

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОГО ТУРА

Рекламные трюки

Часть 1. Линза

1.1-1.2 На рисунке показан ход луча ABC , отраженного от поверхности линзы. Из рисунка следует, что отраженный луч идет под углом 2α к оси линзы, где

$$\alpha = \frac{x}{R}, \quad (1)$$

R - радиус кривизны поверхности, O - центр кривизны. Следовательно, смещение отраженного луча на экране определяется формулой

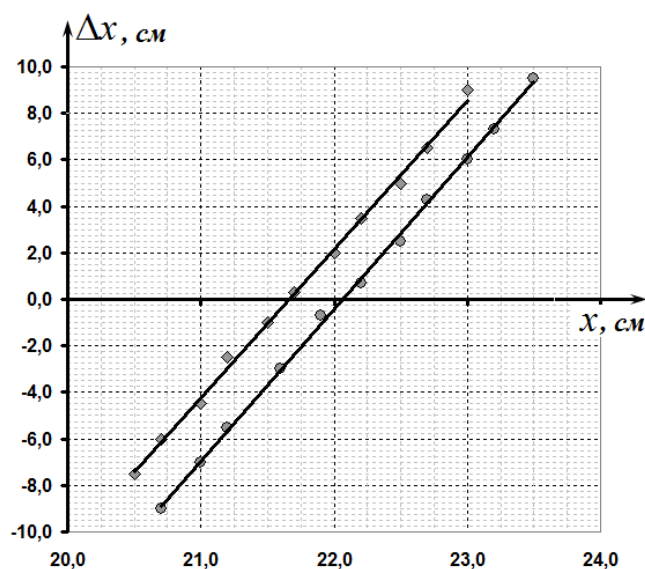
$$\Delta x = 2\alpha L = \frac{2L}{R} x. \quad (2)$$

Таким образом, по коэффициенту наклона графика зависимости смещения луча Δx от смещения линзы x можно определить радиус кривизны поверхности. Для определения коэффициента наклона нет необходимости точно определять положение центра поверхности - начало отсчета x можно выбирать произвольно.

В Таблице 1 приведены результаты измерений смещения луча для двух поверхностей линзы. Измерения проведены для $L = 22 \text{ см}$. Рядом показаны графики полученных зависимостей.

Таблица 1

Сторона 1		Сторона 2	
$x, \text{ см}$	$\Delta x, \text{ см}$	$x, \text{ см}$	$\Delta x, \text{ см}$
23,5	9,5	23,0	9,0
23,2	7,3	22,7	6,5
23,0	6,0	22,5	5,0
22,7	4,3	22,2	3,5
22,5	2,5	22,0	2,0
22,2	0,7	21,7	0,3
21,9	-0,7	21,5	-1,0
21,6	-3,0	21,2	-2,5
21,2	-5,5	21,0	-4,5
21,0	-7,0	20,7	-6,0
20,7	-9,0	20,5	-7,5



Коэффициенты наклона зависимостей предпочтительнее рассчитывать по методу наименьших квадратов. Радиусы кривизны рассчитываются по формуле, следующей из выражения (2):

$$K = \frac{2L}{R} \Rightarrow R = \frac{2L}{K}. \quad (3)$$

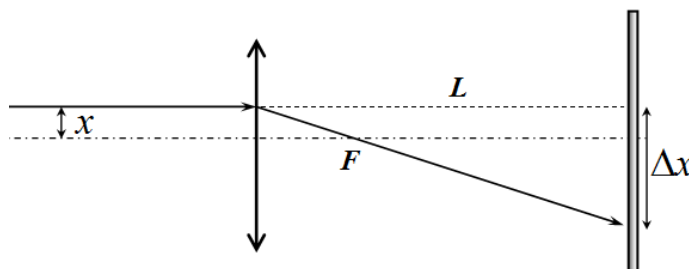
Расчеты приводят к следующим значениям:

Для первой стороны $K_1 = 6,51 \pm 0,14$; $R_1 = (6,76 \pm 0,14) \text{ см}$

Для второй стороны $K_2 = 6,4 \pm 0,2$; $R_2 = (6,9 \pm 0,2) \text{ см}$

1.3-1.4 На рисунке показан ход луча после преломления в линзе. Из подобия треугольников следует пропорция $\frac{x}{F} = \frac{\Delta x}{L}$. Поэтому зависимость смещения луча от смещения линзы имеет вид

