ΕΡΓΑΣΙΑ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΩΣ Τμήμα Πληροφορικής



Μάθημα: «ΚΡΥΠΤΟΓΡΑΦΙΑ (5ο εξ.)»

 $\Pi 18101 - ANAΣΤΑΣΙΑ ΙΩΑΝΝΑ ΜΕΞΑ$

Έχω λύσει συνολικά 22 challenges από την ιστοσελίδα του Cryptohack συγκεντρώνοντας 600 πόντους. Συνολικά στο προφίλ μου (https://cryptohack.org/user/anastasiamexa/) θα δείτε να αναγράφεται ο αριθμός 610 στο σκορ, ωστόσο δεν μετράω τους έξτρα 10 πόντους, διότι προέρχονται από την κατηγορία δοκιμασιών Introduction. Πιο συγκεκριμένα έχω λύσει 2 δοκιμασίες από την κατηγορία General, 1 από το Mathematics, 14 από το RSA και 5 από το Diffie-Hellman.

Παρακάτω αναλύονται όλες οι λύσεις και με screenshots που δείχνουν το αποτέλεσμα των scripts. Επίσης, μέσα στο zip της εργασίας υπάρχει ο φάκελος με το όνομα Scripts, που περιέχει μέσα όλα τα αρχεία python με τον κώδικα για κάθε challenge.

GENERAL

ENCODING - ASCCI

Η δοκιμασία ζητάει να μετατρέψουμε τους αριθμούς στον αντίστοιχο χαρακτήρα ASCII με σκοπό, να βρούμε το flag. Εύκολα λοιπόν, αποθηκεύοντας σε μια λίστα τους αριθμούς που μας δίνονται, διαπερνάω ένα-ένα τα στοιχεία της λίστας μετατρέποντάς το, στον αντίστοιχο ASCII χαρακτήρα με την συνάρτηση chr() και προσθέτω το αποτέλεσμα κάθε φορά στο string solution. Τέλος, εκτυπώνω το string.

• ENCODING - Hex

```
lest.py
l
```

Η δοκιμασία ζητάει να αποκρυπτογραφήσουμε το hexstring σε bytes ώστε να βρούμε το flag. Χρησιμοποιώντας λοιπόν την συνάρτηση int(), κάνω casting το δεκαεξαδικό string σε bytes και τέλος χρησιμοποιώ την συνάρτηση long_to_bytes για να τυπώσω στην κατάλληλη μορφή το flag.

MATHEMATICS

• MODULAR MATH - Chinese Remainder Theorem

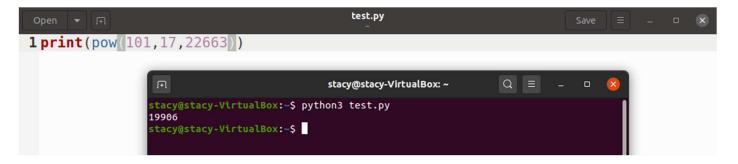
```
1 from functools import reduce
 3 def chinese_remainder(n, a):
       sum=0
 5
       prod=reduce(lambda a, b: a*b, n)
       for n_i, a_i in zip(n,a):
 7
           p=prod//n i
           sum += a_i* mul_inv(p, n_i)*p
 8
 9
       return sum % prod
                                                                                      stacy@stacy-VirtualBox: ~
                                                              stacy@stacy-VirtualBox:-$ python3 test.py
872
10
11 def mul inv(a, b):
                                                               tacy@stacy-VirtualBox:~$
       b0 = b
12
13
       x0, x1 = 0,1
14
       if b== 1: return 1
15
       while a>1
            q=a//b
16
17
           a, b= b, a%b
           x0, x1=x1 - q *x0, x0
18
19
       if x1<0 : x1+= b0
20 return x1
22 \times \text{mod } 5 \equiv 2
23 x mod 11 ≡ 3
24 x mod 17 ≡ 5
25 . . .
26 x mod 935 ≡ a
28 n=[5,11,17]
29 a = [2,3,5]
30 print(chinese_remainder(n,a))
```

Η δοκιμασία ζητάει να λύσουμε το Κινεζικό Θεώρημα Υπολοίπων και να βρούμε τον αριθμό a, για τον οποίο ισχύει $x \equiv a \mod 935$. Αυτό κάνει και ο παραπάνω κώδικας, όπου ως αποτέλεσμα παίρνουμε ότι a = 872.

