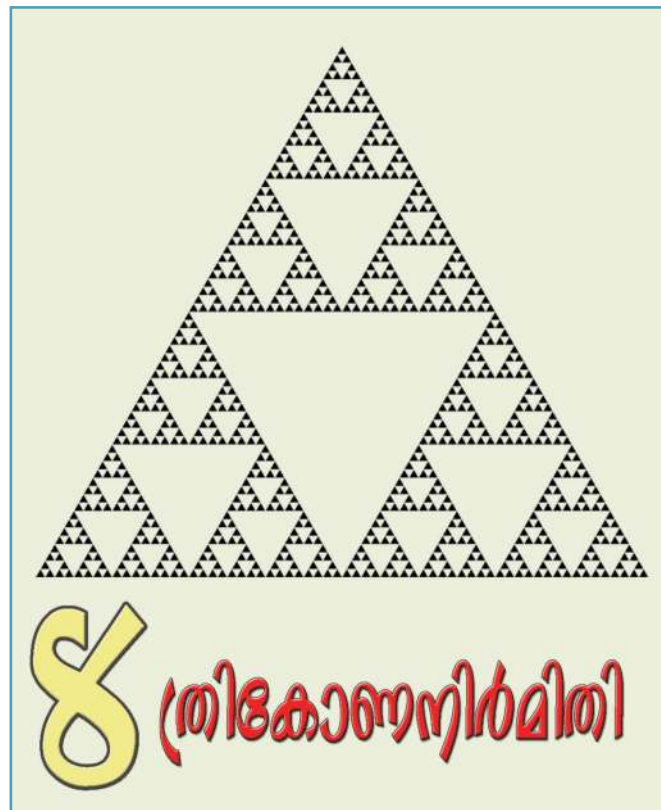


8

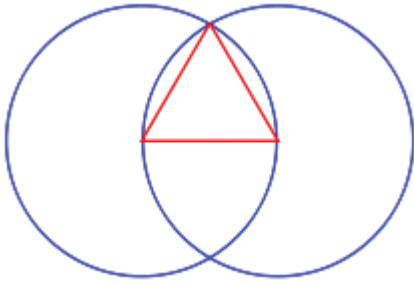
ത്രികോണനിർമിതി



വൃത്തവും ത്രികോണവും

ബി.സി. മൂന്നാം നൂറ്റാണ്ടിൽ ഗ്രീസിൽ ജീവിച്ചിരുന്ന യുക്ലിഡ് ആണ് ജ്യാമിതിയുടെ ആചാര്യനായി കരുതപ്പെടുന്നത്. അദ്ദേഹം എഴുതിയ 'എലമെന്റ്സ്' ആണ് ജ്യാമിതിയിലെ ആദ്യത്തെ പ്രാമാണിക ഗ്രന്ഥം.

വശങ്ങൾക്ക് നിശ്ചിത നീളമുള്ള സമഭുജ ത്രികോണം വരയ്ക്കുന്നതിന് യുക്ലിഡിന്റെ രീതി ഇങ്ങനെയാണ്:



മധ്യകാലയുറോപ്പിലെ പള്ളികളിലും മറ്റും രണ്ടു വൃത്തങ്ങൾ പരസ്പരം ഖണ്ഡിക്കുന്ന ഈ രൂപം ധാരാളം ഉപയോഗിച്ചിട്ടുണ്ട്.

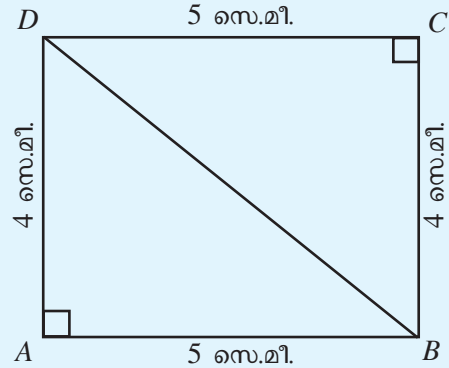


ചതുരത്തിലെ ത്രികോണങ്ങൾ

മട്ടം ഉപയോഗിച്ച് ചതുരം വരച്ചത് ഓർമ്മയുണ്ടല്ലോ.

$AB = 5$ സെന്റിമീറ്റർ, $BC = 4$ സെന്റിമീറ്റർ ആയി $ABCD$ എന്ന ചതുരം വരയ്ക്കൂ.

ഈ ചതുരത്തിന്റെ ഏതെങ്കിലും എതിർമൂലകളെ യോജിപ്പിച്ചാലോ?



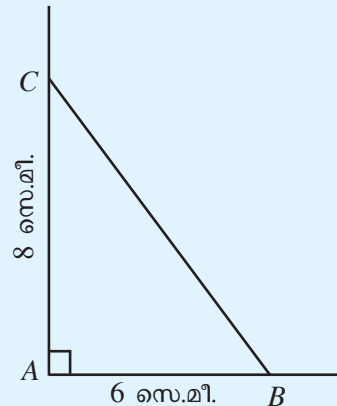
രണ്ട് മട്ടത്രികോണങ്ങൾ കിട്ടിയല്ലോ. അവ ഏതെല്ലാമാണ്? ഓരോ മട്ടത്രികോണത്തിന്റെയും ലംബവശങ്ങളുടെ നീളം എത്രയാണ്?

ഇനി ലംബവശങ്ങൾ 6 സെന്റിമീറ്ററും 8 സെന്റിമീറ്ററും ആയ ഒരു മട്ടത്രികോണം വരയ്ക്കാം.

ആദ്യം ലംബമായ രണ്ടു വരകൾ വരയ്ക്കുക. അവ ചേരുന്ന ബിന്ദുവിന് A എന്ന് പേരും കൊടുക്കാം.

A യിൽ നിന്ന് 6 സെന്റിമീറ്റർ അകലെ ഒരു വരയിൽ B യും, 8 സെന്റിമീറ്റർ അകലെ മറ്റേ വരയിൽ C യും അടയാളപ്പെടുത്തുക.

B, C എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ യോജിപ്പിച്ചാൽ നമുക്കു വേണ്ട ത്രികോണമായില്ലേ.



BC യുടെ നീളം അളന്നെഴുതൂ.

ഇതുപോലെ ലംബവശങ്ങൾ 5 സെന്റിമീറ്ററും 7 സെന്റിമീറ്ററും ആയ ഒരു മട്ടത്രികോണം വരച്ചുനോക്കൂ.

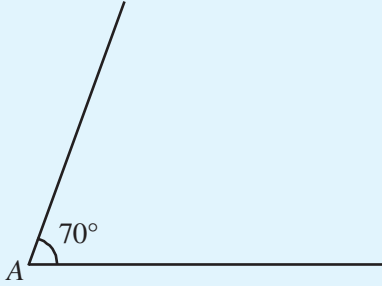
മറ്റൊരു ത്രികോണം

ഇപ്പോൾ വരച്ച രണ്ടു ത്രികോണങ്ങളിലും രണ്ടു വശങ്ങളുടെ നീളം പറഞ്ഞിരുന്നു; അവയുടെ ഇടയിലെ കോൺ മട്ടവും. കോൺ മട്ടമല്ലെങ്കിൽ എങ്ങനെ വരയ്ക്കാം?

