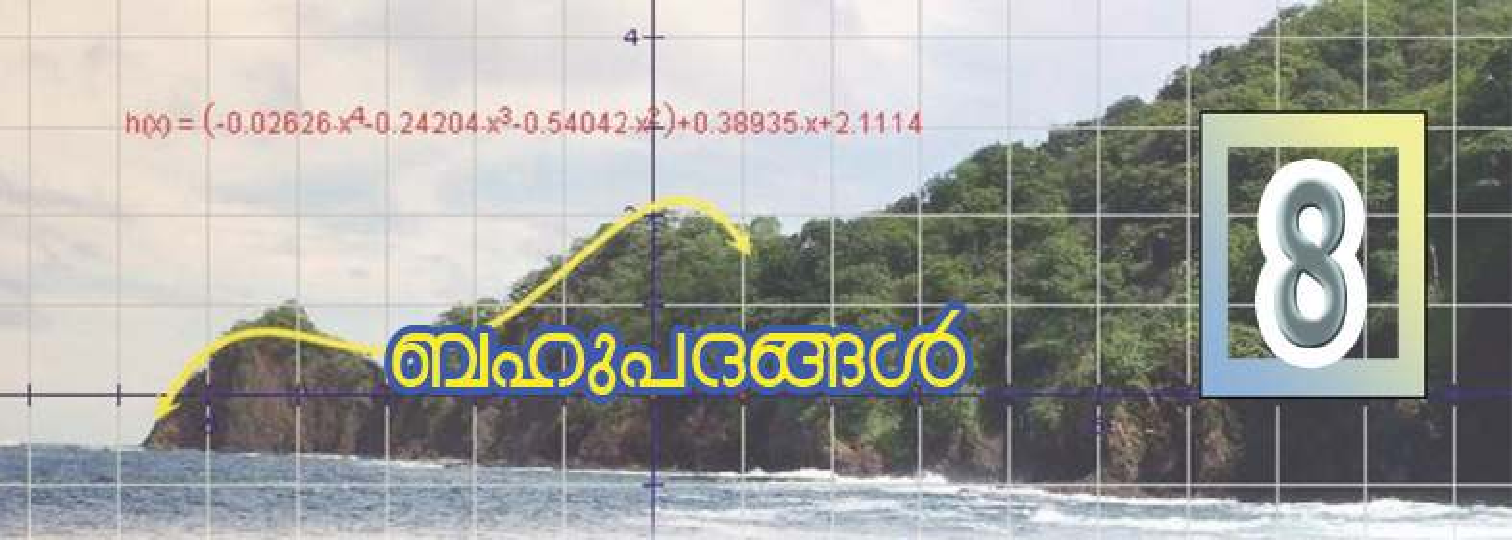
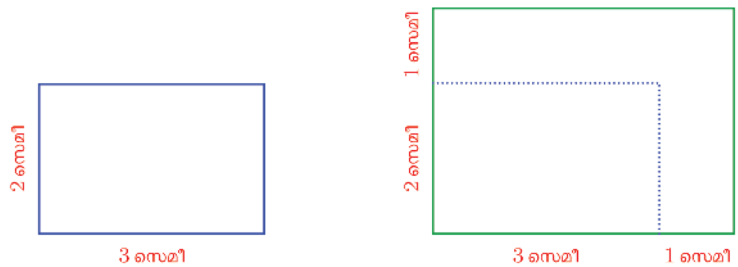


8 ബഹുപദങ്ങൾ

അളവുകളുടെ ബീജഗണിതം

വശങ്ങളുടെ നീളം 2 സെന്റിമീറ്ററും, 3 സെന്റിമീറ്ററുമായ ഒരു ചതുരത്തിന്റെ വശങ്ങളെല്ലാം 1 സെന്റിമീറ്റർ വീതം നീട്ടി, അൽപംകൂടി വലിയ ചതുരമാക്കി:



പുതിയ ചതുരത്തിന്റെ ചുറ്റളവെന്താണ്?

ഈ ചതുരത്തിന്റെ വശങ്ങളുടെ നീളം 4 സെന്റിമീറ്ററും, 3 സെന്റിമീറ്ററും; ചുറ്റളവ് 14 സെന്റിമീറ്റർ.

മറ്റൊരു രീതിയിലും ആലോചിക്കാം:

ആദ്യം ചതുരത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് 10 സെന്റിമീറ്റർ, നാലു വശത്തിലും 1 സെന്റിമീറ്റർ വീതം കൂടി; ആകെ 4 സെന്റിമീറ്റർ കൂടി. പുതിയ ചുറ്റളവ്, $10 + 4 = 14$ സെന്റിമീറ്റർ.

