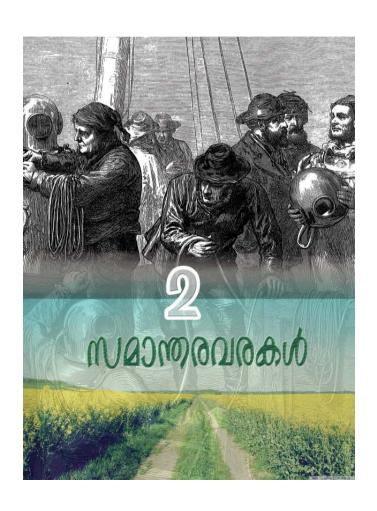
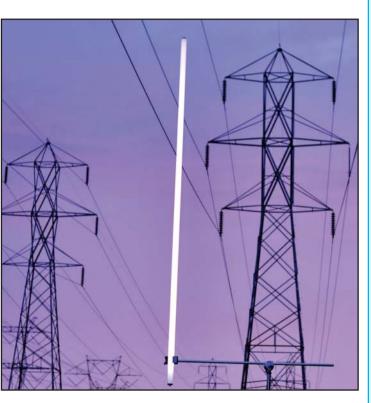
2 സമാന്തരവരകൾ

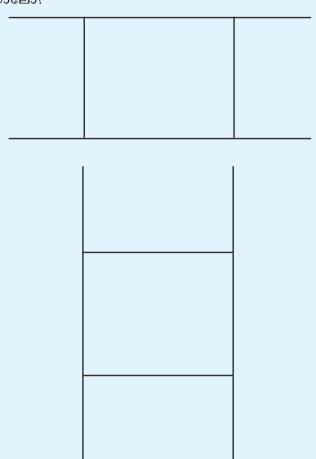






രണ്ടുതരം വരകൾ

ഏതു രണ്ടു ബിന്ദുക്കൾ യോജിപ്പിച്ചാലും ഒരു വര കിട്ടും. മറിച്ച്, ഏതു രണ്ടു വരകളും ഒരു ബിന്ദുവിൽ കൂട്ടിമുട്ടുമോ? ഒരു ചതുരത്തിന്റെ ഒരു ജോടി എതിർവശങ്ങൾ നീട്ടി യാലോ?



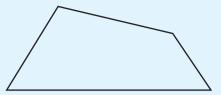
എത്ര നീട്ടിയാലും കൂട്ടിമുട്ടുമോ? എന്തുകൊണ്ട്? ചുവടെയുള്ള ചതുർഭുജം നോക്കൂ.



മുകളിലും താഴെയുമുള്ള വശങ്ങൾ നീട്ടിയാൽ കൂട്ടിമു ട്യുമോ?

ഇടതും വലതുമുള്ള വശങ്ങൾ നീട്ടിയാലോ?

ചതുർഭുജം ഇങ്ങനെയായാലോ?



ഏതെങ്കിലും എതിർവശങ്ങൾ നീട്ടിയാൽ കൂട്ടിമുട്ടുമോ? എന്തുകൊണ്ട്?

ഒരേ അകലം പാലിക്കുന്ന, ഒരിക്കലും കൂട്ടിമുട്ടാത്ത വരകളെ സമാന്തരവരകൾ (parallel lines) എന്നാണ് പറയുന്നത്.

ഒരേ അകലം

ചതുരം വരയ്ക്കാൻ അറിയാമല്ലോ.

5 സെന്റിമീറ്റർ നീളവും 2 സെന്റിമീറ്റർ വീതിയുമുള്ള ചതുരം വരയ്ക്കുന്നതെങ്ങനെ?

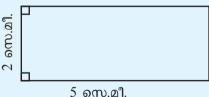
പല രീതിയിൽ വരയ്ക്കാമല്ലോ.

ആദ്യം 5 സെന്റിമീറ്റർ നീളത്തിൽ വിലങ്ങനെ ഒരു വര വരച്ച് അതിന്റെ ഒരറ്റത്ത് 2 സെന്റിമീറ്റർ ഉയരത്തിൽ കുത്തനെ ഒരു വര വരയ്ക്കുക.

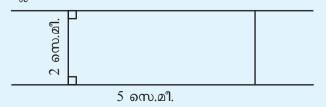


5 സെ.മീ.

ഇനി കുത്തനെയുള്ള വരയുടെ അറ്റത്തുനിന്ന് 5 സെന്റി മീറ്റർ നീളത്തിൽ ലംബം വരയ്ക്കുക. ഈ വരയുടെ അറ്റവും ആദ്യത്തെ വരയുടെ അറ്റവും ചേർത്തു വരച്ചാൽ ചതുര മായി.

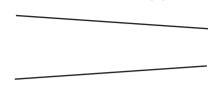


ഇതിന്റെ മുകളിലും താഴെയുമുള്ള വശങ്ങൾ നീട്ടിയാൽ 2 സെന്റിമീറ്റർ അകലം പാലിക്കുന്ന സമാന്തരവരകൾ കിട്ടു മല്ലോ.



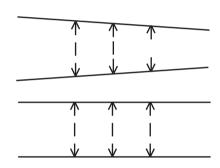
അകലം

ഈ വരകൾ നീട്ടിയാൽ കൂട്ടിമുട്ടുമോ?



ഇങ്ങനെ ആയാലോ?

രണ്ടു ചിത്രത്തിലും വരകൾ തമ്മിലുള്ള അകലം നോക്കൂ.



അപ്പോൾ സമാന്തരമായ വരകൾ തമ്മിലുള്ള അകലത്തെക്കുറിച്ച് എന്തു പറയാം?

സമാന്തരം എന്ന വാക്കിന്റെ അർഥം തന്നെ തുല്യവ്യത്യാസം (സമം = തുല്യം, അന്തരം = വ്യത്യാസം) അഥവാ, ഒരേ അകലം എന്നാണ്.



ജിയോജിബ്രയിൽ ഒരു ചതുർഭുജം വരയ്ക്കുക. Line through two points ടൂൾ ഉപയോഗിച്ച് ചതുർഭുജത്തിന്റെ വശങ്ങൾ നീട്ടുക.



വശങ്ങൾ കൂട്ടിമുട്ടുന്നുണ്ടോ?

Move ടൂൾ ഉപയോഗിച്ച് ചതുർഭുജത്തിന്റെ മൂല കൾ മാറ്റി നോക്കൂ. വശങ്ങൾ നീട്ടിയ വരകൾ കൂട്ടിമുട്ടാതാകുന്നത് എപ്പോഴാണ്?

ലംബവും സമാന്തരവും

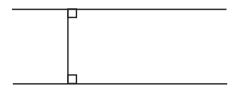
ഈ ചിത്രം നോക്കൂ.



വിലങ്ങനെയുള്ള വരയ്ക്ക് ലംബമായ വരകൾ നോക്കൂ.

അവ സമാന്തരമാണോ?

ഇനി ഈ ചിത്രം നോക്കൂ.



വിലങ്ങനെയുള്ള വരയ്ക്ക് ലംബം വരച്ച്, കുത്ത നെയുള്ള ആ വരയ്ക്ക് വീണ്ടും ലംബം വരച്ചി രിക്കുന്നു.

വിലങ്ങനെയുള്ള വരകൾ സമാന്തരമാണോ?



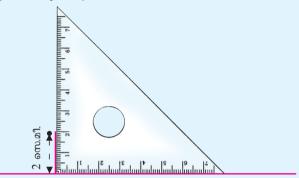
ഒരു വരയ്ക്ക് ലംബമായും സമാന്തരമായും വര കൾ വരയ്ക്കാൻ ജിയോജിബ്രയിൽ പ്രത്യേകം ടൂളുകളുണ്ട്. ആദ്യം ഒരു വര വരച്ച് അതിലൊരു കുത്തിടുക. Perpendicular line ടൂൾ ഉപയോഗിച്ച് വരയിലും കുത്തിലും ക്ലിക്ക് ചെയ്താൽ ഈ കുത്തിലൂടെ കടന്നുപോകുന്ന വരയ്ക്ക് ലംബ മായ ഒരു വര ലഭിക്കും. കുത്തിന്റെ സ്ഥാനം വര യുടെ പുറത്താണെങ്കിലും ഇങ്ങനെ വരയ്ക്കാം. ഇങ്ങനെ വരച്ച ലംബത്തിന് വീണ്ടും ഒരു ലംബം വരച്ചു നോക്കു.

