

ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ ТУР

16 января 2009 года

Сначала, пожалуйста, прочитайте следующее:

1. Теоретический тур состоит из трех задач. Продолжительность тура 4 часа.
2. Пользуйтесь только той ручкой, которая Вам предоставлена.
3. Для расчетов Вы можете использовать свой калькулятор. Если своего у вас нет, тогда Вы можете попросить его у организаторов олимпиады.
4. Вам предоставлены чистые листы бумаги и *Листы для записи (Writing sheets)*. Чистые листы бумаги предназначены для черновых записей, их Вы можете использовать по Вашему усмотрению, они не проверяются. На *Writing sheets* следует записывать решения задач, которые будут оценены при проверке работы. В решениях как можно меньше используйте словесные описания. В основном Вы должны использовать уравнения, числа, буквенные обозначения, рисунки и графики.
5. Используйте только лицевую сторону *Writing sheets*. При записи не выходите за пределы отмеченной рамки.
6. Решение каждой задачи следует начинать с новой страницы *Writing sheets*.
7. На каждом использованном *Writing sheets*, в отведенных для этого графах, необходимо указать Вашу страну (*Country*), Ваш код (*Student Code*), порядковый номер задачи (*Question Number*), текущий номер каждого листа (*Page Number*) и полное количество листов, использованных при решении всех задач (*Total Number of Pages*). Если Вы не хотите, чтобы некоторые использованные *Writing sheets* были включены в ответ, тогда перечеркните их большим крестом на весь лист и не включайте в Ваш подсчет полного количества листов.
8. Когда Вы закончите тур, разложите все листы в следующем порядке:
 - Пронумерованные по порядку *Writing sheets*;
 - Черновые листы;
 - Неиспользованные листы;
 - Отпечатанные условия задачи

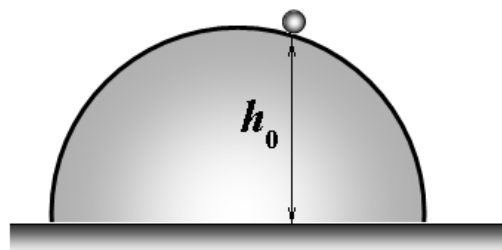
Положите все листы бумаги в конверт и оставьте на столе. Вам не разрешается выносить *никакие* листы бумаги из аудитории.

Задача 1

Эта задача состоит из четырех частей, не связанных друг с другом.

1А (2 балла)

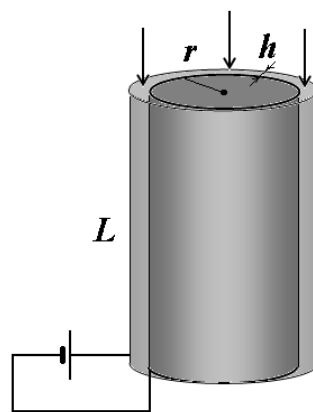
На гладкую поверхность закреплённой на столе полусферы радиуса R кладут небольшое тело и отпускают без толчка. На какой высоте h над столом тело оторвётся от полусферы, если его начальное положение находилось на высоте h_0 .



1В (3 балла)

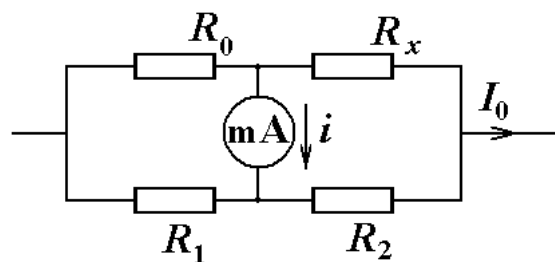
Электрический нагреватель воды состоит из двух коаксиальных хорошо проводящих цилиндров длиной L . Радиус внутреннего цилиндра равен r , расстояние между цилиндрами значительно меньше радиусов цилиндров и равно h . Цилиндры подключены к источнику постоянного напряжения U_0 . Между цилиндрами медленно протекает вода, которая нагревается благодаря протекающему через нее электрическому току. Рассчитайте, с какой скоростью должна течь вода, чтобы ее температура повысилась на Δt градусов.

