

Реєстраційний номер	992597
Назва олімпіади	Всеукраїнська учнівська інтернет-олімпіада з фізики
Прізвище, ім'я та по батькові учасника	Шумаєв Олександр Ігорович
Рік народження	1999
Область	Харківська
Місто	Харків
Повна назва навчального закладу	Фізико-математичний ліцей № 27 Харківської міської ради Харківської області
Клас, до якого перейшов учень	11
Клас, за який виконується конкурсне завдання	11
Статус	учень
Електронна адреса учасника	sashashumaev@rambler.ru

# Задача № 1

**Условие:** Существует система порталов, изображённая на рисунке. Всё, что попадает в портал  $A$  – тут же появляется в портале  $B$ , при этом скорость и угол падения предмета сохраняется (см. рис. 1.1). В точке  $B$  взрывается небольшой сферический заряд так, что скорость полета осколков равна  $v_0 = 10$  м/с. Определите, на каком максимальном расстоянии от точки  $B$  окажутся осколки.

**Решение:** Будем считать, что портал перемещает вещи только в одну сторону, как показано на рис. 1.2. Выберем систему координат, как показано на этом рисунке. Рассмотрим траектории всех осколков, попадающих в портал. Пусть осколок попал в портал на расстоянии  $\delta$  от его верхнего края (см. рис. 1.3). Рассмотрим движение осколка до попадания в портал. Пусть осколок летел время  $t$  от места взрыва до портала, и его компоненты скорости равны  $v_{0x}$  и  $v_{0y}$  соответственно. Так как горизонтальная проекция скорости осколка неизменна при его движении, то при попадании в портал горизонтальная составляющая скорости  $v_{1x} = v_{0x}$ . Вертикальная же составляющая равна  $v_{1y} = -\sqrt{v_{0y}^2 + 2g\delta}$  из закона сохранения энергии (она всегда отрицательна, поскольку любой осколок попадает в портал на нисходящем участке траектории). Также, для горизонтального перемещения осколка справедливо равенство  $l_1 = v_{0x}t$ , откуда  $t = l_1/v_{0x}$ . Для вертикального же перемещения имеет место равенство  $v_{1y} = v_{0y} - gt = v_{0y} - gl_1/v_{0x}$ . Возведя его в квадрат, получим:

$$v_{1y}^2 = v_{0y}^2 + 2g\delta = v_{0y}^2 + \frac{g^2 l_1^2}{v_{0x}^2} - \frac{2v_{0y}gl_1}{v_{0x}},$$

откуда

$$v_{0y} = \frac{v_{0x}}{2gl_1} \left( \frac{g^2 l_1^2}{v_{0x}^2} - 2g\delta \right). \quad (1.1)$$

Наконец, осталось использовать теорему Пифагора  $v_{0x}^2 + v_{0y}^2 = v_0^2$ . При подстановке  $v_{0y}$  из (1.1) получим

$$v_{0x}^2 + \left( \frac{gl_1}{2v_{0x}} - \frac{v_{0x}\delta}{l_1} \right)^2 = v_0^2,$$

откуда

$$v_{0x}^4 \left( 1 + \frac{\delta^2}{l_1^2} \right) - v_{0x}^2 (v_0^2 + g\delta) + \frac{g^2 l_1^2}{4} = 0.$$

Очевидно, горизонтальная проекция скорости при влете в портал положительна. Поэтому это биквадратное уравнение имеет 2 осмысленных корня:

$$v_{0x} = \sqrt{\frac{v_0^2 + g\delta \pm \sqrt{v_0^4 + 2v_0^2g\delta - g^2 l_1^2}}{2 \left( 1 + \frac{\delta^2}{l_1^2} \right)}}$$

Тогда при влете в портал вертикальная скорость осколка равна

$$v_{1y} = \sqrt{v_0^2 + 2g\delta} - v_{0x} = \sqrt{v_0^2 + 2g\delta - \frac{v_0^2 + g\delta \pm \sqrt{v_0^4 + 2v_0^2g\delta - g^2 l_1^2}}{2 \left( 1 + \frac{\delta^2}{l_1^2} \right)}}$$

