Тема нашей презентации

Выступающие: П. С. Анашкевич, Р. И. Будный
Руководитель: проф., к.ф.-м.н. В.В.Цегельник

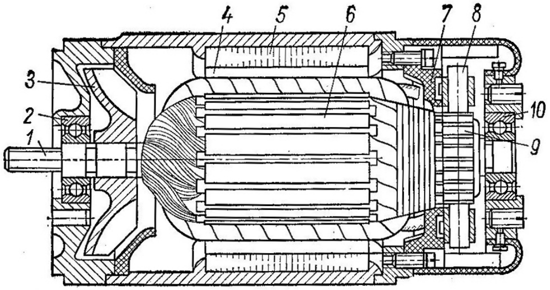
Минск, 2013

Постановка задачи

Определение

Асинхронный двигатель — электрическая машина переменного тока, частота вращения ротора которой не равна частоте вращения магнитного поля, создаваемого током обмотки статора.

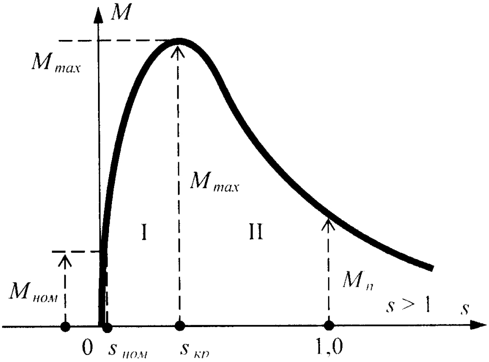
Устройство



Универсальный коллекторный однофазный двигатель

1 — вал; *2, 10* — шарикоподшипники; *3* — вентилятор; *4* — катушки электромагнитов; *5* — статор; *6* — ротор; *7* — щеткодержатель; *8* — щетки; *9* — коллектор

Режимы работы



s – скольжение: $s = 1 - \dfrac{n}{n_c}$

M – крутящий момент

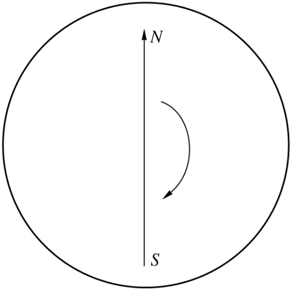
Поль Пенлеве

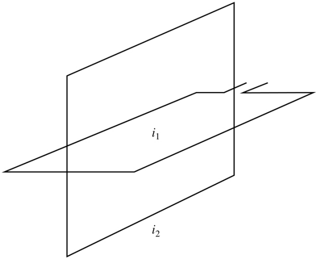
Французский математик и политик. Один из создателей аналитической теории дифференциальных уравнений.

α-метод Пенлеве

Основан на методе малого параметра Пуанкаре. Используется для анализа дифференциальных уравнений.

Модель





Вращающееся магнитное поле

Схема обмоток

Физическое описание

$$
\begin{cases}
L\dfrac{di_1(t)}{dt} + Ri_1(t) = e + SB(\sin\theta(t))\dot{\theta}(t), \\
L\dfrac{di_2(t)}{dt} + Ri_2(t) = e + SB(\cos\theta(t))\dot{\theta}(t), \\
I\ddot{\theta} = -\beta SB(i_1(t)\sin\theta + i_2(t)\cos\theta) - M.
\end{cases}
$$

Исходная система

$$\begin{cases} \dot{s} = ay + \gamma \\ \dot{y} = -cy - s - xs \\ \dot{x} = cx + ys \end{cases}$$

