

Génie Thermique Industrielle et Energies Renouvelables

Rapport du travail

Elaboration d'un algorithme de calcul de la puissance produite par une éolienne terrestre

Auteur

Anass EL HOUD

Prof de l'élément

Pr. Abdelfattah BOUATEM

Département Energétique,
Ecole Nationale Supérieure d'Arts et Métiers
ENSAM Meknès, Maroc

11 décembre 2019

1 Introduction

Une éolienne est un dispositif qui convertit l'énergie cinétique du vent en électricité. Les pales d'une éolienne tournent entre 13 et 20 tours par minute, selon leur technologie, à une vitesse constante ou variable, où la vitesse du rotor varie en fonction de la vitesse du vent afin d'atteindre un meilleur rendement. Il est très connu comme un des dispositifs de production d'électricité les intéressants et efficaces puisqu'il n'utilise aucune source fossile, il n'utilise que l'énergie cinétique du vent comme nouvelle énergie propre et permet d'avoir des résultats satisfaisantes.

Si vous vous êtes déjà tenu sous une grande éolienne, vous saurez qu'elle est absolument gigantesque et montée sur des tours d'une hauteur incroyable. Plus les pales du rotor sont longues, plus elles peuvent capter l'énergie du vent. Les pales géantes (d'un diamètre de 70 m, soit environ 30 fois l'envergure d'une aile) multiplient la force du vent comme une roue et un axe, donc une brise légère suffit souvent pour faire tourner les pales. Malgré tout, les éoliennes typiques restent inactives environ 14 % du temps et, la plupart du temps, elles ne produisent pas d'énergie maximale. Ce n'est cependant pas un inconvénient, mais une caractéristique délibérée de leur conception qui leur permet de travailler très efficacement dans des vents en constante évolution. Pensez-y comme ça. Les voitures ne roulent pas tout le temps à pleine vitesse : le moteur et la boîte de vitesses d'une voiture font tourner les roues aussi vite ou aussi lentement qu'il le faut en fonction de la vitesse du trafic. Les éoliennes sont analogues : comme les voitures, elles sont conçues pour fonctionner efficacement à différentes vitesses. [1]

Le calcul de la vraie puissance extraite par l'éolienne n'est pas toujours garanti, du fait qu'il faut tenir en compte plusieurs paramètres et phénomènes qui sont fortement liées au mouvement du vent ou influencent sur l'extraction de l'énergie par l'éolienne. L'objectif de ce travail est d'élaborer une méthode de calcul numérique qui approche de plus en plus de la valeur exacte.

2 Formulation du problème

Comme mentionné dans l'introduction, le calcul de la puissance extraite par l'éolienne n'est pas aussi simple puisque il combine plusieurs phénomènes à la fois, ce qui rend le calcul de plus en plus compliqué. L'utilisation d'une

méthode grossière simplifie énormément le travail. On admet que la puissance dépend seulement de la force exercé par le vent et sa vitesse :

$$P = \frac{1}{2}\rho AV^3$$

ρ est la masse volumique de l'air, V est la vitesse de l'air (vent) et A est la surface du cercle de rayon égal à la longueur d'une pale. Cette méthode ne prend pas en considération ni la géométrie ni les paramètres de l'écoulement (nombre de Reynolds), ni les effets du sillage. Le résultat de cette méthode reste loin de la réalité, et donne des valeurs éronées. Pour avoir des résultats plus satisfaisantes, on opte pour une autre méthode basée sur la théorie de Froude-Rankine. Cette méthode consiste à découper la pale en plusieurs éléments en menant l'étude et le calcul élément par élément.

2.1 Données du problème

Une éolienne à axe horizontale se compose d'un rotor bipale de rayon 5m tourne d'une vitesse de 72 tours/min. la hauteur de la tour n'est pas importante pour le moment vu que la vitesse du vent est déjà mesurée et varie entre 0m/s et 15m/s.

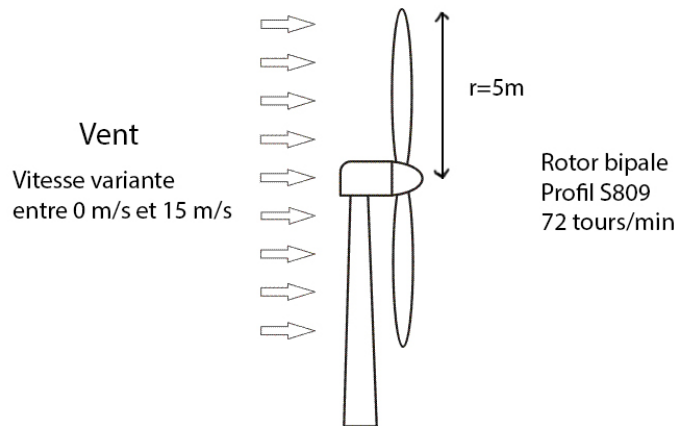


FIGURE 1 – Représentation de la géométrie l'éolienne

On représente la disposition de la pale sur le rotor comme suit

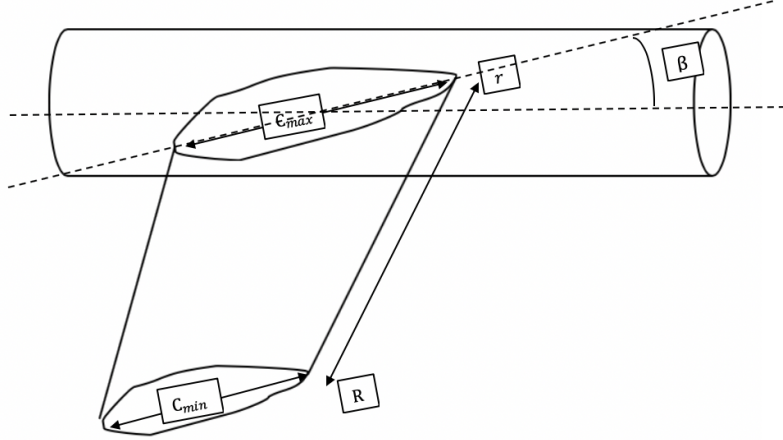


FIGURE 2 – La disposition de la pale sur le rotor

Les deux pales ont une variation linéaire de la corde, en passant d'une corde maximale de $C_{max} = 0.737 \text{ m}$ à 25% de la pale, à une corde minimale de $C_{min} = 0.356 \text{ m}$ à 100% de la pale. On travaille avec un angle de calage de $\beta = 2^\circ$ sans vrillage. Pour ce type de profil, on prend des valeurs constantes du coefficient de portance $C_{lift} = 0.6$ et coefficient de trainée $C_{drag} = 0.07$

2.2 Méthode de calcul

La méthode étudiée sert à varier les paramètres itérativement jusqu'à avoir une convergence. On cite par la suite les différentes variables et équations issues de la théorie de Froude-Rankine. [2]

D'abord, la force de portance et de trainée peuvent être calculée en utilisant les deux équations suivantes

$$L = \frac{1}{2} \rho A C_L w^2$$

$$D = \frac{1}{2} \rho A C_D w^3$$

w représente la vitesse relative, A est la surface alaire de l'élément et C_L et C_D sont respectivement le coefficient de portance et le coefficient de trainée. Parmi les point forts de cette méthode est qu'elle prend en considération les effets de sillage dans le calcul de la vitesse relative.

La méthode en question donne des équations qui permettent de calculer certains paramètres du problème. Ces paramètres vont servir par la suite à la détermination des forces et la puissance extraite. On trace tout d'abord le triangle des vitesses d'une seule pale pour pouvoir visualiser ce qui se passe exactement et trouver ensuite les différentes équations utiles pour la résolution du problème [3]

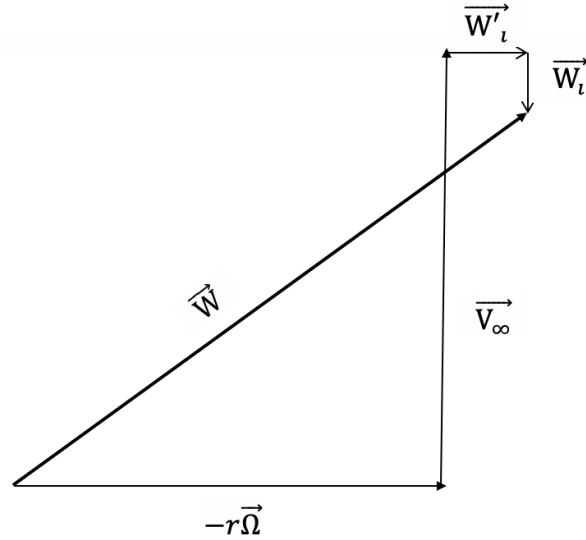


FIGURE 3 – Triangle de vitesse d'une pale

W représente la vitesse relative, alors que W_i et W'_i représentent les composantes de la vitesse induite par le sillage.