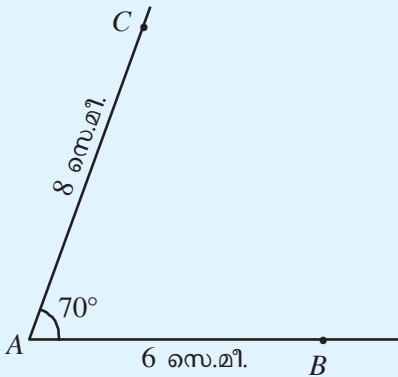
ഉദാഹരണമായി,

$AB = 6$ സെന്റിമീറ്റർ, $AC = 8$ സെന്റിമീറ്റർ, $\angle A = 70^\circ$ ആയി ABC എന്ന ത്രികോണം വരയ്ക്കാം.

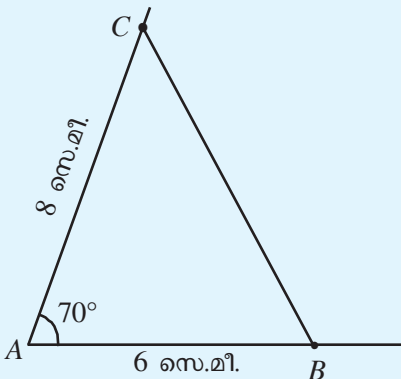
ആദ്യം 70° അളവുള്ള ഒരു കോൺ വരയ്ക്കുക:



ഇനി ഒരു വരയിൽ A യിൽ നിന്നും 6 സെന്റിമീറ്റർ അകലെയുള്ള B എന്ന ബിന്ദുവും മറ്റേ വരയിൽ 8 സെന്റിമീറ്റർ അകലെയുള്ള C എന്ന ബിന്ദുവും അടയാളപ്പെടുത്തണം.

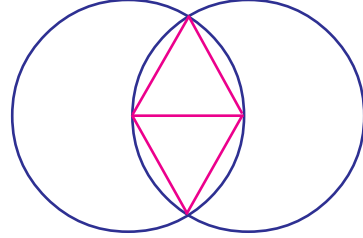


ഇനി B , C എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ യോജിപ്പിച്ചാൽ തന്നിരിക്കുന്ന അളവിലുള്ള ത്രികോണമായി.

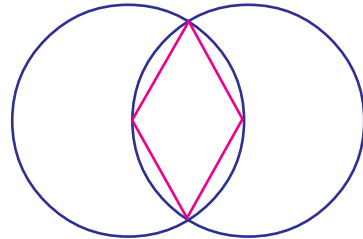


പുതിയ രൂപങ്ങൾ

സമഭുജത്രികോണം വരയ്ക്കാനുപയോഗിച്ച ചിത്രത്തിൽ, മുകളിലും താഴെയുമായി രണ്ടു ത്രികോണങ്ങൾ വരയ്ക്കാം.

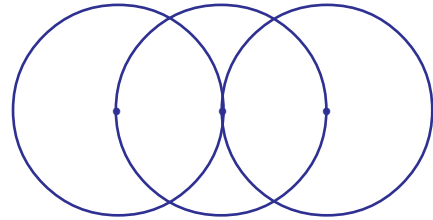


ഇതിലെ നടുവിലുള്ള വര മാർച്ചാലോ?

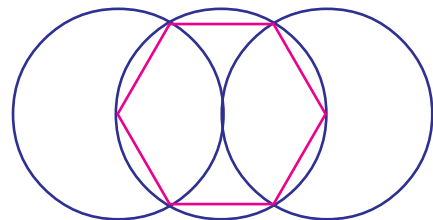


ഈ ചതുർഭുജത്തിന്റെ സവിശേഷതകൾ എന്തെല്ലാമാണ്?

ഇങ്ങനെ രണ്ടു വൃത്തങ്ങൾക്കു പകരം മൂന്നു വൃത്തങ്ങൾ വരച്ചാലോ?



വൃത്തകേന്ദ്രങ്ങളും അവ മുറിച്ചുകടക്കുന്ന സ്ഥാനങ്ങളും ചിത്രത്തിലേതുപോലെ യോജിപ്പിച്ചാൽ കിട്ടുന്ന രൂപം നോക്കൂ.

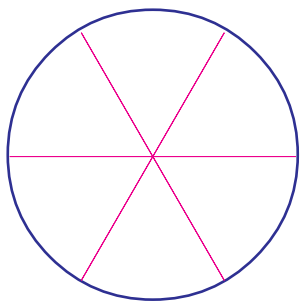


ഈ രൂപത്തിന്റെ പേരെന്താണ്?

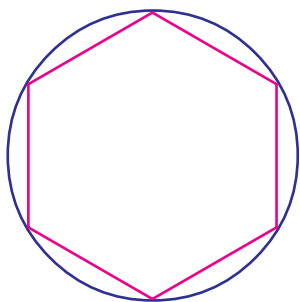
വശങ്ങളുടെ നീളത്തിന് എന്തു പ്രത്യേകതയാണുള്ളത്?

വൃത്തത്തിനുള്ളിൽ

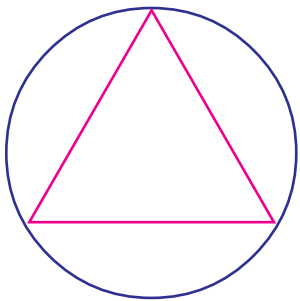
ജ്യാമിതിപ്പെട്ടിയിലെ ഒരു മട്ടത്തിന്റെ മൂല ഉപയോഗിച്ച് ഒരു വൃത്തത്തെ ആറു സമഭാഗങ്ങളാക്കാൻ അറിയാമല്ലോ:



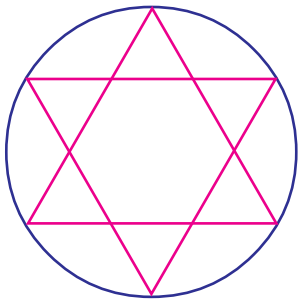
ഈ വരകളുടെ അറ്റങ്ങളെല്ലാം യോജിപ്പിച്ചാൽ ചുവടെയുള്ള ചിത്രം കിട്ടും.



ഒന്നിടവിട്ട കൂത്തുകൾ യോജിപ്പിച്ചാലോ?



വിട്ടുകളഞ്ഞ കൂത്തുകൾ കൂടി യോജിപ്പിച്ചാൽ ഇങ്ങനെയൊരു നക്ഷത്രം കിട്ടും.



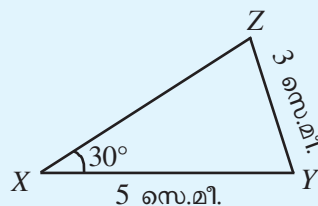
ഇതുപോലെ, ചുവടെപ്പറഞ്ഞിരിക്കുന്ന അളവുകളിൽ ത്രികോണം വരയ്ക്കുക.

