



1	$2x+5y=12$ $\rightarrow 2x+5y=12$
2	$3x-4y=10$ $\rightarrow 3x-4y=10$

സമവാക്യജോടികൾ



മനക്കണക്കും ബീജഗണിതവും

ആദ്യംതന്നെ ഒരു കണക്കാക്കാം.

ഒരു ചെപ്പിൽ കുറുപ്പും വെളുപ്പുമായി 100 മുത്തുകളുണ്ട്; വെളുപ്പിനേക്കാൾ 10 കൂടുതലാണ് കുറുപ്പ്; കുറുപ്പെത്ര? വെളുപ്പെത്ര?

പലത്തത്തിൽ ആലോചിക്കാം. കൂടുതലുള്ള 10 കുറുത്ത മുത്തുകൾ തൽക്കാലം മാറ്റിവെച്ചാൽ, ചെപ്പിൽ 90 മുത്തുകൾ; ഇതിൽ കുറുപ്പും വെളുപ്പും തുല്യം, അതായത് 45 വീതം. ഇനി മാറ്റിവെച്ച കുറുപ്പും കൂടിയെടുത്താൽ, കുറുപ്പ് 55 ആകും; വെളുപ്പ് 45 തന്നെ

ബീജഗണിതമുപയോഗിച്ചും ചെയ്യാം (എട്ടാം ക്ലാസിലെ സമവാക്യങ്ങൾ എന്ന പാഠം). കുറുത്ത മുത്തുകൾ x എണ്ണം എന്നെടുത്താൽ, വെളുത്ത മുത്തുകൾ $x - 10$; എല്ലാംകൂടി 100 ആയതിനാൽ

$$x + (x - 10) = 100$$

ഇതിൽനിന്ന് x മാത്രം വേർതിരിച്ചെടുക്കാം

$$2x - 10 = 100$$

$$2x = 110$$

$$x = 55$$

അങ്ങനെ, കുറുത്ത മുത്തുകൾ 55 എന്നു കിട്ടും; 10 കുറച്ച് വെളുത്ത മുത്തുകൾ 45 എന്നും കാണാം.

ബീജഗണിതം ഉപയോഗിച്ചുതന്നെ മറ്റൊരു വഴിയുണ്ട്: കുറുത്ത മുത്തുകൾ x എണ്ണം, വെളുത്ത മുത്തുകൾ y എണ്ണം എന്നെടുത്താൽ, കണക്കിൽ പറഞ്ഞ കാര്യങ്ങൾ രണ്ടു സമവാക്യമാക്കാം.

$$x + y = 100$$

$$x - y = 10$$

ഇതിൽ നിന്ന് x ഉം y ഉം വേർതിരിച്ചെടുക്കുന്നതെങ്ങനെ?

രണ്ടു സംഖ്യകളുടെ തുകയും വ്യത്യാസവും കൂട്ടിയാൽ, വലിയ സംഖ്യയുടെ രണ്ടു മടങ്ങ് കിട്ടുമെന്ന്, എഴാംക്ലാസിൽ കണ്ടത് ഓർമയുണ്ടോ? (മാറുന്ന സംഖ്യകളും മാറാത്ത ബന്ധങ്ങളും എന്ന പാഠത്തിലെ തുകയും വ്യത്യാസവും എന്ന ഭാഗം)

തുകയിൽ നിന്ന് വ്യത്യാസം കുറച്ചാൽ, ചെറിയ സംഖ്യയുടെ രണ്ടു മടങ്ങ് കിട്ടുമെന്നും കണ്ടു.

അപ്പോൾ മുത്തുകണക്കിൽ

$$2x = (x + y) + (x - y) = 110$$

$$2y = (x + y) - (x - y) = 90$$

ഇനി $x = 55, y = 45$ എന്നും കാണാം

മറ്റൊരു കണക്കു നോക്കാം:

ഒരു മേശയ്ക്കും കസേരയ്ക്കും കൂടി 5000 രൂപയാണ് വില. ഒരു മേശയ്ക്കും നാലു കസേരയ്ക്കും കൂടി 8000 രൂപയും. ഓരോന്നിന്റെയും വിലയെത്രയാണ്?