Характеристики воды: плотность γ , удельное электрическое сопротивление ρ , удельная теплоемкость c . Теплоемкостями цилиндров и потерями теплоты в окружающую среду можно пренебречь.



1С (2 балла)

Для измерения электрического сопротивления широко используются мостовые схемы. На рисунке показана электрическая схема моста Уитстона, предназначенная для измерения неизвестного сопротивления R_x . Сопротивления резисторов R_1 и R_2 можно плавно изменять. Сопротивление резистора R_0 известно с высокой точностью. Изменяя сопротивления R_1 и R_2 , добиваются, чтобы ток i через миллиамперметр стал равным нулю. В этом случае говорят, что мост сбалансирован.



1. Выразите неизвестное сопротивление R_x через сопротивления R_1 , R_2 , R_0 при условии сбалансированности моста.

2. В реальных измерениях практически невозможно точно зафиксировать отсутствие тока через миллиамперметр, так как его чувствительность ограничена. Пусть минимальное значение силы тока, которое может зафиксировать миллиамперметр равно i_0 (то есть при $i < i_0$ миллиамперметр показывает ноль). Определите относительную погрешность измерения сопротивления R_x , вызванную неточностью определения нулевого значения тока через миллиамперметр. Общую силу тока в цепи I_0 считайте постоянной и известной, причем $I_0 \gg i_0$.

1D (3 балла)

Солнечным утром на освещаемом солнцем сухом асфальте видны блестящие пятна, похожие на лужи воды. Их появление является простейшим миражом — реально в этих «лужах» мы видим отражение неба.

Цель данной задачи дать теоретическое описание этого явления.

Показатель преломления воздуха n зависит от концентрации молекул γ в соответствии с формулой

$$n = 1 + \frac{\alpha\gamma}{2}. \quad (1)$$

где $\alpha = 2,3 \cdot 10^{-29} \text{ м}^3$ — средняя поляризуемость молекул воздуха. Будем считать, что температура воздуха равна $t_0 = 20^\circ\text{C}$, атмосферное давление $P_0 = 1,0 \cdot 10^5 \text{ Па}$. Благодаря солнечным лучам у поверхности асфальта образуется тонкий слой более нагретого воздуха, температура которого на $\Delta t = 2,0^\circ\text{C}$ выше, чем температура более высоких слоев.

Водитель движется прямолинейно по горизонтальной дороге, причем его глаза находятся на высоте $h = 1,2 \text{ м}$ над поверхностью асфальта. Оцените, на каком расстоянии от водителя он может увидеть ближайшую к нему лужу-мираж.

Постоянная Больцмана $k_B = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К}$.

При решении данных задач вы можете использовать приближенные формулы справедливые при малых значениях x :

$$(1+x)^\gamma \approx 1 + \gamma x$$

$$\sin x \approx x$$

$$\cos x \approx 1 - \frac{x^2}{2}$$

Задача 2

Электромагнитные качели (10 баллов)

Два длинных проводящих стержня, соединённых сверху катушкой с индуктивностью L , образуют наклонную плоскость, составляющую угол α с горизонтом. Подвижный проводник массой m (см. рис.) способен скользить по стержням, всё время оставаясь перпендикулярным к ним и сохраняя с ними хороший электрический контакт. Коэффициент трения скольжения между проводником и стержнями равен μ , расстояние между стержнями равно h , ускорение свободного падения равно g . Вся система помещена в перпендикулярное наклонной плоскости однородное магнитное поле с индукцией B . В данной задаче полностью пренебрегается омическим сопротивлением и индуктивностью стержней и проводника. Считая, что в начальный момент времени проводник покоится, а затем без толчка освобождается, дайте ответы на следующие вопросы.

