

Ειδικά Θέματα Επιχειρησιακής Έρευνας

1^η Εργασία

Η εργασία είναι υποχρεωτική και έχει βαρύτητα 25% επί της συνολικής βαθμολογίας.

Η 1η εργασία έχει στόχο την εξοικείωσή σας με τη μοντελοποίηση και επίλυση πραγματικών προβλημάτων. Ειδικότερα, ζητείται η **μαθηματική μοντελοποίηση** και **επίλυση** του προβλήματος υπολογισμού του δείκτη E-Government Development Index (EGDI) του Οργανισμού Ηνωμένων Εθνών (Ο.Η.Ε.). Ο δείκτης EGDI (<https://publicadministration.un.org/egovkb/en-us/>) χρησιμοποιείται για την αξιολόγηση των επιδόσεων των χωρών στον τομέα της ηλεκτρονικής διακυβέρνησης. Ο δείκτης EGDI αποτελείται από τρεις υπο-δείκτες που αφορούν το εύρος και την ποιότητα των ηλεκτρονικών υπηρεσιών (Online Service Index, OSI), την κατάσταση των τηλεπικοινωνιακών υποδομών (Telecommunication Infrastructure Index, TII) και το ανθρώπινο κεφάλαιο (Human Capital Index, HCI).



Ο Οργανισμός Ηνωμένων Εθνών για τον υπολογισμό του δείκτη EGDI χρησιμοποιεί τον αριθμητικό μέσο των τριών υπο-δεικτών. Περισσότερες πληροφορίες σχετικά με τη μεθοδολογία που ακολουθείται θα βρείτε εδώ <https://publicadministration.un.org/egovkb/en-us/About/Methodology>. Τα δεδομένα που αφορούν τους τρεις παραπάνω υπο-δείκτες είναι διαθέσιμα στον ακόλουθο σύνδεσμο <https://publicadministration.un.org/egovkb/en-us/Data-Center> και στην σελίδα του μαθήματος στο [GUNET-2](#) (Εγγραφα/Εργασίες/1^η Εργασία/).



Θα χρησιμοποιήσετε τα δεδομένα μόνο για k χώρες από τις 193 που περιέχονται στο δοθέν σύνολο δεδομένων. Ειδικότερα ο αριθμός των χωρών k που θα χρησιμοποιήσει ο κάθε φοιτητής θα προκύψει ξεχωριστά βάσει του **αθροίσματος των στοιχείων του Α.Μ. του**. Θα διαγράψετε από το σύνολο των 193 χωρών το άθροισμα (sum) ώστε να προκύψει ο τελικός αριθμός k χωρών με τις οποίες θα διεξάγετε την ανάλυση. Στη συνέχεια θα χρησιμοποιήσετε τα δεδομένα των τριών υπο-δεικτών για τις k χώρες και τα μοντέλα που ακολουθούν **ώστε να μοντελοποιήσετε το πρόβλημα εύρεσης των βαρών για τη στάθμιση των τριών υπο-δεικτών υπό διαφορετικά σενάρια**. Η εύρεση της βέλτιστης λύσης για κάθε σενάριο-μοντέλο θα προκύψει μέσω βελτιστοποίησης. Για την επίλυση θα χρησιμοποιήσετε το Matlab με τον solver linprog (<https://www.mathworks.com/help/optim/ug/linprog.html>) ή τον LPSolve (<http://lpsolve.sourceforge.net/5.5/>).

Σενάρια – Μοντελοποίηση προβλήματος

Ο δείκτης EGDI h_j για την κάθε χώρα j ($j=1, \dots, n$) υπολογίζεται ως σταθμισμένος μέσος των τριών υπο-δεικτών $h_j = u_1 Y_j + u_2 Y_j + u_3 Y_j$, όπου το διάνυσμα $Y_j = (Y_{j1}, Y_{j2}, Y_{j3})$ αναπαριστά την τιμή του κάθε υπο-δείκτη και το διάνυσμα $u = (u_1, u_2, \dots, u_m)$ αναπαριστά τις μεταβλητές απόφασης που χρησιμοποιούνται ως βάρη για τη στάθμιση του δείκτη EGDI.