ആദ്യം മനസ്സിൽത്തന്നെ ചെയ്യാമോ എന്നു നോക്കാം. ഒരു മേശയും നാലു കസേരയുമായപ്പോൾ, വില 3000 രൂപ കൂടി. ഇതിനു കാരണം, മൂന്നു കസേരകൂടി വാങ്ങുന്നതുകൊണ്ടല്ലേ? അതായത്, മൂന്നു കസേരയുടെ വിലയാണ് കൂടുതൽ വന്ന 3000 രൂപ, അപ്പോൾ ഒരു കസേരയുടെ വില 1000 രൂപ, മേശയുടെ വില 4000 രൂപ

ഇങ്ങനെയൊന്നും ആലോചിക്കാതെ, കസേരയുടെ വില x രൂപ എന്നെടുത്തു തുടങ്ങാം; ഇനി അൽപമൊന്നാലോചിച്ചാൽ, മേശയുടെ വില $5000 - x$ രൂപ എന്നു കാണാം. ഒരു മേശയും, നാലു കസേരയുമായാൽ $(5000 - x) + 4x$ രൂപ; ഇത് 8000 രൂപയാണെന്നു പറഞ്ഞിട്ടുണ്ട്. അതായത്,

$$(5000 - x) + 4x = 8000$$

ഇതിൽനിന്ന് x കണക്കാക്കാം:

$$5000 + 3x = 8000$$

$$3x = 3000$$

$$x = 1000$$

അങ്ങനെ കസേരയുടെ വില 1000 രൂപ എന്നു കിട്ടും; മേശയുടെ വില $5000 - 1000 = 4000$ രൂപയെന്നും.

ആദ്യം ഒന്നുതന്നെ ആലോചിക്കാതെ, കസേരയുടെ വില x രൂപ, മേശയുടെ വില y രൂപ എന്നെടുത്തും തുടങ്ങാം. അപ്പോൾ കണക്കിൽപ്പറഞ്ഞിട്ടുള്ള കാര്യങ്ങൾ ഇങ്ങനെ രണ്ടു സമവാക്യങ്ങളാക്കാം;

$$x + y = 5000$$

$$4x + y = 8000$$

ഇനി ആദ്യത്തെ സമവാക്യമനുസരിച്ച്, y എന്ന സംഖ്യ x എന്ന സംഖ്യയിൽനിന്നു കണക്കാക്കാം:

$$y = 5000 - x$$

അപ്പോൾ രണ്ടാമത്തെ സമവാക്യത്തിലെ y യ്ക്കു പകരം $5000 - x$ ഉപയോഗിക്കാം:

$$4x + (5000 - x) = 8000$$

ഇത് കസേരയുടെ വില മാത്രം x എന്നെടുത്തു കിട്ടിയ പഴയ സമവാക്യംതന്നെയല്ലേ? ഇതിൽനിന്ന് ആദ്യത്തെ പോലെ വില രണ്ടും കണക്കാക്കാം. ഒരു കണക്കുകൂടി;

ഒരു ഭിന്നസംഖ്യയുടെ അംശത്തിനോട് ഒന്നു കൂട്ടി ലഘൂകരിച്ചപ്പോൾ

$\frac{1}{2}$ കിട്ടി. ഛേദത്തിനോട് ഒന്നു കൂട്ടി ലഘൂകരിച്ചപ്പോൾ കിട്ടിയത്

$\frac{1}{3}$ ഉം. ഏതാണോ ഭിന്നസംഖ്യ?

ഇത് മനക്കണക്കായി ചെയ്യാൻ പ്രയാസമുണ്ട്; അംശമോ ഛേദമോ x എന്നു മാത്രമെടുത്താലും ഏറെയൊന്നും മുന്നോട്ട് പോകില്ല. അംശം x ഉം ഛേദം y ഉം എന്നെടുത്തു തുടങ്ങാം. അപ്പോൾ കണക്കിൽ പറഞ്ഞിട്ടുള്ള കാര്യങ്ങളോരോന്നും സമവാക്യങ്ങളാക്കാം.

$$\frac{x+1}{y} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{x}{y+1} = \frac{1}{3}$$

ആദ്യത്തെ സമവാക്യമനുസരിച്ച് y എന്ന സംഖ്യ, $x + 1$ എന്ന സംഖ്യയുടെ രണ്ടു മടങ്ങ് ആകണമല്ലോ. അതായത്,

$$2(x + 1) = y$$

ഇനി രണ്ടാമത്തെ സമവാക്യത്തിൽനിന്ന് $y + 1$ എന്ന സംഖ്യ, x എന്ന സംഖ്യയുടെ മൂന്നു മടങ്ങാണെന്നും കിട്ടും. അതായത്,

$$y + 1 = 3x$$

ആദ്യത്തെ സമവാക്യം പറയുന്നത് y എന്ന സംഖ്യയും $2(x + 1)$ എന്ന സംഖ്യയും തുല്യമാണെന്നാണ്; അപ്പോൾ രണ്ടാമത്തെ സമവാക്യത്തിലെ y യ്ക്കു പകരം $2(x + 1)$ എഴുതാം. അതായത്

$$3x = 2(x + 1) + 1 = 2x + 3$$

ഇതിൽ നിന്ന് $x = 3$ എന്നു കാണാം. തുടർന്ന് ആദ്യത്തെ സമവാക്യത്തിൽ നിന്ന് $y = 2 \times 4 = 8$ എന്നും കാണാം. അപ്പോൾ $\frac{3}{8}$ ആണ് കണക്കിലെ ഭിന്നസംഖ്യ.