1. Запишите неравенство, при выполнении которого проводник начнёт свое движение вниз после отпускания. Ответ выразите через α, μ . (1 балл)
2. Считая, что условия вопроса 1 выполнены и проводник начал движение вниз, найдите зависимость силы тока I в катушке индуктивности от смещения x проводника от начального положения. Ответ выразите через h, B, L, x (2 балла)
3. Найдите максимальную скорость проводника u_{\max} в процессе его движения. Ответ выразите через $h, B, L, m, \alpha, g, \mu$. (1 балл)
4. Найдите максимальную силу тока I_{\max} в катушке индуктивности в процессе движения проводника. Ответ выразите через h, B, m, α, g, μ . (1 балл)
5. Вычислите количество выделившейся из-за трения теплоты за очень большое время в случае малой силы трения. Ответ выразите через h, B, L, m, α, g . (3 балла)
6. Какова относительная ошибка ответа предыдущего пункта в случае $\mu = \frac{\operatorname{tg} \alpha}{2009}$? (2 балла)

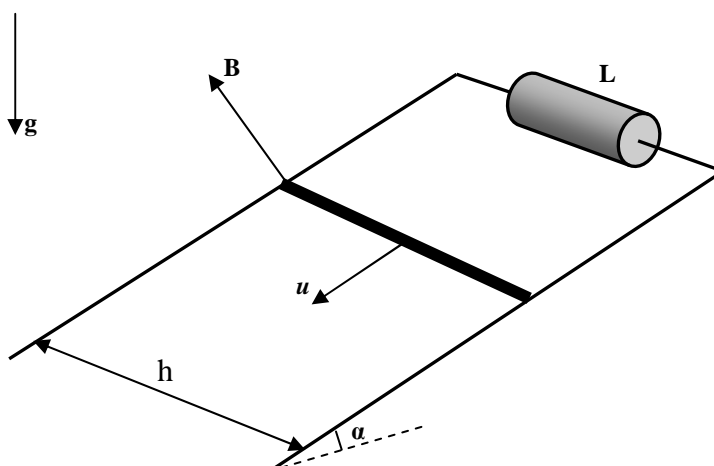


Рисунок. Схема электромагнитных качелей

Задача 3

Тепловое излучение (10 баллов)

Электромагнитное излучение, испускаемое нагретыми телами, называется **тепловым**. Тепловое излучение характеризуется интегральной и спектральной светимостью.

Интегральной светимостью тела R называется суммарная энергия излучения, испускаемого с единицы площади поверхности тела в единицу времени. **Спектральной светимостью** тела r_λ в узком интервале длин волн от λ до $\lambda + \Delta\lambda$ называется отношение светимости ΔR в данном спектральном диапазоне к спектральной ширине этого диапазона

$r_\lambda = \frac{\Delta R}{\Delta\lambda}$. Интегральная и спектральная светимости тела зависят как от свойств самого тела, так и от его температуры. Светимость тела связана с его способностью поглощать падающее электромагнитное излучение. Чем лучше тело поглощает падающее на него излучение, тем сильнее оно будет излучать при нагревании. Если тело полностью поглощает все падающее на него излучение, то такое тело называется **абсолютно черным**. Распределение энергии излучения черного тела по спектру (то есть его спектральная светимость) хорошо изучено экспериментально и описано теоретически. На рисунках 1 и 2 построены кривые спектральной светимости абсолютно черного тела при двух различных температурах: $T_1 = 2000\text{ K}$ (рис. 1) и $T_2 = 1300\text{ K}$ (рис. 2).

1. Используя приведенный график зависимости спектральной светимости для температуры $T_1 = 2000\text{ K}$, найдите отношение энергий испускаемых черным телом в спектральных интервалах $(\lambda_1, \lambda_1 + \Delta\lambda)$ и $(\lambda_2, \lambda_2 + \Delta\lambda)$ для $\lambda_1 = 2,0 \cdot 10^{-6}\text{ м}$, $\lambda_2 = 4,0 \cdot 10^{-6}\text{ м}$, $\Delta\lambda = 0,5 \cdot 10^{-6}\text{ м}$. (1 балл)

2. Вин установил, что длина волны λ_m , на которую приходится максимум спектральной светимости, связана с температурой соотношением

$$\lambda_m = bT^n, \quad (1)$$

где величина b называется постоянной Вина, n — некоторая целочисленная постоянная. Используя приведенные графики, найдите значения постоянных b и n . (2 балла)

3. Стефаном и Больцманом установлено, что интегральная светимость черного тела зависит от температуры по закону

$$R = \sigma T^m, \quad (2)$$

здесь σ — постоянная Стефана-Больцмана, m — некоторая целочисленная постоянная. Используя приведенные графики, найдите значения постоянных σ и m . (3 балла)

4. Спектральный состав излучения Солнца близок к спектральному составу излучения абсолютно черного тела с $\lambda_m = 0,48 \cdot 10^{-6}\text{ м}$. Оцените время, за которое благодаря тепловому излучению, масса Солнца уменьшится на 1%.