- $MN = 6$ സെന്റിമീറ്റർ, $\angle M = 70^\circ$, $ML = 5$ സെന്റിമീറ്റർ.
- $PQ = 7$ സെന്റിമീറ്റർ, $QR = 7$ സെന്റിമീറ്റർ, $\angle Q = 50^\circ$.
- $XY = 6.5$ സെന്റിമീറ്റർ, $\angle Y = 110^\circ$, $YZ = 7.5$ സെന്റിമീറ്റർ.
- $CD = 5$ സെന്റിമീറ്റർ, $DE = 5$ സെന്റിമീറ്റർ, $\angle D = 60^\circ$.

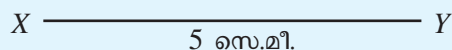
മറ്റൊരു കോൺ

രണ്ടു വശങ്ങളുടെ നീളവും അവയ്ക്കിടയിലുള്ള കോണിന്റെ അളവും ഉപയോഗിച്ചാണല്ലോ നാം ഇതുവരെ ത്രികോണങ്ങൾ വരച്ചത്. മറ്റൊരു കോണിന്റെ അളവറിഞ്ഞാലും ത്രികോണം വരയ്ക്കാൻ കഴിയുമോ?

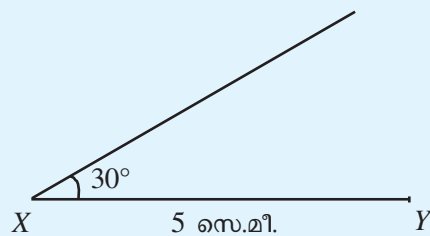
ഉദാഹരണമായി, $XY = 5$ സെന്റിമീറ്റർ, $YZ = 3$ സെന്റിമീറ്റർ, $\angle X = 30^\circ$ ആയി XYZ എന്ന ത്രികോണം വരയ്ക്കണം. ആദ്യം വെറുതെ ഒരു ത്രികോണം വരച്ച് അളവുകൾ എഴുതാം.



കൃത്യമായ അളവിൽ വരയ്ക്കാൻ ആദ്യം 5 സെ.മീ. നീളത്തിൽ XY വരച്ച് തുടങ്ങാം:

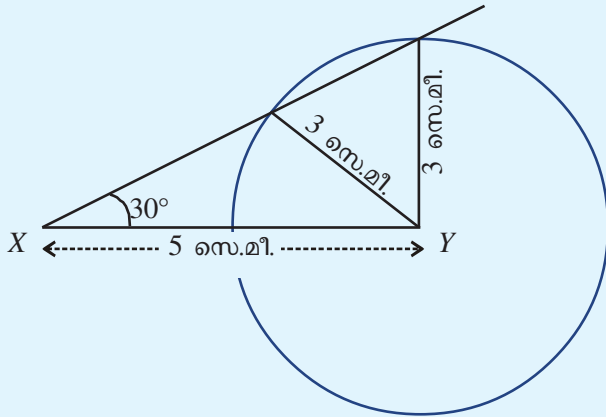


ഇനി X എന്ന ബിന്ദുവിൽ 30° അളവുള്ള ഒരു കോൺ വരയ്ക്കണം:



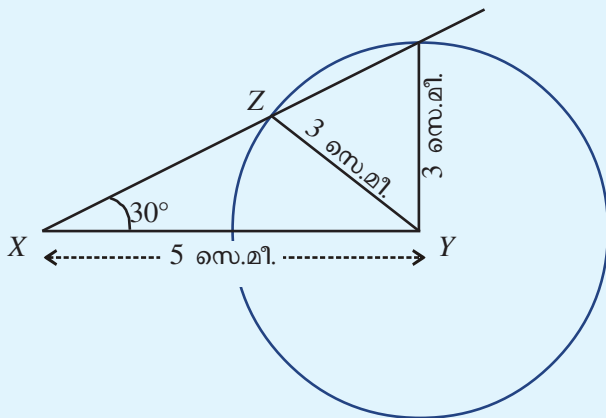
തുടർന്ന് Z ന്റെ സ്ഥാനം കണ്ടുപിടിക്കണം. Y യിൽ നിന്നും 3 സെന്റിമീറ്റർ അകലെയുള്ള ബിന്ദുവാണ് Z ; അത് മുകളിലെ വരയിലും ആയിരിക്കണം.

Y ൽ നിന്നും 3 സെന്റിമീറ്റർ അകലെയുള്ള എല്ലാ ബിന്ദുക്കളും, Y കേന്ദ്രമായി 3 സെന്റിമീറ്റർ ആരമുള്ള ഒരു വൃത്തത്തിലാണല്ലോ. ഈ വൃത്തം വരയ്ക്കാം.

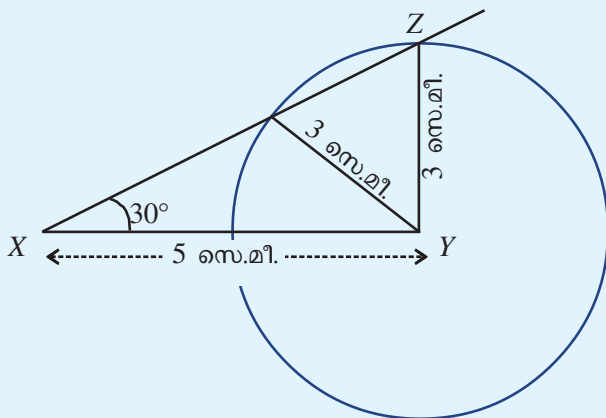


വൃത്തത്തിലെ എത്ര ബിന്ദുക്കളാണ് മുകളിലത്തെ വരയിലുള്ളത്?

അതിൽ ഒരേണ്ണം Z ആയി എടുത്താൽ ഉദ്ദേശിച്ച ഒരു ത്രികോണം കിട്ടും.



രണ്ടാമത്തെ ബിന്ദു Z ആയി എടുത്താലോ?



വശങ്ങളും കോണുകളും

രണ്ടു വശങ്ങളുടെ നീളം 3 സെന്റിമീറ്റർ, 6 സെന്റിമീറ്റർ, അവയ്ക്കിടയിലെ കോൺ 60° എന്നീ അളവുകളിൽ ഒരു ത്രികോണം വരയ്ക്കുക.

ഇതിന്റെ മറ്റു രണ്ടു കോണുകൾ അളന്നു നോക്കൂ.

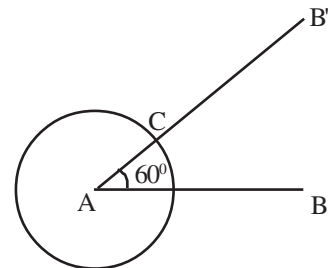
ഇനി വശങ്ങളുടെ നീളം 4 സെന്റിമീറ്ററും 8 സെന്റിമീറ്ററും ആയി (കോൺ 60° തന്നെ) വരച്ചുനോക്കൂ. കോണുകൾ മാറിയോ?



ഇവിടെ ഓരോ ത്രികോണത്തിലും വശങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള ബന്ധമെന്താണ്? ഇത്തരം ത്രികോണങ്ങൾ ജിയോജിബ്രയിൽ വരച്ചുനോക്കാം.