При влете в портал угол между вектором скорости осколка и горизонтом равен  $\alpha = \arctg v_{1y}/v_{1x}$ , тогда при вылете из портала угол между вектором скорости и горизонтом равен  $\beta = \pi/2 - \alpha$ . Так как скорость при вылете из портала равна скорости на влете  $v_1 = \sqrt{v_0^2 + 2g\delta}$ , то после вылета из портала осколок будет находиться в полете в течение времени

$$t_1 = \frac{2v_1 \sin \beta}{g} = \frac{2v_{1x}}{g},$$

и удалится от места вылета на расстояние

$$\Delta x = v_1 t_1 \cos \beta = \frac{2v_{1x}v_{1y}}{g}.$$

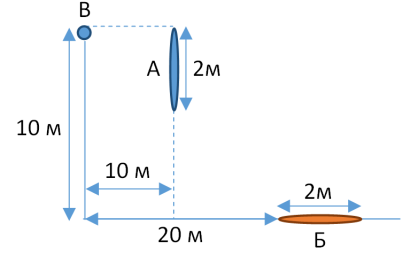


Рис. 1.1: из условия.

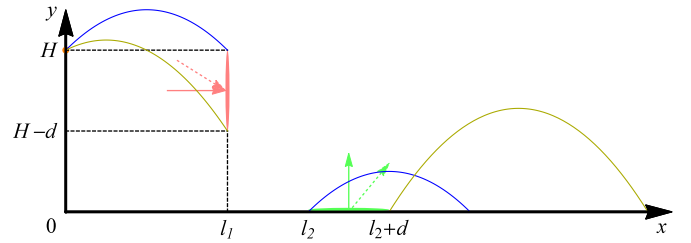


Рис. 1.2: перемещение объектов порталом. Красными стрелками указаны места направления влета объектов, зелеными — вылета. Место взрыва обозначено оранжевой точкой. Для примера показаны 2 крайние траектории осколков.

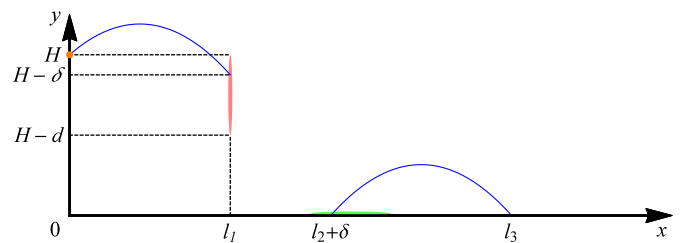


Рис. 1.3: траектория одного из осколков, попавшего на расстоянии  $\delta$  от верхнего края портала.

От места же взрыва осколок упадет на расстоянии

$$L = \sqrt{H^2 + (l_2 + \Delta x)^2} = \sqrt{H^2 + \left( l_2 + \delta + \frac{2}{g} \sqrt{\frac{v_0^2 + g\delta \pm \sqrt{v_0^4 + 2v_0^2 g\delta - g^2 l_1^2}}{2 \left( 1 + \frac{\delta^2}{l_1^2} \right)}} \left( v_0^2 + 2g\delta - \frac{v_0^2 + g\delta \pm \sqrt{v_0^4 + 2v_0^2 g\delta - g^2 l_1^2}}{2 \left( 1 + \frac{\delta^2}{l_1^2} \right)} \right) \right)^2}. \quad (1.2)$$

Для нахождения максимального расстояния от места взрыва до места падения построим график зависимости  $L(\delta)$  (см. рис. 1.4). Как видно по графику, максимум достигается на верхней ветке при  $\delta = d$ , а именно,

$$L_{\max} = \sqrt{H^2 + \left( l_2 + d + \frac{2}{g} \sqrt{\frac{v_0^2 + gd + \sqrt{v_0^4 + 2v_0^2 gd - g^2 l_1^2}}{2 \left( 1 + \frac{d^2}{l_1^2} \right)}} \left( v_0^2 + 2gd - \frac{v_0^2 + gd + \sqrt{v_0^4 + 2v_0^2 gd - g^2 l_1^2}}{2 \left( 1 + \frac{d^2}{l_1^2} \right)} \right) \right)^2} = 37,01 \text{ м.}$$

