РОЗВ'ЯЗОК ЗАДАЧІ №1 9 КЛАС

1) Хід променів і побудова зображення предмета у мікроскопі представлені на рис.1. Як видно з рисунку, промені побудови зображення предмету у об'єктиві утворюють подібні трикутники O_1AB і $O_1A_1B_1$, з яких отримуємо збільшення зображення предмету $A_1B_1/AB=\Gamma_1=f_1/d_1$. При цьому $d_1 \geq F_{об}$ за умовою задачі, а відстань зображення від окуляра має бути менше $f_1 \leq l$, бо інакше окуляр буде розглядати уявний об'єкт. Звідси максимальне збільшення об'єктива можна оцінити як $\Gamma_{1max} \approx l/F_{об}$.
2) Остаточне зображення предмета у мікроскопі формує окуляр, який виконує роль лупи по відношенню до зображення предмета у об'єктиві. Для цього необхідно, щоб зображення предмету у об'єктиві розташовувалось між лінзою окуляра і її фокусом, що відповідає умові $d_2<F_{ок}$. За цих умов зображення у окулярі буде уявним, а оптимальною відстанню від окуляру буде відстань найкращого бачення $f_2=\Delta=25$см. Скористаємося формулою тонкої лінзи $1/d_2-1/\Delta=1/F_{ок}$, і запишемо збільшення окуляру, що дорівнює $A_2B_2/A_1B_1=\Gamma_2=\Delta/d_2=(\Delta+F_{ок})/F_{ок}$. Оскільки $\Delta>>F_{ок}$, то $\Gamma_{max} \approx \Delta/F_{ок}$.
3) Максимальне збільшення зображення предмета системою лінз мікроскопу дорівнює $A_2B_2/AB=\Gamma_1 \times \Gamma_2=\Delta \times l/F_{об} \times F_{ок}=30 \times 25/5=150$.
4) Більш строга оцінка дає $f_1=l-d_2=l-\Delta \times F_2/(\Delta+F_2)=30-25/26 \approx 29$см, тоді $d_1=F_1 \times f_1/(f_1-F_1)=5 \times 29/(29-5) \approx 6$см, а $\Gamma_{max}=f_1 \times \Delta/d_1 \times d_2 = 29 \times 25/6 \approx 121$.

