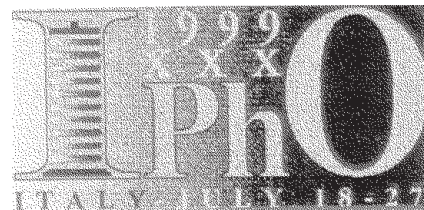


XXX Международная олимпиада школьников по физике



В июле прошлого года в городе Падуе (Италия) прошла очередная международная физическая олимпиада. В ней приняли участие школьники 62 государств.

В команду России входили:

Кравцов Константин – г. Москва, лицей “Вторая школа”, учителя Д.А. Александров, А.Р. Зильберман;

Панов Евгений – г. Челябинск, физико-математический лицей 31, учитель И.А. Иоганевич;

Полянский Юрий – г. Радужный Владимирской обл., средняя школа 2, учитель С.А. Муканов;

Сырицын Сергей – г. Саратов, физико-технический лицей 1, учитель Л.В. Правдина;

Чудновский Александр – г. Челябинск, лингво-гуманитарная гимназия 96, учитель Б.П. Виравчев.

По итогам олимпиады команда России заняла (в неофициальном командном зачете) первое место, завоевав 4 золотых медали (К. Кравцов, Е. Панов, А. Чудновский, С. Сырицын) и 1 серебряную медаль (Ю. Полянский) и набрав 231,3 балла. Далее шли команды Ирана (227,4 балла), Китая (214,1 балла), США (214,0 балла), Украины (210,5 балла).

Ниже приводятся условия задач теоретического тура XXX Международной физической олимпиады. Задачи подготовлены Научным комитетом олимпиады с участием профессоров университетов Болоньи, Неаполя, Турина и Триеста.

Теоретический тур

Задача 1. Поглощение излучения в газе

Вертикально расположенный цилиндрический сосуд содержит под поршнем газ в состоянии термодинамического равновесия. Поршень представляет собой стеклянную пластинку и может свободно перемещаться. Будем предполагать, что утечки газа не происходит и что трение между стеклянным поршнем и стенками цилиндра достаточное, чтобы подавлять колебания, но не вносит заметных потерь энергии. Первоначальная температура газа равна температуре окружающей среды. С хорошим приближением

газ можно считать идеальным. Будем также считать, что стенки цилиндра (включая поршень и дно) имеют очень низкую теплопроводность и теплоемкость, поэтому теплообмен между газом и окружающей средой происходит очень медленно и им можно пренебречь при решении данной задачи.

Через стеклянную пластинку в цилиндр направляется пучок света от лазера постоянной мощности. Это излучение проходит через воздух и стекло без поглощения, но полностью поглощается газом в сосуде. В результате поглощения молекулы газа переходят в возбужденные состояния, из которых они быстро возвращаются в основное состояние путем ступенчато-

го испускания инфракрасной радиации. Инфракрасное излучение в дальнейшем поглощается другими молекулами и отражается стенками сосуда, включая стеклянный поршень. Поэтому энергия лазерного излучения, поглощенная газом, в течение очень короткого интервала времени трансформируется в энергию теплового движения молекул.

В этом процессе стеклянный поршень смещается вверх. После определенного времени облучения лазер выключается и измеряется смещение поршня.

1) Используя данные, приведенные ниже, и, если необходимо, данные о физических константах, определите температуру и давление газа после облучения. (2 балла)

2) Вычислите механическую работу, совершенную газом в результате поглощения излучения. (1 б.)

3) Подсчитайте энергию излучения, поглощенную при облучении. (2 б.)

4) Рассчитайте мощность излучения лазера, поглощенную газом, и соответствующее число поглощенных фотонов (и, следовательно, число элементарных процессов поглощения лазерных фотонов) в единицу времени. (1,5 б.)

5) Подсчитайте долю оптической энергии, преобразованную в механическую потенциальную энергию стеклянного поршня. (1 б.)

Затем цилиндр медленно поворачивают на 90° так, что его ось принимает горизонтальное положение. Теплообменом между газом и стенками сосуда по-прежнему можно пренебречь.

6) Будут ли изменяться давление и/или температура газа в результате такого поворота? Определите новые значения температуры и давления. (2,5 б.)

