11 клас, задача 1.

1. Кінетична енергія протона $E = E_p - E_0 = c^2(\frac{m}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}} - m)$

Нехай $\beta = \frac{v}{c}$ Розв'язавши рівняння відносно β, знайдемо $\beta = 0{,}9999987$

2. Природна система одиниць часто використовується для спрощення запису. Вона відповідає вимірюванню швидкості в одиницях швидкості світла c, в той час як величини з розмірністю дії вимірюються в одиницях $\hbar$. В такому випадку одиниці виміру будь якої величини можна звести до лише одної: енергії, що зазвичай вимірюється в eV.

$$M = M\frac{c^2}{c^2} = \frac{eV}{c^2} = eV$$

$$L = L\frac{\hbar c}{\hbar c} = L\frac{\hbar L/T}{ML^2/T\,c} = (eV)^{-1}\hbar c = (eV)^{-1}$$

$$T = T\frac{c}{c} = \frac{L}{c} = (eV)^{-1}\hbar = (eV)^{-1}$$

$$v = \frac{L}{T} = (eV)^0$$

$$F = \frac{mL}{T^2} = (eV)^2\frac{1}{\hbar c} = (eV)^2$$

$$F_e = \frac{e^2}{L^2} \Rightarrow e^2 = F_e L^2 = (eV)^0\hbar c = (eV)^0$$

$$E = \frac{F_e}{e^2} = (eV)^2$$

$$F_m = evB \Rightarrow B = \frac{F_m}{ev} = (eV)^2\hbar^{-3/2}c^{-5/2}$$

3. Відмітимо, що розмірність часу та довжини можна отримати якщо розглянути наприклад хвилю з енергією E. Відповідна частота (що є величиною оберненою до часу) визначається з $E = \hbar\omega$ і аналогічно, довжина хвилі є величиною оберненою до енергії.

Природна система одиниць дозволяє проводити розрахунки просто відкидаючи всі $\hbar$ і c в рівняннях. Однак, якщо необхідно порівняти отриманий результат з чисельними даними, то потрібно повернутися до звичайних одиниць, як сантиметри, грами, секунди. Як можна побачити, ці співвідношення є однозначними

$$1s \to \frac{1s}{\hbar} = \frac{1}{0.66} 10^{15} eV = 1.51 \cdot 10^{15} eV$$

І навпаки, маючи час заданий в $(eV)^{-1}$ можна отримати еквівалент в стандартних одиницях

$$T(eV)^{-1} \to T(eV)^{-1}\hbar = T \cdot 0.66 \cdot 10^{-15} s$$

Аналогічним чином

$$1cm \to 1cm \frac{1}{\hbar c} = \frac{1}{197} 10^{7} (eV)^{-1} = 5.08 \cdot 10^{4} (eV)^{-1}$$

І навпаки, маючи довжину задану в $(eV)^{-1}$ можна отримати еквівалент в стандартних одиницях

$$L(eV)^{-1} \to L(eV)^{-1}\hbar c = L \cdot 1.97 \cdot 10^{-7} c$$

Для електричного заряду

$$1esu = \sqrt{erg \cdot cm} \Rightarrow q^2 = 1 \to \hbar c = 1.05 \cdot 3 \cdot 10^{10-27} = 3.15 \cdot 10^{-17} (esu)^2$$

Максимальна енергія протонів:

$$E = M_P \gamma c^2 = 7TeV$$

4. Знайдемо кількість протонів в пучку:

$$N_P = 2.808 \times 1.15 \cdot 10^{14}$$

Повна енергія пучка:

$$E_{tot} = 7TeV \cdot N_P = 2.26 \times 10^{15} TeV = 2.26 \times 1.6 \times 10^{27-19} J = 362\ MJ$$

Цю енергію можна порівняти з кінетичної енергією швидкісного потягу.

5. Швидкість потягу отримується як

$$\frac{1}{2} M V_T^2 = 362 \cdot 10^6 J \Rightarrow V_T = \sqrt{2 \cdot \frac{3620}{4}} \cdot ms^{-1} = 42.5\ ms^{-1} = 153\ Km/h$$

Розв’язок задачі №2 11 клас

Процес перегоряння перемички триває малий, однак скінченний інтервал часу Δt.

За цей час опір перемички зростає від нуля до R_∞.

На початку згоряння перемички сила струму, оскільки котушки індуктивності вважаються ідеальними, буде дорівнювати стуму короткого замикання.

$$I_0 = I_{кз} = \frac{\varepsilon}{r}$$

Зміна опіру перемички від 0 до R_∞ призводить до появи е.р.с. індукції у котушках індуктивності, відповідних сил струмів через опір R_1 і R_2.

Після перегоряння перемички через індуктивність L_1 буде протікати струм, а через L_2 і L_3 після перерозподілу магнітного потоку $L_2 \cdot I_{кз} = (L_2 + 3 \cdot L_2) \cdot I_x$

Отримаємо $I_x = \frac{1}{4} I_{кз}$.

Сумарний струм у двох вітках $I = I_{кз} + \frac{1}{4} I_{кз} = \frac{5}{4} I_{кз}$.

Напруга на клемах джерела струму $U = \varepsilon - \frac{\varepsilon}{r} \cdot r \cdot \frac{5}{4} = \varepsilon(1 - \frac{5}{4}) = -\frac{\varepsilon}{4}$.

$U = -3B$.

Знак «мінус» вказує на те, що джерело стуму ε , в цей момент часу буде виконувати роль споживача, який приєднаний до джерела (е.р.с. індукції), що має протилежні знаки полюсів.

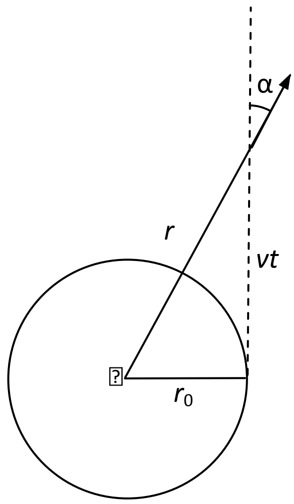
Задача №3

Джерелом сонячної енергії є перетворення водню на гелій. Можна вважати, що в надрах Сонця з чотирьох атомів водню утворюється один атом гелію і два нейтрино, які вилітають з майже світловою швидкістю. При цьому виділяється значна кількість енергії, 2% якої забирають нейтрино. Нейтрино – дуже легкі частинки з надзвичайно великою проникністю. Велетенські товщі речовини для них є практично прозорими. Оцініть кількість сонячних нейтрино, які зараз пронизують об'єм тіла учасника олімпіади масою 50 кг. Уявіть тепер, що такий же учень пролітає на космічному кораблі повз Землю в напрямку її руху зі швидкістю v=0,8c. Оцініть кількість сонячних нейтрино, які будуть пронизувати космічного мандрівника протягом *t*=5 год. польоту. Відповідь надайте як з точки зору земного спостерігача, так і пілота космічного корабля. Швидкість світла у вакуумі *c*=300 000 км/с, маси водню і гелію дорівнюють 1,0078 а.о.м. і 4,0026 а.о.м., де 1 а.о.м.=$1{,}6605 \cdot 10^{-27}$ кг. Відомо, що поблизу земної орбіти через перпендикулярний до сонячних променів квадратний метр поверхні щосекунди проходить 1370 Дж енергії сонячного випромінювання. Відстань від Землі до Сонця $r_0 = 1{,}5 \cdot 10^{11}$м.

Розв'язок. Визначимо енергію, що виділяється під час перетворення чотирьох атомів водню на атом гелію:

$$\Delta E = (4m_H - m_{He})c^2 \approx 4{,}274 \cdot 10^{-12} \text{ Дж}.$$

98% цієї енергії, тобто $\Delta E_{rad} = 0{,}98\Delta E \approx 4{,}189 \cdot 10^{-12}$ Дж, у вигляді сонячного випромінювання супроводжує кожні два нейтрино. Тоді щосекунди через перпендикулярний до сонячних променів квадратний метр поверхні на відстані $r_0 = 1{,}5 \cdot 10^{11}$ м проходить $\Delta N = 2 \cdot 1370 / 4{,}189 \cdot 10^{-12} \approx 6{,}541 \cdot 10^{14}$ нейтрино. За цей час вони заповнюють об'єм паралелепіпеду з площею основи $S = 1\,\text{м}^2$ і висотою $ut_1 \approx ct_1 = 3 \cdot 10^8$ м. Отже концентрація нейтрино поблизу земної орбіти дорівнює $n = \dfrac{\Delta N}{Sct_1} \approx 2{,}18 \cdot 10^6\,\text{м}^{-3}$, близько двох мільйонів на кубічний метр. Швидкістю Землі у порівнянні зі швидкістю світла нехтуємо. Оцінимо об'єм тіла людини, скориставшись тим, що густина тіла майже дорівнює густині води. За умовою маса тіла $m = 50$ кг. Тоді $V_0 = 0{,}05\,\text{м}^3 = 1/20\,\text{м}^3$, і знаходимо, що близько $N = nV_0 \approx 100\,000$ сонячних нейтрино одночасно пронизують людину масою 50 кг, яка знаходиться на Землі.

