Conditionnements

A.Belcaid

ENSA-Safi

February 21, 2022

1 Conditionnement

Les **probabilités conditionnelles** nous permet de raisonner dans des conditions avec des **informations partielles**.

1. Dans une expérience avec plusieurs lancés de dé, On vous dit que la somme des lancés est $\mathbf{9}$. Quelle est la probabilité que le premier lancé est un $\mathbf{6}$.

Les **probabilités conditionnelles** nous permet de raisonner dans des conditions avec des **informations partielles**.

1. Dans une expérience avec plusieurs lancés de dé, On vous dit que la somme des lancés est $\mathbf{9}$. Quelle est la probabilité que le premier lancé est un $\mathbf{6}$.
2. Dans un jeu de devinette de mots, la première lettre est un **T**. Quelle est la probabilité que la deuxième soit un **H**?

Les **probabilités conditionnelles** nous permet de raisonner dans des conditions avec des **informations partielles**.

1. Dans une expérience avec plusieurs lancés de dé, On vous dit que la somme des lancés est $\mathbf{9}$. Quelle est la probabilité que le premier lancé est un $\mathbf{6}$.
2. Dans un jeu de devinette de mots, la première lettre est un **T**. Quelle est la probabilité que la deuxième soit un **H**?
3. Quelle est la probabilité qu'un patient est **malade**, étant donne que son test est **négatif**.

Les **probabilités conditionnelles** nous permet de raisonner dans des conditions avec des **informations partielles**.

1. Dans une expérience avec plusieurs lancés de dé, On vous dit que la somme des lancés est $\mathbf{9}$. Quelle est la probabilité que le premier lancé est un $\mathbf{6}$.
2. Dans un jeu de devinette de mots, la première lettre est un **T**. Quelle est la probabilité que la deuxième soit un **H**?
3. Quelle est la probabilité qu'un patient est **malade**, étant donne que son test est **négatif**.
4. Un point s'affiche dans un radar d'observation, Quelle est la probabilité qu'elle correspond à un avion?

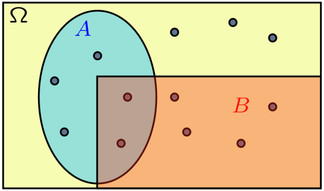
1. **Conditionnement**:

1. **Conditionnement**:
   - Modèle **révisé** avec une nouvelle information.

1. **Conditionnement**:
   - Modèle **révisé** avec une nouvelle information.
   - Un outil crucial pour **diviser pour régner**.

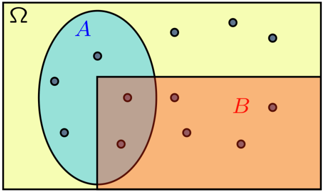
1. **Conditionnement**:
   - Modèle **révisé** avec une nouvelle information.
   - Un outil crucial pour **diviser pour régner**.
2. **Indépendance**

Idée de Conditionnement.

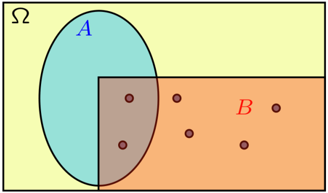


$$\mathbf{P}(A) = \frac{5}{12} \quad \mathbf{P}(B) = \frac{6}{12}$$

Idée de Conditionnement.



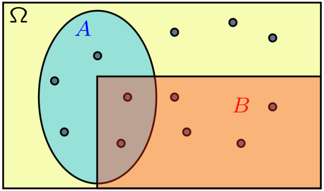
Évènement B est réalisé.



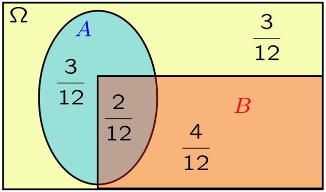
$$\mathbf{P}(A) = \frac{5}{12} \quad \mathbf{P}(B) = \frac{6}{12}$$

$$\mathbf{P}(A|B) = \frac{2}{6} \quad \mathbf{P}(B|B) = 1$$

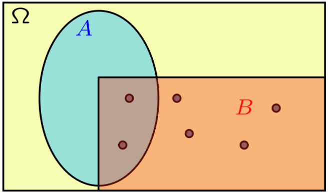
Idée de Conditionnement.



$$\mathbf{P}(A) = \frac{5}{12} \quad \mathbf{P}(B) = \frac{6}{12}$$

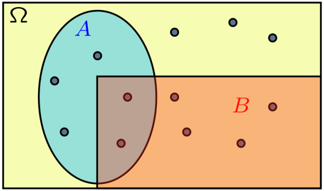


Évènement B est réalisé.

