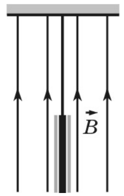
Задача 2. Облако состоит из очень малых капель воды, которые можно считать неподвижными. Попавшая в это облако большая капля падает. За некоторое время скорость капли изменилась от v_0 до v, а ускорение — от a_0 до a. Какой путь прошла капля за это время, если для нее сопротивление воздуха пренебрежимо мало?

Задача 3. Очень длинный вертикальный металлический стержень массой m, который может без трения перемещаться внутри тонкой вертикальной трубки, подвешен на невесомой проводящей нити длиной L. Через нить и стержень пропускают постоянный ток, сила тока I. Система находится в однородном магнитном поле (см. рисунок), индукцию которого медленно увеличивают. Исследуйте зависимость силы T натяжения нити от индукции B магнитного поля.



Решение задачи 2. Следует учесть, что при падении радиус капли увеличивается и «пополнению» надо сообщить скорость и импульс. Если обозначить процентное содержание воды в облаке (по объему) через k, основные дифференциальные уравнения процесса можно записать в виде

$a = g - \frac{3kv^2}{4r}$, $\frac{dr}{dt} = \frac{k}{4}v$. Из первого уравнения можно выразить радиус капли через ее скорость и ускорение, а из второго получаем $\Delta r = \frac{k}{4}\int v \cdot dt = \frac{kL}{4}$. Отсюда $L = \frac{3v^2}{g-a} - \frac{3v_0^2}{g-a_0}$. В частности, если ускорение неизменно, получим отсюда $a = \frac{1}{7}g$.

Решение задачи 3. При достаточно большой индукции магнитного поля прямолинейная форма нити уже не соответствует устойчивому равновесию. Определим форму нити в этом случае. Поскольку действующая на каждый малый участок нити сила Ампера горизонтальна и перпендикулярна нити, сила натяжения во всех сечениях нити одинакова и имеет одинаковую вертикальную составляющую. Следовательно: а) нить всюду образует один и тот же угол α с вертикалью, причем вертикальная составляющая силы натяжения $T\cos\alpha = mg$;

б) натяжение нити всюду имеет одинаковую горизонтальную составляющую $T_\perp$;

в) нить всюду имеет одинаковую кривизну.

Всем этим условиям удовлетворяет (кроме вертикальной прямой) только винтовая линия с вертикальной осью. Обозначив радиус этой линии R и рассмотрев условие равновесия малого отрезка нити, получим $T_\perp = T\sin\alpha = BIR$.

Из геометрических соображений получаем: шаг винтовой линии $h = 2\pi R \cdot \mathrm{ctg}\,\alpha = L\cos\alpha / N$, $2\pi R = L\sin\alpha / N$.

Из соотношений $2\pi R = L\sin\alpha/N$ и $\mathrm{tg}\,\alpha = \frac{BIR}{mg}$ получаем два значения радиуса винтовой линии: $R = 0$ и $R = \sqrt{\left(\frac{L}{2\pi N}\right)^2 - \left(\frac{mg}{BI}\right)^2}$.

Первое решение существует всегда, а второе появляется лишь при достаточно сильном поле $\left(B > B_c = \frac{2\pi mg}{IL}\right)$ и, по крайней мере сначала, соответствует существованию одного витка винтовой линии. Можно убедиться (рассматривая работу силы Ампера и силы тяжести при малом отклонении нити от вертикали), что из двух решений устойчивым является именно второе. Можно, конечно, проанализировать полученную форму нити на предмет возникновения новых витков при увеличении поля. Но интуитивно кажется очевидным, что сила Ампера стремится увеличить радиус винтовой линии, а отнюдь не количество витков. Таким образом, $T = mg$ при $B < B_c$ и $T = \frac{BIL}{2\pi}$ при $B > B_c$.