Задача 1. Прежде всего попытаемся разобраться, почему происходит исчезновение интерференционной картины?

Если бы источник света был монохроматическим, то интерференционная картина представляла собой бесконечный ряд чередующихся светлых и темных полос. Ширина полосы зависит от длины волны света. Положение нулевой полосы (т.е. полосы, для которой разность хода равна нулю) не зависит от длины волны. Смещение зеркала способствует тому, что мы наблюдаем интерференционные полосы все более высоких порядков. Поэтому возможные такие положения зеркал, при которых максимум интенсивности интерференционной картины для излучения одной длины волны совпадает с минимумом для другой, при этом интерференционная картина исчезает. При другом положении максимумы совпадают, и интерференционная картина видна. Допустим, мы нашли такое положение. Двигая зеркало, мы изменяем разность хода интерферирующих лучей, если зеркало сместить на величину Δx, разность хода изменится на $2\Delta x$. При очередном появлении интерференционной картины максимумы опять совпадают, при этом, естественно, необходимо, чтобы на вновь приобретенной разности хода укладывалось целое число n_1 длин волн излучения с длиной волны λ_1, и целое число n_2 длин волн излучения с длиной волны λ_2. Так как мы наблюдаем два последовательных проявления интерференционной картины, таким образом числа n_1 и n_2 должны отличаться на единицу.

Отсюда следует $2\Delta x = n\lambda_1$, $2\Delta x = (n \pm 1)\lambda_2$. Откуда следует, что

$$\frac{1}{\lambda_1} \pm \frac{1}{2\Delta x} = \frac{1}{\lambda_2}; \quad \lambda_2 = \frac{\lambda_1}{1 \pm \frac{\lambda_1}{2\Delta x}} \approx \lambda_1 \mp \frac{\lambda_1^2}{2\Delta x} \approx 589 \mp 1 нм.$$

Выбрать то или иное решение из условия задачи нельзя. Отметим, что для излучения натрия реально существующее значение $\lambda_2 = 590 нм$, что соответствует решению со знаком "+".

Задача 2. Рассмотрим взаимодействие фотона и свободного электрона в системе отсчета, в которой электрон до взаимодействия покоился. Обозначим импульс фотона до взаимодействия p_0. Допустим, электрон поглотил фотон, тогда импульс электрона после взаимодействия также равен p_0 (закон сохранения импульса). Запишем уравнение закона сохранения энергии: до взаимодействия – $E = m\ c_0^{\ 2} + p\ c_0$ (здесь m_0 – масса покоя электрона, $p\ c_0$ – энергия фотона); после взаимодействия

$$\underline{E = \sqrt{m_0^2 c^4 + p_0^2 c^2}}$$

Таким образом:
$$m_0 c^2 + p_0 c = \sqrt{m_0^2 c^4 + p_0^2 c^2}$$

Это уравнение справедливо только при $p_0 = 0$, что равносильно отсутствию фотона. Итак, мы пришли к противоречию, которое доказывает, что фотон не может быть поглощен свободным электроном.

Интересно отметить, что сделанный вывод является следствием отсутствия внутренних степеней свободы у электрона. В классической физике *невозможен абсолютный неупругий удар, при котором никакая часть энергии не переходит в тепловую (опять же отсутствуют внутренние степени свободы). Пусть частица массы* m_1 , *движущаяся со скоростью* v, *сталкивается с покоящейся частицей массы* m_2. *Пусть после удара скорости частиц равны* U. *Запишем уравнения законов сохранения импульса и энергии*

$$\begin{cases} m_1 v_1 = (m_1 + m_2)U, \\ \dfrac{m_1 v_1^2}{2} = \dfrac{(m_1 + m_2)U^2}{2} + Q, \end{cases}$$

где Q – *количество выделившейся при ударе теплоты. Если положить* $Q = 0$, *то система имеет решения: первое* $v_1 = U = 0$, *второе* $v_1 = U \neq 0$ *при* $m_2 = 0$. *Ни одно из этих решений не описывает абсолютно неупругий удар. Следовательно, невозможен такой неупругий удар при котором* $Q = 0$.

