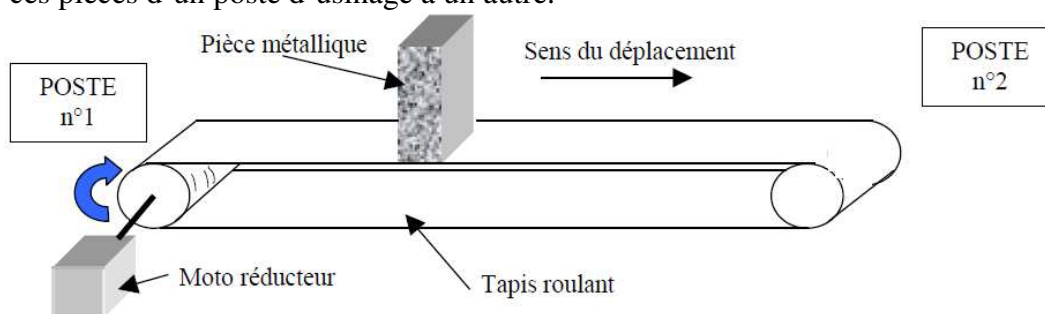


CINÉMATIQUE

Exercice 1: Transport de pièces**Mise en situation :**

L'étude porte sur le transport de pièces métalliques de grande hauteur. Un tapis roulant permet de convoyer ces pièces d'un poste d'usinage à un autre.

**Objectif de l'étude :**

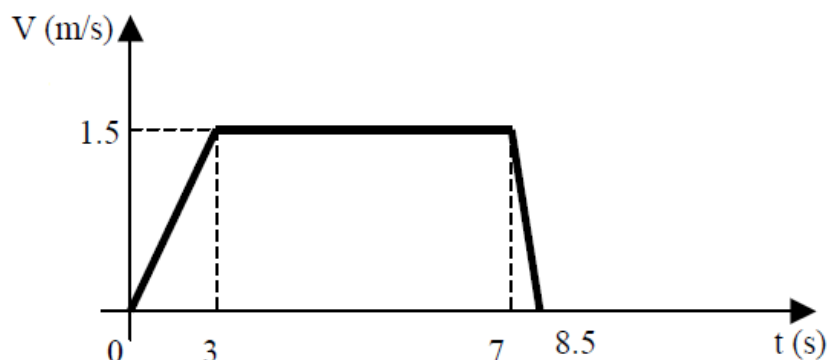
Vérifier la distance totale du convoyage et la bonne tenue des pièces durant le transport (sans basculement) et déterminer le diamètre du rouleau moteur.

Extrait du cahier des charges:

- la distance entre les 2 points du transport doit être de 9,375m
- pour éviter tout basculement de la pièce, l'accélération/décélération ne doit pas dépasser 1.2 m/s^2 .

Données :

- On ne considère aucun glissement entre la pièce et le tapis.
- On donne la représentation graphique de la vitesse de la pièce en fonction du temps
- Fréquence de rotation en sortie du moto-réducteur $N=50 \text{ trs/min}$

**Travail demandé :**

1. Donner le type de mouvement dans les différentes zones et leur durée.
- 2- Déterminer la/les valeur(s) de l'accélération ou/et de la décélération et vérifier si tout risque de basculement est évité.
- 3- Calculer la distance totale parcourue par la pièce durant son transport entre le poste n°1 et le n°2. Vérifier ainsi la correspondance avec le cahier des charges.
- 4- Calculer la vitesse moyenne de la pièce, puis en déduire le diamètre du rouleau moteur.

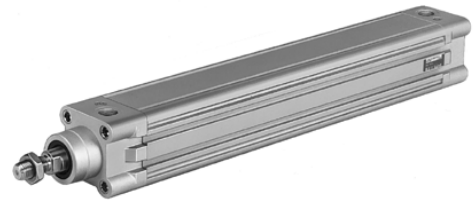
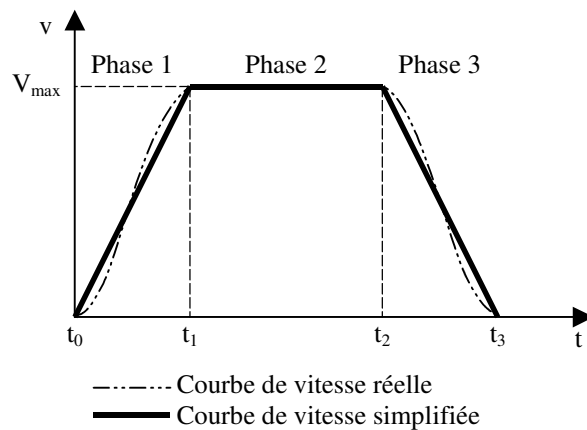
Exercice 2: Vérin de serrage

On cherche à étudier la cinématique de la sortie de tige d'un vérin de serrage (translation).

