Задача 1.

На рис. 1 зображений шарнірний механізм - «Нюрнберзькі ножиці». Точка С рухається зі сталою швидкістю $V_0 = 60\,см/с$. 1) Знайти швидкість точки А. 2) Знайти швидкість точки В в той момент, коли кут $\alpha = 30°$.

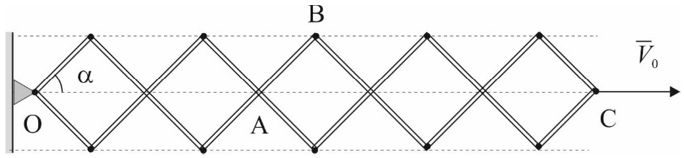
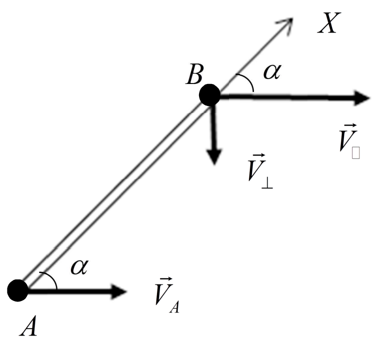


Рис. 1

Розв'язок.



а) Відрізок АО завжди складає 2/5 від відрізка ОС, тому швидкість точки А складає 2/5 від швидкості точки С: $V_A = \frac{2}{5}V_C = \frac{2}{5}V_0 = 24\,см/с$.

Рис. 2

б) Швидкість точки В можна розкласти на дві складові: горизонтальну $V_{\parallel}$ та вертикальну $V_{\perp}$ ($V_B = \sqrt{V_{\parallel}^2 + V_{\perp}^2}$). Тому що точка В завжди знаходиться посередині механізму горизонтальна складова її швидк і становить

$$V_{\parallel} = \frac{V_0}{2} = 30\,см/с\ .$$

в) Підчас руху довжина відрізка АВ не змінюється, тоді різниця проекцій швидкостей точок А і В на напрям вздовж відрізка АВ дорівнює нулю.

$$V_{\parallel x} + V_{\perp x} - V_{Ax} = V_{\parallel}\cos\alpha - V_{\perp}\sin\alpha - V_A\cos\alpha = 0 \Rightarrow V_{\perp} = \left(V_{\parallel} - V_A\right)\text{ctg}\,\alpha = \frac{\sqrt{3}}{10}V_0$$

$$V_B = \sqrt{V_{\parallel}^2 + V_{\perp}^2} = \sqrt{\frac{V_0^2}{4} + \frac{3V_0^2}{100}} = \frac{\sqrt{7}}{5}V_0 \approx 31,7\,см/с$$

Відповідь: $V_A = \frac{2}{5}V_0 = 24\,см/с$, $V_B = \frac{\sqrt{7}}{5}V_0 = 31,7\,см/с$

Решение задачи №2 (9 класс)

Среди стандартного лабораторного оборудования есть так называемые «перекрученные» пружины. Это пружины, сделанные из такой толстой проволоки, что они не могут до конца сжаться. На рисунке 1, *а* показаны диаграммы растяжения «перекрученных» пружин первого и второго сорта.

Построить диаграмму растяжения «комбинированной» пружины, которая представляет собой соединенные последовательно пружины первого и второго сорта.

Решение.