Масса Солнца — $2 \cdot 10^{30}\text{ кг}$, его радиус $7 \cdot 10^8\text{ м}$. (4 балла)

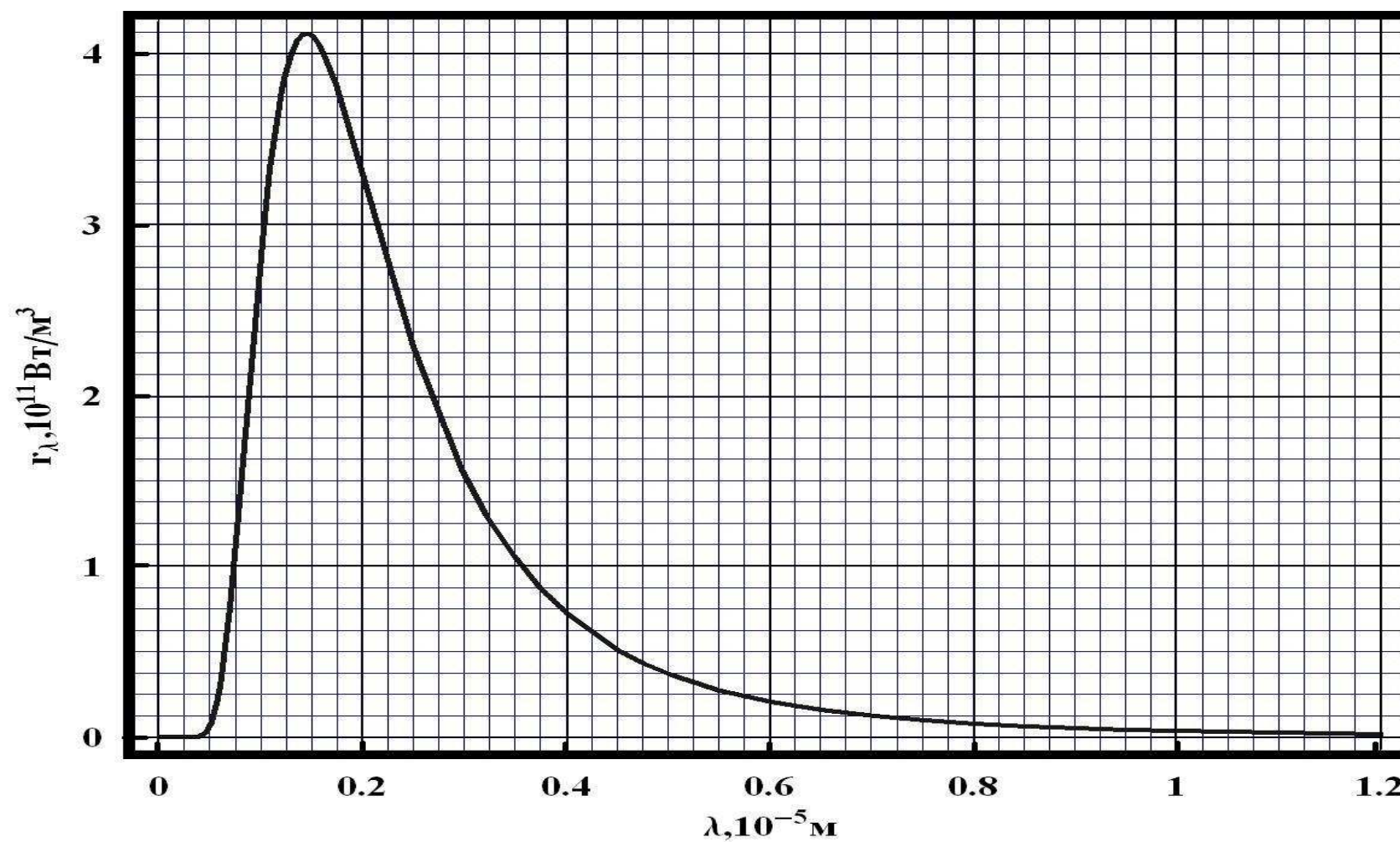


Рисунок 1. Спектральная светимость абсолютно черного тела при температуре $T = 2000 \text{ К}$