Осталось проверить, что никакой осколок, не попавший в портал, не улетел дальше. Пусть осколок вылетел под начальным углом  $\gamma$  к горизонту. Тогда его начальные проекции скорости равны  $v_{0x} = v_0 \cos \gamma$  и  $v_{0y} = v_0 \sin \gamma$  соответственно, а при падении они равны  $v_{1x} = v_{0x} = v_0 \cos \gamma$  и  $v_{1y} = \sqrt{v_{0y}^2 + 2gH}$  из закона сохранения энергии. Такой осколок будет находиться в воздухе в течение времени

$$t_2 = \frac{v_{0y} + v_{1y}}{g} = \frac{v_0 \sin \gamma + \sqrt{v_0^2 \sin^2 \gamma + 2gH}}{g}$$

и удалится по горизонтали на расстояние

$$\Delta x = v_0 t_2 \cos \gamma = \frac{v_0^2 \cos \gamma}{g} \left( \sin \gamma + \sqrt{\sin^2 \gamma + \frac{2gH}{v_0^2}} \right).$$

Максимум этого выражения соответствует нулю его производной по  $\gamma$ , а именно, при

$$\sin \gamma = \sqrt{\frac{v_0^2}{2v_0^2 + 2gH}}.$$

Максимальное значение этого выражения равно

$$\Delta x_{\max} = \frac{v_0}{g} \sqrt{v_0^2 + 2gH} = 17,56 \text{ м,}$$

значительно меньше, чем для осколка, влетевшего в портал.

**Ответ:**  $L_{\max} = 37,01 \text{ м.}$

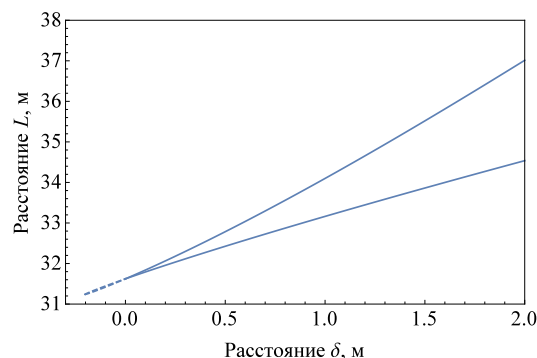


Рис. 1.4: график зависимости  $L(\delta)$  по формуле (1.2) для двух случаев знака перед радикалом. Знаку '+', соответствует верхняя ветка.

## Задача № 2

**Условие:** Тонкостенный цилиндрический стакан массой  $m = 100$  г и высотой  $H = 10$  см ставят вверх дном на гладкое дно сосуда, который после этого заполняют водой до высоты  $H_1 = 20$  см (см. рис. 2.1). Определите, на сколько градусов  $\Delta T$  надо увеличить температуру воды в сосуде, чтобы стакан начал всплывать. Диаметр стакана  $d = 4$  см, первоначальная температура воды и воздуха  $T_0 = 300$  К, атмосферное давление  $p_0 = 720$  мм рт. ст. Тепловым расширением воды, материалов стакана и сосудов можно пренебречь.