ചുവടെപ്പറയുന്ന കണക്കുകളോരോന്നും മനക്കണക്കായോ, ഒരക്ഷരം മാത്രമുള്ള സമവാക്യമാക്കിയോ, രണ്ടക്ഷരമുള്ള രണ്ടു സമവാക്യമാക്കിയോ ചെയ്യുക.



- (1) ചുറ്റളവ് ഒരു മീറ്ററായ ചതുരത്തിൽ, വലിയ വശത്തിന് ചെറിയ വശത്തേക്കാൾ അഞ്ചുസെന്റിമീറ്റർ നീളം കൂടുതലാണ്. വശങ്ങളുടെ നീളം കണക്കാക്കുക.
- (2) ഒരു ക്ലാസിൽ ആൺകുട്ടികളേക്കാൾ 4 പെൺകുട്ടികൾ കൂടുതലുണ്ട്. 8 ആൺകുട്ടികൾ മാത്രം വരാതിരുന്ന ഒരു ദിവസം, ആൺകുട്ടികളുടെ രണ്ടു മടങ്ങ് പെൺകുട്ടികളായി. ക്ലാസിൽ എത്ര പെൺകുട്ടികളും എത്ര ആൺകുട്ടികളുമാണ്?
- (3) ഒരാൾ 10000 രൂപ ഭാഗിച്ച് രണ്ടു പദ്ധതികളിലായി നിക്ഷേപിച്ചു; 8 ശതമാനവും, 9 ശതമാനവുമാണ് വാർഷിക പലിശ നിരക്ക്. ഒരു വർഷം കഴിഞ്ഞ് രണ്ടു പദ്ധതിയിൽനിന്നുമായി 875 രൂപ പലിശ കിട്ടി. ഓരോന്നിലും എത്ര രൂപയാണ് നിക്ഷേപിച്ചത്?
- (4) മൂന്നര മീറ്റർ നീളമുള്ള കമ്പി രണ്ടായി മുറിച്ച്, ഒരു കഷണം വളച്ചൊരു സമചതുരവും, മറുകഷണം വളച്ചൊരു സമഭുജത്രികോണവും മുണ്ടാക്കണം. രണ്ടിന്റേയും വശങ്ങൾക്ക് ഒരേ നീളമായിരിക്കണം. എങ്ങനെ മുറിക്കണം?
- (5) ഒരു സെക്കന്റിൽ u മീറ്റർ എന്ന വേഗത്തിൽ തുടങ്ങി, ഓരോ സെക്കന്റിലും a മീറ്റർ/സെക്കന്റ് എന്ന നിരക്കിൽ വേഗം കൂടി, നേർവരയിലൂടെ സഞ്ചരിക്കുന്ന ഒരു വസ്തു, t സെക്കന്റിൽ സഞ്ചരിക്കുന്ന ദൂരം $ut + \frac{1}{2}at^2$ ആണ്. ഇങ്ങനെ സഞ്ചരിക്കുന്ന ഒരു വസ്തു 2 സെക്കന്റിൽ 10 മീറ്ററും, 4 സെക്കന്റിൽ 28 മീറ്ററും സഞ്ചരിക്കുന്നു. യാത്രയുടെ തുടക്കത്തിൽ വേഗം എന്തായിരുന്നു? ഓരോ സെക്കന്റിലും വേഗം കൂടുന്നതിന്റെ നിരക്കെന്താണ്?

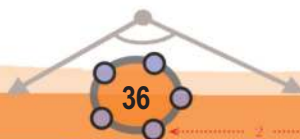
രണ്ടു സമവാക്യങ്ങൾ

ഈ കണക്കു നോക്കൂ.

2 പേനയ്ക്കും 3 നോട്ടുബുക്കിനും കൂടി 40 രൂപ. 2 പേനയ്ക്കും 5 നോട്ടുബുക്കിനുമൊക്കെങ്കിൽ 60 രൂപ. ഒരു പേനയുടെ വില എത്രയാണ്? ഒരു നോട്ടുബുക്കിന്റേയോ?

നേരത്തെ ചെയ്ത കസേര-മേശ കണക്കുപോലെ ആലോചിച്ചു നോക്കൂ. ആദ്യം പറഞ്ഞ 40 രൂപയിൽനിന്ന് വില 60 രൂപയായി കൂടിയതെങ്ങനെ?