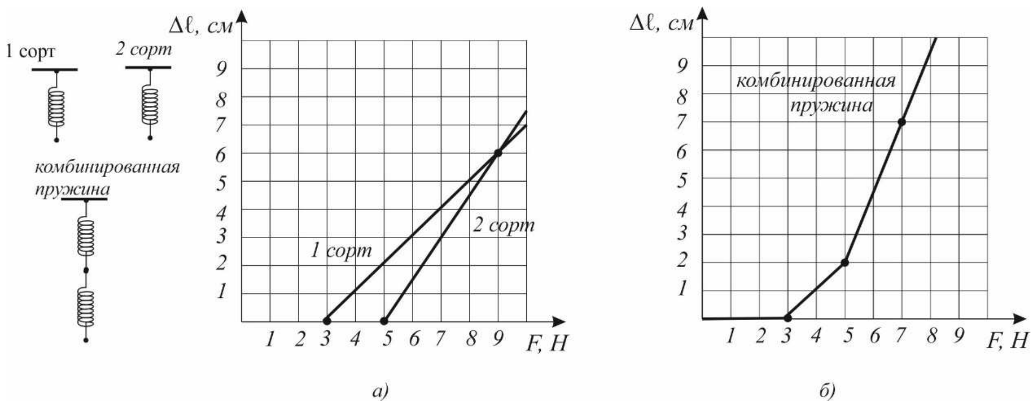


Рис. 1

а) Понятно, что пружина первого сорта начинает растягиваться, если приложенная сила больше $F_1 = 3\ H$. При этом при увеличении силы на 1 Н, растяжение этой пружины увеличивается на 1 см.

б) Вторая пружина начинает растягиваться, если приложенная к ней сила больше $F_2 = 5\ H$. После этого при увеличении силы на 1 Н она удлиняется на 1,5 см.

в) Итого получаем диаграмму растяжения, которая показана на рисунке 1, *б*.

1. Пока сила меньше $F_1 = 3\ H$, общее растяжение равно нулю;

2. При значении силы от $F_1 = 3\ H$ до $F_2 = 5\ H$, растягивается только первая пружина, причем при $F_2 = 5\ H$ ее растяжение станет равным 2 см;

3. Если приложенная сила больше чем $F_2 = 5\ H$, начинают растягиваться обе пружины, и на каждый 1 Н они растягиваются (общее удлинение) на 2,5 см.

Задача 3. Лінза $Л_1$ створює на напівпрозорому матовому екрані $Е_1$ дійсне зображення світного предмета АВ. Друга лінза $Л_2$ (точно така сама як перша) проектує отримане зображення на другий екран $Е_2$ (рис. 3). У скільки разів зміниться висота зображення на другому екрані, якщо перший екран забрати? Розміри предмету, лінз, а також відстані між ними і екранами взяти з рисунка. Екрани $Е_1$ і $Е_2$ вважати не обмеженими по висоті.