**Решение:** Будем считать воздух внутри стакана идеальным газом. Рассмотрим предельный случай, когда стакан вот-вот оторвется от дна сосуда. В этом случае стакан более не давит на дно сосуда, а сила давления на дно стакана со стороны воздуха уравнивает силу давления на него же со стороны воды, а также силу тяжести, действующую на стакан. Сила давления воздуха равна  $F_1 = \pi d^2 p / 4$ , где  $p$  — давление воздуха внутри стакана в предельном случае. Сила же давления воды равна  $F_2 = \pi d^2 (p_0 + \rho_0 g (H_1 - H)) / 4$ , где  $\rho_0 = 1000$  кг/м<sup>3</sup>. Запишем (первое) условие равновесия стакана в проекции на вертикальное направление:

$$\frac{\pi d^2}{4} p = \frac{\pi d^2}{4} (p_0 + \rho_0 g (H_1 - H)) + mg,$$

откуда

$$p = p_0 + \rho_0 g (H_1 - H) + \frac{4mg}{\pi d^2}. \quad (2.1)$$

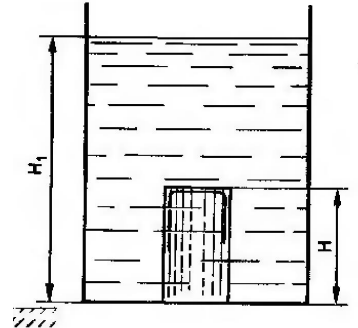


Рис. 2.1: из условия.

Свяжем теперь давление воздуха внутри стакана с его температурой при помощи уравнения состояния идеального газа. До нагревания воды в сосуде (а вместе с ней и воздуха внутри стакана) его давление равно  $p_0$ , температура равна  $T_0$ , после нагревания она равна  $T_1 = T_0 + \Delta T$ . С учетом того, что процесс нагревания воздуха можно считать изохорным, получим уравнение:

$$\frac{p_0}{T_0} = \frac{p}{T_1},$$

откуда

$$p = p_0 \left( 1 + \frac{\Delta T}{T_0} \right). \quad (2.2)$$

Сравнивая соотношения 2.1 и 2.2, получим:

$$p_0 \left( 1 + \frac{\Delta T}{T_0} \right) = p_0 + \rho_0 g (H_1 - H) + \frac{4mg}{\pi d^2},$$

откуда

$$\Delta T = \frac{T_0}{p_0} \left( \rho_0 g (H_1 - H) + \frac{4mg}{\pi d^2} \right).$$

Выразив давление  $p_0$  в системных единицах при помощи плотности ртути  $\rho = 13530$  кг/м<sup>3</sup> и формулы  $p_0 = \rho g h_0$ , где  $h_0 = 72$  см, получим:

$$\Delta T = \frac{T_0}{\rho h_0} \left( \rho_0 (H_1 - H) + \frac{4m}{\pi d^2} \right).$$

Проверим размерность:

$$[\Delta T] = \frac{\text{К}}{\frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot \text{м}} \left( \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot \text{м} + \frac{\text{кг}}{\text{м}^2} \right) = \text{К}.$$

Найдем численное значение:

$$\{\Delta T\} = \frac{300}{13530 \cdot 0,72} \left( 1000 \cdot (0,2 - 0,1) + \frac{4 \cdot 0,1}{\pi \cdot 0,04^2} \right) = 5,53; \quad \Delta T = 5,53 \text{ К}.$$

**Ответ:**  $\Delta T = 5,53$  К.

## Задача № 3

**Условие:** Параллельный пучок световых лучей разлагается в спектр тонкой призмой, преломляющий угол которой  $\Phi = 8^\circ$ , а затем фокусируется на экран, расположенный в фокальной плоскости собирающей линзы с фокусным расстоянием  $F = 60$  см. Определите разность значений показателей преломления материала призмы для красного и зеленого света, если расстояние между красным и зеленым изображениями на экране  $l = 1$  мм.

**Решение:** Для начала рассмотрим вспомогательную задачу. Пусть на линзу падает параллельный пучок лучей под углом  $\delta$  к ее (главной) оптической оси (см. рис. 3.1). Найдем, на каком расстоянии  $l$  от оси он сфокусируется. Рассмотрим луч, прошедший через оптический центр линзы. Так как этот луч не изменит свое направление при преломлении в линзе, то из прямоугольного треугольника (см. рис. 3.1)

$$l = F \operatorname{tg} \delta. \quad (3.1)$$

Вернемся теперь к исходной задаче. Различное поведение лучей разного цвета в призме вызвано дисперсией — неодинаковостью показателя преломления материала линзы для разных длин волн излучения. Аналогичное же явление в веществе линзы приводит к тому, что для разных цветов фокусное расстояние линзы слегка отличается. Так как дисперсия в линзе в первом приближении не смещает изображения лучей разных цветов, а лишь немного их размывает, то ее при решении данной задачи мы не учитываем.