ഒരു വരയ്ക്ക് സമാന്തരമായി മറ്റൊരു വര വര യ്ക്കാൻ Parallel line ടൂളാണ് ഉപയോഗിക്കുന്നത്. വരയുടെ പുറത്തായി ഒരു കുത്തിടുക. ടൂളുപയോഗിച്ച് വരയിലും കുത്തിലും ക്ലിക്ക് ചെയ്യുക. സമാന്തരമായൊരു വര ലഭിക്കും. Move ടൂളിന്റെ സഹായത്താൽ കുത്തിന്റെ സ്ഥാനം മാറ്റിനോക്കൂ. കുത്തിന്റെ സ്ഥാനം ആദ്യം വരച്ച വര യിലാകുമ്പോൾ എന്താണ് സംഭവിക്കുന്നത്?

അപ്പോൾ ഒരു വരയും അതിൽനിന്ന് 2 സെന്റിമീറ്റർ അകലെ ഒരു ബിന്ദുവുമെടുത്താൽ ആ ബിന്ദുവിലൂടെ വരയ്ക്ക് സമാന്തരമായ വര വരയ്ക്കുന്നതെങ്ങനെ?



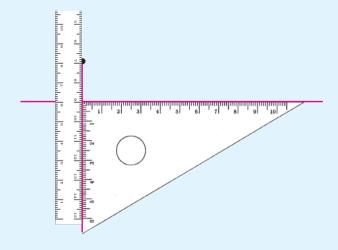
ആദ്യം ബിന്ദുവിലൂടെ വരയ്ക്ക് ലംബം വരയ്ക്കണം.



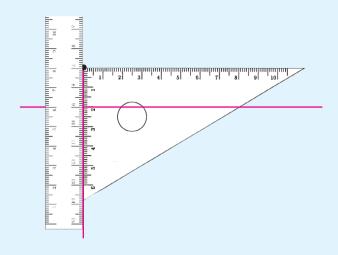
പിന്നെ ഈ ലംബത്തിനു ലംബം വരയ്ക്കണം



ആദ്യത്തെ വരയ്ക്കു ലംബം വരയ്ക്കുന്നതിനു പകരം സ്കെയിൽ പിടിച്ചാലും മതി.



ഇനി മട്ടം മുകളിലേക്ക് മാറ്റി, മട്ടമൂല ബിന്ദുവിലെത്തിച്ചാൽ സമാന്തരവര വരയ്ക്കാം.



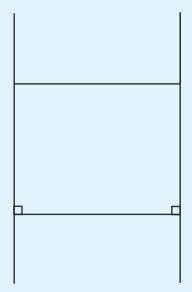
ഇനി ബിന്ദു വരയുടെ താഴെയായാലോ? ഇവിടെ കണ്ട കാര്യങ്ങളെന്താണ്?

ഏതു വരയ്ക്കും അതിലല്ലാത്ത ഏതു ബിന്ദുവിലൂടെയും സമാന്തരവര വരയ്ക്കാം.

ഒരു വരയ്ക്ക് അതിലല്ലാത്ത ഒരു ബിന്ദുവിലൂടെ എത്ര സമാന്തരവരകൾ വരയ്ക്കാം?

ഒരേ ദിശ

ചതുരത്തിന്റെ എതിർവശങ്ങൾ സമാന്തരമാണ്.



ഇത് മറ്റൊരു തരത്തിൽ പറയാം.

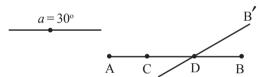
ഒരു വരയ്ക്കു ലംബമായി രണ്ടു വരകൾ വരച്ചാൽ അവ സമാന്തരമാണ്.



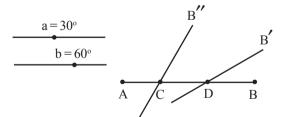
ജിയോജിബ്രയിൽ AB എന്ന വര വരച്ച് അതിൽ C,D എന്നിങ്ങനെ രണ്ട് കുത്തുകളിടുക.



ഇനി Slider ടൂൾ എടുത്ത് ക്ലിക്ക് ചെയ്യുമ്പോൾ ലഭിക്കുന്ന ജാലകത്തിൽ Angle എന്നതിനു നേരെ യുള്ള ചെറിയ വൃത്തത്തിൽ ക്ലിക്ക് ചെയ്യുക. Name ആയി a എന്ന് ടൈപ്പ് ചെയ്യുക. തുടർന്ന് Apply യിൽ ക്ലിക്ക് ചെയ്യുക. Angle with given size ടൂൾ ഉപയോഗിച്ച് B യിലും പിന്നെ D യിലും ക്ലിക്ക് ചെയ്യുക. ഇപ്പോൾ വരുന്ന ജാലകത്തിൽ Angle എന്നതിന് താഴെയായി a എന്ന് ടൈപ്പ് ചെയ്ത് OK യിൽ ക്ലിക്ക് ചെയ്യുക. ഇപ്പോൾ B' എന്ന പേരിൽ ഒരു ബിന്ദു ലഭിക്കും. D, B' എന്നീ കുത്തുകൾ യോജിപ്പിച്ച് ഒരു വര വരയ്ക്കുക.



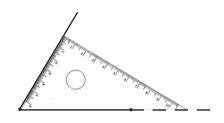
ഇനി b എന്ന പേരിൽ ഒരു സ്ലൈഡർ കൂടി നിർമി ക്കുക. Angle with given size ടൂൾ ഉപയോഗിച്ച് B, C എന്നിവയിൽ ക്രമമായി ക്ലിക്ക് ചെയ്യുമ്പോൾ ലഭിക്കുന്ന ജാലകത്തിൽ Angle എന്നതിന് b എന്ന് നൽകി OK യിൽ ക്ലിക്ക് ചെയ്യുക. പുതുതായി ലഭിക്കുന്ന B'' എന്ന ബിന്ദു C യോട് യോജിപ്പിച്ച് വരയ്ക്കുക.

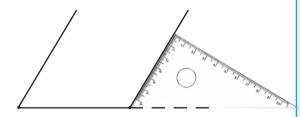


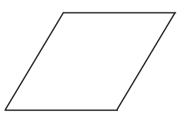
Move ടൂൾ ഉപയോഗിച്ച് a, b എന്നിവയുടെ വില മാറ്റി നോക്കൂ. വരകൾക്ക് എന്താണു സംഭവിക്കു ന്നത്? അവ എപ്പോഴാണ് കൂട്ടിമുട്ടാതാകുന്നത്? ഒരു സ്ലൈഡർ മാത്രം നിർമിച്ച് C യിലും D യിലും ഒരേ കോൺ വരുന്നതുപോലെ ഈ പ്രവർത്തനം ചെയ്തുനോക്കൂ.

ചതുരമല്ലെങ്കിലും

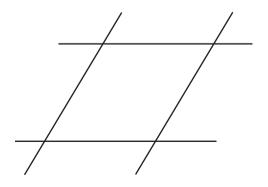
മട്ടം ഉപയോഗിച്ച് ചതുരം വരയ്ക്കാൻ അറിയാ മല്ലോ. മട്ടമൂലയ്ക്കു പകരം വേറൊരു മൂല ഉപ യോഗിച്ചു വരച്ചാലോ?

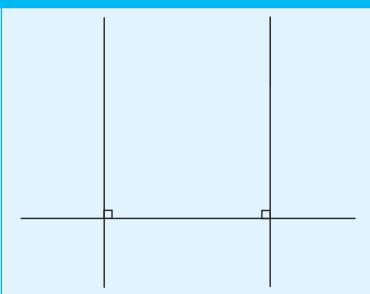




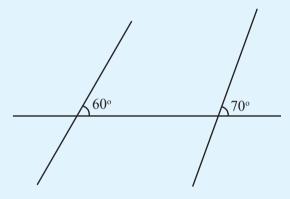


ഇതിലെ ഏതെങ്കിലും ഒരു ജോടി എതിർവശ ങ്ങൾ നീട്ടിയാൽ കൂട്ടിമുട്ടുമോ?