Σημείωση: Βρήκα τον κώδικα στην σελίδα https://rosettacode.org/wiki/Chinese_remainder_theorem#Python

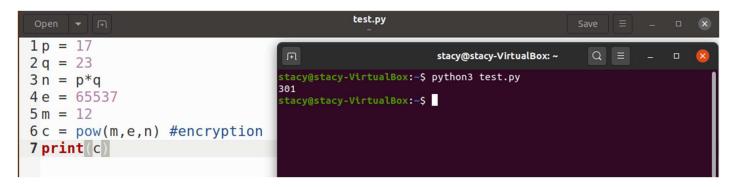
RSA

STARTER - RSA Starter 1



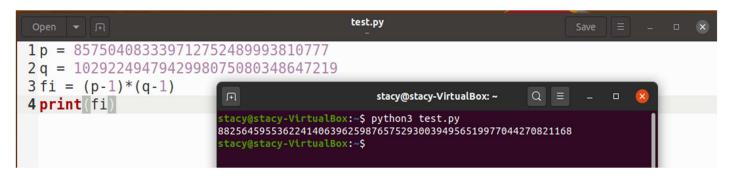
Η δοκιμασία ζητάει να λύσουμε το 101^{17} mod 22663. Αυτό επιτυγχάνεται εύκολα, χρησιμοποιώντας την συνάρτηση pow() όπως φαίνεται στο παραπάνω screenshot. Το αποτέλεσμα είναι 19906.

• STARTER - RSA Starter 2



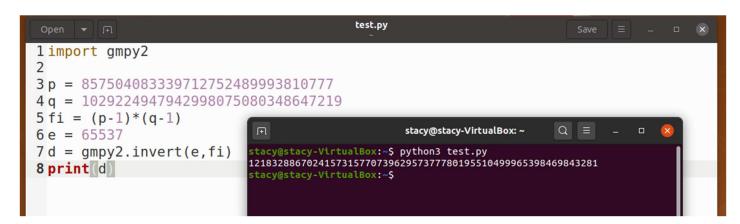
Η δοκιμασία ζητάει να κρυπτογραφήσουμε τον αριθμό 12 (m) και μας δίνει τους παράγοντες του n, αλλά και το e. Απλά εφαρμόζουμε την διαδικασία κρυπτογράφησης του αλγορίθμου RSA, όπως φαίνεται παραπάνω και εκτυπώνουμε το αποτέλεσμα (c = 301).

• STARTER - RSA Starter 3



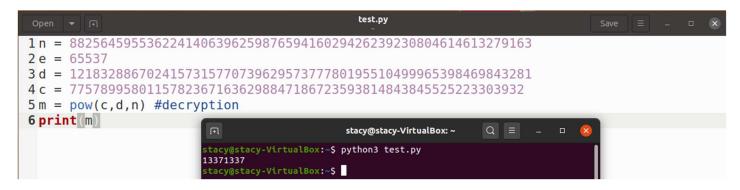
Η δοκιμασία ζητάει να βρούμε το $\varphi(n)$ (Συνάρτηση του Euler). Ξέρουμε ότι n = p*q, άρα ο τύπος είναι $\varphi(n) = (p-1)*(q-1)$. Τα p, q μας δίνονται οπότε απλά εφαρμόζω τον τύπο και εκτυπώνω το αποτέλεσμα.

STARTER - RSA Starter 4



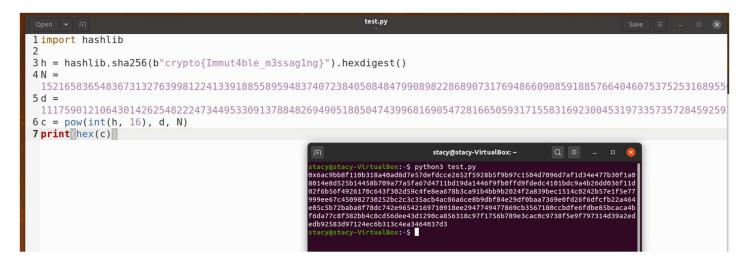
Η δοκιμασία ζητάει να βρούμε το ιδιωτικό κλειδί d. Μας δίνει τα p, q και e, άρα έχουμε όλα τα δεδομένα που χρειαζόμαστε. Από τα p, q μπορούμε να υπολογίσουμε το φ(n) όπως είδαμε και στο προηγούμενο challenge και χρησιμοποιώ την συνάρτηση invert() της βιβλιοθήκης gmpy2 για να βρω το αποτέλεσμα.

