2016 год.
10 класс. Решения

1 Материальная точка с массой т висит на конце нити произвольной заданной длины, а другой конец нити прикреплен к шарниру, в котором отсутствует трение. Эта материальная точка приводится в движение по круговому пути в горизонтальной плоскости, находящейся на расстоянии *H* от шарнира. Найдите период движения.

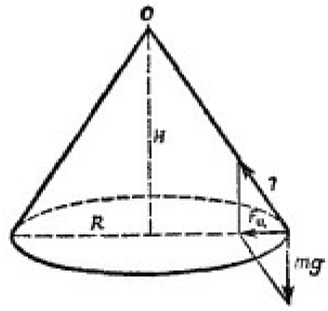

Рис.1

Решение:

Пусть точка *M* движется по окружности радиусом *R* с постоянной скоростью *v*. Время одного оборота, т. е. период движения, есть $T = \frac{2\pi R}{v} = 2\pi\sqrt{\frac{H}{g}}$. К точке *M* приложены две силы: сила тяжести *mg*, направленная вертикально вниз, и сила натяжения нити *T*, направленная вверх по нити. Очевидно, центростремительная сила $F_ц = mg+T$; она направлена по радиусу горизонтальной окружности. Как видно (см. Рис.1), модуль ее равен $F_ц = mg\,tg\alpha$, где α – угол между нитью и вертикалью, т. е. вызываемое этой силой центростремительное ускорение равно по величине $g\,tg\,\alpha$. С другой стороны, оно, как известно, равно v^2/R, поэтому $v^2/R = g\,tg\,\alpha$ и $v^2 = gR\,tg\,\alpha$.

Таким образом, $T = \frac{2\pi R}{v} = 2\pi\sqrt{\frac{H}{g}}$ так как $tg\alpha = \frac{R}{H}$

2. Люк Скайуокер летит над поверхностью «Звезды Смерти» со скоростью v = 126 км/ч на высоте h = 125 м и сбрасывает бомбу, не долетев 200 м до шахты главного реактора. Попадет ли бомба в шахту реактора?

Ширина шахты главного реактора 10 м. Ускорение свободного падения на поверхности «Звезды смерти» равно 7.4 м/с^2. Атмосфера отсутствует.

Решение:

Время падения $t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$. За это время бомба пролетит по горизонтали расстояние

$s = vt = v\sqrt{\frac{2h}{g}}$ = 203,43 м. Бомба попадет в шахту реактора.

3. Тело массой m = 0,25 кг равномерно движется по окружности радиуса R = 2,0 м с линейной скоростью v = 5,0 м/с. Найти модуль изменения импульса тела за t = 1,0 с.

Решение:

Длина дуги, которую за 1 с пройдет тело L=5 м. Угол поворота тела $\alpha=L/R$=2,5 радиан≈143°. На тот же угол поворачивается вектор импульса тела **p**.

Модуль изменения импульса $|\Delta\mathbf{p}|=2|\mathbf{p}|\,|\sin(2.5)| \approx 2\cdot 1.25\cdot 0.6=1.5$ кг·м/с. ***А не половинный угол?!***

4. На гладкой горизонтальной поверхности около стенки стоит симметричный брусок массой 4 кг с углублением полусферической формы радиусом 1,25 м (см. Рис.2). Из точки А без трения соскальзывает маленький шарик массой 1 кг. Найдите его максимальную скорость при последующем движении.

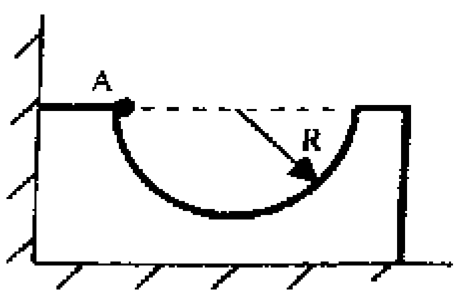

Рис.2

Решение:

Пока шарик скатывается до самой нижней токи углубления, он давит на брусок в вертикальном направлении (вниз), а также и влево; брусок прижимается к левой стенке, а сила её реакции опоры

(горизонтальная) уравновешивает это давление шарика и брусок остается неподвижным.
Теперь остановимся на моменте, когда шарик докатился до самой нижней точки. В этот момент шарик перестает давить на брусок влево и начинает давить на брусок в правом направлении - т.е. брусок начнет двигаться вправо. Т.е. в этот момент вся система "шарик-брусок" начнет двигаться вправо, обладая некоторым суммарным импульсом P, который будет оставаться неизменным, т.к. на систему перестанут действовать горизонтальные силы. Т.е. система шарик-брусок поедет вправо не останавливаясь. При этом потенциальная энергия системы потом может только увеличиваться когда шарик будет подниматься с дна; другие ускоряющие силы на систему перестают действовать и это означает, что кинетическая энергия системы с этого момента никогда не будет выше. Но в обсуждаемый момент времени вся кинетическая энергия - это энергия движения шарика, а значит это момент времени в который его скорость максимальна. Кинетическая энергия шарика в обсуждаемый момент времени равна работе силы тяжести:

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot V_{max}^{2} = m \cdot g \cdot R$$

$$V_{max} = \sqrt{2 \cdot g \cdot R}$$

$$V_{max} = 4.95 \text{ м/с}$$

5 Кирпичная конструкция, составленная из шести кирпичей, покоится на земле (Рис.3). Определите отношение давлений p1 и p2 которые оказывают нижний левый и нижний правый кирпичи па землю. Кирпич представляет собой параллелепипед, стороны которого относятся как 1:2:4.

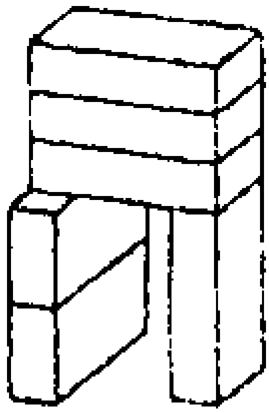

Рис.3

Решение:

Пусть длина наименьшего ребра равна a, а плотность кирпича равна ρ.
Масса верхней стопки:

$$M = 3 \cdot (a \cdot 2a \cdot 4a) \cdot \rho$$

$$M = 24 \cdot a^3 \cdot \rho$$

Эта масса действует с одинаковой силой на левую и правую опоры:

$$F_1 = F_2 = \frac{1}{2} \cdot M \cdot g = 12 \cdot a^3 \cdot \rho \cdot g$$

Сила давления левой опоры на землю:

$$f_1 = F_1 + 2 \cdot [(a \cdot 2a \cdot 4a) \cdot \rho] \cdot g = 12 \cdot a^3 \cdot \rho \cdot g + 16 \cdot a^3 \cdot \rho \cdot g = 28 \cdot a^3 \cdot \rho \cdot g$$

Сила давления правой опоры на землю:

$$f_2 = F_2 + 1 \cdot [(a \cdot 2a \cdot 4a) \cdot \rho] \cdot g = 12 \cdot a^3 \cdot \rho \cdot g + 8 \cdot a^3 \cdot \rho \cdot g = 20 \cdot a^3 \cdot \rho \cdot g$$

Отношение давлений:

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{\frac{f_1}{S_1}}{\frac{f_2}{S_2}} = \frac{\frac{28 \cdot a^3 \cdot \rho \cdot g}{a \cdot 4a}}{\frac{20 \cdot a^3 \cdot \rho \cdot g}{a \cdot 2a}} = \frac{7}{10}$$