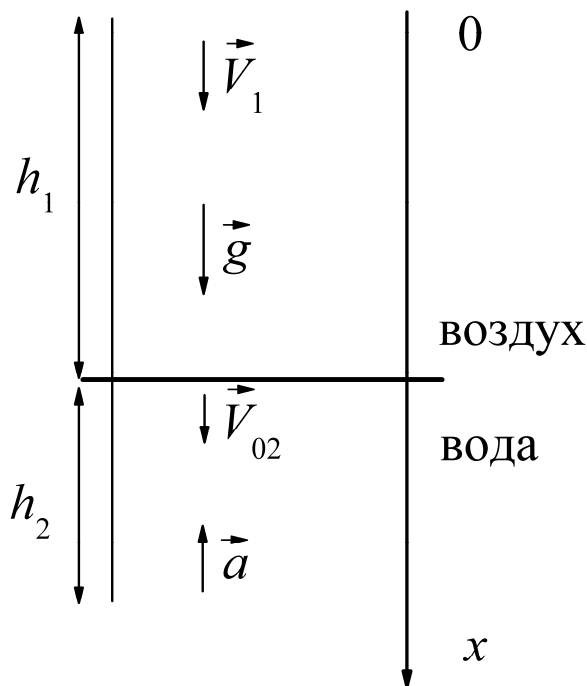


Задачи 10 класс

1. Пловец, прыгнув с пятиметровой вышки, погрузился в воду на глубину 2 м. Через какое время он, начиная с момента касания поверхности воды, достигнет максимальной глубины?

Пловець, стрибнувши з п'ятиметрової вишки, занурився у воду на глибину 2 м. Через який час він, починаючи з моменту торкання поверхні води, досягне максимальної глибини?



Решение:

В системе отсчета «Земля» при свободном падении в воздухе на первом отрезке пути $V_{01} = 0$, поэтому $V_1 = \sqrt{2 \cdot g \cdot h_1}$. Скорость входа пловца в воду $V_{02} = V_1$ равна конечной скорости свободного падения.

На втором участке (в воде) движение замедляется с ускорением $-a$, а конечная скорость ($V_2 = 0$) равна нулю. Тогда

$$h_2 = \frac{V_2^2 - V_{02}^2}{-2 \cdot a} = \frac{-V_{02}^2}{-2 \cdot a} = \frac{V_{02}^2}{2 \cdot a},$$

откуда определим ускорение пловца в воде:

$$a = \frac{V_{02}^2}{2 \cdot h_2}.$$

Подставим $V_{02} = V_1 = \sqrt{2 \cdot g \cdot h_1}$:

$$a = \frac{2 \cdot g \cdot h_1}{2 \cdot h_2} = \frac{g \cdot h_1}{h_2}.$$

Время движения пловца в воде равно:

$$\begin{aligned} t_2 &= \frac{V_2 - V_{02}}{-a} = \frac{-V_{02}}{-a} = \frac{V_{02}}{a} = \frac{\sqrt{2 \cdot g \cdot h_1}}{a} = \frac{\sqrt{2 \cdot g \cdot h_1}}{g \cdot h_1} \cdot h_2 = \\ &= h_2 \cdot \sqrt{\frac{2}{g \cdot h_1}} = 2 \cdot \sqrt{\frac{2}{9,8 \cdot 5}} \approx 2 \cdot \sqrt{\frac{1}{25}} = \frac{2}{5} = 0,4 \text{ с.} \end{aligned}$$

В воде движение пловца **не будет** равнозамедленным. Вначале основную роль в торможении будет играть сила динамического сопротивления жидкости, а затем – сила Архимеда. Рассчитать приблизительно совместное действие этих сил крайне затруднительно.. (на самом деле там будет вполне решаемый дифур второго порядка)

2. Определите силу тока, потребляемого двигателем электровоза, если, двигаясь равномерно со скоростью 16 м/с, он развивает силу тяги 300 кН. Напряжение в электросети составляет 3 кВ, КПД двигателя равен 80%.

Визначте силу струму, споживаного двигуном електровоза, якщо, рухаючись рівномірно зі швидкістю 16 м/с, він розвиває силу тяги 300 кН. Напруга в електромережі становить 3 кВ, ККД двигуна дорівнює 80 %.

Решение:

Выясним, какую часть работы, выполняемой током, протекающим по обмотке электродвигателя, составляет полезная работа (механическая работа по перемещению электровоза).

КПД рассчитаем по формуле:

$$\eta = \frac{A_{\text{полезная}}}{A_{\text{полная}}},$$

где $A_{\text{полезная}}$ – полезная работа, выполняемая двигателем при перемещении электровоза на расстояние S , $A_{\text{полезная}} = F \cdot S$.

