


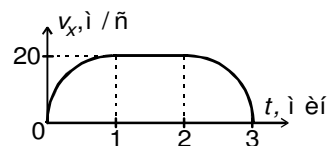
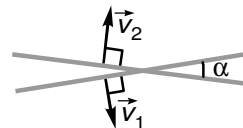
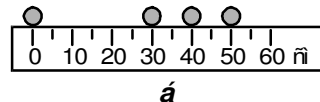
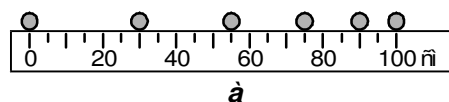


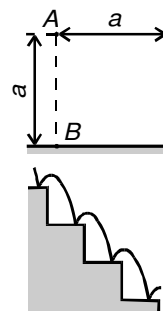
1. Автомобиль в 9 ч 10 мин находился на пути из А в Б где-то между 10-м и 20-м километровыми столбами. Мимо отметки «50 км» автомобиль проехал между 9 ч 40 мин и 9 ч 50 мин. Когда следует ожидать прибытия автомобиля в пункт Б, на въезде в который стоит километровый столб с отметкой «100 км»? Движение автомобиля равномерное. Решите задачу графически.
2. Автомобиль, движущийся со скоростью $v_1 = 54$ км/ч, попадает в полосу дождя. Куда попадет больше дождевых капель: на лобовое стекло, наклоненное под углом $\alpha = 60^\circ$ к горизонту, или на участок крыши с такой же площадью? Во сколько раз больше? Погода безветренная, скорость падения капель $v_2 = 5$ м/с.
3. Два автомобиля движутся с постоянными скоростями v_1 и v_2 по дорогам, пересекающимся под прямым углом. Когда первый автомобиль достиг перекрестка, второму оставалось проехать до этого места расстояние l . Спустя какое время t после этого расстояние между автомобилями будет наименьшим? Чему равно это расстояние s_{\min} ?
4.  Два корабля движутся равномерно и прямолинейно с различными скоростями. Локатор, установленный на одном из кораблей, определяет расстояния a между ними через равные промежутки времени. При трех последовательных измерениях получены значения $a_1 = 5,2$ км, $a_2 = 4,8$ км и $a_3 = 5,4$ км. Каким будет результат a_4 следующего измерения?
5.  Мальчик, который может плыть со скоростью, вдвое меньшей скорости течения реки, хочет переплыть эту реку так, чтобы его как можно меньше снесло вниз по течению. Под каким углом к берегу он должен плыть?
6.  Вертолет, несмотря на ураганный ветер, совершает тренировочный полет по периметру квадрата со стороной 150 км. На последовательное прохождение трех сторон квадрата потребовалось соответственно 1 ч, 36 мин и 45 мин. Найдите скорость ветра, считая ее неизменной по модулю и направлению. Модуль скорости вертолета относительно воздуха не изменялся. Каково время прохождения
7. ~~Две стержня, пересекающиеся~~ Две стержня, пересекающиеся под углом α , движутся поступательно с одинаковыми по модулю скоростями (см. рисунок): $v_1 = v_2 = v$. С какой скоростью u движется точка пересечения стержней?
8. По графику $v_x(t)$ найдите среднюю скорость прямолинейного движения (в течение первой и третьей минут движения график представляет собой четверть окружности). Может ли приведенный график точно описывать какое-либо реальное движение?
9. Электричка отправилась точно по расписанию. Мимо выбежавшего на перрон опоздавшего пассажира как раз проезжает начало предпоследнего вагона. Он проезжает мимо остолбеневшего пассажира за 18 с, а последний вагон — за 12 с. На сколько опоздал пассажир?





10. Экспериментатор произвел стробоскопическую съемку тела, движущегося прямолинейно равноускоренно. Интервал между вспышками 1 с. Однако из-за оплошности экспериментатора первая вспышка произошла не в момент начала движения, а несколько позже. На сколько именно позже, если на стробоскопической фотографии последовательные перемещения относятся как $1 : 2 : 3 : 4 : \dots$?
11. В каком из случаев (см. рис. а, б) движение шарика могло быть равноускоренным? Обоснуйте свой ответ. Для равноускоренных движений найдите начальную скорость и ускорение. Интервал времени между вспышками стробоскопа 1 с.