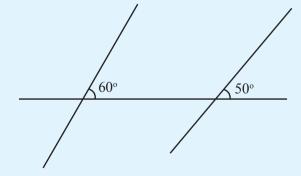




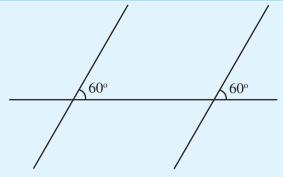
ഇനി, ഈ ചിത്രം നോക്കൂ.



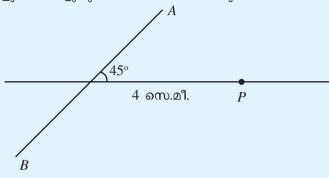
ഇവ സമാന്തരമാണോ? വരകൾ മുകളിലേക്ക് നീട്ടിയാൽ എന്തു സംഭവിക്കും? ഇങ്ങനെയായാലോ?



വരകൾ മുകളിലേക്ക് നീട്ടിയാൽ കൂട്ടിമുട്ടുമോ? താഴോട്ട് നീട്ടിയാലോ? കൂട്ടിമുട്ടാതിരിക്കാൻ, വലതുവശത്തെ വരയുടെ ചരിവ് എത്ര ഡിഗ്രി ആക്കണം?

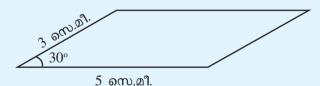


ഇനി ചുവടെക്കാണുന്നതുപോലെയുള്ള ഒരു ചിത്രം നിങ്ങ ളുടെ നോട്ടുപുസ്തകത്തിൽ വരയ്ക്കുക.



P യിൽക്കൂടി AB യ്ക്ക് സമാന്തരമായി ഒരു വര വരയ്ക്കാ നുള്ള എളുപ്പമാർഗം എന്താണ്?

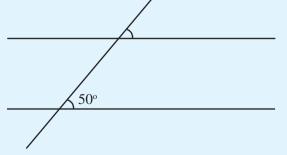
ചുവടെ വരച്ചിരിക്കുന്ന ചതുർഭുജത്തിന്റെ രണ്ടു ജോടി എതിർവശങ്ങളും സമാന്തരമാണ്.



ഈ ചതുർഭുജം ഇതേ അളവുകളിൽ വരയ്ക്കാമോ? എതിർവശങ്ങൾ സമാന്തരമായ ഇത്തരം ചതുർഭുജത്തിന് സാമാന്തരികം (parallelogram) എന്നാണ് പറയുന്നത്.

സമാന്തരതയും കോണുകളും

ചുവടെയുള്ള ചിത്രത്തിലെ മുകളിലും താഴെയുമുള്ള വരകൾ സമാന്തരമാണ്.

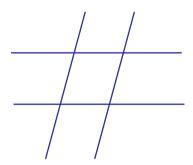


മുകളിൽ അടയാളപ്പെടുത്തിയിരിക്കുന്ന കോൺ എത്രയാണ്?

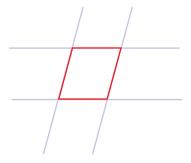
സമാന്തരങ്ങൾ ഖണ്ഡിക്കുമ്പോൾ



ഒരു ജോടി സമാന്തരവരകൾ വരയ്ക്കുക. അവയെ മുറിച്ചുകൊണ്ട് മറ്റൊരു ജോടി സമാ ന്തരവരകൾ വരയ്ക്കുക.



ഇവയുടെ ഇടയിലുണ്ടായ രൂപം നോക്കു.



ഈ രൂപത്തിന്റെ പേരെന്താണ്?

ചതുരവും സാമാന്തരികവും

കാർഡ്ബോർഡിൽ ഒരു ചതുരം വെട്ടിയെടു ക്കുക.



ഇനി താഴത്തെ മൂലയിൽക്കൂടി ചരിച്ചു വെട്ടി, ചുവടെക്കാണുന്നതുപോലെ ഒരു ത്രികോണം മുറിച്ചെടുക്കുക.



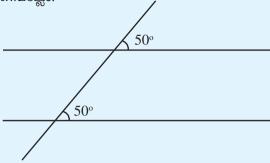
ഈ ത്രികോണം, അടുത്ത ചിത്രത്തിലേതു പോലെ മറുവശത്ത് ചേർത്തു വച്ചാലോ?



ഇതു സാമാന്തരികമാണോ? എന്തുകൊണ്ട്?

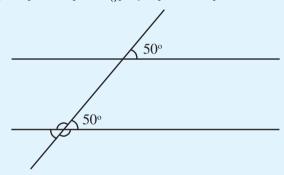


സമാന്തരവരകൾ മറ്റേതൊരു വരയുമായി ഒരേ ചരിവിൽ ആകണമല്ലോ.

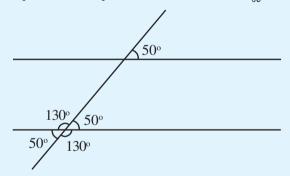


ചിത്രത്തിൽ വേറെയും കോണുകളുണ്ട്. അവയെല്ലാം കണ്ടുപിടിക്കാമോ?

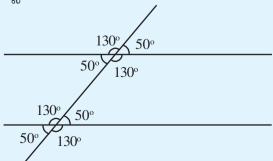
ആദ്യം ചുവടെയുള്ള മറ്റു മൂന്നു കോണുകൾ നോക്കൂ.



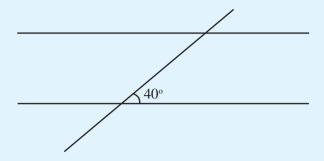
രണ്ടു വരകൾ മുറിച്ചുകടക്കുമ്പോൾ ഉണ്ടാകുന്ന നാലു കോണുകൾ തമ്മിലുള്ള ബന്ധങ്ങൾ എന്തെല്ലാമാണ്?



ഇതുപോലെ ചിത്രത്തിലെ മുകളിലെ കോണുകളും എഴു താമല്ലോ.



ചുവടെയുള്ള ചിത്രത്തിലും മുകളിലും താഴെയും സമാന്തരവരകളാണ്.

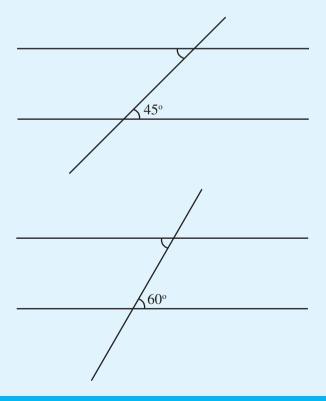


ചിത്രത്തിൽ മറ്റ് ഏഴു കോണുകളുടെയും അളവുകൾ എഴുതുക.

ഇവിടെ കണ്ട കാര്യം ഇങ്ങനെയെഴുതാം:

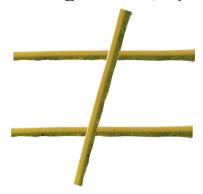
സമാന്തരമായ രണ്ടു വരകൾ മറ്റേതൊരു വരയുമായും ഒരേപോലെയുള്ള കോണുകളാണ് ഉണ്ടാക്കുന്നത്.

ചുവടെയുള്ള ചിത്രങ്ങളിൽ സമാന്തരമായ വരകളും അവയെ മുറിച്ചുകടക്കുന്ന മൂന്നാമതൊരു വരയുമുണ്ട്. ഓരോ ചിത്രത്തിലും ഒരു കോണിന്റെ അളവ് എഴുതിയി ട്ടുണ്ട്. മറ്റൊരു കോൺ അടയാളപ്പെടുത്തിയിട്ടുമുണ്ട്. ഈ കോൺ കണ്ടുപിടിച്ച് ചിത്രത്തിൽ എഴുതുക.