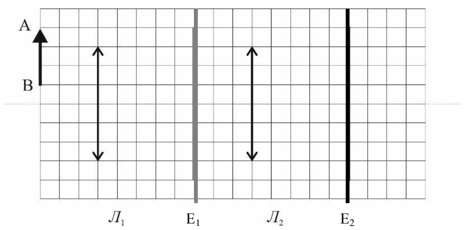
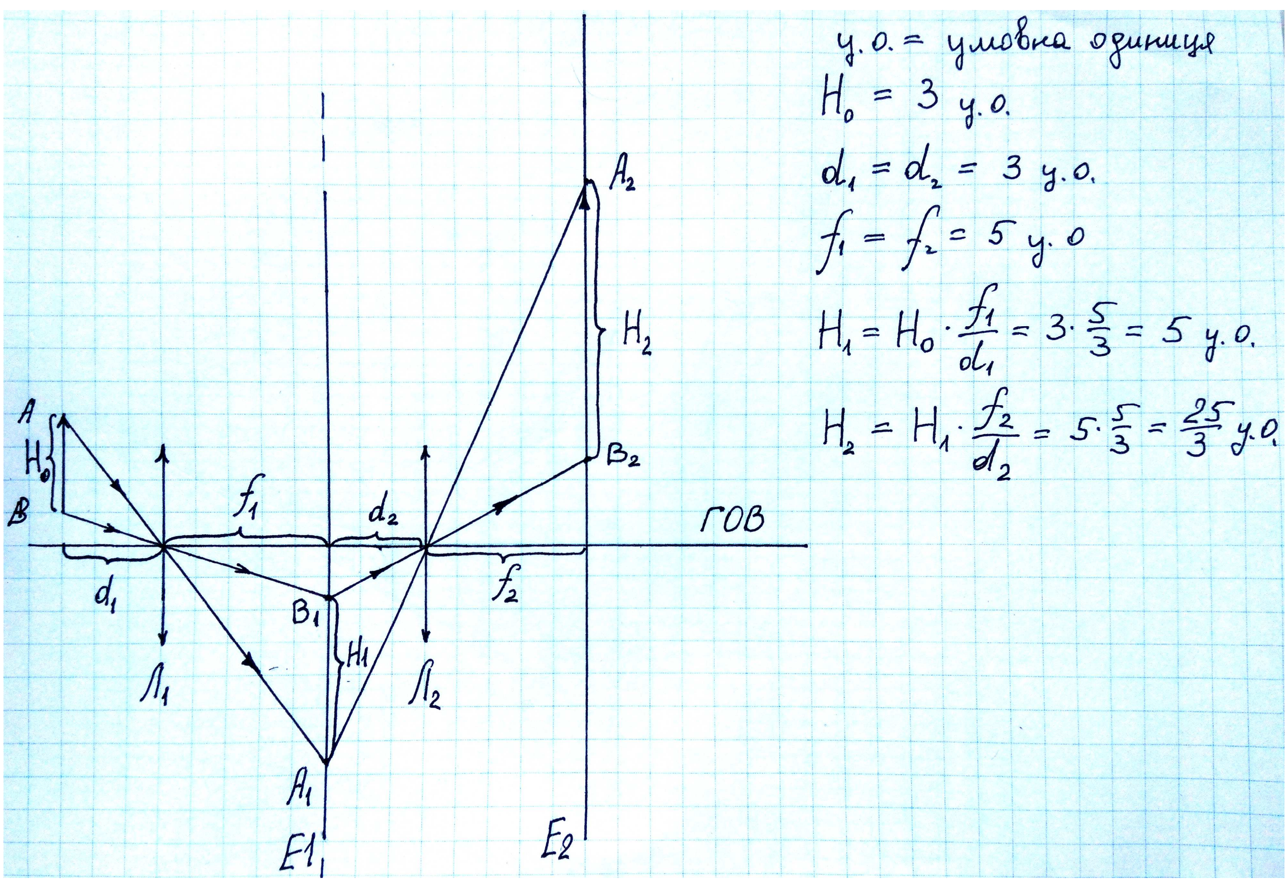


