

9 клас

1 На вулиці розташовані дві трамвайні зупинки А і В. Відстань між ними 500 м. Вкажіть на цій вулиці таку точку С, щоб людям, які живуть лівіше від неї, було вигідно йти на зупинку А, а людям, які живуть правіше від неї, – на зупинку В. Швидкість руху трамвая 10 м/с, а пішоходу – 2 м/с.

Решение. (5баллов = 1балл за рассмотрение 2-х случаев + рассуждения до формул 2 балла + правильные формулы и выкладки 2 балла)

Точка С – точка на отрезке АВ, из которой пешеход придет в точки А и В за одинаковое время в системе отсчета связанной с трамваем.

Предположим, нужный пассажиру трамвай движется в направлении от А к В. Тогда скорость движения пассажира относительно трамвая при движении первого от С к А есть $u+v$, а при движении от С к В равна $u-v$. Где $u=10\text{м/с}$ – скорость движения трамвая, $v=2\text{м/с}$ – скорость движения пассажира. Тогда условие, определяющее положение С на отрезке АВ, примет вид:

$$\frac{AC}{u+v} = \frac{BC}{u-v} \Rightarrow \frac{AC}{BC} = \frac{10}{8} = \frac{5}{4}$$

$$AC + BC = AB \Rightarrow \frac{AC}{BC} = \frac{5}{4} \Rightarrow BC = 200\text{м}$$

А расстояние $AC = AB - BC = 300\text{ м}$.

Ответ: точка С находится на отрезке АВ на расстоянии 200 м от точки А и 300 м от точки В, если необходимый пассажиру трамвай движется в направлении от А к В;

точка С находится на отрезке АВ на расстоянии 300 м от точки А и 200 м от точки В, если необходимый пассажиру трамвай движется в направлении от В к А.

2 У вертикально розташований циліндричний посуд, площа дна якого S, налита рідина з густиною ρ . Як зміниться рівень рідини в посуді, якщо опустити в нього тіло масою m довільної форми? Це тіло має внутрішні неоднорідності й порожнечі та не тоне.

Решение. (5 баллов = 1балл первоначальные оговорки о выбранной в задаче модели + 2балла за «равенство сил» + 2 балла за правильные выкладки и правильный ответ)

Будем считать, что тело меньше размеров сосуда настолько, что эффектами, связанными с соприкосновением тела со стенками сосуда и его дном можно пренебречь. С другой стороны, тело настолько большое, что можно пренебречь эффектами связанными с силами поверхностного натяжения жидкости.

Тогда на данное тело, плавающее в жидкости, действуют две силы: сила тяжести и сила Архимеда.

$$mg = \rho V g$$

$$V = Sh$$

$$h = \frac{m}{\rho S}$$

Где h – изменение уровня жидкости в сосуде.

Ответ: увеличится на $h = \frac{m}{\rho S}$.

3. У калориметрі знаходиться $m_1 = 0,5$ кг води за температурою $t_1 = +15$ °С. У воду опускають шматочок льоду $m_2 = 0,5$ кг, який має температуру $t_2 = -10$ °С. Знайти температуру суміші, масу льоду та води у посуді після встановлення теплового балансу. Питома теплоємність води $c_1 = 4,2 \cdot 10^3$ Дж/(кг К), питома теплоємність льоду $c_2 = 2,1 \cdot 10^3$ Дж/(кг К), питома теплота плавлення льоду $\lambda = 3,3 \cdot 10^5$ Дж/кг.

Решение. (5 баллов = по одному баллу за каждый из пунктов: количество тепла, которое выделяется при остывании + количество тепла поглощаемое при нагревании + сопоставление количества тепла поглощаемого при плавлении с разностью двух других количеств тепла + правильная окончательная температура + правильная масса растаявшего льда)

Количество тепла, выделяемое при остывании воды в сосуде до температуры 0 °С:

$$Q_{cool} = c_w m_1 t_1 \Rightarrow Q_{cool} = 4,2 \cdot 10^3 \cdot 0,5 \cdot 15 = 31,5 \cdot 10^3 \text{ Дж}$$

Количество тепла, поглощаемое при нагревании льда в сосуде до 0 °С:

$$Q_{heat} = c_{ice} m_2 |t_2| \Rightarrow Q_{heat} = 2,1 \cdot 10^3 \cdot 0,5 \cdot 10 = 10,5 \cdot 10^3 \text{ Дж}$$

Поскольку $Q_{cool} > Q_{heat}$, то сначала лед нагреется до 0 °С.

Количество тепла поглощаемое всем льдом в сосуде при его таянии:

$$Q_{melt} = \lambda m_2 \Rightarrow Q_{melt} = 3,3 \cdot 10^5 \cdot 0,5 = 165 \cdot 10^3 \text{ Дж}$$

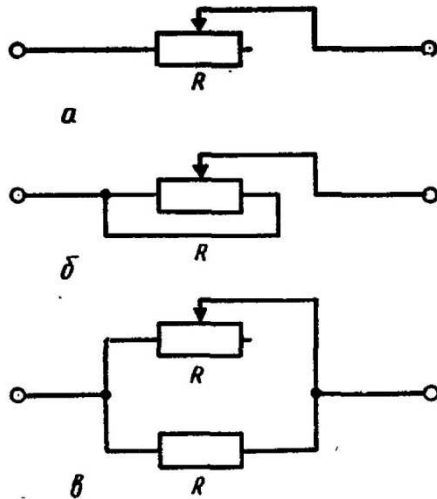
Поскольку $Q_{melt} > Q_{cool} - Q_{heat}$, то лед нагреется и вода остынет до 0 °С и часть льда расплавится при достижении теплового баланса.

