

Решения задач
III этапа Всеукраинской ученической олимпиады по физике
2014/2015 учебного года
Харьковская область
9 класс
(каждая задача – 5 баллов)

1. Норма, Магда и Элеонора зашли к Аде на чашечку чая, где и расположились в равновесии на системе блоков, как показано на рисунке 1. Чему равны массы гостей m_1 , m_2 и m_3 , если масса хозяйки, висающей справа, равна M , массы всех нижних блоков одинаковы и равны m_D , всех верхних m_U ? Массой троса и трением в блоках можно пренебречь.

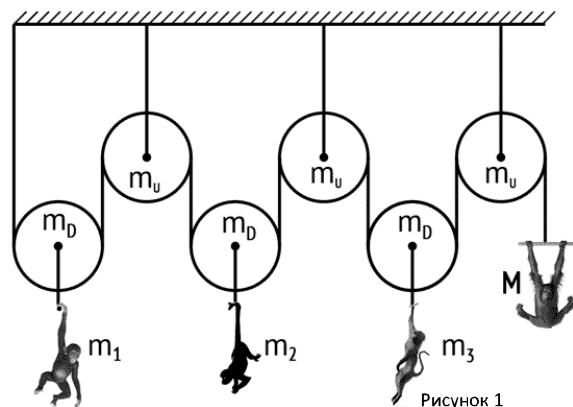


Рисунок 1

Решение

Если массой троса можно пренебречь, то сила натяжения его одинакова по всей длине и равна

$$T = Mg.$$

Тогда сравнивая силы, действующие на любой из нижних блоков, получим

$$2T = (m_i + m_D)g,$$

откуда

$$m_1 = m_2 = m_3 = 2M - m_D.$$

Массы верхних блоков, очевидно, роли не играют.

2. У юного дарования по имени Нам выдался удачный день: ему удалось выпросить у своего дедушки, по совместительству учителем Электричества в Школе, старые, но ценные волшебные приборы – Идеальный Амперметр (ИА) и Идеальный Вольтметр (ИВ). Схему, изображённую на рисунке 2, он подключил к источнику постоянного напряжения 12 В и обнаружил, что если к клеммам А и В подключить ИА, то тот покажет, что от А к В течёт ток 1 А; если же к этим же клеммам подключить ИВ, то он покажет напряжение 4 В. Чему равны используемые в схеме сопротивления R_1 и R_2 ?

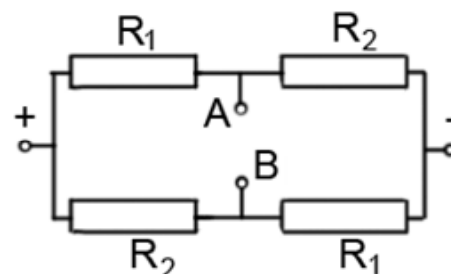


Рисунок 2

Решение

Подключённый ИА показывает разность токов, текущих в цепи на рисунке через оба верхних или оба нижних сопротивления при условии, когда клеммы А и В закорочены (Раз ток течёт от А к В, то $R_1 < R_2$, и значит $I_1 > I_2$):

$$I_A = I_1 - I_2 = U/2R_1 - U/2R_2.$$

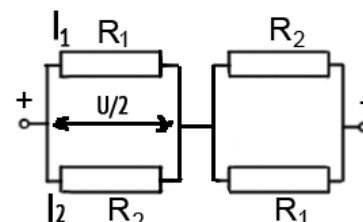
Подключённый ИВ показывает разность потенциалов между клеммами А и В в исходной цепи:

$$U_{IV} = UR_2/(R_1 + R_2) - UR_1/(R_1 + R_2).$$

Решая систему, получим

$$R_1 = \frac{r}{x+1}, \quad R_2 = \frac{r}{x-1}, \quad r = \frac{U}{I_A}, \quad x = \frac{U}{U_{IV}}.$$

В числах $r=12$ Ом, $x=3$, так что $R_1=3$ Ом, $R_2=6$ Ом.



3. Как-то раз Нам нашёл в сундуке у (другого) дедушки звезду правильной формы, составленную из одинаковых металлических стерженьков (см. рисунок 3), и решил, что она как раз подходит для очередной серии экспериментов с электрическим током. Как относится сопротивление звезды, подключённой к сети противоположными вершинами А и С, и подключённой соседними вершинами А и В, к сопротивлению одного ребра AN? Влетит ли экспериментатору в этот день от дедушки, если из предыдущих экспериментов ему известно, что для выбивания пробок как раз хватает подключения в сеть стерженька из того же материала, но в два раза толще и в пять раз длиннее, чем стержень AN?