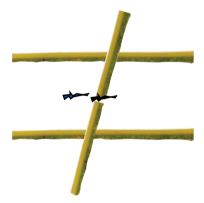


മാറാത്ത രൂപം

രണ്ട് ഈർക്കിൽ കഷണങ്ങൾ സമാന്തര മായി വയ്ക്കുക. ഇതിന് കുറുകെ മറ്റൊരു ഈർക്കിൽ വച്ച് നന്നായി ഒട്ടിക്കുക.



ഇനി ഈ രൂപം നടുക്കുവച്ച് ഒടിച്ച് രണ്ടു ഭാഗ മാക്കുക.



ഒരു ഭാഗം മറ്റൊരു ഭാഗത്തിന്റെ മേൽ വച്ചു നോക്കുക. കോണുകൾ കൃത്യമായി ചേർന്നി രിക്കുന്നില്ലേ?

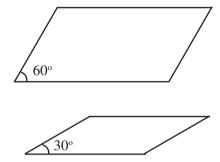


സാമാന്തരികത്തിലെ കോണുകൾ

ഒരു ചതുരത്തിലെ കോണുകളെല്ലാം മട്ടമാണല്ലോ.

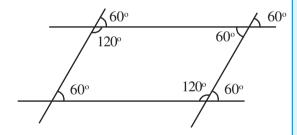


സാമാന്തരികത്തിലോ?



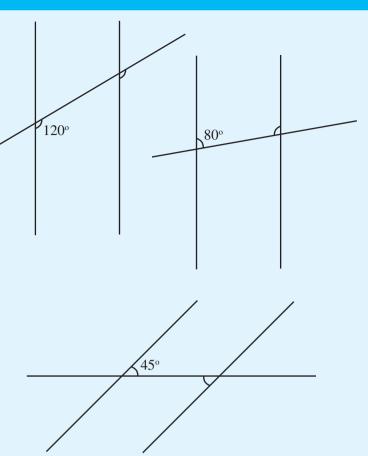
ആദ്യത്തെ സാമാന്തരികത്തിലെ മറ്റു കോണു കൾ കണ്ടുപിടിക്കൂ.

വശങ്ങളെല്ലാം നീട്ടി വരച്ചുനോക്കൂ.



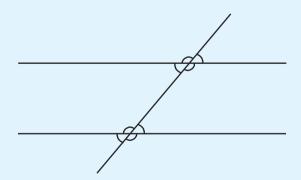
ഇതുപോലെ രണ്ടാമത്തെ സാമാന്തരികത്തിലെ കോണുകൾ കണ്ടുപിടിക്കാം.





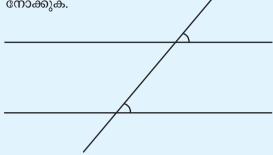
കോൺ പൊരുത്തങ്ങൾ

സമാന്തരമായ രണ്ടു വരകളെ മറ്റൊരു വര മുറിച്ചുകടക്കു മ്പോൾ എട്ടു കോണുകൾ ഉണ്ടാകുന്നുണ്ട്.



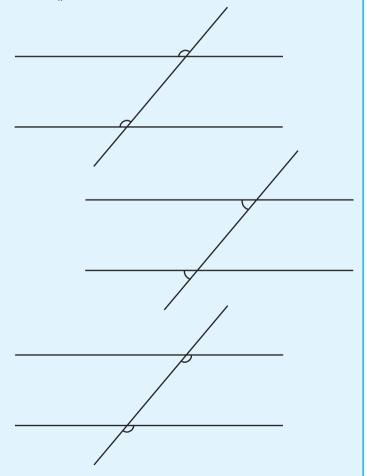
ചിത്രത്തിൽ മുറിച്ചുകടക്കുന്ന വരയുമായി താഴത്തെ വര ഉണ്ടാക്കുന്ന നാലു കോണുകളും മുകളിലെ വര ഉണ്ടാ ക്കുന്ന നാലു കോണുകളുമുണ്ട്.

താഴെനിന്നും മുകളിൽനിന്നും ഓരോ കോൺ വീതമെ ടുത്ത് പല ജോടികളുണ്ടാക്കാം. ചില ജോടികളിലെ കോണുകൾ തുല്യമാണ്. അല്ലാത്തവ അനുപൂരകവും. തുല്യമായ ജോടികൾ നോക്കാം. ഇവയെ സൗകര്യത്തി നായി രണ്ടായി തരംതിരിച്ചിട്ടുണ്ട്. ചുവടെയുള്ള ചിത്ര ത്തിൽ അടയാളപ്പെടുത്തിയിരിക്കുന്ന ഒരു ജോടി കോണു കൾ നോക്കുക.



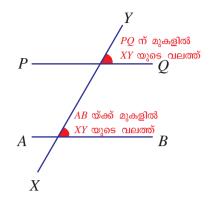
ഇതിൽ ചുവടെയുള്ള കോൺ വിലങ്ങനെയുള്ള വരയുടെ മുകളിലും ചരിഞ്ഞ വരയുടെ വലതുവശത്തുമാണ്. മുക ളിലെ കോണും അതിലെ വിലങ്ങനെയുള്ള വരയുടെ മുക ളിലും ചരിഞ്ഞ വരയുടെ വലതുവശത്തുമാണ്.

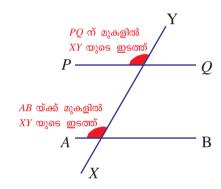
ഇതുപോലെ ചുവട്ടിലും മുകളിലും ഒരേ സ്ഥാനത്തുവ രുന്ന മറ്റു മൂന്നു ജോടികൾ കൂടിയുണ്ട്.

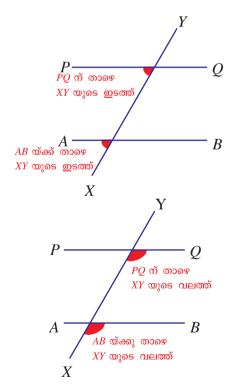


സ്ഥാനമനുസരിച്ചുള്ള ഇത്തരമൊരു ജോടിയിലെ കോണു കളെ സമാനകോണുകൾ (corresponding angles) എന്നാണ് പറയുന്നത്.

സമാനകോണുകൾ







അക്ഷരക്കോണുകൾ

ഇംഗ്ലീഷിലെ N എന്ന അക്ഷരം വലുതാക്കി വരയ്ക്കു.



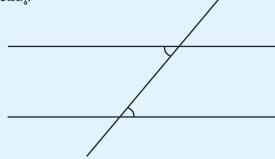
ഇതിൽ അടയാളപ്പെടുത്തിയിരിക്കുന്ന കോണു കൾ തമ്മിൽ എന്താണ് ബന്ധം? ഇനി M എന്ന അക്ഷരം നോക്കു.



അടയാളപ്പെടുത്തിയിരിക്കുന്ന മൂന്നു കോണുകൾ തമ്മിൽ എന്തെങ്കിലും ബന്ധമുണ്ടോ? നടുവിലൂടെ കുത്തനെ മറ്റൊരു വര വരച്ചാലോ?



തുല്യമായ കോണുകളെത്തന്നെ മറ്റൊരു തരത്തിൽ ജോടി ചേർക്കാം. ചുവടെയുള്ള ചിത്രത്തിലെ കോണുകൾ നോക്കു.

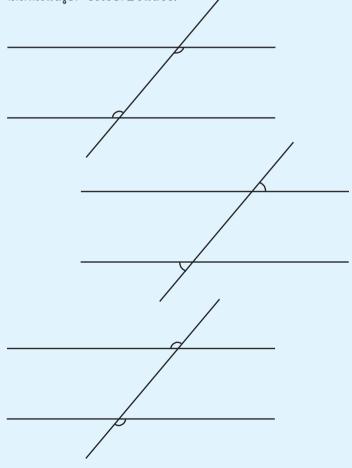


ചുവടെയുള്ള കോൺ, വിലങ്ങനെയുള്ള വരയുടെ മുക ളിലും ചരിഞ്ഞ വരയുടെ വലത്തുമാണ്.