Рассмотрим движение красного и зеленого пучков через призму и линзу (см. рис. 3.2). Для упрощения задачи будем считать, что оба пучка падают на переднюю поверхность призмы под прямым углом, а после преломления в призме один из пучков (например зеленый, как на рис. 3.2) будет двигаться вдоль оптической оси линзы. В таком случае лучи преломляются только на задней поверхности призмы и в линзе. Рассмотрим первое преломление. Угол падения лучей на заднюю поверхность призмы  $\alpha = \Phi$ , угол преломления  $\beta$  можно найти из закона Снеллиуса:

$$\sin \beta = n \sin \alpha = n \sin \Phi, \quad (3.2)$$

где  $n$  — показатель преломления стекла для данного луча. Если  $n_1$  и  $n_2$  — показатели преломления стекла для красных и зеленых лучей соответственно,  $\beta_1$  и  $\beta_2$  — соответствующие углы преломления, и  $\Delta n = n_2 - n_1 \ll 1$ , то из соотношения (3.2) можно получить

$$\delta \cos \beta_1 \approx \sin \beta_2 - \sin \beta_1 = \Delta n \sin \Phi, \quad (3.3)$$

где  $\delta = \beta_2 - \beta_1 \ll \beta_1$  — угол между красным и зеленым пучками после преломления в призме.

Так как зеленый пучок мы считаем параллельным оптической оси линзы, то для отклонения красного изображения на экране можно воспользоваться формулой (3.1). При подстановке  $\delta$  из (3.3) в (3.1) получим

$$\frac{l}{F} = \operatorname{tg} \delta \approx \delta \approx \frac{\Delta n \sin \Phi}{\cos \beta_1} \approx \frac{\Delta n \sin \Phi}{\sqrt{1 - n_0^2 \sin^2 \Phi}},$$

где  $n_0 = 1,5$  — показатель преломления стекла в первом приближении. Наконец, для  $\Delta n$  получим

$$\Delta n \approx \frac{l \sqrt{1 - n_0^2 \sin^2 \Phi}}{F \sin \Phi} = 0,012.$$

Если же считать угол  $\Phi$  малым, то можно получить ответ и без использования показателя преломления:

$$\Delta n \approx \frac{l}{F \Phi},$$

его численное значение такое же с достаточной точностью.

**Ответ:**  $\Delta n = 0,012$ .

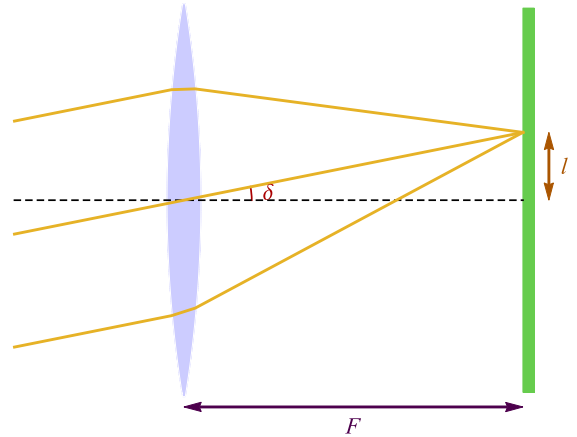


Рис. 3.1: фокусировка линзой пучка параллельных лучей, движущихся под углом  $\delta$  к ее оптической оси.

