{(x_1 - x_2)^2} = |x_1 - x_2|$$

എന്നു കിട്ടും; $x_1 = x_2$ എന്നെടുത്താൽ

$$\sqrt{(y_1 - y_2)^2} = |y_1 - y_2|$$

എന്നും കിട്ടും.

അപ്പോൾ, ഏതെങ്കിലും സൂചകസംഖ്യകൾ തുല്യമായാലും, അകലം ഈ രീതിയിൽ എഴുതാം.

സൂചകസംഖൃകൾ $(x_1,y_1),(x_2,y_2)$ ആയ ഏതു രണ്ടു ബിന്ദുക്കൾ തമ്മി ലുമുള്ള അകലം

$$\sqrt{(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2}$$

ഉദാഹരണമായി, സൂചകസംഖ്യകൾ (4,-2),(-3,-1) ആയ ബിന്ദുക്കൾ തമ്മി ലുള്ള അകലം

$$\sqrt{(4-(-3))^2+(-2-(-1))^2} = \sqrt{7^2+(-1)^2} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$$

സൂചകസംഖ്യകൾ (-2, 1) എന്ന ബിന്ദുവും ആധാരബിന്ദുവുമായുള്ള അക ലമോ?

$$\sqrt{(-2-0)^2 + (1-0)^2} = \sqrt{5}$$

പൊതുവേ പറഞ്ഞാൽ,

സൂചകസംഖൃകൾ (x,y) ആയ ബിന്ദുവും, ആധാരബിന്ദുവും തമ്മി ലുള്ള അകലം

$$\sqrt{x^2 + y^2}$$

ഇനി ഈ കണക്കു നോക്കു:

സൂചകസംഖൃകൾ (-1, 2), (3, 5), (9, -3) ആയ ബിന്ദുക്കൾ ഒരേ വരയിലാണോ?

മൂന്നു ബിന്ദുക്കൾ ഒരേ വരയിലാണെങ്കിൽ, അവയിൽ ഈരണ്ടെണ്ണം തമ്മി ലുള്ള അകലങ്ങളിലെ ഏറ്റവും വലുത്, മറ്റ് രണ്ട് അകലങ്ങളുടെ തുകയായി രിക്കണം.

കണക്കിൽ പറഞ്ഞിരിക്കുന്ന മൂന്നു ബിന്ദുക്കൾ $A,\,B,\,C$ എന്നു പേരിടാം. അപ്പോൾ,

$$AB = \sqrt{(-1-3)^2 + (2-5)^2} = \sqrt{16+9} = 5$$

$$BC = \sqrt{(3-9)^2 + ((5-(-3))^2} = \sqrt{36+64} = 10$$

$$AC = \sqrt{(-1-9)^2 + ((2-(-3))^2} = \sqrt{100+25} = 5\sqrt{5}$$

ഇവയിൽ ഏറ്റവും വലുത് AC (അതെങ്ങനെ കിട്ടി?) ഇനി AB, BC ഇവയുടെ നീളം കൂട്ടിയാൽ 15; ഇത് AC യുടെ നീളമല്ല. അപ്പോൾ A, B, C ഒരേ വരയി ലുമല്ല.

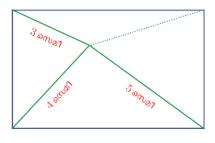


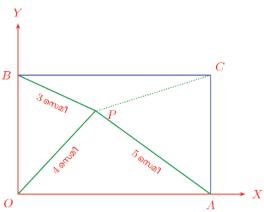
മറ്റൊരു കണക്കു നോക്കാം:

ഒരു ചതുരത്തിനകത്തെ ബിന്ദു വിൽനിന്ന് ചതുരത്തിന്റെ അടുത്തടുത്ത മൂന്നു മൂലകളിലേക്കുള്ള അകലം 3 സെന്റിമീറ്റർ, 4 സെന്റിമീറ്റർ, 5 സെന്റിമീറ്റർ എന്നിങ്ങനെയാണ്. നാലാ മത്തെ മൂലയിലേക്കുള്ള അകലം എന്താണ്?