Расстояние S найдем из известной скорости $S = V \cdot t$,

поэтому $A_{\text{полезная}} = F \cdot V \cdot t$.

Полная работа тока в двигателе электровоза $A_{\text{полная}} = U \cdot I \cdot t$.

Подставим выражения для полезной и полной работы в формулу для КПД:

$$\eta = \frac{F \cdot V \cdot t}{U \cdot I \cdot t} = \frac{F \cdot V}{U \cdot I},$$

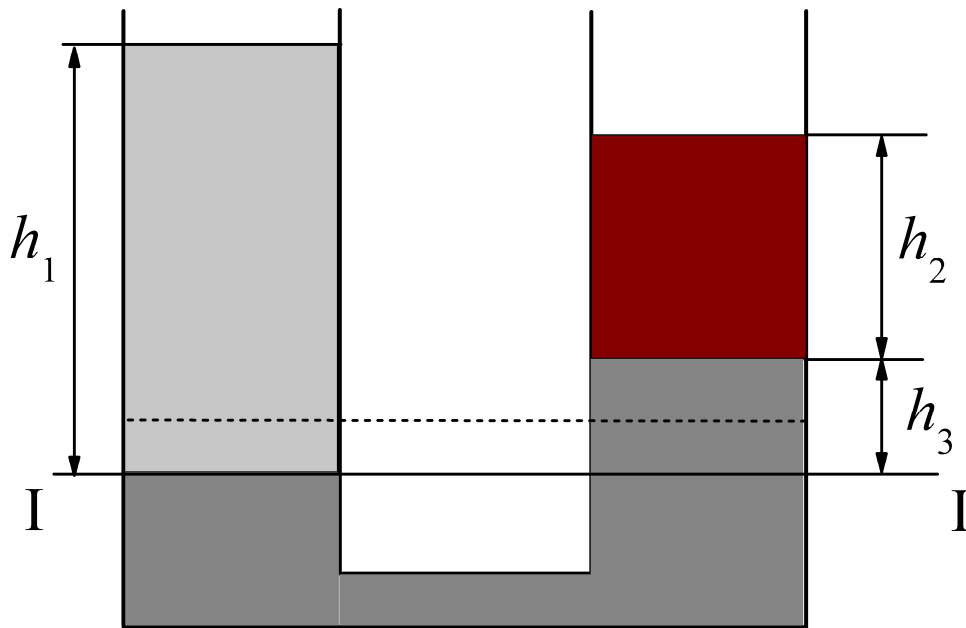
откуда определим силу тока:

$$I = \frac{F \cdot V}{U \cdot \eta} = \frac{3 \cdot 10^5 \cdot 16}{3 \cdot 10^3 \cdot 0,8} = 2000 \text{ А} = 2 \text{ кА}.$$

3. В двух цилиндрических сообщающихся сосудах, имеющих одинаковое поперечное сечение 12 см^2 , находится ртуть. В один из сосудов на ртуть наливают $1,5 \text{ л}$ воды, в другой - 1 л масла. На какое расстояние переместится уровень ртути в сосудах? Плотность воды $\rho_v = 1000 \text{ кг/м}^3$, плотность масла $\rho_m = 900 \text{ кг/м}^3$, плотность ртути $\rho_p = 13600 \text{ кг/м}^3$.

У двох циліндричних з'єднаних посудинах, що мають однаковий поперечний переріз 12 см^2 , знаходиться ртуть. В одну з посудин на ртуть наливають $1,5 \text{ л}$ води, в іншу - 1 л масла. На яку відстань переміститься рівень ртуті в посудинах? Густина води $\rho_v = 1000 \text{ кг/м}^3$, густина масла $\rho_m = 900 \text{ кг/м}^3$, густина ртуті $\rho_p = 13600 \text{ кг/м}^3$.

Решение:



Согласно условию равновесия на уровне I – I давление, создаваемое водой, равно давлению, которое создают масло и часть ртути, высота которой в сосуде равна h_3 . Поэтому можно записать $p_1 = p_2$. Учитывая, что $p_2 = \rho_v \cdot g \cdot h_2 + \rho_p \cdot g \cdot h_3$, $p_1 = \rho_v \cdot g \cdot h_1$ (ρ_v – плотность воды, ρ_m – плотность масла и ρ_p – плотность ртути), получим

$$\rho_v \cdot g \cdot h_1 = \rho_v \cdot g \cdot h_2 + \rho_p \cdot g \cdot h_3 \quad \Rightarrow \quad \rho_v \cdot h_1 = \rho_v \cdot h_2 + \rho_p \cdot h_3 .$$

