

Задачи 8 класс

1. Велосипедист проехал первую треть пути по шоссе со скоростью 10 м/с, затем половину пути по проселочной дороге со скоростью 6 м/с и оставшуюся часть пути по тропинке со скоростью 2 м/с. Чему равна средняя путевая скорость велосипедиста?

Велосипедист проїхав першу третину шляху по шосе зі швидкістю 10 м/с, потім половину шляху по путівці зі швидкістю 6 м/с і решту шляху по стежці зі швидкістю 2 м/с. Чому дорівнює середня шляхова швидкість велосипедиста?

Решение:

Средняя путевая скорость равна: $V_{cp} = \frac{S}{t}$, где $t = t_1 + t_2 + t_3$,

$$t_1 = \frac{S}{3 \cdot V_1}; \quad t_2 = \frac{S}{2 \cdot V_2}; \quad t_3 = \frac{S}{6 \cdot V_3}.$$

Тогда

$$V_{cp} = \frac{S}{\frac{S}{3 \cdot V_1} + \frac{S}{2 \cdot V_2} + \frac{S}{6 \cdot V_3}} = \frac{1}{\frac{1}{3 \cdot V_1} + \frac{1}{2 \cdot V_2} + \frac{1}{6 \cdot V_3}} = \frac{1}{\frac{1}{3 \cdot 10} + \frac{1}{2 \cdot 6} + \frac{1}{6 \cdot 2}} = \frac{1}{\frac{1}{30} + \frac{1}{6}} = \frac{30}{6} = 5 \text{ м/с}$$

2. Рыбак плыл по течению реки и, проплывая мимо пристани, потерял спасательный круг. Через час он заметил потерю и, вернувшись назад, нашел круг на 6 км ниже от пристани. Чему равна скорость течения реки?

Рибак плив за течією річки і, пропливаючи повз пристань, втратив рятувальний круг. Через годину він помітив втрату і, повернувшись назад, знайшов круг на 6 км нижче від пристані. Чому дорівнює швидкість течії річки?

Решение:

В системе отсчета «Вода» спасательный круг неподвижен, т.к. его несет со скоростью течения реки относительно Земли. Значит, насколько лодка удаляется от круга, настолько же она к нему и приближается. Поэтому время движения лодки до встречи с кругом равно

$$t_{\text{движ}} = 2t = 2 \text{ часа} .$$

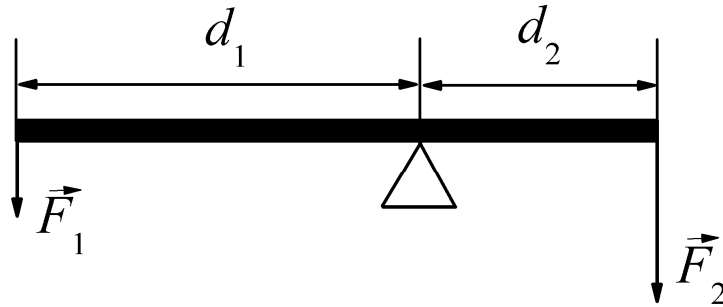
Для того чтобы определить скорость течения, перейдем в систему отсчета «Земля». В ней круг перемещается от пристани на 6 км за 2 часа. Отсюда найдем скорость течения как скорость круга относительно Земли:

$$V_{\text{теч}} = \frac{S}{2 \cdot t} = \frac{6}{2} = 3 \text{ км / час} .$$

3. К концам рычага длиной 1 м подвешены грузы массой 50 и 150 г. Где надо поместить опору, чтобы рычаг находился в состоянии равновесия?

До кінців важеля довжиною 1 м підвішені вантажі масою 50 та 150 г. Де треба розмістити опору, щоб важіль перебував у стані рівноваги?