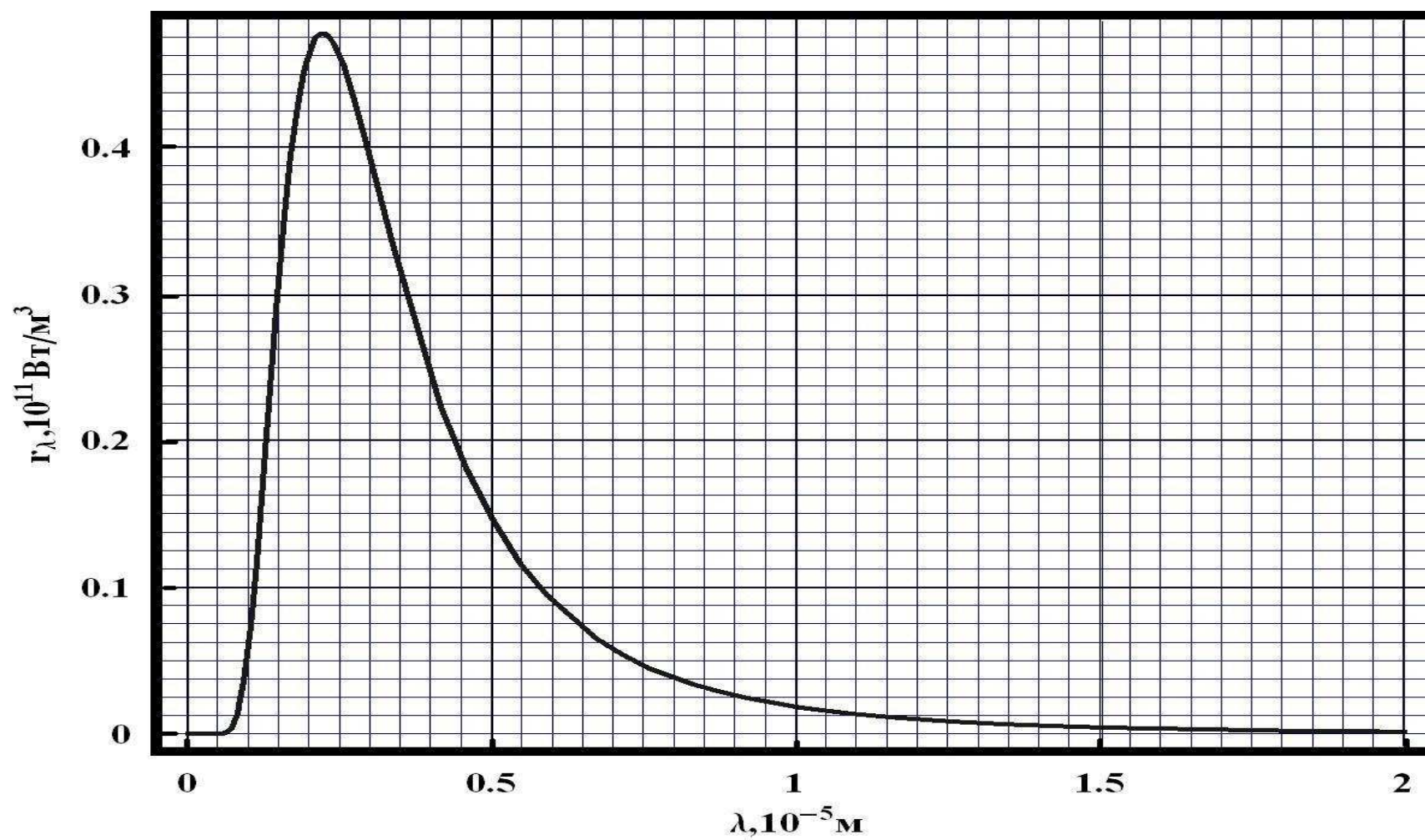


Рисунок 2. Спектральная светимость абсолютно черного тела при температуре $T = 1300 \text{ К}$