Probabilité: Travaux Dirigés 2

ENSA-Safi

24 février 2022

1. Probabilité Conditionnelle 1

Les assertions suivantes sont elles vrai ?(Justifier votre réponse)

1. Si l'espace des états Ω est fini et avec un loi de probabilité **uniforme** [1]. Alors si $B \neq 0$, la probabilité conditionnelle sur $\mathbf{B}$ est aussi un loi discrète uniforme.
2. Si l'espace des états Ω est fini et avec un loi de probabilité **uniforme**. Alors si $B \neq 0$, la probabilité conditionnelle sur $\boldsymbol{\Omega}$ est aussi un loi discrète uniforme.

2. Probabilité Conditionnelle 2

On lance deux dé équilibre a **6** faces. Tous les **36** résultats sont équiprobables.

2.1) Calculer la probabilité qu'on obtient un **double**(i.e Les deux faces possèdent le même nombre).

2.2) Étant donné que la sommes des deux dès est inférieure ou égale**4**, calculer la probabilité conditionnelle qu'on obtient un double.

2.3) Calculer la probabilité d'obtenir un six dans l'un des deux des. [2]

2.4) On sait maintenant que les nombres des deux des sont **différents**, calculer la probabilité d'obtenir un 6 dans l'un des deux dès.

3. Loi de probabilité totale

On suppose qu'on dispose d'un infinité de pièce de monnaie indexés par i. Chaque pièce de monnaie i peut être choisie avec une probabilité $\mathbf{2^{-i}}$. Un lancé de la pièce i peut donner Pile avec une probabilité $\mathbf{3^{-i}}$.

1. tous les évènements sont équiprobables
2. On peut obtenir deux six

3.1) On choisi une pièce de monnaie, puis on lance cette pièce. Quelle est la probabilité d'obtenir **Pile** ?

On rappelle que la somme d'une suite géométrique de raison α est

$$\sum_{i=1}^{\infty} \alpha^i = \frac{\alpha}{1-\alpha}, \text{ si } |\alpha| < 1$$

4. Règle de Bayes

Un test pour une maladie rare peut être correct a **95**%. Si une personne est malade, alors ce test peut le détecter avec un probabilité **95**%. Si la personne n'est pas malade, le test sera négatif avec une probabilité **0.95**. Finalement **0.001** de la population peuvent être malade.

4.1) Calculer la probabilité qu'une personne choisie aléatoirement est testé positive.

4.2) Étant donne que cette personne est testé positive, quelle est la probabilité qu'elle soit vraiment malade ?

5. Indépendance

Vous lancez deux dès a **cinq** faces. Ces faces sont numérotes de 1 a 5. (Tous les résultats sont équiprobables). On supoose que les deux dès sont indépendants.

5.1) On considère l'évènement A "La somme des deux des est 10"

- **5.1**) Est ce que A est indépendant de l'évènement "au moins l'un de dès donne 5".
- **5.2**) Est ce que A est indépendant de l'évènement "au moins l'un des dès donne 1"

5.2) Soit l'évènement B "la somme est **8**"

- **5.1**) Est ce que l'évènement B est indépendant de "Obtenir un double"(i.e. Les résultats des deux faces sont égaux).

6. Problème de fiabilité

On considère le réseau de télécommunication dans la figure (1). On suppose que chaque lien peut tomber en panne avec **probabilité p**. On suppose que les pannes entre les liens sont **indépendants**.

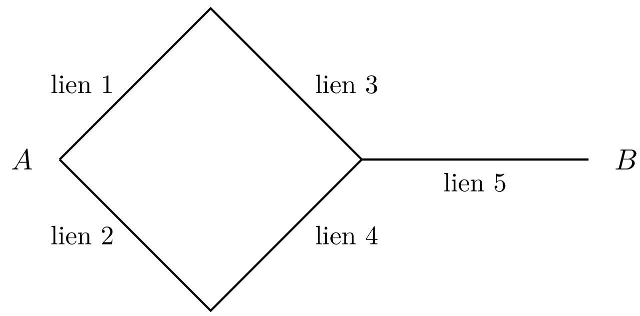

Figure 1 – Réseaux de télécommunication

6.1) On suppose que $p = \frac{1}{3}$, calculer la probabilité qu'on trouve un lien entre A et B sans aune panne.

6.2) Maintenant, on sait qu'il **seul lien qui est en panne**, calculer la probabilité de trouver un chemin entre A et B.