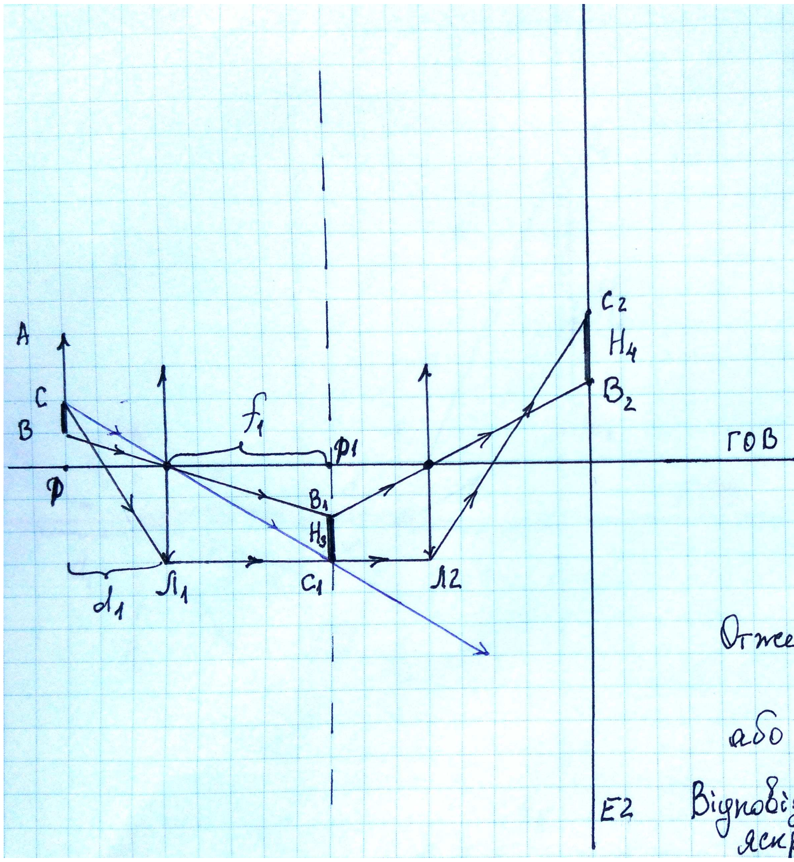
Рис. 3

Розв'язок.

Визначимо висоту зображення, яке утворюється на екрані $Е_2$ за наявності матового екрану $Е_1$.



Побудуємо зображення у лінзі Л$_2$ за відсутності матового екрану.



$$P_1B_1 = PB \cdot \frac{f_1}{d_1} = 1 \cdot \frac{5}{3} = \frac{5}{3} \text{ у.о.}$$

$$H_3 = P_1C_1 - P_1B_1 \Rightarrow$$

$P_1C_1 = 3$ у.о. див. рис.

$$H_3 = 3 - \frac{5}{3} = \frac{4}{3} \text{ у.о.}$$

$$H_4 = H_3 \cdot \frac{f_2}{d_2} = \frac{4}{3} \cdot \frac{5}{3} = \frac{20}{9} \text{ у.о.}$$

Отже, $k = \frac{H_4}{H_2} = \frac{20}{9} \cdot \frac{3}{25} = \frac{4}{15}$

або $k' = \frac{1}{k} = \frac{15}{4} = 3{,}75$

Відповідь: H_4 менше від H_2 у 3,75 рази яскравість від B2 до C_2 зменшується.

Задача 4. До рук юного фізика потрапила графітова пластинка. Він вирізав з цієї пластинки кілька правильних восьмикутників двох різних розмірів і вирішив дослідити протікання струму через восьмикутники. Для цього він вкрив кожну другу бічну грань восьмикутників товстим шаром міді (на рисунках ці грані з мідними контактами показано товстими лініями). Питомий опір у міді в кількасот разів менший, ніж у графіту. Юний фізик виміряв електричні опори малого восьмикутника r_1, r_2 і r_3 між різними мідними контактами (рис. *а*). Під час вимірювання r_3 контакти 3 і 4 з'єднані провідником з нехтовно малим опором.

1. Визначте відношення напруг U_{1-2} і U_{1-4} під час вимірювання опору r_2.

2. Визначте опори показаної на рис. *б* системи між контактами A і B, а також між контактами A і C, якщо лінійні розміри центрального восьмикутника вдвічі більші за розміри бокових.

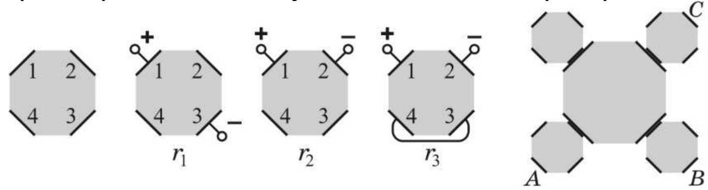


Рис. *а*. Рис. *б*

В руки юному физику попала графитовая пластинка. Он вырезал из этой пластинки несколько правильных восьмиугольников двух разных размеров и решил исследовать протекание тока через восьмиугольники. Для этого он покрыл каждую вторую боковую грань восьмиугольников толстым слоем меди (на рисунках эти грани с медными контактами показаны толстыми линиями). Удельное сопротивление у меди в несколько сотен раз меньше, чем у графита. Юный физик измерил электрические сопротивления малого восьмиугольника r_1, r_2 и r_3 между разными медными контактами (рис. *а*). При измерении r_3 контакты 3 и 4 соединены проводником с пренебрежимо малым сопротивлением.

1. Определите отношение напряжений U_{1-2} и U_{1-4} при измерении сопротивления r_2.

