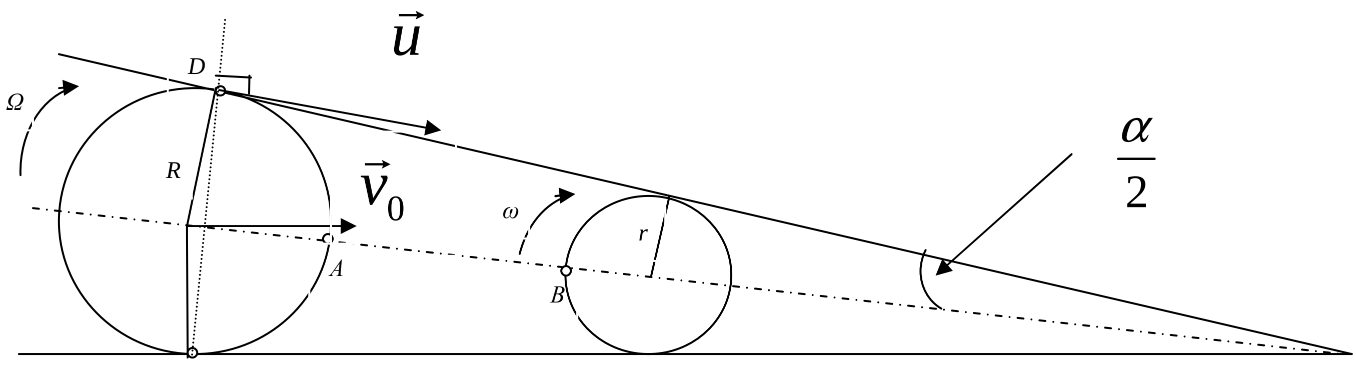
Задача 1.

Два циліндри котяться без проковзування по горизонтальному столі, на якому лежить дошка. Вісі циліндрів паралельні. Визначити швидкість дошки відносно стола в момент, коли модуль відносної швидкості найближчих одна до одної точок циліндрів дорівнює v, а площина столу утворює з площиною дошки кут α.

Розв'язання.

Оскільки циліндри не ковзають по столу, то швидкості їхніх точок, що дотикаються до столу, відносно нього дорівнюють нулю. Лінії зіткнення циліндрів із столом є миттєвими осями обертання, які паралельні геометричним осям циліндрів. Нехай швидкість вісі більшого циліндра дорівнює $\vec{v}_0$ і спрямована так, як показано на малюнку. Тоді кутова швидкість Ω цього циліндра дорівнює $|\vec{v}_0|/R$, де R – радіус циліндра. Миттєвий радіус обертання ρ точки *D*, в якій більший циліндр стикається з дошкою, дорівнює $2R\cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)$, швидкість цієї точки дорівнює $u=\rho\Omega=2v_0\cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)$. Швидкість дошки біля точки *D* також дорівнює $\vec{u}$. Оскільки дошка є твердим тілом, то проекції швидкостей будь-яких двох її точок на пряму, що з'єднує ці точки, повинні бути однаковими. Тому кутова швидкість ω циліндра радіуса *r* дорівнює $\frac{\Omega R}{r}$, а швидкість його вісі також дорівнює $\vec{v}_0$. З малюнку видно, що найближчі одна до одної точки *A* і *B* циліндрів лежать на бісектрисі кута, утвореного площинами дошки та стола. Оскільки вісі циліндрів рухаються з однаковою швидкістю $\vec{v}_0$, відносна швидкість вказаних точок обумовлена лише обертанням циліндрів навколо своїх осей $v=|\vec{v}_A-\vec{v}_B|=\Omega R+\omega r=2v_0$, а шукана швидкість дошки $u=v\cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)$



Задача 2.

Однорідний стрижень, що лежить на нерухомій циліндричній поверхні, утримується в горизонтальному положенні з допомогою нитки (рис. 1). Після перерізання нитки стрижень починає перекочуватись без ковзання по нерухомій циліндричній поверхні і здійснює повільно затухаючі коливання. Знайти кут $\boldsymbol{\alpha_0}$, на який врешті-решт повернеться стрижень відносно початкового горизонтального положення, якщо максимальний кут повороту дорівнює $\boldsymbol{\alpha}$. Визначити межі значень кута $\boldsymbol{\alpha}$, при яких виконується умова задачі, та відповідні межі кута $\boldsymbol{\alpha_0}$.

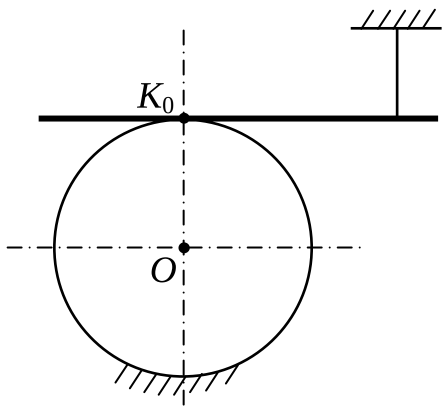


Рис. 1.

Розв'язування.

