8 клас
XLV олімпіада з фізики 2008 р. (Теоретичний тур)
Задача 1 (Розв'язок)

На рис.1 показано положення літаків на момент отримання звукового сигналу літаком, що знаходиться в т.А від іншого літака, який в цю мить знаходиться в т.В. Але літак в т.А отримає звук, який прийшов з т.С. Час t_x – затрачений на рух літака з т.С до т.В. Трикутник АВС є прямокутним, тому, що АВ є дотичною до кола, що показане пунктирною лінією, та є місцем точок, до яких дійшов звук з т.С через час t_x.

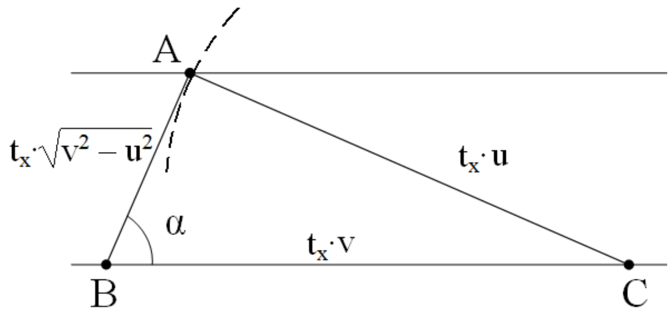


рис.1

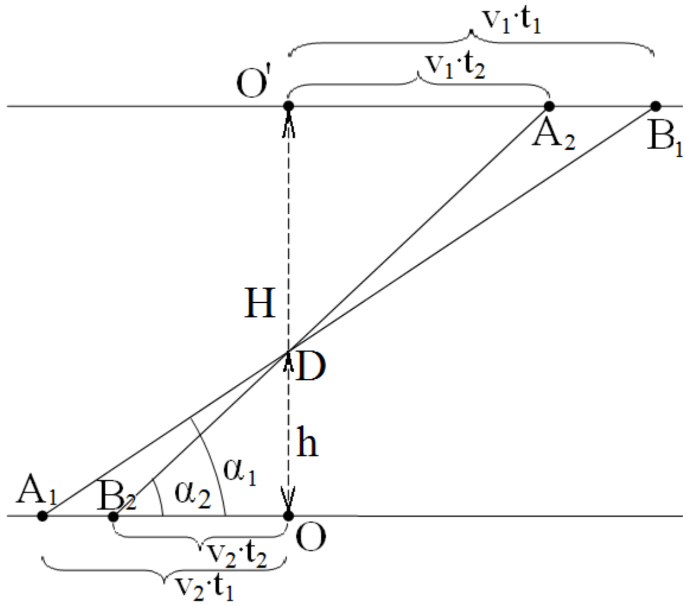


рис.2

З теореми Піфагора відстань АВ = $t_x \cdot \sqrt{v^2 - u^2}$.
На рис.2. показано положення літаків на час, коли літак A_1 (A_2) почув звук від літака B_1 (B_2).
Можна побачити, що $h = \text{tg}\alpha_2 \cdot v_2 \cdot t_2 = \text{tg}\alpha_1 \cdot v_2 \cdot t_1$, звідки

$$t_2 = t_1 \cdot \frac{\text{tg}\alpha_1}{\text{tg}\alpha_2}.$$

Таке саме співвідношення можливе і при використанні висоти H замість h, тому, що перетин A_1B_1, A_2B_2 та OO', за рахунок однакового співвідношення сторін трикутників відбувається в одній точці.

З рис.1 $\text{tg}\alpha = \frac{u}{\sqrt{v^2 - u^2}}$. Тоді $t_2 = t_1 \cdot \frac{\sqrt{v_2^2 - u^2}}{\sqrt{v_1^2 - u^2}}$.

Підставивши значення швидкостей, маємо

$$t_2 = t_1 \cdot \frac{\sqrt{v_2^2 - u^2}}{\sqrt{v_1^2 - u^2}} = 1 \text{ с}.$$

Відповідь: Перший почув звук від другого через 1 с після зустрічі.