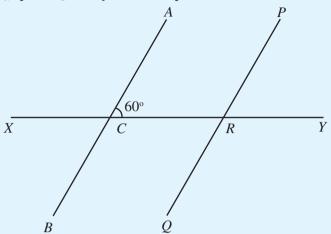
മുകളിലെ കോണോ?

വിലങ്ങനെയുള്ള വരയുടെ താഴെ ചരിഞ്ഞ വരയുടെ ഇടത്ത്.

ഇതുപോലെ സ്ഥാനം തികച്ചും വിപരീതമായി മൂന്നു വിധ ത്തിൽക്കൂടി ജോടിയാക്കാം.



സ്ഥാനം വിപരീതമായ ഇത്തരമൊരു ജോടിയിലെ കോണു കളെ മറുകോണുകൾ (alternate angles) എന്നു പറയുന്നു. ചുവടെയുള്ള ചിത്രത്തിൽ രണ്ടു സമാന്തരവരകൾക്കും മുറിക്കുന്ന വരയ്ക്കും പേരിട്ടിട്ടുണ്ട്. ഒരു കോണിന്റെ അളവും എഴുതിയിട്ടുണ്ട്. സമാനകോണുകളുടെയും മറു കോണുകളുടെയും ജോടികളുടെയെല്ലാം പേരും അളവും എഴുതി പട്ടിക പൂർത്തിയാക്കുക.



സമാനകോണുകൾ				
പേരുകൾ	അളവ്			
∠ACY, ∠PRY	60°			

മറുകോണുകൾ				
പേരുകൾ	അളവ്			
∠ACY, ∠QRX	60°			

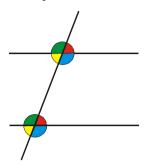
ചുരുക്കിപ്പറഞ്ഞാൽ,

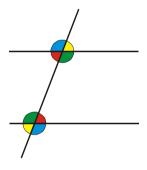
രണ്ടു സമാന്തരവരകളെ മറ്റൊരു വര മുറിക്കുമ്പോൾ ഒരു വരയുമായി ഉണ്ടാക്കുന്ന നാലു കോണുകളിൽ നിന്നും രണ്ടാമത്തെ വരയുമായി ഉണ്ടാക്കുന്ന നാലു കോണുകളിൽ നിന്നും ഓരോന്നു വീതമെടുത്ത് പല തരത്തിൽ ജോടികൾ ഉണ്ടാക്കാം. ഇവയിൽ എട്ടു ജോടികളിലെ കോണുകൾ തുല്യമാണ്. കോണുകളുടെ സ്ഥാനങ്ങളുടെ അടിസ്ഥാനത്തിൽ നാലു ജോടിക ളിലെ കോണുകളെ സമാനകോണുകളെന്നും മറ്റു നാലു ജോടികളിലെ കോണുകളെ മറുകോണുകൾ എന്നും പറയുന്നു.

സമാനവും വിപരീതവും

ചുവടെയുള്ള ചിത്രങ്ങൾ നോക്കൂ. ആദ്യത്തെ ചിത്രത്തിൽ സമാനകോണുക ളുടെ ജോടികൾക്ക് ഒരേ നിറം കൊടുത്തിരി ക്കുന്നു.

രണ്ടാമത്തെ ചിത്രത്തിലോ?

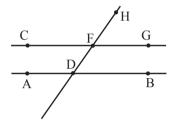




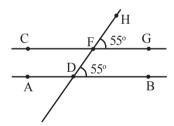
മുകളിലും താഴെയുമുള്ള കോണുകളിൽ ഒരേ നിറം കൊടുത്തിരിക്കുന്ന കോണുകൾ തമ്മിൽ എന്താണ് ബന്ധം?



ജിയോജിബ്രയിൽ AB എന്ന വരയും അതിന് സമാന്തരമായി C യിലൂടെ മറ്റൊരു വരയും വര യ്ക്കുക. ഈ വരകളിൽ D, F എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ അടയാളപ്പെടുത്തി അവ യോജിപ്പിച്ച് ഒരു വര വരയ്ക്കുക. G, H എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ ചിത്രത്തി ലേതുപോലെ അടയാളപ്പെടുത്തുക.



ഇനി Angle ടൂൾ ഉപയോഗിച്ച് G, F, H എന്നീ ബിന്ദു ക്കളിൽ ക്രമമായി ക്ലിക്ക് ചെയ്യുക. അതുപോലെ B, D, F എന്നിവയിലും ക്ലിക്ക് ചെയ്യുക. ഇപ്പോൾ ഈ കോണുകളുടെ അളവ് എത്രയെന്ന് കാണാം.

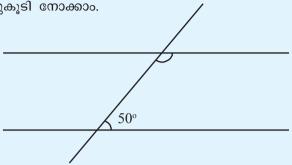


Move ടൂൾ ഉപയോഗിച്ച് F ന്റെ സ്ഥാനം മാറ്റി നോക്കൂ.

F, D എന്നീ ബിന്ദുക്കളിൽ വരുന്ന മറ്റു കോണു കളും ഇതുപോലെ അടയാളപ്പെടുത്തി നോക്കു. ഇനി കോണുകൾക്കു നിറം കൊടുക്കാം. ഇതി നായി കോണിന്റെ ചിഹ്നത്തിൽ Right click ചെയ്യു മ്പോൾ വരുന്ന ഒരു ജാലകത്തിൽ നിന്ന് Object properties തിരഞ്ഞെടുക്കുക. ഇതിൽ Color ൽ ക്ലിക്ക് ചെയ്ത് ആവശ്യമുള്ള നിറം തിരഞ്ഞെടു ക്കുക. ഇങ്ങനെ ഒരേ അളവുള്ള കോണുകൾക്ക് ഒരേ നിറം കൊടുക്കു.

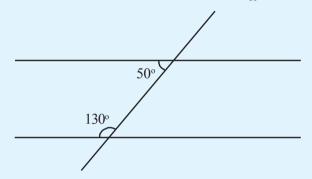
അനുപൂരകങ്ങൾ

രണ്ടു സമാന്തരവരകളെ മറ്റൊരു വര മുറിക്കുന്ന ചിത്രം ഒന്നുകൂടി നോക്കാം.



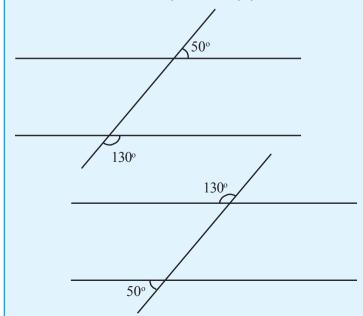
ചിത്രത്തിൽ മുകളിലെ വരയിൽ അടയാളപ്പെടുത്തിയിരി ക്കുന്ന കോണിന്റെ അളവ് എത്രയാണ്?

ചരിഞ്ഞ വരയുടെ ഇടതുവശത്തും ഇതുപോലെ അനു പൂരകമായ ഒരു ജോടി കോണുകൾ ഉണ്ടല്ലോ.

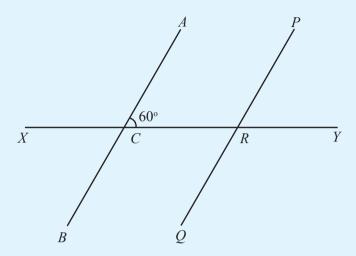


ഈ രണ്ടു ജോടികളിലെയും കോണുകളെ ആന്തരസഹ കോണുകൾ (co-interior angles) എന്നാണു പറയുന്നത്.

ഇതുപോലെ അനുപൂരകമായ ബാഹ്യസഹകോണുകളുടെ (co-exterior angles) രണ്ടു ജോടികളുമുണ്ട്.