STARTER - RSA Starter 5



Η δοκιμασία ζητάει να αποκρυπτογραφήσουμε το c, χρησιμοποιώντας το ιδιωτικό κλειδί d που βρήκαμε στην προηγούμενη δοκιμασία. Μας δίνονται τα n και e, επομένως έχουμε όλα τα δεδομένα και άρα χρησιμοποιούμε την διαδικασία αποκρυπτογράφησης του αλγορίθμου RSA, όπως φαίνεται παραπάνω και εκτυπώνουμε το αποτέλεσμα.

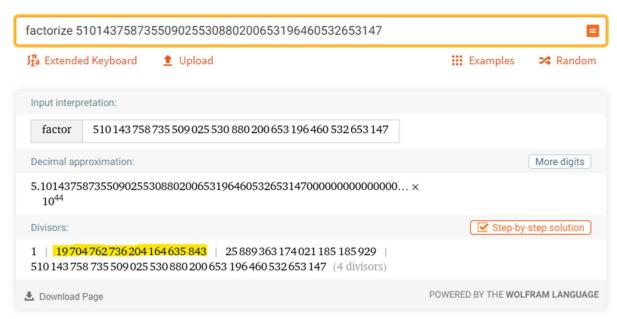
• STARTER - RSA Starter 6



Η δοκιμασία ζητάει να υπογράψουμε το flag. Για να γίνει αυτό, πρέπει πρώτα να το hashάρουμε, αυτό εκτελείται στην γραμμή 3 του κώδικα, και έπειτα να εκτελέσουμε την γνωστή διαδικασία κρυπτογράφησης του RSA. Τέλος, εκτυπώνουμε το αποτέλεσμα (Προσοχή! Το αποτέλεσμα είναι το string που φαίνεται στο terminal, εκτός από τους δύο πρώτους χαρακτήρες 0x).

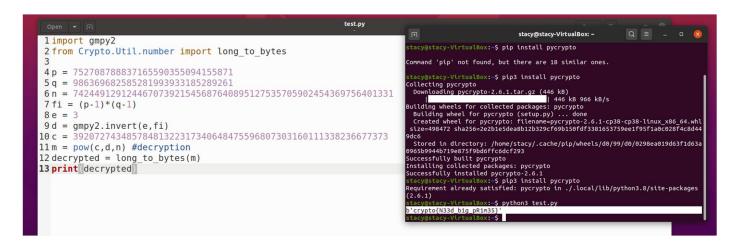
PRIMES PART 1 - Factoring





Η δοκιμασία ζητάει να βρούμε τον μικρότερο παράγοντα του αριθμού 510143758735509025530880200653196460532653147. Για να το βρω, χρησιμοποίησα την σελίδα https://www.wolframalpha.com/. Το αποτέλεσμα φαίνεται στο παραπάνω screenshot και είναι τονισμένο με κίτρινο χρώμα.

• PRIMES PART 1 - Inferius Prime

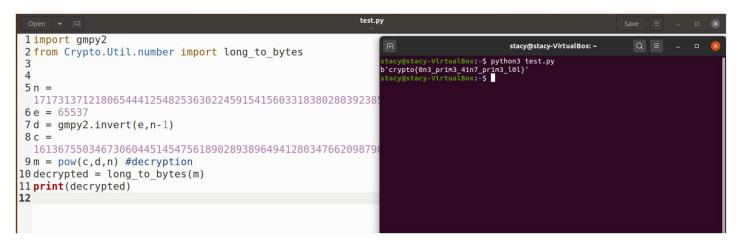


Η δοκιμασία ζητάει να αποκρυπτογραφήσουμε το μήνυμα c. Μας δίνονται επίσης, το e και το n. Άρα, πρέπει να βρούμε τους παράγοντες του n, ώστε να μπορούμε να υπολογίσουμε το φ(n). Για να τους βρω, χρησιμοποίησα την σελίδα http://www.factordb.com/index.php (όχι το wolframalpha.com γιατί δεν μπορούσε να τους υπολογίσει για πολύ μεγάλους αριθμούς...). Το αποτέλεσμα φαίνεται στο παρακάτω screenshot:

	742449129124467073921545687640895127535705902454369756401331		Factor	rize!		
Result:						
status (?)	digits	number				
FF	$60 \text{ (show)} \qquad 742449129131_{<60} = 752708788837165590355094155871_{<30} \cdot 986369682585281993933185289261_{<30}$					