ഒരു ചിത്രം വരയ്ക്കാം.

ചതുരത്തിന്റെ താഴത്തെ ഇടതുമൂല ആധാരബിന്ദുവായും, അതിലൂടെ യുള്ള രണ്ടു വശങ്ങൾ അക്ഷങ്ങ ളായും എടുക്കാം:

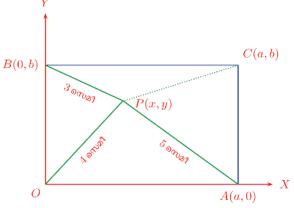




ചിത്രത്തിൽ, A എന്ന ബിന്ദു x അക്ഷത്തിലായതിനാൽ, അതിന്റെ y സൂചക സംഖ്യ 0 ആണ്; അതിന്റെ x സൂചകസംഖ്യ a എന്നെടുത്താൽ, A യുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ (a,0).

ഇതുപോലെ B യുടെ y സൂചക സംഖു b എന്നെടുത്താൽ, അതിന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ (0,b). അപ്പോൾ C യുടെ സൂചകസംഖ്യ കൾ (a,b) ആകണം.

P യുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ (x,y) എന്നെടുക്കാം:



205 9 Tan 12 13

ഇനി അറിയാവുന്ന നീളങ്ങളുടെ വർഗങ്ങൾ സൂചകസംഖ്യകൾ ഉപയോഗി ച്ചെഴുതാം:

$$x^2 + (y - b)^2 = 9$$

$$x^2 + y^2 = 16$$

$$(x-a)^2 + y^2 = 25$$

നമുക്ക് കണ്ടുപിടിക്കേണ്ടത് PC ആണല്ലോ; അതിന്റെ വർഗം

$$(x-a)^2 + (y-b)^2$$

മുകളിലെഴുതിയ മൂന്നു സമവാകൃങ്ങളിൽനിന്ന് ഇത് കണക്കാക്കാൻ പറ്റുമോ?

അക്കൂട്ടത്തിലെ ആദ്യത്തെയും മൂന്നാമത്തേയും സമവാക്യങ്ങളിൽനിന്ന്

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 + x^2 + y^2 = 34$$

എന്നു കണക്കാക്കാം. രണ്ടാമത്തെ സമവാക്യം അനുസരിച്ച്,

$$x^2 + y^2 = 16$$
 ആണല്ലോ

അപ്പോൾ

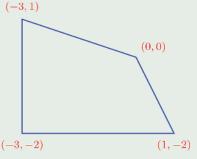
$$(x-a)^2 + (y-b)^2 + 16 = 34$$

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = 18$$

അപ്പോൾ PC യുടെ നീളം $\sqrt{18}=3\sqrt{2}$ സെന്റിമീറ്റർ.

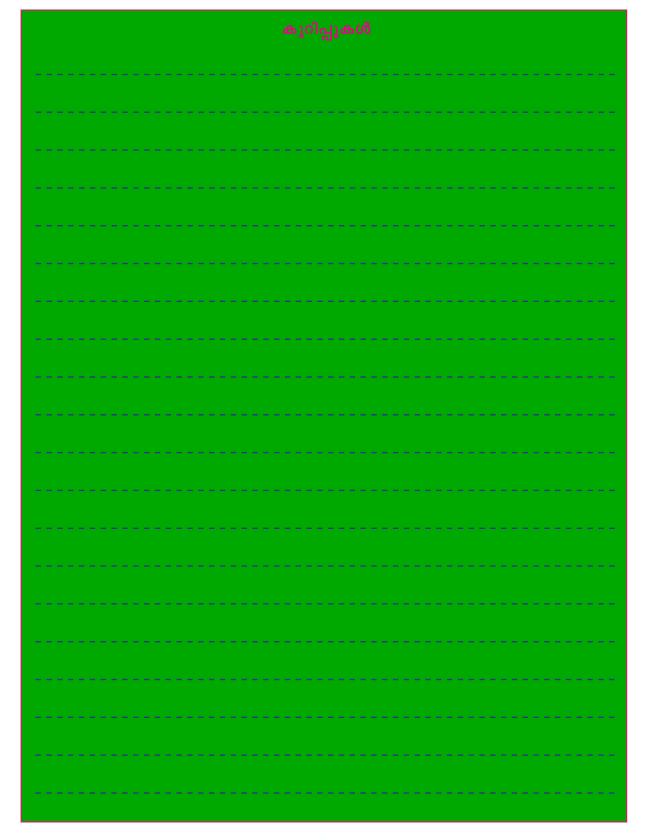


(1) ചിത്രത്തിലെ ചതുർഭുജത്തിന്റെ വശങ്ങളു ടെയും വികർണങ്ങളുടെയും നീളം കണക്കാ ക്കുക.



- (2) (2, 1), (3, 4), (-3, 6) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ യോജിപ്പിച്ചാൽ, ഒരു മട്ടത്രി കോണം കിട്ടുമെന്ന് തെളിയിക്കുക.
- (3) ആധാരബിന്ദു കേന്ദ്രവും, ആരം 10 ഉം ആയി ഒരു വൃത്തം വര യ്ക്കുന്നു.
 - (i) സൂചകസംഖ്യകൾ (6, 9), (5, 9), (6, 8) ആയ ബിന്ദുക്കൾ ഈ വൃത്തത്തിനകത്തോ, പുറത്തോ, വൃത്തത്തിൽത്തന്നെയോ എന്നു പരിശോധിക്കുക.
 - (ii) ഈ വൃത്തത്തിലെ 8 ബിന്ദുക്കളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ എഴു തുക.
- (4) കേന്ദ്രത്തിന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ (1, 1) ഉം, ആരം $\sqrt{2}$ ഉം ആയ വൃത്തം x അക്ഷത്തെ മുറിച്ചുകടക്കുന്ന ബിന്ദുക്കളുടെയും, y അക്ഷത്തെ മുറിച്ചു കടക്കുന്ന ബിന്ദുക്കളുടെയും സൂചകസംഖ്യകൾ കണ്ടുപിടിക്കുക.
- (5) ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ മൂലകൾ (1, 2), (2, 3), (3, 1) എന്നീ ബിന്ദുക്ക ളാണ്. ഇതിന്റെ പരിവൃത്തത്തിന്റെ കേന്ദ്രവും ആരവും കണ്ടുപിടി ക്കുക.







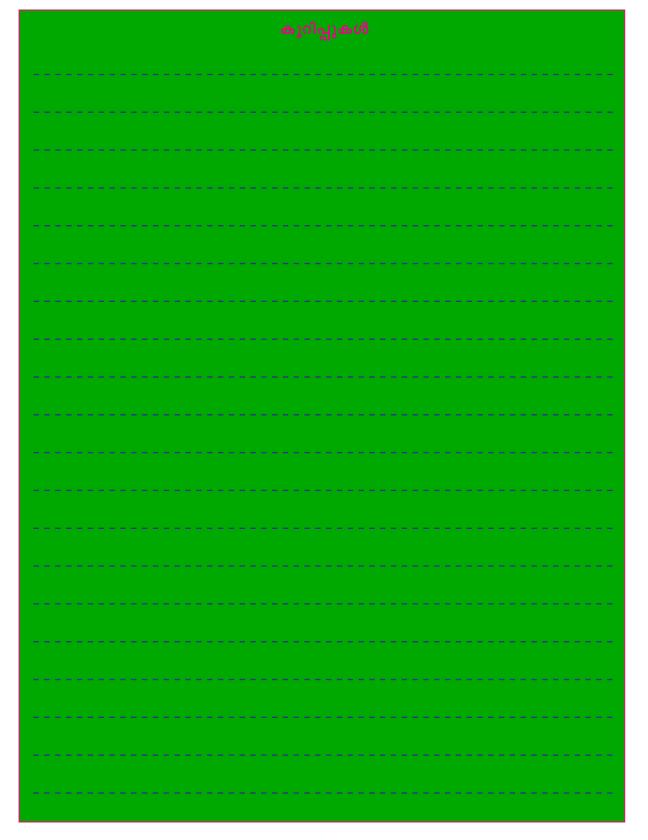




കുറിപ്പു <mark>കൾ</mark>

(0, 1)









ഭാരതത്തിന്റെ ഭരണഘടന

ഭാഗം IV ക

മൗലിക കർത്തവൃങ്ങൾ

51 ക. മൗലിക കർത്തവൃങ്ങൾ - താഴെപ്പറയുന്നവ ഭാരതത്തിലെ ഓരോ പൗരന്റെയും കർത്തവ്യം ആയിരിക്കുന്നതാണ്:

- (ക) ഭരണഘടനയെ അനുസരിക്കുകയും അതിന്റെ ആദർശങ്ങളെയും സ്ഥാപനങ്ങളെയും ദേശീയപതാകയെയും ദേശീയഗാനത്തെയും ആദരിക്കുകയും ചെയ്യുക;
- (ഖ) സ്വാതന്ത്ര്യത്തിനുവേണ്ടിയുള്ള നമ്മുടെ ദേശീയസമരത്തിന് പ്രചോദനം നൽകിയ മഹനീയാ ദർശങ്ങളെ പരിപോഷിപ്പിക്കുകയും പിൻതുടരുകയും ചെയ്യുക;
- (ഗ) ഭാരതത്തിന്റെ പരമാധികാരവും ഐക്യവും അഖണ്ഡതയും നിലനിർത്തുകയും സംരക്ഷിക്കു കയും ചെയ്യുക;
- (ഘ) രാജ്യത്തെ കാത്തുസൂക്ഷിക്കുകയും ദേശീയ സേവനം അനുഷ്ഠിക്കുവാൻ ആവശ്യപ്പെടുമ്പോൾ അനുഷ്ഠിക്കുകയും ചെയ്യുക;
- (ങ) മതപരവും ഭാഷാപരവും പ്രാദേശികവും വിഭാഗീയവുമായ വൈവിധ്യങ്ങൾക്കതീതമായി ഭാര തത്തിലെ എല്ലാ ജനങ്ങൾക്കുമിടയിൽ, സൗഹാർദവും പൊതുവായ സാഹോദര്യമനോഭാവവും പുലർത്തുക. സ്ത്രീകളുടെ അന്തസ്സിന് കുറവു വരുത്തുന്ന ആചാരങ്ങൾ പരിത്യജിക്കുക;
- (ച) നമ്മുടെ സംസ്കാരസമന്വയത്തിന്റെ സമ്പന്നമായ പാരമ്പര്യത്തെ വിലമതിക്കുകയും നിലനിറു ത്തുകയും ചെയ്യുക;
- (ഛ) വനങ്ങളും തടാകങ്ങളും നദികളും വന്യജീവികളും ഉൾപ്പെടുന്ന പ്രകൃത്യാ ഉള്ള പരിസ്ഥിതി സംരക്ഷിക്കുകയും അഭിവൃദ്ധിപ്പെടുത്തുകയും ജീവികളോട് കാരുണ്യം കാണിക്കുകയും ചെയ്യുക;
- (ജ) ശാസ്ത്രീയമായ കാഴ്ചപ്പാടും മാനവികതയും, അന്വേഷണത്തിനും പരിഷ്കരണത്തിനും ഉള്ള മനോഭാവവും വികസിപ്പിക്കുക;
- (ഝ) പൊതുസ്വത്ത് പരിരക്ഷിക്കുകയും ശപഥം ചെയ്ത് അക്രമം ഉപേക്ഷിക്കുകയും ചെയ്യുക;
- (ഞ) രാഷ്ട്രം യത്നത്തിന്റെയും ലക്ഷ്യപ്രാപ്തിയുടെയും ഉന്നതതലങ്ങളിലേക്ക് നിരന്തരം ഉയരത്ത ക്കവണ്ണം വ്യക്തിപരവും കൂട്ടായതുമായ പ്രവർത്തനത്തിന്റെ എല്ലാ മണ്ഡലങ്ങളിലും ഉൽകൃ ഷ്ടതയ്ക്കുവേണ്ടി അധ്വാനിക്കുക.
- (ട) ആറിനും പതിനാലിനും ഇടയ്ക്ക് പ്രായമുള്ള തന്റെ കുട്ടിക്കോ തന്റെ സംരക്ഷണയിലുള്ള കുട്ടികൾക്കോ, അതതു സംഗതി പോലെ, മാതാപിതാക്കളോ രക്ഷാകർത്താവോ വിദ്യാഭ്യാസ ത്തിനുള്ള അവസരങ്ങൾ ഏർപ്പെടുത്തുക.