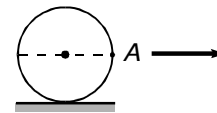
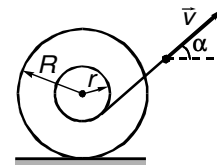


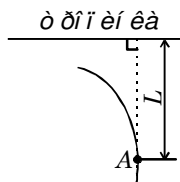
12. Из окна, расположенного на высоте $h = 30$ м, начинает падать без начальной скорости тяжелый цветочный горшок. В этот момент точно под окном проезжает велосипедист. При какой скорости v движения велосипедиста расстояние между ним и горшком будет *все время* увеличиваться?
13. Проведена киносъемка движения тела, брошенного под углом к горизонту. На первом кадре зафиксировано начало полета, на 33-м — тело находится в верхней точке траектории на высоте H . На какой высоте находится тело на 17-м кадре? На 49-м?
14. Какую начальную скорость нужно сообщить при ударе футбольному мячу, чтобы он перелетел через стену высотой H , находящуюся на расстоянии s ?
15. С высоты H на наклонную плоскость, образующую угол α с горизонтом, падает мяч. Найдите расстояние s_n между местами n -го и $n + 1$ -го ударов мяча о плоскость. Удары считайте упругими.
16. Под каким минимальным углом к горизонту игрок должен бросить мяч, чтобы он пролетел через баскетбольное кольцо «чисто», не коснувшись его? Радиус кольца вдвое превышает радиус мяча, кольцо расположено на высоте 3 м, а бросок производят с высоты 2 м, когда расстояние до кольца по горизонтали 6 м. При какой высоте зала возможен такой бросок?
17. Стальной шарик падает без начальной скорости из точки A . Под каким углом α к горизонту следует наклонить стальную пластину в точке B (см. рисунок), чтобы шарик вернулся в точку A , ударившись о стену? Все удары упругие.
18. Во сколько раз должна изменяться скорость мяча при каждом ударе, чтобы мяч «проскакал» длинную лестницу, ударившись о каждую ее ступеньку один раз (см. рисунок)? Высота и ширина ступенек одинаковы, скорость мяча *после* удара направлена под углом 45° к горизонту.
19. Муха заметила на столе каплю меда, пролетая точно над ней горизонтально со скоростью v_0 на высоте H . Как надо двигаться мухе, чтобы как можно быстрее добраться



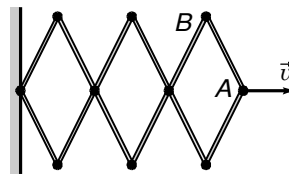
до меда? Сколько времени t для этого понадобится? Считайте, что муха способна развивать в любом направлении ускорение a , а удар о стол ей не страшен.

20.  Множество осколков разорвавшегося на земле снаряда разлетелось в разные стороны с одинаковой по модулю начальной скоростью v_0 . В какой области пространства птицам угрожает опасность?
21. Во время спортивного праздника на стадионе поставили друг на друга две огромные (диаметром по 10 м) «модели» футбольного мяча. Какую минимальную скорость нужно придать при ударе настоящему футбольному мячу, чтобы он перелетел через это сооружение? С какого расстояния следует бить?
22. Катящийся по асфальту мяч попадает в цилиндрический колодец. На каком расстоянии от оси колодца проходила траектория мяча, если при падении он 6 раз упруго ударился о стенки колодца (6-й удар произошел уже перед самым ударом о дно колодца)? Радиус колодца 50 см, глубина 6 м, мяч катился со скоростью 4,7 м/с.
23. Деревянная лошадка находится на вращающейся карусели на расстоянии 3 м от ее центра, а живой ослик стоит на земле на расстоянии 33 м от центра карусели. Лошадка движется относительно ослика со скоростью 2 м/с. С какой скоростью движется ослик относительно лошади?
24. Четыре черепахи находятся в углах квадрата со стороной a и начинают двигаться одновременно с одинаковой и постоянной по модулю скоростью v . При этом первая черепаха все время держит курс на вторую, вторая — на третью, третья — на четвертую, четвертая — на первую. Через какое время t черепахи встретятся? Ответьте на этот же вопрос для трех черепах, находящихся первоначально в углах равностороннего треугольника со стороной a .
25. Человек, стоя на высоком берегу, тянет по воде лодку, выбирая веревку со скоростью v_0 . Какова скорость лодки в момент, когда угол между веревкой и горизонтальной плоскостью равен α ?
26.  Нить, намотанную на ось катушки, тянут со скоростью v под углом α к горизонту (см. рисунок). Катушка катится по горизонтальной плоскости без проскальзывания. В каком направлении и с какой скоростью u она катится? Нить такая длинная, что угол α при движении не изменяется.
27. Автомобиль трогается с места с ускорением 10 м/с^2 . Куда направлено ускорение точки A колеса (см. рисунок) и каков модуль этого ускорения, когда скорость автомобиля 1 м/с? Радиус колеса 10 см, проскальзывания нет.
28. Заяц бежит с постоянной скоростью v по прямой тропинке. Зайца преследует лиса, находящаяся в стороне от тропинки и бегущая все время в направлении «на зайца» со скоростью u . Определите радиус кривизны траектории лисы в точке A (см. рисунок).