വശങ്ങളുടെ നീളം 2 സെന്റിമീറ്ററാണ് നീട്ടിയതെങ്കിലോ? രണ്ടാമതു പറഞ്ഞതുപോലെ ആലോചിച്ചാൽ, ഓരോ വശത്തിലും 2 സെന്റിമീറ്റർ വീതം കൂടി. ആകെ കൂടിയ നീളം $4 \times 2 = 8$ സെന്റിമീറ്റർ; പുതിയ ചുറ്റളവ് $10 + 8 = 18$ സെന്റിമീറ്റർ.

ഇങ്ങനെ കണക്കുകൂട്ടാൻ എളുപ്പമാണല്ലോ. കൂട്ടിയ നീളം $2\frac{1}{2}$ സെന്റിമീറ്ററാണെങ്കിൽ, വലിയ ചതുരത്തിന്റെ ചുറ്റളവ്,

$$\left(4 \times 2\frac{1}{2}\right) + 10 = 20 \text{ സെന്റിമീറ്റർ}$$

പൊതുവെ പറഞ്ഞാൽ, ഓരോ വശവും കൂട്ടിയത് എത്ര സെന്റിമീറ്ററായാലും, അതിന്റെ നാലു മടങ്ങ് 10 സെന്റിമീറ്ററിനോട് കൂട്ടിയാൽ, പുതിയ ചുറ്റളവായി.

ഇക്കാര്യം ബീജഗണിതത്തിലെഴുതാം; ഓരോ വശവും കൂട്ടിയത് x സെന്റിമീറ്റർ എന്നും, പുതിയ ചുറ്റളവ് p സെന്റിമീറ്ററെന്നും എഴുതിയാൽ,

$$p = 4x + 10$$

ഇനി പല നീളങ്ങൾ കൂട്ടുന്നതനുസരിച്ച്, മാറുന്ന ചുറ്റളവുകൾ പെട്ടെന്നെഴുതാമല്ലോ.

3 സെന്റിമീറ്റർ വീതം കൂട്ടിയാൽ, ചുറ്റളവ് 22 സെന്റിമീറ്റർ

$3\frac{1}{2}$ സെന്റിമീറ്റർ വീതം കൂട്ടിയാൽ, ചുറ്റളവ് 24 സെന്റിമീറ്റർ

$3\frac{3}{4}$ സെന്റിമീറ്റർ വീതം കൂട്ടിയാൽ, ചുറ്റളവ് 25 സെന്റിമീറ്റർ

ബീജഗണിതരീതിയിൽ ഇതൽപംകൂടി ചുരുക്കിയെഴുതാം;

$x = 3$ എന്നെടുത്താൽ $p = 22$

$x = 3\frac{1}{2}$ എന്നെടുത്താൽ $p = 24$

$x = 3\frac{3}{4}$ എന്നെടുത്താൽ $p = 25$

ഇതിനിയും ചുരുക്കിയെഴുതാൻ ഒരു ബീജഗണിതരീതിയുണ്ട്;

$$p(3) = 22$$

$$p\left(3\frac{1}{2}\right) = 24$$

$$p\left(3\frac{3}{4}\right) = 25$$

പൊതുവായി ഇങ്ങനെയെഴുതാം:

$$p(x) = 4x + 10$$

ഈ ചുരുക്കെഴുത്ത് ഒന്നുകൂടി നോക്കാം. ആദ്യം നമ്മുടെ കണക്ക് സാധാരണഭാഷയിൽ ഇങ്ങനെയെഴുതാം:

വശങ്ങളുടെ നീളം രണ്ടു സെന്റിമീറ്ററും, മൂന്നു സെന്റിമീറ്ററുമായ ഒരു ചതുരത്തിന്റെ വശങ്ങളെല്ലാം ഒരു പോലെ കൂട്ടി വലിയ ചതുരമാക്കിയാൽ ആ ചതുരത്തിന്റെ ചുറ്റളവ്, കൂട്ടിയ നീളത്തിന്റെ നാലു മടങ്ങ് പത്തിനോട് കൂട്ടിയതാണ്. ഉദാഹരണമായി വശങ്ങളെല്ലാം ഒന്നര സെന്റിമീറ്റർ കൂട്ടിയാൽ, ചുറ്റളവ് പതിനാറു സെന്റിമീറ്ററാകും.

ഇത് ബീജഗണിതരീതിയിൽ ഇങ്ങനെ ചുരുക്കിയെഴുതാം:

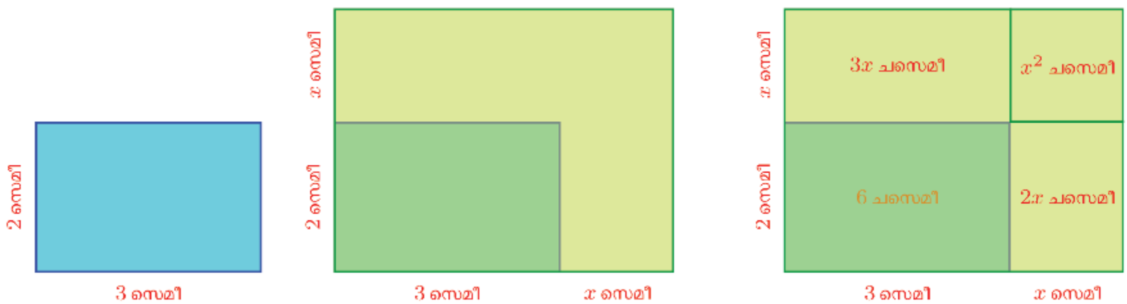
വശങ്ങളുടെ നീളം 2 സെന്റിമീറ്ററും, 3 സെന്റിമീറ്ററുമായ ഒരു ചതുരത്തിന്റെ വശങ്ങളെല്ലാം x സെന്റിമീറ്റർ കൂട്ടി വലിയ ചതുരമാക്കിയതിന്റെ ചുറ്റളവ് p സെന്റിമീറ്റർ എന്നെഴുതിയാൽ, $p = 4x + 10$.

ഉദാഹരണമായി, $x = 1\frac{1}{2}$ എന്നെടുത്താൽ, $p = 16$

ഇതിലെ x മാറുന്നതനുസരിച്ചാണ് p മാറുന്നതെന്നു വ്യക്തമാക്കാനായി, p എന്നുമാത്രം എഴുതുന്നതിനുപകരം $p(x)$ എന്നെഴുതാം; അപ്പോൾ മുകളിലെഴുതിയത് ഇങ്ങനെ മാറ്റിയെഴുതാം;

> വശങ്ങളുടെ നീളം 2 സെന്റിമീറ്ററും, 3 സെന്റിമീറ്ററുമായ ഒരു ചതുരത്തിന്റെ വശങ്ങളെല്ലാം x സെന്റിമീറ്റർ കൂട്ടി വലിയ ചതുരമാക്കിയതിന്റെ ചുറ്റളവ് $p(x) = 4x + 10$. ഉദാഹരണമായി, $p\left(1\frac{1}{2}\right) = 16$

ഇനി, ഈ കണക്കിൽത്തന്നെ പരപ്പളവ് മാറുന്നത് എങ്ങനെയെന്നു നോക്കാം. പല നീളങ്ങൾ കൂട്ടുമ്പോൾ പരപ്പളവ് മാറുന്നത് ഒന്നൊന്നായി നോക്കുന്നതിനു പകരം, പൊതുവേ കൂട്ടുന്ന നീളം x സെന്റിമീറ്റർ എന്നെടുത്തു തുടങ്ങാം:



ചിത്രത്തിൽനിന്ന്, പുതിയ പരപ്പളവ്

$$6 + 2x + 3x + x^2 = 6 + 5x + x^2$$

(എട്ടാംക്ലാസിലെ **സർവസമവാക്യങ്ങൾ** എന്ന പാഠം ഓർക്കുക)

ചുറ്റളവ് കണക്കിലെപ്പോലെ, വശങ്ങളെല്ലാം x സെന്റിമീറ്റർ കൂടുമ്പോഴുള്ള പരപ്പളവിനെ $a(x)$ എന്നെഴുതിയാൽ

$$a(x) = x^2 + 5x + 6$$

ഇതിൽ നിന്ന്

$$a(1) = 1 + 5 + 6 = 12$$

$$a\left(1\frac{1}{2}\right) = 2\frac{1}{4} + 7\frac{1}{2} + 6 = 15\frac{3}{4}$$

$$a(2) = 4 + 10 + 6 = 20$$

എന്നെല്ലാം കണക്കാക്കാം. ഇതെല്ലാം സാധാരണഭാഷയിൽ ഇങ്ങനെയെഴുതാം:

> വശങ്ങളെല്ലാം 1 സെന്റിമീറ്റർ കൂട്ടിയാൽ, പരപ്പളവ് 12 ചതുരശ്ര സെന്റിമീറ്റർ.
>
> വശങ്ങളെല്ലാം $1\frac{1}{2}$ സെന്റിമീറ്റർ കൂട്ടിയാൽ, പരപ്പളവ് $15\frac{3}{4}$ ചതുരശ്ര സെന്റിമീറ്റർ.
>
> വശങ്ങളെല്ലാം 2 സെന്റിമീറ്റർ കൂട്ടിയാൽ, പരപ്പളവ് 20 ചതുരശ്ര സെന്റിമീറ്റർ.