2. Определите сопротивления показанной на рис. *б* системы между контактами A и B, а также между контактами A и C, если линейные размеры центрального восьмиугольника вдвое больше размеров боковых.

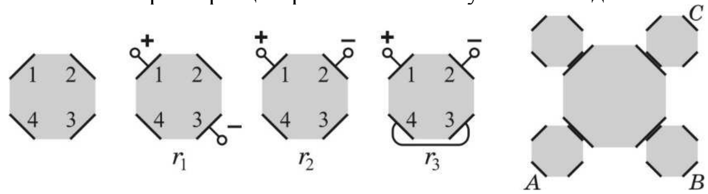


Рис. *а*. Рис. *б*

Розв'язання.

1. З умови випливає, що опором самих мідних контактів можна знехтувати, суттєвим є лише опір графіту. Для «звичайного» циліндричного провідника закон Ома встановлює лінійну залежність сили струму I від напруги U. Для нашої ж чотириполюсної системи сила струму в колі (тобто сила струму, що втікає у восьмикутник через контакт 1) лінійно залежить від *трьох* напруг U_{1-2}, U_{1-3}, U_{1-4}. Інакше кажучи, $I = k_{1-2}U_{1-2} + k_{1-3}U_{1-3} + k_{1-4}U_{1-4}$. Одна з напруг збігається з напругою на полюсах приєднаного джерела струму, а інші залежать від неї. Відповідно до симетрії системи $k_{1-2} = k_{1-4}$.

Під час вимірювання опору r_1 маємо $I = U_{1-3}/r_1$, $U_{1-2} = U_{1-4} = U_{1-3}/2$. Отже,

$$1/r_1 = k_{1-2} + k_{1-3}. \qquad (1)$$

Під час вимірювання опору r_3 маємо $I = U_{1-2}/r_3$, $U_{1-3} = U_{1-4} = U_{1-2}/2$. Отже,

$$1/r_3 = 3k_{1-2}/2 + k_{1-3}/2. \qquad (2)$$

Зі співвідношень (1) і (2) ми вже можемо визначити коефіцієнти k:

$$k_{1-2} = \frac{1}{r_3} - \frac{1}{2r_1},\ k_{1-3} = \frac{3}{2r_1} - \frac{1}{r_3}.$$

Тепер можна звернутися й до вимірювання опору r_2. Із симетрії системи випливає, що $U_{1-4} = U_{3-2} = U_{1-2} - U_{1-3}$. Отже, $\frac{U_{1-2}}{r_2} = k_{1-2}U_{1-2} + k_{1-3}\left(U_{1-2} - U_{1-4}\right) + k_{1-2}U_{1-4}$. Звідси отримуємо

$$\frac{U_{1-2}}{U_{1-4}} = \frac{k_{1-2} - k_{1-3}}{1/r_2 - k_{1-2} - k_{1-3}} = \frac{2r_2(r_1 - r_3)}{r_3(r_1 - r_2)}.$$

2. Перш за все доведемо, що опори малого та великого восьмикутників між відповідними парами контактів є однаковими. Для цього розглянемо довільну малу частину графітової пластинки. У межах малої ділянки швидкість упорядкованого руху вільних заряджених частинок всюди однакова, як і в звичному циліндричному провіднику. Виділимо малу прямокутну ділянку довжиною l (в напрямі струму) та шириною a. Якщо товщина пластинки h, а питомий опір графіту ρ, то опір ділянки $R = \rho\frac{l}{ah}$. Якщо збільшити лінійні розміри l і a вдвічі, то опір не зміниться. Отже, при заміні будь-якої вирізаної з графітової пластинки фігури на подібну її електричний опір теж не змінюється.