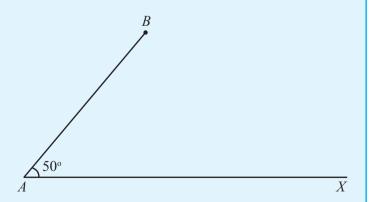
ചുവടെയുള്ള ചിത്രത്തിൽ AB, PQ എന്നീ സമാന്തരവര കളെ XY എന്ന വര മുറിച്ചുകടക്കുന്ന ബിന്ദുക്കളാണ് C, R എന്നിവ. ചിത്രത്തിലെ ആന്തരസഹകോണുകളുടെയും ബാഹ്യസഹകോണുകളുടെയും ജോടികൾ കണ്ടുപിടിച്ച് പേരുകളും അളവുകളും ചുവടെ എഴുതുക.



ആന്തരസഹകോണുകൾ	ബാഹൃസഹകോണുകൾ

സമാന്തരവരകളും ത്രികോണവും

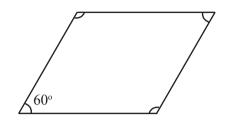
ഈ ചിത്രം നോക്കൂ.



B യിൽ നിന്നു തുടങ്ങുന്ന ഒരു വര AX ന് സമാന്തരമായി വരയ്ക്കണം.

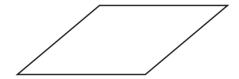
സാമാന്തരികകോണുകൾ

ഈ സാമാന്തരികം നോക്കൂ.

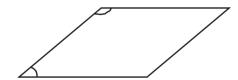


ഇതിലെ മറ്റു മൂന്നു കോണുകളുടെ അളവുകൾ എഴുതാമോ?

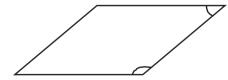
നാലു കോണുകളുടെയും തുക എന്താണ്? ഇനി ഈ സാമാന്തരികം നോക്കു.



കോണുകളൊന്നും എഴുതിയിട്ടില്ല. ഇടതുവശത്ത് മുകളിലും താഴെയുമുള്ള കോണു കളുടെ തുക എത്രയാണ്?



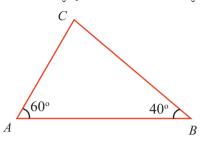
വലതുവശത്ത് മുകളിലും താഴെയുമുള്ള കോണു കളുടെ തുകയോ?



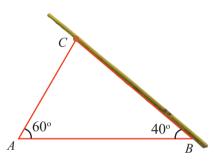
അപ്പോൾ നാലു കോണുകളുടെയും തുകയോ?

ത്രികോണവും സമാന്തരവരകളും

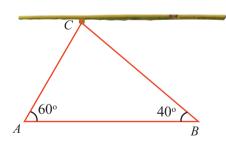
ചിത്രത്തിൽ കാണുന്നതുപോലെ കാർഡ് ബോർഡിൽ ഒരു ത്രികോണം വരയ്ക്കുക.



ഇനി നീളമുള്ള ഒരു ഈർക്കിലെടുത്ത് BC എന്ന വശത്തോട് ചേർത്തു വച്ച് C യിൽ ഒരു സൂചി കുത്തി ഉറപ്പിക്കുക.



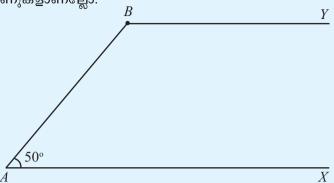
ഈർക്കിൽ മുകളിലേക്ക് കറക്കി AB യ്ക്ക് സമാ ന്തരമാക്കുക.



ഇപ്പോൾ ഈർക്കിൽ BC യുമായി ഉണ്ടാക്കുന്ന കോൺ എത്രയാണ്?

AC യുമായി ഉണ്ടാക്കുന്ന കോണോ? അപ്പോൾ ത്രികോണത്തിൽ C യിലെ കോൺ എത്രയാണ്? എങ്ങനെ വരയ്ക്കാം?

A യിലെ കോണും B യിലെ കോണും ആന്തരസഹകോ ണുകളാണല്ലോ.

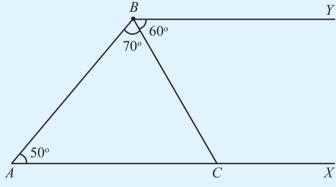


നോട്ടുപുസ്തകത്തിൽ ഈ ചിത്രം വരച്ചുനോക്കൂ.

ഇനി അതേ ചിത്രത്തിൽ B യിൽ നിന്ന് ഒരു വര ചരിച്ചു വരയ്ക്കണം. AB യുമായുള്ള കോൺ 70° ആവാം.

ഈ വര AX ന് സമാന്തരമല്ലല്ലോ.

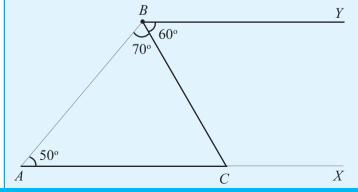
അത് AX മായി കൂട്ടിമുട്ടുന്ന ബിന്ദുവിനെ C എന്നു വിളി യ്ക്കാം.



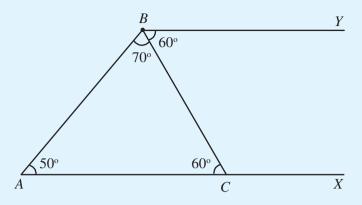
ഇപ്പോൾ ABC ഒരു ത്രികോണമാണ്.

അതിലെ A, B എന്നീ മൂലകളിലെ കോണുകളുടെ അളവു കൾ അറിയാം, C യിലെ കോൺ എത്രയാണ്?

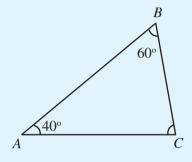
AC,BY എന്നിവ സമാന്തരമാണ്. ഈ വരകളും BC എന്ന വരയും മാത്രം ശ്രദ്ധിക്കൂ.



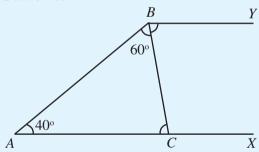
 $\angle ACB$, $\angle CBY$ എന്നിവ മറുകോണുകളാണല്ലോ.



ഇനി ചുവടെക്കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ത്രികോണത്തിൽ C യിലെ കോൺ കണ്ടുപിടിക്കാം.



ആദ്യത്തെ ചിത്രത്തിലെപ്പോലെ AC നീട്ടുകയും അതിനു സമാന്തരമായി B യിൽ നിന്ന് ഒരു വര വരയ്ക്കുകയും ചെയ്താലോ?



 $\angle ACB$ കണ്ടുപിടിക്കണം, ഇത് $\angle CBY$ ക്ക് തുല്യമാണ്. എന്തുകൊണ്ട്?

 $\angle CBY$ കണ്ടുപിടിക്കാൻ $\angle ABY$ അറിഞ്ഞാൽ മതി. അതും $\angle A$ ഉം ആന്തരസഹകോണുകളാണ്.

അപ്പോൾ,

$$\angle ABY = 180^{\circ} - 40^{\circ} = 140^{\circ}$$

ഇതിൽനിന്ന്,

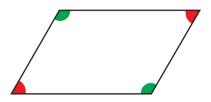
$$\angle CBY = 140^{\circ} - 60^{\circ} = 80^{\circ}$$

അങ്ങനെ,

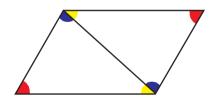
$$\angle ACB = \angle CBY = 80^{\circ}$$

സാമാന്തരികവും ത്രികോണവും

ചുവടെ വരച്ചിരിക്കുന്ന സാമാന്തരികം നോക്കൂ.



ചുവന്ന നിറത്തിൽ അടയാളപ്പെടുത്തിയിരിക്കുന്ന കോണുകൾ തമ്മിൽ എന്താണു ബന്ധം? പച്ചനിറത്തിലുള്ള കോണുകൾ തമ്മിലോ? വ്യത്യസ്ത നിറങ്ങളുള്ള കോണുകളോ? ഇനി ഈ സാമാന്തരികത്തിലെ രണ്ട് എതിർമൂ ലകൾ യോജിപ്പിക്കുക. അപ്പോൾ രണ്ടു ത്രികോണങ്ങളായി.