മറ്റൊരു ഉദാഹരണമായി, വശങ്ങളുടെ നീളം 1, 2, 3 സെന്റിമീറ്ററായ ചതുരക്കട്ടയുടെ വശങ്ങളെല്ലാം ഒരുപോലെ കൂട്ടി വലിയ ചതുരക്കട്ടയാക്കിയാൽ വ്യാപ്തം എങ്ങനെ മാറുമെന്നു നോക്കാം. കൂട്ടിയ നീളം x സെന്റിമീറ്റർ എന്നെടുത്താൽ, വലിയ കട്ടയുടെ വ്യാപ്തം $(x + 1)\ (x + 2)\ (x + 3)$ ഘന സെന്റിമീറ്റർ. ഇതു വിസ്തരിച്ചെഴുതാൻ, ആദ്യം നേരത്തെ കണ്ടതുപോലെ

$$(x + 2)\ \ (x + 3) = x^2 + 5x + 6$$

എന്നെഴുതാം. ഇനി ഇതിനെ $x + 1$ കൊണ്ടു ഗുണിക്കണം; അതിന് ആദ്യത്തെ തുകയിലെ മൂന്നു സംഖ്യകളിലോരോന്നിനെയും, രണ്ടാമത്തെ തുകയിലെ ഓരോന്നുകൊണ്ടും ഗുണിച്ച്, കൂട്ടണം.

$$(x + 1)\ (x^2 + 5x + 6) = x^3 + 5x^2 + 6x + x^2 + 5x + 6 = x^3 + 6x^2 + 11x + 6$$

വിശദമായി പറഞ്ഞാൽ,

> വശങ്ങളുടെ നീളം 1 സെന്റിമീറ്റർ, 2 സെന്റിമീറ്റർ, 3 സെന്റിമീറ്റർ ആയ ചതുരക്കട്ടയുടെ വശങ്ങളെല്ലാം x സെന്റിമീറ്റർ കൂട്ടി വലിയ ചതുരക്കട്ടയാക്കിയതിന്റെ വ്യാപ്തം $v\ (x)$ ഘനസെന്റിമീറ്റർ എന്നെഴുതിയാൽ, $v\ (x) = x^3 + 6x^2 + 11x + 6$.

വ്യത്യസ്തമായ മറ്റൊരു സന്ദർഭം നോക്കാം. 49 മീറ്റർ/സെക്കന്റ് എന്ന വേഗത്തിൽ നേരെ മുകളിലേക്കെറിയുന്ന ഒരു വസ്തുവിന്റെ മേലോട്ടുള്ള യാത്രയിൽ, ഓരോ സെക്കന്റിലും 9.8 മീറ്റർ/സെക്കന്റ് എന്ന നിരക്കിൽ വേഗം കുറയുമെന്നും, 5 സെക്കന്റ് ആകുമ്പോൾ വേഗം 0 ആകുകയും, തുടർന്ന് ഓരോ സെക്കന്റിലും 9.8 മീറ്റർ/സെക്കന്റ് എന്ന നിരക്കിൽ കൂടുന്ന വേഗത്തോടെ താഴോട്ടു വീഴുമെന്നും കണക്കാക്കിയിട്ടുണ്ട് (എട്ടാംക്ലാസിലെ **ന്യൂനസംഖ്യകൾ** എന്ന പാഠത്തിൽ, **ന്യൂനവേഗം** എന്ന ഭാഗം) സമയവും ദൂരവുമായുള്ള ബന്ധത്തിന്റെ സമവാക്യവും അറിയാം. x സെക്കന്റിലെ വേഗം, ഇപ്പോൾ ചെയ്യുന്നതുപോലെ $s(x)$ മീറ്റർ/സെക്കന്റ് എന്നെഴുതിയാൽ

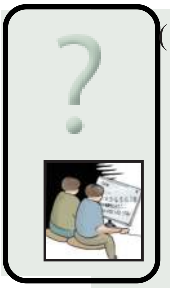
$$s\ (x) = 49 - \ 9.8x$$

59K727

വ്യത്യസ്ത സമയങ്ങളിലെ വേഗം ഇതിൽനിന്നു കണക്കാക്കാം.

സമയം x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
വേഗം $s(x)$	49	39.2	29.4	19.6	9.8	0	–9.8	–19.6	–29.4	–39.2	–49

ഇതിൽ താഴത്തെ വരിയിലെ പൂജ്യത്തിന്റെ ഇരുവശത്തും ഒരേ സംഖ്യകൾ ന്യൂനമായി വരുന്നതിന്റെ കണക്കെന്താണ്? ഇതിന്റെ ഭൗതികമായ വിശദീകരണം എന്താണ്?



(1) ഒരു വശത്തിന്റെ നീളം മറ്റേവശത്തിന്റെ നീളത്തേക്കാൾ 1 സെന്റിമീറ്റർ കുറവായ ചതുരങ്ങളിൽ, ചെറിയ വശത്തിന്റെ നീളം x സെന്റിമീറ്റർ എന്നെടുക്കുക.