З умови задачі очевидно, що центр мас стрижня зміщений від точки $\boldsymbol{K_0}$ вправо. Це точка $\boldsymbol{C_0}$ (рис. 2). При коливанні потенціальна енергія стрижня спочатку переходить в кінетичну, а потім навпаки. Втратами енергії протягом одного коливання можна знехтувати. Тому при досягненні максимального кута повороту $\boldsymbol{\alpha}$ стрижень на мить зупиниться. Його кінетична енергія буде дорівнювати нулю, а потенціальна прийме початкове значення. Це означає, що центр мас стрижня повернеться на початкову висоту.

Відкладемо на колі від точки $\boldsymbol{K_0}$ кут $\angle \boldsymbol{K_0OK_2} = \boldsymbol{\alpha}$ (рис. 2) та проведемо дотичну в точці $\boldsymbol{K_2}$ до перетину з початковою горизонталлю. Одержимо точку

C_2, яка є положенням центра мас стрижня при повороті на кут α. Має місце співвідношення

$$C_2K_2 = R \cdot tg\frac{\alpha}{2}. \quad (1)$$

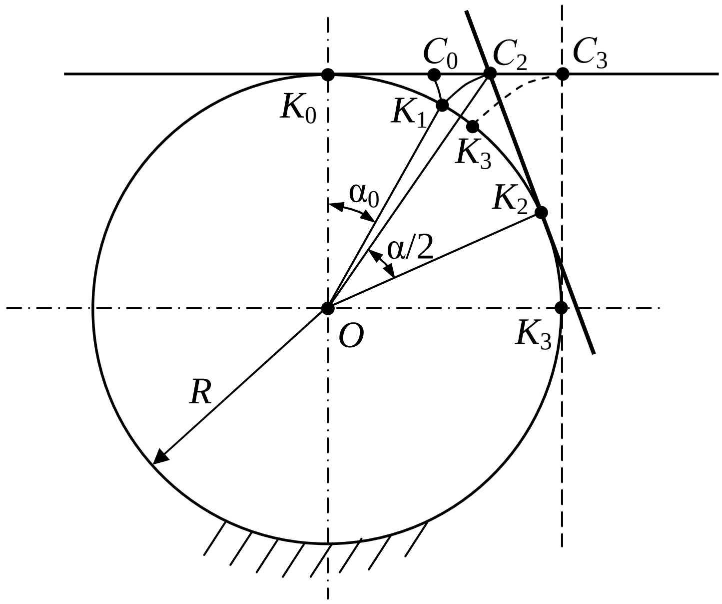


Рис. 2.

Тепер покотимо стрижень в зворотному напрямку. Спочатку центр мас попаде в точку K_1, а потім досягне початкової точки C_0. Довжина відрізка C_2K_2 дорівнює довжині дуги K_1K_2: $C_2K_2 = \smile{K_1K_2}$. Точка K_1 є точкою дотику стрижня до кола і водночас вона є найнижчим положенням центра мас. Точка K_1 відповідає положенню стійкої рівноваги стрижня. Її положення визначається кутом α_0. Має місце рівняння

$$\overset{\smile}{K_0K_1} = \overset{\smile}{K_0K_2} - \overset{\smile}{K_1K_2}.$$

Розділимо це рівняння на R і одержимо

$$\alpha_0 = \alpha - tg\frac{\alpha}{2}. \quad (2)$$

Отже, знаючи лише кут α, можна визначити кут α_0, що відповідає положенню рівноваги стрижня.

При збільшенні зміщення центра мас точка $\boldsymbol{C_2}$ переміщується по початковій горизонталі вправо. Умова задачі виконується доти, поки центр мас не досягне точки $\boldsymbol{C_3}$. Тобто кут $\boldsymbol{\alpha}$ лежить у межах

$$\mathbf{0} < \alpha < \frac{\pi}{2}. \tag{3}$$

При цьому відповідні значення кута $\boldsymbol{\alpha_0}$ визначаються згідно формули (2) і лежать в межах

