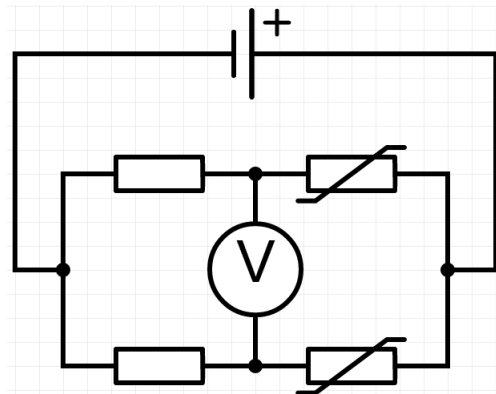


## Задача № 1. “Хитрая цепь”

Электрическая цепь состоит из двух одинаковых резисторов с сопротивлением  $R$  и двух варисторов с вольт-амперными характеристиками  $U_1 = \alpha I^2$  и  $U_2 = \beta I^{1/2}$ . К ним подключен источник постоянного напряжения, а между ними включен вольтметр (см. рисунок). Будем далее считать, что  $R = 0,75 \text{ к}\Omega$ ,  $\alpha = 1,00 \text{ кВ/А}^2$ ,  $\beta = 125 \text{ В/А}^{1/2}$ . Вольтметр и источник считаем идеальными.



© SchemeIt (digikay.com/schemeit)

1. (8 класс, 2.5 балла) Выразите напряжение  $U_V$  на вольтметре через  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $R$  и напряжение  $U$  источника. Найдите показание вольтметра при напряжении  $U = 220 \text{ В}$ .
2. (9 класс, 1 балл) Каким должно быть напряжение  $U_0$  источника, чтобы вольтметр показывал нулевое напряжение?
3. (9 класс, 2 балла) Определите тепловую мощность  $P$  цепи как нагревателя при напряжении  $U_0$ . В каком элементе цепи выделяется больше всего тепла?
4. (10 класс, 1 балл) Эта цепь является нелинейной, поэтому становится интересно, как она себя ведет на малых напряжениях. Найдите предел отношения  $U_V/U$  при  $U \rightarrow 0$ .
5. (11 класс, 1 балл) В результате серии экспериментов источник и вольтметр вышли из строя. Источник убрали, а цепь включили в сеть переменного тока с действующим напряжением  $U = 220 \text{ В}$  и частотой  $\nu = 50,0 \text{ Гц}$ . Вольтметр же заменили диодом. Какую часть  $n$  времени по диоду будет течь ток, если между сетью и цепью включить еще один диод? При малых напряжениях первый диод открыт.
6. (11 класс, 2.5 балла) Для дальнейшего исследования этой цепи решили купить трансформатор. Он оказался весьма хорошим: при напряжениях, с которыми работали, его КПД  $\eta = 0,99$ . Оба диода убрали, а трансформатор установили в режим, при котором он давал напряжение  $U' = 2,00 \text{ мВ}$  при частоте  $\nu' = 1,00 \text{ кГц}$ . Оцените количество теплоты  $Q_0$ , которое выделяется в цепи за период; а также мощность  $P$ , потребляемую из сети (если правильно сделать оценку, результат будет весьма точным).

## Задача № 2. “Небесная механика”

Небесная механика – это наука, которая изучает движение небесных тел (планет, звезд, астероидов и т.д.). В этой задаче необходимо провести некоторые расчеты касательно движения тел вблизи Земли. Для решения необходимы значения некоторых природных констант. Гравитационная постоянная  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Н} \cdot \text{м}^2/\text{кг}^2$ , масса земли  $M = 5,97 \cdot 10^{24} \text{ кг}$ , ее радиус  $R = 6,37 \cdot 10^6 \text{ м}$ . Влиянием атмосферы Земли, ее вращением, несферичностью и неоднородностью, а также притяжением других небесных тел в этой задаче пренебрегаем. Далее под словом “тело” подразумеваем материальную точку.

1. (8 класс, 1 балл) Первая космическая – это скорость  $u_1$ , с которой тело обращалось бы по круговой орбите вблизи поверхности Земли, если бы у нее не было атмосферы. Вторая космическая – это минимальная скорость  $u_2$ , получив которую на поверхности Земли, тело могло бы покинуть ее. Выразите  $u_1$  и  $u_2$  через  $G$ ,  $M$  и  $R$  и найдите их численные значения.
2. (8 класс, 1 балл) Пусть тело брошено со скоростью  $v_0 \ll u_1$  под углом  $\varphi$  к горизонту. Выразите через  $G$ ,  $M$ ,  $R$ ,  $v_0$  и  $\varphi$  следующие величины: ускорение свободного падения  $g$  вблизи поверхности Земли, наибольшую высоту подъема  $H$  тела, дальность  $L$  и время  $t$  его полета.
3. (8 класс, 0.5 балла) При каком  $\varphi$  наблюдается максимальная дальность полета при фиксированных остальных параметрах?
4. (9 класс, 1 балл) Рассмотрим теперь движение тела по круговой орбите. Выразите полную механическую энергию  $W$  тела, обращающегося вокруг Земли по круговой орбите радиуса  $r > R$  через природные константы, массу  $m$  тела и радиус  $r$  обращения.
5. (9 класс, 0.5 балла) Докажите, что при движении по круговой орбите отношение кинетической энергии  $W_{\text{kin}}$  тела к его потенциальной энергии  $W_{\text{pot}}$  постоянно:  $W_{\text{kin}}/W_{\text{pot}} = k$ . Найдите коэффициент  $k$ .
6. (9 класс, 1 балл) Выразите период обращения  $T_0$  тела по круговой орбите вблизи поверхности Земли через природные константы и найдите его численное значение.
7. (10 класс, 1.5 балла) Если телу на поверхности Земли придать скорость  $v$  такую, что  $u_1 < v < u_2$ , то тело полетит по эллипсу, в одном из фокусов которого будет находиться центр Земли. Телу сообщают скорость  $v$  по касательной к поверхности Земли. Выразите через  $R$ ,  $u_2$  и  $v$  большую  $a$  и малую  $b$  полуоси такого эллипса, его эксцентриситет  $\varepsilon$ , а также максимальное расстояние  $r_{\text{max}}$  между центром Земли и телом.
8. (10 класс, 3 балла) Если телу сообщить скорость, близкую ко второй космической, то оно будет все больше отдаляться от Земли. Телу сообщили радиально скорость, меньшую второй космической на величину  $\Delta v = 100 \text{ м/с}$ . Определите максимальное расстояние  $r_{\text{max}}$  между центром Земли и телом. Оцените время  $T$  его полета.
9. (9 класс, 0.5 балла) Если сообщить телу скорость, большую или равную второй космической, тело сможет покинуть Землю навсегда. У траекторий тела при таком движении есть специальные названия. Как называется траектория тела, если его полная механическая энергия в точности равна нулю? Больше нуля?

### Задача № 3 “Ликбез о воде”

Вода – одно из самых важных веществ на Земле. Она покрывает более 71% суши, являясь одним из ключевых соединений, необходимых для существования жизни. В этой задаче мы будем рассматривать ее физические свойства, считая ее несжимаемой. Необходимые для этого данные: плотность  $\rho_0 = 1000 \text{ кг/м}^3$ , динамическая вязкость  $\eta_0 = 1,00 \text{ мПа} \cdot \text{с}$ , поверхностное натяжение  $\sigma_0 = 72,8 \text{ мН/м}$ . В пунктах 1-7 пренебрегайте вязкостью и поверхностным натяжением воды.

1. (8 класс, 1 балл) В цилиндрический сосуд площадью сечения  $S$ , расположенный вертикально, наливают воду так, что высота ее уровня равна  $H$ . Затем в дне проделывают отверстие площадью  $S_0$ . Найдите скорость  $v$  изменения уровня воды в сосуде, считая его широким (т.е.  $S \gg S_0$ ).
2. (10 класс, 1.5 балла) Найдите ускорение  $a$  уровня воды в сосуде (см. пункт 1), считая его не широким, а высоким (т.е.  $H^2 \gg S, S_0$ ).
3. (9 класс, 0.5 балла) Может ли давление в воде быть отрицательным? Если нет, то что этому мешает?
4. (9 класс, 1 балл) Всасывающий насос – это прибор, который поднимает воду, создавая разрежение сверху. Нагнетательный насос – это прибор, который поднимает воду, создавая область повышенного давления снизу. Ограничена ли высота подъема жидкости в каждом из случаев? Если да, найдите максимальную высоту  $h_{\text{max}}$  подъема жидкости. Атмосферное давление  $p_0 = 101,3 \text{ кПа}$ , давление насыщенных паров воды при данной температуре  $p_{\text{нас}} = 3,2 \text{ кПа}$ , ускорение свободного падения  $g = 9,8 \text{ м/с}^2$ .
5. (9 класс, 1.5 балла) Насос перекачивает воду из одного водоема в другой. На входе в насос скорость воды  $v_1$ , а на выходе  $v_2$ . Площадь выходного отверстия  $S$ . Выразите перепад  $\Delta p$  давления, образуемый насосом, а также его полезную мощность  $P$ , через  $v_1$ ,  $v_2$  и  $\rho_0$ . Уровень выходного отверстия совпадает с уровнем воды в первом водоеме.
6. (9 класс, 0.5 балла) Выходное отверстие подняли по сравнению с начальным положением на высоту  $\Delta h$  (см. пункт 5), при этом скорость жидкости не изменилась. Выразите через  $v_1$ ,  $v_2$ ,  $\rho_0$  и  $\Delta h$  новый перепад  $\Delta p'$  давления и новую полезную мощность  $P'$  насоса.
7. (9 класс, 2 балла) Две цилиндрические струи, радиусы сечения которых  $R$  и  $r$ , движутся навстречу друг другу с одинаковой скоростью  $v$ . Оси струй совпадают. Известно, что сформировавшаяся струя представляет собой конус (см. рисунок). С какой скоростью будет двигаться вода в этом конусе? Найдите угол  $\alpha$  между осью конуса и его образующей. Силы тяжести не учитывайте.
8. (10 класс, 1 балл) Как известно, в пузыре давление несколько больше, чем атмосферное. Найдите, на какую величину  $\Delta p$  давление в пузыре радиуса  $R = 1,00 \text{ см}$  больше атмосферного.
9. (10 класс, 1 балл) Когда тело движется в воде, на него действует сила сопротивления  $F$ . Небольшая гладкая сфера радиуса  $R$  движется в воде со скоростью  $v$ . Выразите  $F$  через  $\eta$ ,  $R$  и  $v$ . Найдите ее численное значение при  $R = 2,00 \text{ мм}$  и  $v = 1,00 \text{ мм/с}$ .