സൈബർ സുരക്ഷയെക്കുറിച്ച് അറിയൂ...

ഇന്റർനെറ്റിന്റെയും സോഷ്യൽ നെറ്റ്വർക്കിംഗ് സെറ്റുകളുടെയും ഉപയോ ഗത്തെക്കുറിച്ച് നമുക്ക് അറിയാം. ആശയവിനിമയത്തിനും വിനോദത്തിനും അറിവു നേടുന്നതിലുമെല്ലാം ഇവയുടെ അനന്തസാധ്യത നാം നേരിട്ടറിഞ്ഞിട്ടുളളതാണല്ലോ. എന്നാൽ കുറച്ചു കാലമായി വിദ്യാർഥികളും കൗമാരക്കാരുമായ ചിലരെങ്കിലും സോഷ്യൽ മീഡിയയുടെ ചൂഷിതവലയത്തിൽപ്പെടുന്നതായി നാം കാണുന്നു. ഇത്തര ത്തിൽ ഇരകളാകുന്നതിൽ നിന്നും സ്വയം രക്ഷനേടുന്നതിനും സംരക്ഷിതരാകുന്ന തിനും ഓരോരുത്തർക്കും കഴിയേണ്ടതുണ്ട്. ഇതിനായി ഓൺലൈൻ പ്രവർത്തനങ്ങളിൽ ഏർപ്പെടുമ്പോൾ ചില സുരക്ഷാമാർഗ്ഗങ്ങൾ നാം സ്വീകരിക്കേണ്ടതായിട്ടുണ്ട്.

സോഷ്യൽ നെറ്റ്വർക്കിംഗ് സൈറ്റുകൾ അപകടകാരികളാകുന്നതെപ്പോൾ?

- ഒരാളുടെ സ്വകാര്യവിവരങ്ങളെല്ലാം പോസ്റ്റ് ചെയ്യുകയോ ഷെയർ ചെയ്യുകയോ ചെയ്യുമ്പോൾ; പ്രത്യേകിച്ച് ഫോൺ നമ്പർ, അഡ്രസ്, സ്ഥലം, ഫോട്ടോകൾ തുടങ്ങിയവ.
- ഒരാളുടെ പ്രൊഫൈൽ കണ്ട് അയാളെ വിശ്വസിക്കുമ്പോൾ; മിക്കപ്പോഴും നൽകിയിട്ടുള്ള പ്രൊഫൈൽ വ്യാജവും അസത്യവുമായിരിക്കും.
- ചാറ്റിന്റെ സ്നാപ്ഷോട്ടുകൾ, ഫോട്ടോകൾ, വീഡിയോകൾ എന്നിവ സേവ് ചെയ്യുന്നതും ഭാവിയിൽ അത് ബ്ലാക്മെയിലിംഗിനും ഭീഷണിക്കും ഉപയോഗിക്കുമ്പോൾ.
- ഒരാളുടെ വ്യക്തിത്വം കളങ്കപ്പെടുത്താനുദ്ദേശിച്ച് തെറ്റായ വിവരങ്ങൾ, കമന്റുകൾ, പോസ്റ്റു കൾ, ഫോട്ടോകൾ എന്നിവയിലൂടെ സൈബർഭീഷണി ഉയർത്തുമ്പോൾ.
- കുട്ടികളെ വലയിലാക്കി ഇരകളാക്കുന്നതിന് മുതിർന്നവരും കഴുകൻകണ്ണുളളവരുമായ നിരവധി പേർ സമൂഹത്തിലുണ്ട്.