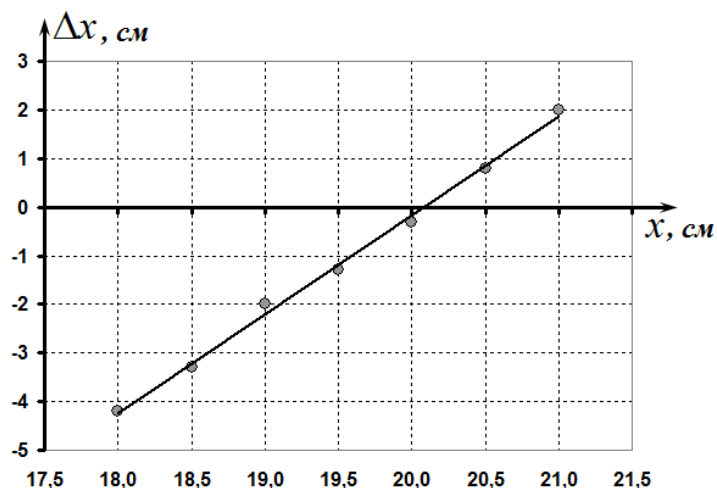
$$\Delta x = \frac{L}{F} x. \quad (4)$$



В Таблице 2 приведены результаты измерений, проведенных для $L = 15 \text{ см}$. График этой зависимости показан на рисунке.

Таблица 2

$x, \text{ см}$	$\Delta x, \text{ см}$
21,0	2,0
20,5	0,8
20,0	-0,3
19,5	-1,3
19,0	-2,0
18,5	-3,3
18,0	-4,2



Коэффициент наклона этой зависимости, рассчитанный по МНК равен $K_3 = 2,03 \pm 0,10$. Соответственно, фокусное расстояние линзы

$$F = \frac{L}{K_3} = (7,4 \pm 0,4) \text{ см}. \quad (5)$$

1.5 Из формулы для фокусного расстояния следует, что показатель преломления линзы можно рассчитать по формуле

$$n = 1 + \frac{\frac{1}{F}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} = 1 + \frac{\frac{1}{7,4}}{\frac{1}{6,76} + \frac{1}{6,9}} \approx 1,5.$$

Погрешность определения оказывается равной $\Delta n \approx 0,2$.

Часть 2. Зеркало Френеля

Зеркало Френеля можно рассматривать как дифракционную решетку с переменным периодом. Если радиусы колец зависят от номера k по закону

$$r_k = r_0 k^\gamma, \quad (6)$$

то при больших k расстояния между кольцами находятся по формуле

$$\Delta r = r_0 \left((k+1)^\gamma - k^\gamma \right) = r_0 k^\gamma \left(\left(1 + \frac{1}{k} \right)^\gamma - 1 \right) \approx \gamma r_0 k^{\gamma-1}. \quad (7)$$

Эта же величина может рассматриваться как период решетки d . Для обработки экспериментальных данных ее необходимо выразить через расстояние до центра зеркала. Из формулы (6) можно выразить

$$k = \left(\frac{r}{r_0} \right)^{\frac{1}{\gamma}}. \quad (8)$$

Поэтому период решетки изменится в зависимости расстояния по закону

$$d = \gamma r_0 \left(\frac{r}{r_0} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}. \quad (9)$$

Экспериментально эту зависимость можно получить, используя формулу дифракционной решетки

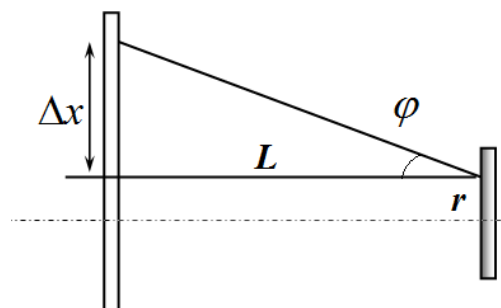
$$d \sin \varphi = \lambda. \quad (10)$$

Из этой формулы следует, что синус угла отклонения зависит от смещения зеркала r по закону:

$$\sin \varphi = \frac{\lambda}{d} = C r^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}. \quad (11)$$