Очевидно, струм між контактами A і B, а також між контактами A і C протікає через три восьмикутники. Тому

$$R_{AC} = 3r_1,\ R_{AB} = 2r_1 + r_2.$$

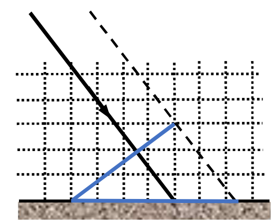
9.5 Умова

Вдень на поверхню Землі перпендикулярно до напряму сонячних променів надходить приблизно $\sigma = 1$ кВт/м^2 сонячної енергії. Рослини частково її засвоюють. Приріст маси картоплі після закінчення росту бадилля може складати 300 г/м^2 за 8 світових годин. Оцініть, яку частину енергії сонячного проміння картопля перетворює на калорійність («ККД картоплі»). Врахувати, що промені у середньому падають на поверхню під кутом, який зображений на рисунку. Калорійність картоплі становить 75 ккал/100 г (калорія – кількість теплоти, необхідна, щоб нагріти 1 г води на 1°С, питома теплоємність води 4200$\frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot{}^\circ\text{C}}$). Зараз розробляються різні проекти колонізації Марса, який приблизно у 1,5 рази далі від Сонця, ніж Земля. Вважаючи умови росту картоплі під прозорим куполом на Марсі такими ж як на Землі (температура, нахил променів, ККД), знайдіть відповідний приріст маси картоплі на Марсі та оцініть, яка площа ділянки забезпечить там добову енергетичну потребу людини (3500 ккал). Доба на Марсі приблизно така ж, як і на Землі.

Розв'язок.

1) Перераховуємо в СІ енергетичну цінність картоплі (75 ккал/100 г)

$$q = \frac{75 \cdot 10^3 \cdot 4200}{1000 \cdot 0{,}1} = 3{,}15 \cdot 10^6 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}}$$



2) Знайдемо енергію, яка падає на 1 м^2.

Згідно рисунку, промінь, опускаючись на 4 клітинки, зміщується на 3 клітинки вправо. Це співвідношення між катетами у «єгипетському трикутнику», гіпотенуза якого дорівнює 5. З подібності трикутників, знаходимо, що площа горизонтальної поверхні, на яку розподілятиметься 1 кВт сонячної енергії, дорівнюватиме 5/4 м^2.

$$\sigma_1 = \sigma \cdot S_1/S = 1000 \text{ Вт/м}^2\ 4/5 = 800 \text{ Вт/м}^2.$$

3) Знайдемо енергію, яка падає за 8 світлових годин на 1 м^2.

$$t = 8 \cdot 60 \cdot 60 = 28800 \text{ с} \quad m = 300 \text{ г} = 0{,}3 \text{ кг}$$

Отже, на $S = 1$ м^2 площі приходитиметься $\sigma_1 = 800$ Вт/м^2, або за час $t = 8$ годин, $Q_{\text{витр}} = \sigma_1 S t = 23 \cdot 10^6$Дж.

4) Щоб знайти $Q_{\text{кор}}$, запишемо калорійність картоплі у СІ, як питому теплоту q. Оскільки питома теплоємність води 4200 Дж/(кг·°С), в одній калорії 4,2 Дж і $q = 3{,}15$ МДж/кг.

$$\eta = \frac{Q_{\text{кор}}}{Q_{\text{витр}}} \cdot 100\% = \frac{q \cdot m}{\sigma_1 \cdot S \cdot t} \cdot 100\% \approx 4\%$$

5) Оскільки промені від Сонця розходяться в усіх напрямках, при збільшенні відстані у 1,5 рази, та ж сама потужність розподілятиметься на площу у $1{,}5^2$=2,25 разів більшу, тобто на для Марса $\sigma_{\text{М}} = \frac{4}{9} \cdot 0{,}8 \cdot \frac{\text{кВт}}{\text{м}^2} \approx 356 \text{ Вт/м}^2$. У стільки ж разів буде меншим і приріст маси, а саме 400/3 г/м^2≈133 г/м^2 (вважаємо, що це приріст за добу). В енергетичних одиницях це 100 ккал/м^2. Враховуючи добову потребу людини q = 3500·4200 =14,7·10^6 Дж, необхідна площа у

$$S = q/\sigma t \eta \approx 35 \text{ м}^2.$$

Можна також оговорити додаткові умови вирощування картоплі.