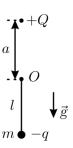
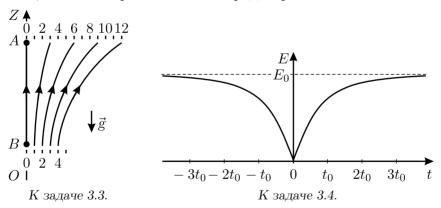
Электричество и магнетизм

◊ 3.1. [10–11] (1994, 11–1) Маятник, состоящий из жёсткого невесомого стержня длиной l и закреплённого на его конце груза массой m с зарядом -q, подвешен в точке O (см. рисунок). Над точкой O на расстоянии a от неё находится заряд +Q. В каком случае состояние равновесия, при котором груз массой m находится в наинизшем положении, является устойчивым? Ускорение свободного падения равно д.



K задаче 3.1.

- **3.2.** [10–11] (2000, 10–2) Точечный заряд, находящийся на расстоянии a от каждой из четырёх вершин одной из граней сплошного незаряженного проводящего куба с длиной ребра a, притягивается к кубу с силой F. С какой силой этот же заряд будет притягиваться к сплошному проводящему кубу с длиной ребра b, если его разместить на расстоянии b от каждой из вершин одной из граней куба?
- \lozenge 3.3. [10–11] (1992, 11–1) Шарик массой m с зарядом +q находится в однородном гравитационном поле (\vec{g} направлено вниз) и неоднородном электростатическом поле, симметричном относительно поворота вокруг вертикальной оси OZ. Силовые линии поля в одной из плоскостей показаны на рисунке. В начальный момент шарик покоился в точке A. Когда заряд шарика изменился, он опустился в точку В. Используя рисунок, оцените, во сколько раз изменился заряд шарика.



♦ 3.4. [10–11] (2002, 10–2) При измерении зависимости величины напряжённости электрического поля от времени в некоторой точке пространства был получен график, изображённый на рисунке. Электрическое поле создаётся двумя одинаковыми точечными зарядами, один из которых неподвижен и находится на расстоянии d от точки наблюдения,

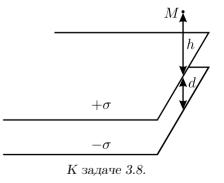
а другой движется с постоянной скоростью. Найдите величины зарядов, минимальное расстояние от движущегося заряда до точки наблюдения и скорость движущегося заряда.

- **3.5.** [10–11] (1998, 10–1) Две одинаковые бусинки с одинаковыми одноимёнными зарядами нанизаны на гладкую горизонтальную непроводящую спицу. Известно, что если эти бусинки расположить на расстоянии r_0 друг от друга и отпустить без начальной скорости, то расстояние между ними удвоится через время t_0 . Через какое время t_1 расстояние между бусинками удвоится, если начальное расстояние между ними увеличить в k раз?
- **3.6*.** [10–11] (1998, 10–2) На гладкую непроводящую нить длиной l надеты три бусинки с положительными зарядами q_1, q_2 и q_3 . Концы нити соединены. Найдите силу натяжения нити T, когда система находится в равновесии.
- **3.7*.** [11] (1990, 11–2) Предположим, что закон взаимодействия двух зарядов несколько отличается от кулоновского и имеет вид

$$F = k \frac{q_1 q_2}{r^{2-\alpha}} \,,$$

где $|\alpha|\ll 1$, а k>0 — размерный коэффициент. Рассмотрим сферу радиусом R, по поверхности которой равномерно распределён заряд Q. Найдите период малых колебаний частицы массой m с зарядом q вблизи центра этой сферы. Указание: при $|x|\ll 1$ справедлива приближённая формула $(1+x)^n\approx 1+nx$, где n— любое, не обязательно целое число.

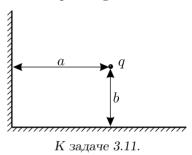
 \Diamond 3.8*. [10–11] (1989, 9–2) Две параллельные полуплоскости равномерно заряжены с плотностью заряда $+\sigma$ на верхней и $-\sigma$ на нижней полуплоскости. Найдите величину и направление напряжённости электрического поля E в точке M, которая находится на высоте h над краем полуплоскостей (см. рисунок). Расстояние между полуплоскостями d мало по сравнению с h.



3.9*. [10–11] (2005, 10–2) Две очень длинные цилиндрические трубы имеют одинаковую длину и радиусы R и R-r, причём $r \ll R$. Труба меньшего радиуса вставлена в бо́льшую так, что их оси и торцы совпадают. Трубы заряжены равномерно по площади электрическими зарядами: внутренняя — с поверхностной плотностью заряда $+\sigma$, а внеш-

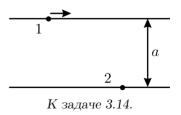
няя — с поверхностной плотностью $-\sigma$. На оси этой системы вблизи от одного из торцов цилиндров измеряют напряжённость электростатического поля E. Найдите, как зависит E от расстояния x до этого торца.

- **3.10.** [11] (2004, 11–1) Маленький заряженный шарик массой m шарнирно подвешен на невесомом непроводящем стержне длиной l. На расстоянии $1,5\,l$ слева от шарнира находится вертикальная заземлённая металлическая пластина больших размеров. Стержень отклоняют от вертикали вправо на угол α и отпускают без начальной скорости. В ходе начавшихся колебаний стержень достигает горизонтального положения, после чего движется обратно, и процесс повторяется. Найдите заряд шарика. Ускорение свободного падения равно g.
- \Diamond **3.11.** [10–11] (1991, 11–2) Две проводящие полуплоскости образуют прямой двугранный угол. Точечный заряд q находится на расстояниях a и b от граней этого угла (см. рис.). Найдите полную энергию взаимодействия зарядов в этой системе.
- **3.12.** [10–11] (1990, 11–1) На длинную непроводящую струну, продетую по диаметру металлического шара через два



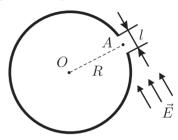
небольших отверстия в нём, надета маленькая заряженная бусинка. Шар и бусинка имеют заряды одного знака (по величине заряд бусинки много меньше). Бусинке сообщили скорость, достаточную для того, чтобы «пролететь» через шар. Нарисуйте график зависимости ускорения бусинки от расстояния до центра шара.

- **3.13.** [11] (1997, 11–2) Тонкое проводящее кольцо радиусом R и металлическая сфера меньшего радиуса r размещены так, что их центры совпадают. Сфера заземлена тонким длинным проводником. Найдите потенциал точки, находящейся на оси кольца на расстоянии x от его плоскости, если заряд кольца равен Q.
- \Diamond **3.14.** [10–11] (1994, 10–1) На два гладких длинных стержня, расположенных параллельно друг другу на расстоянии a, нанизаны две одноимённо заряженные бусинки, которые могут двигаться по стержням без трения (см. рисунок). В начальный момент времени вторая бусин-



ка покоится, а первую пустили издалека по направлению ко второй бусинке. При каких начальных скоростях первой бусинки она обгонит вторую в процессе своего движения? Массы бусинок m, заряды q.

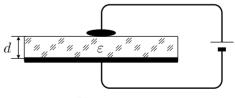
- **3.15.** [11] (1996, 11–2) Два маленьких абсолютно упругих шарика имеют равные массы m, радиусы r и заряды q_1 и q_2 разных знаков, находящиеся строго в их центрах. В начальный момент шарики покоятся в космосе далеко от других тел так, что их центры расположены друг от друга на расстоянии l>2r. Какими будут конечные скорости шариков после удара, если в момент соударения за счёт пробоя их заряды выровнялись? Гравитационное взаимодействие шариков не учитывайте.
- \Diamond **3.16.** [10–11] (1992, 10–1) Тонкое жёсткое диэлектрическое кольцо массой m и радиусом R может свободно вращаться вокруг фиксированной вертикальной оси O, перпендикулярной плоскости кольца (см. рисунок). Кольцо равномерно заряжено по длине, его заряд равен Q. Небольшой кусок кольца в области точки A вырезан так, что получился зазор длиной $l \ll R$. В начальный момент кольцо покои-



К задаче 3.16.

лось, после чего было включено однородное электрическое поле \vec{E} , перпендикулярное оси кольца и прямой OA. Найдите максимальную угловую скорость кольца.

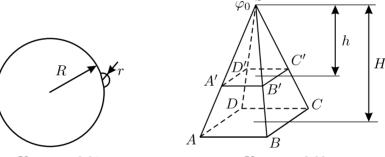
- **3.17*.** [10–11] (1997, 11–1) Четыре бесконечные плоскости, равномерно заряженные с поверхностной плотностью заряда $-\sigma$, пересекаются, образуя правильную пирамиду со стороной основания a и боковым ребром b. В точку, лежащую на высоте этой пирамиды на расстоянии h от основания, помещают маленький шарик массой m с зарядом +q. Определите, с какой скоростью этот шарик ударится о пирамиду, если его отпустить без начальной скорости. Считайте, что заряды по плоскостям не перемещаются.
- \lozenge **3.18.** [10–11] (1992, 10–1) На нижнюю поверхность горизонтальной диэлектрической пластины толщиной d с диэлектрической проницаемостью ε нанесено проводящее покрытие. На верхнюю поверхность помещена



К задаче 3.18.

маленькая капля ртути, которая не смачивает пластину. Капля и проводящее покрытие образуют конденсатор (см. рисунок). При каком напряжении батареи капля начнёт растекаться по поверхности пластины? Коэффициент поверхностного натяжения ртути равен σ .

- **3.19*.** [10–11] (1987, 9–2) Непроводящая сфера радиусом R состоит из двух скреплённых полусфер, которые равномерно покрыты зарядами с поверхностными плотностями σ_1 и σ_2 соответственно. Сферу окружают проводящей заземлённой оболочкой, радиус которой близок к радиусу сферы. Найдите суммарную силу, действующую на сферу со стороны электростатического поля. Краевыми эффектами вблизи линии соединения полусфер пренебречь. Изменится ли эта сила, если оболочка будет не заземлённой, а изолированной?
- **3.20.** [10–11] (2000, 10–1) Маленький проводящий шарик радиусом R висит на непроводящей нити над бесконечной проводящей плоскостью. Расстояние от центра шарика до плоскости равно L ($L\gg R$). Найдите электроёмкость этой системы.
- \Diamond 3.21*. [10–11] (1990, 10–2) Проводящая сфера радиусом R имеет дефект поверхности в виде полусферического бугорка радиусом $r \ll R$ (см. рисунок). Оцените изменение электрической ёмкости сферы, обусловленное этим бугорком.



K задаче 3.21.

К задаче 3.22.

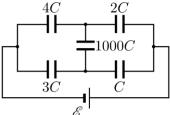
- \Diamond **3.22.** [10–11] (1996, 10–2) Пирамида SABCD высотой H (см. рисунок) равномерно заряжена по объёму. Потенциал в точке S равен φ_0 . От этой пирамиды плоскостью, параллельной основанию, отрезают пирамиду SA'B'C'D' высотой h и удаляют её на бесконечность. Найдите потенциал φ в той точке, где находилась вершина S исходной пирамиды.
- 3.23. [10–11] (1995, 10–1) Проводящий шар радиусом R=1 м заряжен до потенциала $\varphi_1=1000$ В. Шара касаются, прикладывая плашмя к его поверхности тонкий незаряженный проводящий диск радиусом r=1 см, укреплённый на изолирующей рукоятке. Затем диск уносят на большое расстояние и разряжают. Сколько раз нужно таким образом коснуться шара, чтобы его потенциал стал равен $\varphi_2=999$ В?
- **3.24.** [10–11] (2001, 10–2) Имеются батарейка с ЭДС $\mathscr{E}=1$ В и два незаряженных конденсатора с ёмкостями $C_1=2$ мкФ и $C_2=3$ мкФ.

Какую максимальную разность потенциалов можно получить с помощью этого оборудования и как это сделать?

3.25*. [11] (1998, 11–1) Имеются большой конденсатор ёмкостью C=1 мк Φ , заряженный зарядом Q=100 мкKл, и N=1000 маленьких незаряженных конденсаторов ёмкостью $C_1=1$ н Φ каждый. Требуется изготовить из маленьких конденсаторов батарею, которая одновременно имела бы максимально возможную ёмкость и максимально возможный заряд. Найдите этот заряд q и опишите процедуру изготовления батареи. Маленькие конденсаторы можно только соединять друг с другом и с большим конденсатором.

 \lozenge **3.26.** [10–11] (2000, 11–2) Оцените установившийся заряд на конденсаторе 1000C в схеме, изображённой на рисунке.

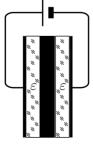
 \Diamond 3.27. [10–11] (1995, 11–1) Обкладки плоского конденсатора подключены к источнику постоянного напряжения. При этом они притягиваются с силой F_0 . С какой силой будут притягиваться эти



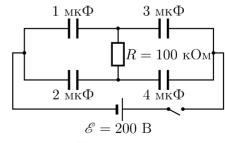
К задаче 3.26.

обкладки, если в конденсатор ввести две диэлектрические и одну металлическую пластины (см. рисунок)? Толщина каждой из пластин чуть меньше 1/3 расстояния между пластинами конденсатора. Относительная диэлектрическая проницаемость крайних пластин равна ε .

3.28. [10–11] (2002, 10–2) Плоский воздушный конденсатор ёмкостью C состоит из двух больших пластин, расположенных близко друг к другу. Вначале одна из пластин была не заряжена, а на другой имелся заряд Q. Затем пластины соединили проводником, имеющим большое сопротивление R. Оцените количество тепла, которое выделится в этом проводнике за большое время.



K задаче 3.27.