Задача 3. Так как теплопроводности стержней одинаковы, то температура вдоль стержней будет изменяться по линейному закону. Температура точки соединения стержней может быть найдена из соотношения

$$T_3 = T_1 + \frac{T_2 - T_1}{l_1 - l_2} l_1 = \frac{T_1 l_2 + T_2 l_1}{l_1 + l_2}$$

при выводе, которого считается, что удлинения стержней малы. Теперь не трудно вычислить средние температуры стержней

$$T_{cp1} = \frac{T_1 + T_3}{2}, \quad T_{cp2} = \frac{T_3 + T_2}{2}$$

Удлинения стержней пропорциональны изменению температуры $\Delta l = k \Delta T$ причем коэффициенты пропорциональности следует выразить через приведенные в условии данные

$$k_1 = \frac{L_1 - l_1}{T_2 - T_1}, k_2 = \frac{L_2 - l_2}{T_2 - T_1}.$$

Окончательно, получим искомую длину

$$l = l_1 + k_1\left(T_{cp1} - T_1\right) + l_2 + k_2\left(T_{cp2} - T_1\right)$$

Задача 4.

Провод примет форму дуги окружности.

Действительно, сила Ампера $\Delta F_A = IB\Delta l$, действующая со стороны магнитного поля на любой маленький участок провода Δl, перпендикулярна этому отрезку. Эта сила не может изменить натяжение рассматриваемого участка, значит сила натяжения упругого провода постоянна вдоль него. Обозначим это натяжение T. Каждый маленький участок провода находится в равновесии под действием трех сил: две из них — силы натяжения, приложенные к краям участка, третья — сила Ампера ΔF_A (см. рис. 21). Последняя компенсируется проекциями сил T на ось, параллельную ΔF_A:

$$IB\Delta l = 2T\sin\Delta\alpha \simeq 2T\Delta\alpha \qquad \Rightarrow \qquad \Delta\alpha = \frac{IB}{2T}\Delta l. \tag{44}$$

Итак, все маленькие участки провода одинаковой длины Δl изогнуты на один и тот же угол $2\Delta\alpha$, значит

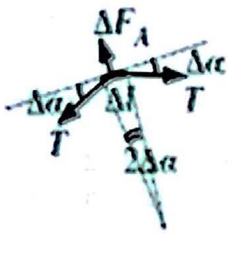

Рис. 21:

Рис. 25:

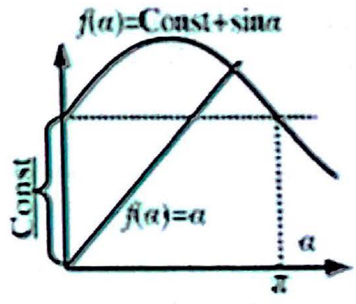

Рис. 26:

Обозначим радиус окружности, вдоль которой лежит провод на столе, через R, также введем угол $0 \leq \alpha \leq \pi$ (см. рис. 25).

Запишем условие равновесия всего провода. Для этого сложим все уравнения (44) для каждого кусочка. Получим $\alpha = IBl/(2T)$, где $l = 2R\alpha$ — длина всего провода (в растянутом по дуге состоянии). Выразим отсюда T и учтем закон Гука, $T = k(l - L)$, получим:

$$T = IBR = k(l - L) = k(2R\alpha - L) \;\Rightarrow \text{поделив на } 2R \Rightarrow \quad IB/2 = k(\alpha - L/(2R)).$$

Учтем также, что $L/(2R) = \sin\alpha$ (см. рис. 25) т.е.

$$IB/(2k) = \alpha - \sin\alpha \qquad \Rightarrow \qquad \alpha = \text{Const} + \sin\alpha, \qquad \text{где} \quad \text{Const} = IB/(2k).$$

Чтобы равновесие было возможным, уравнение на α должно иметь решение при $0 \leq \alpha < \pi$. Исследовать существование решения проще всего графически (см. рис. 26). Решение на требующемся промежутке существует, если Const не превышает π.

<u>Ответ:</u> Провод расположится по дуге окружности радиуса $R = L/(2\sin\alpha)$, где α — решение трансцендентного уравнения $\alpha = IB/(2k) + \sin\alpha$. Равновесие возможно, если $k > IB/(2\pi)$.

Задача 5.

Рассмотрим движение тележки аттракциона. Нас интересуют только те моменты времени, когда она движется без ускорения, то есть когда ее скорость не меняется ни по направлению, ни по величине. Горизонтальная составляющая скорости тележки, согласно условию, остается постоянной на всем пути. Следовательно, условие обращения в ноль ускорения равносильно постоянству вертикальной составляющей скорости:

$$|\overline{v}| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = const, \; v_x = const \;\; \Rightarrow v_y = const.$$

Таким образом, достаточно рассматривать только такие участки пути тележки, на которых постоянны обе компоненты скорости, то есть прямые участки. Более того, из дальнейшего будет видно, что мощность двигателя тележки не зависит от того, в какой именно точке прямого участка находится тележка, мощность будет зависеть только от угла наклона участка.