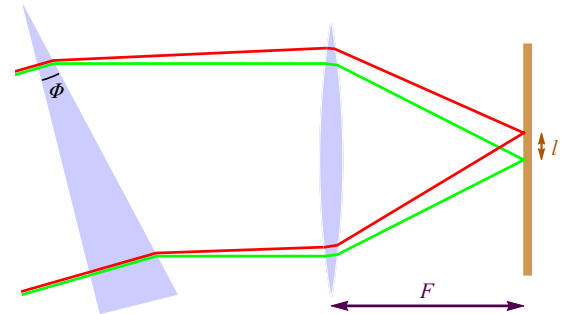


Рис. 3.2: движение лучей через призму и линзу на экран.

## Задача № 4

**Условие:** Амперметр, вольтметр и резистор включены по двум схемам (см. рис. 4.1). Ток, текущий через амперметр в первом случае  $I_1 = 1,96$  А, во втором —  $I_2 = 2,06$  А. Напряжения на вольтметре  $U_1 = 50,00$  В и  $U_2 = 49,6$  В. Определить сопротивления резистора, амперметра и вольтметра. Напряжение на клеммах считать постоянным.

**Решение:** Очевидно, показание вольтметра в схеме *a* равно напряжению на клеммах цепи. Запишем падение напряжения в этой схеме на участке амперметр-резистор:

$$U_1 = I_1 (r_A + R), \quad (4.1)$$

где  $R$  — сопротивление резистора,  $r_A$  — амперметра. Запишем также сумму падений напряжения на амперметре и вольтметре во второй схеме:

$$U_1 = U_2 + I_2 r_A. \quad (4.2)$$

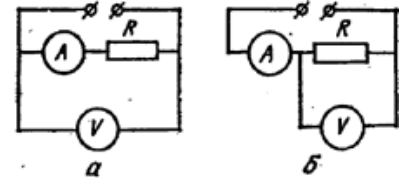


Рис. 4.1: из условия.

Рассмотрим участок параллельно включенных вольтметра и резистора. Их сопротивление равно  $Rr_V / (R + r_V)$ , где  $r_V$  — сопротивление вольтметра. Запишем закон Ома для этого участка:

$$U_2 = I_2 \frac{Rr_V}{R + r_V}. \quad (4.3)$$

Осталось решить полученную систему уравнений (4.1), (4.2), (4.3) относительно неизвестных сопротивлений. Сопротивление амперметра можно получить из уравнения (4.2):

$$r_A = \frac{U_1 - U_2}{I_2} = 0,194 \text{ } \Omega.$$

Далее, нетрудно выразить сопротивление резистора из (4.1):

$$R = \frac{U_1}{I_1} - r_A = \frac{I_2 U_1 - I_1 (U_1 - U_2)}{I_1 I_2} = 25,3 \text{ } \Omega.$$

Наконец, осталось выразить сопротивление вольтметра из (4.3):

$$U_2 R + U_2 r_V = I_2 R r_V,$$

откуда

$$r_V = \frac{U_2 R}{I_2 R - U_2} = \frac{U_2 (I_2 U_1 - I_1 (U_1 - U_2))}{U_1 I_2 (I_1 - I_2)} = 492 \text{ } \Omega.$$

**Ответ:**  $r_A = \frac{U_1 - U_2}{I_2} = 0,194 \text{ } \Omega,$   $R = \frac{I_2 U_1 - I_1 (U_1 - U_2)}{I_1 I_2} = 25,3 \text{ } \Omega,$   $r_V = \frac{U_2 (I_2 U_1 - I_1 (U_1 - U_2))}{U_1 I_2 (I_1 - I_2)} = 492 \text{ } \Omega.$

## Задача № 5

**Условие:** Используя необходимое оборудование, выполните следующие задания.

Основное оборудование.

1. Стеклопластиковая пластина толщиной 3 – 5 мм и длиной около 10 см
2. Стальной шарик диаметром приблизительно 2 см
3. Салфетка
4. Подсолнечное масло

Задание 1. Разработайте методику определения толщины масляного слоя на стекле. Какое дополнительное оборудование Вам для этого понадобилось?