🕨 സുരക്ഷിതമായ സോഷ്യൽ നെറ്റ്വർക്കിംഗിനുള്ള നിർദേശങ്ങൾ

- നിങ്ങളുടെ വ്യക്തിപരമായ വിവരങ്ങൾ വ്യക്തിപരമായി സൂക്ഷിക്കുക.
- നിങ്ങളുടെ Private Settings, Customize ചെയ്യുക. മറ്റുള്ളവർക്ക് നിങ്ങളുടെ Basic Info മാത്രം കാണാൻ അവസരം നൽകുക.
- നിങ്ങളുടെ സുഹൃത്തുക്കളെ അറിയുക എന്നതിൽ മാത്രം ചുരുക്കുക. ഓൺലൈൻ സുഹൃ ത്തുക്കളെ വിശ്വസിക്കരുത്. സന്ദർശനം മാത്രമായി ചുരുക്കുക.
- നിങ്ങൾക്ക് ഇഷ്ടമില്ലാത്ത പോസ്റ്റുകൾ കണ്ടാൽ അത്തരം പോസ്റ്റുകൾ ലഭിക്കുന്നതിലു ളള അതൃപ്തി നിങ്ങളുടെ സുഹൃത്തിനോട് തുറന്നു പറയുക.
- നിങ്ങളെ തിരിച്ചറിയാൻ കഴിയുന്ന തരത്തിലുള്ള സ്വകാര്യവിവരങ്ങൾ പോസ്റ്റ് ചെയ്യാതി രിക്കുക.
- ശക്തിയുള്ള പാസ്വേർഡുകൾ ഉപയോഗിക്കുക. അവ നിങ്ങളുടെ സുഹൃത്തുക്കൾക്ക് ഷെയർ ചെയ്യാതിരിക്കുക.
- നിങ്ങളുടെ ചിത്രങ്ങൾ, ഇ-മെയിൽ വിവരങ്ങൾ മുതലായവ മറ്റുളളവർക്ക് ഷെയർ ചെയ്യാ തിരിക്കുക.
- നിങ്ങളുടെ സ്വകാര്യ സന്ദേശങ്ങൾ സ്വകാര്യമായി വയ്ക്കുക. ഒരിക്കൽ പോസ്റ്റ് ചെയ്താൽ അത് പ്രസിദ്ധമാകും.

സൈബർസുരക്ഷയ്ക്കുള്ള ചില പ്രധാന ഫോൺ നമ്പരുകൾ ക്രൈം സ്റ്റോപ്പർ – 1090 സൈബർ സെൽ – 9497975998 ചൈൽഡ് ഹെൽപ്പ്ലൈൻ – 1098/1517 കൺട്രോൾ റൂം – 100

പുകയിലയെ പ്രതിരോധിക്കാം

ലഹരി വസ്തുക്കൾ സങ്കീർണമായ സാമൂഹ്യപ്രശ്നങ്ങൾ സൃഷ്ടിക്കുന്നു. ആരോ ഗ്യം, സംസ്കാരം, സമ്പത്ത്, പഠനം, മനുഷ്യബന്ധങ്ങൾ എന്നിവയെല്ലാം തകർത്തെ റിയുന്ന ലഹരിവസ്തുക്കളെ കണിശമായും വർജിക്കണം.