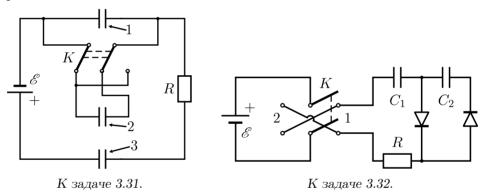
К задаче 3.29.

 \Diamond **3.29.** [10–11] (1986, 9–2) Какая энергия будет запасена в системе, изображённой на рисунке, через 10 секунд после замыкания ключа?

Какое количество тепла выделится на резисторе R? Внутреннее сопротивление источника не превышает нескольких Ом, конденсаторы вначале не были заряжены.

3.30. [10–11] (1991, 11–1) В плоском конденсаторе ёмкостью C расстояние между пластинами много меньше размеров пластин. Конденсатор не заряжен. Одну из пластин подсоединили через резистор R_1 и разомкнутый вначале ключ к проводящему шару радиусом r. Заряд шара равен Q. Шар находится на большом расстоянии от конденсатора, а конденсатор — на большом расстоянии от земли. Другую пластину конденсатора заземлили через резистор R_2 . Какие количества теплоты выделятся на R_1 и R_2 при замыкании ключа?

 \Diamond 3.31*. [10–11] (1991, 10–2) Какое количество теплоты выделится в схеме, изображённой на рисунке, при переключении ключа из левого положения в правое? Суммарный заряд на правых обкладках конденсаторов 1, 2 и 3 вначале равнялся нулю. Ёмкости всех конденсаторов равны C.

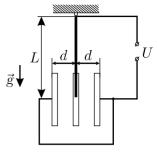


 \Diamond 3.32*. [11] (2001, 11–2) В схеме, изображённой на рисунке, конденсаторы ёмкостью $C_1=C_2=C$ первоначально не заряжены, а диоды идеальные. Ключ K начинают циклически переключать, замыкая его вначале в положение 1, а потом — в положение 2. Затем цикл переключений 1–2 повторяется, и так далее. Каждое из переключений производится после того, как токи в цепи прекращаются. Какое количество n таких циклов переключений 1–2 надо произвести, чтобы заряд на конденсаторе C_2 отличался от своего установившегося (при $n \to \infty$) значения не более, чем на 0.1%?

 \Diamond 3.33. [10–11] (1992, 10–2) Плоский конденсатор состоит из трёх одинаковых пластин площадью S каждая (см. рисунок, вид сбоку). Крайние пластины неподвижны и соединены друг с другом. Средняя пластина массой m прикреплена к лёгкому стержню длиной L.

Верхний конец стержня закреплён шарнирно. Расстояние между крайними пластинами равно $2d\ (d\$ много меньше размеров пластины, $L\$ много больше). При каком напряжении U произойдёт пробой такого конденсатора? Воздух считайте идеальным изолятором.

3.34*. [11] (2002, 11–1) Одна из пластин плоского конденсатора в форме квадрата со стороной a закреплена горизонтально, на неё помещена больша́я тонкая пластина из



К задаче 3.33.

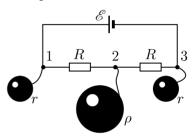
диэлектрика с диэлектрической проницаемостью ε . По гладкой верхней поверхности листа диэлектрика может свободно скользить вторая пластина конденсатора массой m, имеющая такие же размеры и форму, как и первая. На обкладки конденсатора помещены заряды +Q и -Q, и система приведена в равновесие. Верхнюю пластину сдвигают по горизонтали на расстояние $x \ll a$ параллельно одной из сторон квадрата и отпускают без начальной скорости. Найдите период колебаний этой пластины. Толщина диэлектрика d существенно меньше смещения верхней пластины x. Электрическое сопротивление у пластин отсутствует.

- 3.35. [9–11] (1987, 8–1) Определите среднюю скорость движения электронов в медном проводе сечением $S=1~{\rm mm^2}$, когда по нему течёт ток I=1 А. Плотность меди $\rho=8,9~{\rm r/cm^3}$, молярная масса $\mu=64~{\rm r/monb}$. Известно, что на каждый атом меди приходится один свободный электрон, заряд которого $e=-1,6\cdot 10^{-19}~{\rm Kn}$. Число Авогадро (количество молекул в одном моле вещества) $N_A=6,02\cdot 10^{23}~{\rm monb}^{-1}$.
- **3.36*.** [11] (1989, 10–2) При электрическом разряде в разреженном неоне (Ne) при комнатной температуре очень небольшая часть атомов неона распадается на электроны и ионы (масса атома неона M в $4\cdot 10^4$ раз больше массы электрона m_e). Длина свободного пробега электронов (то есть среднее расстояние, которое электрон проходит без соударений) l=0,1 мм. Газ находится в электрическом поле напряжённостью E=10 В/см. Оцените «температуру» электронов T_e , соответствующую их средней кинетической энергии. Постоянная Больцмана $k=1,38\cdot 10^{-23}$ Дж/К, заряд электрона $e=-1,6\cdot 10^{-19}$ Кл.
- **3.37.** [10–11] (1988, 9–1) Если облучать медную пластину пучком однозарядных ионов Ar^+ , ускоренных разностью потенциалов U=1000 В, то происходит интенсивное распыление меди с поверхности пластины. Однако пучок электронов, ускоренных той же разностью потенциалов, никакого распыления не вызывает. Почему так происходит? Ответ обоснуйте количественно. Масса электрона $m_e=9,1\cdot 10^{-28}$ г,

масса протона $m_p=1,7\cdot 10^{-24}$ г, заряд электрона $e=-1,6\cdot 10^{-19}$ Кл, атомные массы аргона и меди равны, соответственно, $\mu_{\rm Ar}=40$ г/моль, $\mu_{\rm Cu}=64$ г/моль. Чтобы выбить атом меди из кристаллической решётки, ему надо придать энергию не менее $E_0=3,5$ эВ. Один электронвольт равен $1,6\cdot 10^{-19}$ Дж.

3.38. [10–11] (1988, 9–1) Космический корабль, имеющий вид металлического шара радиусом R=1 м, находится в далёком космосе. В некоторый момент на его борту включается «электронная пушка», испускающая в пространство пучок электронов с энергией $W=9\cdot 10^4$ эВ. Сила тока в пучке I=1 мкА. Найдите напряжённость E электрического поля у поверхности корабля через $\tau=1$ мин после включения пушки. В начальный момент времени E=0.

 \Diamond 3.39. [10–11] (1997, 10–2) К точкам 1, 2, 3 электрической цепи, изображённой на рисунке, длинными тонкими проводниками подсоединили изначально незаряженные металлические шары с радиусами r, ρ и r соответственно. Найдите заряды, установившиеся на каждом из шаров. Считайте, что расстояние между шарами много больше их размеров, заряд на самой электрической цепи и на соедини-



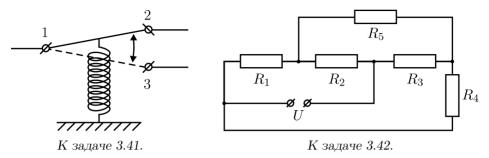
К задаче 3.39.