Min = 0, Max = 10 ആകത്തക്കവിധത്തിൽ ഒരു സ്റ്റേഡർ a നിർമ്മിക്കുക. നീളം $2a$ വരുന്നതു പോലെ ഒരു വര AB വരയ്ക്കുക. (Segment with given length ുൾ ഉപയോഗിക്കാം)

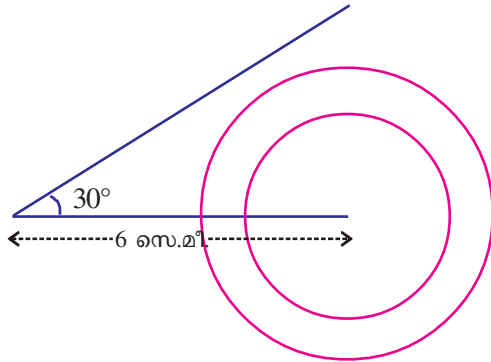
Angle with given size ുൾ ഉപയോഗിച്ച് AB യുമായി 60° ചരിവിൽ ഒരു വര AB' വരയ്ക്കുക. Circle with Center and Radius ുൾ ഉപയോഗിച്ച് A യിൽ ക്ലിക്ക് ചെയ്തുവോൾ വരുന്ന ജാലകത്തിൽ വൃത്തത്തിന്റെ ആരമായി a എന്ന് നൽകുക. വൃത്തം ചരിഞ്ഞ വരയെ മുറിച്ചുകടക്കുന്ന ബിന്ദു C അടയാളപ്പെടുത്തുക.



ഇനി ചിത്രത്തിലെ വരകളും കോണും വൃത്തവും മറച്ചുവയ്ക്കാം. Polygon ുൾ ഉപയോഗിച്ച് ത്രികോണം ABC പൂർത്തിയാക്കുക. Distance or Length ുൾ ഉപയോഗിച്ച് ത്രികോണത്തിന്റെ വശങ്ങളിലും Angle ുൾ ഉപയോഗിച്ച് ത്രികോണത്തിനുള്ളിലും ക്ലിക്ക് ചെയ്താൽ വശങ്ങളുടെ നീളവും കോണളവുകളും കാണാം, ഇനി സ്റ്റേഡർ മാറ്റി നോക്കൂ. വശങ്ങൾ എങ്ങനെയാണ് മാറുന്നത്? കോണുകളോ?

കോണും വശവും

6 സെന്റിമീറ്റർ നീളത്തിൽ ഒരു വര വരച്ച്, അതിന്റെ ഒരറ്റത്ത് 30° ചരിവിൽ മറ്റൊരു വര വരയ്ക്കുക. മറ്റേ അറ്റം കേന്ദ്രമായി, പല ആരമെടുത്ത് കുറേ വൃത്തങ്ങൾ വരയ്ക്കുക.



ആരം ചുരുങ്ങിയത് എത്ര സെന്റിമീറ്റർ എടുത്താലാണ്, വൃത്തം മുകളിലെ വരയുമായി കൂട്ടിമുട്ടുന്നത്?

ആരം ഏതൊക്കെ സംഖ്യകളാകുമ്പോഴാണ് വൃത്തം വരയെ രണ്ടിടങ്ങളിൽ മുറിച്ചുകടക്കുന്നത്?

$AB = 6$ സെന്റിമീറ്ററും $\angle B = 30^\circ$ യും ആയി ABC എന്ന ത്രികോണം വരയ്ക്കണം. AC യുടെ നീളം ചുരുങ്ങിയത് എത്ര സെന്റിമീറ്റർ ആയിരിക്കണം?

AC യുടെ നീളം ഏതൊക്കെ സംഖ്യകൾക്കിടയിൽ ആകുമ്പോഴാണ് ഈ അളവുകളിൽ രണ്ടു ത്രികോണങ്ങൾ കിട്ടുന്നത്?



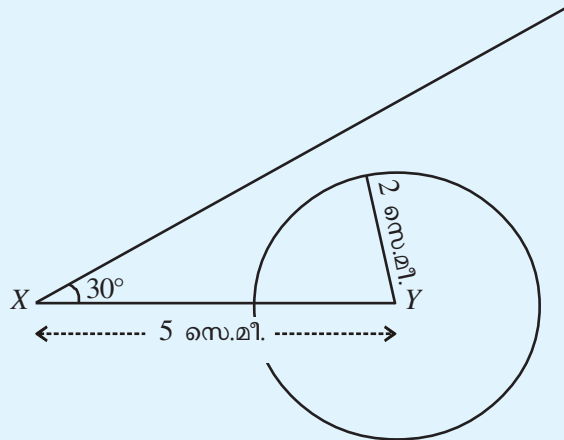
ജിയോജിബ്രയുടെ സഹായത്താൽ ഈ പ്രവർത്തനം ചെയ്തുനോക്കാം. നീളം 6 ആയി AB എന്ന വരയും $\angle BAB' = 30^\circ$ ആകത്തക്ക വിധം AB' എന്ന വരയും വരയ്ക്കുക. ഒരു സ്റ്റൈഡർ 'a' നിർമ്മിക്കുക. Circle with center and Radius ടൂൾ ഉപയോഗിച്ച് B യിൽ ക്ലിക്ക് ചെയ്യുമ്പോൾ വരുന്ന ജാലകത്തിൽ വൃത്തത്തിന്റെ ആരമായി a എന്ന് നൽകുക. സ്റ്റൈഡറിന്റെ വില മാറ്റി നോക്കൂ. എപ്പോഴൊക്കെയാണ് വൃത്തം AB' എന്ന വരയുമായി കൂട്ടിമുട്ടുന്നത്?

ഈ കണക്കിൽ YZ ന്റെ നീളം 4 സെന്റിമീറ്റർ എന്നെടുത്താലോ?

ഇപ്പോഴും രണ്ടു ത്രികോണങ്ങൾ കിട്ടുന്നുണ്ടോ?

YZ ന്റെ നീളം 2.5 സെന്റിമീറ്റർ എന്നെടുത്താൽ എത്ര ത്രികോണം കിട്ടും?

2 സെന്റിമീറ്റർ എന്നെടുത്താലോ?



ഇപ്പോൾ ത്രികോണം വരയ്ക്കാൻ കഴിയുമോ?

YZ ന്റെ നീളം 6 സെന്റിമീറ്റർ എന്നെടുത്താലോ? എത്ര ത്രികോണം കിട്ടും?

ഇനി ചുവടെപ്പറയുന്ന അളവുകളിൽ ത്രികോണം വരച്ചു നോക്കൂ.