Числовые данные: давление окружающего воздуха $p_0 = 101,3$ кПа, комнатная температура $T_0 = 20,0$ °C, внутренний диаметр цилиндра $2r = 100$ мм, масса стеклянной пластины $m = 800$ г, количество газа в сосуде $\nu = 0,100$ моль, молярная теплоемкость при постоянном объеме $C_V = 20,8$ Дж/(моль · K), длина волны излучения лазера $\lambda = 514$ нм, время облучения $\Delta t = 10,0$ с, смещение стеклянного поршня после облучения $\Delta s = 30,0$ мм.

Задача 2. Магнитное поле V-образной проволоки

К первым успехам теории магнитных явлений Ампера относится вычисление индукции B магнитного поля, создаваемого проводником с электрическим током, и сравнение с расчетами Био и Савара, проведенными ранее.

Интересным частным случаем является очень длинная проволока с постоянным током i , изогнутая в виде буквы V с половинным углом изгиба α (рис.1). Согласно вычислениям Ампера значение магнитной индукции B в

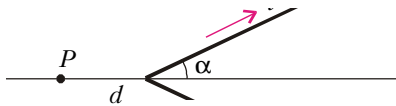


Рис. 1

точке P на оси V-образной проволоки на расстоянии d от вершины пропорционально $\lg(\alpha/2)$, где α выражается в радианах. Работа Ампера позже вошла в теорию электромагнетизма Максвелла и является общепризнанной.

1) Используя наши современные знания по электромагнетизму, найдите направление магнитной индукции в точке P . (1 балл)

2) Зная, что магнитная индукция пропорциональна $\lg(\alpha/2)$, т.е. $|B(P)| = k \lg(\alpha/2)$, вычислите коэффициент пропорциональности k . (1,5 б.)

3) Вычислите магнитную индукцию в точке P^* , симметричной точке P относительно вершины, т.е. на оси проволоки и на том же расстоянии d от вершины, но внутри V. (2 б.)

4) Чтобы измерить магнитную индукцию, мы помещаем в точку P маленькую магнитную стрелку, имеющую момент инерции I и магнитный дипольный момент μ ; стрелка колеб-

лется в той же плоскости, в которой лежит вектор индукции B . Вычислите период этих малых колебаний стрелки как функцию B . (2,5 б.)

Для тех же условий Био и Савар предполагали, что значение магнитной индукции B в точке P определяется выражением (мы здесь используем его современную запись) $B(P) = \frac{i\mu_0\alpha}{\pi^2 d}$, где μ_0 — магнитная постоянная. Они попытались с помощью эксперимента проверить справедливость соответствующих предположений (Ампера и Био–Савара), измеряя период колебаний магнитной стрелки как функцию угла α V-образной проволоки. Для некоторых значений угла α , однако, разница столь мала, что ее трудно измерить.

5) Чтобы экспериментально установить различие между двумя предсказанными выражениями для периода T колебаний магнитной стрелки в точке P , необходимо, чтобы различие в их значениях составляло не менее 10%, а именно, должно быть $T_1 > 1,10T_2$ (где T_1 соответствует предположению Ампера, T_2 — предположению Био и Савара). Установите приближенно, какой интервал углов α мы должны выбрать, чтобы обнаружить различие между этими двумя предсказаниями. (3 б.)

Примечание. В зависимости от способа выбранного вами решения задачи возможно вам будет полезной форму-

$$\text{ла } \operatorname{tg}\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha}.$$

Задача 3. Космический зонд к Юпитеру

В этой задаче рассмотрен метод, часто применяемый для ускорения космических зондов в нужном направлении. Космический зонд, пролетая вблизи планеты, может значительно увеличить свою скорость и существенно изменить направление полета за счет незначительной части энергии орбитального движения планеты.

Юпитер вращается вокруг Солнца по эллиптической траектории, которую можно аппроксимировать окружностью со средним радиусом R .

1) Найдите скорость движения планеты V по орбите вокруг Солнца. (1,5 балла)

2) Пусть зонд находится между Солнцем и Юпитером на отрезке, соединяющим эти тела. Найдите расстояние от Юпитера, на котором силы гравитационного взаимодействия зонда с Солнцем и Юпитером равны. (1 б.)

Космический зонд массой $m = 825$ кг пролетает вблизи Юпитера. Для упрощения предположим, что траектория

космического зонда полностью лежит в плоскости орбиты Юпитера, т.е. мы можем пренебречь случаями, когда космический зонд покидает плоскость орбиты Юпитера. Мы будем рассматривать ту область пространства, в которой притяжение Юпитера значительно превосходит все остальные гравитационные силы.