On pose $W_i = a \times V_\infty$ et $W'_i = a' \times r\Omega$. D'après le triangle, on relève les équations suivantes

$$\tan(\Phi) = \frac{V_\infty - W_i}{r\Omega + W'_i} = \frac{V_\infty(1 - a)}{r\Omega(1 + a')}$$

De même, puisque $\Phi = \alpha + \beta$ on a l'équation pour calculer α

$$\alpha = \arctan\left(\frac{V_\infty(1 - a)}{r\Omega(1 + a')}\right) - \beta$$

Ensuite, on pourra calculer la vitesse relative W par la relation suivante

$$W = \sqrt{(V_\infty(1 - a))^2 + (r\Omega(1 + a'))^2}$$

On pourrait aussi donner les deux relations qui permettent de calculer les deux paramètres a et a'

$$a = \left(1 + \frac{4 \sin^2(\Phi)}{\sigma[C_L \cos(\Phi) + C_D \sin(\Phi)]}\right)^{-1}$$

$$a' = \left(-1 + \frac{4 \sin^2(\Phi)}{\sigma[C_L \sin(\Phi) - C_D \cos(\Phi)]}\right)^{-1}$$

Avec $\sigma = \frac{B \times C(r)}{2\pi r}$, B représente le nombre de pale et C est la corde.