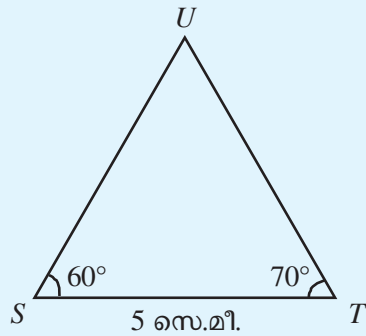
- $AB = 5$ സെന്റിമീറ്റർ, $BC = 6$ സെന്റിമീറ്റർ, $\angle A = 40^\circ$
- $PQ = 8$ സെന്റിമീറ്റർ, $PR = 7$ സെന്റിമീറ്റർ, $\angle Q = 50^\circ$
- $XY = 4$ സെന്റിമീറ്റർ, $YZ = 6$ സെന്റിമീറ്റർ, $\angle X = 70^\circ$

രണ്ടു കോണുകൾ

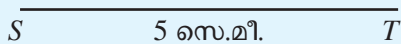
ഒരു വശത്തിന്റെ നീളവും രണ്ടു കോണുകളുടെ അളവും പറഞ്ഞാൽ ത്രികോണം വരയ്ക്കാൻ കഴിയുമോ?

$ST = 5$ സെന്റിമീറ്റർ, $\angle S = 60^\circ$, $\angle T = 70^\circ$ എന്നീ അളവുകളിൽ STU എന്ന ത്രികോണം വരയ്ക്കണം.

ആദ്യം ഒരു ഏകദേശചിത്രം വരച്ചു വയ്ക്കാം.

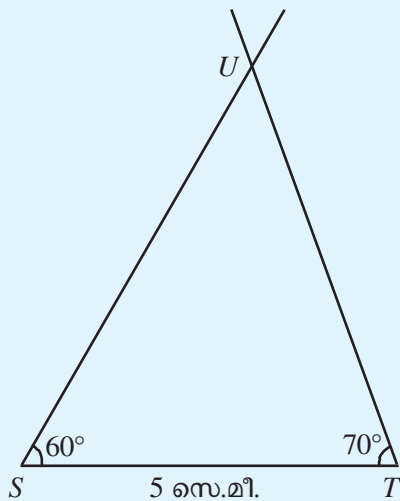


5 സെന്റിമീറ്റർ നീളത്തിൽ ST വരച്ചു തുടങ്ങാം.



ഇനി U ന്റെ സ്ഥാനം കണ്ടെത്തണം.

S ൽ നിന്ന് 60° ചരിവിലും T യിൽ നിന്ന് 70° ചരിവിലും ഉള്ള വരകൾ കൂട്ടിമുട്ടുന്ന ബിന്ദുവാണ് U .



- ചുവടെക്കൊടുത്തിരിക്കുന്ന അളവുകളിൽ ത്രികോണം വരയ്ക്കുക.
- $YZ = 7$ സെന്റിമീറ്റർ, $\angle Y = 45^\circ$, $\angle Z = 65^\circ$
- $MN = 6.5$ സെന്റിമീറ്റർ, $\angle M = 60^\circ$, $\angle N = 55^\circ$
- $AB = 7$ സെന്റിമീറ്റർ, $\angle A = 60^\circ$, $\angle B = 60^\circ$ എന്നീ അളവുകളിൽ $\triangle ABC$ വരയ്ക്കുക. കോൺ $\angle C$ എത്രയാണ്? BC , CA ഇവയുടെ നീളം അളന്ന് എഴുതുക.
- $PQ = 4.5$ സെന്റിമീറ്റർ, $\angle P = 70^\circ$, $\angle Q = 70^\circ$ എന്നീ അളവുകളിൽ $\triangle PQR$ വരയ്ക്കുക. $\angle R$ എത്രയാണ്? PR , RQ ഇവയുടെ നീളം അളന്ന് എഴുതുക.

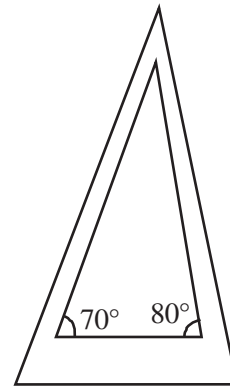
സമാന്തര ത്രികോണങ്ങൾ

ഒരു വരയുടെ രണ്ടറ്റത്തുമായി 70° , 80° എന്നീ ചരിവുകളിൽ മറ്റു രണ്ടു വരകൾ വരച്ച് ഒരു ത്രികോണം ഉണ്ടാക്കുക.



ഇതിന്റെ മൂന്നാമത്തെ കോൺ എത്രയാണ്?

ഈ ത്രികോണത്തിന്റെ വശങ്ങൾക്കു സമാന്തരമായി മൂന്നു വരകൾ വരച്ച് മറ്റൊരു ത്രികോണമുണ്ടാക്കുക.



ഈ ത്രികോണത്തിന്റെ കോണുകൾ അളന്നു നോക്കൂ. ഇതുപോലെ വേറെയും ത്രികോണങ്ങൾ വരച്ചു നോക്കൂ. കോണുകൾ മാറുന്നുണ്ടോ?



ഈ പ്രവർത്തനം ജിയോജിബ്രയിൽ ചെയ്തു നോക്കാം. Min = 0, Max = 2 വരത്തക്കവിധത്തിൽ ഒരു സ്ലൈഡർ a നിർമ്മിക്കുക. Polygon ടൂൾ ഉപയോഗിച്ച് ഒരു ത്രികോണം വരയ്ക്കുക. ഇതിനകത്തായി ഒരു ബിന്ദു D അടയാളപ്പെടുത്തുക. Dilate Object from Point by Factor ടൂൾ ഉപയോഗിച്ച് ത്രികോണത്തിനുള്ളിലും D യിലും ക്രമമായി ക്ലിക്ക് ചെയ്ത് വരുന്ന ജാലകത്തിൽ Factor എന്നതിന് a എന്ന് നൽകി OK നൽകുക. സ്ലൈഡറിന്റെ വില മാറ്റിനോക്കൂ. Angle ടൂൾ ഉപയോഗിച്ച് ത്രികോണങ്ങൾക്കുള്ളിൽ ക്ലിക്ക് ചെയ്താൽ അവയുടെ കോണളവുകൾ എത്രയാണെന്ന് അറിയാൻ കഴിയും. D യുടെ സ്ഥാനം ത്രികോണത്തിന്റെ മൂലകളോട് ചേർന്നു നിൽക്കത്തക്കവിധം മാറ്റി നോക്കൂ.



മാറ്റാത്ത ബന്ധം

$AB = 6$, $AC = 2 BC$ ആകത്തക്കവിധത്തിലുള്ള ഒരു ത്രികോണം വരയ്ക്കാമോ? ഇത്തരം ത്രികോണങ്ങൾ ജിയോജിബ്ര ഉപയോഗിച്ച് വരയ്ക്കുന്നതെങ്ങനെ എന്നു നോക്കാം.