В системе отсчета, связанной с центром масс Солнца, начальная скорость космического зонда равна $v_0 = 1,00 \cdot 10^4$ м/с и направлена в положительном направлении оси Y , в то время как скорость Юпитера направлена в отрицательном направлении оси X (рис.2); под «начальной скоростью» мы понимаем скорость космического зонда в межпланетном пространстве достаточно далеко от Юпитера, но уже в области, где притяжение Солнца пренебрежимо мало. Предположим, что взаимодействие происходит за достаточно короткий промежуток времени, так что можно пренебречь изменением направления скорости движения Юпитера по орбите. Также предположим, что зонд проходит позади Юпитера, т.е. его x -координата больше x -координаты Юпитера в тот момент, когда их y -координаты равны.

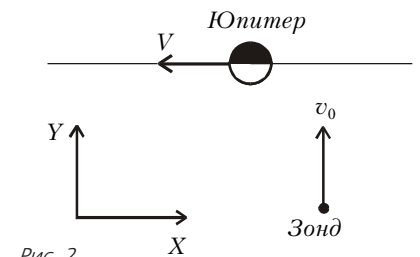


Рис. 2

3) Найдите направление скорости движения космического зонда (угол ϕ между вектором скорости зонда и осью X) и модуль его скорости v' в системе отсчета, связанной с Юпитером, когда зонд находится далеко от Юпитера. (2 б.)

4) Найдите значение E полной механической энергии зонда в системе отсчета, связанной с Юпитером, полагая, как обычно, что значение потенциальной энергии на очень больших расстояниях равно нулю и что скорость зонда можно считать постоянной из-за малости всех гравитационных взаимодействий. (1 б.)

Траекторией космического зонда в системе отсчета, связанной с Юпитером, является гипербола, уравнение которой в полярных координатах имеет вид

$$\frac{1}{r} = \frac{GM}{v'^2 b^2} \left(1 + \sqrt{\frac{2E v'^2 b^2}{G^2 M^2 m}} \cos \theta \right), (*)$$

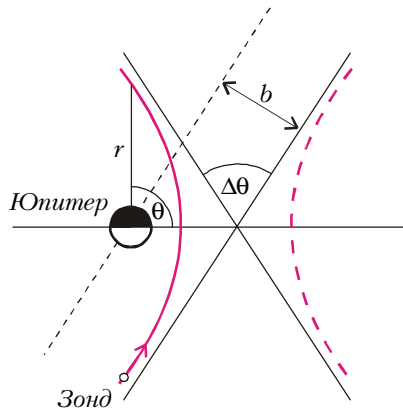


Рис. 3

где b – расстояние между асимптотой и центром Юпитера (так называемый прицельный параметр), E – значение полной механической энергии зонда в системе отсчета, связанной с Юпитером, G – гравитационная постоянная, M – масса Юпитера, r и θ – полярные

координаты (расстояние до центра Юпитера и полярный угол).

На рисунке 3 показаны две ветви гиперболы, описываемой уравнением (*), ее асимптоты и полярные координаты. Отметим, что уравнение (*) описывает гиперболу, фокус которой находится в центре притяжения, т.е. в центре Юпитера. Траектория космического зонда представляет собой ветвь притяжения и изображена на рисунке сплошной линией.

5) Используя уравнение (*), описывающее траекторию зонда, найдите полное угловое отклонение $\Delta\theta$ траектории зонда в системе отсчета, связанной с Юпитером (как показано на рисунке 3), и выразите его как функцию начальной скорости v' и прицельного параметра b . (2 б.)

6) Полагая, что зонд не может пройти мимо Юпитера на расстоянии от его центра меньше чем три его радиуса, найдите минимально возможное зна-

чение прицельного параметра и максимально возможное значение углового отклонения $\Delta\theta$. (1 б.)

7) Получите выражение для конечной скорости зонда v'' в системе отсчета, связанной с Солнцем, как функцию только скорости Юпитера V , начальной скорости зонда v_0 и углового отклонения $\Delta\theta$. (1 б.)

8) Используйте предыдущий результат для того, чтобы найти численное значение конечной скорости зонда v'' в системе отсчета, связанной с Солнцем, при максимально возможном значении углового отклонения. (0,5 б.)

Примечание. Вам могут понадобиться следующие тригонометрические формулы:

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta,$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta.$$

*Публикацию подготовили
С.Козел, В.Коровин*