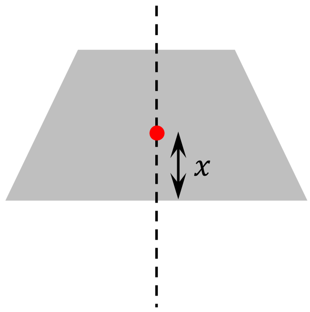
2010 год

1. $v = \sqrt{gl}.$
2. При $k|\rho q| > 2mgl$ существуют две линии равновесия $h = \frac{k|\rho q| \pm \sqrt{k^2\rho^2q^2 - 4m^2g^2l^2}}{2mg}$, где h – расстояние по вертикали от нити до груза, отсчитанное вниз. При $k|\rho q| = 2mgl$ существует одна линия $h = \frac{k|\rho q|}{2mg}$; при $k|\rho q| < 2mgl$ равновесие невозможно. Все это верно при $\rho q \leq 0$; в противном случае грузик вообще не останется на плоскости. Модуль ускорения максимален при $h = l$ (отсчитано вверх), если $\rho q < 0$; везде одинаков при $\rho q = 0$; максимален при $h = \frac{-k|\rho q| \pm \sqrt{k^2\rho^2q^2 + 4m^2g^2l^2}}{2mg}$ (отсчитано вниз) при $\rho q > 0$. Здесь $k = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0}$.
3. а) В точке пересечения его медиан (высот, биссектрис).

   б) На оси симметрии на расстоянии $x = \frac{2a\sqrt{3}}{9}$ от большего основания (a – сторона шестиугольника, см. рисунок).



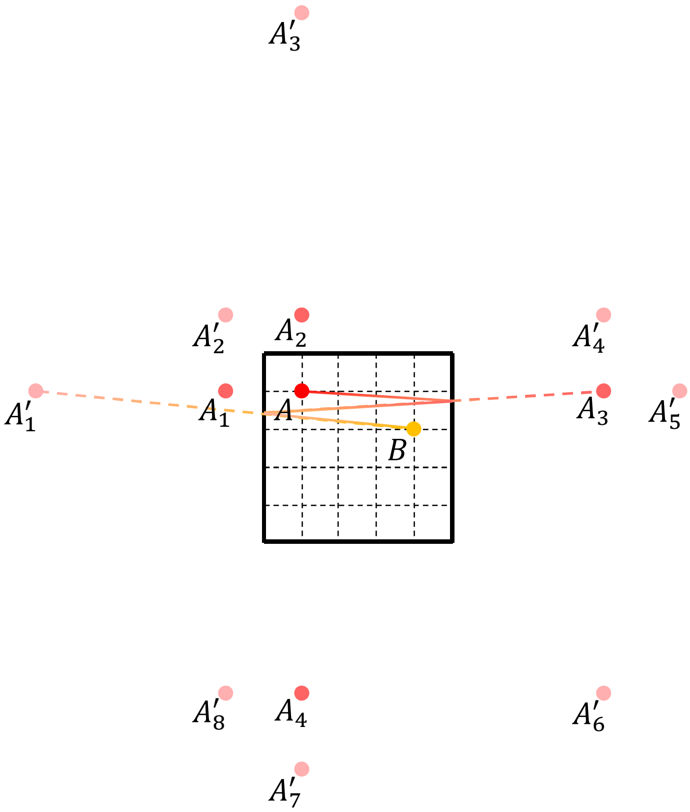
4. $R = \frac{5}{17}\rho\pi a$. Ярче всего будут светиться 1/8 части горизонтальной окружности, касающиеся выходов.
5. $Q = \lambda\left(M - \frac{m\left(1 - \frac{\rho_0}{\rho_\text{d}}\right)}{\frac{\rho_0}{\rho} - 1}\right)$ при $M\left(\frac{\rho_0}{\rho} - 1\right) > m\left(1 - \frac{\rho_0}{\rho_\text{d}}\right)$. В противном случае $Q = 0$, т.е. льдинка утонет сразу.