2 നോട്ടുബുക്ക് കൂടി വാങ്ങിയതുകൊണ്ടല്ലേ? അതായത്, 2 നോട്ടുബുക്കിന്റെ വിലയാണ് കൂടുതലായ 20 രൂപ. അപ്പോൾ ഒരു നോട്ടുബുക്കിന്റെ വില 10 രൂപ.



ഇനി ആദ്യം പറഞ്ഞതിൽനിന്ന് 2 പേനയുടെ വില കിട്ടാൻ, 40 രൂപയിൽനിന്ന് മൂന്നു നോട്ടുബുക്കിന്റെ വില കുറച്ചാൽപ്പോരേ? അതായത്, $40 - 30 = 10$ രൂപ. അപ്പോൾ ഒരു പേനയുടെ വില 5 രൂപ.

ഇനി, പേനയുടെ വില x രൂപ, നോട്ടുബുക്കിന്റെ വില y രൂപ എന്നെടുത്ത്, കണക്കിൻപറഞ്ഞതെല്ലാം ബീജഗണിത സമവാക്യങ്ങളാക്കി, ഇതു ചെയ്യുന്നത് എങ്ങനെയാണെന്നു നോക്കാം.

2 പേനയുടെയും 3 നോട്ടുബുക്കിന്റെയും

$$\text{വില 40 രൂപ} \quad 2x + 3y = 40$$

2 പേനയുടെയും 5 നോട്ടുബുക്കിന്റെയും

$$\text{വില 60 രൂപ} \quad 2x + 5y = 60$$

കൂടുതലായത് 2 നോട്ടുബുക്കിന്റെ വില

$$(2x + 5y) - (2x + 3y) = 2y$$

കൂടുതലായത് 20 രൂപ

$$60 - 40 = 20$$

2 നോട്ടുബുക്കിന്റെ വില 20 രൂപ

$$2y = 20$$

ഒരു നോട്ടുബുക്കിന്റെ വില 10 രൂപ

$$y = 10$$

2 പേനയുടെ വില, 40 രൂപയിൽനിന്ന്

30 രൂപ കുറച്ചത്

$$2x = 40 - (3 \times 10) = 10$$

ഒരു പേനയുടെ വില 5 രൂപ

$$x = 5$$

അൽപം വ്യത്യസ്തമായ ഒരു കണക്ക് നോക്കൂ:

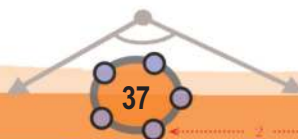
3 പെൻസിലിനും 4 പേനയ്ക്കും കൂടി 26 രൂപയാണ് വില. 6 പെൻസിലിനും 3 പേനയ്ക്കുമാണെങ്കിൽ 27 രൂപയും. പെൻസിലിന്റേയും പേനയുടേയും വില എത്രയാണ്?

ആദ്യം ബീജഗണിതമില്ലാതെ നോക്കാം. ഇവിടെ രണ്ടാമത്തെ വില കൂടാൻ കാരണം, ആദ്യത്തെ കണക്കുപോലെ, ഒരു സാധനം മാത്രം കൂടിയതുകൊണ്ടല്ല. അപ്പോൾ അതുപോലെ അത്ര എളുപ്പമല്ല ഇതിലെ കാര്യങ്ങൾ.

രണ്ടു വിവരങ്ങളിലും പെൻസിലോ, പേനയോ ഒരേ എണ്ണമായിരുന്നെങ്കിൽ ആദ്യത്തെ കണക്കുപോലെ ചെയ്യാമായിരുന്നു. അങ്ങനെയാക്കിയാലോ?

വിലകൾ ഇങ്ങനെ എഴുതിവച്ചു തുടങ്ങാം.

പെൻസിൽ	പേന	വില
3	4	26
6	3	27



ആദ്യം പറഞ്ഞതിൽ 3 പെൻസിലും, രണ്ടാമതു പറഞ്ഞതിൽ 6 പെൻസിലുമാണ്. ആദ്യത്തേതിലും 6 പെൻസിൽതന്നെ ആക്കാൻ പറ്റുമോ?

6 പെൻസിലും, 8 പേനയുമായാലോ?

	പെൻസിൽ	പേന	വില
$\times 2$	3	4	26
	6	3	27
	6	8	52

മൂന്നാമത്തെ വരിയിൽ രണ്ടാമത്തെ വരിയേക്കാൾ വില 25 രൂപ കൂടിയത്, 5 പേനയുടെ മാത്രം വിലയല്ലേ?

അപ്പോൾ, ഒരു പേനയുടെ വില 5 രൂപ. ഇനി ആദ്യത്തെ വരിയിൽ നിന്ന്, 3 പെൻസിലിന്റെ വില $26 - 20 = 6$ രൂപ, ഒരു പെൻസിലിന്റെ വില 2 രൂപ എന്നിങ്ങനെ കണക്കാക്കാം.