Sur le graphe ci-après, la courbe de vitesse simplifiée nous indique comment se comporte la tige de vérin.

Données :

- Le vérin à une course totale de 800 mm ;
- La vitesse maximale de sortie est de 150 mm/s ;
- La phase 1 du mouvement dure 1,5 s.
- La phase 3 du mouvement dure 0,6 s.



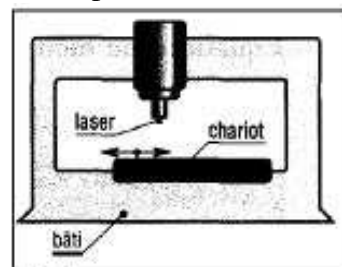
Questionnaire :

- ① Décrire qualitativement les trois phases de mouvement (type de mouvement).
 - ② Donner la forme analytique des équations de mouvement et les conditions initiales pour chacune des trois phases
- Déterminer numériquement (présenter proprement les résultats) :
- ③ La vitesse moyenne, l'accélération, la distance parcourue pour la phase 1 ;
 - ④ La vitesse moyenne, l'accélération, la distance parcourue pour la phase 3 ;
 - ⑤ L'accélération, la vitesse, la distance parcourue et la durée de la phase 2.
 - ⑥ Quelle est la durée totale du mouvement (phase 1 + phase 2 + phase 3) ?
 - ⑦ Quelle est la vitesse moyenne de la tige de vérin sur l'ensemble du mouvement (phase 1 + phase 2 + phase 3) ?

Exercice 3 : Chariot de machine outil

Le chariot d'une machine pour découpage laser atteint la vitesse de 10 cm/s en 2 secondes. Le chariot évolue à vitesse constante pendant 8 secondes puis s'arrête en l'espace de 12,5 cm. Les accélérations sont supposées constantes.

1. Déterminer les équations de mouvement pour chacune des trois phases.
2. Tracer les graphes des accélérations, vitesses et de positions

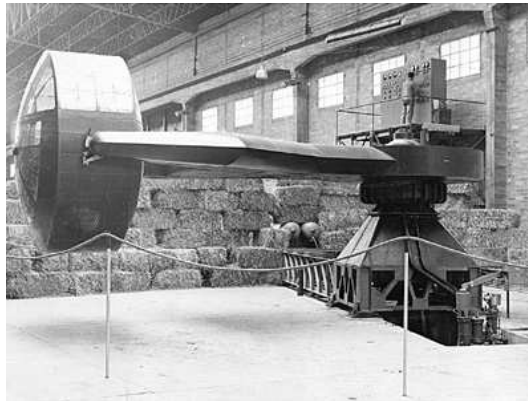


Exercice 4: Centrifugeuse

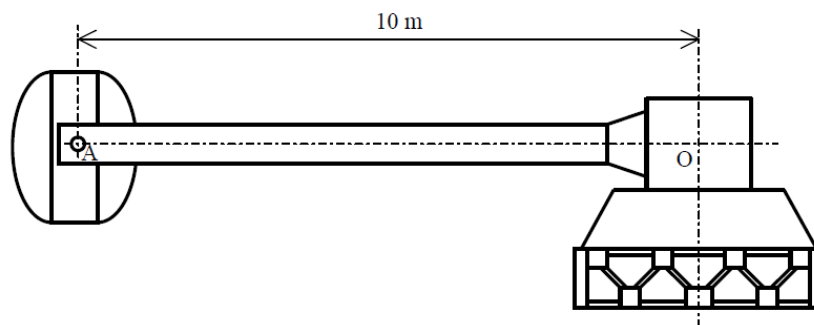
Mise en situation :

Lors de leur entraînement les cosmonautes et les pilotes de chasse subissent le test de la « centrifugeuse ».