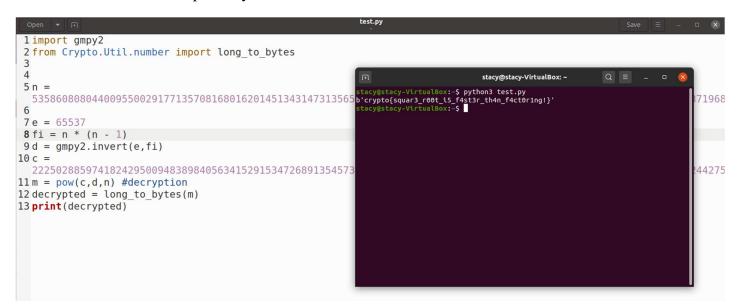
Έπειτα, εφάρμοσα πάλι την διαδικασία κρυπτογράφησης του RSA και εκτύπωσα το flag.

PRIMES PART 1 - Monoprime



Η δοκιμασία ζητάει πάλι να αποκρυπτογραφήσουμε το μήνυμα c. Μας δίνονται επίσης, το e και το n. Η διαφορά εδώ είναι ότι δεν χρησιμοποιήθηκαν 2 πρώτοι αριθμοί (p,q) για να δημιουργηθεί το n, αλλά ένας... ο n. Άρα, διαφέρει το φ(n) όπου εδώ είναι ίσο με n-1. Εκτελείται πάλι η ίδια διαδικασία και εκτυπώνεται το αποτέλεσμα.

• PRIMES PART 1 - Square Eyes



Η δοκιμασία ζητάει πάλι να αποκρυπτογραφήσουμε το μήνυμα c. Μας δίνονται επίσης, το e και το n. Η διαφορά εδώ είναι ότι δεν χρησιμοποιήθηκαν 2 πρώτοι αριθμοί (p,q) για να δημιουργηθεί το n, αλλά ένας, ο οποίος χρησιμοποιήθηκε 2 φορές. Άρα, διαφέρει το φ(n) όπου εδώ είναι ίσο με (n-1)*n, αφού χρησιμοποιούμε τον ίδιο πρώτο αριθμό 2 φορές, πολλαπλασιάζουμε με n. Εκτελείται πάλι η ίδια διαδικασία και εκτυπώνεται το αποτέλεσμα.

PRIMES PART 1 - Manyprime

```
1 import gmpy2
   2 from Crypto.Util.number import long to bytes
      6e = 65537
  7 c =
      9 factors = [9282105380008121879, 9303850685953812323, 9389357739583927789, 10336650220878499841, 10638241655447339831, 11282698189561966721, 11328768673634243077, 11403460639036243901, 11473665579512371723, 11492065299277279799, 11530534813954192171, 11665347949879312361, 12132158321859677597, 12834461276877415051,
      14178869592193599187, 14278240802299816541, 14523070016044624039, 14963354250199553339, 15364597561881860737,
      15669758663523555763, \ 15824122791679574573, \ 15998365463074268941, \ 16656402470578844539, \ 16898740504023346457, \ 16898740504023346457, \ 16898740504023346457, \ 16898740504023346457, \ 16898740504023346457, \ 16898740504023346457, \ 16898740504023346457, \ 16898740504023346457, \ 16898740504023346457, \ 16898740504023346457, \ 16898740504023346457, \ 16898740504023346457, \ 16898740504023346457, \ 16898740504023346457, \ 16898740504023346457, \ 16898740504023346457, \ 16898740504023346457, \ 16898740504023346457, \ 16898740504023346457, \ 16898740504023346457, \ 16898740504023346457, \ 16898740504023346457, \ 16898740504023346457, \ 16898740504023346457, \ 16898740504023346457, \ 16898740504023346457, \ 16898740504023346457, \ 16898740504023346457, \ 16898740504023346457, \ 16898740504023346457, \ 16898740504023346457, \ 1689874050402346457, \ 1689874050402346457, \ 168987405040246457, \ 168987405040246457, \ 168987405040246457, \ 168987405040246457, \ 168987405040246457, \ 1689874050402457, \ 1689874050402457, \ 1689874050402457, \ 1689874050402457, \ 1689874050402457, \ 1689874050402457, \ 1689874050402457, \ 1689874050402457, \ 1689874050402457, \ 1689874050402457, \ 1689874050402457, \ 1689874050402457, \ 1689874050402457, \ 1689874050402457, \ 1689874050402457, \ 1689874050402457, \ 1689874050402457, \ 1689874050402457, \ 1689874050402457, \ 1689874050402457, \ 1689874050402457, \ 1689874050402457, \ 1689874050402457, \ 1689874050402457, \ 1689874050402457, \ 1689874050402457, \ 1689874050402457, \ 1689874050402457, \ 1689874050402457, \ 1689874050402457, \ 1689874050402457, \ 1689874050402457, \ 1689874050402457, \ 1689874050402457, \ 1689874050402457, \ 1689874050402457, \ 1689874050402457, \ 1689874050402457, \ 1689874050402457, \ 1689874050402457, \ 1689874050402457, \ 1689874050402457, \ 1689874050402457, \ 1689874050402457, \ 1689874050402457, \ 1689874050402457, \ 1689874050402457, \ 1689874050402457, \ 1689874050402457, \ 1689874050402457, \ 1689874050402457, \ 1689874050402457, \ 16898740
      17138336856793050757, 17174065872156629921, 17281246625998849649]
10
11 \, fi = 1
                                                                                                                                                                                                                                                                     stacy@stacy-VirtualBox: ~
12 for f in factors:
                                                                                                                                                                                                        tacy@stacy-VirtualBox:-$ python3 test.py
crypto{squar3_r00t_i5_f4st3r_th4n_f4ct0ring!}
tacy@stacy-VirtualBox:-$ python3 test.py
crypto{700_m4ny_5M41_f4c70r5}'
tacy@stacy-VirtualBox:-$
13
                              fi *= (f-1)
15 d = gmpy2.invert(e,fi)
16 m = pow(c,d,n) #decryption
17 decrypted = long_to_bytes(m)
18 print (decrypted)
```