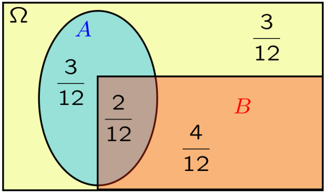


$$\mathbf{P}(A|B) = \frac{2}{6} \quad \mathbf{P}(B|B) = 1$$

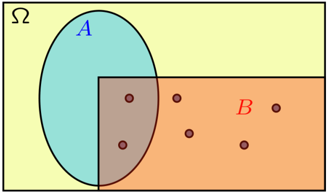
Idée de Conditionnement.



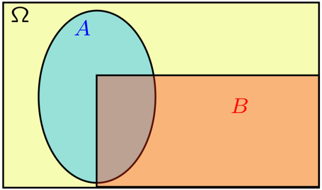
$$\mathbf{P}(A) = \frac{5}{12} \quad \mathbf{P}(B) = \frac{6}{12}$$

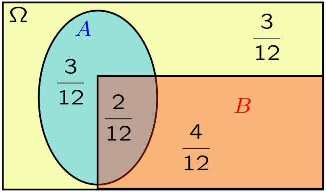


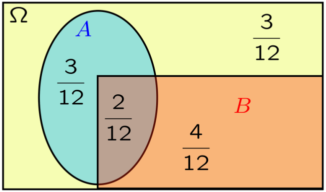
Évènement B est réalisé.



$$\mathbf{P}(A|B) = \frac{2}{6} \quad \mathbf{P}(B|B) = 1$$




Ω
A
3/12
3/12
2/12
B
4/12



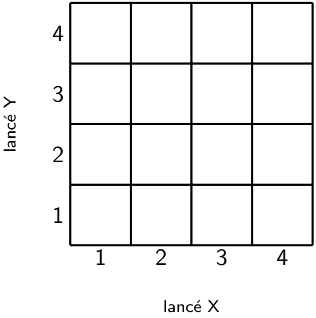
- $\mathbf{P}(A|\mathrm{B}) =$ "probabilité A sachant B"

Définition

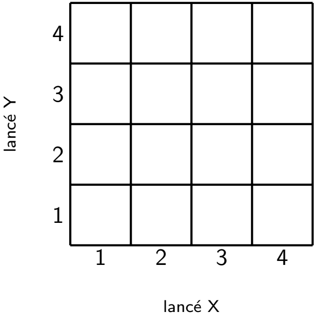
$$\mathbf{P}(A \mid \mathrm{B}) = \frac{\mathbf{P}(A \cap \mathrm{B})}{\mathbf{P}(\mathrm{B})} \quad (1)$$

- Cette définition ne peut avoir sens que si $\mathbf{P}(\mathrm{B}) > 0$.

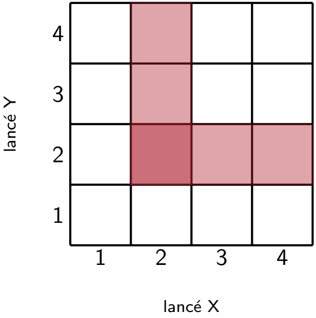
Exemple: Lance de deux dé



- Soit **B** l'évènement: $\min(X, Y) = 2$.

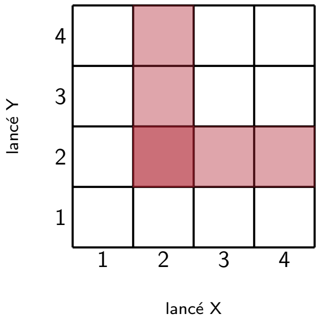


Exemple: Lance de deux dé



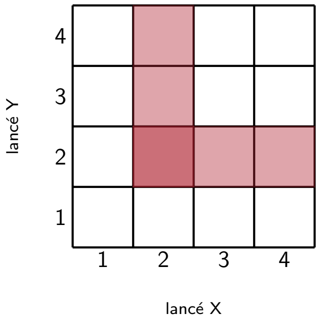
- Soit **B** l'évènement: $\min(X, Y) = 2$.