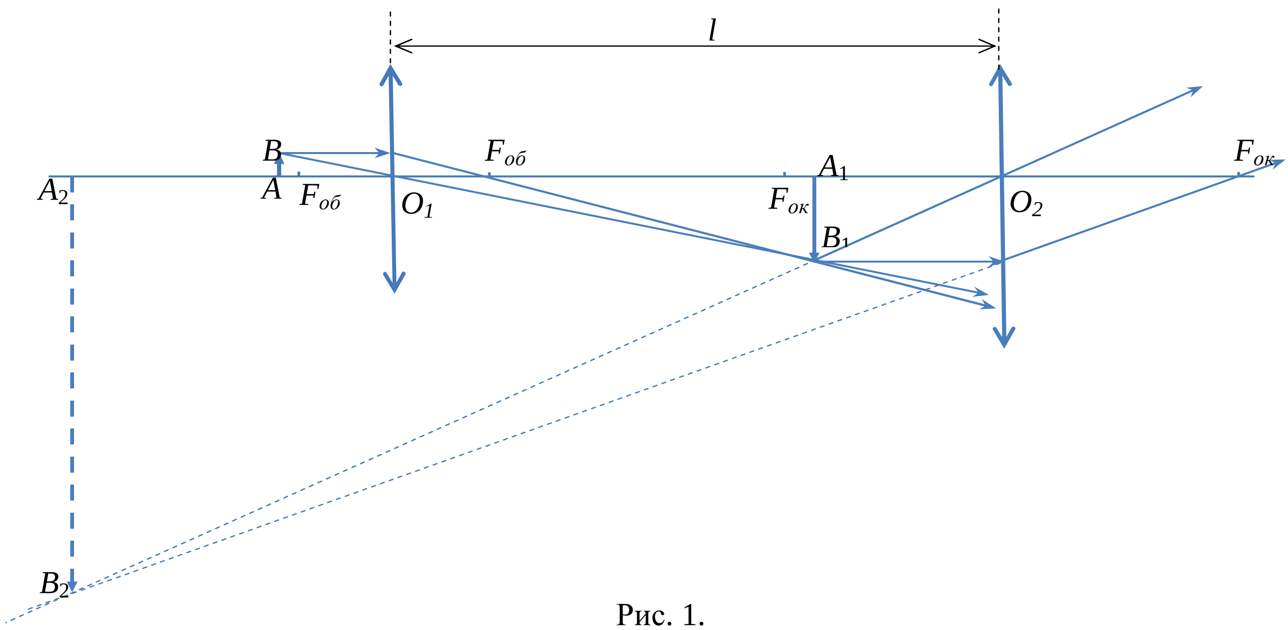
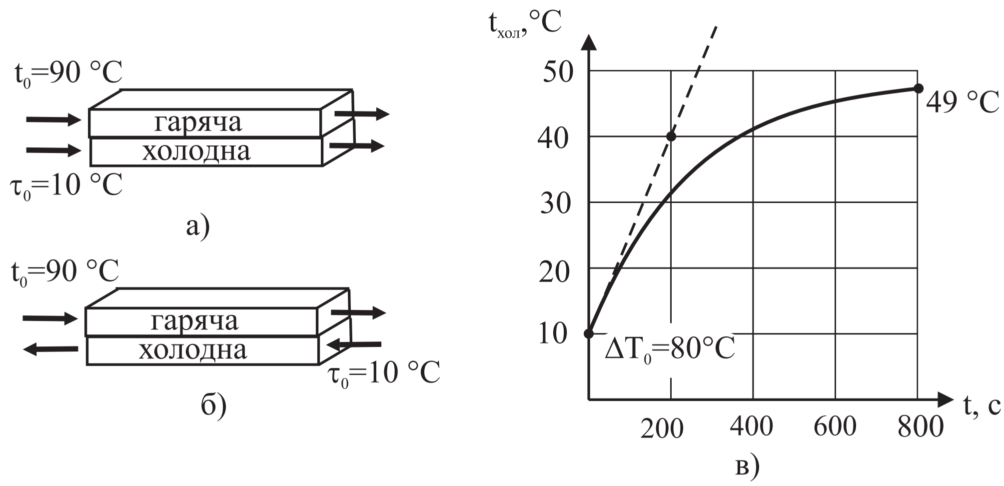


Рис. 1.

Завдання про теплообмінники із прямим і зворотним струмом №2.

Для того, щоб теплота, що утримується у відпрацьованій рідині не пропадала, в теплотехніці використовуються теплообмінники. Найпростіший теплообмінник являє собою два однакові, притиснуті один до одної мідні труби, через одну з яких пропускають гарячу воду, а через другу – холодну (мал. 1а,б).

Для визначення робочих властивостей такого теплообмінника, його труби попередньо заповнили гарячої (90 °C) і холодною водою (10 °C) і побудували графік зміни температури холодної води з часом (мал.1в). (Малюнок робочий, тому проектувальники на ньому залишили деякі замітки.)



Мал.1

Використовуючи цей графік, розрахуйте, яку температуру холодної води на виході буде забезпечувати цей теплообмінник, якщо напрямки течії гарячої й холодної води в ньому:

а) однакові («Теплообмінник прямого струму», мал.1а);

б) протилежні («Теплообмінник зворотного струму», мал.1б).

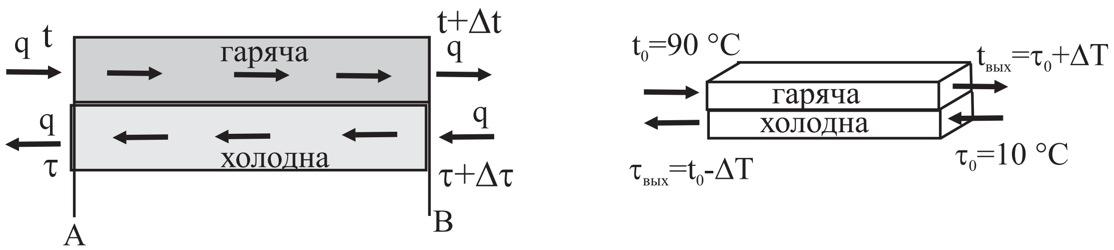
Для розрахунків прийняти довжину кожної труби рівної 8 метрів, швидкість течії гарячої й холодної води однакової й рівної 1 см/с, температуру гарячої води на вході рівної 90 °C, температуру холодної води на вході рівної 10 °C. Уважати, що у всіх випадках втрат тепла немає, і що потік тепла від гарячої до холодної води прямопропорціонален різниці їхніх температур.

