1. Машинист пассажирского поезда, двигавшегося со скоростью v_1= 108 км/ч, заметил на расстоянии l_0 = 180 м впереди движущийся в ту же сторону со скоростью v_2 = 32,4км/ч товарный поезд. Машинист сразу включил тормоз, благодаря чему пассажирский поезд начал двигаться с ускорением a = -1,2 м/с^2. Достаточно ли этого для того, чтобы поезда не столкнулись?

Решение (формулы(кинематики) – 2, правильный ответ – 3) :
За начало отсчета выберем точку, в которой началось торможение пассажирского поезда, а за направление оси координат примем направление скоростей поездов. Момент начала торможения выбираем за начало отсчета времени. В такой системе отсчета координаты поездов в момент времени t выражаются так:

$x_{пас} = v_1 t + a t^2/2$

$x_{тов} = l_0 + v_2 t$

где v_1 = 108 км/ч = 30 м/с, v_2 = 32,4 км/ч = 9 м/с

Из условия $x_{пас} = x_{тов}$ находим:

$$180 + 9 t = 30 t – 1.2 t^2/2;$$
$$t2 – 35 t +300 = 0;$$
$$t1 = 15;$$
$$t2 = 30$$

пассажирский поезд догонит товарный через 15 секунд после начала торможения, Т.е. такого ускорения не достаточно для предотвращения столкновения. В момент столкновения координата поездов равна x = 180 + 9 * 15 = 315 м.

2. Проволочный предохранитель перегорает, если напряжение на нём равно 10 В. При каком напряжении будет перегорать предохранитель, если его длину увеличить вдвое?

Решение(формулы(з-н Ома, сопротивления) – 2, рассуждения и выкладки – 2, правильный ответ – 1):

$\mathrm{I} = \frac{U_1}{R_1}$,

Предохранитель увеличенной длины перегорит при той же величине тока, т.е. $\frac{U_1}{R_1} = \frac{U_2}{R_2}$,

а т. к. $R_2 = 2\,R_1$, то $U_2 = 2\,U_1$ = 20 (В)

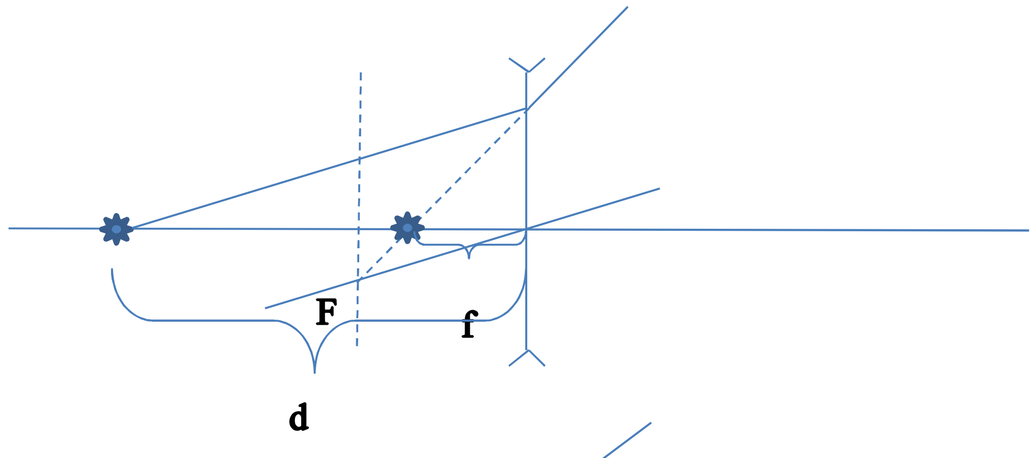
3. Пустая стеклянная бутылка плавает в воде, погрузившись на 2/3 своего объема. Найти отношение объема воздуха в бутылке к объему стекла. Плотность стекла в 2,5 раза больше плотности воды.