Экспериментально можно измерить зависимость смещение отраженного луча Δx от расстояния r от точки падения луча до центра зеркала. Так как углы отклонения в данном случае нельзя считать малыми, то синус угла отклонения φ следует рассчитать по формуле

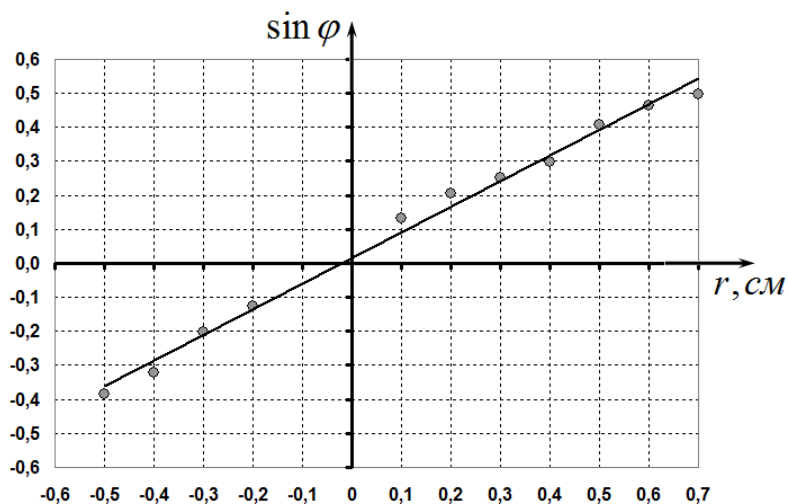
$$\sin \varphi = \frac{\Delta x}{\sqrt{(\Delta x)^2 + L^2}}. \quad (12)$$



В таблице 3 Приведены результаты измерений зависимости смещения луча Δx от расстояния r , там же приведены рассчитанные значения синуса угла отклонения. Рядом приведен график зависимости синуса угла отклонения от расстояния r .

Таблица 3

$r, \text{см}$	$\Delta x, \text{см}$	$\sin \varphi$
0,7	11,0	0,497
0,6	10,0	0,463
0,5	8,5	0,406
0,4	6,0	0,297
0,3	5,0	0,253
0,2	4,0	0,207
0,1	3,0	0,159
-0,2	-2,5	-0,127
-0,3	-4,0	-0,201
-0,4	-6,5	-0,321
-0,5	-8,0	-0,385



Так как полученная зависимость близка к линейной, то в соответствии с общей формулой (11) искомый показатель равен $\gamma = 0,5$.

Часть 3. Блестящая полоска

В отраженном свете видны, по крайней мере, пять отраженных лучей: одно центральное и четыре в вершинах квадрата. Такая картина может быть объяснена дифракцией на двумерной решетке. По результатам измерений угол дифракции примерно равен 45° градусам. Следовательно период решетки равен

$$d = \frac{\lambda}{\sin 45^\circ} = \frac{680 \cdot 10^{-9} \text{ м}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} \approx 9,6 \cdot 10^{-7} \text{ м}.$$

Часть 4. Пластиковый прозрачный элемент

При прохождении света через пластиковую полоску на экране наблюдается шесть пятен, расположенных в вершинах правильного шестиугольника. Такая картина объясняется преломлением света на гранях правильных треугольных пирамид. Основания пирамид полностью заполняют плоскость, образуя гексагональную структуру.

Если экран расположен на расстоянии $L = 6,5 \text{ см}$, то длина стороны шестиугольника равна $a = 4,5 \text{ см}$. Такое же расстояние и от центра правильного шестиугольника. Эти данные позволяют рассчитать синус угла отклонения лучей

$$\sin \alpha = \frac{a}{\sqrt{a^2 + L^2}} = 0,57.$$

В задаче теоретического тура была получена формула для этого угла

$$\sin \gamma = \sqrt{\frac{2}{3}} \sqrt{n^2 - \frac{2}{3}} - \frac{\sqrt{2}}{3},$$

с помощью которой можно вычислить показатель преломления $n = 1,51$.