Ils sont placés dans une nacelle dont la vitesse de rotation augmente constamment. Le but est de déterminer l'accélération normale maximum qu'ils sont capables de supporter avant évanouissement. Cette accélération est exprimée en nombre de « G » (accélération de la pesanteur).



Données :



$$g = 9.81 \text{ m/s}^2$$

$$\alpha = \alpha_0 = \text{constante (rad/s}^2\text{)}$$

On néglige la rotation de la nacelle quand la vitesse augmente.

Questions :

1. Donnez les équations générales du mouvement
2. Le premier pilote réussit à rester dans la centrifugeuse durant 2 min 42 s. Quelle est la vitesse de rotation de l'appareil à la fin du mouvement ?
3. En déduire la vitesse tangentielle de la nacelle au point A.
4. Quelle est la valeur de l'accélération normale maximum que subit le pilote en m/s^2 puis en g ?
5. Le deuxième pilote réussit à supporter une accélération normale de 9.3 g. Combien de temps dure le mouvement ?
6. La centrifugeuse tourne ensuite pendant 8 min jusqu'à l'arrêt complet. Combien de tours a-t-elle effectués ?

Exercice 5 : Système Bielle - Manivelle

Présentation du mécanisme

Certaines machines utilisent de l'énergie pneumatique pour ses actionneurs (l'asservissement pneumatique des poids lourds en est un exemple). Un micro-compresseur permet de fournir de l'air sous pression sous 5 à 8 bars. Il fonctionne généralement de façon intermittente : l'air sous pression est stocké dans une bonbonne. Le compresseur est lui même entraîné par un moteur électrique. La figure 1 présente une vue de l'intérieur du compresseur. On distingue l'arbre moteur, lié au moteur électrique, et les orifices d'admission et de refoulement d'air.

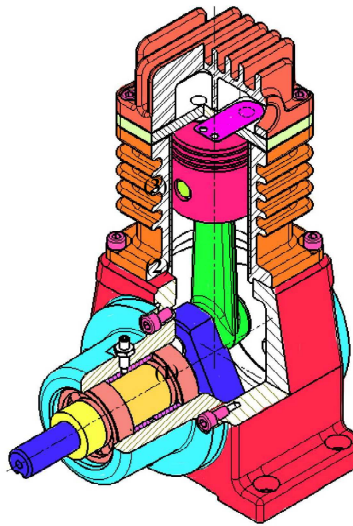


Figure 1 – Vue de l'intérieur du compresseur.

Le principe de fonctionnement est basé sur un système **Piston-Bielle-Manivelle (PBM)**. Le mouvement d'aller-retour du piston permet d'augmenter puis diminuer alternativement le volume d'une chambre. Deux clapets anti-retour assurent la distribution du gaz : un clapet autorise l'air extérieur à rentrer dans la chambre lorsque le piston descend et l'empêche de ressortir. Le second clapet autorise l'air à sortir vers la bombonne lorsque sa pression est suffisante pour pousser la bille. La compression d'un gaz s'accompagnant d'une élévation de sa température, des ailettes de refroidissement sont disposées autour de la chambre de compression.

L'exemple que nous allons développer est essentiel : il va illustrer toute la démarche de résolution d'un problème de statique et nous introduirons au fur et à mesure les outils théoriques nécessaires. Si vous comprenez bien l'exemple, vous serez immédiatement opérationnels sur les problématiques qui se posent dans l'industrie.

On souhaite déterminer :

1. Tous les torseurs cinématique au centre des liaisons.
2. Tous les torseurs au même point O centre de la liaison $L_{0/1}$.
3. Écrire la relation de bouclage cinématique.
4. Définir la Loi cinématique entrée-sortie.
5. Le couple moteur nécessaire pour atteindre 10 bars.
6. Les efforts dans les liaisons entre solides, et en particulier les efforts dans les deux roulements guidant l'arbre moteur en rotation.

Hypothèses

Pour répondre à cet objectif, nous chercherons successivement à :

- ✓ Modéliser le système pour faire apparaître ses propriétés en termes d'efforts,
- ✓ Modéliser les efforts extérieurs et ceux entre solides,
- ✓ Traduire l'équilibre des pièces afin de trouver les lois liant les forces s'exerçant dans le système.
- ✓ On supposera que le moteur ne tourne pas très vite et que les effets dynamiques sont négligeables devant les efforts statiques dus à la pression de l'air.
- ✓ Les liaisons sont considérées parfaites.
- ✓ Le frottement sera négligé dans toutes les liaisons.
- ✓ Le poids de PBM est négligé.