$$\mathbf{0} < \alpha_0 < \frac{\pi - 2}{2}. \tag{4}$$

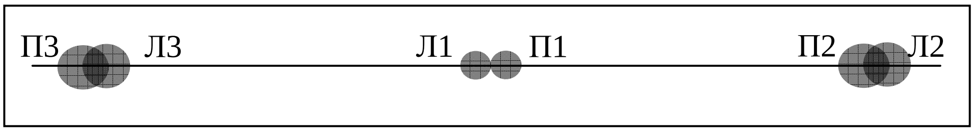
10 клас

Задача 3

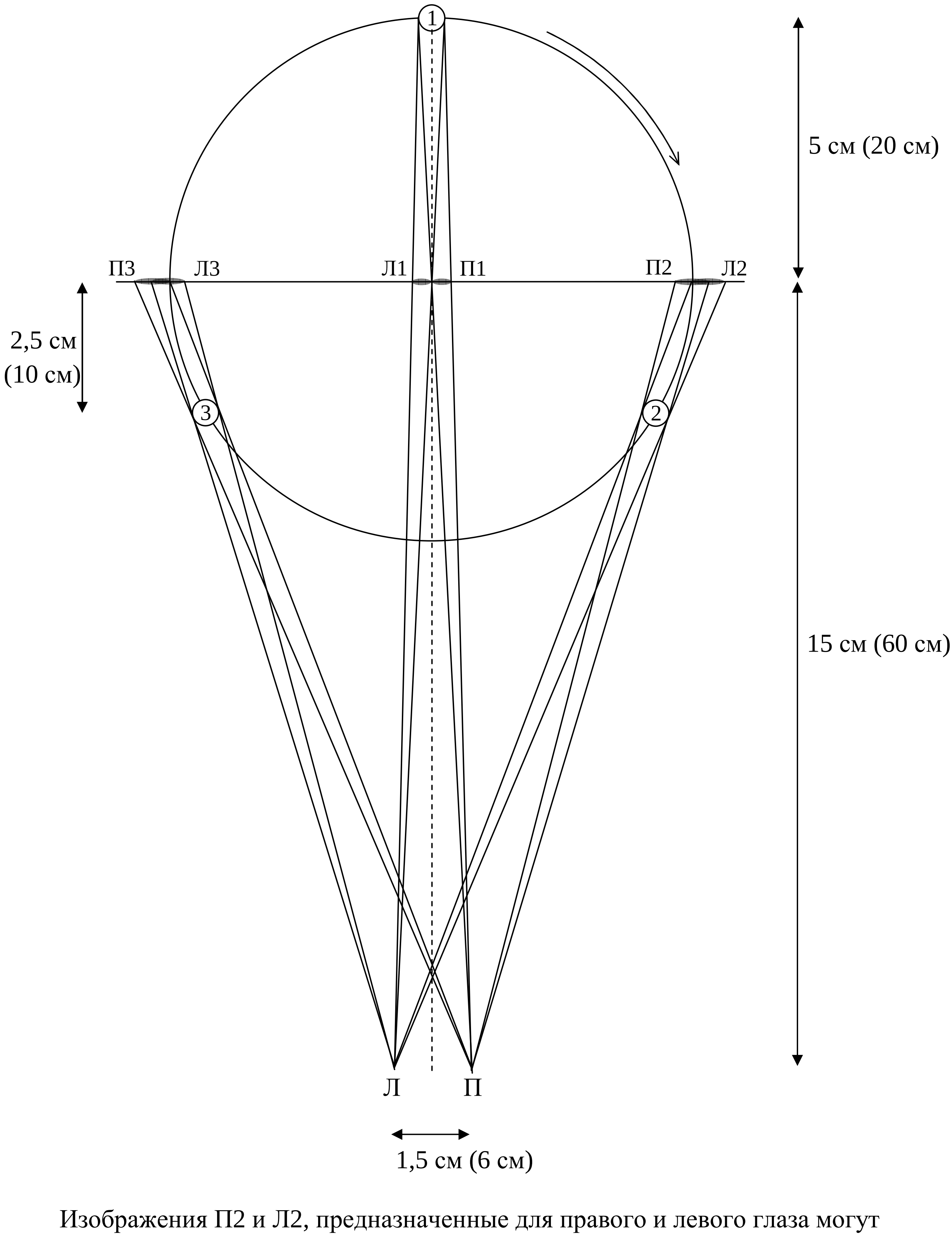
Одним из основных способов получения информации о расстоянии до любой точки рассматриваемого предмета является пересечение в этой точке лучей зрения левого и правого глаза. Это используется в 3D-кинотеатрах для создания ощущения объема. На плоский экран одновременно проецируются изображения, снятые двумя камерами, одно из которых предназначено для левого глаза, а другое для правого. Для разделения смешанной информации зрители надевают специальные очки. Представьте, что Вы сидите в таких очках перед 3D-монитором и наблюдаете вращение Луны вокруг Земли. Земля расположена в центре монитора, вокруг нее в плоскости, перпендикулярной экрану и проходящей через Ваши глаза, вращается двухсантиметровый шарик Луны, то, выходя за плоскость экрана и приближаясь к Вам, то, уходя вглубь экрана и удаляясь. Считая, что радиус орбиты Луны 20 см, а расстояние от экрана до Ваших глаз 60 см, схематически в масштабе 1:4 постройте изображения на плоском экране монитора, которые формируют у зрителя три объемные равноотстоящие положения Луны при ее движении по орбите, начиная с момента, когда Луна максимально удалена. Оцените, во сколько раз максимальная скорость плоского изображения на экране больше скорости кругового движения Луны, а скорость кругового движения Луны больше средней скорости (за период вращения) плоского изображения на экране. Изменится ли восприятие движения Луны если смотреть на экран сбоку? Если да, то как именно? Считайте, что расстояние между зрачками равно 6 см.

Решение. Нарисуем в масштабе 1:4 кажущуюся траекторию Луны (вид сверху), которую по диаметру пересекает линия экрана, и проведем к трем равноудаленным положениям Луны касательные лучи из правого (П) и левого (Л) глаза человека (см. рис.1). *Размеры рисунка как раз занимают тетрадный лист. Луна выглядит кружком диаметром в одну клеточку (0,5 см), остальные расстояния на тетрадном листе приведены.* Пересечение лучей с линией экрана дают крайние точки плоских изображений на экране, предназначенных для левого и правого глаза.

Изображения на экране, формирующие образ объемной Луны, имеют эллиптическую форму. Их можно представить как точки пересечения с экраном всех лучей проведенных из зрачка и проходящих сквозь шарик Луны (область сечения плоскостью экрана светового конуса с вершиной в зрачке). В действительности, конечно, все происходит в обратном порядке: лучи от одного светящегося изображения Луны на экране попадают в правый зрачок, а от его дублера – в левый. На пересечении двух световых потоков мозг формирует объемное изображение. На рис.2 можно увидеть схематические изображения на экране, соответствующие трем положениям Луны.

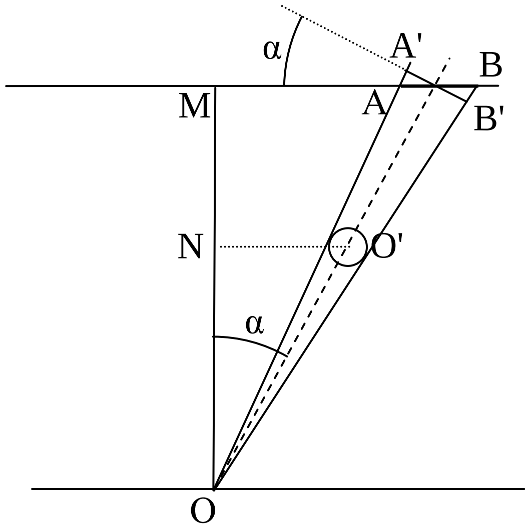


Изображения для левого и правого глаза (Л1, П1) первого положения Луны, когда она кажется максимально удаленной в глубину экрана, имеют на экране вид соприкасающихся кругов, деформацией которых можно пренебречь. Из подобия треугольников легко оценить диаметры D этих кругов. Из $\frac{D}{60\,\text{см}} = \frac{2\,\text{см}}{80\,\text{см}}$ (см. рис.1) находим, что на экране монитора $D = 1{,}5\,\text{см}$. То, что круги именно соприкасаются, также следует из подобия треугольников: $\frac{2\,\text{см}}{20\,\text{см}} = \frac{6\,\text{см}}{60\,\text{см}}$. Изображения на экране для второго и третьего положений Луны являются зеркальным отражением друг друга, поэтому рассмотрим только П2 и Л2 (рис.2).



Изображения П2 и Л2, предназначенные для правого и левого глаза могут несколько отличаться друг от друга, поскольку отличаются расстояния между изображением и соответствующим зрачком, а также углы между лучами и поверхностью экрана. Увеличение размеров, связанное с расстоянием, можно считать одинаковым, как видно из рис.3. Действительно, при относительно малых угловых размерах шарика Луны ее диаметр *d* относится к A'B' также, как ON к OM не зависимо от α, т.е.,

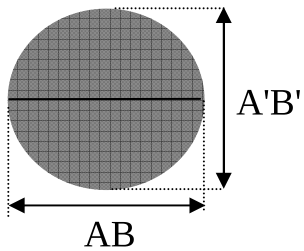
$$A'B' = d\cdot\frac{OM}{ON} = 2\,\text{см}\cdot\frac{60\,\text{см}}{50\,\text{см}} = 2{,}4\,\text{см}\,.$$



Именно таким будет вертикальный размер изображений П2, Л2 на экране. Что касается горизонтальных размеров AB=A'B'/cosα, они будут немного отличаться из-за различных α. Выражая cosα из треугольника O'ON, находим

$$AB = A'B'\cdot\frac{OO'}{ON} = 2{,}4\,\text{см}\cdot\sqrt{1+\left(\frac{O'N}{ON}\right)^2} = 2{,}4\,\text{см}\cdot\sqrt{1+\left(\frac{10\sqrt{3}\pm 3}{50}\right)^2}$$

,



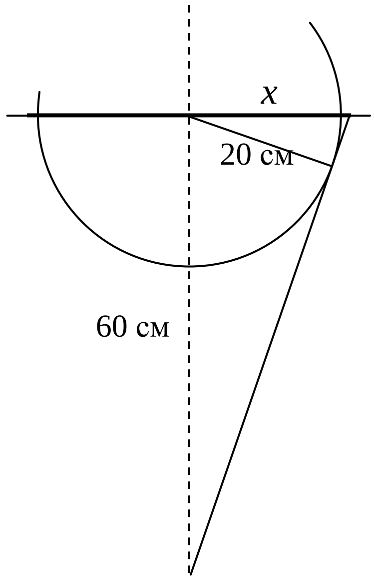
где верхний знак соответствует левому изображению $AB_Л \approx 2{,}6\,\text{см}$, а нижний знак – правому $AB_П \approx 2{,}5\,\text{см}$.

В принципе для младших классов такие подробности можно не учитывать.

Оценим максимальную скорость изображения на экране. Пренебрежем расстоянием между зрачками, считая, что наблюдение проводится из одной точки, расположенной между ними (между точками Л и П на рис.1). Тогда скорость плоского изображения на экране будет максимальной в момент наибольшего приближения объемного изображения Луны к наблюдателю. В этот момент скорость v_0 объемного изображения Луны перпендикулярна лучу зрения, который, следуя за Луной, поворачивается с угловой скоростью $\omega = v_0/40\,\text{см}$. Значит максимальная скорость плоского изображения на экране $v = \omega\cdot OM = v_0\dfrac{60}{40} = 1{,}5v_0$, то есть в 1,5 раза больше скорости кругового движения. *Это легко получить из подобия треугольников с вершиной в точке наблюдения (для младших классов). Куда сложнее не оценить, а найти максимальную скорость (только для старших классов).*