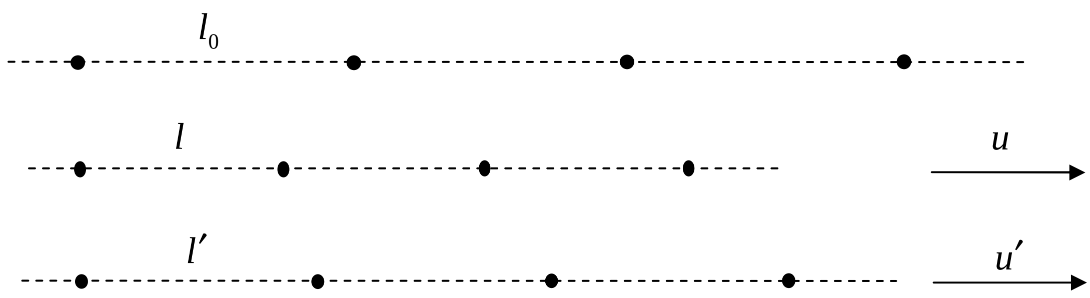


Оскільки легкі нейтрино рухаються майже зі світловою швидкістю, їх кінетична енергія значно перевищує потенціальну енергію гравітаційної взаємодії з Сонцем. Отже зменшенням швидкості частинок можна знехтувати і вважати рух нейтрино рівномірним. Тоді через $t = 5$ годин польоту космічний корабель віддалиться від Сонця на відстань $r = \sqrt{r_0^2 + v^2t^2}$ (припускаємо, що корабель летить із вимкнутими двигунами або, незважаючи на їх роботу протягом 5 годин, зміною швидкості корабля можна знехтувати, що реалістично, враховуючи його швидкість $v = 0{,}8c$). Концентрація нейтрино зменшуватиметься з відстанню тільки за рахунок розходження радіальних напрямків руху. У скільки разів збільшується площа сфери, яку перетинають нейтрино, у стільки ж разів зменшується їх концентрація: $n_r = \dfrac{r_0^2}{r^2} n = \dfrac{r_0^2 n}{r_0^2 + v^2t^2}$. На великих відстанях $n_r \approx \dfrac{r_0^2 n}{v^2t^2} = \dfrac{25}{16}\dfrac{r_0^2 n}{c^2t^2}$. Залишилося врахувати ефекти теорії відносності. З точки зору нерухомої системи відліку космічний корабель рухається зі швидкістю $v = 0{,}8c$ і скорочується в напрямку руху ($l = l_0\sqrt{1 - v^2/c^2}$), тобто, будь-який об'єм V_0 у космічному кораблі реєструється нерухомою системою як $V = V_0\sqrt{1-v^2/c^2} = 0{,}6V_0$ (поперечні до напрямку руху масштаби не мають релятивістського скорочення). Таким чином, згідно вимірювань нерухомої системи відліку, кількість нейтрино, що одночасно пронизують людину масою 50 кг у космічному кораблі через 5 годин руху, дорівнює

$$N_r = n_r V = \frac{25}{16}\frac{r_0^2}{c^2t^2} nV_0\sqrt{1-v^2/c^2} = \frac{15}{16} N\frac{r_0^2}{c^2t^2} \approx 79.$$

Зазначимо, що вимірювання об'єму тіла, яке рухається, відбувається за умови одночасного (з точки зору нерухомої системи) фіксування всіх його координат. У спеціальній теорії відносності внаслідок відносності одночасності таке вимірювання вже не виглядатиме одночасним з точки зору системи відліку тіла. Капітан космічного корабля отримає інше значення концентрації.

1-й спосіб розрахунку концентрації. Для наочності розглянемо «ланцюжок» нейтрино, які летять відносно нерухомої системи відліку з деякою швидкістю u. Припустимо, що відстані між частинками у їх власній системі відліку l_0. Тоді з точки зору нерухомої системи ці відстані дорівнюватимуть $l = l_0\sqrt{1-u^2/c^2}$, а з точки зору системи відліку космічного корабля $l' = l_0\sqrt{1-u'^2/c^2}$, де u' – швидкість, з якою нейтрино рухаються повз корабель (див. рис.).



Чим менша відстань між частинками, тим більше їх вміститься в деякий фіксований власний об'єм простору. За законом додавання швидкостей, швидкість, з якою нейтрино рухаються повз корабель, $u'_x = \dfrac{u_x - v}{1-\frac{u_x v}{c^2}}$. Отже відношення концентрацій на великій відстані від Сонця

$$\frac{n'}{n} = \frac{l}{l'} = \frac{\sqrt{1-u^2/c^2}}{\sqrt{1-u'^2/c^2}} = \frac{1-\frac{uv}{c^2}}{\sqrt{1-v^2/c^2}}.$$

Якщо врахувати, що за умовою швидкість нейтрино майже дорівнює швидкості світла $u \approx c$, одержимо остаточну формулу: $n'_r = n_r \sqrt{\dfrac{1 - v/c}{1 + v/c}}$. Кількість частинок у власному об'ємі V_0 (система відліку «космічний корабель») дорівнює

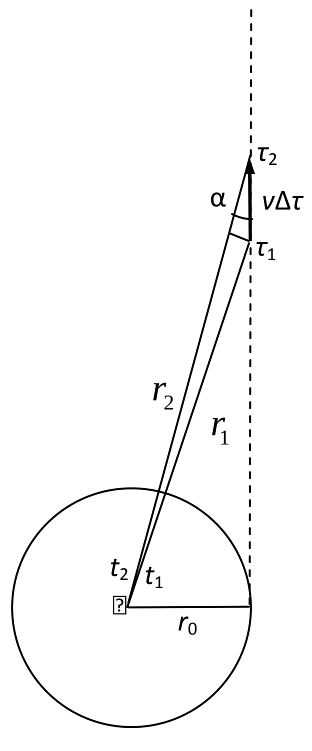
$$N'_r = n'_r V_0 = n_r V_0 \frac{1 - uv/c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = n_r V \frac{V_0}{V} \frac{1 - uv/c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = N_r \frac{1 - uv/c^2}{1 - v^2/c^2} \approx \frac{N_r}{1 + v/c} \approx 44.$$

2-й спосіб розрахунку концентрації. Можливий й інший підхід до розв'язку, у якому використовується не скорочення довжини, а сповільнення часу. Позначимо через Δt інтервал часу, через який нейтрино з моделі «ланцюжка» (див. рис.) перетинають деяку нерухому межу. Відстань між ними з погляду нерухомого спостерігача $l = u\Delta t$. Оскільки ця межа нерухома у системі земного спостерігача, інтервал часу між подіями реєстрації двох послідовних нейтрино у системі відліку «корабель» буде $\Delta t' = \Delta t \Big/ \sqrt{1 - \dfrac{v^2}{c^2}}$. З точки зору капітана космічного корабля земний спостерігач рухається у зворотному напрямку назустріч нейтрино зі швидкістю v, а нейтрино рухається в напрямку земного спостерігача зі швидкістю u'. Отже за час $\Delta t'$ вони разом проходять відстань l' між двома нейтрино:

$$l' = (v + u')\Delta t' = \left(v + \frac{u - v}{1 - \dfrac{uv}{c^2}} \right) \Delta t \Bigg/ \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = u\Delta t \frac{\sqrt{1 - v^2/c^2}}{1 - \dfrac{uv}{c^2}} = l \frac{\sqrt{1 - v^2/c^2}}{1 - \dfrac{uv}{c^2}}$$

.

Звідки
$$\frac{n'}{n} = \frac{l}{l'} = \frac{1 - \dfrac{uv}{c^2}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}.$$



Як бачимо, ми отримали такий самий результат. Якщо відразу прийняти, що $u \approx c$, можна також скористатися ефектом Допплера. Це спрощує також розрахунок концентрації нейтрино у системі відліку корабля у довільній точці його руху.

3-й спосіб розрахунку концентрації. Припустимо, що нейтрино, яке вилетіло з надр Сонця у момент часу t_1, досягло корабля у момент часу τ_1, а нейтрино, яке вилетіло через невеликий проміжок часу Δt у момент t_2, досягло корабля у момент часу τ_2 (див. рис.). Тоді

$\begin{cases} \tau_1 = t_1 + \dfrac{r_1}{c}, \\ \tau_2 = t_2 + \dfrac{r_2}{c}, \end{cases}$ а інтервал часу між отриманням нейтрино (і будь-який світлових сигналів взагалі)

$$\Delta\tau = \Delta t + \frac{r_2 - r_1}{c} = \Delta t + \frac{v\Delta\tau\cos\alpha}{c},$$