8 клас

XLV Олімпіада з фізики 2008 р. (Теоретичний тур)
Задача 2 (Розв'язок)

Малюнок в умові задачі:

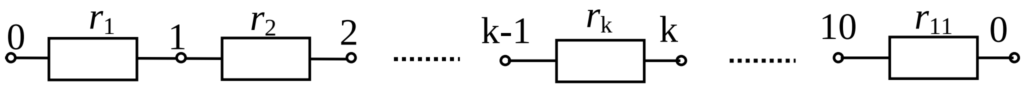


Рис. 1

При приєднанні провідників до клем кола це коло утворює паралельне з'єднання двох зведених резисторів опорами R_1 і R_2, причому

$$R_1+R_2 = r = \text{const} = \sum r_k = 1+2+...+11 = 66 \text{ Ом}.$$

Опір між клемами визначається формулою

$$R=\frac{R_1 \bullet R_2}{R_1+R_2}=\frac{R_1 \bullet R_2}{r}.$$

Так як r=const, то, щоб опір R був максимальним, має бути максимальним добуток

$$R_1R_2.\ R_1R_2 = R_1(r - R_1) = rR_1 - R_1^2 = \frac{r^2}{4}-(\frac{r}{2}-R_1)^2.$$

Очевидно, добуток буде максимальним, коли $R_1 = \frac{r}{2}$. Тому $R_1 = R_2 = \frac{r}{2} = 33$ Ом.

При цьому $R = \frac{r}{4} = 16{,}5$ Ом.

Залишилося встановити, чи можна реалізувати умову $R_1=R_2=33$ Ом. Щоб скоротити процес перебору, почнемо з найбільшого опору (r_{11}=11 Ом) і підемо в бік поступового зменшення опорів: $r_{11}+r_{10}+r_9$=30 Ом. Якщо піти в інший бік і взяти ще опори r_1 і r_2, одержимо 33 Ом. Отже, провідники треба приєднати до клем 2 і 8 (рис.2).

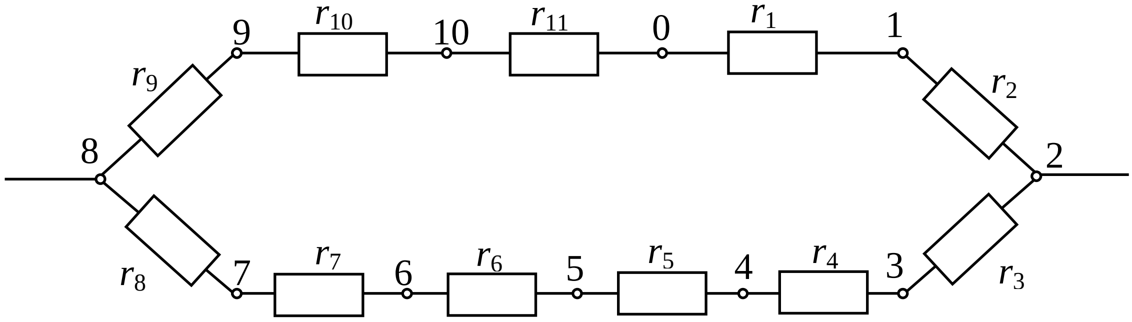
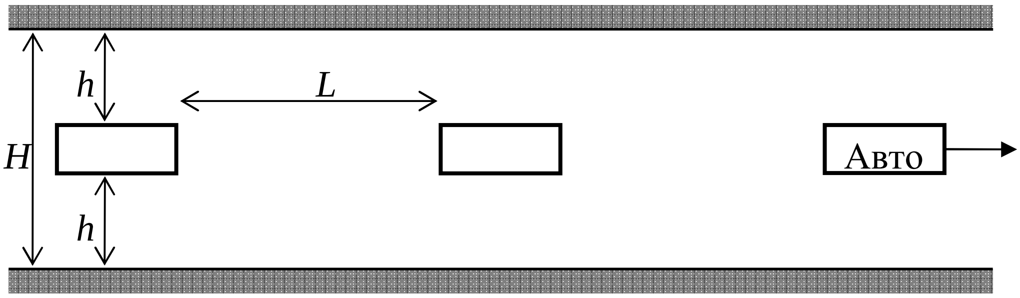