ഇനി ഈ ചിന്തകളെല്ലാം ബീജഗണിതത്തിലെഴുതിനോക്കാം. ഒരു പെൻസിലിന്റെ വില x രൂപയെന്നും, ഒരു പേനയുടെ വില y രൂപയെന്നുമെടുത്താൽ, കണക്കിലെ വിവരങ്ങളും അതുപയോഗിച്ച് വിലകൾ കണ്ടുപിടിച്ച രീതിയുമെല്ലാം ഇങ്ങനെ എഴുതാം.

3 പെൻസിലിന്റെയും 4 പേനയുടെയും

$$\text{വില 26 രൂപ} \quad 3x + 4y = 26$$

6 പെൻസിലിന്റെയും 3 പേനയുടെയും

$$\text{വില 27 രൂപ} \quad 6x + 3y = 27$$

6 പെൻസിലിന്റെയും 8 പേനയുടെയും

$$\text{വില 52 രൂപ} \quad 6x + 8y = 2(3x + 4y) = 52$$

$$\text{കൂടുതലായത് 5 പേനയുടെ വില} \quad (6x + 8y) - (6x + 3y) = 5y$$

$$\text{കൂടുതലായത് 25 രൂപ} \quad 5y = 25$$

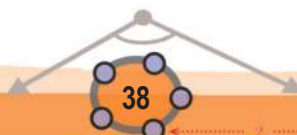
$$\text{ഒരു പേനയുടെ വില 5 രൂപ} \quad y = 5$$

3 പെൻസിലിന്റെ വില 26 രൂപയിൽ നിന്ന്

$$20 \text{ രൂപ കുറച്ചത്} \quad 3x = 26 - (4 \times 5) = 6$$

$$\text{ഒരു പെൻസിലിന്റെ വില, 2 രൂപ} \quad x = 2$$

ഈ ചെയ്തതെല്ലാം ചുരുക്കിയെഴുതാം. ആദ്യം കണക്കിൽ നിന്നു കിട്ടിയ വിവരങ്ങൾ സമവാക്യങ്ങളായി എഴുതാം. അവയെ 1-ാം സമവാക്യമെന്നും, 2-ാം സമവാക്യമെന്നും വിളിക്കാം.



$$3x + 4y = 26 \quad (1)$$

$$6x + 3y = 27 \quad (2)$$

$3x + 4y$ എന്ന സംഖ്യ 26 ആണെന്നാണ് 1-ാം സമവാക്യം പറയുന്നത്; അപ്പോൾ അതിന്റെ രണ്ടു മടങ്ങ് 52.

$$6x + 8y = 52 \quad (3)$$

ഇനി 2-ാം സമവാക്യവും, 3-ാം സമവാക്യവും ഉപയോഗിച്ച്, ഇങ്ങനെയെഴുതാം.

$$(6x + 8y) - (6x + 3y) = 52 - 27$$

ഇത് ലഘൂകരിച്ച്

$$5y = 25$$

എന്നും അതിൽനിന്ന് $y = 5$ എന്നും കിട്ടും. തുടർന്ന് 1-ാം സമവാക്യത്തിൽ y ആയി 5 എടുത്താൽ x ഉം കണക്കാക്കാം.

$$3x + (4 \times 5) = 26$$

$$3x = 26 - 20 = 6$$

$$x = 2$$

മറ്റൊരു കണക്കുനോക്കാം:

ചെറിയ പാത്രത്തിൽ അഞ്ചു തവണയും, വലിയ പാത്രത്തിൽ രണ്ടു തവണയും വെള്ളം നിറച്ചൊഴിച്ചപ്പോൾ 20 ലിറ്റർ. ചെറിയ പാത്രത്തിൽ രണ്ടു തവണയും, വലിയ പാത്രത്തിൽ മൂന്നു തവണയും നിറച്ചൊഴിച്ചപ്പോഴോ, 19 ലിറ്ററും. ഓരോ പാത്രത്തിലും എത്ര ലിറ്റർ വെള്ളം കൊള്ളും?

ചെറിയ പാത്രത്തിൽ x ലിറ്ററും, വലിയ പാത്രത്തിൽ y ലിറ്ററും കൊള്ളും എന്നെടുത്ത്, കണക്കിൽപ്പറഞ്ഞിട്ടുള്ള കാര്യങ്ങൾ സമവാക്യങ്ങളാക്കാം:

$$5x + 2y = 20 \quad (1)$$

$$2x + 3y = 19 \quad (2)$$

ആദ്യത്തെ കണക്കിൽ ചെയ്തതുപോലെ, ഇതിലെ (1) ലും $2x$ തന്നെയാക്കണമെങ്കിൽ, $\frac{2}{5}$ കൊണ്ടു ഗുണിക്കണം; മറിച്ച്, (2) ൽ $5x$ ആക്കണമെങ്കിൽ $\frac{5}{2}$ കൊണ്ടു ഗുണിക്കണം.