നീലനിറം കൊടുത്തിരിക്കുന്ന കോണുകൾ തമ്മിൽ എന്താണു ബന്ധം? മഞ്ഞനിറമുള്ള കോണുകൾ തമ്മിലോ? അപ്പോൾ വൃതൃസ്ത നിറങ്ങളുള്ള മൂന്നു കോണുകളെടുത്തു കൂട്ടിയാൽ എന്തുകിട്ടും? ഓരോ ത്രികോണത്തിലെയും മൂന്നു കോണുക ളുടെ തുക എത്രയാണ്?

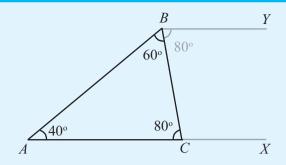
തത്താവും തെളിവും

എല്ലാ ത്രികോണങ്ങളിലും മൂന്നു കോണുകളുടെ തുക 180° ആണെന്ന് എങ്ങനെ തീരുമാനിക്കും? കുറേ ത്രികോണങ്ങൾ വരച്ച് ഓരോന്നിന്റെയും കോണുകൾ അളന്നു കൂട്ടിനോക്കി യാൽ മതിയോ? ഇക്കൂട്ടത്തിലില്ലാത്ത ഒരു ത്രികോണ ത്തിലും കോണുകളുടെ തുക 180° തന്നെയാ

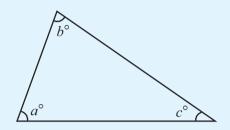
ഏതു ത്രികോണത്തിലും ഒരു മൂലയിലൂടെ എതിർവശത്തിനു സമാന്തരമായി ഒരു വര വര യ്ക്കാം. സമാന്തരവരകൾ ഉണ്ടാക്കുന്ന കോണു കൾ തമ്മിലുള്ള ബന്ധം ഉപയോഗിച്ച് ത്രികോ ണത്തിലെ കോണുകളുടെ തുക 180° ആണെന്നു കാണാം.

ഇങ്ങനെ ചെയ്യുന്നതിലൂടെ പലകാര്യങ്ങളും സാധിക്കുന്നുണ്ട്.

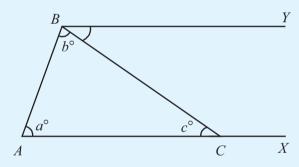
- ത്രികോണം മാറിയാലും, ഇവിടെ പറയുന്ന വാദങ്ങൾ മാറുന്നില്ല. അതിനാൽ അവയി ലൂടെ സ്ഥാപിക്കുന്ന വസ്തുതയും എല്ലാ ത്രികോണങ്ങളിലും ശരിയാണ്.
- സമാന്തരവരകളെ സംബന്ധിക്കുന്ന തത്ത്വ ങ്ങൾ പെട്ടെന്നു തിരിച്ചറിയാം. ത്രികോണ ങ്ങളുടെ കോണുകളുടെ തുക 180° ആണെന്ന് തിരിച്ചറിയാൻ എളുപ്പമല്ല. ലളി തമായ തത്ത്വങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ച് സങ്കീർണമായ തത്ത്വങ്ങൾ സ്ഥാപിക്കുന്ന തിന്റെ ഒരു ഉദാഹരണമാണിത്.
- സമാന്തരവരകൾ ഉപയോഗിച്ച് ഒരു കാര്യ ത്തിൽനിന്ന് മറ്റൊന്ന് എന്ന രീതിയിൽ വാദങ്ങൾ കോർത്തിണക്കുമ്പോൾ, ത്രികോണത്തിലെ കോണുകളുടെ തുക 180° ആണെന്ന തത്ത്വം മാത്രമല്ല, അത് എന്തുകൊണ്ടാണെന്നും വൃക്തമാകുന്നു.



ഇനി ഈ ത്രികോണം നോക്കുക.



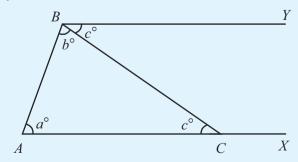
കോണുകളുടെ അളവുകൾ a,b,c എന്നീ അക്ഷരങ്ങൾകൊ ണ്ടാണ് സൂചിപ്പിക്കുന്നത്. ഇവ തമ്മിലുള്ള ബന്ധം എന്താണ്? പഴയപോലെ സമാന്തരവരകൾ വരയ്ക്കാം.



ചിത്രത്തിൽനിന്ന്

$$\angle CBY = \angle ACB = c^{\circ}$$

എന്നു കാണാം.



ഈ ചിത്രത്തിൽ നിന്ന്

$$\angle A + \angle ABY = 180^{\circ}$$

അതായത്,

$$a + b + c = 180^{\circ}$$

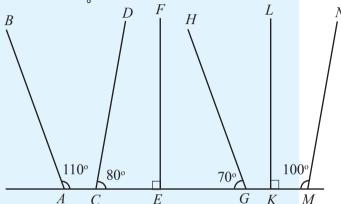
ഇതിൽനിന്ന് എന്തു മനസ്സിലായി?

ഏതു ത്രികോണത്തിലെയും കോണുകളുടെ തുക 180° ആണ്.

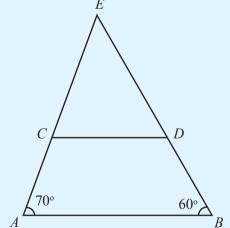


ചെയ്തുനോക്കാം

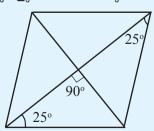
 ചിത്രത്തിലെ വരകളിൽ സമാന്തരങ്ങളായ ജോടികൾ കണ്ടെത്തുക.



• ചിത്രത്തിൽ *AB* യും *CD* യും സമാന്തരമാണ്. ചിത്ര ത്തിലെ എല്ലാ കോണുകളും കണക്കാക്കുക.



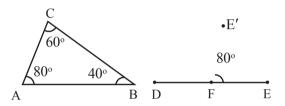
 ചുവടെയുള്ള ചിത്രത്തിൽ ഒരു സാമാന്തരികത്തിന്റെ വികർണങ്ങൾ അതിനെ നാലു ത്രികോണങ്ങളായി ഭാഗിച്ചിരിക്കുന്നു. ഓരോ ത്രികോണത്തിന്റെയും എല്ലാ കോണുകളും കണക്കാക്കുക.





മാറാത്ത ബന്ധം

ജിയോജിബ്രയിൽ Polygon ടൂൾ ഉപയോഗിച്ച് ത്രികോണം *ABC* നിർമിക്കുക. Angle ടൂൾ എടുത്ത് ത്രികോണത്തിനുള്ളിൽ ക്ലിക്ക് ചെയ്താൽ ത്രികോണത്തിന്റെ കോണളവുകൾ കാണാൻ കഴിയും.



ഇനി DE എന്ന വര വരച്ച് അതിൽ ഒരു കുത്ത് F ഇടുക. Angle with given size ടൂൾ ഉപയോഗിച്ച് E യിലും F ലും ക്രമമായി ക്ലിക്ക് ചെയ്യുക. വരുന്ന ജാലകത്തിൽ Angle ആയി α എന്നു നൽകി OK ക്ലിക്ക് ചെയ്യുക. ഇപ്പോൾ പുതിയ ഒരു ബിന്ദു E' ലഭിക്കും. ഇതേ ടൂൾ ഉപയോഗിച്ച് E', F ഇവയിൽ ക്രമമായി ക്ലിക്ക് ചെയ്ത് Angle β എന്ന് നൽകുക. പുതിയ ഒരു ബിന്ദു E'' ലഭിക്കും. E'', F എന്നിവയിൽ ക്ലിക്ക് ചെയ്ത് Angle β എന്ന് നൽകുക. പുതിയ ഒരു ബിന്ദു E''' ലഭിക്കും. E'', F എന്നിവയിൽ ക്ലിക്ക് ചെയ്ത് Angle β എന്നും നൽകുക. പുതിയ ഒരു ബിന്ദു β വരയ്ക്കുക. ഇങ്ങനെ ലഭി ക്കുന്ന ചിത്രത്തിൽ β 0 വരയ്ക്കുക. ഇങ്ങനെ ലഭി ക്കുന്ന ചിത്രത്തിൽ β 1 വരുകൾ വരയ്ക്കും. ഉങ്ങനെ ലഭി തുന്ന ചിത്രത്തിൽ β 2 വരുകളുള്ള കോണുകൾക്ക് ഒരേ നിറം നൽകുക.