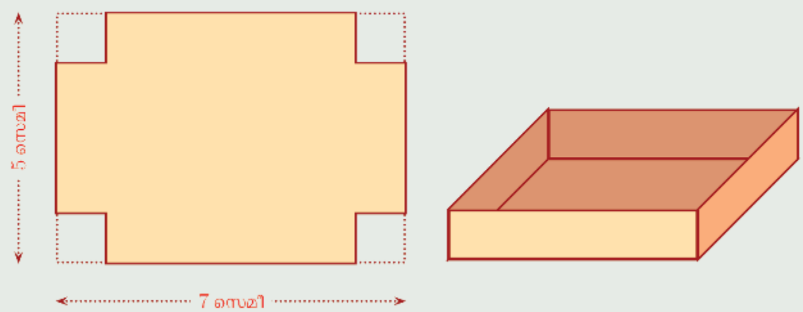
i) ഇവയുടെ ചുറ്റളവുകൾ $p(x)$ സെന്റിമീറ്റർ എന്നെടുത്ത്, x ഉം $p(x)$ ഉം തമ്മിലുള്ള ബന്ധം സമവാക്യമായി എഴുതുക.

ii) ഇവയുടെ പരപ്പളവുകൾ $a(x)$ ചതുരശ്ര സെന്റിമീറ്റർ എന്നെടുത്ത്, x ഉം $a(x)$ ഉം തമ്മിലുള്ള ബന്ധം സമവാക്യമായി എഴുതുക.

iii) $p(1)$, $p(2)$, $p(3)$, $p(4)$, $p(5)$ എന്നിവ കണക്കാക്കുക. എന്തെങ്കിലും ക്രമം കാണുന്നുണ്ടോ?

iv) $a(1)$, $a(2)$, $a(3)$, $a(4)$, $a(5)$ എന്നിവ കണക്കാക്കുക. എന്തെങ്കിലും ക്രമം കാണുന്നുണ്ടോ?

(2) ചിത്രത്തിൽക്കാണിച്ചിരിക്കുന്നതുപോലെ, ഒരു ചതുരത്തിന്റെ നാലു മൂലകളിൽനിന്നും ചെറു സമചതുരങ്ങൾ വെട്ടിമാറ്റി, മേലോട്ട് മടക്കി, ഒരു പെട്ടി ഉണ്ടാക്കുന്നു.



59U33U

i) വെട്ടിയെടുക്കുന്ന സമചതുരത്തിന്റെ ഒരു വശത്തിന്റെ നീളം x സെന്റിമീറ്റർ എന്നെടുത്ത്, പെട്ടിയുടെ മൂന്നളവുകളും എഴുതുക.

ii) പെട്ടിയുടെ വ്യാപ്തം $v(x)$ ഘനസെന്റിമീറ്റർ എന്നെടുത്ത്, x ഉം $v(x)$ ഉം തമ്മിലുള്ള ബന്ധം സമവാക്യമായി എഴുതുക.

iii) $v\left(\frac{1}{2}\right)$, $v(1)$, $v\left(1\frac{1}{2}\right)$ ഇവ കണക്കാക്കുക.

(3) ഒരു മീറ്റർ നീളമുള്ള കയറുകൊണ്ട് ഉണ്ടാക്കാവുന്ന ചതുരങ്ങളുടെ ഒരു വശത്തിന്റെ നീളം x സെന്റിമീറ്റർ എന്നും, ചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ് $a(x)$ ചതുരശ്രസെന്റിമീറ്റർ എന്നുമെടുക്കുക.

i) x ഉം $a(x)$ ഉം തമ്മിലുള്ള ബന്ധം സമവാക്യമായി എഴുതുക.

ii) $a(10)$, $a(40)$ ഇവ ഒരേ സംഖ്യ ആകുന്നത് എന്തുകൊണ്ടാണ്?

iii) x ആയി രണ്ടു വ്യത്യസ്ത സംഖ്യകളെടുക്കുമ്പോൾ $a(x)$ ആയി ഒരേസംഖ്യതന്നെ കിട്ടാൻ, ഈ സംഖ്യകൾ തമ്മിലുള്ള ബന്ധം എന്തായിരിക്കണം?

സവിശേഷ വാചകങ്ങൾ

പലതരം അളവുകൾ തമ്മിലുള്ള ബന്ധം ബീജഗണിത സമവാക്യങ്ങളായി എഴുതുന്നതു കണ്ടല്ലോ. കേവലസംഖ്യകളിന്മേലുള്ള ക്രിയകളായും ഇവയെ കാണാം. ഉദാഹരണമായി ആദ്യത്തെ ചതുരക്കണക്കിൽ വശങ്ങളുടെ നീളം നീട്ടിയതും പുതിയ ചുറ്റളവും തമ്മിലുള്ള ബന്ധം.

$$p(x) = 4x + 10$$

എന്നെഴുതി. ചതുരത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് കണ്ടുപിടിക്കാനുള്ള ക്രിയ എന്നതിൽക്കവിഞ്ഞ് പൊതുവെ സംഖ്യകളെ 4 കൊണ്ടു ഗുണിച്ച് 10 കൂട്ടുക എന്ന ക്രിയയായും ഇതിനെ കാണാം. ഇതുപോലെ നേരത്തെ ചെയ്തു കണ്ട പല ബന്ധങ്ങളും പരിശോധിക്കാം.