ഒരു ജോടി സമവാക്യങ്ങളുടെ പരിഹാരം കാണാൻ ജിയോജിബ്രയിലെ CAS ഉപയോഗിക്കാം. ഉദാഹരണത്തിന്, $5x+2y=20$, $2x+3y=19$ എന്നീ സമവാക്യജോടികളുടെ പരിഹാരം കാണാൻ CAS തുറന്ന് (view→CAS), Solve($\{5x+2y=20, 2x+3y=19\}$, $\{x, y\}$) എന്ന് നൽകിയാൽ മതി.

വ്യത്യസ്ത വിവരങ്ങൾ

രാമു 7 രൂപ കൊടുത്ത് ഒരു പെൻസിലും ഒരു പേനയും വാങ്ങി. അജു 4 പെൻസിലും 4 പേനയും വാങ്ങി; 28 രൂപയായി. ഈ വിവരങ്ങൾ വച്ചുകൊണ്ട് ഓരോന്നിന്റേയും വില കണ്ടുപിടിക്കാൻ ഇവർ ശ്രമിച്ചു. പെൻസിലിന്റെ വില x എന്നെടുത്ത് ആദ്യം പറഞ്ഞതുപയോഗിച്ച് പേനയുടെ വില $7 - x$ എന്നാക്കി.

രണ്ടാമതു പറഞ്ഞതുപയോഗിച്ച്

$$4x + 4(7 - x) = 28$$

എന്നെഴുതി. ഇതു ലഘൂകരിച്ചപ്പോൾ കിട്ടിയതോ? $28 = 28$

ഇവിടെ, പെൻസിലിന്റെ വില x , പേനയുടെ വില y എന്നെടുത്തിരുന്നെങ്കിലോ?

$$x + y = 7$$

$$4x + 4y = 28$$

രണ്ടാമതെഴുതിയ സമവാക്യത്തിനെ

$$4(x + y) = 28$$

എന്നാക്കിയാൽ വീണ്ടും

$$x + y = 7$$

എന്നു തന്നെയല്ലേ കിട്ടുന്നത്?

അതായത്, ഈ കണക്കിൽ രണ്ടായിപ്പറഞ്ഞുവെങ്കിലും, വിലകൾ തമ്മിലുള്ള ഒരു ബന്ധം മാത്രമേ യഥാർത്ഥത്തിൽ പറഞ്ഞിട്ടുള്ളൂ. അതുമാത്രം ഉപയോഗിച്ച് വിലകൾ വെച്ചേറെ കണ്ടുപിടിക്കാനും കഴിയില്ല.

കണക്കും കാര്യവും

10 മീറ്റർ ചുറ്റളവുള്ള ഒരു ചതുരമുണ്ടാക്കണം. നീളം, വീതിയേക്കാൾ 5.5 മീറ്റർ കൂടുതലാകണം. നീളവും വീതിയും എത്രയാകണം?

വീതി x എന്നെടുത്താൽ, നീളം $x + 5.5$ ആകണം. ചുറ്റളവ് 10 മീറ്ററാകണം എന്നതിനാൽ

$$x + (x + 5.5) = \frac{10}{2} = 5$$

അതായത്,

$$2x + 5.5 = 5$$

അഥവാ

$$2x = -0.5$$

$$x = -0.25$$

ഇത് ശരിയാകില്ലല്ലോ. ചതുരത്തിന്റെ അളവുകളെങ്ങനെ ന്യൂന സംഖ്യകളാകാം?

ഇതിന്റെ അർത്ഥം, ഈ നിബന്ധനകൾ രണ്ടും ശരിയാകുന്ന തരത്തിൽ ഒരു ചതുരം വരയ്ക്കാൻ കഴിയില്ല എന്നതാണ്. ഈ കണക്കിൽ വീതി x , നീളം y എന്നെടുത്തിരുന്നെങ്കിൽ, തന്നിട്ടുള്ള വിവരങ്ങളിൽ നിന്ന് കിട്ടുന്ന സമവാക്യങ്ങൾ

$$x + y = 5$$

$$y - x = 5.5$$

ഇത് രണ്ടും ശരിയാകുന്ന അധിസംഖ്യകൾ ഇല്ലെന്ന് പെട്ടെന്ന് മനസ്സിലാക്കാം. (രണ്ട് അധിസംഖ്യകളുടെ തുക, അവയുടെ വ്യത്യാസത്തെക്കാൾ ചെറുതാകില്ലല്ലോ.)

ഇങ്ങനെ ഏതെങ്കിലും തരത്തിൽ, ഉത്തരം കണ്ടുപിടിക്കാം.

