

2. Безумное чаепитие. Чашка и ложка связаны шнуром. Чашка перевешена на шнуре через указательный палец. Ложка удерживается другой рукой в горизонтальном положении, а потом отпускается. Объясните, что происходит. Исследуйте экспериментально и рассчитайте теоретически, от чего зависит расстояние, пройденное чашкой. Сделайте численные оценки.

Мы пренебрегаем радиусом перекладки и сопротивлением воздуха.

Сначала — начальные условия и параметры:

$$m = 0,02 \text{ кг}, M = 0,4 \text{ кг}, g = 9,8 \text{ м/с}^2, \mu = 0,24, \alpha_0 = 0, l_0 = 0,8 \text{ м}, v_0 = 0.$$

Теперь система уравнений, описывающая движение системы (оно начинается сразу после отпущения):

$$\begin{cases} T = M \left(g - \frac{dv}{dt} \right) \exp(-\mu(\pi/2 + \alpha)), \\ ml \left(\frac{d\alpha}{dt} \right)^2 = T - mg \sin \alpha, \\ \frac{d}{dt} \left(l \frac{d\alpha}{dt} \right) = g \cos \alpha, \\ v = -\frac{dl}{dt}. \end{cases}$$

Здесь переменные по сути α , l и их производные...

Если в какой-то момент окажется $v = 0$, то надо исследовать промежуток «замирания» чашки (ложка при этом движется по окружности).

Описание этого этапа:

$$\begin{cases} T = ml \left(\frac{d\alpha}{dt} \right)^2 + mg \sin \alpha, \\ \frac{d^2 \alpha}{dt^2} = \frac{g}{l} \cos \alpha. \end{cases}$$

Это продолжается, пока выполняется условие $T \exp(\mu(\pi/2 + \alpha)) \geq Mg$.

Дальше может быть опять движение, пока скорость не обратится в ноль и т.д.