Решение:



На рычаг, который находится в состоянии равновесия, действуют силы \vec{F}_1 , \vec{F}_2 , модули которых связаны с плечами этих сил:

$$\begin{aligned} F_1 \cdot d_1 &= F_2 \cdot d_2, \\ \frac{F_2}{F_1} &= \frac{d_1}{d_2}. \end{aligned} \quad (1)$$

Сила, с которой груз действует на тело, является весом тела. Тогда

$$\begin{aligned} F_1 &= P_1 = m_1 \cdot g, \\ F_2 &= P_2 = m_2 \cdot g. \end{aligned} \quad (2)$$

Подставим выражения для сил \vec{F}_1 , \vec{F}_2 (2) в (1):

$$\begin{aligned} \frac{m_2 \cdot g}{m_1 \cdot g} &= \frac{d_1}{d_2}, \\ \frac{m_2}{m_1} &= \frac{d_1}{d_2}. \end{aligned} \quad (3)$$

Длина рычага равна сумме длин его плеч:

$$d = d_1 + d_2. \quad (4)$$

Выразим значение d_1 из (3) и подставим его в (4):

$$d_1 = \frac{m_2 \cdot d_2}{m_1}, \quad d = \frac{m_2 \cdot d_2}{m_1} + d_2 = d_2 \cdot \left(\frac{m_2}{m_1} + 1 \right).$$

Отсюда найдем значение d_2 :

$$d_2 = \frac{d}{\frac{m_2}{m_1} + 1} = \frac{1}{\frac{0,15}{0,05} + 1} = 0,25.$$

Точку опоры рычага нужно расположить на расстоянии 25 см от более тяжелого груза.

4. Во сколько раз отличаются массы сплошного кубика с длиной ребра $a = 8$ см и полого кубика таких же размеров, изготовленного из того же материала, с толщиной стенок $d = 2$ см?

У скільки разів відрізняються маси суцільного кубика з довжиною ребра $a = 8$ см та порожнистого кубика таких самих розмірів, який виготовлено з того самого матеріалу, з товщиною стінок $d = 2$ см?

Решение:

Массы тел, изготовленных из одного материала, отличаются во столько же раз, как и их объемы:

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{V_1}{V_2}.$$

Объем сплошного кубика $V_1 = a^3$, объем полого кубика меньше на величину «вырезанного» из него меньшего кубика с длиной ребра $a - 2d$:

$$V_2 = a^3 - (a - 2d)^3.$$

Поэтому

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{a^3}{a^3 - (a - 2 \cdot d)^3} = \frac{8^3}{8^3 - (8 - 2 \cdot 2)^3} = 1,14.$$

5. Человек идет по движущемуся эскалатору. В первый раз он насчитал $n_1 = 50$ ступенек, второй раз, двигаясь в том же направлении со скоростью относительно эскалатора втрое большей, он насчитал $n_2 = 75$ ступенек. Сколько ступенек n он насчитал бы на неподвижном эскалаторе?

Людина йде по рухомому ескалатору. У перший раз він нарахував $n_1 = 50$ сходинок, другого разу, рухаючись в тому ж напрямку зі швидкістю щодо ескалатора втричі більшою, він нарахував $n_2 = 75$ сходинок. Скільки сходинок n він нарахував би на нерухомому ескалаторі?

Решение:

Пусть длина одной ступеньки равна l_c . Для первого случая путь, пройденный человеком по эскалатору, и перемещение эскалатора за время движения человека t_1 равны, соответственно:

$$\left. \begin{array}{l} V_1 \cdot t_1 = l_c \cdot n_1 \\ V_y \cdot t_1 = l_c \cdot (n - n_1) \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{V_1}{V_y} = \frac{n_1}{n - n_1}.$$

Во втором случае $V_2 = 3 \cdot V_1$, тогда

$$\left. \begin{array}{l} 3 \cdot V_1 \cdot t_2 = l_c \cdot n_2 \\ V_y \cdot t_2 = l_c \cdot (n - n_2) \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{V_1}{V_y} = \frac{n_2}{3 \cdot (n - n_2)}.$$

Приравняем два приведенных выше выражения:

$$\frac{V_1}{V_y} = \frac{n_1}{n - n_1} = \frac{n_2}{3 \cdot (n - n_2)},$$

$$3 \cdot n \cdot n_1 - 3 \cdot n_1 \cdot n_2 = n \cdot n_2 - n_1 \cdot n_2,$$

откуда число ступенек на неподвижном эскалаторе равно:

$$n = \frac{2 \cdot n_1 \cdot n_2}{3 \cdot n_1 - n_2} = \frac{2 \cdot 50 \cdot 75}{3 \cdot 50 - 75} = 100.$$