On trouve que la puissance totale s'écrit

$$P_{tot} = C_p P_{max}$$

Avec

$$C_p = \frac{4\Omega^2}{(V_\infty R)^2} \int_a^b (1 - a) a' r^3 dr$$

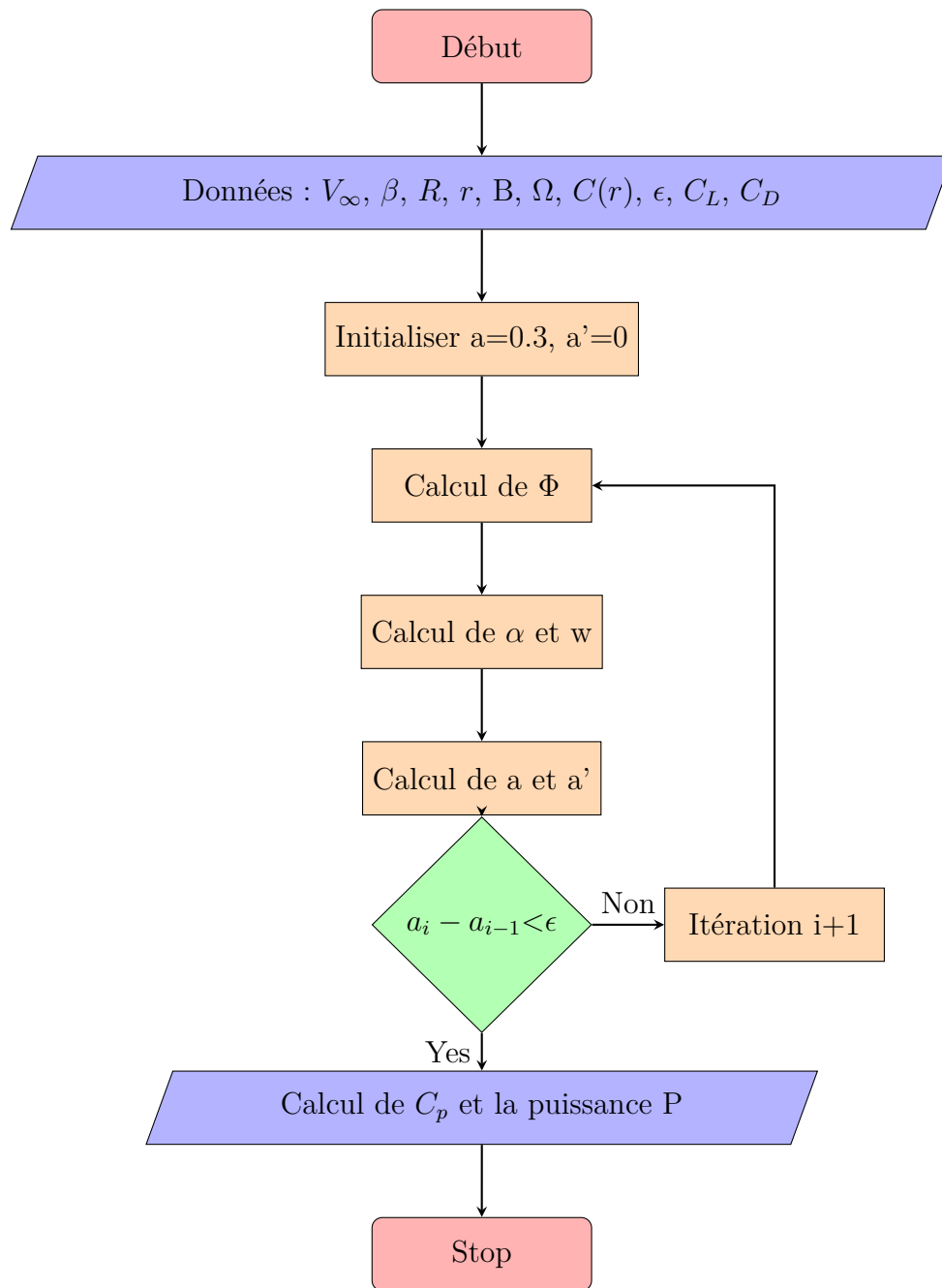
Et

$$P_{max} = \frac{1}{2} \pi \rho R^2 V_\infty^3$$

On remarque que les équations sont liées. Afin de calculer un paramètre, il faut avoir la valeur de l'autre, et vice versa. Ce qui implique une complexité du problème et difficulté à le résoudre analytiquement. On passe à une méthode numérique itérative appelée algorithme prédicteur correcteur. L'algorithme cherchera à initialiser les paramètres et faire un calcul itérative en utilisant les équations ci-dessus et de refaire le calcul jusqu'à ce qu'un critère de convergence soit satisfait.

2.3 Organigramme de l'algorithme

On présente ci-dessous l'organigramme de l'algorithme itérative qu'on va chercher à coder par la suite



2.4 Codage et Implémentation sur MATLAB

On présente script de l'algorithme proposé, codé sur MATLAB. On commence par saisir les données du problème. Ensuite, discrétiser la pale en plusieurs éléments (on opte pour 400 éléments).

```
%Entrees

beta=0.0349; %angle de calage en rad
Vinf=0:0.7:15; %variation de la vitesse du vent en m/s
R=5; %distance min de du centre de rotor en m
r=1.25; %distance min de du centre de rotor en m
B=2; %nombre de pale, om=7.5; %vitesse de rotation en rad/s
eps=10(-6); %precision
cl=0.6; %coef de portance cd=0.07; %coef de trainee
rho=1.2; %masse volumique de l'air

%discretisation de la pale en 400elements
ri=linspace(r,R,200); h=(5-1.25)/400;
n=length(Vinf); m=length(ri);

sigma=zeros(n); Phi=zeros(m,n);
c=zeros(m); %corde s=zeros(m); %surface

alpha=zeros(m,n); %angle d'attaque
w=zeros(m,n); %vitesse relative
cpe=zeros(m,n); %coef de puissance pour un element
cptot=zeros(1,n); %coef de puissance globale
Pmax=zeros(1,n);
Ptot=zeros(1,n); %puissance totale

%Initialisation
a1=0.3*ones(m,n); a2=zeros(m,n);
temp=[]; %var temporaire

%calcul elementaire
for j=1:n
```



```

a1=0.3*ones(m,n); a2=zeros(m,n);
for i=1:m
    c(i)=0.864-0.1016*ri(i);
    s(i)=0.0375*c(i);
    sigma(i)=(B*c(i))/(2*pi*ri(i));
    temp(1)=0; temp(2)=0.3;
    while (abs(a1(i,j)-temp(1))>eps && abs(a2(i,j)-temp(2))>eps)
        Phi(i,j)=atan((Vinf(j)*(1-a1(i,j)))/((om*ri(i))*(1+a2(i,j))));
        w(i,j)=sqrt(((Vinf(j)*(1-a1(i,j)))^2)+(ri(i)*om*(1+a2(i,j)))^2);
        alpha(i,j)=(Phi(i,j)-beta)*57.2958;
        temp(1)=a1(i,j); temp(2)=a2(i,j);
        a1(i,j)=(1+((4*(sin(Phi(i,j)))^2)/(sigma(i)*(cl*cos(Phi(i,j))
+cd*sin(Phi(i,j))))))^(-1);
        a2(i,j)=(-1+((4*(sin(Phi(i,j))*cos(Phi(i,j)))/(sigma(i)*(-cd*cos(Phi(i,j))
+cl*sin(Phi(i,j))))))^(-1);
    end
    cpe(i,j)=8*((Vinf(j)*R)^(-2))*(om^2)*(1-a1(i,j))*a2(i,j)*(ri(i)^3);
end
end

%calcul de l'integrale des elements par la methode de trapezes
ri=transpose(ri);
for j=1:n
    cptot(1,j)=B*trapz(ri(:,1),cpe(:,j));
end

for j=1:n
    Pmax(j)=2*0.5*pi*rho*(R^2)*(Vinf(j))^2;
end

%calcul de la puissance totale
for j=1:n
    Ptot(j)=cptot(j)*Pmax(j);
end

plot(Vinf,cptot), plot(Vinf,Ptot)
xlabel('Vitesse du vent (m/s)') , ylabel('Puissance extraite')

