

## Ειδικά Θέματα Επιχειρησιακής Έρευνας

### 2<sup>η</sup> Εργασία

Η εργασία είναι υποχρεωτική και έχει βαρύτητα **45%** επί της συνολικής βαθμολογίας

#### Άσκηση 1.

Θα χρησιμοποιήσετε το script '*Random\_Generator\_of\_Integer\_Programs.mat*' ώστε να σχηματίσετε ένα πρόβλημα ακέραιου προγραμματισμού βάσει τυχαίων δεδομένων. **Αρχικά**, θα πρέπει να εισάγετε στη μεταβλητή '*AM\_SUM*' το άθροισμα των στοιχείων του Α.Μ. σας. Στη συνέχεια να υλοποιήσετε τα ακόλουθα:

1. Το πρόβλημα ακέραιου προγραμματισμού που θα δημιουργήσετε θα αποτελείται από δύο μεταβλητές και τρεις περιορισμούς. Να διατυπωθεί το μαθηματικό μοντέλο του προβλήματος σύμφωνα με την ακόλουθη μορφή:

$$\min z = c_1x_1 + c_2x_2$$

υ.π.

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 \leq b_1$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 \leq b_2$$

$$a_{31}x_1 + a_{32}x_2 \leq b_3$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

$$x_1, x_2 \in \mathbb{N}$$

2. Να λυθεί το πρόβλημα με τη μέθοδο **Κλάδου Φράγματος (Branch and Bound)**. Για την επίλυση των υπο-προβλημάτων σε κάθε κόμβο μπορείτε να χρησιμοποιήσετε το Matlab (*linprog/lpsolve*) ή τον solver του MS Excel. Στα παραδοτέα περιλαμβάνεται **και** το δένδρο αναζήτησης της βέλτιστης λύσης.
3. Να συγκρίνετε τη λύση που εντοπίσατε με την αντίστοιχη που προκύπτει από τη συνάρτηση *intlinprog* του Matlab.

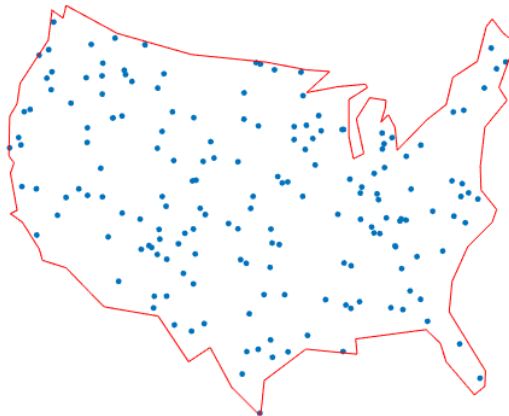
#### Άσκηση 2.

Θα χρησιμοποιήσετε το script '*Random\_Generator\_of\_Adjacency\_Matrix.mat*' ώστε να δημιουργήσετε έναν πίνακα γειτνίασης 12 περιοχών. Στη συνέχεια, να βρείτε σε ποιες περιοχές θα πρέπει κατασκευαστούν νοσοκομεία ώστε να εξυπηρετείται η εκάστοτε περιοχή καθώς και οι γειτονικές της. Ειδικότερα, να υλοποιήσετε τα ακόλουθα:

1. Να διατυπωθεί το μαθηματικό μοντέλο του προβλήματος χωροθέτησης νοσοκομείων ώστε να εξυπηρετούνται όλες οι περιοχές με τον ελάχιστο δυνατό αριθμό νοσοκομείων.
2. Να επιλυθεί το πρόβλημα χρησιμοποιώντας τη συνάρτηση *intlinprog* του Matlab ή τον solver του MS Excel.

### Άσκηση 3.

Θα χρησιμοποιήσετε το script '*Random\_Generator\_of\_TSP\_Points.mat*' ώστε να δημιουργήσετε ένα τυχαίο σύνολο σημείων (πόλεων) εντός των συνόρων των Η.Π.Α. Στη συνέχεια θα μοντελοποιήσετε και θα λύσετε το **πρόβλημα του περιοδεύοντος πωλητή** ακολουθώντας τις σημειώσεις του μαθήματος και τις οδηγίες του παρακάτω συνδέσμου: <https://www.mathworks.com/help/optim/ug/travelling-salesman-problem.html> .



Να διατυπώσετε τη βέλτιστη διαδρομή καθώς και τον αριθμό των υπο-διαδρομών που εντοπίσατε σε κάθε επανάληψη μέχρις ότου εξαλειφθούν όλες οι υπο-διαδρομές.