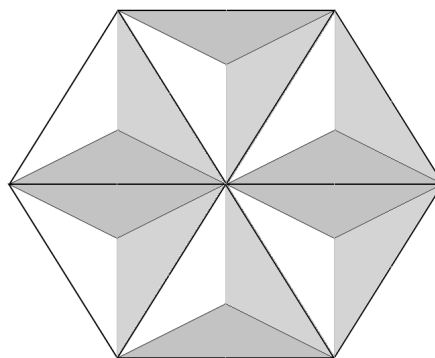


Схема оценивания

Часть 1. Линза		(6)
1.1	Измерения: - указано L ; - 7 и более точек; - (4-6 точек); - (меньше 4 точек);	0,2 0,7x2 (0,3x2) 0
	Графики зависимостей: - оси подписаны и оцифрованы; - нанесены все экспериментальные точки; - проведены сглаживающие прямые;	0,1 0,1x2 0,1x2
1.2	Расчет радиусов кривизны: - вид зависимости (2); - формула (3); - рассчитаны коэффициенты наклона: - по МНК; - (графически); - (по двум точкам); Расчет радиусов кривизны: - в диапазоне 6,5 -7,5 см; - (в диапазоне 5-9 см); - (вне диапазона 5-9 см);	0,1 0,1 0,3x2 (0,2x2) (0,1x2) 0,2x2 (0,1x2) (0x2)
1.3	Измерения: - указано L ; - 5 и более точек; - (3-4 точки); - (менее 3 точек);	0,2 0,5 (0,3) (0)
	График зависимости: - оси подписаны и оцифрованы; - нанесены все экспериментальные точки; - проведены сглаживающие прямые;	0,1 0,1 0,1
1.4	Измерение фокусного расстояния: - формула (4); рассчитан коэффициент наклона: - по МНК; - (графически); - (по двум точкам); Расчет фокусного расстояния: - в диапазоне 7 -8 см; - (в диапазоне 6-9 см); - (вне диапазона 6-9 см);	0,2 0,3 (0,2) (0,1) 0,4 (0,2) (0)
1.5	Расчет показателя преломления: - расчетная формула; - численное значение в диапазоне 1,45-1,55; - (в диапазоне 1,35 – 1,65); - (вне диапазона 1,35 - 1,65); - оценка погрешности;	0,1 0,5 (0,2) (0) 0,2

Часть 2. Зеркало Френеля.		(4)
2.1	Измерения: - указано L ; - 7 и более точек; - (4-6 точек); - (меньше 4 точек);	0,2 0,8 (0,4) (0)
	Формула для синуса угла; Рассчитаны значения синусов;	0,1 0,2
	Получена примерно линейная зависимость;	0,5
	График: - оси подписаны и оцифрованы; - нанесены все экспериментальные точки; - проведена сглаживающая прямая;	0,1 0,1 0,1
	Методика определения γ : - идея о дифракционной решетке; - зависимость периода от расстояния до центра (9); - зависимость синуса угла отклонения от расстояния до центра (11);	0,3 0,4 0,4
	Получено значение γ : - по линейной зависимости синуса угла; - иным разумным способом; $\gamma = \frac{1}{2}$; - в диапазоне 0,3-0,7; - вне диапазона 0,3 – 0,7;	0,3 (0,2) 0,5 (0,2) (0)
Часть 3. Блестящая полоска.		2
	- получено более 5 пятен на экране; - (получено 5 пятен на экране); - (получено 3 пятна на экране);	0,4 (0,3) (0,2)
	Структура дифракционная решетка: - двумерная; - (одномерная);	0,5 (0,3)
	Измерен угол отклонения лучей; Формула для расчета периода решетки; Рассчитан период решетки (1 мкм); - в диапазоне погрешности менее 10%; - (в диапазоне 30%); - (вне диапазона 30%);	0,4 0,2 0,5 (0,2) (0)
Часть 4. Пластиковый прозрачный элемент.		3
	- получено 6 пятен на экране;	0,5
	Структура - призмы; Заполнение плоскости (гексагональная структура);	0,5 0,5
	Формула для расчета показателя преломления; Измерен угол отклонения лучей; Численное значение показателя преломления: - численное значение в диапазоне 1,45-1,55; - (в диапазоне 1,35 – 1,65); - (вне диапазона 1,35 - 1,65);	0,5 0,5 0,5 (0,3) (0)