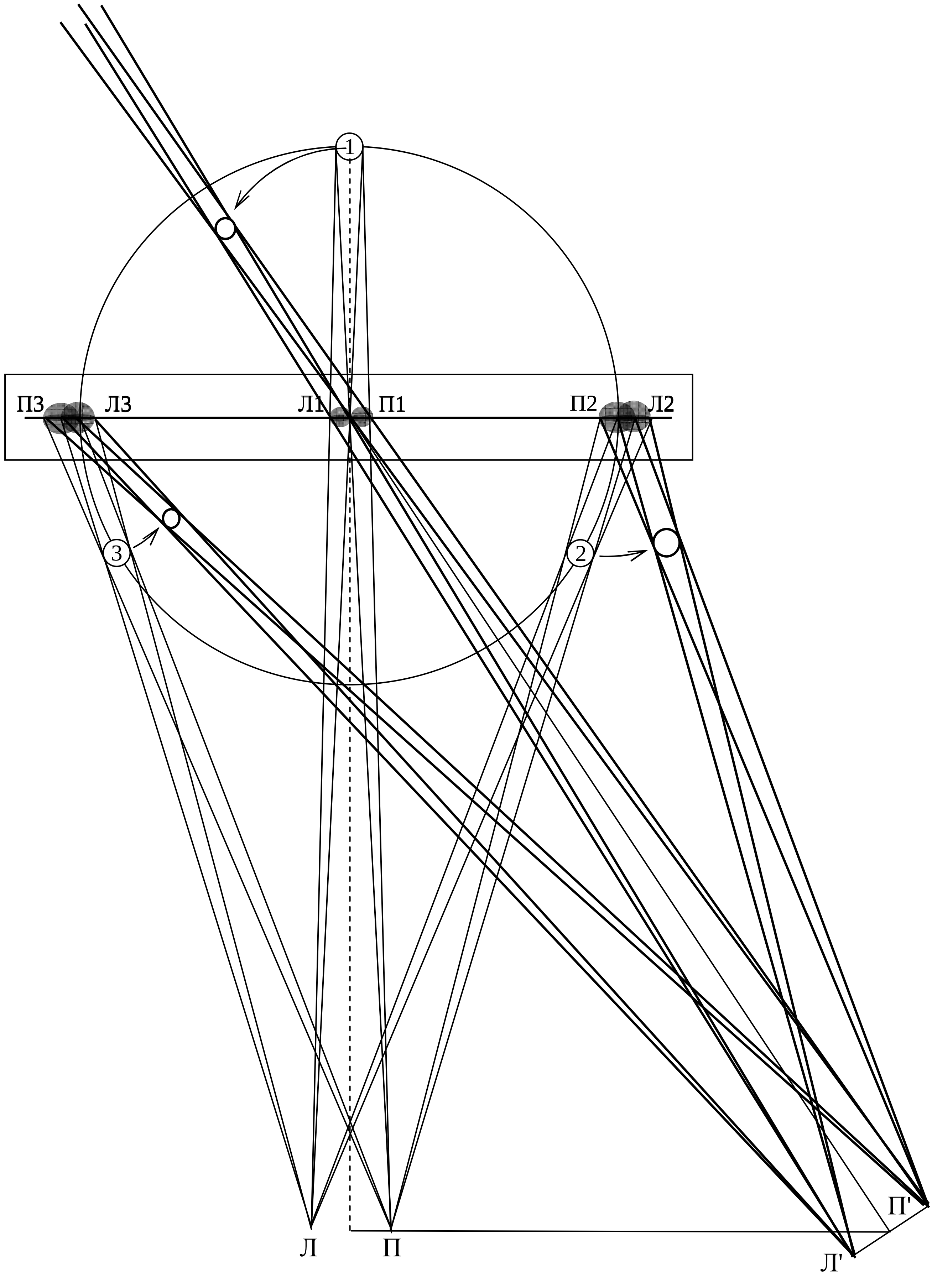
Найдем теперь среднюю скорость плоского изображения на экране.

1. Грубая оценка. Считаем, что за период плоское изображение проходит расстояние равное двум диаметрам. Тогда средняя скорость плоского изображения меньше круговой скорости v_0 в $\frac{\pi}{2}$ раз – в то же число раз, во сколько длина окружности больше двух диаметров.
2. Менее грубая оценка. Как и ранее пренебрегаем расстоянием между зрачками, считая, что наблюдение проводится из одной точки. Заметим (рис.1), что плоское изображение выходит за границы диаметра круга, причем, в данном приближении одинаково в левую и правую стороны. Из подобия треугольников (рис.4) находим $\frac{x}{60}=\frac{20}{\sqrt{60^2-20^2}}$, откуда $x=15\sqrt{2}$ см. Таким образом, путь, проходимый плоским изображением за период, меньше длины окружности в $\frac{\sqrt{2}\pi}{3}$ раз. Во столько же раз средняя скорость плоского изображения за период меньше круговой.



3. Почти точное вычисление. Как и в предыдущем случае, проделываем аналогичные рассчеты для одного из зрачков (за счет смещения необходимо рассмотреть две касательные к окружности). Находим расстояние, проходимое центром плоского изображения, и отношение скоростей *(при той же сложности более громоздкие вычисления)*. Дальнейшие поправки возможны, если учесть размер изображения и обсуждать скорость какой-то его части, но это, по-моему, уже лишнее…

Наконец, если человек смотрит на экран сбоку, повернув голову, он видит искаженную картину. На рис.5 показано формирование объемного изображения Луны для человека, сидящего справа на расстоянии 40 см.


