

Харьковский физико-математический лицей №27

С.А.Лифиц

АЛГЕБРА-10

**Материалы к урокам по теме:
“Тригонометрические уравнения”**

Харьков, 2015 г.

Поурочное планирование (18 часов)

Урок 1. Простейшие тригонометрические уравнения и уравнения, непосредственно сводящиеся к простейшим.

Урок 2. Тригонометрические уравнения, сводящиеся к алгебраическим уравнениям с одним неизвестным при помощи замены переменных.

Урок 3. Однородные тригонометрические уравнения.

Урок 4. Решение тригонометрических уравнений вида $a \cos \alpha x + b \sin \alpha x = c$ методом вспомогательного угла. Решение тригонометрических уравнений методом разложения на множители.

Урок 5. Решение тригонометрических уравнений методом разложения на множители.

Урок 6. *Самостоятельная работа* по теме: “Решение тригонометрических уравнений – I”.

Урок 7. Решение тригонометрических уравнений с помощью преобразования суммы тригонометрических функций в произведение.

Урок 8. Формулы понижения степени при решении тригонометрических уравнений. Решение тригонометрических уравнений с помощью преобразования произведения тригонометрических функций в сумму.

Урок 9. Формулы тройного аргумента при решении тригонометрических уравнений. Универсальная тригонометрическая подстановка. Решение уравнений домножением на некоторую тригонометрическую функцию.

Урок 10. Использование ограниченности тригонометрических функций при решении тригонометрических уравнений.

Урок 11. Функциональные методы решения тригонометрических и комбинированных уравнений.

Урок 12. Тригонометрические уравнения с двумя переменными.

Урок 13. *Самостоятельная работа* по теме: “Решение тригонометрических уравнений – II”.

Урок 14. Тригонометрические уравнения с параметром.

Урок 15. Решение тригонометрических уравнений с параметром.

Урок 16. Обобщающий урок по теме.

Урок 17. **Контрольная работа.**

Урок 18. Анализ контрольной работы.

Урок 1. Простейшие тригонометрические уравнения

Домашнее задание

Решите уравнения:

1) $2 \sin \left(\frac{\pi}{4} - x \right) + \sqrt{3} = 0;$

2) $\operatorname{tg} (3 - 2x) = 2;$

3) $\cos \frac{2\pi}{\sqrt{x}} = \frac{\sqrt{2}}{2};$

4) $\sin \frac{3\pi}{x^2} = -\frac{1}{2};$

5) $\sin (\sin (\sin x)) = \frac{1}{2};$

6) $\cos \frac{\pi (x^2 + 1)}{x^2 + 11} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$

Урок 2. Метод замены переменной

Домашнее задание

Решите уравнения:

1) $4 \sin^2 x + \cos x - 3,5 = 0;$

2) $2 \operatorname{tg}^4 3x - 3 \operatorname{tg}^2 3x + 1 = 0;$

3) $\cos (10x + 12) + 4\sqrt{2} \sin (5x + 6) = 4;$

4) $\frac{3}{\sin^2 x} - 2\sqrt{3} \operatorname{ctg} x - 6 = 0;$

5) $\operatorname{tg}^3 x + \operatorname{tg}^2 x + \operatorname{ctg}^3 x + \operatorname{ctg}^2 x = 4;$

6) $4 (\cos x - \sin x) = 4 - \sin 2x;$

7) $18 \cos^2 x + 5 (3 \cos x + \cos^{-1} x) + 2 \cos^{-2} x + 5 = 0.$

Урок 3. Однородные тригонометрические уравнения

Домашнее задание

Решите уравнения:

1) $\sqrt{3} \sin \left(x + \frac{\pi}{4} \right) - \sin \left(\frac{\pi}{4} - x \right) = 0;$

2) $\sin^2 \frac{x}{2} - 3 \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2} + 2 \cos^2 \frac{x}{2} = 0;$

