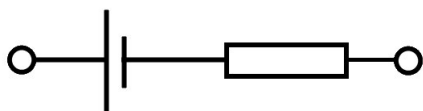


# Областная олимпиада по физике

## 2015/2016 учебного года. 9 класс

Батарейку можно представить как идеальный источник тока, соединенный последовательно с внутренним сопротивлением. Ток короткого замыкания батарейки равен  $I_0=5$  А. При подключении к батарейке сопротивления  $R=1$  кОм ток через цепь равен  $I=1$  А. Найдите внутреннее сопротивление батарейки.



### Решение

Пусть напряжение батарейки  $U_0$  и внутреннее сопротивление  $R_0$ . Тогда по закону Ома ток короткого замыкания

$$I_0 = \frac{U_0}{R_0}. \quad (1)$$

При подключении к батарейке сопротивления  $R$  (последовательно с её внутренним сопротивлением) ток составит

$$I = \frac{U_0}{R_0 + R}. \quad (2)$$

Деля друг на друга уравнения (1) и (2), получаем

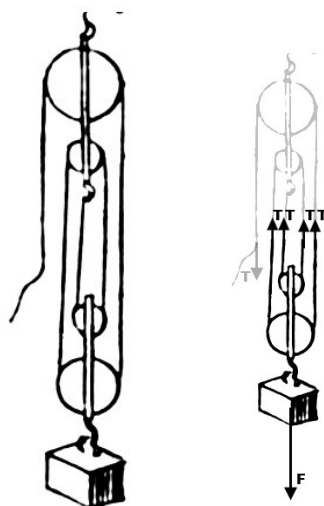
$$\frac{I_0}{I} = \frac{R_0 + R}{R_0} = 1 + \frac{R}{R_0}. \quad (3)$$

Наконец, из уравнения (3) находим внутреннее сопротивление

$$R_0 = \frac{R}{\frac{I_0}{I} - 1} = 250 \text{ Ом}. \quad (4)$$

## Задача 2

В «Cyclopaedia» (1728), одной из первых в истории энциклопедий, приведён чертёж системы блоков, показанный на рисунке 2. Если вес груза  $P$ , а блоки невесомы, то с какой силой нужно тянуть за конец троса, чтобы блоки удерживались в равновесии?



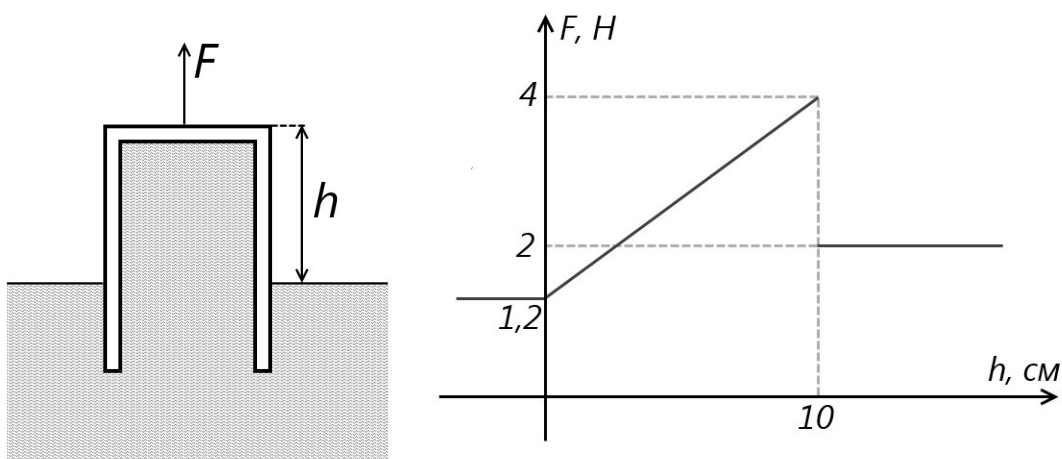
## Решение

Пусть сила натяжения троса  $T$ . Рассмотрим систему, состоящую из двух нижних блоков и груза. На эту систему вверх действует сила  $4T$  со стороны троса, а вниз - сила тяжести  $P$ . Чтобы система находилась в равновесии, эти силы должны компенсировать друг друга, откуда находим  $T = P/4$ .

В действительности сила должна быть несколько больше, так как трос не идеально вертикален.

## Задача 3

Цилиндрический стеклянный стакан вверх ногами за ниточку подвесили к динамометру и вытягивают из воды (см. рис. 3). Найдите силу  $F$ , измеряемую динамометром, как функцию высоты  $h$  доньшка стакана над поверхностью воды. Масса пустого стакана  $m$ , высота  $H$ , вместимость  $V$ , плотность стекла  $\rho$ . Постройте график  $F(h)$  для  $m=200$  г,  $V=200$  мл,  $H=10$  см,  $\rho=2500$  кг/м<sup>3</sup>.



## Решение

Рассмотрим отдельно три участка.