Exemple: Lance de deux dé

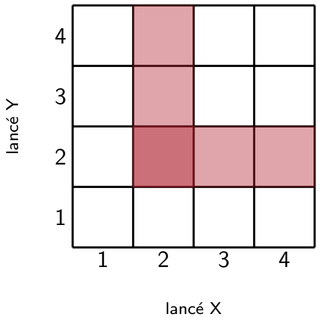


- Soit **B** l'évènement: $\min(X, Y) = 2$.
- Soit l'évènement $M = \max(X, Y)$.

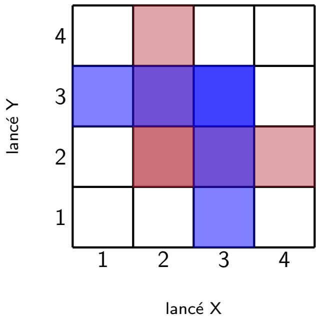
Exemple: Lance de deux dé



- Soit **B** l'évènement: $\min(X, Y) = 2$.
- Soit l'évènement $M = \max(X, Y)$.
- $$P(M = 0|B) =$$



- Soit **B** l'évènement: $\min(X, Y) = 2$.
- Soit l'évènement $M = \max(X, Y)$.
  - $$P(M = 0|B) =$$
  - $$P(M = 3|B) =$$



- Soit **B** l'évènement: $\min(X, Y) = 2$.
- Soit l'évènement $M = \max(X, Y)$.
  - $$P(M = 0|B) =$$
  - $$P(M = 3|B) =$$

Exemple

On considère l'espace des probabilités qui consiste de l'unité $\Omega = [0,1]^2$. On considère un loi **uniforme** de probabilité qui donne la probabilité de chaque évènement par sa **surface**.

- On considère l'évènement $B = \{(x,y) \mid y \leqslant x\}$
- Soit l'évènement $A = \left\{(x,y) \mid x \leqslant \frac{1}{2}\right\}$

Calculer

$$P(A \mid B) =$$

Axiomes probabilité conditionelle

1. $P(A \mid B) \geqslant 0$

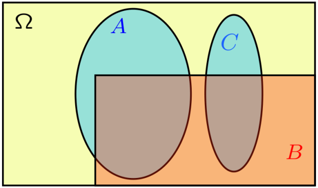
Axiomes probabilité conditionelle

1. $P(A \mid B) \geqslant 0$
2. $P(\Omega \mid B) = \frac{P(\Omega \cap B)}{P(B)} = 1$

1. $P(A \mid B) \geqslant 0$
2. $P(\Omega \mid B) = \frac{P(\Omega \cap B)}{P(B)} = 1$
3. $P(B \mid B) = \frac{P(B \cap B)}{P(B)} = 1$

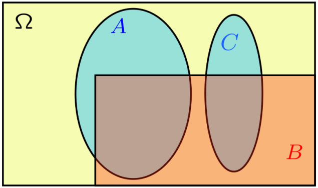
1. $P(A \mid B) \geqslant 0$
2. $P(\Omega \mid B) = \frac{P(\Omega \cap B)}{P(B)} = 1$
3. $P(B \mid B) = \frac{P(B \cap B)}{P(B)} = 1$
4. Si $A \cap C = \emptyset$ alors

   $P(A \cup C \mid B) = P(A \mid B) + P(A \mid B)$



1. $P(A \mid B) \geqslant 0$
2. $P(\Omega \mid B) = \frac{P(\Omega \cap B)}{P(B)} = 1$
3. $P(B \mid B) = \frac{P(B \cap B)}{P(B)} = 1$
4. Si $A \cap C = \emptyset$ alors

   $$P(A \cup C \mid B) = P(A \mid B) + P(A \mid B)$$



Important

Puisque ces axiomes sont vrais, toutes les formules dérivées en utilisant ces axiomes, reste **valide** pour les probabilités conditionnelles.