тельных проводниках пренебрежимо мал, а внутреннее сопротивление источника тока равно нулю.

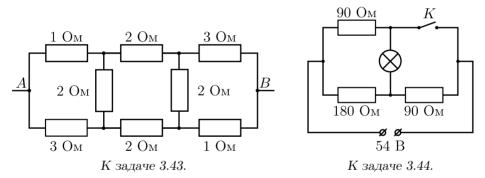
- **3.40.** [8–9] (2000, 8–1) В люстре 6 одинаковых лампочек. Она управляется двумя выключателями, имеющими два положения «включено» и «выключено». От коробки с выключателями к люстре идут три провода. Лампочки в люстре либо:
- а) все не горят;
- б) все горят не в полный накал;
- в) три лампочки не горят, а три горят в полный накал.

Нарисуйте возможные схемы электрической цепи.

 сразу две кнопки, то обе лампочки не горят. Нарисуйте возможные схемы соединения этих элементов. Учтите, что контакты батарейки при работе схемы никогда не должны замыкаться накоротко.



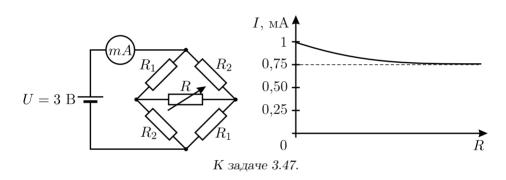
- \Diamond 3.42. [8–9] (1991, 8–1) Найдите силу тока, текущего через сопротивление R_5 (см. рисунок), если $R_1=R_2=R_3=R_4=10$ Ом, $R_5=3$ Ом, U=12 В. Найдите также общее сопротивление цепи.
- \lozenge **3.43.** [9–10] (1986, 8–2) Определите общее сопротивление между точками A и B цепи, изображённой на рисунке.



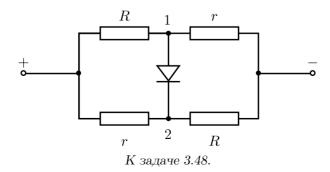
- \lozenge **3.44.** [9–10] (1987, 8–2) В собранной схеме (см. рисунок) лампочка горит одинаково ярко как при замкнутом, так и при разомкнутом ключе K. Найдите напряжение на лампочке.
- 3.45*. [9–10] (2000, 9–1) Напряжение электрической сети в квартире составляет 220 В. Школьник решил сделать ёлочную гирлянду. В своих запасах он отыскал одну лампочку (36 В/40 Вт), 220 лампочек (3,5 В/0,28 А) и много соединительных проводов, сопротивление которых пренебрежимо мало. Какую цепь, включающую лампочку на 36 В и минимальное количество лампочек на 3,5 В, он должен собрать, чтобы все лампы в его гирлянде горели нормальным накалом? Считается, что лампа горит нормальным накалом, если падение напряжения на ней отличается от напряжения, на которое она рассчитана, не более, чем на 1%.

3.46. [10–11] (2001, 10–1) При подключении к батарейке резистора R через неё течёт ток I. При подключении к этой же батарейке резистора R, соединённого последовательно с неизвестным резистором, через неё течёт ток 3I/4. Если же резистор R соединить с тем же неизвестным резистором параллельно и подключить к этой же батарейке, то через неё будет течь ток 6I/5. Найдите сопротивление неизвестного резистора.

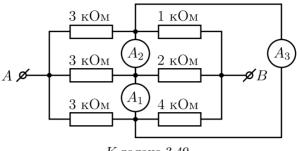
 \Diamond 3.47. [9–10] (2003, 9–2) Электрическая цепь, изображённая на левом рисунке, состоит из источника постоянного напряжения U=3 В, миллиамперметра с очень маленьким внутренним сопротивлением, четырёх постоянных резисторов и одного переменного. На правом рисунке приведён график зависимости показаний миллиамперметра от величины сопротивления переменного резистора R. Найдите величины сопротивлений постоянных резисторов R_1 и R_2 .



 \Diamond 3.48. [10–11] (1998, 10–2) Постройте график зависимости сопротивления цепи, изображённой на рисунке, от сопротивления резисторов r. Сопротивление резисторов R неизменно. Считайте, что сопротивление диода в прямом направлении очень мало, а в обратном — очень велико.



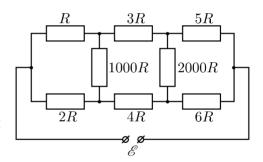
 \Diamond 3.49*. [10–11] (2003, 10–2) Что покажет каждый из трёх одинаковых амперметров A_1 , A_2 и A_3 в схеме, изображённой на рисунке, при подключении клемм A и B к источнику с напряжением U=3,3 В? Сопротивления амперметров много меньше сопротивлений резисторов.



K задаче 3.49.

 \Diamond **3.50*.** [10–11] (2000, 10–2) Оцените с точностью не хуже 1% силу тока, текущего через резистор 1000R в электрической цепи, изображённой на рисунке.

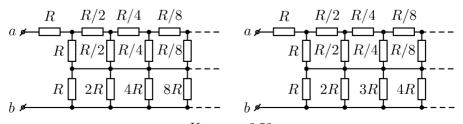
3.51. [10-11] (2000, 10-1) Резисторы $R, 2R, 3R, \ldots, 100R$ соединены последовательно. Концы этой цепи замыкают, после чего к точке их соединения подключают один из проводов,



K задаче 3.50.

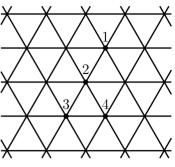
идущих от батарейки с ЭДС $\mathscr E$ и нулевым внутренним сопротивлением. Между какими резисторами nR и (n+1)R нужно подключить второй провод, идущий от батарейки, чтобы ток через батарейку был наименьшим?

 \Diamond 3.52. [10–11] (1996, 10–1, 11–1) Найдите полное сопротивление R_{ab} для каждой из цепей, изображённых на рисунке.



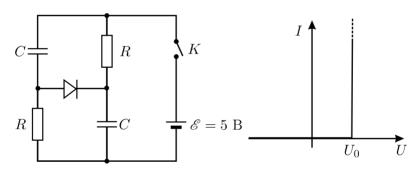
K задаче 3.52.

 \Diamond 3.53*. [10–11] (2005, 10–2) Имеется бесконечная сетка, составленная из одинаковых проволочек (см. рисунок). Известно, что сопротивление, измеренное между точками 1 и 2 этой сетки, равно R, а между точками 1 и 3 равно r (на самом деле эти сопротивления связаны определённым образом, но не будем усложнять себе задачу!). Найдите сопротивление между точками 1 и 4, выразив его через R и r.



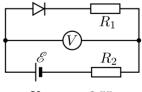
К задаче 3.53.

 \Diamond **3.54.** [11] (1987, 10–2) В исходном состоянии схемы, приведённой на рисунке, конденсаторы не заряжены. В момент t=0 ключ K замыкают. Найдите заряд, протёкший через диод, если R=10 кОм, C=10 мк Φ , а внутреннее сопротивление батареи r=10 Ом. Вольт-амперная характеристика диода приведена на графике, причём $U_0=0.7$ В.



К задаче 3.54.

 \Diamond **3.55.** [10–11] (2005, 10–1) В электрической цепи, схема которой изображена на рисунке, вольтметр и батарейка идеальные. Диод при включении в обратном направлении не пропускает ток, а при включении в прямом направлении открывается при напряжении U_0 (вольтамперная характеристика диода приведена на

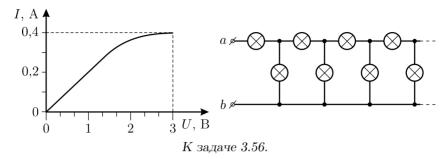


К задаче 3.55.

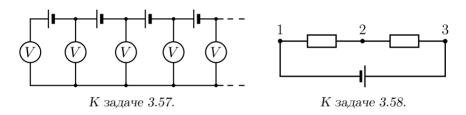
графике в условии предыдущей задачи). Что показывает вольтметр в этой цепи? Что он будет показывать, если изменить полярность включения диода?

 \lozenge **3.56*.** [10–11] (1990, 9–2) На рисунке изображена вольт-амперная характеристика некоторой лампочки накаливания. Из таких лампочек

собирают бесконечную цепь (см. рисунок). Какое максимальное напряжение можно приложить к клеммам, чтобы ни одна лампочка не перегорела?

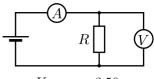


 \Diamond 3.57. [10–11] (2005, 11–1) Бесконечная электрическая цепь, схема которой изображена на рисунке, состоит из одинаковых батареек и одинаковых вольтметров. Показание самого левого вольтметра равно U, а показание каждого из следующих вольтметров в n раз меньше, чем у соседнего с ним слева (n>1). Найдите ЭДС батарейки.



 \Diamond 3.58. [9–10] (2003, 9–1) Школьницы Алиса и Василиса решили изготовить самодельные вольтметры из имеющихся в школьной лаборатории миллиамперметров. Алиса соединила миллиамперметр последовательно с резистором сопротивлением $R_1=1$ кОм и приклеила на прибор шкалу напряжений, показывающую произведение текущего через миллиамперметр тока I на R_1 . Василиса собрала ту же схему, используя другой резистор с сопротивлением $R_2=2$ кОм, и приклеила шкалу, показывающую произведение IR_2 . Школьницы решили испытать свои приборы, подключив их к схеме, изображённой на рисунке, с неизвестным напряжением батарейки и неизвестными сопротивлениями резисторов. Прибор Алисы при подключении к контактам 1 и 2 показал напряжение $U_{12}=1,8$ В, к контактам 2 и 3 — напряжение $U_{23}=1,8$ В, к контактам 1 и 3 — напряжение $U_{13}=4,5$ В. Что покажет прибор Василисы при подключении к тем же парам контактов? Внутренним сопротивлением батарейки и миллиамперметров пренебречь.

 \Diamond **3.59.** [9–10] (2002, 9–2) Для измерения сопротивления резистора R собрана схема из батарейки, амперметра и вольтметра (см. рисунок). Вольтметр подключён параллельно резистору и показывает $U_1=1$ В, амперметр подключён к ним последовательно и показы-

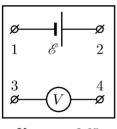


К задаче 3.59.

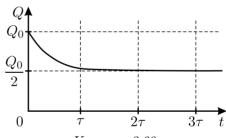
- вает $I_1=1$ А. После того, как приборы в схеме поменяли местами, вольтметр стал показывать $U_2=2$ В, а амперметр $I_2=0.5$ А. Считая батарейку идеальной, определите по этим данным сопротивления резистора, амперметра и вольтметра.
- **3.60.** [10] (2004, 10–2) Два школьника на уроке физики собрали самодельные приборы для измерения сопротивлений омметры, состоящие из последовательно соединённых батарейки, резистора и амперметра, причём эти элементы у каждого школьника были разные. Потом они откалибровали свои приборы, подключая к ним резисторы с известными сопротивлениями, и нанесли на шкалы амперметров эти значения сопротивлений. Далее школьники решили вместе измерить неизвестное сопротивление R_x резистора, одновременно подключив параллельно к нему оба своих прибора с соблюдением одинаковой полярности батареек. При этом один прибор показал значение сопротивления, равное R_1 , а второй R_2 . Каково истинное значение R_x ?
- **3.61.** [10] (1998, 10–1) Мы хотим измерить ЭДС батарейки для наручных часов. У нас есть два посредственных, но исправных вольтметра разных моделей. Подключив первый вольтметр к батарейке, мы получили значение напряжения $U_1=0.9$ В. Подключив второй вольтметр $U_2=0.6$ В. Недоумевая, мы подключили к батарейке оба вольтметра одновременно (параллельно друг другу). Они показали одно и то же напряжение $U_0=0.45$ В. Объясните происходящее и найдите ЭДС батарейки \mathcal{E}_0 .
- **3.62.** [9–10] (1993, 10–1) Многопредельный амперметр представляет собой миллиамперметр с набором сменных шунтов. Им измеряют ток в некоторой цепи. На пределе «1 мА» прибор показал $I_1 = 1$ мА; когда его переключили на предел «3 мА» $I_2 = 1,5$ мА. Тем не менее прибор оказался исправным он точно показывает величину протекающего через него тока. Каков истинный ток I_0 в цепи без амперметра?
- **3.63.** [8–9] (1990, 8–1) У «чёрного ящика» есть три клеммы. Если на клеммы A и B подают напряжение 20 B, то с клемм B и C снимают напряжение 8 B. Если на клеммы B и C подают напряжение 20 B, то с клемм A и C снимают напряжение 15 B. Изобразите схему «чёрного ящика», считая, что внутри него находятся только резисторы.

3.64. [9–10] (1999, 9–2) В «чёрном ящике» с тремя контактами находится схема, составленная из батарейки с известной ЭДС $\mathscr E$, двух неизвестных сопротивлений и соединительных проводов. Амперметр, подключённый к контактам 1 и 2, показывает значение тока I, к контактам 1 и 3 — ток 2I, а к контактам 2 и 3 — отсутствие тока. Чему могут быть равны величины сопротивлений? Сопротивлением батарейки, амперметра и соединительных проводов пренебречь.

 \Diamond 3.65. [10–11] (2004, 10–1) Внутри «чёрного ящика» между клеммами включена схема, состоящая из нескольких одинаковых резисторов. Между клеммами 1 и 2 включена батарейка с ЭДС $\mathscr E$ и пренебрежимо малым внутренним сопротивлением, а между клеммами 3 и 4 — идеальный вольтметр с нулевым делением посередине шкалы (см. рисунок). Если включить такой же резистор, как те, что находятся внутри ящика, между клеммами 1 и 3 или между клеммами 2 и 4, то вольтметр покажет напряжение +U, а если включить этот резистор между клеммами 1 и 4 или между клеммами 2 и 3, то вольтметр покажет напряжение -U. Если резистор не включать, то вольтметр показывает нулевое напряжение. Нарисуйте схему возможных соединений внутри ящика, содержащую минимальное число резисторов, и определите U.



К задаче 3.65.



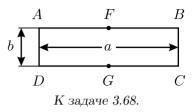
К задаче 3.66.

 \Diamond **3.66.** [10–11] (2002, 10–1) В «чёрном ящике» с двумя контактами находится схема, состоящая из незаряженного конденсатора и резистора. К контактам в момент времени t=0 подсоединили конденсатор ёмкостью C, имеющий заряд Q_0 . График зависимости заряда на этом конденсаторе от времени изображён на рисунке. Найдите сопротивление резистора и ёмкость конденсатора, находящихся в «чёрном ящике».

3.67*. [10–11] (1994, 11–2) В однородную среду с большим удельным сопротивлением погружены два одинаковых металлических шара. Радиус каждого шара мал по сравнению с глубиной его погружения в среду и с расстоянием между шарами. Шары с помощью тонких изолированных проводников подключены к источнику постоянного напряжения. При этом через источник течёт ток I. Какой ток будет идти

через источник, если один из этих шаров заменить другим, у которого радиус в два раза меньше? Сопротивлением проводников и источника пренебречь.

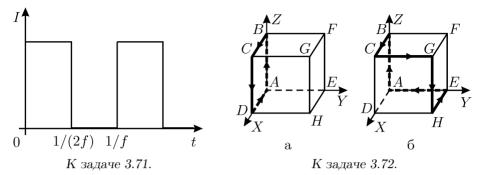
 \Diamond 3.68*. [11] (2003, 11–2) Монокристаллы галлия, как и ряда других проводников, обладают анизотропией сопротивления: удельное сопротивление ρ_x галлия вдоль главной оси симметрии монокристалла (оси X) максимально, а вдоль любой другой оси, перпендикуляр-



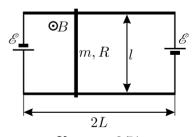
ной оси X, минимально и равно ρ . Из кристалла галлия вырезали тонкую прямоугольную пластинку (см. рисунок) длиной a=3 см и шириной b=3 мм так, что ось X параллельна грани ABCD пластинки и образует с ребром AB угол $\alpha=60^\circ$. Если между гранями пластинки, перпендикулярными AB, создать постоянную разность потенциалов V=100 мВ, то через пластинку потечёт ток, и в её середине между точками F и G поперечного сечения будет существовать разность потенциалов U=6,14 мВ. Найдите отношение ρ_x/ρ .

- **3.69.** [9–10] (1989, 8–1) Лампочка, присоединённая к батарейке, горит три часа, после чего батарейка полностью разряжается. Сделали точную копию этой батарейки вдвое большего размера из тех же материалов. Сколько времени будет гореть та же лампочка, подключённая к такой копии? Внутреннее сопротивление батарейки намного меньше сопротивления лампочки.
- **3.70.** [10–11] (1999, 10–2) В настоящее время для проведения небольших сварочных работ иногда используют смесь водорода с кислородом, получаемую при электролизе воды. Оцените КПД устройства для электролиза воды, если напряжение между электродами одной его ячейки равно U=2 В. Известно, что при сгорании m=2 г водорода в кислороде выделяется Q=0.29 МДж тепла.
- \Diamond 3.71. [10–11] (1995, 10–2) В стеклянную кювету, две противоположные стенки которой покрыты слоем меди, налит водный раствор медного купороса (CuSO₄) с удельным сопротивлением ρ . Высота слоя электролита равна h. Ширина проводящих стенок кюветы равна b, расстояние между ними L. Кювету подключают к источнику тока частотой f. Закон изменения тока показан на рисунке. Найдите изменение температуры электролита за время $t \gg \frac{1}{f}$ после подключения, если масса катода кюветы за это время увеличилась на m. Теплоёмкость электролита равна C, атомная масса меди A. Считайте, что всё джоу-

лево тепло идёт на нагревание электролита, поляризацией электродов пренебречь.



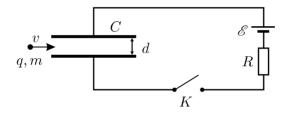
- \Diamond 3.72*. [11] (1986, 10–1) Ток I, текущий по контуру ABCDA, образованному четырьмя рёбрами куба (рис. а), создаёт в центре куба магнитное поле с индукцией B_0 . Найдите величину и направление вектора индукции магнитного поля \vec{B} , создаваемого в центре куба током I, текущим по контуру из шести рёбер ABCGHEA (рис. б).
- 3.73*. [11] (1999, 11–1) Нагрузка подключена к источнику с выходным напряжением U=2 кВ с помощью длинной двухполосковой линии. Полоски линии имеют ширину a=4 см и расположены на расстоянии b=4 мм параллельно одна над другой. При некотором сопротивлении нагрузки, много большем сопротивления проводников линии, сила их взаимодействия равна нулю. Какой по величине и куда направленной будет указанная сила в расчёте на единицу длины линии, если сопротивление нагрузки увеличить в n=5 раз?
- \Diamond 3.74. [11] (1999, 11–2) Параллельные рельсы длиной 2L закреплены на горизонтальной плоскости на расстоянии l друг от друга. К их концам подсоединены две одинаковые батареи с ЭДС $\mathscr E$ (см. рисунок). На рельсах лежит перемычка массой m, которая может поступательно скользить вдоль них. Вся система помещена в однородное вертикальное



K задаче 3.74.

магнитное поле с индукцией B. Считая, что сопротивление перемычки равно R, а сопротивление единицы длины каждого из рельсов равно ρ , найдите период малых колебаний, возникающих при смещении перемычки от положения равновесия, пренебрегая затуханием, внутренним сопротивлением источников, сопротивлением контактов, а также индуктивностью цепи.

- 3.75*. [11] (1997, 11–2) Электромотор, статор которого изготовлен из постоянного магнита, включён в сеть постоянного тока с напряжением U и при заданной нагрузке на валу развивает мощность, в n раз меньшую максимальной. Пренебрегая трением, найдите ЭДС, которую создавал бы этот мотор при использовании его в качестве генератора при том же числе оборотов, с которым он вращается при работе в качестве двигателя.
- \Diamond 3.76. [10–11] (1997, 10–1) Частица с зарядом q и массой m влетает со скоростью v в плоский незаряженный конденсатор ёмкостью C параллельно его пластинам посередине между ними. В этот момент в схеме, изображённой на рисунке, замыкают ключ K. Как зависит ускорение частицы a от времени? Считайте, что время пролёта частицы через конденсатор много меньше RC, и что заряд распределяется по пластинам равномерно. Расстояние между пластинами конденсатора равно d, краевыми эффектами можно пренебречь.

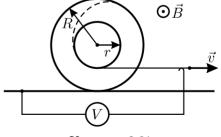


К задаче 3.76.

- **3.77.** [10–11] (2002, 10–1) Маленький шарик массой m с зарядом q, брошенный со скоростью v под углом $\alpha=45^\circ$ к горизонту, пролетев вдоль поверхности земли расстояние L, попадает в область пространства, в которой, кроме поля силы тяжести, имеется ещё и однородное постоянное горизонтальное электрическое поле. Граница этой области вертикальна. Через некоторое время после этого шарик падает в точку, откуда был произведён бросок. Найдите напряжённость электрического поля E. Ускорение свободного падения равно g, влиянием воздуха пренебречь.
- 3.78*. [10–11] (1988, 9–2) Полый цилиндр радиусом R и высотой H заполнен электронами с концентрацией n шт/м³. Параллельно оси цилиндра приложено постоянное магнитное поле с индукцией B. Предполагая, что все электроны имеют одинаковые по величине скорости v, лежащие в плоскости, перпендикулярной магнитному полю, а удары электронов о стенки цилиндра абсолютно упругие, оцените,

чему равно и как зависит от магнитного поля давление p на боковые стенки цилиндра, которое создаёт такой «электронный газ» (величину давления можно найти с точностью до постоянного коэффициента, не зависящего от магнитного поля). Заряд электрона -e, масса m. Считайте, что $\frac{mv}{eB} \ll R$ («сильное» поле B). Взаимодействием электронов друг с другом пренебречь.

- **3.79.** [11] (2003, 11–1) Маленький шарик массой m с зарядом q падал в вязкой среде вдоль вертикальной прямой с постоянной скоростью v. В некоторый момент включили постоянное однородное горизонтальное магнитное поле, и через достаточно большое время после этого шарик стал двигаться с другой постоянной скоростью таким образом, что количество теплоты, выделяющейся в вязкой среде в единицу времени, уменьшилось в n раз по сравнению с движением в отсутствие магнитного поля. Найдите, при какой максимальной величине индукции B магнитного поля такое движение возможно. Вид зависимости силы вязкого трения от скорости неизвестен.
- **3.80.** [11] (2002, 11–1) Заряженная частица двигалась в некоторой области пространства, где имеются взаимно перпендикулярные однородные поля: электрическое с напряжённостью E, магнитное с индукцией B и поле силы тяжести g. Вектор скорости частицы при этом был постоянным и перпендикулярным магнитному полю. После того, как частица покинула эту область пространства и начала движение в другой области, где имеется только поле силы тяжести g, её скорость начала уменьшаться. Через какое время после вылета частицы из первой области её скорость достигнет минимального значения?
- \Diamond 3.81*. [11] (2002, 11–2) Катушка состоит из среднего цилиндра радиусом r и двух крайних цилиндров радиусами R > r. Длинный тонкий провод плотно наматывают на катушку следующим образом: сначала обматывают один из крайних цилиндров, а затем продолжают наматывать этот же провод на средний цилиндр в том же направ-

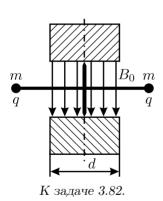


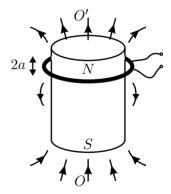
К задаче 3.81.

лении, в каком начинали намотку. После завершения намотки катушку кладут на горизонтальный стол, помещённый в однородное постоянное магнитное поле B, линии индукции которого параллельны оси катушки. К первому концу провода, лежащему на столе, подсоединяют иде-

альный вольтметр, а другой конец провода, касающийся неподвижного скользящего контакта, соединённого с вольтметром, начинают тянуть вдоль поверхности стола с постоянной скоростью v в направлении, перпендикулярном оси катушки (см. рисунок). Считая, что катушка катится по столу без проскальзывания, найдите показания вольтметра.

 \Diamond 3.82*. [11] (1999, 11–2) Тонкий невесомый диэлектрический стержень длиной L может свободно вращаться в горизонтальном положении вокруг вертикальной оси, проходящей через его середину. На концах стержня закреплены два маленьких шарика, имеющих массу m и заряд q. Вся эта система помещена между цилиндрическими полюсами электромагнита, создающего однородное вертикальное магнитное поле с индукцией B_0 . Диаметр полюсов равен d < L, а их ось совпадает с осью вращения стержня (см. рисунок; обмотки электромагнита и его ферромагнитный сердечник, замыкающий полюса, не показаны). Магнитное поле равномерно уменьшают до нулевого значения. Найдите угловую скорость, которую приобретёт стержень после выключения магнитного поля. Считайте, что поле было только между полюсами магнита.





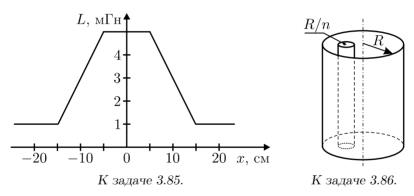
К задаче 3.83.

 \Diamond 3.83*. [11] (1988, 10–2) На цилиндрический постоянный магнит вблизи одного из его полюсов надета катушка (см. рисунок), имеющая вид узкого кольца; вся система симметрична относительно оси OO'. Если трясти катушку вдоль оси OO' так, чтобы она совершала гармонические колебания с амплитудой a=1 мм, много меньшей размеров магнита и катушки, и частотой f=1000 Гц, то в ней наводится ЭДС индукции с амплитудой $\mathscr{E}_0=5$ В. Какая сила будет действовать на неподвижную катушку, если пропустить по ней ток I=200 мА?

3.84. [11] (1988, 10–1) Известно, что сверхпроводники выталкивают из себя не очень сильное магнитное поле; при этом внутри сверхпроводника магнитное поле равно нулю. Благодаря этому эффекту кусок сверхпроводника может парить в подвешенном состоянии в магнитном поле (такая демонстрация называется «гроб Магомета»).

Положим на сверхпроводящий образец, парящий в магнитном поле, немагнитный грузик такой же массы. Во сколько раз нужно увеличить индукцию магнитного поля, чтобы образец с грузом парил на том же расстоянии от магнита, что и раньше?

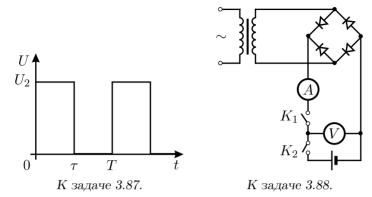
 \Diamond 3.85. [11] (1987, 10–1) Короткозамкнутая цилиндрическая сверхпроводящая катушка имеет железный сердечник, который может перемещаться вдоль её оси. Зависимость индуктивности L катушки от смещения x центра сердечника вдоль этой оси относительно центра катушки показана на рисунке. В начальном состоянии x=0 (сердечник вставлен в катушку), ток в катушке $I_{\rm H}=1$ А. Затем сердечник вынимают. Чему будет равен ток в катушке после этого?



 \Diamond 3.86*. [11] (1991, 11–1) Длинная сверхпроводящая цилиндрическая катушка индуктивностью L и радиусом R, по которой течёт ток I, замкнута накоротко (см. рисунок). Витки катушки намотаны густо, так что можно считать, что поле внутри катушки однородно, а вне её равно нулю. Какую работу нужно совершить, чтобы внести в катушку из бесконечности сверхпроводящий цилиндрический образец, радиус которого равен R/n, а длина равна длине катушки? Оси катушки и образца параллельны.

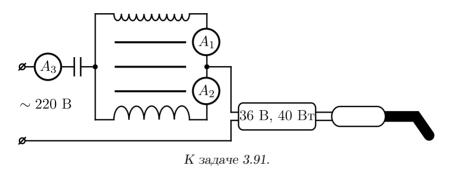
 \Diamond 3.87. [10–11] (1995, 10–1) Цепь, состоящая из двух последовательно соединённых резисторов с сопротивлениями R_1 и R_2 , первый из которых зашунтирован конденсатором C, подключена к источнику периодического напряжения. Определите среднее значение напряжения на конденсаторе U_C , если известно, что изменение напряжения на конден-

саторе много меньше U_C , а напряжение на втором резисторе U_2 изменяется с периодом T по закону, изображённому на графике.



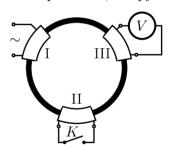
- \Diamond 3.88*. [11] (1992, 11–2) Аккумулятор заряжают от двухполупериодного выпрямителя, питаемого синусоидальным напряжением (см. рисунок). Диоды идеальные, амперметр и вольтметр тоже идеальные и показывают средние по времени значения. В режиме холостого хода при замкнутом ключе K_1 вольтметр показывает $U_1=12$ В, а ток при этом отсутствует, то есть $I_1=0$. Если замкнут только ключ K_2 , то вольтметр показывает напряжение на аккумуляторе $U_0=12,3$ В. Во время зарядки, при замкнутых K_1 и K_2 , вольтметр показывает $U_2=12,8$ В, а амперметр $I_2=5$ А. Найдите внутреннее сопротивление аккумулятора.
- 3.89. [11] (1998, 11–1) Школьник, используя вольтметр, предназначенный для измерения как постоянного, так и переменного напряжений (\cong), обнаружил, что при подключении к розетке с обозначением « \sim 220» вольтметр показывает напряжение $U_1=220~\mathrm{B}$, а при подключении к большому аккумулятору напряжение $U_2=100~\mathrm{B}$. Какое напряжение покажет вольтметр, если соединить оба этих источника последовательно, то есть если соединить одну из клемм аккумулятора с одним из выводов розетки, а к другой клемме и второму выводу розетки подключить вольтметр?
- **3.90*.** [11] (1989, 9–1) Оцените массу спирали электрической лампочки мощностью N=100 Вт, включённой в сеть переменного тока частотой f=50 Γ ц, если известно, что температура спирали колеблется от $T_1=2500$ K до $T_2=2800$ K с частотой 100 Γ ц. Теплоёмкость вольфрама C=132 Дж/(кг · K).
- ♦ **3.91.** [11] (1995, 11–1) Начинающий радиолюбитель приобрёл паяльник, на котором было написано: «36 B, 40 Bт». Посоветовавшись по телефону с приятелями, он выяснил, что в сеть 220 B, 50 Гц

этот паяльник можно включить либо через трансформатор 220/36 В, либо через подходящий конденсатор. Рассчитав ёмкость конденсатора, он приобрёл на всякий случай и нужный конденсатор, и трансформатор. Затем он собрал схему, приведённую на рисунке, и обнаружил, что паяльник работает нормально. Для контроля за работой схемы он установил три амперметра, показывающих эффективное значение тока. Каковы показания этих амперметров?



◇ **3.92*.** [11] (1991, 11–2) На тороидальном сердечнике трансформатора симметрично расположены три одинаковые обмотки. Одну из обмоток подключили к источнику переменного напряжения, вторую

оставили разомкнутой, а к третьей подключили вольтметр (см. рисунок). Оказалось, что вольтметр показывает половину напряжения источника. Что он покажет, если вторую обмотку замкнуть накоротко? Считайте сопротивления обмоток пренебрежимо малыми, вольтметр и источник — идеальными, магнитную проницаемость сердечника — не зависящей от величины магнитной индукции.

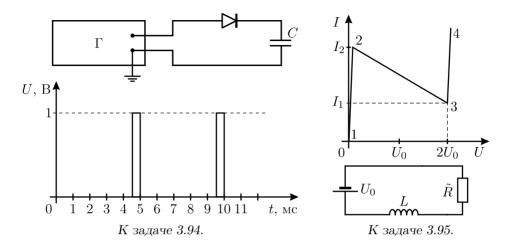


К задаче 3.92.

3.93. [11] (2000, 11–1) В вашем распоряжении имеются источник синусоидального напряжения с амплитудой U, соединительные провода и идеальный трансформатор с двумя раздельными обмотками, отношение чисел витков в которых равно 1:3. Найдите амплитуды напряжений, которые можно получить с помощью этого оборудования.

 \Diamond 3.94*. [11] (1990, 10–1) Ток через диод в диапазоне напряжений U от -5 В до +0,1 В хорошо описывается формулой $I(U)=I_0(2^{U/W}-1)$, где $I_0=10$ мкА и W=0,01 В. Этот диод последовательно с конденсатором ёмкостью C=100 мкФ подключают к генератору прямоугольных

импульсов (см. рисунок). Зависимость напряжения на клеммах генератора от времени показана на рисунке. Найдите зависимость напряжения на конденсаторе от времени в установившемся режиме.



 \Diamond 3.95*. [11] (1989, 10–2) Имеется нелинейный электронный прибор \tilde{R} . На графике для него изображена зависимость тока I от напряжения U (на участках 1–2 и 3–4 наклон графика очень велик). Собрали цепь, состоящую из \tilde{R} , индуктивности L и идеальной батарейки с ЭДС, равной U_0 , причём прибор \tilde{R} включён с «правильной» полярностью, соответствующей графику. Постройте график зависимости силы тока в цепи от времени и найдите период колебаний тока.

3.96. [11] (2003, 11–1) Колебательный контур состоит из разнесённых в пространстве катушки индуктивности L с малым сопротивлением и плоского воздушного конденсатора ёмкостью C, расстояние между пластинами которого равно d. Пластины конденсатора не заряжены, и ток в контуре не течёт. За время $\tau \ll \sqrt{LC}$ в области пространства, где находится конденсатор, создали однородное электрическое поле E, направленное перпендикулярно пластинам. Катушка при этом осталась вне электрического поля. Каким будет в дальнейшем максимальный ток в контуре?