де було використано те, що відстань $v\Delta\tau$ значно менша за r. Ми отримали формулу $\Delta\tau\left(1 - \dfrac{v\cos\alpha}{c}\right) = \Delta t$, у якій міститься суть ефекту Допплера – зміна інтервалу часу за рахунок зміни відстані. Згадаємо тепер, що корабель рухається з великою швидкістю, отже слід враховувати ефекти спеціальної теорії відносності. Інтервалу часу $\Delta\tau$ у нерухомій системі відліку відповідатиме інтервал $\Delta t'$ у системі відліку «космічний корабель»: $\Delta\tau = \Delta t' \Big/ \sqrt{1 - \dfrac{v^2}{c^2}}$. Отже отримуємо

$$\Delta t'\left(1 - \frac{v\cos\alpha}{c}\right) \Big/ \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = \Delta t.$$

Якщо під інтервалами часу розуміти період (середній період) між отриманням нейтрино на кораблі та їх вильотом з надр Сонця, отримуємо зв'язок частот, який має назву релятивістського ефекту Допплера:

$$\nu' = \nu\left(1 - \frac{v\cos\alpha}{c}\right) \Big/ \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}},$$

де ν – частота отримання нейтрино нерухомим спостерігачем на деякій відстані r від центру Сонця (взагалі це і частота електромагнітних коливань), ν' – частота отримання нейтрино космічним мандрівником, який пролітає повз ту ж точку простору. Оскільки нейтрино рухаються майже зі швидкістю світла, значення якої однакове у будь-якій системі відліку, відношення частот дорівнює відношенню концентрацій. Отже

$$n'_r = n_r\left(1 - \frac{v\cos\alpha}{c}\right) \Big/ \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}.$$

Якщо тіло знаходиться далеко, $\cos\alpha \approx 1$ і $n_r' = n_r \sqrt{\dfrac{1-v/c}{1+v/c}}$.

Таким чином, якщо умову задачі інтерпретувати, як необхідність визначити кількість нейтрино, що одночасно перебувають всередині людини у будь-якій точці її руху (з точки зору нерухомого спостерігача і спостерігача у космічному кораблі), тоді отримуємо:

$$N_r = n_r V = n_r V_0 \sqrt{1-v^2/c^2} = \frac{r_0^2 n}{r_0^2 + v^2 t^2} V_0 \sqrt{1-v^2/c^2} = 0{,}6N \frac{r_0^2}{r_0^2 + v^2 t^2} = \frac{0{,}6N}{1+v^2t^2/r_0^2}.$$

На початку руху ($t = 0$, корабель поблизу Землі) $N_r \approx 60000$, наприкінці п'ятої години руху $N_r \approx 80$. У власній системі відліку космічного мандрівника кількість нейтрино, які одночасно перебувають всередині його тіла,

$$N_r' = n_r' V_0 = n_r V_0 \left(1 - \frac{v\cos\alpha}{c}\right) \Big/ \sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} = \frac{5}{3} N \frac{1-0{,}8\cos\alpha}{1+v^2t^2/r_0^2},$$

де $\cos\alpha = \dfrac{vt}{\sqrt{r_0^2 + v^2t^2}}$. На початку руху $N' = \dfrac{5}{3}N \approx 180000$, наприкінці п'ятої години руху $N_r' \approx 44$.

Зазначимо, що можлива й інша інтерпретація 5 годин польоту, як часу за годинником пілота космічного корабля. У цьому випадку з урахуванням ефекту сповільнення часу з точки зору земного спостерігача пройде $t = 5\,\text{год} \Big/ \sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}} = \dfrac{5}{3}\cdot 5\,\text{год} = 8\,\text{год}\ 20\,\text{хв}$. За більший час корабель відлетить далі від Сонця. Розв'язок задачі залишиться без змін, і тільки при підстановці чисел необхідно буде поставити інший час руху. При цьому у кінцевій точці кількість нейтрино в об'ємі людини буде складати 36% від попереднього значення, тобто $N_r' \approx 16$. У цьому випадку про кількість нейтрино вже слід говорити у статистичному сенсі.