Розв'язання.

а) В «Теплообміннику прямого струму» кожен рідкий елемент холодної води рухається разом з тим самим елементом гарячої рідини час $t = \ell / V = 800\,c$. За графіком 1в визначаємо, що за цей час холодна вода нагріється до $49°C$. Загальна картина розподілу температур приведена на малюнку 2.

б) Аналіз «Теплообмінника зворотного струму» набагато складніше. Головне тут установити наступний факт: *якщо витрати гарячої й холодної води однакові, то різниця температур між гарячою й холодною водою у всіх перерізах однакова!*

Доведемо цей факт. Роздивимося на малюнку 3а довільний елемент теплообмінника АВ.



а) б)

Мал.3

Рівняння балансу тепла для цього елемента теплообмінника (за одиницю часу) має вигляд:

$$q \cdot c \cdot t + q \cdot c \cdot (\tau + \Delta\tau) = q \cdot c \cdot \tau + q \cdot c \cdot (t + \Delta t),$$

де $t(x)$ – температура гарячої води, $\tau(x)$ – температура холодної води, q – витрати води в кожній трубі, c – теплоємність води.

Звідси одержуємо

$$\Delta t = \Delta\tau,$$

т. ч. зміна температури гарячої води на будь-якій ділянці теплообмінника в точності дорівнює зміні температури холодної води. Виходить, у кожному перерізі різниця температур між гарячою й холодною водою однакова. Позначимо цю різницю через ΔT. Використовуючи цю, поки невідому, величину, ми можемо записати для температури холодної води на виході (мал. 3б):

$$\tau_{вих} = t_0 - \Delta T ,$$

тут $t_0 = 90°C$ – температура гарячої води на вході.

Знайдемо ΔT, використовуючи експериментальний графік 1в.

Розглянемо на ньому початкову точку, для якої початкова температура холодної води дорівнює $\tau_0 = 10°C$. Відзначимо, що при цьому різниця між температурою холодної й гарячої води в цій точці складає $\Delta T_0 = 80°C$.

Проведемо дотичну до графіка в цій точці.

Вона показує, як би змінювалася температура холодної води якби різниця між її температурою й температурою гарячої води залишалася б постійної й рівної $\Delta T_0 = 80°C$.

За графіком читаємо, що за 200 секунд холодна вода нагрілася б до температури $40°C$, тобто на $30°C$. Значить за 800 секунд, за час руху холодного елемента води в теплообміннику, вона нагрілася б на $\Delta t_0 = 120°C$.

Складаємо рівняння для ключової невідомої величини ΔT.

Якщо при постійній різниці температур рівної $\Delta T_0 = 80°C$ холодна вода нагрілася б за час руху на $\Delta t_0 = 120°C$, то при різниці температур ΔT, нагрівання складе величину $\Delta t = \Delta t_0 \cdot \frac{\Delta T}{\Delta T_0} = \frac{120}{80} \cdot \Delta T$. З іншого боку це нагрівання повинен дорівнювати $(t_0 - \tau_0 - \Delta T) = (80°C - \Delta T)$. Разом одержуємо рівняння:

$$\Delta t_0 \cdot \frac{\Delta T}{\Delta T_0} = (t_0 - \tau_0 - \Delta T).$$

Або в числах:

$$\frac{120}{80} \cdot \Delta T = (80°C - \Delta T).$$

Звідси для різниці температур одержуємо:

$$\Delta T = \frac{80}{200} \cdot 80°C = 32°C .$$

Тепер ми можемо одержати відповідь: в «Теплообміннику зі зворотним струмом» температура колишньої холодної води на виході буде дорівнювати $\tau_{вых} = t_0 - \Delta T = 58°C$. Загальний розподіл температур у теплообміннику показан на малюнку 4.