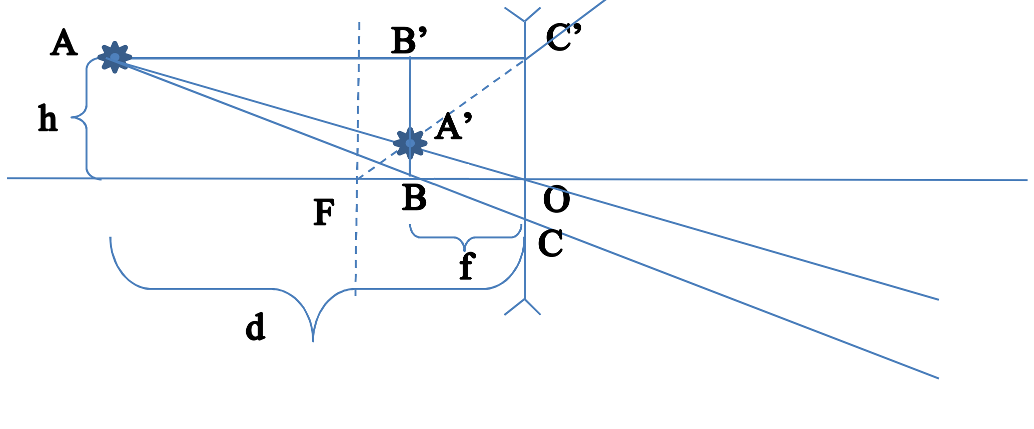
Решение (выкладки (условие плавания, сила Архимеда) – 2, ответ – 3):
Пусть $\rho_с$ и $\rho_в$ – плотности стекла и воды, $V_с$ и V – объемы стекла и воздуха в бутылке. Условие плавания $\rho_с V_с = - \rho_в (V_с + V)g$

Отсюда $\frac{V}{V_с} = \frac{3\rho_с}{2\rho_в} - 1 = \frac{11}{4}$.

4. Светящаяся точка находится на главной оптической оси на расстоянии d = 40 см от рассеивающей линзы с фокусным расстоянием F = 10 см. Точку сместили на расстояние h = 5 см в плоскости, перпендикулярной главной оптической оси. На сколько и куда надо сместить линзу, чтобы изображение светящейся точки вернулось в старое положение?

Решение(рисунок – 1, формулы (линзы) – 1, рассуждения – 1, правильный ответ – 2):
Первоначально изображение светящейся точки находилось на расстоянии f. По формуле линзы $\frac{1}{d} - \frac{1}{f} = \frac{1}{F}$, где d = 40 см, F = 10 см. Отсюда f = 8см. Когда точку сместили на h = 5 см, изображение переместится на A'B. Чтобы вернуть его в старое положение, необходимо сместить линзу OC в направлении противоположном смещению светящейся точки. Из подобия треугольников ACC' и ABB' имеем: $\frac{AB'}{AC'} = \frac{B'B}{C'C}$. Отсюда C'C = AC' * B'B / AB' = 40 * 5 / 32 = 6.25 см = > OC = CC' – OC' = 6.25 – 5 = 1.25 см.



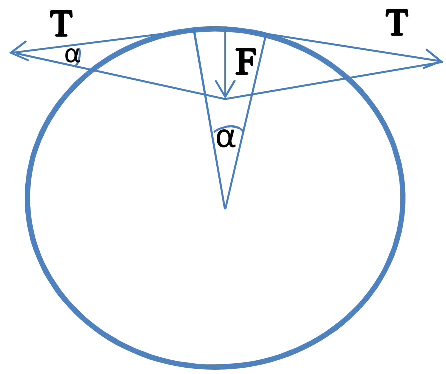


5. Коэффициент жесткости резинового жгута, длина которого l и масса m**,** равен k. Кольцо, изготовленное из этого жгута, вращается с угловой скоростью ω в горизонтальной плоскости вокруг вертикальной оси, проходящей через центр кольца. Определить радиус вращающегося кольца.

Решение (выкладки(з-н Гука, центростремит. ускорение, векторное сложение сил) – 3, правильный ответ – 2):

Обозначим через L длину вращающегося кольца ($L= 2\pi R$). Рассмотрим небольшой участок кольца длиной ΔL и массой

$\Delta m = \frac{m}{L}\Delta L$.



На выделенный участок с двух сторон действуют силы T направленные по касательным к кольцу и одинаковые по модулю. Их равнодействующая F направлена по радиусу к центру кольца и сообщает рассматриваемому участку центростремительное ускорение $a = \omega^2 R$.

Из рисунка $F = 2T \sin(\alpha/2)$.

Запишем уравнение движения выделенного участка:

$F = \omega^2 R\, \Delta m$,

или

$2T \sin(\alpha/2) = \omega^2 R \frac{m}{L} \Delta L$.   (1)

По закону Гука $T = k\,(L – l)$. Поскольку при малых углах

$\sin(\alpha/2) \approx \alpha/2 = \Delta L/2R$

то из равенства (1) получаем:

$2k(2\pi R – l)\, \Delta L/2R = \omega^2 m\, \Delta L/2\pi$

Отсюда $R = 2\pi kl / (4\pi^2 k - \omega^2 m)$