#### Προσοχή:

- 1) **Πριν** τη δημιουργία του τυχαίου συνόλου των πόλεων θα πρέπει να ελεγχθεί ο ο αριθμός τους. Στην περίπτωση που ο αριθμός των πόλεων (μεταβλητή '*nStops*') είναι μικρότερος από 100, τότε να προσθέσετε τον αριθμό 20 στη μεταβλητή '*nStops*' και έπειτα να δημιουργήσετε το σύνολο των πόλεων.
- 2) **Η επίλυση του προβλήματος θα διεξαχθεί μέσω του Matlab** όπως υποδεικνύεται στον παραπάνω σύνδεσμο.

#### Άσκηση 4.

Να επιλυθεί ένα πρόβλημα Sudoku. Ο κάθε φοιτητής θα δημιουργήσει ένα μοναδικό (ατομικό) πρόβλημα Sudoku όπως το παρακάτω. Για τη δημιουργία του προβλήματος Sudoku θα χρησιμοποιήσετε τη συνάρτηση *'drawSudoku'* στο Matlab. Για τη μοντελοποίηση και επίλυση του προβλήματος θα πρέπει να ακολουθήσετε τις σημειώσεις του μαθήματος και τις οδηγίες των παρακάτω συνδέσμων:

<https://www.mathworks.com/help/optim/ug/solve-sudoku-puzzles-via-integer-programming-solver-based.html#SolveSudokuExample-2>

<https://www.mathworks.com/help/optim/ug/sudoku-puzzles-problem-based.html>

5	3			7				
6			1	9	5			
	9	8					6	
8				6				3
4			8		3			1
7				2				6
	6					2	8	
			4	1	9			5
				8			7	9

#### Προσοχή:

- 1) **Πριν** τη μοντελοποίηση και επίλυση θα πρέπει να ελεγχθεί ότι το αρχικό πρόβλημα που δημιουργήσατε με τυχαίο τρόπο ακολουθεί τους κανόνες του Sudoku. Ειδικότερα, κάθε στοιχείο θα πρέπει να εμφανίζεται **μόνο μια φορά** σε κάθε **γραμμή, στήλη** καθώς και **υπο-πίνακα**. Σε περίπτωση ύπαρξης διπλότυπων τιμών προτείνεται η αντικατάσταση τους με άλλες τιμές ώστε το αρχικό πρόβλημα να είναι συμβατό με τους κανόνες του Sudoku.
- 2) **Η επίλυση του προβλήματος θα διεξαχθεί μέσω του Matlab** όπως υποδεικνύεται στους παραπάνω συνδέσμους.

#### Άσκηση 5.

Η εταιρεία Company παράγει τρία προϊόντα, οι τιμές των απαιτούμενων πόρων για την παραγωγή αλλά και τα κέρδη ανά κατηγορία προϊόντος θα δημιουργηθούν με τυχαίο τρόπο από εσάς μέσω του script *'Random\_Generator\_of\_Matrix5.mat'*. Ο πίνακας που θα δημιουργήσετε θα πρέπει να έχει την ακόλουθη μορφή:

	Προϊόν Α	Προϊόν Β	Προϊόν Γ
Πόρος 1	x	x	x
Πόρος 2	x	x	x
Κέρδος	x	x	x

Υπάρχουν διαθέσιμες 6500 μονάδες από τον Πόρο 1 και 65000 μονάδες από τον Πόρο 2. Στην περίπτωση που αποφασιστεί η παραγωγή του εκάστοτε προϊόντος, τότε αυτή θα πρέπει να ξεπερνά τις 1000 μονάδες. Να διατυπωθεί και να επιλυθεί το μαθηματικό μοντέλο ακεραίου προγραμματισμού που μεγιστοποιεί το κέρδος της εταιρείας Company. Για την επίλυση μπορείτε να χρησιμοποιήσετε το Matlab (*intlinprog*) ή τον solver του MS Excel.

**Προσοχή:** Στην περίπτωση που το πρόβλημα που έχετε σχηματίσει, βάσει των τιμών του πίνακα που έχετε δημιουργήσει αρχικά, είναι ανέφικτο, τότε να δημιουργήσετε νέες τιμές για τον πίνακα μέχρις ότου εντοπίσετε βέλτιστη λύση για το πρόβλημα.

