

Prob Travaux Dirigés : Variable Aléatoire 6

ENSA-SAFI

16 avril 2022

1. Loi de probabilité

Soit la variable aléatoire \mathbf{X} et sa loi de probabilité :

$$P_X(x) = \begin{cases} \frac{x^2}{a}, & \text{pour } x \in \{-3, -2, -1, 1, 2, 3\} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (1)$$

ou $a > 0$ est un paramètre réel.

1.1) Déterminer la valeur de a .

1.2) Donner la loi de probabilité de la variable aléatoire $Z = X^2$.

2. Loi d'un dé truqué

On considère un dé cubique truqué dont les faces sont numérotés de 1 à 6 et on note X la variable aléatoire donnée par le numéro de la face du dessus. On suppose que le dé est truqué de sorte que la probabilité d'obtenir une face est proportionnelle au numéro inscrit sur cette face.

2.1) Déterminer la loi de X .

2.2) Calculer son espérance.

2.3) On pose $Y = \frac{1}{X}$, déterminer la loi de Y et son espérance.

3. Cles

Une personne a quatre clés mais **une seule** ouvre la porte. Elle les essaie au hasard en éliminant celles qui ne fonctionnent pas.

Soit \mathbf{X} "Le nombre d'essais pour ouvrir la porte" qui est une variable aléatoire.

3.1) Déterminer la loi de probabilité de X .

3.2) Calculer $\mathbf{E}(X)$ et $\mathbf{Var}(X)$.

4. Loi de Pacal

On considère une série d'épreuves indépendants. A chaque épreuve, on observe un **succes** avec une probabilité **p** et un échec avec une probabilité **1 - p**.

On considère la variable aléatoire **X** :

X = "nombre d'épreuves nécessaires pour obtenir le premier succès".

4.1) Donner la loi de probabilité de X .

4.2) Vérifier que $E(X) = \frac{1}{p}$.

4.3) Vérifier la propriété d'**absence de mémoire**

$$P(X > k \mid X > j) = P(X > k - j) \quad k > j$$

4.4) Vous décidez de vendre votre maison et d'accepter la première offre d'achat supérieure à **K** DH. ou K est fixe. On suppose que les offres d'achats sont des variables aléatoires indépendantes dont on suppose la loi de probabilité est connue.

Soit **N** la variable aléatoire qui représente le nombre d'offres reçues avant de vendre la maison.

4.1) Donner la loi de probabilité de **N**.

4.2) Donner son espérance ?