Η δοκιμασία ζητάει πάλι να αποκρυπτογραφήσουμε το μήνυμα c. Μας δίνονται επίσης, το e και το n. Η διαφορά εδώ είναι ότι δεν χρησιμοποιήθηκαν 2 πρώτοι αριθμοί (p,q) για να δημιουργηθεί το n, αλλά 30. Για να τους υπολογίσω, χρησιμοποίησα πάλι την σελίδα http://www.factordb.com/index.php και το αποτέλεσμα φαίνεται στο παρακάτω screenshot:

Result:

| Sumber | Subdisign | Subdisign

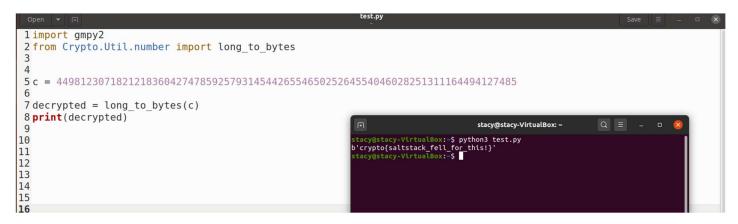
58064239189884319292956385687089779965088315271876176293229248225215259127987142156916203719041903I Factorizel

factordb.com - 284 queries to generate this page (0.05 seconds) (limits) (Imprint) (Privacy Policy)

Πήρα έναν-έναν τους παράγοντες και τους έβαλα στην λίστα factors. Για να υπολογίσω το $\varphi(n)$, διαπερνάω την λίστα factors και υπολογίζω το γινόμενο κάθε φορά του ήδη υπάρχοντος φ με το f-1, όπου f είναι ο τρέχον παράγοντας. Εκτελείται πάλι η ίδια διαδικασία και εκτυπώνεται το αποτέλεσμα.

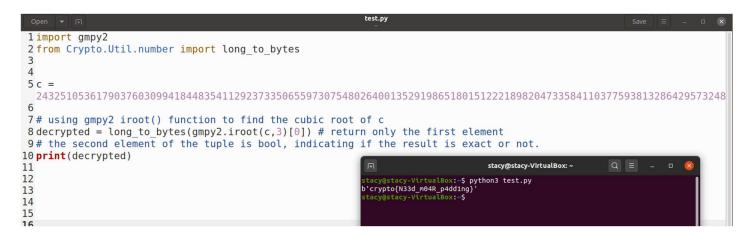
Σημείωση: Είχα ξεχάσει να κάνω clear το terminal μετά που έλυσα την προηγούμενη δοκιμασία και για αυτό φαίνονται και τα 2 αποτελέσματα... για την τρέχουσα δοκιμασία το σωστό αποτέλεσμα είναι το δεύτερο (crypto {700_m4ny_5m4ll_f4c70r5}).