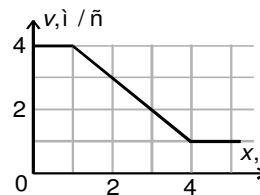


К задаче 28




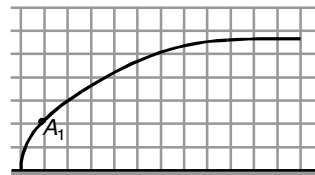
К задаче 29

29. Показанная на рисунке система состоит из тонких стержней, попарно соединенных шарнирами. Все три образованных стержнями четырехугольника — одинаковые ромбы с длиной стороны b . Шарнир A двигают прямолинейно с постоянной скоростью v . Найдите ускорение шарнира B в тот момент, когда ромбы превращаются в квадраты.
30. Точка обода колеса радиусом R при качении без проскальзывания движется по циклоиде. Каков радиус кривизны циклоиды в верхней точке? Что можно сказать о радиусе кривизны циклоиды в нижней точке?
31. Тело бросают со скоростью v_0 под углом α к горизонту. Каков радиус r кривизны траектории: а) в верхней точке; б) в точке бросания; в) через время t после броска?
32. Тело массой 2 кг движется по прямой. График зависимости его скорости v от координаты x приведен на рисунке. Найдите модуль силы, действующей на тело в точке с координатой $x = 3$ м.
33. В фантастическом произведении описана полая планета, т. е. сферическая оболочка постоянной толщины. Обитатели планеты жили на ее *внутренней* поверхности. По мнению автора, они испытывали действие силы тяжести, направленной *от* центра планеты. Докажите, что автор ошибался: внутри такой планеты совершенно не ощущалась бы сила тяжести!
34. Известно, что при подъеме тела с поверхности Земли сила F его притяжения к Земле уменьшается. А как изменяется эта сила при погружении тела в шахту, доходящую до центра Земли? Постройте график зависимости $F(r)$ для тела массой m , где r — расстояние тела от центра Земли. Считайте Землю однородным шаром.
35. Планета представляет собой однородный шар, в котором имеется сферическая полость. Докажите, что во всех точках внутри полости ускорение свободного падения одинаково. Найдите модуль и направление этого ускорения, если радиус планеты R , ее плотность ρ , а радиус полости r . Расстояние между центрами планеты и полости s .