നീളം 6 ആയി ഒരു രേഖ AB വരയ്ക്കുക. ഉചിതമായ ഒരു \min വിലയും ഒരു \max വിലയും നൽകി ഒരു സ്ലൈഡർ 'a' നിർമ്മിക്കുക. B കേന്ദ്രമായി 'a' ആരമുള്ള ഒരു വൃത്തവും A കേന്ദ്രമായി '2a' യൂണിറ്റ് ആരമുള്ള മറ്റൊരു വൃത്തവും വരയ്ക്കുക. ഈ വൃത്തങ്ങൾ മുറിച്ചുകടക്കുന്ന ബിന്ദുക്കൾ C, D ഇവ അടയാളപ്പെടുത്തുക. AC, BC എന്നീ വരകൾ വരയ്ക്കുക. ഇനി വൃത്തങ്ങൾ മറയ്ക്കാം. സ്ലൈഡറിന്റെ വില മാറ്റി നോക്കൂ. സ്ലൈഡറിൽ right click ചെയ്ത് Animation നൽകിയാലും മതി. C എന്ന ബിന്ദുവിൽ right click ചെയ്യുമ്പോൾ വരുന്ന മെനുവിൽ Trace on എന്നതിൽ ക്ലിക്ക് ചെയ്ത് '✓' അടയാളം നൽകുക. ഈ ബിന്ദു സഞ്ചരിക്കുന്ന പാത എന്താണ്? AD, BD എന്നീ വരകൾകൂടി വെച്ച് D എന്ന ബിന്ദുവിന്റെ trace കൂടി നൽകി നോക്കൂ.

a യുടെ മാറ്റം പതുക്കെയെക്കിയാൽ ഈ ബിന്ദുക്കളുടെ പാത കുറച്ചുകൂടി വ്യക്തമാകും. (ഇതിനായി സ്ലൈഡറിൽ right click ചെയ്യുക. Object Properties \rightarrow Slider \rightarrow Increment)

$AC = 2 BC$ എന്നതിനു പകരം $AC = 3 BC$, $2 AC = 3 BC$ എന്നിങ്ങനെ ബന്ധങ്ങൾ ഉള്ള ത്രികോണങ്ങൾ വരച്ചു നോക്കൂ. ഇവയിലെല്ലാം, C, D എന്നീ ബിന്ദുക്കളുടെ സഞ്ചാര പാത എന്താണ്? $AC = BC$ ആകുമ്പോഴോ?

അവസാനം വരച്ച ത്രികോണത്തിൽ $\angle Q$ ന്റെ അളവിനു പകരം $\angle R$ ന്റെ അളവ് 70° എന്നാക്കിയാലോ?

നാം ഇതുവരെ വരച്ച ത്രികോണങ്ങളിൽ ഒരു വശത്തിന്റെ നീളവും ആ വശത്തിലെ രണ്ടു കോണുകളുടെ അളവുമാണ് പറഞ്ഞിരുന്നത്.

$\angle P, \angle R$ എന്നിവയുടെ അളവാണ് തന്നിരിക്കുന്നത്.

$\angle P, \angle Q$ എന്നിവയുടെ അളവുകളാണ് ആവശ്യമുള്ളത്.

$\angle Q$ എങ്ങനെ കണ്ടുപിടിക്കാം?

$$\angle Q = 180^\circ - (70^\circ + 70^\circ) = 40^\circ$$

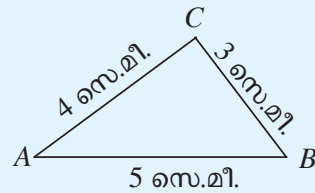
ഇനി ത്രികോണം വരയ്ക്കാമല്ലോ.

മൂന്നു വശങ്ങൾ

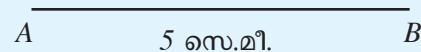
മൂന്നു വശങ്ങളുടെ നീളം പറഞ്ഞാലും ത്രികോണം വരയ്ക്കാം.

$AB = 5$ സെന്റിമീറ്റർ, $BC = 3$ സെന്റിമീറ്റർ, $AC = 4$ സെന്റിമീറ്റർ ആയ ത്രികോണം വരയ്ക്കണം.

ഒരു ഏകദേശചിത്രം വെച്ച് അളവുകൾ എഴുതാം.



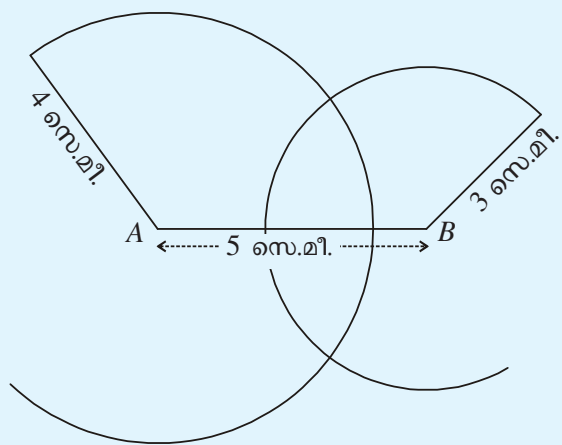
ആദ്യം 5 സെന്റിമീറ്റർ നീളത്തിൽ AB വരയ്ക്കാം.



ഇനി C യുടെ സ്ഥാനം കണ്ടുപിടിക്കണം.

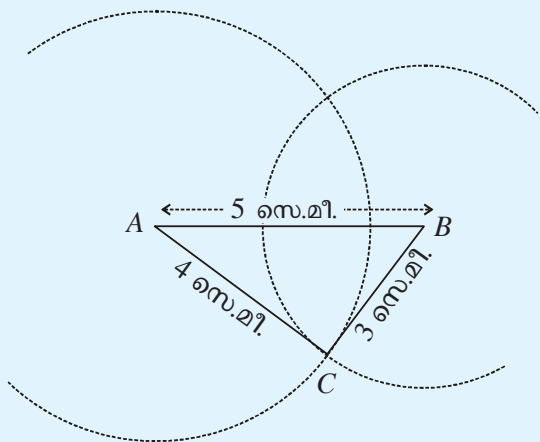
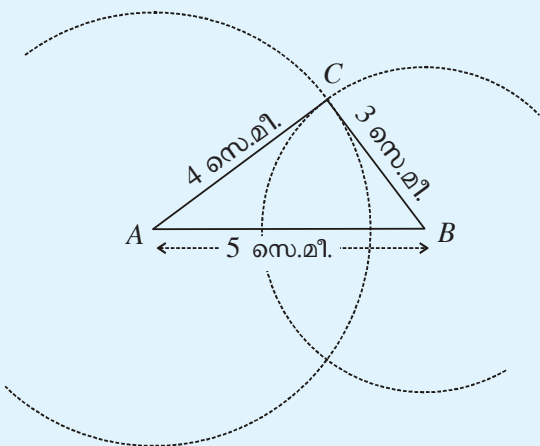
A യിൽ നിന്ന് 4 സെന്റിമീറ്റർ അകലത്തിലും B യിൽ നിന്ന് 3 സെന്റിമീറ്റർ അകലത്തിലുമുള്ള ബിന്ദുവാണ് C . A യിൽ നിന്ന് 4 സെന്റിമീറ്റർ അകലെയുള്ള എല്ലാ ബിന്ദുക്കളും A കേന്ദ്രമായി 4 സെന്റിമീറ്റർ ആരമുള്ള ഒരു വൃത്തത്തിലാണ്.