1
П3
Л3
Л1
П1
П2
Л2
3
2
Л
П
П'
Л'

10 кл. задача№4
(авторський варіант розв’язання)

Проаналізуйте наведені у таблиці дані і спробуйте знайти закономірність. Запропонуйте гіпотезу* щодо молярної теплоємності** C_μ твердих тіл. Розрахуйте значення теплоємності, яка припадає на один атом. Вважаючи, що у твердому стані кінетична енергія кожного атома твердого тіла дорівнює потенціальній, запропонуйте гіпотезу щодо молярної теплоємності одноатомного ідеального газу, частинки якого вільно літають у наданому об’ємі і не взаємодіють між собою. Знайдіть температуру, яка встановиться у теплоізольованій барокамері, заповненій 8 кг гелію при температурі 0ºC, якщо в неї помістити титанову деталь масою 5 кг нагріту до 300ºC. Внутрішня тонкостінна оболонка барокамери також виготовлена з титану масою 5 кг. Молярні маси гелію і титану, відповідно 4 г/моль і 48 г/моль.

	Алюміній	Залізо	Мідь	Срібло	Золото
Молярна масса, г/моль	27,0	55,8	63,5	108	197
Питома теплоємність, Дж/(кг·град)	900	443	385	237	129

**гіпотеза – припущення, здогадка; **молярна теплоємність – це теплоємність одного моля речовини, який складається з* $N_A=6\cdot10^{23}$ *атомів чи молекул.*

Розв’язок. Згідно таблиці зі збільшенням молярної маси M питома теплоємність c зменшується. Якщо розглянути добуток молярної маси і питомої теплоємності для кожної речовини, отримуємо дуже близькі значення.

	Алюміній	Залізо	Мідь	Срібло	Золото
M, кг/моль	0,027	0,0558	0,0635	0,108	0,197
c, Дж/(кг·град)	900	443	385	237	129
cM, Дж/(моль·град)	24,3	24,7194	24,4475	25,596	25,413

Отримана величина cM має фізичний зміст молярної теплоємності C_μ. Дійсно, за визначенням питома теплоємність (*теплоємність 1 кг*) $c=\dfrac{\Delta Q}{m\Delta t}$, аналогічно молярна теплоємність (*теплоємність 1 моля*) $C_\mu=\dfrac{\Delta Q}{\nu\Delta t}$, де ν – кількість молів. Оскільки молярна маса $M=\dfrac{m}{\nu}$, маємо $C_\mu=\dfrac{M\Delta Q}{m\Delta t}=cM$. Виходячи з результатів добутку, можна висловити припущення, що молярна теплоємність твердих тіл (принаймні, тих, що складаються з одного елементу) за наведеними даними дорівнює $C_\mu=24{,}9\pm0{,}5$ Дж/(моль·град).

Теплоємність, яка припадає на один атом, $c_0=\dfrac{C_\mu}{N_A}=4{,}15\cdot10^{-23}$ Дж/град. Половина її значення пов’язана зі зміною кінетичної енергії, а половина – зі зміною потенціальної. Отже для частинок одноатомного ідеального газу, що «вільно літають у наданому об’ємі», потенціальної енергією можна знехтувати. Тоді молярна теплоємність ідеального газу повинна бути удвічі меншою за молярну теплоємність твердого тіла, тобто $C_\mu^{газ}\approx12{,}45$ Дж/(моль·град).

Гелій – одноатомний газ. Його питома теплоємність при сталому об'ємі $c_{He} = C_{\mu}^{газ} \big/ M_{He} = C_{\mu} \big/ 2M_{He} \approx 3100$ Дж/(кг·град). Питома теплоємність титану $c_{Ti} = C_{\mu} \big/ M_{Ti} \approx 520$ Дж/(кг·град). З умови теплового балансу

$$c_{Ti} m_{Ti} (t_{300} - t) = c_{He} m_{He} (t - t_0) + c_{Ti} m'_{Ti} (t - t_0) = (c_{He} m_{He} + c_{Ti} m_{Ti}) t$$

знаходимо $t = \dfrac{c_{Ti} m_{Ti} t_{300}}{c_{He} m_{He} + 2 c_{Ti} m_{Ti}} = \dfrac{520 \cdot 5 \cdot 300^{\circ}\mathrm{C}}{3100 \cdot 8 + 2 \cdot 520 \cdot 5} = 26^{\circ}\mathrm{C}$.

10 кл. задача№4 (розвязок Гоцульский В.Я.)

$c_{\mu} = \mu \cdot c$; Пользуясь методом размерностей: $\left[\dfrac{Дж}{К \cdot моль} \right] = \left[\dfrac{Дж}{К \cdot кг} \cdot \dfrac{кг}{моль} \right]$

При использовании таблицы для всех одноатомных твердых тел вышло:

$$c_{\mu} = \mu \cdot c = 24{,}9 \frac{Дж}{К \cdot моль};$$

.

$$3R = 3 \cdot 8{,}31 = 24{,}9 \frac{Дж}{К \cdot моль}$$

Это является выражением закона Дюлонга-Пти.