ലോകത്ത് പത്തിലൊരാൾ എന്ന ക്രമത്തിൽ പ്രതിവർഷം അമ്പതുലക്ഷത്തോളം പേരുടെ മരണത്തിന് കാരണമാകുന്ന അതീവ മാരകമായ ലഹരിപദാർഥമാണ് പുക യില. പുകയിലയുടെ ഉപയോഗം പ്രധാനമായും രണ്ടു രീതിയിലാണ്.

- പുകവലി (Tobacco smoking)
- പുകരഹിത പുകയില ഉപയോഗം (Use of smokeless tobacco)

പുകയിലയിൽ ഒട്ടേറെ ദോഷകരവും മാരകവുമായ രാസവസ്തുക്കൾ അടങ്ങിയി ക്കുന്നു.

നിക്കോട്ടിൻ, ടാർ, ബെൻസോപൈറീൻ, കാർബൺമോണോക്സൈഡ്, ഫോർമാൽഡി ഹൈഡ്, ബെൻസീൻ, ഹൈഡ്രജൻ സയനൈഡ്, കാഡ്മിയം, അമോണിയ, പ്രൊപ്പ ലീൻ ഗ്ലൈക്കോൾ എന്നിവ അവയിൽ ചിലതാണ്.

പുകയിലയുടെ ദോഷഫലങ്ങൾ

- വിട്ടുമാറാത്ത ചുമ
- രക്തചംക്രമണം, രക്തസമ്മർദം എന്നിവയിലുണ്ടാകുന്ന പ്രശ്നങ്ങൾ
- ഹൃദ്രോഗം
- നാവ്, വായ, തൊണ്ട, സ്വനപേടകം, ശ്വാസകോശം, അന്നനാളം, ആമാശയം, പാൻക്രി യാസ്, കരൾ എന്നിവയെ ബാധിക്കുന്ന ക്യാൻസർ
- ശ്വാസകോശരോഗങ്ങളായ ക്ഷയം, ബ്രോങ്കൈറ്റിസ്, എംഫിസീമ, ക്രോണിക് ഒബ്സ്ട്രക്റ്റീവ് പശിമനറി ഡിസീസ് തുടങ്ങിയവ
- വായ്ക്കുള്ളിലെ രോഗങ്ങളായ പെരിയോഡോൺഡൈറ്റിസ്, പല്ലുകളിലെ നിറം മാറ്റം, പോടുകൾ, വായ്നാറ്റം, അണുബാധ തുടങ്ങിയവ
- പുകവലി ലൈംഗിക–പ്രത്യുൽപ്പാദനശേഷി കുറയ്ക്കുന്നു. പുകവലിക്കാരായ സ്ത്രീകളിൽ ഗർഭസ്ഥശിശുക്കളുടെ ആരോഗ്യക്കുറവിനും ഇത് കാരണമാകുന്നു.

പുകവലിക്കുന്നവരുമായുള്ള സാമീപ്യംമൂലം പുകവലിക്കാ ത്തവരും പുക ശ്വസിക്കാനിടവ രുന്നതാണ് നിഷ്ക്രിയ പുക വലി (Passive smoking).

ഇത് ഏറെ അപകടകരമാണ്.



ഇന്ത്യയിൽ 14 ശതമാനം പേർ പുകവലിക്കാരും 26 ശതമാനം പേർ പുകരഹിത പുകയില ഉപ യോഗിക്കുന്നവരുമാണ്. അഞ്ച് ശതമാനം പേർ പുകവലിയും പുകരഹിത പുകയിലയും ശീല മാക്കിയവരാണ്.

നാം ഇതിനെ വേണ്ട രീതിയിൽ പ്രതിരോധി ക്കേണ്ടതില്ലേ?