Рассмотрим теперь движение тележки по некоторому прямому участку. На рисунке 13 указаны все силы действующие на тележку: F сила тяги, развиваемая двигателем, N сила реакции опоры. Выпишем второй закон Ньютона для тележки в векторном виде: $\overline{F} + \overline{N} + m\overline{g} - k\overline{v} = 0$. Умножим это равенство скалярно на вектор скорости тележки $\overline{v}$. Учитывая, что мощность двигателя по определению есть $P = \overrightarrow{F} \cdot \overline{v}$, а сила реакции опоры перпендикулярна скорости, имеем: $P + m\overline{g} \cdot \overline{v} - kv^2 = 0$. Выберем оси, как показано на рисунке 13. Тогда ускорение свободного падения имеет компоненты $(0, -g)$, а скорость (v_x, v_y). Следовательно $\overrightarrow{g} \cdot \overrightarrow{v} = -gv_y$. Окончательно имеем

$$P = kv^2 + mgv_y \tag{22}$$

Это выражение для мощности можно получить и из закона сохранения энергии. Рассмотрим смещение тележки вдоль прямого участка за небольшой интервал времени Δt (рисунок 14). Развивая мощность P двигатель совершит работу $P\Delta t$. Сила сопротивления совершит отрицательную работу $-kv \cdot v\Delta t = -kv^2\Delta t$. Потенциальная энергия тележки изменится на $mg \cdot v_y\Delta t$. Кинетическая энергия не изменится, так как тележка движется без ускорения. По закону сохранения энергии работа сил тяги и сопротивления пошла на изменение потенциальной энергии:

$$P\Delta t - kv^2\Delta t = mg \cdot v_y\Delta t$$

После сокращения на Δt получаем уже знакомое выражение для мощности двигателя тележки. Преобразуем немного выражение (22). Из рисунка 13 имеем $v_y = v_x \operatorname{tg}\alpha$, где α угол наклона участка (на спусках тангенс принимает отрицательные значения). Таким образом:

$$P = k(v_x^2 + v_y^2) + mgv_y = k(v_x^2 + v_x^2 \operatorname{tg}^2\alpha) + mgv_x \operatorname{tg}\alpha = \frac{kv_x^2}{\cos^2\alpha} + mgv_x \operatorname{tg}\alpha.$$

Подставим в последнее выражение все имеющиеся данные: $P = (50/\cos^2\alpha + 20000 \operatorname{tg}\alpha)$Вт. Как уже говорилось, нужно рассматривать только прямые участки.

Из рисунка 15 видно, что на пути тележки 3 прямых подъема и 2 прямых спуска. Чтобы сравнить мощности на всех участках необходимо оценить косинусы и тангенсы углов наклона этих участков. Оказывается, что мощности на спусках отрицательные, двигателю тележки нужно работать против движения, чтобы поддерживать горизонтальную скорость постоянной. А из всех подъемов максимальную мощность доставляет второй подъем, поэтому в решении мы приведем расчет мощности только для второго подъема. По рисунку 15: $\operatorname{tg}\alpha = b/a \simeq 3,5/2,4 \simeq 1,46$, $\cos\alpha = a/c \simeq 2,4/4,2 \simeq 0,57$. Окончательно для максимальной мощности двигателя тележки при нулевом ускорении имеем:

$$P \simeq \frac{50}{0,57^2} + 20000 \cdot 1,46 \simeq 29350$$

m = 200 kg
g = 10 m/s²
v = 10 m/s

<u>Ответ:</u> Максимальная мощность при нулевом ускорении $P \simeq 29350$Вт.

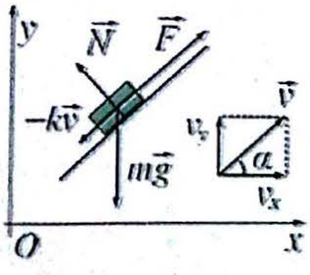

Рис. 13:

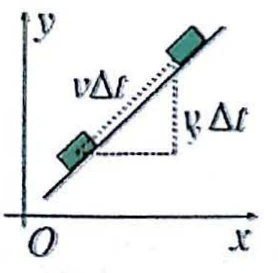

Рис. 14:

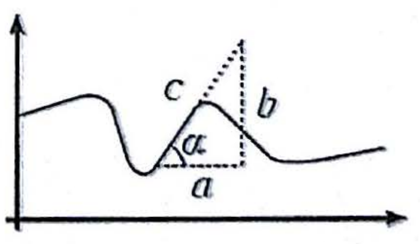

Рис. 15: