

1. Мінімальна відстань від астероїда до Сонця дорівнює $0,5$ а.о., а максимальна – $1,5$ а.о. Запишіть рівняння траєкторії астероїда в інерціальній системі відліку, пов'язаній із Сонцем. Зобразіть схематично траєкторію. Розрахуйте кути її перетину з траєкторією Землі. Зобразіть схематично траєкторію астероїда у системі відліку, що обертається навколо Сонця разом із Землею. Обґрунтуйте вигляд траєкторії. Визначте напрям дотичної до цієї траєкторії на відстані 1 а.о. від Сонця. Вважайте орбіту Землі колом радіусом 1 а.о. Астероїд і Земля обертаються навколо Сонця в одній площині та в один бік, вважайте Землю за матеріальну точку.
2. Тонка плоско-опукла лінза радіусом r і товщиною $h=2,5$ мм виготовлена з матеріалу, показник заломлення якого n . У повітрі на плоску поверхню лінзи перпендикулярно до неї падає паралельний пучок монохроматичного світла (рис.1). Якщо опукла частина лінзи утворена сферичною поверхнею, паралельний пучок після проходження лінзи в одній точці не збирається, а освітлює деякий об'єм біля фокусу. Визначте найменшу довжину відрізка головної оптичної осі, що виявиться освітленим.
3. Необмежена ідеально провідна заряджена площина з поверхневою густиною заряду $-\sigma$ та поверхневою густиною маси ρ починає поступально рухатися зі швидкістю v_0 перпендикулярно до своєї поверхні. В початковий момент часу вона знаходиться в лівому кінці вакуумного міжелектродного проміжку довжиною L , обмеженого двома ідеально провідними заземленими нескінченими площинами. За якої умови заряджена площина долетить до правого кінця проміжку?
4. Протон рухається по гвинтовій траєкторії навколо напрямку магнітного поля Землі у радіаційному поясі ван Аллена, де мінімальна індукція магнітного поля в середній частині поясу складає $B_1 = 6,5$ мкТл. За якого співвідношення між поздовжньою (вздовж напрямку геомагнітного поля) та поперечною швидкістю протона в середній частині поясу буде можливим його відбиття від області більш сильного магнітного поля поблизу магнітного полюсу, де максимальне значення поля складає $B_2 = 65$ мкТл. *Вказівка:* Індукція магнітного поля вздовж його напрямку змінюється дуже повільно.
5. Якщо маленька кулька падає в повітрі з великої висоти, вона розганяється до максимальної швидкості $u=10$ м/с. Цю кульку кинули з рівня землі з початковою швидкістю $v_0=20$ м/с під кутом $\alpha=30^\circ$ до горизонту. Кулька впала на землю через $t=1,6$ с. Визначте: 1) швидкість v_1 кульки у верхній точці; 2) модуль швидкості v кульки перед падінням; 3) відстань L від початкової точки до точки падіння. Чи може висота H верхньої точки траєкторії дорівнювати $1,5$ м? Уважайте, що сила опору повітря прямо пропорційна швидкості; $g=10$ м/с².

Задачі запропонували О.Ю.Орлянський (1,2), І.О.Анісімов (3), О.І.Кельник (4), І.М.Гельфгат (5)

1. Минимальное расстояние от астероида до Солнца равно $0,5$ а.е., а максимальное – $1,5$ а.е. Запишите уравнение траектории астероида в инерциальной системе отсчета, связанной с Солнцем. Изобразите схематично траекторию. Рассчитайте углы её пересечения с траекторией Земли. Изобразите схематично траекторию астероида в системе отсчета, вращающейся вокруг Солнца вместе с Землей. Обоснуйте вид траектории. Определите направление касательной к этой траектории на расстоянии 1 а.е. от Солнца. Считайте орбиту Земли окружностью радиусом 1 а.е. Астероид и Земля обращаются вокруг Солнца в одной плоскости и в одну сторону, считайте Землю материальной точкой.
2. Тонкая плоско-выпуклая линза радиусом r и толщиной $h=2,5$ мм изготовлена из материала с показателем преломления n . В воздухе на плоскую поверхность линзы перпендикулярно к ней падает параллельный пучок монохроматического света (рис.1). Если выпуклая часть линзы образована сферической поверхностью, параллельный пучок после прохождения линзы в одной точке не собирается, а освещает некоторый объем у фокуса. Определите наименьшую длину отрезка главной оптической оси, который окажется освещенным.
3. Неограниченная идеально проводящая заряженная плоскость с поверхностной плотностью заряда $-\sigma$ и поверхностной плотностью массы ρ начинает поступательно двигаться со скоростью v_0 перпендикулярно к своей поверхности. В начальный момент времени она находится в левом конце вакуумного межэлектродного промежутка длиной L , ограниченного двумя идеально проводящими заземленными бесконечными плоскостями. При каком условии заряженная плоскость долетит до правого конца промежутка?
4. Протон движется по винтовой траектории вокруг направления магнитного поля Земли в радиационном поясе ван Аллена, где минимальная индукция магнитного поля в средней части пояса составляет $B_1 = 6,5$ мкТл. При каком соотношении между продольной (вдоль направления геомагнитного поля) и поперечной скоростью протона в средней части пояса будет возможно его отражение от области более сильного магнитного поля вблизи магнитного полюса, где максимальное значение поля составляет $B_2 = 65$ мкТл. *Указание:* Индукция магнитного поля вдоль его направления изменяется очень медленно.
5. Если маленький шарик падает в воздухе с большой высоты, он разгоняется до максимальной скорости $u=10$ м/с. Этот шарик бросили с уровня земли с начальной скоростью $v_0=20$ м/с под углом $\alpha=30^\circ$ к горизонту. Шарик упал на землю через $t=1,6$ с. Определите: 1) скорость v_1 шарика в верхней точке; 2) модуль скорости v шарика к моменту падения; 3) расстояние L от точки броска до точки падения. Может ли высота H верхней точки траектории равняться $1,5$ м? Считайте, что сила сопротивления воздуха прямо пропорциональна скорости; $g=10$ м/с².

Задачи предложили О.Ю.Орлянский (1,2), И.А.Анисимов (3), А.И.Кельник (4), И.М.Гельфгат (5)

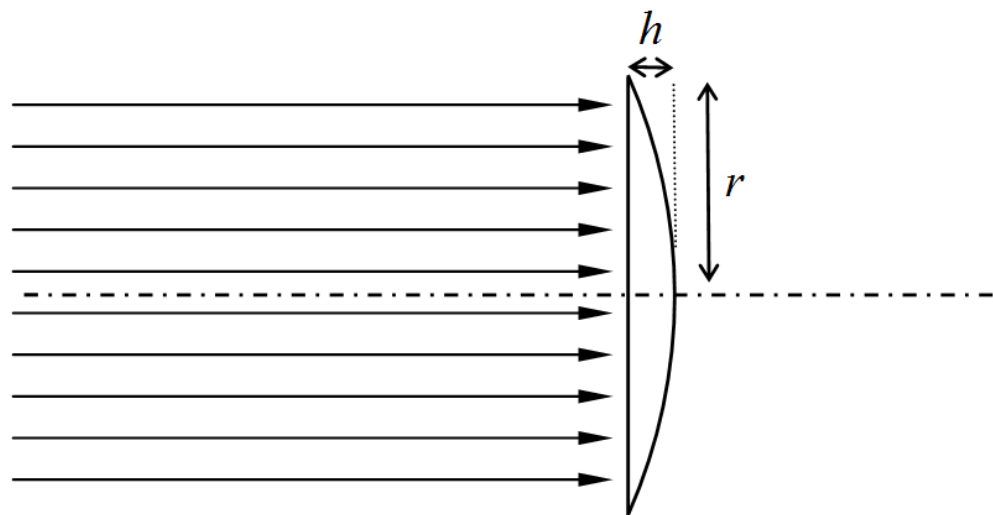


Рис.1