К задаче 32

36. Гигантская пушка выпустила вертикально вверх снаряд, который упал рядом с пушкой только через неделю. Какой высоты h достиг снаряд? Вращение Земли и притяжение других небесных тел не учитывайте.
37. Если бы Земля вдруг остановилась на своей орбите, она упала бы на Солнце. Сколько времени продолжалось бы это падение?
38. Звезды массами m_1 и m_2 , образующие двойную звезду, находятся друг от друга на неизменном расстоянии R . Каков период T обращения этой звездной системы?
39. Плот оттолкнули под прямым углом от берега со скоростью, равной скорости течения реки. На рисунке показана траектория движения плота относительно берега. Через 5 с после начала движения плот находился в точке A_1 . В каких точках он находился через 10 с и 15 с после начала движения?
40.  Тело, подброшенное с земли вертикально вверх со скоростью v_0 , упало на землю со скоростью v . Каково время t полета, если действовавшая на тело сила сопротивления воздуха прямо пропорциональна скорости движения?
41. Шарик, падающий с большой высоты, упруго отскакивает от горизонтальной металлической плиты. Найдите ускорение шарика сразу *после* удара. При решении задачи следует учитывать сопротивление воздуха.
42. Тело массой m покоится на наклонной плоскости. Какую *горизонтальную* силу F , параллельную наклонной плоскости, нужно приложить к телу, чтобы сдвинуть его с места? Угол наклона плоскости α , коэффициент трения равен μ .
43. С каким ускорением a_2 съезжает стальной цилиндр по желобу (см. рис. б), если по тому же желобу, повернутому на 45° (см. рис. а), он съезжает с ускорением a_1 ? В обоих случаях угол наклона желоба к горизонту равен α .

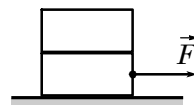


а



б

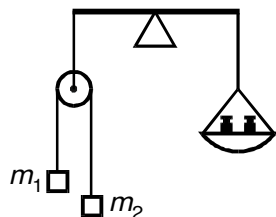
К задаче 43



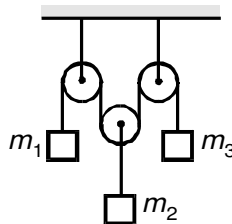
К задаче 44

44. На столе лежат один на другом два бруска массами по 1 кг. К нижнему бруску прикладывают постепенно возрастающую силу \vec{F} (см. рисунок). Постройте график зависимости ускорения этого бруска от модуля приложенной силы. Коэффициент трения между брусками равен 0,4, а коэффициент трения между нижним бруском и столом равен 0,2.
45. Через блок, укрепленный на равноплечих весах, переброшена нить с грузами (см. рисунок). Какой должна быть масса m гирь на правой чашке весов, чтобы весы находились в равновесии?

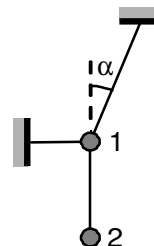
лись в равновесии, если: а) блок заторможен; б) блок может вращаться без трения? В каком из указанных случаев масса гири меньше и на сколько?




К задаче 45

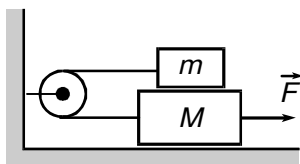


К задаче 46

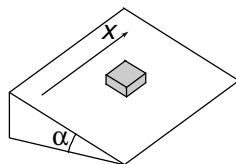


К задаче 47

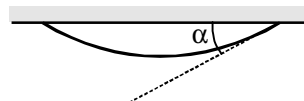
46. Каковы ускорения грузов показанной на рисунке системы? Участки нити, не соприкасающиеся с блоками, вертикальны.
47.  Шарики массами m_1 и m_2 подвешены на невесомых нитях (см. рисунок). Определите ускорение нижнего шарика спустя небольшое время после пережигания горизонтальной нити. Рассмотрите два случая: а) нити нерастяжимые; б) нити резиновые.
48. Какую силу необходимо приложить к нижнему бруску (см. рисунок), чтобы он начал двигаться? Чтобы двигался с ускорением 1 м/с^2 ? Масса нижнего бруска $M = 3 \text{ кг}$, масса верхнего бруска $m = 1 \text{ кг}$. Коэффициент трения между брусками $\mu = 0,3$, трение между нижним бруском и столом пренебрежимо мало.