```

3 Résultats

La méthode itérative utilisée, a pu atteindre la convergence en nombre de calcul impliqué dans la formulation du problème. Plusieurs tentatives précédentes étaient nécessaires pour trouver le bon choix des valeurs initiales des facteurs d'interférence, qui assurent la convergence la méthode. Le professeur nous a proposé de prendre $a=0.3$ et $a'=0$. L'un des obstacles qui entrave l'utilisation de la méthode itérative, est la difficulté de déterminer les coefficients de portance et de traînée à cause de la variation de l'angle d'incidence à chaque itération. Pour simplifier le calcul, on a opté pour un modèle en utilisant des valeurs constantes des coefficients de portance et de traînée.

La figure 4 donne la variation du coefficient de puissance C_p en fonction de la vitesse du vent

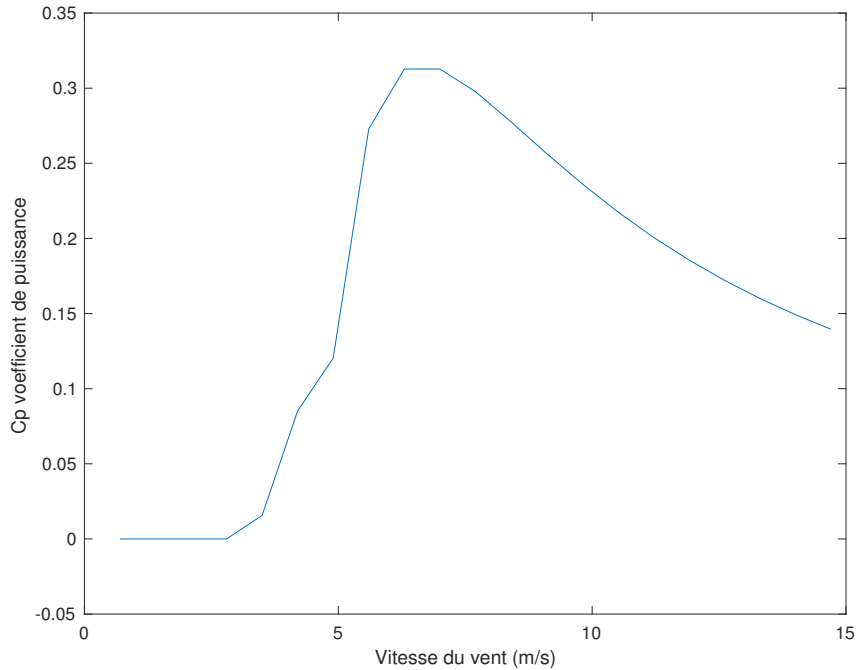


FIGURE 4 – la variation de C_p en fonction de la vitesse du vent

Le coefficient de puissance C_p reste inférieur à la limite de Betz, ce qui est

logique [4]. On remarque aussi que le coefficient de puissance commence à augmenter à partir de la vitesse $V=4\text{m/s}$. Notons que les résultats ne tiennent pas compte la variation des coefficient de portance et de trainée.

