

## ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ ТУР

16 января 2008 года

Сначала, пожалуйста, прочитайте следующее:

1. Теоретический тур состоит из трех задач. Продолжительность тура 4 часа.
2. Пользуйтесь только той ручкой, которая Вам предоставлена.
3. Для расчетов Вы можете использовать свой калькулятор. Если своего у вас нет, тогда Вы можете попросить его у организаторов олимпиады.
4. Вам предоставлены чистые листы бумаги и *Листы для записи (Writing sheets)*. Чистые листы бумаги предназначены для черновых записей, их Вы можете использовать по Вашему усмотрению, они не проверяются. На *Writing sheets* следует записывать решения задач, которые будут оценены при проверке работы. В решениях как можно меньше используйте словесные описания. В основном Вы должны использовать уравнения, цифры, буквенные обозначения, рисунки и графики.
5. Используйте только лицевую сторону *Writing sheets*. При записи не выходите за пределы отмеченной рамки.
6. Решение каждой задачи следует начинать с новой страницы *Writing sheets*.
7. На каждом использованном *Writing sheets*, в отведенных для этого графах, необходимо указать Вашу страну (*Country*), Ваш код (*Student Code*), порядковый номер задачи (*Question Number*), текущий номер каждого листа (*Page Number*) и полное количество листов, использованных при решении всех задач (*Total Number of Pages*). Если Вы не хотите, чтобы некоторые использованные *Writing sheets* были включены в ответ, тогда перечеркните их большим крестом на весь лист и не включайте в Ваш подсчет полного количества листов.
8. Когда Вы закончите тур, разложите все листы в следующем порядке:
  - Пронумерованные по порядку *Writing sheets*;
  - Черновые листы;
  - Неиспользованные листы;
  - Отпечатанные условия задачи

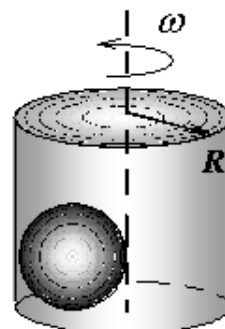
Положите все листы бумаги в конверт и оставьте на столе. Вам не разрешается выносить *никакие* листы бумаги из аудитории.

### Задача 1

Данная задача состоит из четырех независимых частей.

1А (2 балла)

В закрытом вертикальном цилиндрическом сосуде радиуса  $R$  полностью заполненном водой находится однородный сплошной шар радиуса  $R/2$ . Сосуд раскрутили вокруг его вертикальной оси до угловой скорости  $\omega$ . Найдите силу давления шара на боковую поверхность цилиндра. Плотность воды –  $\rho_0$ , плотность материала шара –  $\rho$ .



**1В (3 балла)**

Теплоемкости тел могут зависеть от температуры (например, при низких температурах). Два одинаковых тела, удельные теплоемкости которых зависят от температуры  $t$  по закону

$$c(t) = c_0(1 + \alpha t),$$

(где  $c_0$  и  $\alpha$  - известные постоянные величины) приведены в тепловой контакт. Начальные температуры тел равны  $t_1$  и  $t_2$ . Определите установившуюся температуру тел. Потерями теплоты пренебречь.

**1С (2 балла)**

Найдите период малых радиально симметричных колебаний кольца, состоящего из  $n$  одинаковых коротких невесомых пружинок жёсткостью  $k$ , соединяющих  $n$  точечных масс  $m$  (см.Рис.1). Считайте, что  $n \gg 1$ .

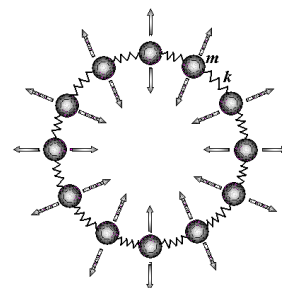


Рис.1

**1D (3 балла)**

Тонкая плоско-параллельная стеклянная пластина с показателем преломления  $n = 1,5$  разрезана на две части, одна из которых представляет собой бипризму Френеля с малым преломляющим углом  $\gamma = 0,1$  рад. (см.Рис.2) Пластина облучается мощным пучком монохроматического излучения с интенсивностью  $I = 10$  кВт/см<sup>2</sup>. Свет падает перпендикулярно плоскости пластины площадью  $S = 10$  см<sup>2</sup>. Какую силу  $F$  необходимо приложить, чтобы раздвинуть разрезанные части пластины так, чтобы между ними образовался небольшой зазор постоянной толщины? Потерями света в стекле и отражением на границах пренебречь.

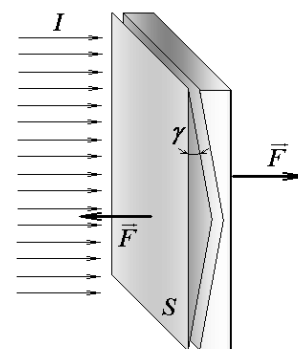


Рис.2

**Задача 2****Электромагнитная пушка (10 баллов)**

Инженерами была предложена следующая конструкция электромагнитной пушки. На непроводящей плоскости с углом наклона  $\alpha$  к горизонту на расстоянии  $h$  друг от друга закреплены два не имеющих сопротивления проводника, по которым на скользящих контактах может перемещаться подвижный проводник массой  $m$  и сопротивлением  $R$  (см. Рис.3). Между нижними концами проводников включен источник питания с э.д.с.  $E$  и нулевым внутренним сопротивлением, а система помещена в магнитное поле с индукцией  $B$ , перпендикулярное наклонной плоскости. Длина ребра плоскости равна  $L$ , а в начальный момент времени подвижный проводник покоится вблизи источника тока.

- а) Определите минимальное значение э.д.с.  $E_{\min}$ , при котором проводник начинает движение вверх по плоскости.

(1 балл)

- b) При движении проводника по плоскости со временем устанавливается постоянная сила тока  $I_0$ . Найдите ее, считая что э.д.с.  $E > E_{\min}$ . (1 балл)
- c) При перемещении проводника по плоскости со временем устанавливается постоянная скорость его движения  $u_0$ . Найдите ее, считая что э.д.с.  $E > E_{\min}$ . (2 балла)
- d) При достаточно больших  $L$  движение стержня перед отрывом можно считать установившимся. Тогда заряд  $q$ , прошедший через источник питания выражается формулой

$$q = C_1 L + C_2.$$

Определите  $C_1$  и  $C_2$ .

(3 балла)

- e) В условиях предыдущего пункта количество теплоты  $Q$ , выделившееся в проводнике к моменту отрыва, записывается в виде

$$Q = C_3 L + C_4$$

Определите  $C_3$  и  $C_4$ .

(3 балла)

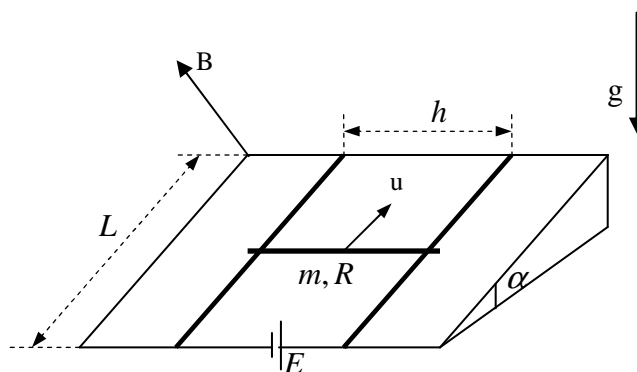


Рис.3 Схема электромагнитной пушки.

**Примечание:** В данной задаче Вы можете пренебречь трением и явлением самоиндукции.

### Задача 3 Атом гелия (10 баллов)

Атом гелия является простейшей многоэлектронной системой. Согласно планетарной модели атома он состоит из ядра с зарядом  $+2e$  и двух электронов, которые двигаются вокруг него. Задача об атоме гелия в общем виде решается на основе квантовой механики, где учитывается тождественность (неразличимость) двух электронов. Это достаточно сложная задача. Однако, многие качественные сведения об атоме гелия можно получить не решая непосредственно квантовомеханическую задачу, а всего лишь применяя правила квантования Бора.

В этой задаче Вам предлагается качественно исследовать атом гелия. В дальнейшем во всех ниже перечисленных пунктах считайте, что электроны в атоме имеют минимальную возможную энергию (находятся в основном состоянии) и двигаются по одной круговой орбите радиуса  $r$ . Согласно постулатам Бора орбитальный момент импульса каждого электрона равен целому числу постоянных Планка  $\hbar$ .

- a) Напишите соотношение, которому должны удовлетворять импульс  $p$  и радиус орбиты  $r$  каждого электрона для основного состояния атома гелия (1 балл);

- b) Напишите выражение для потенциальной энергии системы как функцию  $r$  (2 балла)
- c) Определите выражение для радиуса орбиты электронов  $r$  и найдите его численное значение (2 балла);
- d) Определите выражение для полной энергии основного состояния атома гелия и найдите ее численное значение (1 балл);
- e) Определите выражение для энергии однократной ионизации атома гелия и найдите ее численное значение (2 балл);

Атомы могут ионизироваться под действием внешнего давления. Такое явление происходит в центрах массивных планет.

- f) Оцените давление, при котором произойдет ионизация атомов гелия (2 балла);

**Численные данные:**

Элементарный заряд	$e = 1.6022 \cdot 10^{-19}$ Кл;
Масса электрона	$m_e = 0.911 \cdot 10^{-30}$ кг;
Электрическая постоянная	$\varepsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12}$ Ф/м;
Постоянная Планка	$\hbar = \frac{h}{2\pi} = 1.055 \cdot 10^{-34}$ Дж·с.