К задаче 48




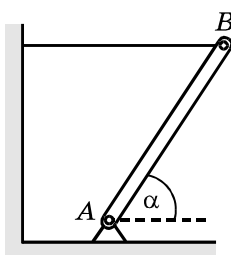
К задаче 49



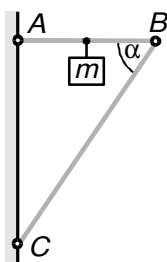
К задаче 51

49. На наклонной плоскости с углом наклона $\alpha = 15^\circ$ лежит брусок. Коэффициент трения между бруском и наклонной плоскостью равен $0,4$. С каким ускорением нужно двигать наклонную плоскость в направлении горизонтальной оси x (см. рисунок), чтобы брусок начал скользить по наклонной плоскости?
50. В вагоне поезда находился открытый сверху кубический бак (длина ребра 1 м), доверху заполненный водой. Поезд, трогаясь с места, двигался с медленно увеличивавшимся ускорением. Каково было ускорение поезда к тому моменту, когда из бака вылилось 20 л воды? Стенки бака параллельны стенкам вагона.
51. Цепочка подвешена к потолку (см. рисунок). При каком угле α сила натяжения цепочки в ее нижней точке равна половине веса цепочки? Чему будет равна при этом сила T натяжения в точке подвеса, если масса цепочки m ?

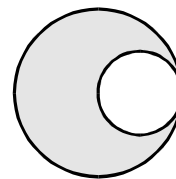
52.  Тонкий однородный стержень укреплен на шарнире в точке A и удерживается в равновесии горизонтальной нитью (см. рисунок). Масса стержня $m = 1$ кг, угол его наклона к горизонту $\alpha = 45^\circ$. Найдите модуль и направление силы \vec{N} реакции шарнира.





К задаче 52

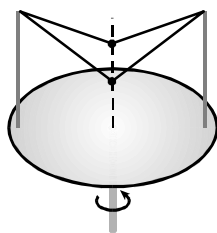


К задаче 53

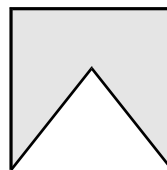


К задаче 54

53. Два невесомых стержня AB и BC соединены шарнирно между собой и с вертикальной стеной (см. рисунок); угол между стержнями равен α . К середине стержня AB подвешен груз массой m . С какими силами стержень AB действует на шарниры A и B ?
54. В однородной круглой пластине радиусом R вырезано круглое отверстие радиусом $R/2$ (см. рисунок). Где находится центр тяжести пластины?
55.  Где находится центр тяжести тонкой однородной проволоки, согнутой в виде полуокружности радиусом r ?
56.  Над центром вращающегося диска подвешены два шарика на нитях разной длины (см. рисунок). Если постепенно увеличивать частоту вращения, то шарики (сначала нижний, а через некоторое время и верхний) отклонятся от оси вращения. Объясните явление. Докажите, что после отклонения обоих шариков они будут находиться на одной и той же высоте.



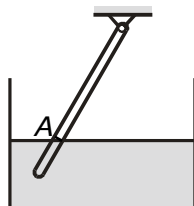
К задаче 56



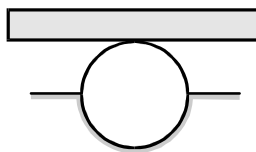
К задаче 57

57. Из квадратной пластины со стороной a вырезали равнобедренный треугольник (см. рисунок). Какова высота этого треугольника, если центр тяжести пластины совпадает с его вершиной?

58. Верхний конец тонкой однородной деревянной палочки шарнирно закреплен, а нижний находится внутри пустого сосуда. Расстояние от метки A до нижнего конца палочки в 3 раза меньше, чем до верхнего. В сосуд медленно наливают воду. Когда уровень воды доходит до метки A , палочка начинает отклоняться от вертикали (см. рисунок). а) Объясните это явление. Докажите, что при дальнейшем доливании воды метка A будет оставаться на уровне поверхности воды. б) Найдите плотность палочки.