On trouve dans des bouquins, à des vitesses de vent faibles, l'efficacité n'est pas un sujet très important étant donné qu'il n'y a pas beaucoup d'énergie à récupérer. A des vitesses de vent élevées, l'éolienne perd forcément toute énergie excédant la quantité pour laquelle l'éolienne a été conçue. La question d'efficacité trouve donc avant tout sa valeur à des vitesses de vent où l'on trouve la plus grande partie de l'énergie récupérable.

La figure 4 donne la courbe qui représente la variation la puissance en fonction de la vitesse du vent

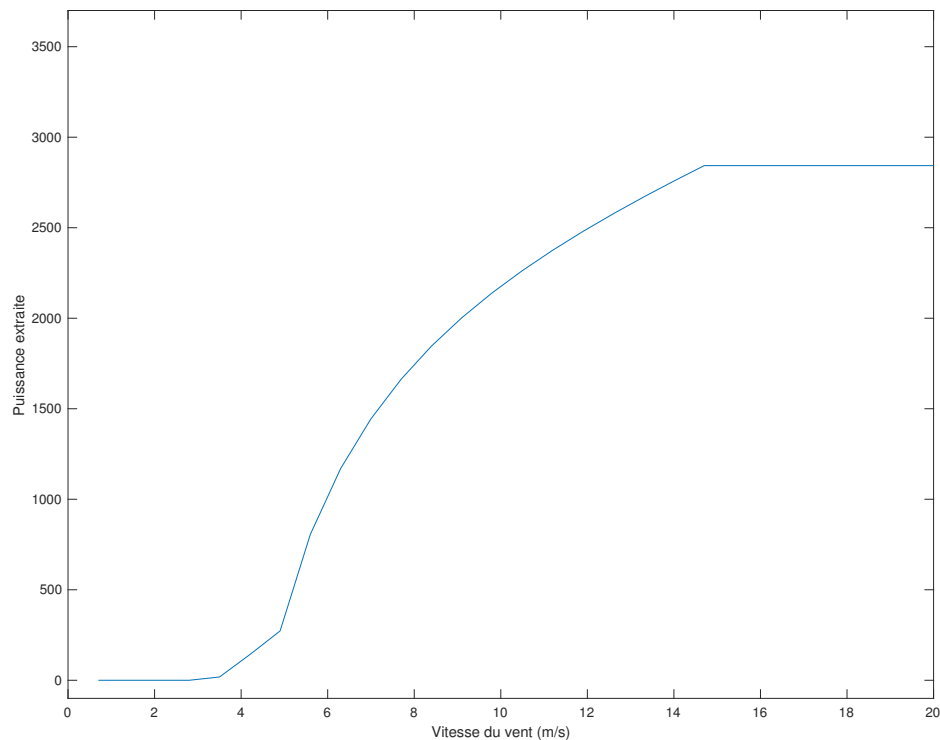


FIGURE 5 – la variation de la puissance extraite en fonction de la vitesse du vent

L'éolienne ne commence à extraire de la puissance qu'à partir de la vitesse 4m/s. Si on étale sur une intervalle puis large, on remarque qu'il y aura une diminution de la puissance extraite si on dépasse une vitesse bien déterminé.

Références

- [1] Grégoire Souchay. Les éoliennes : pourquoi si hautes? comment ça marche? combien sont-elles? *Reporterre*. Paris, 2017.
- [2] Z.L. Mahri, M.S. Rouabah et S. Zid. *Calcul des efforts aérodynamiques agissant sur les pales d'une petite éolienne*. Université de Mentouri, Constantine, Algérie Juin 2007.
- [3] S.M. Habali and I.A. Saleh, *Design and Testing of Small Mixed Airfoil Wind Turbine Blades, Renewable Energy*. Vol. 6, N°2, pp. 161 - 169, 1995.
- [4] M.Q.Islam, *A theoretical investigation of the design of horizontal- axis wind turbines*. Thèse de Doctorat, Université de Brussel (1986)