Согласно условию задачи известны объемы воды и масла. В этом случае можно найти высоты h_1 и h_2 :

$$V_1 = S \cdot h_1 \quad \Rightarrow \quad h_1 = \frac{V_1}{S} ,$$

$$V_2 = S \cdot h_2 \quad \Rightarrow \quad h_2 = \frac{V_2}{S}.$$

Из выражений для h_1 и h_2 определим высоту ртути h_3 :

$$\rho_a \cdot \frac{V_1}{S} = \rho_i \cdot \frac{V_2}{S} + \rho_p \cdot h_3 \quad \Rightarrow \quad h_3 = \frac{\rho_a \cdot V_1 - \rho_i \cdot V_2}{S \cdot \rho_p}.$$

Так как площади поперечного сечения обоих сосудов одинаковы, то на сколько ртуть в левом сосуде опустится, на столько же в правом - поднимется. Поэтому расстояние, на которое переместится уровень ртути, будет равно половине высоты h_3 :

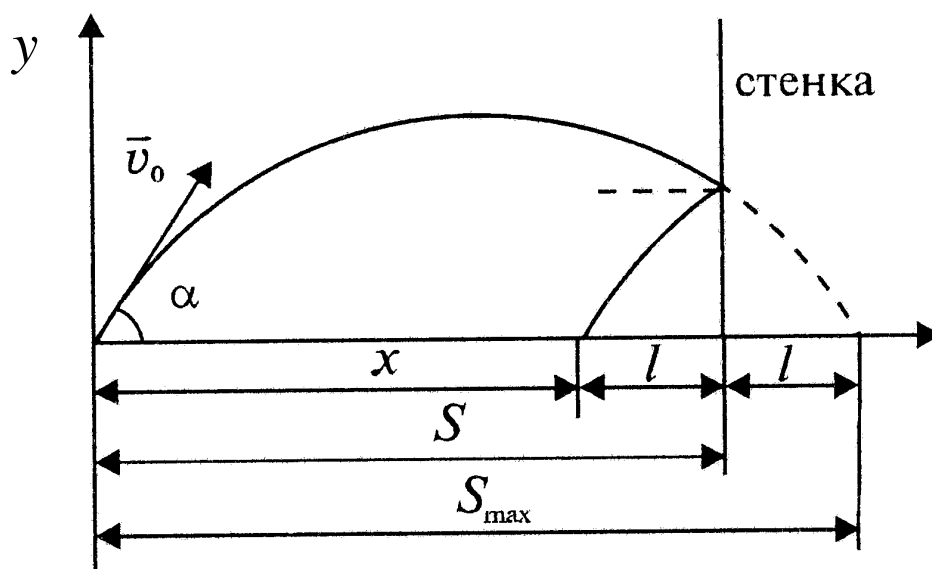
$$h = \frac{1}{2} h_3 = \frac{1}{2} \cdot \frac{\rho_a \cdot V_1 - \rho_m \cdot V_2}{S \cdot \rho_p} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1000 \cdot 1,5 \cdot 10^{-3} - 900 \cdot 1,0 \cdot 10^{-3}}{12 \cdot 10^{-4} \cdot 13600} =$$

$$= 0,018 \text{ м} = 18 \text{ мм}.$$

4. Футбольный мяч бросают с начальной скоростью $V_0 = 10,7$ м/с под углом $\alpha = 30^\circ$ к горизонту. На расстоянии $S = 6$ м от точки удара находится вертикальная стенка, с которой мяч упруго ударяется. Найдите расстояние от точки удара по мячу до точки его приземления.

Футбольний м'яч кидають з початковою швидкістю $V_0 = 10,7$ м/с під кутом $\alpha = 30^\circ$ до горизонту. На відстані $S = 6$ м від точки удара знаходиться вертикальна стінка, з якою м'яч пружно вдаряється. Знайдіть відстань від точки удара по м'ячу до точки його приземлення.

Решение:



Запишем уравнения для координат x и y и проекций скоростей на них:

$$V_x = V_0 \cdot \cos \alpha, \quad V_y = V_0 \cdot \sin \alpha - g \cdot t,$$

$$x = V_0 \cdot \cos \alpha \cdot t, \quad y = V_0 \cdot \sin \alpha \cdot t - \frac{g \cdot t^2}{2}.$$

Теперь определим время подъема мяча до верхней точки траектории, где $V_y = 0$:

$$V_0 \cdot \sin \alpha - g \cdot t_1 = 0 \quad \Rightarrow \quad t_1 = \frac{V_0 \cdot \sin \alpha}{g}.$$