ഭിന്നസംഖ്യകൾ ഇല്ലാതെ ചെയ്യാനൊരു മാർഗമുണ്ട്. (1) ലും (2) ലും 10 x ആക്കാം; അതിന് (1) നെ 2 കൊണ്ടും, (2) നെ 5 കൊണ്ടും ഗുണിച്ചാൽ മതി. സമവാക്യങ്ങൾ ഇങ്ങനെ മാറും.

$$(1) \times 2 : 10x + 4y = 40 \quad (3)$$

$$(2) \times 5 : 10x + 15y = 95 \quad (4)$$

ഇനി (4) ൽ നിന്ന് (3) കുറച്ച്

$$(4) - (3) : 11y = 55$$

എന്നും, അതിൽ നിന്ന്

$$y = 5$$

എന്നും കാണാം. തുടർന്ന്, ഇത് (1) ൽ ഉപയോഗിച്ച് x ഉം കണക്കാക്കാം.

$$5x + 10 = 20$$

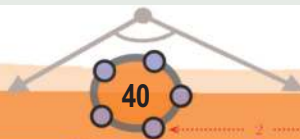
$$5x = 10$$

$$x = 2$$

അങ്ങനെ ചെറിയ പാത്രത്തിൽ 2 ലിറ്ററും, വലിയ പാത്രത്തിൽ 5 ലിറ്ററും കൊള്ളുമെന്നു കണക്കാക്കാം.



- (1) രാജു ഇരുന്നൂറു പേജുള്ള നോട്ടുപുസ്തകം ഏഴെണ്ണവും, നൂറുപേജുള്ള നോട്ടുപുസ്തകം അഞ്ചെണ്ണവും വാങ്ങി. വില 107 രൂപ. ജോസഫ് ഇരുന്നൂറു പേജുള്ള നോട്ടുപുസ്തകം അഞ്ചെണ്ണവും, നൂറുപേജുള്ള നോട്ടുപുസ്തകം ഏഴെണ്ണവുമാണ് വാങ്ങിയത്. വില 97 രൂപയേ ആയുള്ളൂ. ഓരോ തരത്തിലുമുള്ള നോട്ടുബുക്കുകളുടെ വില എത്രയാണ്?
- (2) ഒരു സഖ്യയുടെ നാലു മടങ്ങും, മറ്റൊരു സംഖ്യയുടെ മൂന്നു മടങ്ങും കൂട്ടിയപ്പോൾ 43 കിട്ടി. ആദ്യത്തെ സംഖ്യയുടെ മൂന്നു മടങ്ങിൽനിന്ന്, രണ്ടാമത്തെ സംഖ്യയുടെ രണ്ടു മടങ്ങ് കുറച്ചപ്പോൾ കിട്ടിയത് 11. സംഖ്യകൾ എന്തൊക്കെയാണ്?
- (3) ഒരു രണ്ടക്കസംഖ്യയിലെ അക്കങ്ങളുടെ തുക 11 ആണ്. ഈ സംഖ്യയിലെ അക്കങ്ങൾ പരസ്പരം മാറ്റിയാൽ കിട്ടുന്ന സംഖ്യ, ആദ്യത്തെ സംഖ്യയേക്കാൾ 27 കൂടുതലാണ്. സംഖ്യകൾ എന്താണ്?



- (4) നാലു വർഷം മുമ്പ്, റഹിമിന്റെ പ്രായം, രാമുവിന്റെ പ്രായത്തിന്റെ മൂന്നു മടങ്ങായിരുന്നു. രണ്ടു വർഷം കഴിയുമ്പോൾ ഇത് രണ്ടു മടങ്ങാകും. അവരുടെ ഇപ്പോഴത്തെ പ്രായം എത്രയാണ്?
- (5) ഒരു ചതുരത്തിന്റെ നീളം 5 മീറ്റർ കൂട്ടുകയും, വീതി 3 മീറ്റർ കുറയ്ക്കുകയും ചെയ്താൽ, പരപ്പളവ് 5 ചതുരശ്രമീറ്റർ കുറയും. നീളം 3 മീറ്ററും, വീതി 2 മീറ്ററും കൂട്ടിയാൽ, പരപ്പളവ് 50 ചതുരശ്രമീറ്റർ കൂടും. നീളവും വീതിയും എത്രയാണ്?

മറ്റു ചില സമവാക്യങ്ങൾ

ഈ കണക്കു നോക്കൂ.