Розглянемо тепер іншу інтерпретацію умови задачі, згідно якої ми повинні знайти кількість нейтрино, що за 5 годин руху влітають у людину (перетинають її поверхню). Відповідь на таке питання залежить від форми тіла та його розташування. Дійсно, якщо об'єм організувати у вигляді тонкої поверхні і розташувати її перпендикулярно до руху нейтрино, кількість частинок, які увійдуть в нього (але дуже швидко його й покинуть) буде великою. Якщо ж цю поверхню розташувати паралельно напрямку руху нейтрино, їх кількість, яка увійде в об’єм, буде відносно малою. Автор задачі приєднується до думки одного з учасників олімпіади, згідно якої для моделювання природно використати форму кулі[1], враховуючи можливий рух реального мандрівника під час польоту і зміну напрямку перетинання «променями» нейтрино його тіла. Тоді у власній системі відліку, не зважаючи на напрям руху частинок, площа перерізу завжди буде дорівнювати $S = \pi R^2 = \pi\left(\frac{3V_0}{4\pi}\right)^{\frac{2}{3}} \approx 0{,}164$ м^2. Отже, кількість частинок, які перетинатимуть площу поверхні тіла за одиницю часу у власній системі відліку $\mu' = \frac{dN_r'}{dt'} = n_r' S u' \approx n_r' S c = cSn_r\left(1 - \frac{v\cos\alpha}{c}\right)\Big/\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$. Загальна кількість частинок знаходиться інтегруванням за весь час руху

$$N' = \int_0^{t'} \mu' dt' = \int_0^{t\sqrt{1-v^2/c^2}} cSn_r\left(1 - \frac{v\cos\alpha}{c}\right)\Big/\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}\, dt' =$$
$$= \int_0^{t} cSn_r\left(1 - \frac{v\cos\alpha}{c}\right)dt = cS\int_0^{t} \frac{r_0^2 n}{r_0^2 + v^2t^2}\left(1 - \frac{v\cos\alpha}{c}\right)dt$$

Зручніше інтегрування провести по куту α: $\cos\alpha = \frac{vt}{\sqrt{r_0^2 + v^2t^2}}$, $\sin\alpha = \frac{r_0}{\sqrt{r_0^2 + v^2t^2}}$, $\mathrm{ctg}\alpha = \frac{vt}{r_0}$.

Кут змінюється від $\frac{\pi}{2}$ до $\alpha = \arccos\frac{vt}{\sqrt{r_0^2 + v^2t^2}} \approx 0$, де $t = 5$ год. Отже

$$N' = cS\int_0^{t} \frac{r_0^2 n}{r_0^2 + v^2t^2}\left(1 - \frac{v\cos\alpha}{c}\right)dt \approx \frac{cSnr_0}{v}\int_0^{\pi/2}\left(1 - \frac{v\cos\alpha}{c}\right)d\alpha =$$
$$= \frac{cSnr_0}{v}\left(\frac{\pi}{2} - \frac{v}{c}\right) = \left(\frac{5}{8}\pi - 1\right)Snr_0 \approx 5{,}2\cdot 10^{16}$$

Зазначимо, що відповідь залишиться практично без змін, якщо корабель віддалиться у нескінченність. Це пов’язано із швидким зменшенням концентрації нейтрино з відстанню. Також відмітимо, що розв’язання цієї задачі в межах класичної фізики пов’язано з більшими математичними труднощами, оскільки за

---

[1] Цитата з роботи: «Будем считать школьника однородным шаром с плотностью равной плотности воды. Это особенно близко к реальности, учитывая проблему с осанкой во время написания теоретического тура.»

класичним законом додавання швидкостей відносна швидкість нейтрино буде змінювати з часом внаслідок зміни кута α.

Додаток 1

Під час знаходження відношення концентрацій **1-м способом** ми отримали $\frac{n'}{n}=\frac{l}{l'}=\frac{\sqrt{1-u^2/c^2}}{\sqrt{1-u'^2/c^2}}=\frac{1-\frac{uv}{c^2}}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$ і фактично відтворили закон перетворення квадрату швидкості при переході від однієї системи відліку до іншою (що можна знайти і безпосередньо через складові швидкості):

$$\frac{\sqrt{1-u^2/c^2}}{\sqrt{1-u'^2/c^2}}=\frac{1-\frac{u_x v}{c^2}}{\sqrt{1-v^2/c^2}}.$$

З урахуванням останнього виразу формула для концентрації потоку частинок у власній системі відліку спостерігача (навіть якщо вони рухаються зі швидкістю не обов’язково близької до світлової) має вигляд

$$\frac{n'}{n}=\frac{1-uv\cos\alpha/c^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}}.$$

Якщо швидкість близька до світлової, отримуємо результат, який співпадає з допплерівським:

$$\frac{n'}{n}=\frac{1-v\cos\alpha/c}{\sqrt{1-v^2/c^2}}.$$

Додаток 2

При розв’язанні задачі, звісно, не вимагалося знайти всі способи розв’язку або врахувати всі можливі інтерпретації. Ідея наведеного розширеного пояснення до задачі має просвітницьку мету і демонструє існування різних підходів, які, знаходячись у рамках шкільної програми, пояснюють як використовувати ефекти сповільнення часу і скорочення довжини для розв’язання задач зі спеціальної теорії відносності.