Рис. 2

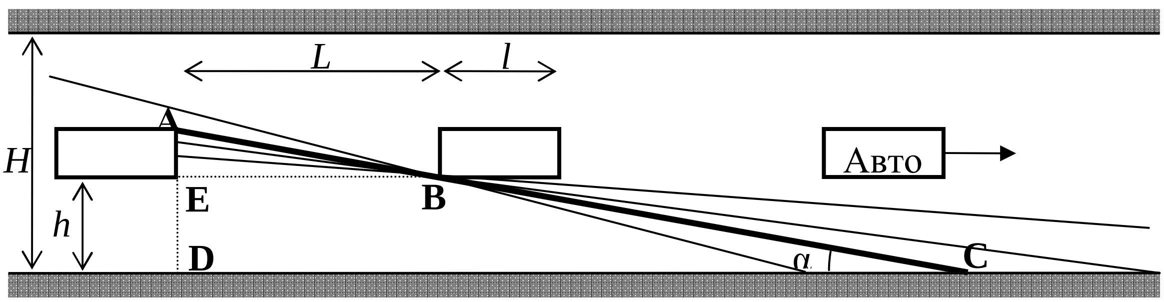
8 клас

XLV олімпіада з фізики 2008 р. (Теоретичний тур)
Задача 3 (Розв'язок)

Малюнок в умові задачі:

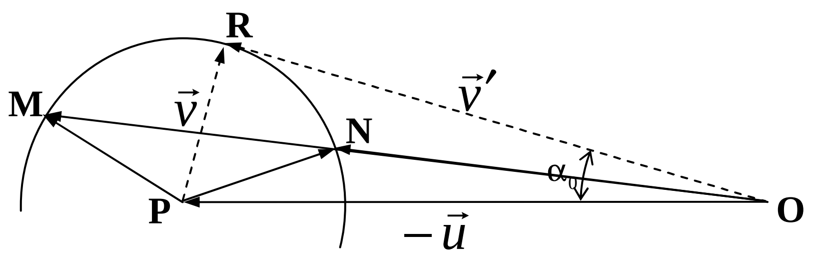


Якщо перейти в систему відліку, пов'язану з автомобілями, то вони будуть нерухомі, узбіччя дороги рухатиметься повз них у протилежному напрямку зі швидкістю $u = 12\,\text{м/с}$, а гравці з трубою пересуватимуться з відносною швидкістю v', яку можна знайти із закону додавання швидкостей $\vec{v} = \vec{v}' + \vec{u}$. Як видно з рисунку, найбільша довжина труби *S*, що може «пролізти» між автомобілями, дорівнює відрізку АС, який неважко знайти із подібності трикутників ACD і ABE: $\frac{S}{\sqrt{L^2 + (H-2h)^2}} = \frac{H-h}{H-2h}$,

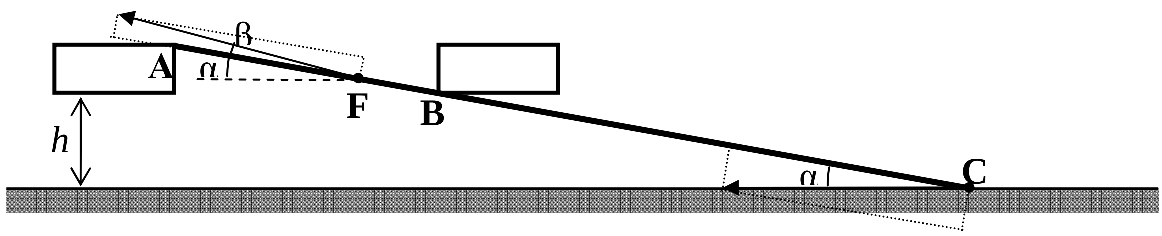


$S = \frac{H-h}{H-2h}\sqrt{L^2 + (H-2h)^2} = 24{,}6\,\text{м}$. При цьому кут α, який утворює АС з напрямком дороги знаходимо із співвідношення $tg\alpha = (H-2h)/L = 9/40$, $\alpha \approx 12{,}68^\circ$.

Залишається відповісти на питання, як повинні при цьому рухатись гравці і чи вистачить у них швидкості? Зазначимо, що для досягнення положення, зображеного на рисунку, труба повинна була перед цим повертатися. Відносна швидкість точки С труби безпосередньо перед зображеним на рисунку положенням була спрямована ліворуч вздовж обмеження дороги, відносна швидкість точки А мала дещо менше значення, оскільки проекції швидкостей цих точок на напрямок труби однакові, а перпендикулярні відносяться як АВ/ВС (АВ<ВС). Але, коли мова йде про відносну швидкість, її величина пов'язана з напрямком руху, більш того, не всі напрямки руху можливі.



Відносна швидкість $\vec{v}' = \vec{v} - \vec{u} = -\vec{u} + \vec{v}$ для довільних напрямків $\vec{v}$ має зручне графічне відображення (див. Рис.2). Найбільший кут $\alpha_0 = \angle POR$, за якого можливий рух (з відносною швидкістю $v' = \sqrt{u^2 - v^2} = 3\sqrt{15}$ м/с $\approx 11{,}6$ м/с), знаходимо з прямокутного трикутника OPR, де $\sin\alpha_0 = v/u = 0{,}25$: $\alpha_0 \approx 14{,}48^\circ$ ($\alpha_0 > \alpha$, перебігти дорогу можливо). Для менших кутів відносна швидкість може знаходитись в інтервалі, який на рисунку відповідає відстаням між ON і OM (найбільший інтервал відносних швидкостей від $u - v = 9$ м/с до $u + v = 15$ м/с відповідає руху вздовж напрямку дороги). Таким чином, траєкторія відносного руху гравця не може відхилятися від напрямку «ліворуч» більше ніж на кут α_0, при цьому швидкість його руху залежить від напрямку руху. Визначимо, чи є на трубі точка (позначимо F), яка у найбільш критичний момент рухається під кутом α_0 (див. Рис.3). Припустимо, що це так. Тоді кут, який утворює швидкість точки F з напрямком труби, $\beta = \alpha_0 - \alpha \approx 1{,}8^\circ$. Оскільки проекції швидкостей точок F і C на напрямок труби однакові $v_F \cos\beta = v_C \cos\alpha$, а проекції на перпендикулярний



напрямок відносяться як відстані FB/BC, маємо $\frac{\mathrm{FB}}{\mathrm{BC}} = \frac{v_F \sin\beta}{v_C \sin\alpha}$, звідки знаходимо, що $\mathrm{FB} = \mathrm{BC}\frac{\mathrm{tg}\beta}{\mathrm{tg}\alpha} \approx 0{,}14\ \mathrm{BC} \approx 2{,}3$ м, що значно менше відстані AB. Отже перенести трубу такої довжини, тримаючи її за кінці, не можна. Але ж за умовою це не вимагається. Гравців треба розмістити поближче до центру труби, але під час змагань вони повинні бігти так, щоб труба поверталася (труба за умовою легка).

Одна з можливих стратегій виглядає так. Два гравці беруть трубу поблизу від центру, розвертають її під кутом α і біжать так, щоб труба ковзала по задньому куту автомобіля (точка B), а віддалений кінець труби (точка C) ковзав вздовж обмеження дороги. Коли труба досягає критичного положення, можна рухатись з відносною швидкістю спрямованою вздовж труби (виникає питання, як гравці протиснуться між трубою і автомобілем), а можна ще трохи розвернувшись (кут α_0 це дозволяє) і змінивши напрямок руху чисто пробігти між автомобілями і досягти симетричного критичного положення з іншого боку дороги. І далі все повторити. Звісно це виглядає досить складним, але, як відомо, тренування, особливо якщо вони підкріплені мріями про вагомий призовий фонд, допомагають досягти успіху.

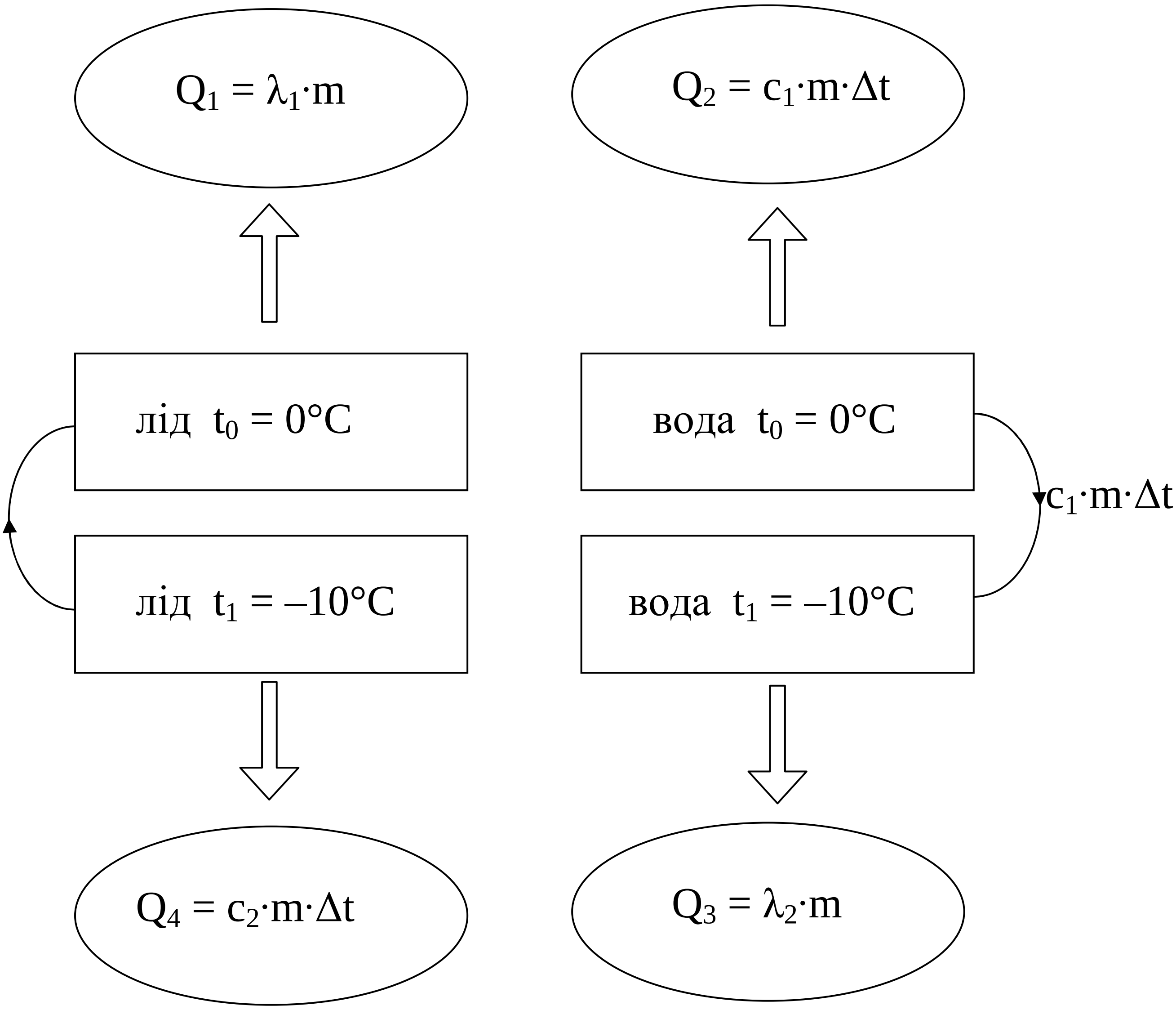
Наприклад, у системі відліку «дорога» гравці, взявшись за середину труби, починають бігти вздовж дуги кола радіусом S/2 з центром у нерухомій точці C на узбіччі, ковзаючи трубою у точці B автомобіля (див. Рис.4). У критичний момент, їх швидкість v_1 знайдемо з умови проковзування в точці B: $u\sin\alpha = v_1\frac{\mathrm{BC}}{S/2}$.

$v_1 = \frac{3}{4}u\sin\alpha = \frac{3}{4}\cdot\frac{9}{41}\cdot 12\ \text{м/с} \approx 2\ \text{м/с}$ - як бачимо ніяких проблем бігти з такою швидкістю у гравців не буде. Далі, якщо вони продовжуватимуть поступально бігти у тому ж напрямку (перпендикулярно до труби) з середньою швидкістю $v_2 = u\sin\alpha = \frac{108}{41}\ \text{м/с} \approx 2{,}634\ \text{м/с}$, труба весь час буде проковзувати між двома автомобілями (відносна швидкість спрямована вздовж труби) аж до критичного положення з іншого боку дороги, коли точка A труби доткнеться до узбіччя. Після чого гравці роблять ще одну пробіжку вздовж кола з центром у точці A.

8 клас

XLV олімпіада з фізики 2008 р. (Теоретичний тур)
Задача 4 (Розв'язок)

Розв'язання задачі пояснює схема:



Запишемо рівняння теплового балансу:

$$\boldsymbol{\lambda_1 \cdot m + c_2 \cdot m \cdot \Delta t = \lambda_2 \cdot m + c_1 \cdot m \cdot \Delta t}$$

Звідси випливає, що

$$\boldsymbol{\lambda_2 = \lambda_1 + (c_2 - c_1) \cdot \Delta t}$$

$$\boldsymbol{\lambda_2 = 3{,}12 \cdot 10^5 \cdot \text{Дж/кг}}$$

8 клас

XLV олімпіада з фізики 2008 р. (Теоретичний тур)
Задача 5 (Розв'язок)

Позначимо через x величину масштабного відрізку часу τ, а через y величину масштабного відрізку температури t. Тоді на першому етапі кераміка з металом отримали кількість теплоти $Q_1 = 13xP$ і нагрілися до температури плавлення металу $t_n = 13y$ (у °С). На другому етапі на розплавлення металу пішло $Q_2 = 5xP$ теплоти. На третьому розплавлений метал разом з керамікою нагрівся до своєї температури кипіння $t_к = 22y$, отримавши $Q_3 = 12xP$ теплоти. На четвертому етапі метал випаровувався, забезпечивши велике поглинання теплоти у кількості $Q_4 = 73xP$. На завершальному п'ятому етапі кераміка нагрівається вже без металу (вважаємо, що її теплоємність з підвищенням температури суттєво не змінилася). Запишемо рівняння для кожного етапу, позначивши масу і теплоємність кераміки через m_k і c_k, а масу металу і його теплоємність у рідкому стані через m і c'.

$$\begin{cases} 13y(cm + c_k m_k) = 13xP, \\ m\lambda = 5xP, \\ 9y(c'm + c_k m_k) = 12xP, \\ mr = 73xP, \\ 6yc_k m_k = 2xP. \end{cases}$$

Виразимо з останнього рівняння xP і підставимо в інші:

$$\begin{cases} cm = 2c_k m_k, \\ m\lambda = 15yc_k m_k, \\ c'm = 3c_k m_k, \\ mr = 219yc_k m_k. \end{cases}$$

Тепер з першого рівняння підставимо в інші $c_k m_k$:

$$\begin{cases} 2\lambda = 15yc, \\ c' = 1{,}5c, \\ r = 109{,}5yc. \end{cases}$$

Оскільки $y = t_n/13$ перше рівняння дозволяє перевірити, яким металом було наповнено кераміку. Згідно графіку і підрахункам $\frac{t_n c}{\lambda} = \frac{26}{15} \approx 1{,}73$. Згідно довідковим даним

$\left.\frac{t_n c}{\lambda}\right|_{Al} \approx 1{,}56$, $\left.\frac{t_n c}{\lambda}\right|_{Be} \approx 1{,}82$, $\left.\frac{t_n c}{\lambda}\right|_{Li} \approx 1{,}27$, $\left.\frac{t_n c}{\lambda}\right|_{Mg} = \frac{650}{375} = \frac{130}{75} = \frac{26}{15}$.

Як бачимо, саме дані по магнію співпадають абсолютно точно. Отже, метал в кераміці – магній, його питома теплоємність у рідкому стані $c' = 1{,}5\,\text{кДж}/(\text{кг}\cdot\text{K})$, температура кипіння $t_к = 22y = \frac{22}{13}t_п = 1100\,°\text{C}$, питома теплота випаровування $r = 5475\,\text{кДж}/\text{кг}$.