ഇതുപോലെ B കേന്ദ്രമായി 3 സെന്റിമീറ്റർ ആരമുള്ള ഒരു വൃത്തം വെച്ചാൽ B യിൽ നിന്ന് 3 സെന്റിമീറ്റർ അകലത്തിലുള്ള എല്ലാ ബിന്ദുക്കളും ലഭിക്കും.



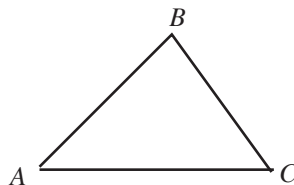
ഈ വൃത്തങ്ങൾ കൂട്ടിമുട്ടുന്ന രണ്ട് ബിന്ദുക്കളും A യിൽ നിന്ന് 4 സെന്റിമീറ്ററും B യിൽ നിന്ന് 3 സെന്റിമീറ്ററും അകലത്തിലാണ്ല്ലോ.

ഇവയിൽ ഏതുപയോഗിച്ചും ത്രികോണം വരയ്ക്കാം.



നേരായ മാർഗം

ചിത്രം നോക്കൂ.



A യിൽനിന്ന് C യിലെത്താൻ, AC എന്ന വരയിലൂടെ നേരേ പോകാം. അല്ലെങ്കിൽ, AB യിലൂടെ B യിൽ ചെന്ന്, അവിടെനിന്ന് BC യിലൂടെ C യിലെത്താം. ഏതു വഴിക്കാണ് ദൂരം കുറവ്?

ഇതിൽനിന്ന്, ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ വശങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള എന്തെങ്കിലും ബന്ധം കിട്ടുന്നുണ്ടോ?

ഈർക്കിരിക്കണക്ക്

ഒരേ നീളമുള്ള രണ്ട് ഈർക്കിലുകൾ എടുക്കുക. അതിലൊന്ന് ഒടിച്ച് രണ്ടു കഷണങ്ങളാക്കുക.



ഈ മൂന്ന് ഈർക്കിലുകൾ കൊണ്ട് ഒരു ത്രികോണമുണ്ടാക്കാൻ പറ്റുമോ?

ഇനി ഇതിലെ വലിയ ഈർക്കിലിൽനിന്ന് ചെറിയൊരു കഷണം ഒടിച്ചുകളയുക.



ഇപ്പോൾ ത്രികോണമുണ്ടാക്കാൻ സാധിക്കുന്നുണ്ടോ?



മാറാത്ത ചുറ്റളവ്

ചുറ്റളവ് 15 യൂണിറ്റ് വരത്തക്കവിധത്തിൽ ഒരു ത്രികോണം വരയ്ക്കാമോ? ഇത്തരം ത്രികോണങ്ങൾ ജിയോജിബ്രയിൽ വരയ്ക്കുന്നതെങ്ങനെ എന്നു നോക്കാം. വശങ്ങളുടെ നീളം നിയന്ത്രിക്കുന്നതിനായി രണ്ടു സ്റ്റൈഡറുകൾ ആദ്യം നിർമ്മിക്കണം. $\text{Min} = 0$, $\text{Max} = 7.5$ വരത്തക്കവിധത്തിൽ a, b എന്നിങ്ങനെ രണ്ടു സ്റ്റൈഡറുകൾ നിർമ്മിക്കുക. Segment with Given Length ടൂൾ ഉപയോഗിച്ച് നീളം, a ആയി AB എന്ന രേഖ വരയ്ക്കുക. ഇനി മറ്റു രണ്ടു വശങ്ങൾക്കും കൂടി നീളം എന്താവണം?

ചുറ്റളവ് 15 യൂണിറ്റ്. അപ്പോൾ

$$AC + BC = 15 - AB = 15 - a$$

ഇതിൽ ഒരു വശത്തിന്റെ നീളം b ആയാൽ അടുത്ത വശത്തിന്റെ നീളം എന്താകണം? ഇതു പയോഗിച്ചാണ് അടുത്ത രണ്ടു വശങ്ങൾ വരയ്ക്കുന്നത്. A കേന്ദ്രമായി ആരം b ആയി ഒരു വൃത്തവും B കേന്ദ്രമായി ആരം $15 - a - b$ ആയി മറ്റൊരു വൃത്തവും വരയ്ക്കുക. ഈ വൃത്തങ്ങൾ മുറിച്ചുകടക്കുന്ന ബിന്ദുക്കൾ C, D ഇവ അടയാളപ്പെടുത്തുക. Polygon ടൂൾ ഉപയോഗിച്ച് ത്രികോണം ABC വരയ്ക്കുക. Distance or Length ടൂൾ ഉപയോഗിച്ച് ത്രികോണത്തിനകത്ത് ക്ലിക്ക് ചെയ്താൽ അതിന്റെ ചുറ്റളവ് എത്രയാണെന്ന് കാണാൻ സാധിക്കും. സ്റ്റൈഡറുകൾ ഉപയോഗിച്ച് a, b ഇവയുടെ വില മാറ്റി നോക്കൂ. ഒരേ ചുറ്റളവുള്ള വ്യത്യസ്ത ത്രികോണങ്ങൾ കിട്ടുന്നില്ലേ?

ഇതുപയോഗിച്ച് മനോഹരമായ ഒരു ചിത്രം വരയ്ക്കുന്നത് എങ്ങനെ എന്നു നോക്കാം. AD, BD എന്നീ വരകൾകൂടി വരയ്ക്കുക.

AC, BC, AD, BD എന്നീ വരകളുടെയും C, D എന്നീ ബിന്ദുക്കളുടെയും Trace on നൽകുക. a യുടെ വില ഉറപ്പിച്ചുകൊണ്ട് b യുടെ സ്റ്റൈഡറിന് animation നൽകുക. ഇങ്ങനെ കിട്ടുന്ന ചിത്രം നോക്കൂ. C, D എന്നിവ സഞ്ചരിക്കുന്ന പാത എന്താണ്?

ഇനി ഈ അളവുകളിലെല്ലാം ത്രികോണം വരച്ചുനോക്കൂ.

- $PQ = 5$ സെന്റിമീറ്റർ, $QR = 5$ സെന്റിമീറ്റർ, $PR = 4$ സെന്റിമീറ്റർ
- $XY = 7.5$ സെന്റിമീറ്റർ, $YZ = 6.5$ സെന്റിമീറ്റർ, $XZ = 5.5$ സെന്റിമീറ്റർ
- $DE = 7$ സെന്റിമീറ്റർ, $EF = 7$ സെന്റിമീറ്റർ, $DF = 7$ സെന്റിമീറ്റർ.



- $AB = 6$ സെന്റിമീറ്റർ, $AC = 5$ സെന്റിമീറ്റർ, $\angle A = 85^\circ$. ഈ അളവുകളുള്ള ത്രികോണം ABC വരയ്ക്കുക.
- $PQ = 5$ സെന്റിമീറ്റർ, $\angle Q = 60^\circ$, $PR = 7$ സെന്റിമീറ്റർ ഈ അളവുകളിൽ ത്രികോണം PQR വരയ്ക്കുക. മൂന്നാമത്തെ വശത്തിന്റെ നീളം അളന്നെഴുതുക.
- $MN = 8$ സെന്റിമീറ്റർ, $\angle M = 60^\circ$, $\angle N = 50^\circ$. ത്രികോണം MNT വരയ്ക്കുക.
- $XY = 6$ സെന്റിമീറ്റർ, $YZ = 7$ സെന്റിമീറ്റർ, $XZ = 7$ സെന്റിമീറ്റർ ഈ അളവുകളിൽ ത്രികോണം XYZ വരയ്ക്കുക.