Données :

Le régime moteur est fixé à $N_{1/0} = 2850$ tr/min;

Manivelle (1) :

✓ $R = 50$ mm;

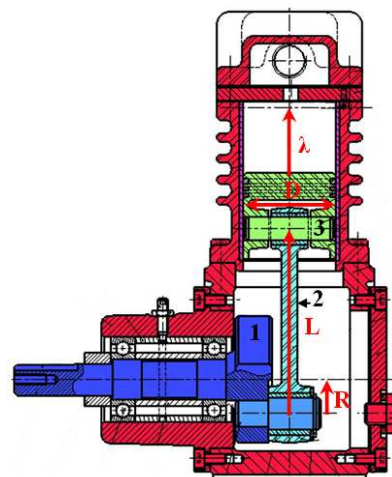
Bielle (2) :

✓ $L = 250$ mm;

Piston (3) :

✓ Diamètre = 62 mm;

✓ $\lambda = 100$ mm;



Modélisation cinématique

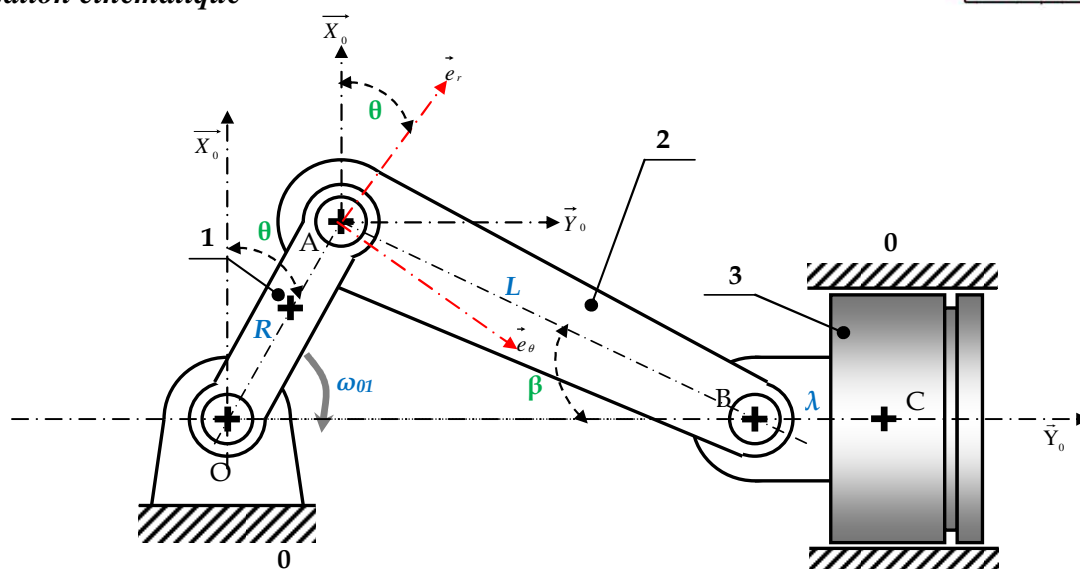


Figure 2 – Graphe de structure du compresseur

$$\begin{cases} \vec{e}_r = \dots\dots\dots \vec{x}_0 + \dots\dots\dots \vec{y}_0 \\ \vec{e}_\theta = \dots\dots\dots \vec{x}_0 + \dots\dots\dots \vec{y}_0 \end{cases}$$

$$\vec{BC} = \dots\dots\dots \vec{y}_0$$

$$\vec{OA} = R\vec{e}_r = \dots\dots\dots \vec{x}_0 + \dots\dots\dots \vec{y}_0$$

$$\vec{AB} = \dots\dots\dots \vec{x}_0 + \dots\dots\dots \vec{y}_0$$

$$\vec{OB} = \vec{OA} + \vec{AB} = \dots\dots\dots \vec{x}_0 + \dots\dots\dots \vec{y}_0$$

$$\vec{OC} = \vec{OB} + \vec{BC} = \dots\dots\dots \vec{x}_0 + \dots\dots\dots \vec{y}_0$$

