

Задачи на зимнюю школу

Бесконечные цепи

[1]. Способ подсчета сопротивления (самоподобие, “метод Ийона Тихого”). Простые примеры: $R = (1 + \sqrt{5})/2$, $R = (1 + \sqrt{4R_2/R_1})/2$.

2. Винница-16, теор старшей, задача 2. Симметрия, сворачивание цепи пополам.

$$r = \frac{1 + \sqrt{21}}{5 + \sqrt{21}}$$

3. Допы (всеросс), задача 3.52. Суммирование двух рядов по отдельности, сумма геометрической прогрессии, расходимость гармонического ряда. $r_1 = -1 + \sqrt{17}/2$, $r_2 = -3/2 + \sqrt{17}/2$.

[4]. LC -цепочка, условие возникновения волны, дисперсионное соотношение, скорость волны. Комплексные импедансы.

Дисперсионное соотношение

$$\omega(\lambda) = \frac{2}{\sqrt{LC}} \sin \frac{\pi l}{\lambda},$$

волна не выживает при $\omega > 2/\sqrt{LC}$. Скорость $u = \omega\lambda$.

Проволочные сетки

[1]. Простейшая квадратная сетка, сопротивление между соседними. Независимость источника и стока, принцип суперпозиции, симметрия. $r = 1/2$.

[2]. Треугольная сетка, между соседними. $r = 1/3$.

3. Допы (всеросс), задача 3.53, треугольная “через одно”, выразить одно через другое. $r_1 = 2R - r/2$.

4. Квадратная, между вершиной и серединой ребра. $r = 3/8$.

Приближенный счет сопротивлений

1. Высокоомный участок в низкоомной цепи (201.09.19). Последовательный расчет потенциалов (высокоомное включение не меняет распределение потенциалов в низкоомной цепи). $U = 2 V$.

[2]. Допы (всеросс), задача 3.50, та же идея. $i \approx \varepsilon/(18000R)$.

Сила Архимеда и силы давления воды

1. Винница-16, теор старшей. Расчет силы давления на плоскую грань, сила Архимеда как сумма сил давления.

$$F_2 = \sqrt{F_1^2 + F_A^2} = \rho g S \sqrt{H^2 + \frac{h^2}{9}}.$$

Максимизация заполнением изоболочек

1. Задача с планетой, заполнение оболочек с максимальным dg/dm .

$$\frac{z}{(r^2 + z^2)^{3/2}} = \text{const}$$

Кумулятивные шарик

1. Эстонско-финская 2014, задача 4. Случай легких шариков, решение простой рекуррент-ты. Для сравнимых по массе: по формуле.

Задачи с построениями и измерениями на графиках

1. Оптика, эстонско-финская, 2006, задача 2. На догадку: использовать шкалу линейки на изображении, пятна — изображения точечных источников.

2. Эстонско-финская 2007, задача 5. Построение окружности по 3 точкам, разложение на поступательное и вращательное движения.

3. Эстонско-финская 2008, задача 3. Трактора, измерение проекций.

Уравнения Максвелла

1. Поле полусферы на срезе. Симметрия, уравнение $\text{curl } E = 0$.

Висячая нить

1. Отборы на межнар, Гельфгат 2012, задача 2. Интегрирование вдоль нити, преобразование дифференциалов.

[2]. Тот же отбор, задача 3. Форма нитей, натяжение не вертикально. Трансцендентное уравнение решать не обязательно.

3. Всеукр 2013, 11 класс, задача 4. Интегрирование вдоль нити и по координатным осям.

Термодинамика и графики

1. Областная 2015, 11 класс, задача 4. Подсчет работы как площади.