

## Solution TD 3

2022

### Exercice 1

1. **Correct**, car les elements dans  $B$  maintiennent la meme proportion que dans la loi originale.
2. **Fausse**, car les elements qui ne sont pas dans  $B$  possedent une probabilite nulle!

### Exercice 2

1. Calculer la probabilite de trouver un **double**.

$$\mathbf{P}(D = \text{obtenir un double}) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

2. On note l'evenement  $S = \text{"somme } \leq 4\text{"}$ .

$$\mathbf{P}(D|S) = \frac{\mathbf{P}(D \cap S)}{\mathbf{P}(S)} = \frac{\frac{2}{36}}{\frac{6}{36}} = \frac{1}{3}.$$

3. Soit l'evenement  $S = \text{"obtenir 6 dans l'un des deux des"}$  Alors il suffit de compter toutes les paires pour obtenir que:

$$\mathbf{P}(S) = \frac{11}{36}$$

4. Calculer la probabilite d'obtenir un 6 sachant qu'un on as pas un double.

$$\mathbf{P}(S|D^c) = \frac{\mathbf{P}(S \cap D^c)}{\mathbf{P}(D^c)} = \frac{\frac{10}{36}}{\frac{30}{36}} = \frac{1}{3}$$

### Exercice 3

On note  $A_i$  l'evenement de selection de la piece de monnaie  $i$ . En utilisant la loi de probabilite totale for l'infinite des scenarios, on obtient:

$$\begin{aligned}\mathbf{P}(\text{Pile}) &= \sum_{i=1}^{\infty} \mathbf{P}(A_i) \mathbf{P}(\text{Pile} | A_i) \\ &= \sum_{i=1}^{\infty} 2^{-i} 3^{-i} \\ &= \frac{\frac{1}{6}}{1 - (\frac{1}{6})} \\ &= \frac{1}{5}\end{aligned}$$

*Exercice 4*

On note  $A$  l'événement qu'une personne soit malade. et  $B$  que le test soit positif.

1.

$$\begin{aligned} \mathbf{P}(B) &= \mathbf{P}(A)\mathbf{P}(B | A) + \mathbf{P}(A^c)\mathbf{P}(B | A^c) \\ &= 0.001 \cdot 0.95 + 0.999 \cdot 0.05 \\ &= 0.0509 \end{aligned}$$

2.

$$\begin{aligned} \mathbf{P}(A | B) &= \frac{\mathbf{P}(A)\mathbf{P}(B | A)}{\mathbf{P}(B)} \\ &= \frac{0.001 \cdot 0.95}{0.0509} \\ &= 0.01866 \end{aligned}$$

On remarque que même si la précision de ce test est très élevée. Une personne testée positive a peu de chance d'être malade (2%). L'explication est la fréquence de la maladie qui est de  $\frac{1}{1000}$ . On s'attend que  $1000 \cdot 0.999 \cdot 0.05 \approx 50$  de tester positive sans qu'ils soient malades!!

---

*Exercice 5*

1. (a) La réponse est **non**.

On note

- $A$ : l'événement que la somme est 10.
- $C$ : l'un des deux dés est 5.

On a:

$$\mathbf{P}(A) = \frac{1}{25} \quad \text{et} \quad \mathbf{P}(C) = \frac{5}{10}$$

Or on sait que

$$\mathbf{P}(A \cap C) = \mathbf{P}(A) = \frac{1}{25} \neq \mathbf{P}(A) \cdot \mathbf{P}(C)$$

(b) Aussi c'est **Faux**.

On note:

- $D$ : L'événement que l'un des résultats est 1.

on a

$$\mathbf{P}(D) = \frac{9}{25}$$

$$\mathbf{P}(A \cap D) = \mathbf{P}(\emptyset) = 0 \neq \mathbf{P}(A) \cdot \mathbf{P}(D)$$

2. Suivre la même analyse, on note  $B = \{\text{la somme est 8}\}$  et  $E = \{\text{obtenir un double}\}$

$$\mathbf{P}(B) = \frac{3}{25} \quad \text{et} \quad \mathbf{P}(E) = \frac{1}{5}$$

On a alors

$$\mathbf{P}(B \cap E) = \mathbf{P}(\{(4,4)\}) = \frac{1}{25} \neq \mathbf{P}(B) \cdot \mathbf{P}(E)$$