

1. Считаем поле между полосками однородным. Его напряженность E находим из условия равновесия пылинки:

$$E = \frac{mg}{Ne},$$

где $N = 1,1 \cdot 10^{10}$ – избыток электронов на пылинке, $m = 10^{-7}$ кг – масса пылинки. При движении электронов между полосками на них действует электрическая сила $F = Ee$, которая сообщает ускорение $a_y = F/m_e$, направленное перпендикулярно пластинам. Скорость электрона до попадания в пространство между пластинами из закона сохранения энергии

$$v_0 = \sqrt{\frac{2eU}{m_e}}.$$

Время нахождения электрона между пластинами $t = L/v_0$. За это время в предельном случае он достигнет края верхней пластины. Пренебрегая ускорением силы тяжести (оно на 13 порядков слабее электрического), получим:

$$\frac{d}{2} = \frac{a_y t^2}{2} = \frac{mgL^2}{4NeU}$$

откуда

$$U = \frac{mgL^2}{2Ned} = 284 \text{ В.}$$

2. Рассмотрим процесс движения грузов после первого столкновения со стеной. После первого удара вектор скорости верхнего бруска поменяет направление на противоположное, а модуль не изменится. Далее бруски будут тормозить друг друга при помощи трения, причем их ускорение будет равно $a = \mu g$. При этом возможны два принципиально разных случая в зависимости от наличия или отсутствия второго удара о стену.
 - а. Второй удар не произойдет. Это случится потому, что оба бруска остановятся до того, как нижний ударится о стену. В предельном случае нижний пройдет путь a под действием ускорения силы трения. Тогда его начальная скорость должна удовлетворять соотношению $v_0 < \sqrt{2\mu ga}$. Конечное состояние системы – два неподвижных бруска, причем расстояние от верхнего до стены $l_1 = v_0^2/2\mu g$, а от нижнего до стены $l_2 = a - l_1 = a - v_0^2/2\mu g$.
 - б. Второй удар произойдет. Соответственно, ограничение на начальную скорость брусков имеет вид $v_0 \geq \sqrt{2\mu ga}$. В этом случае после второго удара скорости обоих брусков сравняются, и проскальзывание прекратится. Непосредственно перед вторым ударом скорости брусков $u = \sqrt{v_0^2 - 2\mu ga}$. Эти скорости далее останутся постоянными, а сдвиг между брусками опять станет равным a .
3. В этой задаче считаем размеры машины малыми, так что при движении их можно рассматривать как однородную массу. Если считать, что машины после включения зеленого света начинают двигаться одновременно, то получим среднюю скорость движения в пробке 3 м/с (машина половину времени движется со скоростью 6 м/с, а другую половину – стоит). Разумно сделать предположение, что при включении зеленого света по пробке с некоторой скоростью c движется “волна” старта машин, при включении же красного света с такой же скоростью движется волна остановки. Найдем путь ΔL , который машина пройдет за время одного “цикла” – между двумя

стартами машины. Пусть L_0 – расстояние от машины до светофора, которое считаем достаточно большим. Тогда волна старта будет идти до машины в течение времени $T_1 = L_0/c$, а волна остановки – в течение времени $T_2 = (L_0 - \Delta L)/c$. Тогда промежуток времени, в течение которого машина движется, $\Delta t = t_0 - (T_1 - T_2) = t_0 - \Delta L/c$, где t_0 – продолжительность горения светофора. За это время она пройдет путь ΔL . Из этих соотношений получим:

$$\Delta L = \frac{vct_0}{v+c}.$$

После остановки новая волна старта дойдет до машины за время T_2 , и цикл повторится. Длительность цикла

$$\Delta T = 2t_0 - \frac{\Delta L}{c} = t_0 \frac{v+2c}{v+c}.$$

Тогда средняя скорость движения

$$u = \frac{\Delta L}{\Delta T} = \frac{vc}{v+2c},$$

откуда скорость волны

$$c = \frac{uv}{v-2u} = 3 \text{ м/с}.$$

Рассмотрим по аналогии второй случай. Новый путь за цикл

$$\Delta L' = 2\Delta L = \frac{2vct_0}{v+c},$$

новое время движения

$$\Delta t' = 3t_0 - \frac{\Delta L'}{c} = t_0 \frac{v+3c}{v+c},$$

новая средняя скорость

$$u' = \frac{\Delta L'}{\Delta t'} = \frac{2vc}{v+3c} = \frac{2uv}{u+v} = 2,4 \text{ м/с}.$$

4. Считаем, что луч падает на маленькую грань пластины (если бы он падал на большую грань, то всегда проходил бы сквозь стопку). Тогда по закону Снеллиуса имеем $n \sin \alpha = \sin \beta_0$, где β_0 – угол между большой поверхностью пластин и лучом в 1-й пластине. Далее, при преломлении углы β_i (i -й угол соответствует $(i-1)$ -й пластине) будут изменяться по закону $\cos \beta_i = k \cos \beta_{i-1}$ (здесь в формуле косинусы вместо синусов, так как плоскость раздела при этих преломлениях перпендикулярна плоскости раздела при первом преломлении). Луч не пройдет сквозь стопку в том случае, если он выйдет через боковую грань стопки. Это произойдет тогда, когда косинус крайнего угла β_N будет меньше 1, в предельном случае он равен 1. Так как $\cos \beta_N = k^N \cos \beta_0$, то имеем уравнение:

$$k^N \sqrt{1 - \frac{\sin^2 \alpha}{n^2}} = 1,$$

откуда

$$\alpha = \arcsin \left(n \sqrt{1 - k^{-2N}} \right).$$

Такой угол существует при $n^2(1 - k^{-2N}) \leq 1$. В противном случае луч всегда пройдет через пластину. Нетрудно доказать, что если луч не вышел через одну грань стопки, то он не выйдет и через противоположную.