Масса расплавленного льда

$$m_{melt} = \frac{Q_{cool} - Q_{heat}}{\lambda} \Rightarrow m_{melt} = \frac{31.5 - 10.5}{330} \approx 63.62p \sim 642p$$

Ответ: конечная температура смеси 0 °С, конечная масса льда в сосуде 436 гр, конечная масса воды в сосуде 564 грамма.

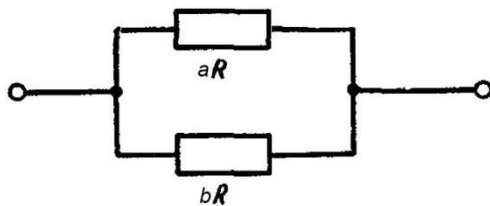
4 Знайдіть максимальний та мінімальний опір електричних ланцюгів зображених на малюнку. Опором проводів знехтувати. Максимальний опір реостату R , опір резистору у випадку b також R .



Решение. (5 баллов = пункт а – 1балл, б – 2 = 1 балл за максимальное сопротивление + 1 балл за минимальное, в – 2 = аналогично пункту б).

Случай а) минимальное сопротивление 0 Ом, максимальное R Ом.

Случай б). Данной схеме соответствует эквивалентная цепь



Где aR – сопротивление части реостата слева от ползунка, а bR – сопротивление части реостата справа от ползунка.

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{R_0} &= \frac{1}{aR} + \frac{1}{bR} \\ a + b &= 1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow R_0 = abR = a(1-a)R$$

Т.е. общее сопротивление цепи определяется значением коэффициента a . Если $a = 0$, то мы имеем случай минимального сопротивления цепи. $a(1-a)$ – парабола с

вершиной в точке $(1/2, 1/4)$, пересекает ось абсцисс в точках $(0,0)$ и $(1,0)$, ветви направлены вниз.

Минимальное сопротивление цепи 0 Ом, максимальное $0,25R$ Ом.

Случай *в*). Предположим, что «введена» какая-то часть реостата – слева от ползунка сопротивление части реостата aR . Тогда общее сопротивление цепи:

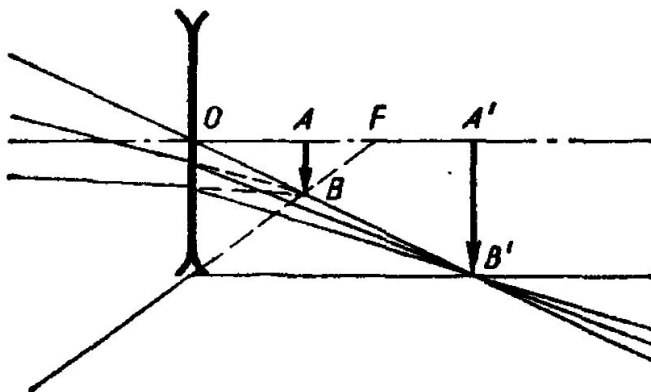
$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{R_0} &= \frac{1}{aR} + \frac{1}{R} \\ 0 < a < 1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow R_0 = \frac{a}{1+a} R$$

При $a = 0$ достигается минимальное сопротивление цепи в 0 Ом, при $a = 1$ достигается максимальное значение сопротивления цепи в $0,5R$ Ом. Поскольку функция $f(a) = a/(1+a)$ растущая, ее максимальное значение $= 1$, она лежит ниже функции $f(a) = a$.

Минимальное сопротивление 0 Ом, максимальное сопротивление $0,5R$ Ом.

5 Оптична система дає дійсне зображення предмету. Чи можливо знайти таке положення розсіючої лінзи з фокусною відстанню 1 м, в якому зображення залишиться дійсним і стане в три рази більше?

Решение. (5 баллов = правильный рисунок 2 балла + правильные выкладки 2 балла = 1 балл за подобные треугольники + 1 балл за формулу линзы + 1 балл за правильно сформулированный ответ)



AB – построенное оптической системой (без рассеивающей линзы) действительное изображение. При этом точка В образована сходящимся пучком лучей. Один из этих лучей проходит через оптический центр рассеивающей линзы, фокус которой расположен в точке F. Проведем луч из точки В на линзу так, чтобы он лежал на прямой FB, тогда изображение точки В – В` находится в месте пересечения этого луча (см. рис.) с лучом

проходящим через оптическую ось рассеивающей линзы.

По условию изображение $A'B'$ должно быть в три раза больше, т.е. $A'B' = 3AB$. Причем OA расстояние от объекта до линзы f , а OA' расстояние от линзы до изображения d . Из подобия треугольников OAB и $OA'B'$ (см. рис.)

имеем
$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{d}{f} \Rightarrow d = 3f$$

Из формулы линзы получим
$$-\frac{1}{f} + \frac{1}{d} = -\frac{1}{F} \Rightarrow \frac{1}{3f} - \frac{1}{f} = -\frac{1}{F} \Rightarrow \frac{2}{3f} = \frac{1}{F}$$

$$f = \frac{2}{3}F$$

Ответ: рассеивающую линзу надо расположить на расстоянии $2/3$ метра от полученного данной оптической системой изображения (с той стороны от изображения AB , с которой находится построившая его оптическая система).