К задаче 58



К задаче 59

59. Толстая доска лежит на полуцилиндре (трубе, наполовину вкопанной в землю). При каком соотношении толщины h доски и радиуса R трубы равновесие устойчиво?
60. Мальчик тянет за веревку санки массой m по горизонтальной дороге. Вербка образует угол α с горизонтом, коэффициент трения санок о дорогу μ , санки движутся равномерно. Какова сила T натяжения веревки? При каком значении угла α эта сила минимальна? Каково минимально возможное значение этой силы?
61. Резиновый жгут длиной $l = 50$ см, массой $m = 50$ г и жесткостью $k = 200$ Н/м склеили в кольцо. Кольцо надели на вертикальный диск радиусом $R = 9$ см. Диск с помощью электродвигателя приводят во вращение с постепенно увеличивающейся частотой. При какой частоте ν вращения диска кольцо соскользнет с него?
62. На гладкой ледяной площадке лежит доска длиной 2 м и массой 10 кг. На краю доски стоит ящик массой 30 кг. Какую скорость нужно сообщить ящику, чтобы он «проехал» всю доску, но не упал на лед? Какую скорость нужно сообщить доске, чтобы получить тот же результат? Коэффициент трения между ящиком и доской равен 0,3.
63. Деревянный брусок, движущийся вертикально, падает со скоростью $v = 3$ м/с на горизонтальную ленту транспортера, движущегося со скоростью $u = 1$ м/с. Брусок после удара не подскакивает. При каком коэффициенте трения брусок не будет проскальзывать по транспортеру?
64. На санки, движущиеся по горизонтальной дороге со скоростью 3 м/с, с высоты 2 м упал кирпич. Какое расстояние проедут санки до остановки, если масса санок 10 кг, масса кирпича 4 кг, а коэффициент трения между санками и дорогой равен 0,2? Кирпич, ударившись о санки, не подскакивает.

Ответы

1. Между 10:17:30 и 10:56:40.
2. На наклонное стекло, приблизительно в 3,09808 раз.
3. $s_{\min} = l \frac{v_1}{\sqrt{v_1^2 + v_2^2}}; t = l \frac{v_2}{v_1^2 + v_2^2}.$
4. Приблизительно 6,738 км.
5. Вектор собственной скорости направлен под углом 60° к берегу, вектор полной скорости – под углом 30° .
6. Скорость ветра равна 70 км/ч, время на прохождение последней стороны 75 мин.
7. $u = \frac{v}{\sin \frac{\alpha}{2}}.$
8. Средняя скорость равна площади под графиком (полный путь), разделенной на полное время. Из рисунка $\bar{v} = \frac{10\pi + 20}{3} \approx 17,139$ ед. времени (на рисунке они не указаны).
9. Пассажир опоздал на 21с, если считать движение электрички равноускоренным.
10. На 0,5 с.
11. В обоих случаях. Для первого случая начальная скорость 32,5 см/с, ускорение -5 см/с^2 (направлено против скорости). Для второго случая начальная скорость 55 см/с, ускорение -30 см/с^2 .
12. Необходимое и достаточное условие $v > \sqrt{gh} \approx 17,3 \text{ м/с}.$
13. В обоих случаях на высоте $\frac{3}{4}H$, считая время экспозиции кадра малым.
14. $v_{\min} = \sqrt{g(\sqrt{H^2 + s^2} + H)}.$
15. $s_n = 8nH \sin \alpha.$

$$16. \alpha_{\min} = \arctg \frac{\sqrt{3}+1}{3} \approx 42,3^\circ, H_{\min} = 2\text{м} + \frac{2}{11}(4+3\sqrt{3})\text{м} \approx 3,67\text{м}.$$

17. Под углом 45° .

18. В $\sqrt{5}$ раз.

19.

20. В сфере, центр которой движется вниз с ускорением g .

$$21. v_{\min} = 15\sqrt{2} \text{ м/с} \approx 21,2 \text{ м/с}; s_{v\min} = 10\sqrt{2} \text{ м} \approx 14,1 \text{ м}.$$

$$22. \Delta x \approx 25,7 \text{ см}.$$

$$23. v_2 = 22 \text{ м/с}.$$

$$24. \text{ В первом случае } t = \frac{a}{v}; \text{ во втором } t = \frac{2a}{3v}.$$

$$25. u = \frac{v_0}{\cos \alpha}.$$

$$26. \text{ Налево при } \frac{r}{R} > \cos \alpha, \text{ направо при } \frac{r}{R} < \cos \alpha, \text{ не двигается при } \frac{r}{R} = \cos \alpha.$$

$$\text{Модуль скорости } u = \frac{v}{\left| \frac{r}{R} - \cos \alpha \right|}.$$

$$27. a_A = \sqrt{\frac{v^4}{r^2} + 2a^2 - 2a\frac{v^2}{r}} = 10 \text{ м/с}^2; \text{ направлено вертикально вниз.}$$

28. Радиус кривизны равен L . Кроме того, уравнение траектории лисы в системе отсчета,

$$\text{связанной с зайцем, в полярных координатах, имеет вид } \rho = \frac{L}{2\cos^2 \varphi/2}.$$

$$29. a = \frac{v^2}{9b\sqrt{2}}.$$

30. В верхней точке циклоиды радиус кривизны равен R , в нижней – нулю (т.е. кривизна бесконечна).