Задание 2. Изучите изменение вязкого трения между шариком и стеклом с масляным слоем от толщины этого слоя.

**Цель эксперимента:** изучить и определить толщину слоя масла на поверхности стекла, изучить движение шарика по залитой маслом поверхности.

**Оборудование:** шарик металлический диаметром около 1,5 см, электронные весы, лазерный измеритель скорости, предметное стекло, миллиметровая бумага, шприц медицинский объемом 20 мл, подсолнечное масло.

**Теоретические сведения:** Жидкость, разлитая на горизонтальную поверхность, благодаря поверхностному натяжению не растекается на бесконечную площадь, а собирается в одно или несколько “пятен”. Что характерно, толщина этого пятна не зависит от объема разлитой жидкости, а только от ее внутренних свойств: поверхностного натяжения, плотности и краевого угла между жидкостью и твердой поверхностью. Такая задача рассмотрена во многих учебниках и задачниках по теоретической физике<sup>1</sup>, и толщина  $h$  слоя равна

$$h = 2\sqrt{\frac{\sigma}{\rho g}} \sin \frac{\theta}{2},$$

где  $\sigma$  — поверхностное натяжение жидкости,  $\rho$  — ее плотность,  $\theta$  — краевой угол между жидкостью и твердой поверхностью. Если подставить данные для масла  $\rho = 0,92$  г/см<sup>3</sup>,  $\sigma = 35$  мН/м, и считать  $g = 9,8$  м/с<sup>2</sup> и  $\sin \theta/2 \approx 0,5$ , то для толщины слоя масла на стекле получим

$$h \approx 2 \cdot 10^{-3} \text{ м.}$$

Определить же зависимость трения сферической поверхности по тонкому слою — задача гораздо более сложная. Можно ожидать, что, так как для тонкого слоя площадь соприкосновения шара и масла пропорциональна квадрату его толщины, то сама сила будет квадратично зависеть от толщины слоя. Изучение этого усложняет тот факт, что толщина слоя масла постоянна (см. выше), и изменять ее каким-либо образом весьма проблематично.

**Постановка эксперимента:** Вначале для измерения толщины масляного слоя были применены интерферометрические методы. Однако, ввиду достаточно большой ожидаемой толщины, они не дали положительный результат, толщину пленки не удалось различить при помощи лазера. Поэтому для ее измерения был использован гораздо более простой метод. Масло набирали в шприц, затем наливали на поверхность стекла и ждали 10-20 минут для того, чтобы оно успело перейти в состояние равновесия. Затем измеряли изменение объема  $\Delta V$  масла в шприце, а также площадь  $S$ , занимаемую пятном. Толщину слоя  $h$  вычисляли по формуле  $h = V/S$ .

Площадь  $S$  измеряли при помощи миллиметровой бумаги. Ее клали на масляное пятно, масло пропитывало бумагу и становилось заметным на ней. Далее площадь пятна определяли по количеству квадратиков миллиметровки, испачканных маслом. Если площадь одного квадратика  $S_0 = 1$  мм<sup>2</sup>, а “закрашено”  $n$  квадратиков, то площадь пятна  $S = nS_0$ . Определить, закрашен квадратик полностью или частично, было достаточно проблематично, поэтому при расчете использовали не стандартный метод палетки (1/2 на частично закрашенный квадратик), а урезанный (2 состояния: закрашен или не закрашен). Погрешность такой замены невелика, учитывая малость площади квадратика миллиметровки.

Трение же шарика о слой масла изучали, отпуская шарик с начальной скоростью  $v_0$  и измеряя длину  $l$  пути, пройденного им. В этом случае, если силу сопротивления считать пропорциональной скорости шарика  $F = kv$ , то скорость шарика зависит от времени по закону  $v(t) = v_0 e^{-\alpha t}$ , где  $\alpha = m/k$  ( $m$  — масса шарика), а полный пройденный путь равен

$$L = \frac{mv_0}{k}.$$

Из этого уравнения

$$k = \frac{mv_0}{L}. \quad (5.1)$$

Так как толщину слоя изменить было невозможно, то *зависимость* от толщины слоя не была изучена.

