Решение задачи можно подать следующим образом:

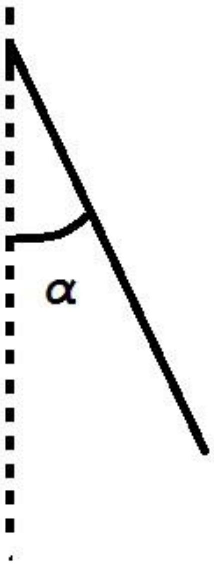
Из идей, в некотором роде, вариационного характера можно предположить, что кривая нити будет плавно изменяться по ходу изменения величины ω начиная с некоторого (критического) значения данной величины. (1)

Условимся называть «неинтересным» положением равновесия тривиальное положение, когда веревка висит камнем вниз. Также пускай «интересным» положением равновесия является кривая минимальной энергии, отличная от вертикального положения нити.

Из общих соображений вытекает, что нить начинает отклоняться тогда, когда существует одновременно и «интересное, и «неинтересное» положения равновесия нити.

Ясно, что кривая нити есть функция от ω, x: $y = f(\omega, x)$. При этом при $\omega > \omega_{кр}$ функция является участком какой-то кривой. Пускай теперь начнем приближать ω к $\omega_{кр}$ справа. Из предложения (1) вытекает, что в граничном случае кривая нити выродится в вертикальный отрезок, но и при данной угловой скорости у нити все еще два положения равновесия – «интересное», и «неинтересное», и в граничном случае они попросту совпадают! Это значит, что если мы теперь мысленно заменим нить вертикальным абсолютно твердым стержнем той же линейной плотности, ничего, в принципе, не измениться. Но для этого стержня все еще характерно, что при данной угловой скорости его «неинтересное» положение равновесия совпадает с «интересным». Поэтому, нам просто осталось найти, при каком ω у такого стержня будет два положения равновесия, и одно будет совпадать с другим.

Для этого найдем «интересное» положение равновесия при произвольном ω :



Найдем моменты силы притяжения и центробежной силы:

$dM_{гр} = \rho g Sin\alpha \cdot l \cdot dl$;

$M_{гр} = \rho g Sin\alpha \frac{l^2}{2}$;

$dM_{цс} = \rho\omega^2 Sin\alpha Cos\alpha \cdot l^2 dl$;

$M_{цс} = \rho\omega^2 Sin\alpha Cos\alpha \frac{l^3}{3}$;

Приравнивая моменты силы притяжения и центробежной силы, получим:

$\omega = \sqrt{\frac{3g}{2lCos\alpha}}$;

Очевидно, «интересное» и «неинтересное» положение равновесия совпадают, когда $\alpha = 0$, поэтому: $\omega = \sqrt{\frac{3g}{2l}}$. Значит, только если верно умозаключение (1), то нить начнет отклоняться при $a = \frac{3}{2}$.