Мал.4

Відзначимо, що теплообмінник зі зворотним струмом дозволяє здійснювати більш ефективний відбір тепла у відпрацьованої рідини. У нашому випадку температура нагрітої *холодної* води більше, ніж температура охолодженої *гарячої* води.

Відповідь: а) $\tau_{вих} = 49°C$; б) $\tau_{вих} = 58°C$.

Задача №3 (9 класс)

Рассмотрим процесс попадания очередного груза в ячейку, как столкновение малой покоящейся массы m со значительно большей массой $M \approx Nm/2$ (колесо с частично заполненными ячейками), имеющей скорость v.

$$Mv = (M+m)u.$$

$$u = \frac{M}{M+m}v.$$

После столкновения кинетическая энергия колеса уменьшается – выделяется теплота

$$Q = \frac{Mv^2}{2} - \frac{(M+m)u^2}{2} \approx \frac{mv^2}{2}.$$

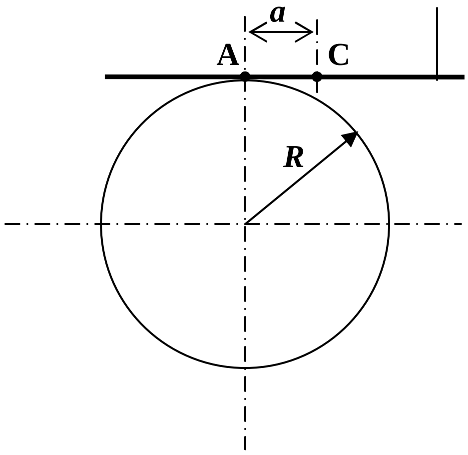
Любое количество грузов общей массой m_0 с помощью вращающегося колеса постепенно опускается на высоту $h = 2R$. Их потенциальная энергия превращается в кинетическую и теплоту, рассмотренную ранее

$$m_0 g 2R = \frac{m_0 v^2}{2} + Q_0 = m_0 v^2.$$

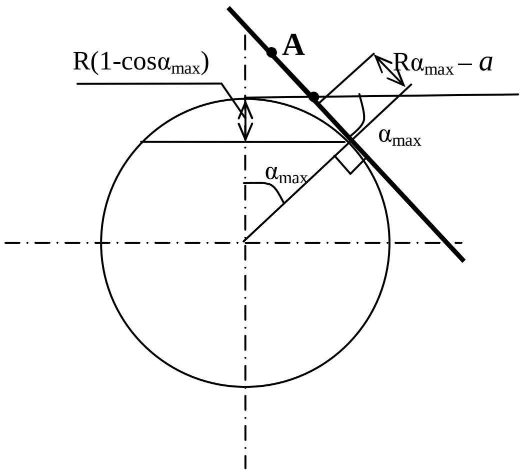
Окончательно получаем

$$v = \sqrt{2gR} \approx 4,48\, м/с.$$

Розв'язок задачі № 4 (9 клас).

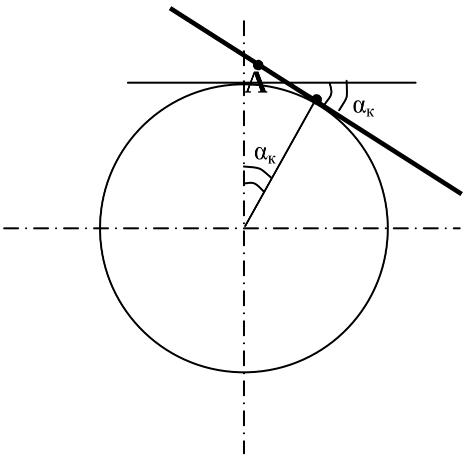


A – точка на стержні, в якій він торкається циліндра, знаходячись у горизонтальному положенні; C – центр мас стержня; AC = a.



Центр мас C повернувся майже на ту саму висоту (втратами енергії при першому відхиленні знехтуємо). Тоді з геометрії:

$$R(1 - \cos\alpha_{max}) = (R\alpha_{max} - a)\sin\alpha_{max} \quad (1)$$



Після згасання коливань центр мас стержня співпадатиме з точкою торкання з циліндром (умова рівноваги).