3) $3 \sin^2 \frac{x}{2} \cos \left(\frac{3}{2} \pi + \frac{x}{2} \right) + 3 \sin^2 \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2} - \sin \frac{x}{2} \cos^2 \frac{x}{2} = \sin^2 \left(\frac{\pi}{2} + \frac{x}{2} \right) \cos \frac{x}{2};$

4) $\cos^2 5x + 7 \sin^2 5x = 4 \sin 10x;$

5) $(\cos^4 x - \sin^4 x)^2 = \sin^2 2x;$

6) $22 \cos^2 x + 4 \sin 2x = 7;$

7) $\sin^3 2x + \cos^3 2x - \sin 2x = 0;$

8) $4 \sin x - 6 \cos x = 1.$

Урок 4. Метод вспомогательного угла. Метод разложения на множители

Домашнее задание

Решите уравнения:

1) $\sqrt{2} \sin 2x - \sqrt{2} \cos 2x - \sqrt{3} = 0;$

2) $5 \sin x - 12 \cos x = 13;$

3) $\sin x - \sqrt{5} \cos x = \sqrt{5};$

4) $\sin^3 4x + \cos^3 4x = 1 - 0,5 \sin 8x;$

5) $\cos 2x + \sin 2x = \sqrt{2} (\cos^4 2x - \sin^4 2x);$

6) $4 \sin x + 2 \cos x = 2 + 3 \operatorname{tg} x.$

Урок 5. Решение тригонометрических уравнений методом разложения на множители

Домашнее задание

Решите уравнения:

- 1) $\sin x + \sin^2 x + \cos^3 x = 0$;
- 2) $1 + \sin x + \cos x + \sin 2x + \cos 2x = 0$;
- 3) $\sin 2x + 2 \sin 4x - \operatorname{tg} 6x \cos 2x = 0$;
- 4) $\sin^4 x + 4 \sin x - 1 = 0$;
- 5) $\sin^2 x + 1 - \cos x - \sin x + 0,5 \sin 2x + \operatorname{ctg} x = 0$;
- 6) $16 \sin x - \sin 2x = 1 - \cos 2x$;
- 7) $\sin 2x + \sin x + 2 \cos x = \cos 2x$;
- 8) $(\cos x - \sin x)^2 - 0,5 \sin 4x = \sin^4 x - \cos^4 x$;
- 9) $\sin 2x - 1 - \cos 2x + 4(\sin x - \cos x + \operatorname{tg} x - 1) = 0$.

Урок 7. Решение тригонометрических уравнений с помощью преобразования суммы в произведение

Домашнее задание

Решите уравнения:

- 1) $\sin(3x + 5) - \sin(x + 1) = 2 \sin(x + 2)$;
- 2) $\sin(x - 6\pi) + \cos\left(\frac{9\pi}{2} - 5x\right) = 0$;
- 3) $\sqrt{3} \sin 2x + \cos 5x = \cos 9x$;
- 4) $\cos\left(3x + \frac{\pi}{3}\right) - \cos 3x = \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) - \cos x$;
- 5) $\sin 4x + \cos 10x = 0$;
- 6) $\sin 7x - \sqrt{2} \cos 5x + \sqrt{3} \cos 7x - \sqrt{2} \sin 5x = 0$;
- 7) $3\sqrt{3} + 2 \sin x = 6 \sin 2x + 2\sqrt{3} \cos x$.

Урок 8. Решение тригонометрических уравнений с помощью преобразования произведения в сумму

Домашнее задание

Решите уравнения:

- 1) $2 \cos^2 2x + \cos 10x - 1 = 0;$
- 2) $\cos^2 \frac{x}{5} + \cos^2 \frac{2x}{5} = \cos^2 \frac{3x}{5};$
- 3) $\sin^4 x + \cos^4 \left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{4};$
- 4) $\sin \left(4x + \frac{\pi}{4}\right) \sin 6x = \sin \left(10x - \frac{\pi}{4}\right);$
- 5) $\sin (x + 1) \cos 2(x + 1) = \sin 3(x + 1) \cos 4(x + 1);$
- 6) $4 \cos x \cos 2x \cos 3x = \cos 6x;$
- 7) $12 \cos^2 (3x - \pi) + 4 \cos (\pi - 3x) \sin \left(\frac{3\pi}{2} - 9x\right) = 9.$