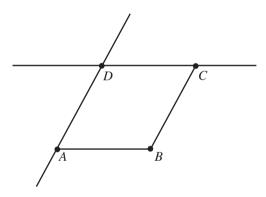
Move ടൂൾ ഉപയോഗിച്ച് കോണുകൾ മാറ്റി നോക്കൂ. വലതുവശത്തെ ചിത്രത്തിലും ഓരോ കോണിനും മാറ്റം വരുന്നില്ലേ? ഇവിടെ മാറാതെ നിൽക്കുന്നത് എന്താണ്?



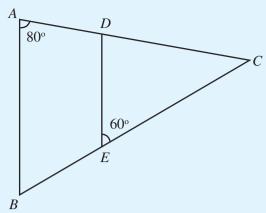
സാമാന്തരികം വരയ്ക്കാം

ജിയോജിബ്രയിൽ ഒരു സാമാന്തരികം വരയ്ക്കാം.

AB, BC എന്നീ വരകൾ വരയ്ക്കുക Parallel line ടൂൾ ഉപയോഗിച്ച് AB യ്ക്കു സമാന്തരമായി C യിലൂടെയും BC യ്ക്കു സമാന്തരമായി A യിലൂടെയും വരകൾ വരയ്ക്കുക. ഈ വരകൾ കൂട്ടി മുട്ടുന്ന ബിന്ദു D അടയാളപ്പെടുത്തുക. Polygon ടൂൾ ഉപയോഗിച്ച് സാമാന്തരികം ABCD പൂർത്തിയാക്കുക. ആവശ്യമില്ലാത്ത വരകൾ മറ യ്ക്കാം.

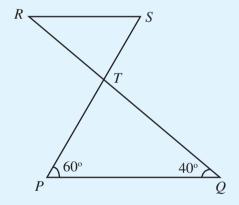


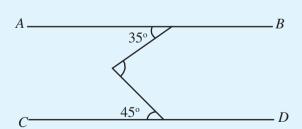
AB എന്ന വരയിൽ Right click ചെയ്ത് വരുന്ന ജാലകത്തിൽ Trace on എന്നതിനു നേരെ ക്ലിക്ക് ചെയ്യുക. ഇതുപോലെ BC എന്ന വരയുടെയും Trace on നൽകുക. ഇനി Move ടൂൾ ഉപയോഗിച്ച് സാമാന്തരികത്തിനുള്ളിൽ ക്ലിക്ക് ചെയ്തു പിടി ച്ചുകൊണ്ട് നേരെ മുകളിലേക്ക് ഉയർത്തി നോക്കൂ. എന്താണ് കിട്ടുന്നത്?



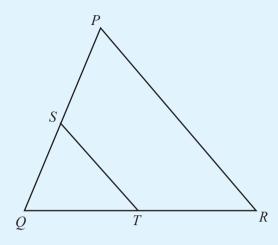
ചിത്രത്തിൽ AB യും DE യും സമാന്തരമാണ്. രണ്ട് ത്രികോണങ്ങളിലെയും എല്ലാ കോണുകളും കണക്കാക്കുക.

• ചിത്രത്തിൽ PQ വും RS ഉം സമാന്തരമാണ്. ചിത്ര ത്തിലെ മറ്റു കോണുകൾ കണക്കാക്കുക.

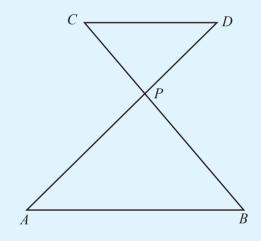




ചിത്രത്തിൽ AB യും CD യും സമാന്തരമാണ്. മൂന്നാ മത്തെ കോൺ കണക്കാക്കുക.



ചിത്രത്തിൽ PR ഉം ST യും സമാന്തരമാണ്. വലിയ ത്രികോണത്തിലെയും ചെറിയ ത്രികോണത്തിലെയും കോണുകളുടെ അളവുകൾ തമ്മിൽ എന്തെങ്കിലും ബന്ധമുണ്ടോ?



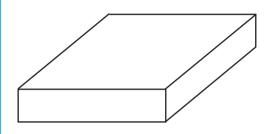
AB യും CD യും സമാന്തരമാണ്. വലിയ ത്രികോണ ത്തിലെയും ചെറിയ ത്രികോണത്തിലെയും കോണു കളുടെ അളവുകൾ തമ്മിൽ എന്താണു ബന്ധം?

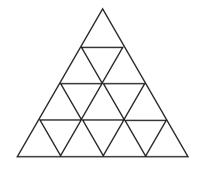
• AB എന്ന വര വരച്ച് അതിന് സമാന്തരമായി CD എന്ന മറ്റൊരു വര വരയ്ക്കുക. ഈ രണ്ടു വരകളെയും മുറി ച്ചുകടക്കുന്ന EF എന്ന വര വയ്ക്കുക. EF എന്ന വര AB, CD എന്നീ വരകളെ മുറിച്ചുകടക്കുന്ന ബിന്ദുക്കൾ M, N എന്നിവയാണ്. ഇപ്പോൾ ഉണ്ടാകുന്ന കോണു കളിൽ ഒന്ന് അളന്നെഴുതുക. മറ്റു കോണുകളുടെ അള വുകൾ അളന്നു നോക്കാതെ എഴുതുക. ചിത്രത്തിലെ സമാനകോണുകൾ, മറുകോണുകൾ, സഹകോണു കൾ എന്നിവകളുടെ ജോടികളെല്ലാം എഴുതുക.



ചിത്രങ്ങൾ വരയ്ക്കുക

ജിയോജിബ്ര ഉപയോഗിച്ച് ചുവടെയുള്ള ചിത്രങ്ങൾ വരച്ചുനോക്കൂ.





വലിയ ത്രികോണം വരയ്ക്കാൻ Regular Polygon ടൂൾ ഉപയോഗിക്കാം.



തിരിഞ്ഞുനോക്കുമ്പോൾ

	പഠനനേട്ടങ്ങൾ	എനിക്ക് കഴിയും	ടീച്ചറുടെ സഹായത്തോടെ കഴിയും	ഇനിയും മെച്ചപ്പെടേ ണ്ടതുണ്ട്
•	തുല്യ അകലത്തിലുള്ള വരകളെന്ന നില യിൽ സമാന്തരവരകളെ വിശദീകരിക്കു ന്നു.			
•	ചരിവ്/ലംബം എന്നിവയുമായി ബന്ധപ്പെ ടുത്തി സമാന്തരവരകളെ വിശദീകരിക്കു ന്നു.			
•	വിവിധ രീതികളിൽ സമാന്തരവരകൾ വര യ്ക്കാനും ഇവ സമാന്തരമാണെന്ന് സമർഥിക്കാനും കഴിയുന്നു.			
•	സമാന്തരവരകളെ മാതൃകകൾ തയാ റാക്കി വിശദീകരിക്കുന്നു.			
•	രണ്ടു സമാന്തരവരകളെ ഒരു വര മുറിച്ചു കടക്കുമ്പോൾ ഉണ്ടാകുന്ന ഒരു കോൺ തന്നാൽ മറ്റുള്ളവ കണ്ടെത്തുന്ന രീതി സമർഥിക്കുന്നു.			
•	സമാന്തരവരകളുടെ പ്രത്യേകതകൾ വിശ ദീകരിക്കുന്നതിന് ഐ.സി.ടി. സാധ്യത കൾ ഉപയോഗിക്കുന്നു.			
•	സമാന്തരവരകളിലെ സമാനകോണുകൾ, മറുകോണുകൾ, സഹകോണുകൾ എന്നിവയുടെ പ്രത്യേകതകൾ വിശദീക രിക്കുന്നു.			
•	ത്രികോണത്തിലെ കോണളവുകളുടെ തുക 180° ആണ് എന്ന് യുക്തിപൂർവ്വം സമർഥിക്കുന്നു.			