#### Άσκηση 6.

Η εταιρεία πληροφορικής Alpha software έχει αναλάβει 3 έργα. Για τη βελτίωση της αποτελεσματικότητας και της κερδοφορίας των έργων επιθυμεί να κατανείμει 5 διαθέσιμους προγραμματιστές. Να προσδιοριστεί η βέλτιστη κατανομή των προγραμματιστών ώστε να μεγιστοποιηθεί η συνολική κερδοφορία από τα τρία έργα. Να δημιουργήσετε έναν πίνακα που θα περιλαμβάνει το κέρδος που θα αποκομίσει η εταιρεία από τα έργα σε συνδυασμό με τον αριθμό των προγραμματιστών που θα διαθέσει σε καθένα από αυτά. Για τη δημιουργία του πίνακα θα χρησιμοποιήσετε το script '*Random\_Generator\_of\_Matrix6.mat*'. Ο πίνακας θα πρέπει να έχει την ακόλουθη μορφή:

Προγραμματιστές	Έργο Α	Έργο Β	Έργο Γ
0	0	0	0
1	x	x	x
2	x	x	x
3	x	x	x
4	x	x	x
5	x	x	x

## Άσκηση 7.

Ένας παίκτης τυχερών παιχνιδιών ξεκινά με **2** μάρκες με στόχο να έχει στην κατοχή του **τουλάχιστον 4** μάρκες στο **τέλος τριών παρτίδων**. Σε κάθε παρτίδα του παιχνιδιού ο παίκτης κερδίζει ή χάνει όσες μάρκες έχει στοιχηματίσει. Η πιθανότητα επιτυχίας σε κάθε παρτίδα είναι  $a$  και η αντίστοιχη της αποτυχίας  $1-a$ . Να προσδιοριστεί η βέλτιστη πολιτική σχετικά με τον αριθμό των μαρκών που θα πρέπει ο παίκτης να στοιχηματίσει σε καθεμιά από τις 3 παρτίδες του παιχνιδιού. Η πιθανότητα επιτυχίας  $a$  θα υπολογιστεί ξεχωριστά από τον κάθε φοιτητή, βάσει του αθροίσματος ( $sum$ ) των στοιχείων του Α.Μ. σας, σύμφωνα με τους ακόλουθους κανόνες:

- A. Αν το άθροισμα ( $sum$ ) είναι μικρότερο ή ίσο από τον αριθμό **9** ( $sum \leq 9$ ), τότε διαιρέστε το άθροισμα με τον αριθμό **15**, το αποτέλεσμα αποτελεί την πιθανότητα  $a$ .
- B. Αν το άθροισμα ( $sum$ ) είναι μεγαλύτερο ή ίσο του **10** και μικρότερο ή ίσο από τον αριθμό **15** ( $10 \leq sum \leq 15$ ), τότε διαιρέστε το άθροισμα με τον αριθμό **25**, το αποτέλεσμα αποτελεί την πιθανότητα επιτυχίας  $a$ .
- C. Αν το άθροισμα ( $sum$ ) είναι μεγαλύτερο ή ίσο του **16** και μικρότερο ή ίσο από τον αριθμό **25** ( $16 \leq sum \leq 25$ ), τότε διαιρέστε το άθροισμα με τον αριθμό **30**, το αποτέλεσμα αποτελεί την πιθανότητα επιτυχίας  $a$ .
- D. Αν το άθροισμα ( $sum$ ) είναι μεγαλύτερο ή ίσο του **26** και μικρότερο ή ίσο από τον αριθμό **36** ( $26 \leq sum \leq 36$ ), τότε διαιρέστε το άθροισμα με τον αριθμό **50**, το αποτέλεσμα αποτελεί την πιθανότητα επιτυχίας  $a$ .

### Παράδειγμα

Ο φοιτητής με Α.Μ. Π18075 έχει άθροισμα στοιχείων  $sum=21$ , συνεπώς θα ακολουθήσει τον κανόνα **C**. Η **πιθανότητα επιτυχίας  $a$**  που θα πρέπει ο φοιτητής να χρησιμοποιήσει στην άσκηση υπολογίζεται ως  $a = 21/30 = 0.7$ .

### Ημερομηνία παράδοσης

Η καταληκτική ημερομηνία παράδοσης των εργασιών είναι η Τρίτη 19/01/2021.

### Παραδοτέα

Τα παραδοτέα αποτελούν το έγγραφο word ή pdf με τις λύσεις των ασκήσεων καθώς και τα αντίστοιχα αρχεία Excel ή/και Matlab που θα χρησιμοποιήσετε. Τα παραδοτέα θα πρέπει να σταλούν μέσω ηλεκτρονικού ταχυδρομείου στον λογαριασμό (**gkoron@unipi.gr**) του διδάσκοντα μέχρι την ημερομηνία παράδοσης καθώς και να υποβληθούν στην ενότητα “Εργασίες” στη σελίδα του μαθήματος στο [GUNET](http://GUNET).