Le torseur associé au point O (Liaison pivot d'axe z_0): $\{\tau(0/1)\}_O = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \omega_{01} & 0 \end{Bmatrix}_O$

Le torseur associé au point A (Liaison pivot d'axe z_0): $\{\tau(1/2)\}_A = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \omega_{12} & 0 \end{Bmatrix}_A$

Le torseur associé au point B (Liaison pivot d'axe z_0): $\{\tau(2/3)\}_B = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \omega_{23} & 0 \end{Bmatrix}_B$

Le torseur associé au point C (Liaison pivot-glissant d'axe y_0): $\{\tau(3/0)\}_C = \begin{Bmatrix} \omega_{30} & V_{30} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_C$

✓ Écrivons tous les torseurs au même point O centre de la liaison L_{0/1}:

○ Liaison L_{1/2} : pivot d'axe z₀

$$\{\tau(1/2)\}_A = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \omega_{12} & 0 \end{Bmatrix}_A \quad \overrightarrow{OA} = \dots\dots\dots \vec{x}_0 + \dots\dots\dots \vec{y}_0 \quad \overrightarrow{\Omega}_{12} = \dots\dots\dots \vec{z}_0$$

$$\vec{V}_A = \vec{V}_O + \overrightarrow{AO} \wedge \overrightarrow{\Omega}_{12} \Rightarrow \vec{V}_O = \vec{V}_A - \overrightarrow{AO} \wedge \overrightarrow{\Omega}_{12} \Rightarrow \vec{V}_O = \vec{V}_A + \overrightarrow{\Omega}_{12} \wedge \overrightarrow{AO}$$

$$\vec{V}_O = \vec{V}_A + \overrightarrow{\Omega}_{12} \wedge \overrightarrow{AO} = \begin{Bmatrix} \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ \omega_{12} \end{Bmatrix} \wedge \begin{Bmatrix} \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \end{Bmatrix}$$

$$\vec{V}_O = \vec{V}_A + \overrightarrow{\Omega}_{12} \wedge \overrightarrow{AO} = \dots\dots\dots \vec{x}_0 + \dots\dots\dots \vec{y}_0$$

$$\{\tau(1/2)\}_A = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \omega_{12} & 0 \end{Bmatrix}_A = \begin{Bmatrix} 0 & \dots\dots\dots \\ 0 & \dots\dots\dots \\ \omega_{12} & \dots\dots\dots \end{Bmatrix}_A$$

○ Liaison L_{2/3} : Pivot d'axe z₀

$$\{\tau(2/3)\}_B = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \omega_{23} & 0 \end{Bmatrix}_B \quad \overrightarrow{OB} = \dots\dots\dots \vec{x}_0 + \dots\dots\dots \vec{y}_0 \quad \overrightarrow{\Omega}_{23} = \dots\dots\dots \vec{z}_0$$

$$\vec{V}_B = \vec{V}_O + \overrightarrow{BO} \wedge \overrightarrow{\Omega}_{23} \Rightarrow \vec{V}_O = \vec{V}_B - \overrightarrow{BO} \wedge \overrightarrow{\Omega}_{23} \Rightarrow \vec{V}_O = \vec{V}_B + \overrightarrow{\Omega}_{23} \wedge \overrightarrow{BO}$$

$$\vec{V}_O = \vec{V}_B + \overrightarrow{\Omega}_{23} \wedge \overrightarrow{BO} = \begin{Bmatrix} \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ \omega_{23} \end{Bmatrix} \wedge \begin{Bmatrix} \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \end{Bmatrix}$$

$$\vec{V}_O = \vec{V}_B + \overrightarrow{\Omega}_{23} \wedge \overrightarrow{BO} = \dots\dots\dots \vec{x}_0 + \dots\dots\dots \vec{y}_0$$

$$\{\tau(2/3)\}_B = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \omega_{23} & 0 \end{Bmatrix}_B = \begin{Bmatrix} 0 & \dots\dots\dots \\ 0 & \dots\dots\dots \\ \omega_{23} & \dots\dots\dots \end{Bmatrix}_B$$

○ Liaison L_{3/0} : Pivot-glissant d'axe y₀

$$\{\tau(3/0)\}_C = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ \omega_{30} & V_{30} \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_C \quad \overrightarrow{OC} = \dots\dots\dots \vec{x}_0 + \dots\dots\dots \vec{y}_0 \quad \overrightarrow{\Omega}_{30} = \dots\dots\dots \vec{y}_0$$

$$\vec{V}_C = \vec{V}_O + \overrightarrow{CO} \wedge \overrightarrow{\Omega}_{30} \Rightarrow \vec{V}_O = \vec{V}_C - \overrightarrow{CO} \wedge \overrightarrow{\Omega}_{30} \Rightarrow \vec{V}_O = \vec{V}_C + \overrightarrow{\Omega}_{30} \wedge \overrightarrow{CO}$$

$$\vec{V}_O = \vec{V}_C + \overrightarrow{\Omega}_{30} \wedge \overrightarrow{CO} = \begin{Bmatrix} 0 \\ V_{30} \\ 0 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} 0 \\ \omega_{30} \\ 0 \end{Bmatrix} \wedge \begin{Bmatrix} \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \end{Bmatrix}$$

$$\vec{V}_O = \vec{V}_C + \overrightarrow{\Omega}_{30} \wedge \overrightarrow{CO} = \dots\dots\dots \vec{y}_0 + \dots\dots\dots \vec{z}_0$$

$$\{\tau(3/0)\}_C = \begin{Bmatrix} \omega_{30} & V_{30} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_C = \begin{Bmatrix} \omega_{30} & \dots\dots\dots \\ 0 & \dots\dots\dots \\ 0 & \dots\dots\dots \end{Bmatrix}_C$$

✓ La relation de bouclage cinématique permet d'écrire que :

$$\{\tau(0/1)\}_O + \{\tau(1/2)\}_O + \{\tau(2/3)\}_O + \{\tau(3/0)\}_O = \{0\}_O$$

$$\begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \omega_{01} & 0 \end{Bmatrix}_O + \begin{Bmatrix} 0 & \dots\dots\dots \\ 0 & \dots\dots\dots \\ \omega_{12} & \dots\dots\dots \end{Bmatrix}_O + \begin{Bmatrix} 0 & \dots\dots\dots \\ 0 & \dots\dots\dots \\ \omega_{23} & \dots\dots\dots \end{Bmatrix}_O + \begin{Bmatrix} \omega_{30} & \dots\dots\dots \\ 0 & \dots\dots\dots \\ 0 & \dots\dots\dots \end{Bmatrix}_O = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_O$$

On déduit :

$$\left\{ \begin{array}{l} \omega_{30} = 0 \\ 0 = 0 \\ \omega_{01} + \omega_{12} + \omega_{23} = 0 \\ \dots + \dots = 0 \\ \dots + \dots = 0 \\ \dots = 0 \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \omega_{30} = 0 \\ 0 = 0 \\ \omega_{01} + \omega_{12} + \omega_{23} = 0 \\ \dots + \dots = 0 \\ \dots + \dots = 0 \\ \dots = 0 \end{array} \right.$$

✓ Loi géométrique "entrée – sortie"

La loi géométrique "entrée/sortie" est la relation entre les paramètres de position de la pièce d'entrée et les paramètres de position de la pièce de sortie du mécanisme (Figure 2)

$$\vec{OB} = \dots \vec{x}_0 + \dots \vec{y}_0$$

$$y_0 = \|\vec{OB}\| = \sqrt{(\dots)^2 + (\dots)^2} = \sqrt{\dots + \dots + \dots}$$

$$y_0 = \sqrt{\dots + \dots + \dots}$$

Dans l'exemple "système bielle -manivelle", la loi d'entrée-sortie du point de vue géométrique est la relation entre le paramètre d'entrée θ et le paramètre de sortie y .

✓ Loi cinématique entrée-sortie

- La loi cinématique consiste à trouver une relation entre les paramètres cinématiques de l'entrée et les paramètres cinématiques de la sortie du mécanisme.
- Dans l'exemple de la "manivelle-bielle-piston" le mouvement de la manivelle par rapport au bâti est supposé circulaire et uniforme avec une vitesse de rotation ω telle que :

$$\omega_{01} = \frac{d\theta}{dt}$$

- La loi d'entrée-sortie entre la vitesse de rotation ω_{01} et la vitesse du piston V se déduit facilement en dérivant la loi géométrique :

$$y_0 = \sqrt{\dots + \dots + \dots} \Rightarrow V(t) = \frac{dy_0}{dt} = \frac{\dots}{\sqrt{\dots + \dots + \dots}}$$