- $a(x) = x^2 + 5x + 6$
- $v(x) = x^3 + 6x^2 + 11x + 6$
- $s(x) = 49 - 9.8x$

ഇവയെല്ലാം സംഖ്യകളിലെ ക്രിയകളായി കണ്ടാൽ, അവയ്ക്കെല്ലാം പൊതുവായ ചില സ്വഭാവങ്ങൾ കാണാം. x എന്ന സംഖ്യയുടെ പല കൃതികളെ നിശ്ചിതസംഖ്യകൾകൊണ്ടു ഗുണിക്കുകയും, അത്തരം ഗുണനഫലങ്ങൾ കൂട്ടുകയും കുറയ്ക്കുകയും മാത്രമാണ് ഇതിലെല്ലാം ചെയ്തിരിക്കുന്നത്; x അല്ലാത്ത ഒരു നിശ്ചിത സംഖ്യ കൂട്ടുകയോ കുറയ്ക്കുകയോ ചെയ്തിട്ടുമുണ്ട്. ഇത്തരം ക്രിയകൾ മാത്രം ഉൾപ്പെടുന്ന ബീജഗണിത വാചകത്തിന്റെ പൊതുവായ പേരാണ് **ബഹുപദം (polynomial)**.

സംഖ്യകളിൽ ഇങ്ങനെയല്ലാത്ത ക്രിയകൾ ചെയ്യുന്ന സാഹചര്യങ്ങളുമുണ്ട്. ഉദാഹരണമായി, ഒരു വശം മറ്റേ വശത്തിനേക്കാൾ 1 സെന്റിമീറ്റർ കൂടുതലായ ചതുരങ്ങളുടെയെല്ലാം വികർണങ്ങളുടെ നീളം നോക്കാം.

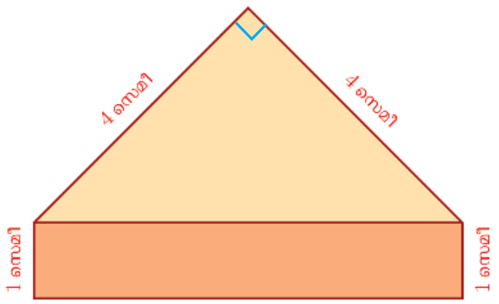
ചതുരത്തിൽനിന്ന് പെട്ടിയുണ്ടാക്കിയില്ലേ. ഇത്തരം ഒരു പെട്ടി ഉണ്ടാക്കുന്നത് ജിയോജിബ്രയിൽ കാണിക്കുന്നതെങ്ങനെയെന്ന് നോക്കാം. Min = 0, Max = 2.5 വരത്തക്കവിധം ഒരു സ്ലൈഡർ a ഉണ്ടാക്കുക. വശങ്ങളുടെ നീളം 7 − 2a, 5 − 2a ആയ ഒരു ചതുരം വരയ്ക്കുക. ഇനി ജിയോജിബ്രയിലെ 3D Graphics തുറക്കുക (View → 3D Graphics) നമ്മൾ വരച്ച ചതുരം 3D Graphics ൽ കാണാം. Extrude to Prism or Cylinder ഉപയോഗിച്ച് ഈ ചതുരത്തിൽ ക്ലിക്ക് ചെയ്യുമ്പോൾ ലഭിക്കുന്ന ജാലകത്തിൽ പെട്ടിയുടെ ഉയരമായി സ്ലൈഡറിന്റെ പേര് നൽകുക. Volume ഉപയോഗിച്ച് പെട്ടിയുടെ വ്യാപ്തം അടയാളപ്പെടുത്താം. സ്ലൈഡർ നീക്കി a മാറ്റുമ്പോൾ പെട്ടിയും, വ്യാപ്തവും എങ്ങനെ മാറുന്നുവെന്നു നോക്കുക.

ചെറിയ വശം x സെന്റിമീറ്റർ എന്നെടുത്താൽ, വികർണത്തിന്റെ നീളം

$$\sqrt{x^2+(x+1)^2} = \sqrt{2x^2+2x+1} \text{ സെ.മീ.}$$

ഇതിൽ സംഖ്യകളുടെ വർഗമൂലമെടുക്കുക എന്ന ക്രിയ ഉള്ളതിനാൽ നമ്മുടെ നിർവചനമനുസരിച്ച് ഇതൊരു ബഹുപദമല്ല.

ഇനി ഈ ചിത്രം നോക്കൂ.



ഒരു സമപാർശ്വമട്ടത്രികോണത്തിന്റെ കർണത്തിൽ ഒരു ചതുരം ചേർത്തു വച്ച ഈ രൂപത്തിന്റെ പരപ്പളവെത്രയാണ്?

ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് 8 ചതുരശ്രസെന്റിമീറ്ററെന്ന് എളുപ്പം കാണാം. ചതുരത്തിന്റെ വലിയ വശം സമപാർശ്വമട്ടത്രികോണത്തിന്റെ കർണമായതിനാൽ $4\sqrt{2}$ സെന്റിമീറ്റർ. അപ്പോൾ ചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ് $4\sqrt{2}$ ചതുരശ്ര സെന്റിമീറ്റർ; ആകെ പരപ്പളവ് $8 + 4\sqrt{2}$ ചതുരശ്രസെന്റിമീറ്റർ.

മട്ടത്രികോണത്തിന്റെ ലംബവശങ്ങളുടെ നീളം വേറെ ഏതെങ്കിലും സംഖ്യയായാലോ? ഈ നീളം x സെന്റിമീറ്റർ എന്നെടുത്താൽ, മൊത്തം പരപ്പളവ്

$$\frac{1}{2}x^2 + \sqrt{2}\,x \text{ ചതുരശ്രസെന്റിമീറ്റർ}$$

എന്നു കാണാം. ഇതിൽ 2 ന്റെ വർഗമൂലമുണ്ട്; എന്നാൽ മാറുന്ന സംഖ്യകളിൽ ചെയ്യുന്ന ക്രിയകളിൽ വർഗമെടുക്കലും, $\frac{1}{2}$, $\sqrt{2}$ എന്നീ നിശ്ചിതസംഖ്യകൾകൊണ്ടുള്ള ഗുണനവും മാത്രമേയുള്ളൂ. അപ്പോൾ ഇതും ഒരു ബഹുപദം തന്നെയാണ്.

മറ്റൊരു ഉദാഹരണം നോക്കാം. പരപ്പളവ് 25 ചതുരശ്രസെന്റിമീറ്ററായ ചതുരങ്ങളിലെ ഒരു വശത്തിന്റെ നീളം x എന്നെടുത്താൽ ചുറ്റളവ്,

$$2x + \frac{50}{x} \text{ സെന്റിമീറ്റർ}$$

ഇതിൽ മാറുന്ന സംഖ്യകളുടെ വ്യുൽക്രമമെടുക്കുന്ന ക്രിയ ഉള്ളതുകൊണ്ട് ഇതൊരു ബഹുപദമല്ല.

NT-827-2-MATHS-9-M-VOL.2

ഒരു ബഹുപദത്തിൽ, മാറുന്ന സംഖ്യകളുടെ കൃതികളാണെടുക്കുന്നത്. ഇങ്ങനെ വരുന്ന ഏറ്റവും വലിയ കൃത്യങ്കത്തെ **ബഹുപദത്തിന്റെ കൃത്യങ്കം (degree of the polynomial)** എന്നാണ് പറയുന്നത്. അപ്പോൾ മുകളിൽ നിരത്തിയ ബഹുപദങ്ങളിൽ ആദ്യത്തേതിന്റെ കൃത്യങ്കം 2, രണ്ടാമത്തേതിന്റെ കൃത്യങ്കം 3, മൂന്നാമത്തേതിന്റെ കൃത്യങ്കം 1.

കൃത്യങ്കം 1 ആയ ബഹുപദം എന്നതിനു പകരം ഒന്നാംകൃതി ബഹുപദം (first degree polynomial), കൃത്യങ്കം 2 ആയ ബഹുപദം എന്നതിനു പകരം രണ്ടാംകൃതി ബഹുപദം (second degree polynomial) എന്നിങ്ങനെയെല്ലാം പറയാം.

കൃത്യങ്കങ്ങളുടെ അടിസ്ഥാനത്തിൽ, ബഹുപദങ്ങളുടെയെല്ലാം പൊതുവായ രൂപം എഴുതാം.

ഒന്നാംകൃതി ബഹുപദം : $ax + b$

രണ്ടാംകൃതി ബഹുപദം : $ax^2 + bx + c$

മൂന്നാംകൃതി ബഹുപദം : $ax^3 + bx^2 + cx + d$

ഇവിടെ a, b, c, d എന്നീ അക്ഷരങ്ങൾ, നിശ്ചിത സംഖ്യകളെയാണ് സൂചിപ്പിക്കുന്നത്. അതായത്, ഒരു നിശ്ചിത ബഹുപദത്തിൽ, a, b, c, d ഇവ മാറ്റുന്നില്ല; x ആയി പല സംഖ്യകൾ എടുക്കുകയും ചെയ്യാം.

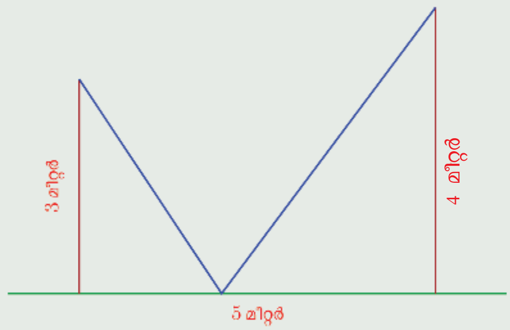
ഈ സംഖ്യകൾ എണ്ണൽസംഖ്യകളോ, ഭിന്നസംഖ്യകളോ, ഭിന്നമല്ലാത്ത സംഖ്യകളോ, ന്യൂനസംഖ്യകളോ എന്തുമാകാം. ഇവയെ ബഹുപദത്തിലെ **ഗുണകങ്ങൾ (coefficients)** എന്നാണ് പറയുന്നത്.