PUBLIC EXPONENT - Salty



Η δοκιμασία ζητάει πάλι να αποκρυπτογραφήσουμε το μήνυμα c. Μας δίνεται επίσης, ότι e = 1 και d = -1. Άρα, αρκεί απλά να χρησιμοποιώ την συνάρτηση long_to_bytes για να τυπώσω στην κατάλληλη μορφή το flag. Ουσιαστικά έγινε τζάμπα η διαδικασία της κρυπτογράφησης...

PUBLIC EXPONENT - Modulus Inutilis

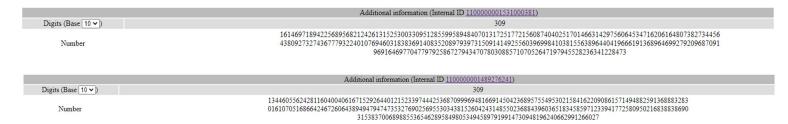


Η δοκιμασία ζητάει πάλι να αποκρυπτογραφήσουμε το μήνυμα c. Μας δίνεται επίσης, ότι e=3 και d=-1. Άρα, αρκεί απλά να βρω την κυβική ρίζα του c (αφού e=3) και να χρησιμοποιήσω την συνάρτηση long_to_bytes για να τυπώσω στην κατάλληλη μορφή το flag. Ουσιαστικά πάλι έγινε τζάμπα η διαδικασία της κρυπτογράφησης...

• PUBLIC EXPONENT - Crossed Wires

```
limport gmpy2
2 from Crypto.Util.number import long_to_bytes
 4e = 65537
5d =
  27344116772511480307231380057161097338388665453755276020182551593196310266531907836704931079364016039814291718805043
  21711308225346315542706844618441565741046498277716979943478360598053144971379956916575370343448988601905854572029635
 8
9# factors of n (n = p*q)
10p = 13446055624281160400406167152926440121523397444253687099969481669145042368957554953021584162209086157149488259136888
11q =
 12
13 fi = (p-1)*(q-1)
14friend_keys = [106979, 108533, 69557, 97117, 103231]
                                                   stacy@stacy-VirtualBox:~$ python3 test.py
'crypto{3ncrypt_y0ur_s3cr3t_with_y0ur_friend5_public_k3y}'
stacy@stacy-VirtualBox:~$
16 for pk in friend keys:
    d = pow(pk, -1, fi)
c = pow(c, d, n)
19 print (long_to_bytes(c))
```

Η δοκιμασία ζητάει πάλι να αποκρυπτογραφήσουμε το μήνυμα c, το οποίο όμως έχει περάσει από 5 ακόμα φίλους... Μας δίνονται τα c, n, d, d των φίλων και e. Πρέπει, αρχικά να υπολογίσουμε τους 2 παράγοντες (p,q) του n. Πάλι, χρησιμοποιώ την σελίδα http://www.factordb.com/index.php τα p και q φαίνονται στα παρακάτω screenshots:



Τώρα έχω ότι χρειάζομαι για να εφαρμόσω την γνωστή διαδικασία. Πρέπει ωστόσο, να αποκρυπτογραφώ κάθε φορά το μήνυμα χρησιμοποιώντας κάθε φορά το αντίστοιχο κλειδί του κάθε φίλου. Αυτό γίνεται στις γραμμές 16-18 του κώδικα όπως φαίνεται και στο παραπάνω screenshot. Τέλος, χρησιμοποιήσω την συνάρτηση long to bytes για να τυπώσω στην κατάλληλη μορφή το flag.

DIFFIE-HELLMAN

STARTER - Diffie-Hellman Starter 1

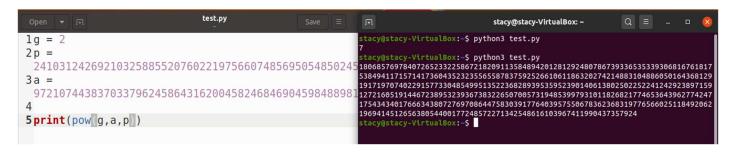
Η δοκιμασία ζητάει απλά να υπολογίσουμε το d, για το οποίο ισχύει ότι $g * d \mod 991 = 1$ και g = 209. Χρησιμοποιώ απλά την συνάρτηση invert() της βιβλιοθήκης gmpy2 και εκτυπώνω το αποτέλεσμα (d = 569).

