1 Постановка задачи

В своей работе мы занимались исследованием математической модели, описывающей работу асинзронного двигателя с целью поиска неустойчивых режимов работы.

Под неустойчивыми режимами работы мы понимаем такие состояния АД, находясь в которых он вел бы себя непредсказуемо.

2 Асинхронный двигатель

- Асинхронный двигатель — электрическая машина переменного тока, частота вращения ротора которой не равна частоте вращения магнитного поля, создаваемого током обмотки статора.

- Основные части электродвигателя — неподвижный статор и подвижный ротор.

  ЭДС вызывают в короткозамкнутой обмотке ротора токи, которые, взаимодействуя с магнитным полем, являются причиной возникновения электрических сил и обусловливают появление момента вращения ротора. Этот момент вращения имеет то же самое направление, что и вращающееся поле, захватывает ротор асинхронного электродвигателя в этом направлении вращения и создает его ускорение.

- При вращении ротора – в момент разбега с возрастающей частотой вращения – относительная скорость по сравнению со скоростью вращающегося поля постепенно снижается. Однако ротор электродвигателя не может достичь синхронной частоты вращения поля, так как в этом случае в обмотке ротора на наводились бы ЭДС, не было бы тока и не создавался бы момент вращения.

  В режиме холостого хода асинхронный электродвигатель имеет частоту вращения ротора n, лишь незначительно отклоняющуюся от синхронной частоты вращения n_c из-за трения.

  Разница между относительными частотами вращения $n_c - n$ называется **скольжением двигателя** s, т.е. $s = 1 - \frac{n}{n_c}$ или в процентах $s = 100 * (1 - \frac{n}{n_c})\%$

3 Метод Пенлеве

- **Поль Пенлеве** – французский математик и политик. Один из создателей аналитической теории дифференциальных уравнений. Был дважды главой правительства Франции.

- **Метод Пенлеве** был использован нами для анализа модели АД, основан на методе малого параметра Пуанкаре.

4 Математика

- Вращающееся магнитное поле, схема обмоток.
- Система уравнений из физического смысла:

$$\begin{cases} L\dfrac{di_1(t)}{dt} + Ri_1(t) = e + SB(\sin\theta(t))\dot{\theta}(t), \\ L\dfrac{di_2(t)}{dt} + Ri_2(t) = e + SB(\cos\theta(t))\dot{\theta}(t), \\ I\ddot{\theta} = -\beta SB(i_1(t)\sin\theta + i_2(t)\cos\theta) - M. \end{cases}$$

  Сделав замены в виде: $s = \dot{\theta}_1 = (\dot{-\theta}), a = \dfrac{\beta(SB)^2}{IL}, c = \dfrac{R}{L}$, $x = \dfrac{L}{SB}(i_1\cos\theta_1 + i_2\sin\theta_1)$, $y = \dfrac{L}{SB}(-i_1\sin\theta_1 + i_2\cos\theta_1)$, получим **исходную систему**.

- Получение исходной системы

$$\begin{cases} \dot{s} = ay + \gamma \\ \dot{y} = -cy - s - xs \\ \dot{x} = cx + ys \end{cases}$$

- Применение метода Пенлеви к системе

  1. Первый шаг

     Сделаем подстановку (на слайде), приведем члены уравнений к общим знаменателям, приравняем показатели степеней при τ. Учитывая, что k, l, m целые, получим: $m = 2, k = 1, l = 2$.

     Приравняем коэффициенты при одинаковых степенях τ, получим два случая (на слайде).

  2. Второй шаг

     Исходная система и подстановка.

     Составим матрицу коэффициентов. Она имеет решение – её определитель должен быть равен нулю. Корни уравнения. Замечание про инвариантность (независимость) относительно результатов предыдущего шага.

  3. Третий шаг

     Описание подстановки.

     Система коэффициентов.

     Анализ решения системы.

     – Степени τ, при которых следует искать произвольные постоянные, равны значениям r, полученным в шаге 2:

$$r = -1, 2, 4.$$

     – Действительно, среди полученных коэффициентов имеется одна произвольная постоянная — y_0 при $r = 2$.

     – Таким образом, мы имеем две произвольные постоянные: t_0 и y_0.

5 Выводы

Тут надо рассказать про устойчивость поведения АД, соответствие между существованием решения нашей системы для любых начальных условий и устойчивостью режимов работы АД.

- Для того, чтобы утверждать, что модель АД устойчива при любых x, y, s, τ, необходимо найти 3 произвольные постоянные при τ^{r_i}.
- Мы нашли две: t_0 (из условия) и y_0.
- Это говорит о существовании неустойчивых режимов работы (в математическом смысле).

Итого: (19 ± 2) слайдов.