где $s = \dot{\theta}_1 = (\dot{-\theta}), a = \dfrac{\beta(SB)^2}{IL}, c = \dfrac{R}{L},$

$$x = \frac{L}{SB}(i_1 \cos\theta_1 + i_2 \sin\theta_1),$$

$$y = \frac{L}{SB}(-i_1 \sin\theta_1 + i_2 \cos\theta_1).$$

Метод Пенлеве: шаг 1

Пусть $s = \dfrac{s_0}{\tau^k}, y = \dfrac{y_0}{\tau^l}, x = \dfrac{x_0}{\tau^m}$:

$$\begin{cases} -\dfrac{ks_0}{\tau^{k+1}} = a\dfrac{y_0}{\tau^l} + \gamma \\ -\dfrac{ly_0}{\tau^{l+1}} = -c\dfrac{y_0}{\tau^l} - \dfrac{s_0}{\tau^k} - \dfrac{x_0}{\tau^m}\dfrac{s_0}{\tau^k} \\ -\dfrac{mx_0}{\tau^{m+1}} = -c\dfrac{x_0}{\tau^m} + \dfrac{y_0}{\tau^l}\dfrac{s_0}{\tau^k} \end{cases}$$

Метод Пенлеве: шаг 1

$$\begin{cases} -\dfrac{s_0}{\tau^2} = a\dfrac{y_0}{\tau^2} + \gamma \\ -\dfrac{2y_0}{\tau^3} = -c\dfrac{y_0}{\tau^2} - \dfrac{s_0}{\tau} - \dfrac{x_0 s_0}{\tau^3} \\ -\dfrac{2x_0}{\tau^3} = -c\dfrac{x_0}{\tau^2} + \dfrac{y_0 s_0}{\tau^3} \end{cases}$$

откуда получим, что:

$$\begin{cases} x_0 = -\dfrac{2}{a} \\ y_0 = -\dfrac{2i}{a} \\ s_0 = 2i \end{cases} \quad \text{либо} \quad \begin{cases} x_0 = -\dfrac{2}{a} \\ y_0 = \dfrac{2i}{a} \\ s_0 = -2i \end{cases}$$

Метод Пенлеве: шаг 2

Сделаем подстановку в виде

$$s = \frac{s_0}{\tau} + \alpha\tau^{r-1}, y = \frac{y_0}{\tau^2} + \beta\tau^{r-2}, x = \frac{x_0}{\tau^2} + \theta\tau^{r-2}:$$

$$\begin{cases} -\dfrac{s_0}{\tau^2} + \alpha(r-1)\tau^{r-2} = a\left(\dfrac{y_0}{\tau^2} + \beta\tau^{r-2}\right) + \gamma \\ -\dfrac{2y_0}{\tau^3} + \beta(r-2)\tau^{r-3} = -c\left(\dfrac{y_0}{\tau^2} + \beta\tau^{r-2}\right) - \left(\dfrac{s_0}{\tau} + \alpha\tau^{r-1}\right) - \\ \qquad - \left(\dfrac{x_0}{\tau^2} + \theta\tau^{r-2}\right)\left(\dfrac{s_0}{\tau} + \alpha\tau^{r-1}\right) \\ -\dfrac{2x_0}{\tau^3} + \theta(r-2)\tau^{r-3} = -c\left(\dfrac{x_0}{\tau^2} + \theta\tau^{r-2}\right) + \\ \qquad + \left(\dfrac{y_0}{\tau^2} + \beta\tau^{r-2}\right)\left(\dfrac{s_0}{\tau} + \alpha\tau^{r-1}\right) \end{cases}$$

Метод Пенлеве: шаг 2

Составим матрицу из коэффициентов при α, β, θ:

$$\begin{pmatrix} r-1 & -a & 0 \\ x_0 & r-2 & s_0 \\ -y_0 & -s_0 & r-2 \end{pmatrix}$$

Определитель приравняем к нулю, откуда получим:

$$r_1 = -1, r_2 = 2, r_3 = 4.$$

Метод Пенлеви: шаг 3

$$\begin{cases} s = \dfrac{s_{-1}}{\tau} + s_0 + s_1\tau + s_2\tau^2 + s_3\tau^3 + \dots \\ y = \dfrac{y_{-2}}{\tau^2} + \dfrac{y_{-1}}{\tau} + y_0 + y_1\tau + y_2\tau^2 + y_3\tau^3 + \dots \\ x = \dfrac{x_{-2}}{\tau^2} + \dfrac{x_{-1}}{\tau} + x_0 + x_1\tau + x_2\tau^2 + x_3\tau^3 + \dots \end{cases}$$

Спасибо за внимание!