Зазначимо, що такі підходи, як правило, не використовують у реальних розрахунках, а виходять з чотирьохвимірного формулювання теорії відносності. Але для кращого розуміння змісту релятивістських співвідношень, вони досить корисні. Також слід застерегти від формального використання ефектів сповільнення часу і скорочення довжини. Наприклад, час обгону нерухомого поїзду поїздом, який рухається з релятивістською швидкістю, але має таку ж кількість таких самих вагонів буде однаковим за результатами вимірювань обох систем відліку, а на ідеальному миттєвому фото кулі, яка пролітає повз нас з релятивістською швидкістю, ми побачимо не еліпс, а таку ж кулю, але дещо повернуту. Все це також теорія відносності.

Данная задача могла быть предложена не только 11-м, но и 10-м классам. По новой программе теорию относительности десятиклассники уже выучили (середина 3-й четверти, сейчас учат МКТ и ТД) и возвращаться к ней в 11-м не будут. Представления о ядерных превращениях имеют уже с 9-го класса, что же касается уменьшения концентрации частиц с увеличением расстояния – это общая эрудиция, которую в данном направлении у них формально развивали еще в 7-м при изучении силы света, светового потока в рамках фотометрии

10-й клас. Профільний рівень

РОЗДІЛ 5. РЕЛЯТИВІСТСЬКА МЕХАНІКА (8 год) Принцип відносності А.Ейнштейна. Основні положення спеціальної теорії відносності (СТВ). *Перетворення Лоренца*. Швидкість світла у вакуумі. Відносність одночасності подій. Відносність довжини й часу. *Просторово-часові властивості фізичного світу*. Релятивістський закон додавання швидкостей. Взаємозв'язок маси та енергії. *Основні наслідки СТВ та їх експериментальні підтвердження.*	Учні: – знають основні положення спеціальної теорії відносності, релятивістський закон додавання швидкостей, взаємозв'язок маси та енергії, мають уявлення про загальну теорію відносності; – розуміють сутність принципу відносності А.Ейнштейна, перетворень Лоренца~~;~~ – здатні пояснити відносність довжини й часу, відносність одночасності подій у рухомій і нерухомій системі відліку, просторово-часові властивості фізичного світу; – здатні розв'язувати фізичні задачі на релятивістський закон додавання швидкостей, формулу взаємозв'язку маси та енергії.
УЗАГАЛЬНЮЮЧІ ЗАНЯТТЯ (2 год) Сучасні уявлення про простір і час. Взаємозв'язок класичної і релятивістської механіки. *Механіка в системі природничих наук*. Зв'язок механіки з іншими фізичними теоріями, науками, технікою. *Сучасні проблеми механіки*. Роль механіки в соціально-	За результатами проведення узагальнюючих занять в учнів формуються сучасні уявлення про простір і час, зв'язок класичної та релятивістської фізики. Вони усвідомлюють роль фізичного знання, зокрема з механіки, у суспільному розвитку, науково-технічному прогресі, знають про сучасні проблеми механіки, поглиблюють свої знання про досягнення українських учених у розвитку фізичної

економічному розвитку суспільства. Внесок українських учених у розвиток механіки.	науки й техніки.

9-й клас. Поглиблене вивчення (18 год) *у рівні стандарту 12 год., ті ж теми*

Розділ 4. Атомне ядро. Ядерна енергетика Атом і атомне ядро. <u>Ядерна модель атома.</u> <u>Радіоактивність. Види радіоактивного випромінювання. Види ядерних реакцій.</u> Активність радіонуклідів. Іонізуюча дія радіоактивного випромінювання. Дозиметри. Природний радіоактивний фон. Вплив радіоактивного випромінювання на живі організми. Ядерна енергетика. Розвиток ядерної енергетики в Україні. Екологічні проблеми ядерної енергетики. Лабораторна робота № 11. Вивчення будови дозиметра і проведення дозиметричних вимірювань на місцевості. Демонстрації 1. Принцип дії лічильника іонізуючих частинок. 2. Дозиметри. 3. Відеофрагменти щодо впливу радіоактивного випромінювання	Учень (учениця): — називає: складові атомного ядра, види радіоактивного випромінювання, основні характеристики α-, β- та γ-випромінювання; рівні радіоактивного фону, безпечні для життєдіяльності людського організму; — наводить приклади: радіоактивних перетворень атомних ядер, видів ядерних реакцій; — формулює: означення ізотопу, радіоактивності, активності радіонуклідів; — записує формулу: дози випромінювання, потужності радіоактивного випромінювання; — описує ядерну модель атома, протонно-нейтронну будову ядра атома; — класифікує види радіоактивного випромінювання, принцип дії дозиметра; — характеризує природний радіоактивний фон, його вплив на живі організми; — оцінює активність радіонуклідів за табличними даними; — пояснює іонізуючу дію радіоактивного випромінювання; — проводить дозиметричні вимірювання радіоактивного фону;