Αρχικά (**1^ο σενάριο**), θα δώσετε την ευκαιρία-ευελιξία σε κάθε χώρα να αποφασίσει τον συνδυασμό βαρών, με τον οποίο επιτυγχάνει τη μέγιστη επίδοση επιλύοντας το μοντέλο (M1) αποκλειστικά για κάθε χώρα.

$$\begin{aligned}
& \max h_{j_0} = uY_{j_0} \\
& \text{s. t.} \\
& uY_j \leq 1, \quad j = 1, \dots, n \\
& u \geq \varepsilon
\end{aligned} \tag{M1}$$

Στη συνέχεια, θα υιοθετήσετε ένα πιο δίκαιο και δημοκρατικό σενάριο (**2^ο σενάριο**), όπου τα βάρη για τη στάθμιση και τον υπολογισμό του δείκτη EGD I θα αποφασιστούν από κοινού από όλες τις χώρες. Η αντικειμενική συνάρτηση στο μοντέλο (M1) μεγιστοποιεί το άθροισμα των δεικτών όλων των χωρών μαζί.

$$\begin{aligned}
& \max \sum_{j=1}^n uY_j \\
& \text{s. t.} \\
& uY_j \leq 1, \quad j = 1, \dots, n \\
& u \geq \varepsilon
\end{aligned} \tag{M2}$$

Το μοντέλο (M2) μπορεί να γραφεί ισοδύναμα ως το μοντέλο (M3), όπου στην αντικειμενική του συνάρτηση ελαχιστοποιείται η απόκλιση ($d_j = 1 - h_j$) της επίδοσης ($h_j = uY_j$) που μπορεί να επιτύχει η εκάστοτε χώρα από την υψηλότερη επίδοση που δυνητικά μπορεί να επιτύχει ($h_j = 1$).

$$\begin{aligned}
& \min \sum_{j=1}^n (1 - h_j) \\
& \text{s. t.} \\
& uY_j \leq 1, \quad j = 1, \dots, n \\
& u \geq \varepsilon
\end{aligned} \tag{M3}$$

Το μοντέλο (M3) μπορεί να μετασχηματιστεί περαιτέρω στο ισοδύναμο μοντέλο (M4) εισάγοντας τις μεταβλητές d_j , όπου κάθε μια αναπαριστά την απόκλιση κάθε χώρας από την υψηλότερη επίδοση που δυνητικά μπορεί να επιτύχει.

$$\begin{aligned}
& \min \sum_{j=1}^n d_j \\
& \text{s. t.} \\
& uY_j + d_j = 1, \quad j = 1, \dots, n \\
& u \geq \varepsilon, d_j \geq 0
\end{aligned} \tag{M4}$$

Στο **3^ο σενάριο** θα δώσετε προτεραιότητα στις αδύναμες χώρες να «ακουστούν», δηλαδή να διαδραματίσουν τον σημαντικότερο ρόλο στη διαδικασία βελτιστοποίησης, αποφασίζοντας ουσιαστικά τη βέλτιστη λύση. Το μοντέλο (M5) αποτελεί τη μαθηματική διατύπωση της παραπάνω οπτικής.

$$\begin{aligned}
& \min \max_{j=1, \dots, n} [|1 - h_j|] \\
& s. t. \\
& uY_j \leq 1, \quad j = 1, \dots, n \\
& u \geq \varepsilon, d_j \geq 0
\end{aligned}
\tag{M5}$$

Το μοντέλο (M5) είναι γνωστό και ως μέθοδος *min-max* ή *Tchebycheff*. Η κανονική μορφή του μοντέλου (M5) διατυπώνεται παρακάτω:

$$\begin{aligned}
& \min \delta \\
& s. t. \\
& uY_j + \delta \geq 1, \quad j = 1, \dots, n \\
& uY_j \leq 1, \quad j = 1, \dots, n \\
& u \geq \varepsilon, \delta \geq 0
\end{aligned}
\tag{M6}$$

Στο **4^ο σενάριο** θα διατυπώσετε τη δική σας οπτική σχετικά με τη σπουδαιότητα που θεωρείτε ότι θα πρέπει να διαδραματίζει ο κάθε υπο-δείκτης, εισάγοντας επιπλέον περιορισμούς για τα βάρη στα μοντέλα (M4) και (M6).

Συγκρίνετε τα αποτελέσματα που προκύπτουν από τα παραπάνω σενάρια και την κατάταξη των χωρών σε καθένα από αυτά. Επίσης, να συγκρίνετε τα αποτελέσματα σας με τα αντίστοιχα που παρέχει ο Ο.Η.Ε. για τον δείκτη EGDΙ. Τέλος, σχολιάστε ποιο μοντέλο θα προτείνατε στο Ο.Η.Ε για τον υπολογισμό του δείκτη EGDΙ και τους λόγους της επιλογής σας.

Ημερομηνία παράδοσης

Η καταληκτική ημερομηνία για την παράδοση των εργασιών είναι η Τρίτη 24/11/2020.

Παραδοτέα

Τα παραδοτέα αποτελούν το έγγραφο word ή pdf όπου περιγράφεται πρόβλημα και αναλύονται τα αποτελέσματα, καθώς και τα αρχεία Excel και Matlab με τα δεδομένα, τα μοντέλα (scripts) και τα αποτελέσματα. Τα παραδοτέα θα πρέπει να σταλούν μέσω ηλεκτρονικού ταχυδρομείου στον λογαριασμό του διδάσκοντα μέχρι την ημερομηνία παράδοσης.