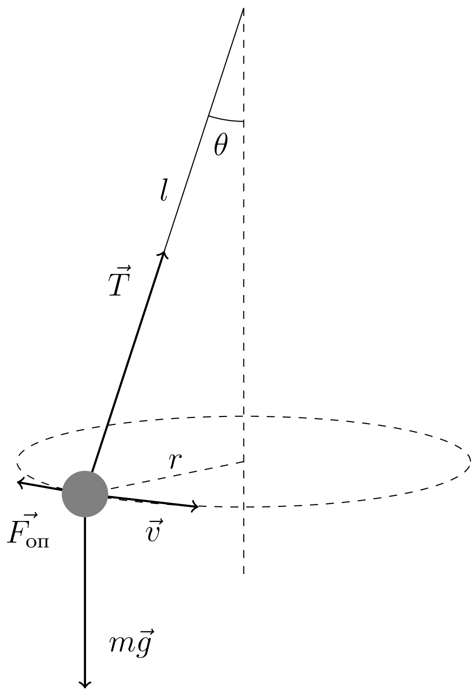
Розв'язок задачі **1** (експериментальний тур, **11**-й клас)

Складаються дві скляні пластинки таким чином, щоб дротинка затискувалась з одного боку, а з іншого пластинки торкались поверхнями. Таким чином утворюється клиноподібний проміжок зі змінною товщиною *d*, який заповнюється водою при опусканні країв пластинок у воду.
Інший варіант складання скляних пластин, коли між ними прокладають зігнуту дротину і пластини встановлюються паралельно площинами.

Висота підйому стовпчика рідини залежить від товщини зазору як $h = \dfrac{2\sigma\cos\theta}{d\rho g}$ і вважаючи крайовий кут змочування рівним 0°, вимірюємо висоту підйому в залежності від горизонтальної координати (відстані від точки торкання поверхонь пластин), що пов'язана лінійною залежністю з проміжком .
Результати одного з вимірів: висота підйому води h=5 мм; при заданих параметрах рідини отримаємо: $d = \dfrac{2\sigma}{\rho g h} = \dfrac{2\cdot 72\cdot 10^{-3}}{10^3\cdot 9{,}8\cdot 5\cdot 10^{-3}} \approx 3$ мм (в той же час застосована в експерименті дротинка має діаметр $d\approx 0{,}8$ мм і цу значення товщини може бути перевірено при прикладанні дротини до міліметровки і спостереженні напросвіт) .
Тому очевидно, що крайовий кут в даному випадку не дорівнює 0. При візуальній оцінці цього кута можна прийняти його значення за $\alpha\approx 75°$, тоді $\cos\alpha\approx 0{,}26$ і в цьому випадку чисельне значення діаметру дроту стане рівним $d\approx 0{,}8$ мм.

Експериментальна задача 2

29 березня 2018 р.



Враховуючи те що радіус траєкторії r кульки повільно змінюється та повна енергія витрачається через силу опору $F_{оп}$, запишемо систему рівнянь:

$$\begin{cases} E &= \frac{mv^2}{2} - mgl\cos\theta \\ \frac{dE}{dt} &= -F_{оп}v \\ \frac{mv^2}{r} &= mg\tan\theta \\ r &= l\sin\theta \end{cases}$$

Розв'язком цієї системи будуть вирази для обчислення сили опору та швидкості кульки через відомі параметри та залежність радіусу від часу:

$$v(r) = \sqrt{\frac{gr^2}{\sqrt{l^2 - r^2}}} \qquad (1)$$

$$F_{оп}(r) = -\frac{m}{2}\sqrt{\frac{g}{\sqrt{l^2 - r^2}}}\frac{4 - 3(r/l)^2}{1 - (r/l)^2}\frac{dr}{dt} \qquad (2)$$

Проводимо вимірювання для $r^2 \ll l^2$, тоді:

$$v(r) \approx \sqrt{\frac{g}{l}} \cdot r, \;\; F_{оп}(r) \approx -2m\sqrt{\frac{g}{l}} \cdot \frac{dr}{dt} \qquad (3)$$

Оскільки радіус змінюється повільно, $\frac{dr}{dt} \approx \frac{\Delta r}{T} = \frac{\Delta r}{2\pi}\sqrt{\frac{l}{g}}$, де враховано $\cos\theta \approx 1$

В результаті:

$$v(r) \approx \sqrt{\frac{g}{l}} \cdot r, \;\; F_{оп}(r) \approx mg\frac{|\Delta r|}{\pi l} \qquad (4)$$

де $|\Delta r|$ - модуль зміни радіусу за один період.

У динамічному розв'язку типовою була помилка: $F_{оп} = -m\frac{dv}{dt}$, оскільки не враховувалася проекція сили тяжіння на напрямок швидкості.

Експериментально отримані значення $F_{оп}$ (в рамках наведеної моделі) перевищували відповідні значення за наведеними теоретичними формулами. Це пояснюється не врахуванням у моделі сили опору повітря, що діє на нитку. Ця сила може бути оцінена по падінню нитки у полі тяжіння.

На точність могли вплинути також ефекти пов'язані зі скрученням нитки і зсувом нитки у точці підвису. У випадку малих відхилень нитки від положення рівноваги ($r \lesssim d$, де d - діаметр кульки), швидкості внутрішньої і зовнішньої частин різні, а якщо $r < d/2$, то навіть протилежно спрямовані, що ставить під сумнів коректність використання наведених теоретичних формул і виразу кінетичної енергії $\frac{mv^2}{2}$ у запропонованій моделі.