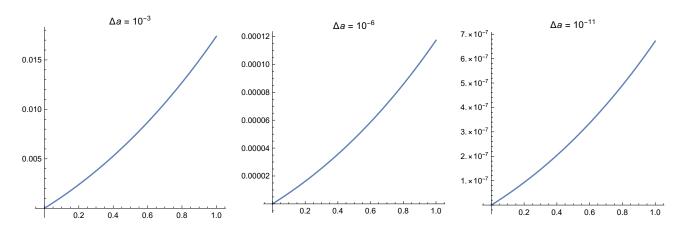
"Из идей, в некотором роде, вариационного характера можно предположить, что кривая нити будет плавно изменяться по ходу изменения величины начиная с некоторого (критического) значения данной величины"

Да, это похоже на правду. По крайней мере, моими численными расчетами подтверждается до 20-го знака.

".. если мы теперь мысленно заменим нить вертикальным абсолютно твердым стержнем той же линейной плотности, ничего, в принципе, не измениться"

А вот этот вывод неправильный. Легко понять, что оба момента линейны по углу отклонения, и следовательно их соотношение чувствительно к относительной форме нити. То есть, если нить стремится к вертикальной прямой неравномерно вдоль длины, то ее нельзя заменять на прямую. Такая замена не изменит порядок величин моментов, однако может изменить соотношение между ними. Например, при "спрямлении" нити ее центр масс смещается, следовательно момент силы тяжести изменяется на коэффициент порядка единицы — нарушая соотношение между моментами. Между тем, нам интересен случай, когда один момент (центробежный) начнет преобладать над другим, не по порядку, а с точностью до всех коэффициентов.



На графиках изображен профиль нити x(y) при разных значениях разности величины a и ее критического значения. Как видим, он стремится к некоторой функции, но никак не к прямой.

Можно обосновать это утверждение более строго. Если посмотреть на дифур при малых отклонениях от вертикали, можно получить

$$(1 - \lambda)z'' + az = 0.$$

Такой дифур, очевидно, не имеет линейного решения.

К сожалению, не все так просто:) Стоит сказать, что результат был близок к точному.