രണ്ടു സമചതുരങ്ങളിൽ വലുതിന്റെ വശം, ചെറുതിന്റെ വശത്തേക്കാൾ 5 സെന്റിമീറ്റർ കൂടുതലാണ്, വലുതിന്റെ പരപ്പളവ്, ചെറുതിന്റെ പരപ്പളവിനേക്കാൾ 55 ചതുരശ്രസെന്റിമീറ്റർ കൂടുതലാണ്. രണ്ടിന്റെയും വശങ്ങളുടെ നീളം എത്രയാണ്?

വലുതിന്റെ ഒരു വശം x സെന്റിമീറ്ററെന്നും, ചെറുതിന്റെ ഒരു വശം y സെന്റിമീറ്റർ എന്നുമെടുത്താൽ, കണക്കിൽ പറഞ്ഞ കാര്യങ്ങൾ രണ്ടു സമവാക്യങ്ങളാക്കാം.

$$x - y = 5$$

$$x^2 - y^2 = 55$$

ഇനിയെന്തു ചെയ്യും?

$x^2 - y^2 = (x + y)(x - y)$ എന്നറിയാമല്ലോ. ഇക്കാര്യം ഇങ്ങനെയും എഴുതാം.

$$x + y = \frac{x^2 - y^2}{x - y}$$

അപ്പോൾ നമ്മുടെ ചതുരക്കണക്കിൽ

$$x + y = \frac{55}{5} = 11$$

ഇപ്പോൾ $x + y = 11$ എന്ന തുകയും, $x - y = 5$ എന്ന വ്യത്യാസവും ആയില്ലേ?

ഇനി സംഖ്യകൾ കണക്കാക്കാമല്ലോ.

$$x = \frac{1}{2} (11 + 5) = 8$$

$$y = \frac{1}{2} (11 - 5) = 3$$

അതായത്, സമചതുരങ്ങളുടെ വശങ്ങൾ, 8 സെന്റിമീറ്ററും, 3 സെന്റിമീറ്ററും.

മറ്റൊരു കണക്ക്:

ഒരു ചതുരത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് 10 മീറ്ററും, പരപ്പളവ് $5\frac{1}{4}$ ചതുരശ്രമീറ്ററുമാണ്. അതിന്റെ വശങ്ങളുടെ നീളം എത്രയാണ്?



ഗണിതം IX

വശങ്ങളുടെ നീളം x മീറ്റർ, y മീറ്റർ എന്നെടുത്താൽ, ചുറ്റളവ്, $2(x+y)$ മീറ്റർ, പരപ്പളവ് xy ചതുരശ്രമീറ്റർ, അപ്പോൾ കണക്കിലെ വിവരങ്ങൾ ഇങ്ങനെ സമവാക്യങ്ങളാക്കാം.

$$x + y = 5$$

$$xy = 5\frac{1}{4}$$

ഇനിയോ? ഇവയിൽനിന്ന് $x - y$ കണ്ടുപിടിക്കാമോ?

$(x + y)^2 - (x - y)^2 = 4xy$ എന്നറിയാമല്ലോ. ഇത് ഇങ്ങനെയെഴുതാം.

$$(x - y)^2 = (x + y)^2 - 4xy$$

അപ്പോൾ നമ്മുടെ കണക്കിൽ

$$(x - y)^2 = 5^2 - \left(4 \times 5\frac{1}{4}\right) = 25 - 21 = 4$$

അപ്പോൾ $x - y = 2$. ഇനി, $x + y = 5$ എന്നതും കൂടി ഉപയോഗിച്ചാൽ

$$x = 3\frac{1}{2}, y = 1\frac{1}{2}$$

അതായത്, ചതുരത്തിന്റെ വശങ്ങൾ, $3\frac{1}{2}$ മീറ്ററും, $1\frac{1}{2}$ മീറ്ററും

?



- (1) 10 മീറ്റർ നീളമുള്ള കയർ രണ്ടായി മുറിച്ച്, ഓരോ കഷണം കൊണ്ടും സമചതുരമുണ്ടാക്കണം. അവയുടെ അകത്തുള്ള പരപ്പളവുകളുടെ വ്യത്യാസം $1\frac{1}{4}$ ചതുരശ്രമീറ്ററാകണം. എങ്ങനെ മുറിക്കണം?
- (2) ഒരു ചതുരത്തിന്റെ നീളം, വീതിയേക്കാൾ 1 മീറ്റർ കൂടുതലാണ്; അതിന്റെ പരപ്പളവ് $3\frac{3}{4}$ ചതുരശ്രമീറ്റർ. നീളവും വീതിയും എത്രയാണ്?
- (3) ഒരു മട്ടത്രികോണത്തിന്റെ കർണം $6\frac{1}{2}$ സെന്റിമീറ്ററും, പരപ്പളവ് $7\frac{1}{2}$ ചതുരശ്രസെന്റിമീറ്ററുമാണ്. ലംബവശങ്ങളുടെ നീളം കണക്കാക്കുക.