Полное время полета мяча равно удвоенному времени подъема:

$$t = \frac{2 \cdot V_0 \cdot \sin \alpha}{g}.$$

Максимальное расстояние S_{\max} , на которое мог бы пролететь мяч в отсутствие стенки, равно:

$$S_{\max} = V_0 \cdot \cos \alpha \cdot \frac{2 \cdot V_0 \cdot \sin \alpha}{g} = \frac{V_0^2 \cdot \sin 2\alpha}{g} = \frac{10,7^2 \cdot \sin 60^\circ}{9,8} = 10,1 \text{ м}.$$

Видно, что $S > S_{\max}/2$, т.е. отражение от стенки происходит при снижении мяча. Из рисунка видно, что

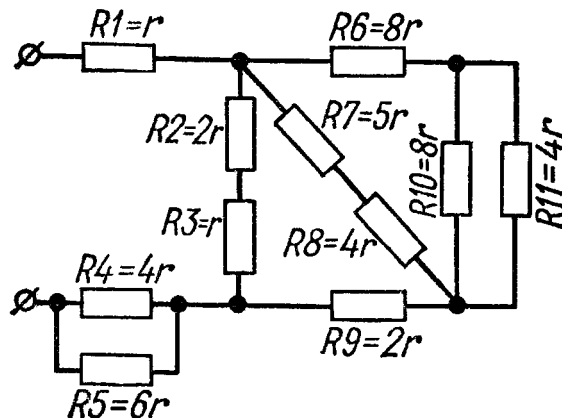
$$l = S_{\max} - S = \frac{V_0^2 \cdot \sin 2\alpha}{g} - S,$$

$$x = S - l = 2 \cdot S - \frac{V_0^2 \cdot \sin 2\alpha}{g} = 2 \cdot 6 - 10,1 = 1,9 \text{ м.}$$

5. Вычислить сопротивление контура при $r = 1$ Ом.

Обчислити опір контуру при $r = 1$ Ом.

Решение:



Резисторы $R10$ и $R11$ соединены параллельно, следовательно, их общее сопротивление

$$R_{10,11} = \frac{R_{10} \cdot R_{11}}{R_{10} + R_{11}} = \frac{8r \cdot 4r}{8r + 4r} = \frac{32}{12}r = \frac{8}{3}r.$$

Оба эти сопротивления могут быть заменены эквивалентным сопротивлением $R_{10,11}$, которое, в свою очередь, соединено последовательно с резистором $R6$. Их общее сопротивление

$$R_{6,10,11} = R_6 + R_{10,11} = 8r + \frac{8}{3}r = \frac{32}{3}r.$$

Резисторы $R7$ и $R8$ соединены последовательно, их общее сопротивление

$$R_{7,8} = R_7 + R_8 = 5r + 4r = 9r.$$

В свою очередь, эквивалентное сопротивление $R_{7,8}$ соединено параллельно с $R_{6,10,11}$, и их общее сопротивление

$$R_{6,7,8,10,11} = \frac{R_{7,8} \cdot R_{6,10,11}}{R_{7,8} + R_{6,10,11}} = \frac{9r \cdot \frac{32}{3}r}{9r + \frac{32}{3}r} = \frac{288}{59}r \approx 4,88r.$$

Полученное эквивалентное сопротивление $R_{6,7,8,10,11}$ соединено последовательно с $R9$, тогда

$$R_{6,7,8,9,10,11} = R_{6,7,8,10,11} + R_9 = \frac{288}{59}r + 2r = \frac{406}{59}r \approx 6,88r.$$

Резисторы $R2$ и $R3$ соединены последовательно, значит,

$$R_{2,3} = R_2 + R_3 = 2r + r = 3r.$$

В свою очередь, эквивалентное сопротивление $R_{2,3}$ соединено параллельно с $R_{6,7,8,9,10,11}$, поэтому

$$R_{2,3,6,7,8,9,10,11} = \frac{R_{2,3} \cdot R_{6,7,8,9,10,11}}{R_{2,3} + R_{6,7,8,9,10,11}} = \frac{3r \cdot \frac{406}{59}r}{3r + \frac{406}{59}r} = \frac{1218}{583}r \approx 2,09r.$$

Резисторы R_4 и R_5 соединены параллельно, поэтому

$$R_{4,5} = \frac{R_4 \cdot R_5}{R_4 + R_5} = \frac{4r \cdot 6r}{4r + 6r} = \frac{24}{10}r = 2,4r.$$

Наконец, резистор R_1 и эквивалентные сопротивления $R_{4,5}$ и $R_{2,3,6,7,8,9,10,11}$ соединены последовательно.

Тогда сопротивление контура

$$R = 2,09r + 2,4r + r = 5,49r = 5,49 \text{ Ом}.$$