(1) ചുവടെയുള്ള കണക്കുകളിലെല്ലാം, പറഞ്ഞിരിക്കുന്ന അളവുകൾ തമ്മിലുള്ള ബന്ധം ബീജഗണിതത്തിലെഴുതി ബഹുപദമാണോ എന്നു പരിശോധിക്കുക. തീരുമാനത്തിന്റെ കാരണവും എഴുതുക.

i) സമചതുരാകൃതിയായ ഒരു മൈതാനത്തിനു ചുറ്റും 1 മീറ്റർ വീതിയിലൊരു പാതയുണ്ട്. മൈതാനത്തിന്റെ ഒരു വശത്തിന്റെ നീളവും, പാതയുടെ പരപ്പളവും തമ്മിലുള്ള ബന്ധം.

ii) 7 ലിറ്റർ വെള്ളവും, 3 ലിറ്റർ ആസിഡും ചേർന്ന ദ്രാവകത്തിൽ, വീണ്ടും ഒഴിക്കുന്ന ആസിഡിന്റെ അളവും, ദ്രാവകത്തിലെ ആസിഡിന്റെ ശതമാനത്തിലുണ്ടാകുന്ന മാറ്റവും തമ്മിലുള്ള ബന്ധം.

iii)



3 മീറ്ററും, 4 മീറ്ററും ഉയരമുള്ള രണ്ടു കമ്പുകൾ 5 മീറ്റർ അകലത്തിൽ നിലത്തു കുത്തനെ നാട്ടിയിരിക്കുന്നു. ഒരു കമ്പിന്റെ മുകളിൽനിന്ന് ഒരു കയറു വലിച്ചു നിലത്തുറപ്പിച്ച്, അവിടെ നിന്ന് രണ്ടാമത്തെ കമ്പിലേക്ക് വലിച്ചു കെട്ടണം.

ഒരു കമ്പിന്റെ ചുവട്ടിൽനിന്ന് നിലത്തു കയർ ഉറപ്പിച്ച സ്ഥാനത്തേക്കുള്ള അകലവും മൊത്തം കയറിന്റെ നീളവും തമ്മിലുള്ള ബന്ധം.

(2) ചുവടെപ്പറഞ്ഞിരിക്കുന്ന ക്രിയകളോരോന്നും ബീജഗണിതവാചകമായി എഴുതുക. ഏതെല്ലാമാണ് ബഹുപദമെന്ന് വിശദീകരിക്കുക.

i) സംഖ്യയുടെയും അതിന്റെ വ്യുൽക്രമത്തിന്റെയും തുക

ii) സംഖ്യയുടെയും അതിന്റെ വർഗമൂലത്തിന്റെയും തുക

iii) സംഖ്യയോട് അതിന്റെ വർഗമൂലം കൂട്ടിയതും, സംഖ്യയിൽനിന്ന് വർഗമൂലം കുറച്ചതും തമ്മിലുള്ള ഗുണനഫലം

(3) ചുവടെയുള്ള ബഹുപദങ്ങളിൽ $p(1)$ ഉം $p(10)$ ഉം കണക്കാക്കുക.

i) $p(x) = 2x + 5$

ii) $p(x) = 3x^2 + 6x + 1$

iii) $p(x) = 4x^3 + 2x^2 + 3x + 7$

(4) ചുവടെയുള്ള ബഹുപദങ്ങളിൽ $p(0), p(1), p(-1)$ ഇവ കണക്കാക്കുക.

i) $p(x) = 3x + 5$

ii) $p(x) = 3x^2 + 6x + 1$

iii) $p(x) = 2x^2 - 3x + 4$

iv) $p(x) = 4x^3 + 2x^2 + 3x + 7$

v) $p(x) = 5x^3 - x^2 + 2x - 3$

(5) ചുവടെപ്പറയുന്ന തരത്തിലുള്ള $p(x)$ എന്ന ബഹുപദങ്ങൾ കണ്ടുപിടിക്കുക.

i) $p(1) = 1$ ഉം $p(2) = 3$ ഉം ആയ ഒരു ഒന്നാംകൃതി ബഹുപദം

ii) $p(1) = -1$ ഉം $p(-2) = 3$ ഉം ആയ ഒരു ഒന്നാംകൃതി ബഹുപദം

iii) $p(0) = 0, p(1) = 2, p(2) = 6$ ആയ ഒരു രണ്ടാംകൃതി ബഹുപദം

iv) $p(0) = 0, p(1) = 2,$ ആയ മൂന്നു വ്യത്യസ്ത രണ്ടാംകൃതി ബഹുപദങ്ങൾ