Звідки: $a = R\alpha_k$ (2)

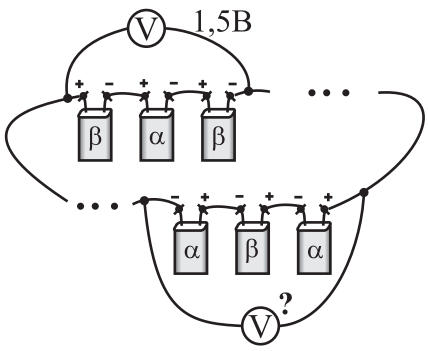
Підставляючи (2) в (1) і скорочуючи на R, одержимо:

$$1 - \cos\alpha_{max} = (\alpha_{max} - \alpha_k)\sin\alpha_{max}\ .$$

Звідки: $\alpha_k = \alpha_{max} - (1 - \cos\alpha_{max})/\sin\alpha_{max} = \alpha_{max} - \mathrm{tg}\,(\alpha_{max}/2)$.

Завдання «Двадцять чотири батарейки» №5

Недосвідчений лаборант спаяв замкнутий ланцюг з десяти батарейок «Альфа» і чотирнадцяти батарейок «Бета». Батарейки він брав у довільному порядку, але завжди з'єднував «плюс» з «мінусом».



Мал.1

Верхній вольтметр, що підключень до групи «Бета»-«Альфа»-«Бета» (мал.1), показує напругу 1,5 В.

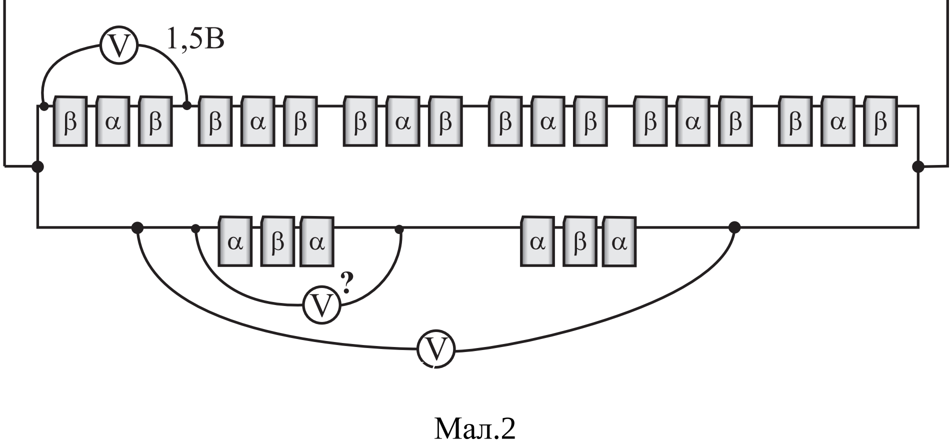
1) Яку напругу показує нижній вольтметр, що підключень до групи «Альфа»-«Бета»-«Альфа»?

2) Яку напругу покаже вольтметр, якщо його підключити в батарейці «Бета»?

3) Яку напругу покаже вольтметр, якщо його підключити в батарейці «Альфа»?

Розв'язання 1 «Макроскопічне»

1) Перегрупуємо батарейки, що не входять в «зону дії вольтметрів», так, щоб утворилося шість груп «Бета»-«Альфа»-«Бета» і дві групи «Альфа»-«Бета»-«Альфа» (мал.2).



Мал.2

Сірий і білий вольтметри, що підключені до точок з'єднання груп, показують однакову напругу. При цьому показання сірого вольтметра рівні $U_c = 6 \cdot U_{\beta\alpha\beta}$, а білого – $U_б = 2 \cdot U_{\alpha\beta\alpha}$. Отримуємо рівняння:

$$2 \cdot U_{\alpha\beta\alpha} = 6 \cdot U_{\beta\alpha\beta}.$$

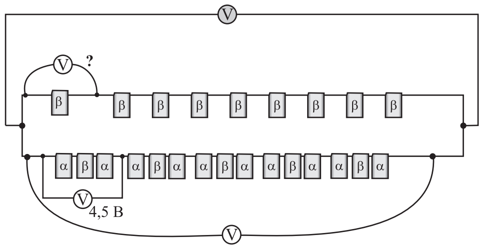
Звідси перша відповідь: $U_{\alpha\beta\alpha} = 3 \cdot U_{\beta\alpha\beta} = 4{,}5\ В$

2) Розташуємо батарейки так, щоб утворилося п'ять груп «Альфа»-«Бета»-«Альфа» і дев'ять елементів «Бета» (мал.3).

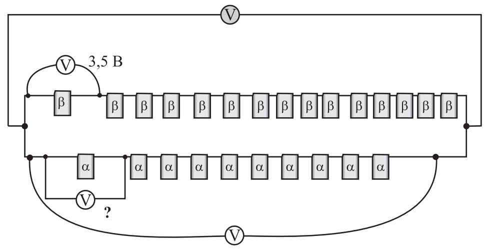
Показання сірого й білого вольтметрів однакові, - звідси друге рівняння:

$$9 \cdot U_\beta = 5 \cdot U_{\alpha\beta\alpha}.$$

Друга відповідь: $U_\beta = \frac{5}{9} \cdot U_{\alpha\beta\alpha} = \frac{5}{3} \cdot U_{\beta\alpha\beta} = 2{,}5\ В$.



Мал.3



Мал.4

3) Розташуємо батарейки один по одному: чотирнадцять батарейок «Бета» і десять батарейок «Альфа» (мал.4).

Показання сірого й білого вольтметрів однакові, звідси рівняння:

$$10 \cdot U_\alpha = 14 \cdot U_\beta.$$

Третя відповідь: $U_\alpha = \frac{7}{5} \cdot U_\beta = \frac{7}{9} \cdot U_{\alpha\beta\alpha} = \frac{7}{3} \cdot U_{\beta\alpha\beta} = 3{,}5\ В$

Відповіді: 1) $U_{\alpha\beta\alpha} = 3 \cdot U_{\beta\alpha\beta} = 4{,}5\ В$; 2) $U_\beta = \frac{5}{3} \cdot U_{\beta\alpha\beta} = 2{,}5\ В$; 3) $U_\alpha = \frac{7}{3} \cdot U_{\beta\alpha\beta} = 3{,}5\ В$.

Розв'язання 2 «Мікроскопічне»

Тепер нашим першим кроком буде третій крок попереднього розв'язання:

$$14 \cdot \left|U_\beta\right| = 10 \cdot \left|U_\alpha\right|.$$

Тобто напруги на батарейках кожного виду зв'язані співвідношенням:

$$|U_\beta| = \frac{5}{7} \cdot |U_\alpha|$$

Варто врахувати, що для того щоб алгебраїчна сума напруг у циклі була б рівною нулю, одне з напруг має знак «+», а інше - «-».

Для відомої напруги $U_{\beta\alpha\beta}$ отримуємо:

$$U_{\beta\alpha\beta} = \left|2 \cdot |U_\beta| - |U_\alpha|\right| = \frac{3}{7} \cdot |U_\alpha|.$$

Для напруги $U_{\alpha\beta\alpha}$ аналогічно:

$$U_{\alpha\beta\alpha} = \left|2 \cdot |U_\alpha| - |U_\beta|\right| = \frac{9}{7} \cdot |U_\alpha|.$$

Звідси випливають всі відповіді:

$$|U_\alpha| = \frac{7}{3} \cdot U_{\beta\alpha\beta} = 3{,}5\ B,$$

$$|U_\beta| = \frac{5}{7} \cdot |U_\alpha| = 2{,}5\ B,$$

$$U_{\alpha\beta\alpha} = \frac{9}{7} \cdot |U_\alpha| = 4{,}5\ B.$$

Відповіді: 1) $U_{\alpha\beta\alpha} = 3 \cdot U_{\beta\alpha\beta} = 4{,}5\ B$; 2) $U_\beta = \frac{5}{3} \cdot U_{\beta\alpha\beta} = 2{,}5\ B$; 3) $U_\alpha = \frac{7}{3} \cdot U_{\beta\alpha\beta} = 3{,}5\ B$.