31. В вершине $r = \frac{v_0^2 \cos^2 \alpha}{g}$; в точке бросания $r = \frac{v_0^2}{g \cos \alpha}$; через время t после броска $r = \frac{(v_0^2 - 2v_0 g t \sin \alpha + g^2 t^2)^{3/2}}{v_0 g \cos \alpha}$.

32. $F = 4 \text{ Н}$, сила направлена против оси Ox .

33. Этот факт очевиден, например, из теоремы Гаусса для гравитационного поля. Суммарную массу внутри планетной пустоты можем считать равной нулю. Тогда поток напряженности гравитационного поля (т.е. ускорения свободного падения) через внутреннюю поверхность планеты равен нулю. Из соображений симметрии, силовые линии гравитационного поля не могут входить внутрь планеты в каком-либо определенном месте. Тогда силовые линии вообще не входят в планетную полость и не выходят из нее, что означает отсутствие сил тяжести. Небольшое ускорение к центру планеты все же может придать внутренняя атмосфера, если она существует.

34. При $r \geq R$ $F = G \frac{Mm}{r^2}$ (обычный закон тяготения), при $r \leq R$ справедлив закон

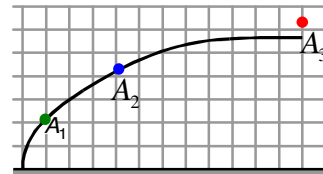
$F = G \frac{Mmr}{R^3}$. Линейная зависимость $F(r)$ очевидна из теоремы Гаусса: масса вещества внутри сферы радиуса r , центр которой совпадает с центром Земли, пропорциональна r^3 , площадь поверхности же пропорциональна r^2 . Тогда, из теоремы Гаусса, напряженность гравитационного поля пропорциональна r . Безразмерный коэффициент зависимости получен при подстановке случая $r = R$.

35. Модуль этого ускорения $a = \frac{4}{3} \pi G \rho s$, где G – гравитационная постоянная. Ускорение направлено параллельно линии, соединяющей центр полости и центр шара, в сторону центра шара.

36. $h \approx 1,376 \cdot 10^8 \text{ м}$.

37. $T \approx 1,8 \cdot 10^7 \text{ с}$.

38. $T = 2\pi \sqrt{\frac{R^3}{G(m_1 + m_2)}}$.



39. См. рисунок. Точки A_2 и A_3 находятся соответственно в 2 и 3 раза дальше от берега, чем точка A_1 .

$$40. t = \frac{v + v_0}{g}.$$

$$41. a = 2g.$$

$$42. F = \begin{cases} 0, \mu \leq \operatorname{tg} \alpha; \\ mg\sqrt{\mu^2 \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha}, \mu > \operatorname{tg} \alpha. \end{cases}$$

$$43. a_2 = a_1 \sqrt{2} - g \sin \alpha (\sqrt{2} - 1).$$

44. См. рисунок.