• STARTER - Diffie-Hellman Starter 2

```
stacy@stacy-VirtualBox: ~
 1def is generator(g, p):
                                                               tacy@stacy-VirtualBox:~$ python3 test.py
    for i in range(2, p):
                                                               tacy@stacy-VirtualBox:~$
       if pow(g, i, p) == g:
         return False
 5
    return True
 6
 7 p = 28151
 8 for g in range(p):
   if is_generator(g, p):
 9
10
       print(g)
       # the first one found is the smallest so break
11
12
       break
                                 Python ▼ Tab Width: 8 ▼
```

Η δοκιμασία ζητάει να υπολογίσουμε το μικρότερο g (generator). Ο παραπάνω κώδικας κάνει ακριβώς αυτό, δηλαδή ελέγχει εάν η σειρά κάθε στοιχείου είναι ίση με τον πρώτο και αν ναι έχουμε βρει τον generator. Το αποτέλεσμα είναι g = 7.

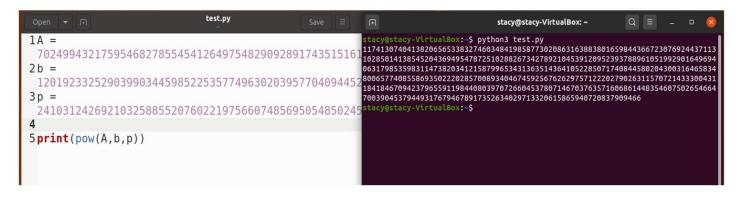
STARTER - Diffie-Hellman Starter 3



Η δοκιμασία ζητάει απλά να υπολογίσουμε το αποτέλεσμα του g^a mod p. Μας δίνονται τα g, p και a, άρα είναι όλα γνωστά. Επομένως, απλά χρησιμοποιώ την συνάρτηση pow() και εκτυπώνω το αποτέλεσμα.

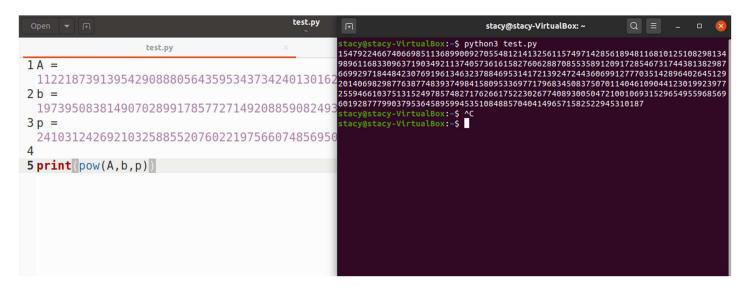
Σημείωση: Είχα ξεχάσει πάλι να κάνω clear το terminal μετά που έλυσα την προηγούμενη δοκιμασία και για αυτό φαίνονται και τα 2 αποτελέσματα... για την τρέχουσα δοκιμασία το σωστό αποτέλεσμα είναι το δεύτερο.

• STARTER - Diffie-Hellman Starter 4



Η δοκιμασία ζητάει απλά να υπολογίσουμε το αποτέλεσμα του A^b mod p. Μας δίνονται τα A, p και b, άρα είναι όλα γνωστά. Επομένως, απλά χρησιμοποιώ την συνάρτηση pow() και εκτυπώνω το αποτέλεσμα.

• STARTER - Diffie-Hellman Starter 5



Η δοκιμασία ζητάει ξανά, απλά να υπολογίσουμε το αποτέλεσμα του A^b mod p. Μας δίνονται τα A, p και b, άρα είναι όλα γνωστά. Επομένως, απλά χρησιμοποιώ την συνάρτηση pow() και εκτυπώνω το αποτέλεσμα. Ωστόσο, για να βρω το flag πρέπει να δώσω τιμή σε 3 μεταβλητές στο αρχείο decrypt.py

που μας δίνεται. Το iv και ciphertext μας δίνονται από την εκφώνηση και το shared_secret είναι αυτό που βρήκαμε στο προηγούμενο screenshot. Επομένως, αν τα συμπληρώσω και τρέξω τον κώδικα παίρνω το flag, όπως φαίνεται στο παρακάτω screenshot:

