Решения задач, 8 класс, 2016г .

1) Отражение. Солнце освещает бак, частично заполненный водой. В баке имеются два отверстия. Наблюдатель, заглянув в одно из них, увидел отражение Солнца в воде (рис.1). Определите из рис.1, под каким углом солнечные лучи падают на поверхность воды. Стенки бака свет не отражают.

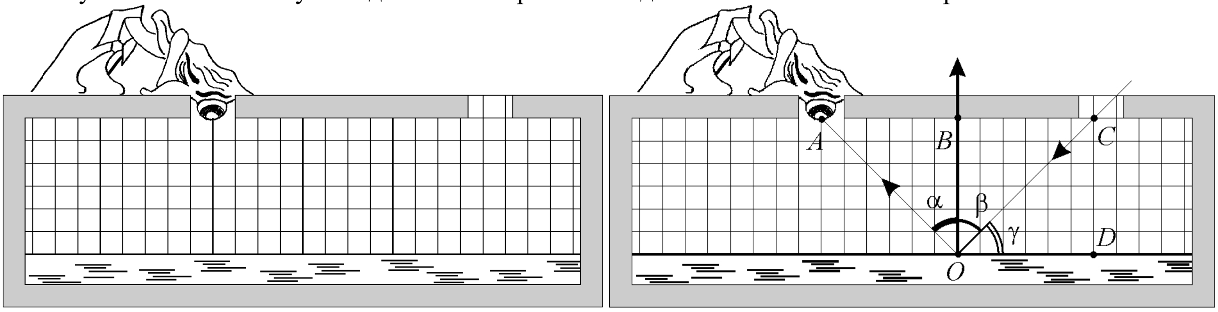

Рис.1(*а*) Рис.1(*б*)

<u>Решение.</u> Свет в однородной среде распространяется прямолинейно. При отражении от зеркальной поверхности угол отражения равен углу падения: $\alpha=\beta$. На рис.1(*б*) показан луч, удовлетворяющий этим условиям. Так как прямоугольный треугольник CDO оказывается равнобедренным, то угол, под которым луч падает на поверхность воды, $\gamma=45^0$.

2) Посадка нагорячо. Железнодорожное колесо 1 (рис.2) состоит из собственно колеса 2 и бандажа 3, который изготавливается отдельно и затем надевается на колесо. Диаметр бандажа d делается несколько меньше диаметра колеса D. При нагреве диаметр бандажа увеличивается, что позволяет надеть его на колесо. После остывания бандаж плотно садится на колесо и не соскальзывает при эксплуатации. На сколько градусов надо повысить температуру бандажа, чтобы его диаметр стал равным диаметру колеса, если d = 1000 мм, D = 1002 мм, температурный коэффициент линейного расширения стали, из которой сделан бандаж, равен 10^{-5} 1 / ^{0}C.

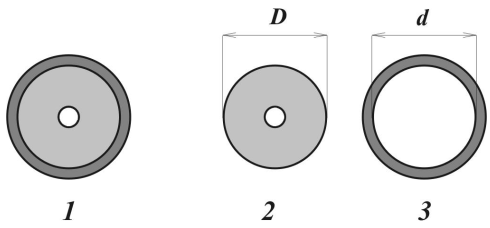

Рис.2

<u>Решение.</u> Линейный размер твёрдого тела при нагревании на ΔT увеличивается на

$$\Delta l = l\alpha\Delta T. \qquad (1)$$

В случае кольца, каковым является бандаж,

$$l=\pi D. \qquad (2)$$

Тогда

$$\Delta D = D\alpha\Delta T \qquad (3)$$

и

$$\Delta T=\Delta D / (\alpha D) = 2 \text{ мм} / 1000 \text{ мм} \cdot 10^5\ {}^0\text{C} = 200\ {}^0\text{C}. \qquad (4)$$

3) Момент на валу. На рис.3 показан электродвигатель 1, на вал 2 которого насажена скользящая муфта 3 с рычагом 4. Вал вращается против часовой стрелки и скользит внутри муфты. При этом пружина 5, связывающая конец рычага с основанием, удлиняется на 20 мм по сравнению со своим ненапряжённым состоянием. Коэффициент жёсткости пружины равен 5 Н/мм. Используя геометрические данные рис.2, определите момент сил трения, действующих со стороны вала на муфту. Момент определить относительно оси 6. Ширина и высота одной клетки равна 50 мм. Силой тяжести пренебречь.

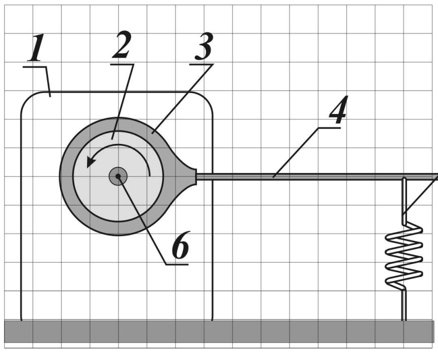

Рис.3

Решение. Чтобы муфта с рычагом не вращались, необходимо, чтобы сумма моментов всех сил, действующих на них, была равна нулю:

$$M_{тр} + M_{пр} = 0, \qquad (5)$$

где $M_{тр}$– момент сил трения, действующих на муфту со стороны вала, а $M_{пр}$ – момент силы, действующей на рычаг со стороны пружины. По условию, моменты надо считать относительно оси вала:

$$M_{пр} = kx \cdot d, \qquad (6)$$

$$M_{тр} = – M_{пр} = – kx \cdot d \qquad (7)$$

Нехитрый подсчёт даёт $M_{тр} = – 5\cdot10^3$ Н/м $\cdot20\cdot10^{-3}$м $\cdot$ $10\cdot50\cdot10^{-3}$м = 50 Н·м. Знак “–” говорит о том, что момент сил трения действует на муфту в сторону, противоположную моменту силы упругости пружины.

4) Круглое – носить, квадратное – катать. Бытует ложное мнение, что ременная передача должна осуществляться непременно на круглых шкивах. Однако, при определённых условиях вполне приемлемы шкивы квадратной формы (рис.4). Определите величину скорости прямого участка ремня *AA’*, если частота вращения шкивов равна *n*, а их стороны равны *a*. Ремень – нерастяжимый, тонкий. Скольжение ремня по шкивам не происходит

Рис.4(*а*)

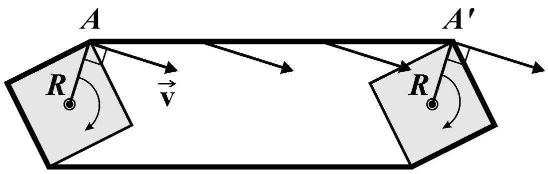

Рис.4(б)

Решение. Из рис.4 видно, что участок *AA’* в процессе движения двигается поступательно. Значит, в один и тот же момент времени все точки участка ремня *AA’* имеют одну и ту же скорость, как по направлению, так и по модулю. Модуль скорости равен скорости точки *A* или *A’*:

$$v = \omega R = 2\pi n \cdot a/\sqrt{2} \qquad (8)$$

и в ходе движения не меняется.

5) Весы Паскаля. Имеется пять пузырьков с жидкостями различной плотности (см. табл.), и U-образная трубка, параллельные части которой вертикальны (рис.5*а*). Если содержимое всех пузырьков по очереди залить в трубку, то уровни жидкости установятся на двух разных высотах, одна из которой будет больше другой: $h_2>h_1$. В зависимости от того, в какой последовательности жидкости размещены в трубке, получаются различные значения h_2. Найдите максимальное значение h_2, которое можно получить с помощью данного набора жидкостей.

Жидкости не смачивают стенки трубки и могут устойчиво находиться в трубке в любой последовательности, не смешиваясь. Площадь сечения трубки равна 1 см^2, длина горизонтального участка *L*=20 см, объём трубки достаточен, чтобы жидкости не выливались.

№ пузырька	1	2	3	4	5
Объём жидкости, см^3	20	20	50	60	60
Плотность, г/см^3	3	3/2	1	5/6	1/2

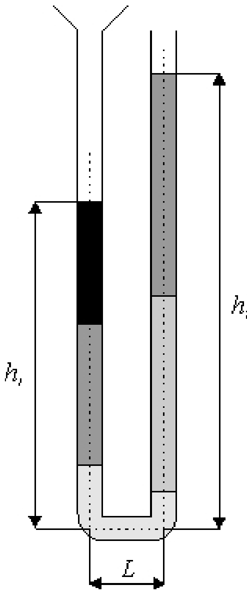

Рис.5(*а*)

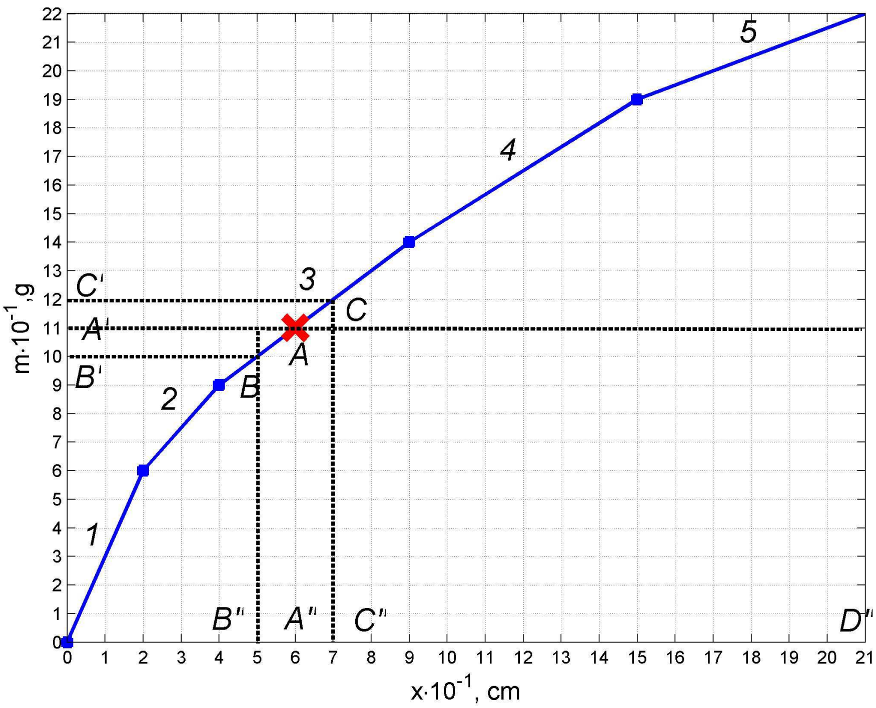

Рис.5(*б*)

<u>Решение.</u>

Падения давления в жидкости на высотах h_1 и h_2 одинаковы, сечения трубок постоянны, значит, массы столбов жидкости h_1 и h_2 равны. Чтобы добиться наибольшей высоты h_2 , надо наполнить правую часть трубки жидкостями как можно менее плотными. Соответственно, в левую часть попадут жидкости высокой плотности. Отсюда последовательность заполнения, которая приведёт к максимальному h_2, такова: в левую часть трубки заливаются жидкости в порядке возрастания плотности, или в правую – в порядке убывания. Задача решается графически. На рис. 5(*б*) показан график зависимости массы столба жидкости от координаты, отсчитываемой вдоль всей трубки начиная от левого уровня жидкости. Если плотность не меняется, масса зависит от координаты линейно. Поэтому график получился кусочно-линейный. Номер сегмента соответствует номеру пузырька с жидкостью из таблицы. Точка A делит массу всей жидкости в трубке на две равные части. В пренебрежении длиной L ответ был бы $h_2 = A''D''$ = 210 – 60 = 150см. Чтобы учесть горизонтальный участок, будем откладывать от точки A' по оси масс вверх и вниз равные массы $A'C'$ и $A'B'$, до тех пор, пока соответствующий отрезок на оси координат $B''C''$ не станет равным L. Вычитание равных масс из обеих частей трубки не нарушит равновесие. Теперь $h_2 = C''D''$ = 210 – 70 = 140см.

Ответ: h_2 = 140см.

Отметим, что данный способ заполнения не единственный: h_2 не изменится, если поменять местами жидкости №1 с №2 , и №4 с №5.

ЭКСПЕРИМЕНТ

Дана линейка известной массы. Определить массы гайки, куска металла, скрепки.