1. Стакан полностью под водой,  $h < 0$ . На него вниз действует сила тяжести  $F_B = mg$ , а вверх сила  $F$  и сила Архимеда  $F_A = \rho_B g V_C$ , где  $\rho_B$  - плотность воды, а  $V_C = m/\rho$  - объём стекла, из которого сделан стакан. Эти три силы должны компенсировать друг друга,  $F_B = F + F_A$ . Отсюда находим:

$$F = mg \left( 1 - \frac{\rho_B}{\rho} \right) = 1.2 \text{ Н} \quad (5)$$

2. Стакан частично вынут из воды,  $0 < h < H$ . Атмосферное давление не выпустит воду из стакана, и эта вода создаст внутри стакана давление, меньшее атмосферного. Чтобы преодолеть это давление, придётся развить большую силу  $F$ . Найти  $F$  проще всего следующим образом. Заменим стекло стакана тем же объёмом воды. Внешний объём стакана равен сумме вместимости стакана и объёма стекла,  $V + V_C$ . Когда доньшко стакана поднято на высоту  $h$ , над водой выступает объём  $\frac{h}{H}(V + V_C)$ . Чтобы удерживать его вес, нужно прикладывать силу  $F_1 = \rho_B g \frac{h}{H}(V + V_C)$ . Теперь заменим воду в объёме  $V_C$  на стекло. При этом добавится сила тяжести стекла за вычетом силы Архимеда,  $F_2 = mg \left( 1 - \frac{\rho_B}{\rho} \right)$  (аналогично предыдущему случаю). Общая сила, которую нужно прикладывать, равна сумме  $F_1$  и  $F_2$ ,

$$F = \rho_B g \frac{h}{H} \left( V + \frac{m}{\rho} \right) + mg \left( 1 - \frac{\rho_B}{\rho} \right) \quad (6)$$

Это линейная зависимость, которая начинается со значения 1.2 Н при  $h=0$  и растёт до значения  $F_{\max} = \rho_B g V + mg = 4 \text{ Н}$  при  $h = H$ .

3. Стакан полностью вынут из воды,  $h > H$ . Вода выливается из стакана, и теперь  $F$  должна компенсировать только силу тяжести стакана,

$$F = mg = 2 \text{ Н} \quad (7)$$

Объединяя формулы для всех трёх участков, получаем график, представленный на рисунке.

## Задача 4

После того, как два одинаковых металлических шарика привели в соприкосновение и разнесли на прежнее расстояние, сила электростатического взаимодействия между ними увеличилась по модулю в  $k=25/24$  раза. Одноимёнными или разноимёнными были первоначальные заряды на шариках? Во сколько раз они отличались по модулю?

## Решение

Пусть заряд одного шарика равен  $q$ , а второго  $aq$ . Тогда сила их взаимодействия равна

$$F_1 = \frac{Kq \cdot aq}{r^2}, \quad (8)$$

где  $r$  - расстояние между зарядами, а  $K = 10^9 \text{ Н}\cdot\text{м}^2/\text{Кл}^2$ .

После того, как шарики приведут в контакт и разнесут на прежнее расстояние, их заряды станут равны  $q(a+1)/2$ , а сила взаимодействия между шариками станет равна

$$F_2 = \frac{K(q(a+1)/2)^2}{r^2}. \quad (9)$$

Отношение этих двух сил равно

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{(a+1)^2}{4a}. \quad (10)$$

Это отношение должно быть равно либо  $+k$  (если первоначально заряды были одноимёнными), либо  $-k$  (если заряды были разноимёнными). В первом случае находим

$$\frac{(a+1)^2}{4a} = k \Rightarrow a^2 - 2(2k-1)a + 1 = 0 \Rightarrow a = 2k-1 \pm \sqrt{(2k-1)^2 - 1}. \quad (11)$$

После подстановки чисел получаются два ответа,  $2/3$  и  $3/2$ , которые соответствуют одному

и тому же отношения большего по модулю заряда к меньшему. В случае, если отношение сил равно  $-k$ , получаем

$$\frac{(a+1)^2}{4a} = -k \Rightarrow a^2 + 2(2k+1)a + 1 = 0 \Rightarrow a = -(2k+1) \pm \sqrt{(2k+1)^2 - 1}. \quad (12)$$

После подстановки чисел снова получаются два эквивалентных ответа,  $-6$  и  $-1/6$ .

Ответ: либо заряды одноимённые и отличаются в  $3/2$  раза, либо разноимённые, и отличаются по модулю в  $6$  раз.

## Задача 5

При кипячении молока на его поверхности образуется паронепроницаемая пленка, из-за которой молоко и сбегаёт. В кастрюле объёмом  $5$  л кипятят  $2$  л молока. Пренебрегая теплотериями, оцените время, через которое убежит молоко, если известно, что за  $10$  минут молоко нагрелось от  $40^\circ\text{C}$  до  $100^\circ\text{C}$ . Считать, что у молока, как и у воды, плотность примерно  $1000 \text{ кг/м}^3$  теплоёмкость  $4200 \text{ Дж/(кг}\cdot^\circ\text{C)}$ , удельная теплота парообразования  $2,3\cdot 10^6 \text{ Дж/кг}$ , а пена, в основном, состоит из водяного пара, плотность которого при атмосферном давлении  $0,6 \text{ кг/м}^3$ .

## Решение

Мощность нагревателя  $P = c\rho_M V_M (T_2 - T_1)/t_0$ , где  $c$  - теплоёмкость молока,  $\rho_M$  - его плотность,  $V_M$  - объём, и оно нагрелось от температуры  $T_1$  до температуры  $T_2$  за время  $t_0$ . Чтобы молоко сбежало, должен образоваться объём пены  $V_K - V_M$ , где  $V_K$  - объём кастрюли. Тогда масса пены будет равна  $(V_K - V_M)\rho_B$ . Такая же масса воды должна испариться из молока, на что потребуется энергия  $Q = (V_K - V_M)\rho_B L$ , где  $L$  - удельная теплота парообразования воды. Такая энергия выделится нагревателем за время

$$t = \frac{Q}{P} = \frac{t_0(V_K - V_M)\rho_B L}{c\rho_M V_M (T_2 - T_1)} = 4.9 \text{ с}. \quad (13)$$