**Результаты эксперимента:** При проведении эксперимента были получены следующие данные:

$\Delta V$ , см <sup>3</sup>	$n$	$S$ , см <sup>2</sup>	$h$ , 10 <sup>-4</sup> м	$\Delta V$ , см <sup>3</sup>	$n$	$S$ , см <sup>2</sup>	$h$ , 10 <sup>-4</sup> м
5,2	10534	105,34	5,0	7,3	13737	137,37	5,3
4,8	9362	93,62	5,1	9,2	18025	180,25	5,1
6,5	12454	124,54	5,2	6,9	13306	133,06	5,2

<sup>1</sup> Например, в задачнике под ред. О.Я.Савченко “Задачи по физике”, задача 4.5.13 (прямая ссылка)

Во всех случаях площадь квадрата миллиметровки  $S_0 = 1 \text{ мм}^2$  считаем известной точно. Погрешность в измерении объема  $\delta V = 0,5 \text{ мл}$ , тогда погрешность в толщине слоя равна

$$\delta h = h \frac{\delta V}{V}. \quad (5.2)$$

Учесть погрешность площади пятна весьма проблематично при таком подходе, да и она достаточно мала по сравнению с погрешностью измерения объема в шприце. Также, считать закрашенные квадратики было весьма долгим и кропотливым делом. По формуле (5.2) получаем  $\delta h \approx 0,01 \text{ мм}$ , что приблизительно равно случайной погрешности (см. таблицу). Общую погрешность в измерении толщины можно считать равной  $\delta h = 0,02 \text{ мм}$ .

При измерении пути шарика при движении по залитой маслом поверхности были получены следующие данные:

$v_0$ , см/с	$L$ , см	$k$ , г/с	$v_0$ , см/с	$L$ , см	$k$ , г/с	$v_0$ , см/с	$L$ , см	$k$ , г/с
15	34	5,4	23	50	5,7	16	37	5,3
18	39	5,6	17	39	5,4	29	68	5,4
11	24	5,5	16	36	5,5	13	28	5,7

Величину  $k$  вычисляли по формуле 5.1. Масса шарика во всех случаях  $m = (12,41 \pm 0,01) \text{ г}$  измерена при помощи электронных весов. Скорость измеряли при помощи специального лазерного прибора (аналогичного велосипедному спидометру, скорость измерялась по времени перекрытия шариком фотозащитных элементов). Погрешность скорости можно считать достаточно малой, погрешность длины  $\delta L = 0,1 \text{ см}$  как погрешность измерения линейкой, тогда погрешность величины  $k$

$$\delta k = k \sqrt{\left(\frac{\delta L}{L}\right)^2 + \left(\frac{\delta m}{m}\right)^2}. \quad (5.3)$$

По полученным данным  $k = 5,5 \text{ г/с}$ , погрешность  $\delta k = 0,1 \text{ г/с}$  по формуле 5.3 меньше случайной  $0,2 \text{ г/с}$  по таблице. Полная же погрешность  $\delta k = 0,3 \text{ г/с}$ .

**Выводы:** Измерена толщина пленки масла на стекле  $h = 0,52 \pm 0,02 \text{ мм}$ , а также параметр вязкого трения металлического шарика о поверхность масла  $k = 5,5 \pm 0,2 \text{ г/с}$ . Зависимость силы трения шарика от толщины слоя не была изучена, т.к. не было найдено способа изменять его толщину. Значение толщины слоя масла неплохо совпадает с теоретическим, значение же параметра трения шарика сравнивать было не с чем, т.к. для теоретического вывода силы трения потребовалось бы решать уравнение Навье-Стокса, что усложняет задачу (необходимо устанавливать специальное платное программное обеспечение для его численного решения). Линейность же зависимости силы трения от скорости подтверждена в пределах погрешности проведенных измерений.