പ്രോജക്ട്

വശങ്ങളുടെ നീളം 5 സെന്റിമീറ്റർ, 4 സെന്റിമീറ്റർ, 10 സെന്റിമീറ്റർ ആയ ത്രികോണം വരയ്ക്കാൻ കഴിയുമോ?

5 സെന്റിമീറ്റർ, 4 സെന്റിമീറ്റർ, 9 സെന്റിമീറ്റർ ആയാലോ?

ഇനി 5 സെന്റിമീറ്റർ, 4 സെന്റിമീറ്റർ, 8.5 സെന്റിമീറ്റർ ആയാലോ?

രണ്ടു വശങ്ങളുടെ നീളം 5 സെന്റിമീറ്റർ, 4 സെന്റിമീറ്റർ എന്നെടുത്താൽ മൂന്നാമത്തെ വശത്തിന്റെ നീളം എത്ര സെന്റിമീറ്ററിൽ കുറവായിരിക്കണം?

ത്രികോണങ്ങൾ വരയ്ക്കാൻ കഴിയുന്ന അളവുകൾ തമ്മിലുള്ള ബന്ധമെന്താണ്?

എന്തുകൊണ്ടാണ് ചില അളവുകളിൽ ത്രികോണം വരയ്ക്കാൻ കഴിയാത്തത്?

ഇനി താഴെ കൊടുത്തവയിൽ ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ വശത്തിന്റെ അളവുകളാലൂന്നി ഏതൊക്കെയാണ് എന്നു കണ്ടുപിടിക്കൂ.

- 8 സെ.മീ., 6 സെ.മീ., 13 സെ.മീ.
- 2 സെ.മീ., 5 സെ.മീ., 8 സെ.മീ.
- 5 സെ.മീ., 4 സെ.മീ., 9 സെ.മീ.
- 4 സെ.മീ., 6 സെ.മീ., 7 സെ.മീ.



മാനാത്ത കോൺ

$AB = 5$, $\angle C = 60^\circ$ ആയി ABC എന്ന ത്രികോണം വരയ്ക്കാമോ? ജിയോജിബ്രയുടെ സഹായത്താൽ ഇത്തരം ത്രികോണങ്ങൾ വരയ്ക്കുന്നതെങ്ങനെ എന്നു നോക്കാം.

നീളം 5 ആയി AB വരയ്ക്കുക. ഒരു Angle Slider a നിർമ്മിക്കുക. Angle with Given size ടൂൾ ഉപയോഗിച്ച് ആദ്യം B യിലും പിന്നീട് A യിലും ക്ലിക്ക് ചെയ്ത് വരുന്ന ജാലകത്തിൽ കോണളവായി a എന്ന് നൽകി OK ക്ലിക്ക് ചെയ്യുക. ഇപ്പോൾ $\angle BAB'$ എന്നത് a യുടെ വിലയാകത്തക്ക വിധം ഒരു ബിന്ദു B' ലഭിക്കും. ഇതേ ടൂൾ ഉപയോഗിച്ച് ആദ്യം A യിലും പിന്നീട് B യിലും ക്ലിക്ക് ചെയ്യുമ്പോൾ ലഭിക്കുന്ന ജാലകത്തിൽ കോണളവായി $120^\circ - a$ എന്ന് നൽകി, Clockwise എന്നതിൽ ക്ലിക്ക് ചെയ്ത് OK ക്ലിക്ക് ചെയ്യുക. ഇപ്പോൾ A' എന്ന പുതിയ ബിന്ദു ലഭിക്കും. Ray through Two Points ടൂൾ ഉപയോഗിച്ച് AB' , BA' എന്നീ വരകൾ വരയ്ക്കുക. ഈ വരകൾ കൂട്ടിമുട്ടുന്ന ബിന്ദു C അടയാളപ്പെടുത്തുക. Polygon ടൂൾ ഉപയോഗിച്ച് ത്രികോണം ABC വരയ്ക്കുക. ഇനി ആവശ്യമില്ലാത്ത വരകളും ബിന്ദുക്കളും മറ്റും മറച്ചു വയ്ക്കാം. Angle ടൂൾ ഉപയോഗിച്ച് ത്രികോണത്തിനുള്ളിൽ ക്ലിക്ക് ചെയ്താൽ അതിന്റെ കോണളവുകൾ കാണാൻ കഴിയും. a യുടെ വില മാറ്റി നോക്കൂ. AC, BC എന്നീ വരകളുടെയും C എന്ന ബിന്ദുവിനും Trace on നൽകി സ്ക്രൈഡറിന് Animation നൽകുക. C എന്ന ബിന്ദു സഞ്ചരിക്കുന്ന പാത എന്താണ്?

C യിലെ കോൺ 60° എന്നതിനുപകരം മറ്റു കോണളവുകളിലും ചെയ്തുനോക്കൂ. ഈ കോൺ മാറ്റാനും ഒരു സ്ക്രൈഡർ ഉപയോഗിക്കാം.

തിരിഞ്ഞുനോക്കുമ്പോൾ



പഠനനേട്ടങ്ങൾ	എനിക്ക് കഴിയും	ടീച്ചറുടെ സഹായത്തോടെ കഴിയും	ഇനിയും മെച്ചപ്പെടേണ്ടതുണ്ട്
<ul style="list-style-type: none"> രണ്ടുവശങ്ങളുടെയും ഒരു കോണിന്റെയും അളവുകൾ അറിഞ്ഞാൽ ത്രികോണം വരയ്ക്കുന്നു. 			
<ul style="list-style-type: none"> ഒരു വശത്തിന്റെയും രണ്ടു കോണുകളുടെയും അളവുകൾ അറിഞ്ഞാൽ ത്രികോണം വരയ്ക്കുന്നു. 			
<ul style="list-style-type: none"> മൂന്നു വശങ്ങളുടെ അളവുകൾ അറിഞ്ഞിരുന്നാൽ ത്രികോണം വരയ്ക്കുന്നു. 			
<ul style="list-style-type: none"> ചില അളവുകളിൽ ത്രികോണം വരയ്ക്കാൻ കഴിയാത്തതിന്റെ കാരണമെന്തെന്ന് തിരിച്ചറിയുക. 			
<ul style="list-style-type: none"> കൃത്യതയോടെയും സൂക്ഷ്മതയോടെയും ജ്യാമിതീയരൂപങ്ങൾ വരയ്ക്കുന്നു. 			
<ul style="list-style-type: none"> ജ്യാമിതീയരൂപങ്ങളുടെ നിർമ്മാണത്തിന് 'ജിയോജിബ്ര'യിലെ സാധ്യതകൾ ഉപയോഗപ്പെടുത്തുന്നു. 			