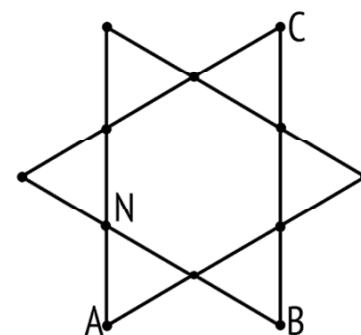


Рисунок 3

Решение

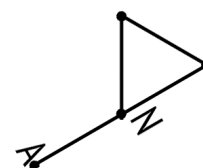
Между противоположными вершинами: разъединяя точки с одинаковым потенциалом, получаем, что вся цепь состоит из двух половин, подключённых параллельно, и каждая состоит из двух таких одинаковых кусков, подключённых последовательно

$$R_{AC} = r(1 + 2/3) = 5/3 r.$$

Между соседними вершинами: так же соединяя точки с равным потенциалом, получаем цепь с последовательными и параллельными сопротивлениями. Её сопротивление

$$R_{AB} = 11/9 r.$$

Сопротивление выбивающего пробки стержня $5/4 r$, что меньше R_{AC} , но больше R_{AB} , следовательно при втором подключении пробки выбьет и будет нехорошо.



4. Небольшой неопознанный летающий предмет влетел в одну из двух одинаковых ледяных чаш рычажных весов, вследствие чего часть её расплавилась и стекла. Оцените, какая должна была быть скорость предмета, чтобы после происшествия оказалось, что положение равновесия весов не изменилось, если все температуры равны, а удельная теплота плавления льда $3.3 \cdot 10^5$ Дж/кг? Вычислите эту скорость в минимальных предположениях, если начальные температуры, массы и теплоёмкости чаши и предмета, температура и удельная теплота плавления известны. Какие ещё эффекты не были учтены, но могут существенно влиять на точность оценки?

Решение

- 1) Равновесие означает, что масса расплавившегося льда равна массе предмета.
- 2) При самом грубом и простом предположении, что вся кинетическая энергия предмета ушла на плавление, получаем $v = \sqrt{2\lambda}$ или в числах около 800 м/с.
- 3) Приведённых величин достаточно, чтобы решить задачу на тепловой баланс: кинетическая плюс тепловая энергия предмета идёт на нагрев всей чаши, расплав ее части а какая-то неизвестная часть Q теряется в окружающую среду:

$$\frac{mv^2}{2} + mc_1(T_1 - T_0) = Mc_2(T_0 - T_2) + m\lambda + Q,$$

откуда несложно выразить начальную скорость (если положить $Q=0$).

- 4) На самом деле энергия предмета может в значительной мере пойти на разрушение части чаши, также чаша может нагреваться сильно неравномерно. Оба эффекта сложно учесть. Также можно допустить, что плотность окружающей среды сравнима с другими характерными плотностями, тогда равновесие весов нужно считать с учётом силы Архимеда, и масса расплавившейся части будет отличаться от массы предмета.

5. Каждое утро перед завтраком Уль совершает прогулку – по вертикали к поверхности моря и обратно на дно, где расположено его жилище. Один раз, будучи зверски голодным, он поменял порядок этих мероприятий. Насколько более интенсивно ему теперь придётся работать хвостом*, чтобы вложиться в то же время прогулки, если после завтрака его объём и площадь сечения увеличились в x раз, а отличие его плотности от плотности моря, не меняясь по модулю, изменило знак? Известно, что сила сопротивления движению пропорциональна площади сечения Уля и квадрату его скорости, а по пути вверх и вниз Уль прилагает одинаковые усилия. Глубина достаточно большая, так что периодами ускорения и замедления можно пренебречь.

* Мерой интенсивности в данном случае выступает полезная мощность хвоста.

Решение

Будем считать, что вверх и вниз Уль движется равномерно. Тогда условия равновесия сил:

Наверх: $F = kSv_1^2 - (\rho - \rho_0)gV$, вниз $F = kSv_2^2 + (\rho - \rho_0)gV$

где F это сила тяги (одинаковая вверх и вниз по условию), kSv_i^2 это сила сопротивления, а $(\rho - \rho_0)gV$ это сила тяжести минус сила Архимеда. Извлекая скорости, получим и время:

$$t = H\sqrt{k} \left[\frac{1}{\sqrt{F/S + (\rho - \rho_0)gV/S}} + \frac{1}{\sqrt{F/S - (\rho - \rho_0)gV/S}} \right].$$

Считая время после завтрака, получим то же выражение с изменёнными величинами, причем вторые слагаемые под корнями те же, а вследствие замены знака разности плотностей два слагаемых в скобках просто меняются местами. Чтобы эти два выражения совпадали, необходимо, чтобы совпадали также и F/S до и после завтрака, то есть сила пропорциональна площади сечения, а значит увеличивается тоже в x раз.