В отличие от колебательных движений атомов в решетке твердого тела, где кроме кинетической энергии в равной доле присутствует потенциальная, для идеального одноатомного газа взаимодействие между молекулами отсутствует, кроме того отсутствуют вращательные степени свободы. Поэтому:

$$c_{\mu ид.г.} = \frac{c_{\mu тв.т.}}{2}.$$

(В классической молекулярно-кинетической теории теплоемкостей принимается, что на поступательные и вращательные степени свободы молекул приходится энергия $\frac{i}{2}kT$ где і-количество степеней свободы, а на колебательные аналогично - jkT .)

По уравнению теплового баланса, используя удельные теплоемкости и температуру по шкале Цельсия, имеем:

$$c_{Ti}\cdot m_{Ti1}(t_{300}-t)=c_{Ti}\cdot m_{Ti1}(t-0)+c_{He}\cdot m_{Ht}(t-0);$$

Поскольку

$$m_{Ti1}=m_{Ti2}$$

$$c_{Ti}\cdot m_{Ti}\cdot t_{300}=(2\cdot c_{Ti}\cdot m_{Ti}+c_{He}\cdot m_{Ht})\cdot t;$$

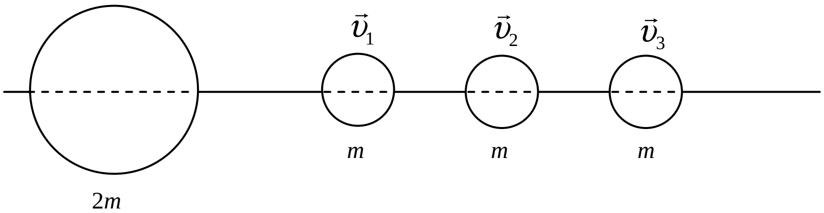
$$t=t_{300}\frac{c_{Ti}\cdot m_{Ti}}{2\cdot c_{Ti}\cdot m_{Ti}+c_{He}\cdot m_{Ht}}=\frac{t_{300}}{2+\frac{c_{He}\cdot m_{Ht}}{c_{Ti}\cdot m_{Ti}}}=\frac{t_{300}}{2+\frac{c_{\mu He}\cdot \mu_{Ti}\cdot m_{He}}{c_{\mu Ti}\cdot \mu_{He}\cdot m_{Ti}}}=\frac{t_{300}}{2+\frac{\mu_{Ti}\cdot m_{He}}{2\cdot \mu_{He}\cdot m_{Ti}}}.$$

Подставляем данные:

$$t=\frac{300}{2+\frac{\mu_{Ti}\cdot m_{He}}{2\cdot \mu_{He}\cdot m_{Ti}}}=\frac{300}{2+\frac{48\cdot 8}{2\cdot 4\cdot 5}}=25{,}86°C.$$

Задача 5

На гладенький довгий горизонтально розташований стержень надіто три кульки масою *m* кожна та одна кулька масою 2*m* (див. рис.)



У початковий момент всі кульки ковзають вздовж стержня ліворуч із деякими невідомими за величиною швидкостями (відомо, що $\upsilon_1<\upsilon_2<\upsilon_3$). Після зіткнень важка кулька отримує швидкість υ, а всі легкі зупиняються. Нехтуючи тертям кульок об стержень і вважаючи всі зіткнення абсолютно пружними, визначте швидкість кожної легкої кульки до зіткнення. (Запропонував В. Ф. Заболотний)

<u>Розв’язання</u>

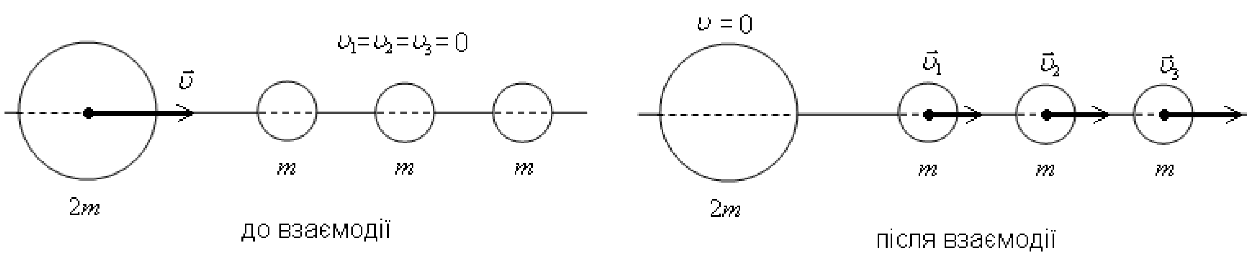
1. Теоретична основа – оборотність механічних процесів.

(аналогія – оборотність світлових променів).

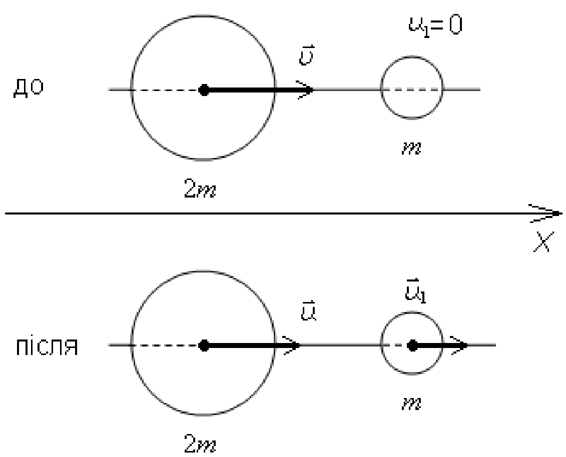
2. Тому вважатимемо, що на початку відліку «зворотного» часу всі легкі кульки були у стані спокою, а важка кулька масою $2m$ налітає на них зі швидкістю υ.