2011 год

1. $M = m(3b/a - 1)$.
2. Обозначим $\Delta T_1 = T_{\text{кип}} - T_1$, $\Delta T_2 = T_{\text{кип}} - T_2$; где $T_{\text{кип}} = 100$°C. Тогда если $m_1 \Delta T_1 > m_2 \Delta T_2$, то переливали из 1-го сосуда во 2-й воду массой $\Delta m_1 = (m_1 \Delta T_1 - m_2 \Delta T_2)/2\Delta T_1$; если $m_1 \Delta T_1 < m_2 \Delta T_2$, то переливали из 2-го сосуда в 1-й массой $\Delta m_2 = (m_2 \Delta T_2 - m_1 \Delta T_1)/2\Delta T_2$; если же $m_1 \Delta T_1 = m_2 \Delta T_2$, то воду не переливали. Вода быстрее выкипит в 1-м сосуде, если $\Delta T_1 > \Delta T_2$; быстрее во 2-м, если $\Delta T_1 < \Delta T_2$; одновременно при $\Delta T_1 = \Delta T_2$.
3. $v = \sqrt{\frac{2g}{L}\big(ab + (L - a - b)(a + b)\big)}$.
4. $h = H - \left(\frac{\rho}{\rho_0} - 1\right)\left(1 + \frac{a}{R}\right)\frac{r^2}{R^2}d$, если $\rho_0 \pi R^3 H > (\rho - \rho_0)\pi r^2 d(R + a)$. В противном случае $h = 0$, т.е. пластинка отвалится сразу.
5. $R = 2\rho a/\sqrt{7}$.

2012 год

1. $N = 4$.
2. $R = \rho a/2S$, если $S \ll a^2$.
3. Для начала построением найдем местоположение изображений одной из точек, например, точки A. Сделать это нетрудно, если восстановить квадратную сетку во всей плоскости (это можно сделать многими способами). Далее проводим всевозможные прямые через точку B и изображения первичных изображений точки A (всего их 8). Отмечаем точку пересечения луча с каким-л. из зеркал и проводим прямую через отмеченную точку и прообраз вторичного изображения (т.е. зеркально отразим луч). Проделываем эту операцию до тех пор, пока весь луч не окажется внутри. На рисунке изображены первичные $A_i (i = 1, \ldots, 4)$ и вторичные $A'_j (j = 1, \ldots, 8)$ изображения и построение одного из лучей, удовлетворяющих условию. Такой луч будет начинаться в точке A, так как она является прообразом всех своих изображений.



4. $T_1 = T_0 + \frac{(T - T_0)(2c_1(T_{\text{кип}} - T_0) + \lambda)}{8c_2(T - T_{\text{кип}}) + 2c_1(T_{\text{кип}} - T_0) + \lambda} = 170°\text{C}$.
5. Как известно, истинные ответы $n_1 = 60$; $n_2 = 2{,}34 \cdot 10^4$. Если учесть угловой размер Солнца, равный размеру Луны; то получим ответ, не очень-то совпадающий с действительностью: $n_1 = \frac{t_0}{\pi \Delta t_1} = 74$ (t_0 – месяц; Δt_1 – длительность затмения). Для Солнца аналогично: $n_2 = n_1 \frac{t_0}{\pi \Delta t_2}$ ($\Delta t_2 = 45$ мин). Численное значение $n_2 = 2{,}18 \cdot 10^4$.

2013 год

1. $\Delta h_1 = -\frac{mS_2}{\rho S_1(S_1+S_2)}$; $\Delta h_2 = \frac{m}{\rho(S_1+S_2)}$. Как видим, изменения уровней не зависят от масс поршней.
2. $\Delta\varphi = IR/8$. Такой коэффициент "родился" в интеграле $\int_0^{l/2} x dx$.
3. $U_1 = \frac{U}{1+\frac{V_2}{V_1}} = 7{,}2$ В; $U_2 = \frac{U}{1+\frac{V_1}{V_2}} = 4{,}8$ В.
4. $T = T_0 - \frac{\left(1-\frac{\rho_0}{\rho}\right)\lambda}{c_{\mathrm{Al}}\left(\frac{\rho_0}{\rho_{\mathrm{i}}}-1\right)} = -160℃$; где $T_0 = 0℃$.
5. Если объект движется к наблюдателю, то наблюдаемая тангенциальная составляющая скорости $u = \frac{v \sin\theta}{1-\frac{v\cos\theta}{c}}$; в противном случае $u = \frac{v\sin\theta}{1+\frac{v\cos\theta}{c}}$. В первом случае результат может быть абсурдным: при $v = 0{,}9c$ и $\theta = \pi/4$ имеем $u = 1{,}75c$. Во втором случае – нет.