45. В первом случае

$$m_r = \frac{4m_1 m_2}{m_1 + m_2}, \text{ во втором —}$$

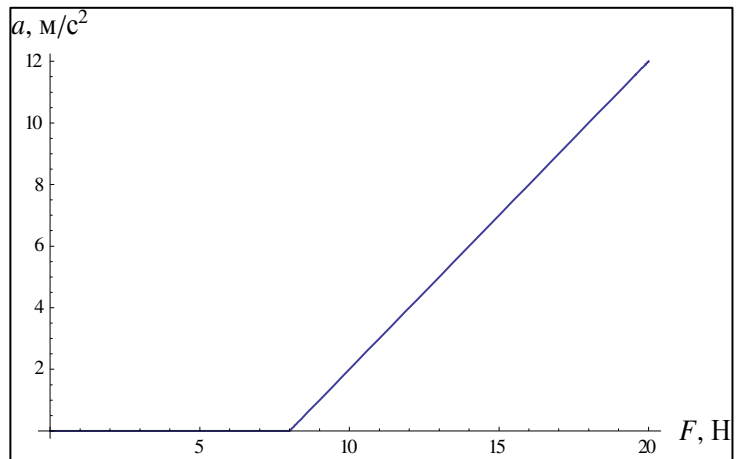


Microsoft Equation
3.0

$$46. a_1 = g \frac{m_3 - m_1}{m_1 + m_3};$$

$$a_2 = g \left(\frac{4m_1 m_3}{m_2 (m_1 + m_3)} - 1 \right);$$

$$a_3 = g \frac{m_1 - m_3}{m_1 + m_3}; \text{ положительное направление вверх.}$$



$$47. \text{ а) } a_2 = g \text{ при } m_1 > m_2; a_2 = g \frac{\frac{m_1}{m_2} + \sin^2 \alpha}{1 + \sin^2 \alpha} \text{ при } m_1 \leq m_2;$$

$$\text{ б) } a_2 = 0.$$

$$48. F_0 = 2\mu mg = 6 \text{ Н}; F_1 = 2\mu mg + Ma = 9 \text{ Н}.$$

49. $a = g\sqrt{\mu^2 \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha} \approx 2,87 \text{ м/с}^2$ (см. зад. 42).

50. $a = \frac{2Vg}{b^3} = 0,4 \text{ м/с}^2$, где b – ребро куба.

51. $\alpha = \arctg 2 \approx 63,4^\circ$; $T = mg \frac{\sqrt{5}}{2}$.

52. Модуль силы $N = mg\sqrt{1 + \frac{\text{ctg}^2 \alpha}{4}} \approx 11,2 \text{ Н}$; угол между вертикалью и направлением силы $\beta = \arctg\left(\frac{\text{ctg} \alpha}{2}\right) \approx 26,6^\circ$.

53. $F_A = F_B = \frac{mg}{2 \sin \alpha}$.

54. На прямой, соединяющей центры исходного и вырезанного кругов, на расстоянии $x = \frac{R}{6}$ от центра исходного круга в сторону, противоположную направлению на центр вырезанного круга.

55. $x = \frac{2R}{\pi}$ (см. рисунок).



56. Когда шарики находятся точно над центром диска, на них не действуют центробежные силы. При малом отклонении, например, от встряски системы, на шарики начинает действовать сила, удаляющая их от начального положения. При достижении некоторой частоты вращения эта сила может превзойти равнодействующую сил тяжести и натяжения нитей, и тогда шарики окончательно покинут исходное положение. При угловой скорости вращения диска ω высота шариков, отсчитанная от высоты точек прикрепления нитей, равна $h = -\frac{g}{\omega^2}$, не зависит ни от длины нити, ни от радиуса диска, поэтому оба шарика будут на одинаковой высоте.

57. $h = a \frac{3 - \sqrt{3}}{2} \approx 0,64h$.

58. а) Когда уровень воды достиг точки А, сила Архимеда стала способна отклонить палочку, и исходное равновесие стало неустойчивым. При увеличении глубины слоя воды

часть x палочки, погруженная в воду, остается постоянной: $x = \sqrt{1 - \frac{\rho}{\rho_0}} = const$; где

ρ и ρ_0 – плотности палочки и воды соответственно.

$$\text{б) } \rho = \frac{15}{16} \rho_0 = 937,5 \text{ кг/м}^3.$$

59. $R \geq \frac{h}{4}$, считая, что центр тяжести доски равноудален от ее поверхностей. Вообще,

$R \geq \frac{x}{2}$, где x – расстояние от нижней поверхности доски до ее центра тяжести.

$$60. F = \frac{\mu mg}{\cos \alpha + \mu \sin \alpha}; \alpha_{\text{Fmin}} = \arctg \mu; F_{\text{min}} = \frac{\mu mg}{\sqrt{1 + \mu^2}}.$$

61.

62. В обоих случаях $v = 4 \text{ м/с}$.

$$63. \mu \geq \frac{1}{3}.$$

$$64. s \approx 1,56 \text{ м}.$$