3. Після абсолютно пружного удару важка кулька (масою $2m$) передає частину своєї енергії і вони почнуть (з однією кулькою масою m) рухатись вздовж стержня зі швидкостями, які мають співпадати за значенням з вихідними, або ж початковими швидкостями кульок під час «прямого» відліку часу.

4. Рисунок до ситуації оберненої задачі



5. Розглянемо удар кульок $2m$ і m.



Закон збереження імпульсу $2m\vec{\upsilon} = 2m\vec{u} + m\vec{u}_1$.

в проекціях $2m\upsilon = 2mu + mu_1$.

Закон збереження кінетичної енергії $\frac{2m\upsilon^2}{2} = \frac{2mu^2}{2} + \frac{mu_1^{\,2}}{2}$.

$$\begin{cases} 2m\upsilon = 2mu + mu_1 \\ \frac{2m\upsilon^2}{2} = \frac{2mu^2}{2} + \frac{mu_1^{\,2}}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2m(\upsilon - u) = mu_1 \\ 2m(\upsilon^2 - u^2) = mu_1^{\,2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \upsilon + u = u_1 \\ 2(\upsilon - u) = u_1 \end{cases}$$

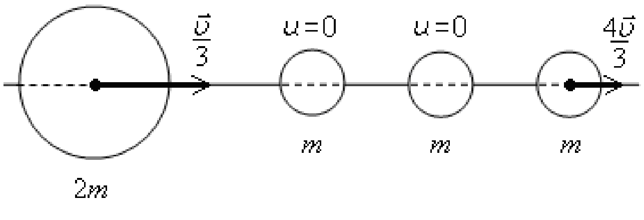
Звідки $2(\upsilon - u) = \upsilon + u,\ \ 2\upsilon - \upsilon = 2u + u,\ \upsilon = 3u \ \Rightarrow u = \frac{\upsilon}{3}$.

З такою швидкістю після взаємодії буде рухатись велика кулька. Мала (масою m) набуде швидкості $u_1 = \upsilon + \frac{\upsilon}{3} = \frac{4\upsilon}{3}$.

<u>Висновок</u>. Отже після зіткнення з великою кулькою мала набуде швидкості $u_1 = \frac{4\upsilon}{3}$.

6. Решта – дві кульки, мають таку ж масу, як і перша. Тому після удару першої та другої остання набуде швидкості $u_2 = \frac{4\upsilon}{3}$, а перша зупиниться. Аналогічно буде в результаті взаємодії другої і третьої кульок – друга зупиниться, а третя набуде швидкості $u_3 = \frac{4\upsilon}{3}$.

За результатами таких зіткнень матимемо наступну картину



Швидкість третьої кульки вже не зміниться і цю кульку не наздожене решта.

Отже швидкість третьої кульки $\upsilon_3 = \frac{4\upsilon}{3}$.

7. Далі кулька масою $2m$ наздожене кульку №1, яка нерухома. Велика кулька мала швидкість $u = \dfrac{\upsilon}{3}$ - у тричі меншу, ніж до першого удару. Це означає, що для цієї взаємодії її кінцева швидкість зміниться у три рази. Тому кулька масою $2m$ набуде швидкості $u' = \dfrac{1}{3} \cdot \dfrac{\upsilon}{3} = \dfrac{\upsilon}{9}$, а кулька масою m - $u_1' = \dfrac{1}{3} \cdot \dfrac{4\upsilon}{3} = \dfrac{4\upsilon}{9}$.

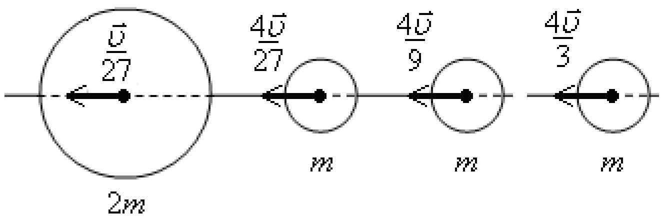
В результаті подальшої взаємодії кульок першої і другої – остання набуде швидкості $\upsilon_2 = \dfrac{4\upsilon}{9}$.

8. Третє зіткнення кульки $2m$, яка тепер має швидкість $\dfrac{\upsilon}{9}$ з кулькою масою m призведе до такого результату: швидкість великої зменшиться втричі $u'' = \dfrac{1}{3} \cdot \dfrac{\upsilon}{9} = \dfrac{\upsilon}{27}$, швидкість малої буде $\upsilon_1 = \dfrac{1}{3} \cdot \dfrac{4\upsilon}{9} = \dfrac{4\upsilon}{27}$.

9. Відповідь. $\upsilon_1 = \dfrac{4\upsilon}{27}$, $\upsilon_2 = \dfrac{4\upsilon}{9}$, $\upsilon_3 = \dfrac{4\upsilon}{3}$.

Картина у «прямому» вимірі часу мала б вигляд:

а) при $t = 0$



б) кінцевий вигляд