Урок 9. Решение уравнений с помощью формулы тройного аргумента и универсальной тригонометрической подстановки

Домашнее задание

Решите уравнения:

- 1) $\cos 4x = \cos^2 3x;$
- 2) $4 \sin^3 x \cos 3x + 4 \cos^3 x \sin 3x = 3 \sin 2x;$
- 3) $15 \operatorname{ctg} x + 130 \sin 2x = \frac{53}{5} \operatorname{tg} x;$
- 4) $\operatorname{tg} 2x + \sin 2x = \frac{16}{15} \operatorname{ctg} x;$
- 5) $\operatorname{ctg} \left(\frac{\pi}{4} - x\right) - 5 \operatorname{tg} 2x - 7 = 0;$
- 6) $\cos x \cos 2x \cos 4x \cos 8x = \frac{1}{8} \cos 15x;$
- 7) $\cos^2 x + \cos^2 2x + \cos^2 3x + \cos^2 4x = 1 \frac{3}{4}.$

Урок 10. Использование ограниченности тригонометрических функций

Домашнее задание

Решите уравнения:

- 1) $3 \sin^2 \frac{x}{3} + 5 \sin^2 x = 8;$
- 2) $\cos^6 2x = 1 + \sin^4 x;$
- 3) $\sin^{2002} x + \cos^{2002} x = 1;$
- 4) $\sin^5 x + \cos^5 x = 2 - \sin^4 x;$
- 5) $\cos 2x (1 - 0,75 \sin^2 2x) = 1;$
- 6) $\sin x + \cos x = \sqrt{2} + \sin^4 4x.$

Урок 11. Функциональные методы решения уравнений

Домашнее задание

Решите уравнения:

- 1) $\sin x = x^2 + x + 1;$
- 2) $2 \cos \pi x = 2x - 1;$
- 3) $\log_{\pi} x = 1 + \sin x \log_{\pi} 2;$
- 4) $3^{\left|x - \frac{1}{4}\right| + 2} = 5 + 4 \sin 2\pi x;$
- 5) $2 \sin \left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x;$
- 6) $\sin \frac{\pi}{x^2 + 6x + 13} = \frac{\log_3 |x| + \log_{|x|} 3}{2\sqrt{2}}.$

Урок 14. Тригонометрические уравнения с параметром

Домашнее задание

Решите уравнения при всех значениях параметра a :

- 1) $2 \sin x = a^2 - 2a;$
- 2) $\sin 2x + 3 \cos 2x = a;$
- 3) $\sin^6 x + \cos^6 x = a;$

$$4) \operatorname{tg} a \cdot \sin x = \sin a \cdot \sin \frac{x}{2};$$

$$5) \sin(x + a) + \cos(x + a) = \sin(x - a) + \cos(x - a);$$

$$6) 4 \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) \cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = a^2 + \sqrt{3} \sin 2x - \cos 2x.$$

Урок 15. Решение тригонометрических уравнений с параметрами

Домашнее задание

1) Решите уравнения при всех значениях параметра a :

$$(1) a \sin^2 x + \cos x = 0;$$

$$(2) (8a^2 + 1) \sin^3 x - 4(4a^2 + 1) \sin x + 2a \cos^3 x = 0;$$

$$(3) \cos 3x = a \cos x;$$

$$(4) \sin 2x - 2\sqrt{2}a(\sin x - \cos x) + 1 - 4a = 0.$$

2) Решите уравнение

$$a \cos^2 \frac{x}{2} - (a + 2b) \sin^2 \frac{x}{2} = a \cos x - b \sin x$$

при всех значениях параметров a и b .