на живі організми. 4. Відеофрагменти щодо розвитку ядерної енергетики.	— користується дозиметром; — розв’язує задачі, застосовуючи формули активності радіонукліда, поглинутої дози випромінювання, потужності радіоактивного випромінювання, зміну зарядового та масового чисел атома внаслідок радіоактивних перетворень, на дописування рівняння ядерної реакції

З програми для 7-го класу:

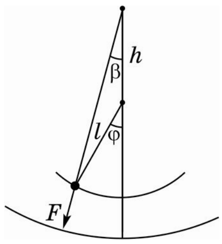
Розділ 3. СВІТЛОВІ ЯВИЩА …. <u>Фотометрія. Сила світла і освітленість.</u> …	Учень: може *розв’язувати задачі*, застосовуючи формули лінзи, сили світла, освітленості; *будувати* хід променів у плоскому дзеркалі; зображення, утворені за допомогою лінз.

11 клас, задача 4

З умови випливає, що $\omega^2 R = g,$ тобто кутова швидкість обертання станції $\omega = \sqrt{\dfrac{g}{R}}.$

Коливання відбуватимуться навколо положення стійкої рівноваги. Очевидно, таке положення відповідає радіальному напряму нитки маятника. У цьому положенні сила натягу нитки врівноважує відцентрову силу інерції (ми розглядаємо рух у неінерціальній системі відліку, яка обертається разом із циліндром). Можна показати, що рівновага буде стійкою тільки коли точка підвісу та вантаж маятника перебувають по один бік від осі обертання (у всіх інших випадках існують такі малі відхилення від положення рівноваги, що спричинятимуть виникнення рівнодійної сил, яка збільшуватиме це відхилення). Тому коливання можливі тільки за умови $l < R.$

1. Розгляньмо спочатку коливання в площині, перпендикулярній до осі обертання. Позначимо відстань від осі обертання до точки підвісу $h,$ тоді в рівновазі вантаж перебуває на відстані $l + h$ від осі ($l + h < R$). Оскільки коливання малі, змінами цієї відстані під час коливань можна знехтувати. Отже, модуль відцентрової сили інерції $F = m\omega^2(l + h)$ лишається незмінним, проте слід урахувати зміну напряму цієї сили. Якщо кут відхилення маятника від рівноваги $\varphi,$ то $\beta = \dfrac{l\varphi}{l + h},$ а кут між напрямами нитки та відцентрової сили інерції дорівнює $\varphi - \beta = \dfrac{h\varphi}{l + h}$ (див. рисунок). Тоді рівняння коливань $mx'' = -F \sin \dfrac{h\varphi}{l + h},$ або для малих коливань $x'' = -\omega^2 (l+h)\frac{h\varphi}{l+h} = -\frac{\omega^2 h}{l}x = -\frac{gh}{lR}x$. Ми отримали рівняння гармонічних коливань з періодом $T = 2\pi\sqrt{\frac{lR}{gh}}$. Зазначимо: а) цей період більший за період коливань такого самого маятника на поверхні Землі; б) коли точка підвісу наближається до осі обертання ($h \to 0$), період прямує до нескінченності (рівновага наближається до байдужої); в) у нашій системі відліку під час коливань виникає ще одна сила інерції (сила Коріоліса), проте вона напрямлена вздовж нитки, тому не впливає на характер коливань.



2. Розгляньмо тепер коливання у площині, яка проходить через вісь обертання. Відцентрову силу інерції в цьому випадку можна вважати незмінною як за модулем (оскільки під час малих коливань відстань вантажу від осі практично не змінюється), так і за напрямом. Тому можна скористатися відомою формулою періоду коливань математичного маятника: $T = 2\pi\sqrt{\frac{lm}{F}} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{\omega^2 (l+h)}} = 2\pi\sqrt{\frac{lR}{g(l+h)}}$. Зазначимо: а) цей період теж більший за період коливань такого самого маятника на поверхні Землі, але менший від періоду, отриманого в пункті 1; б) для малих коливань складова швидкості вантажу, перпендикулярна до осі, набагато менша від модуля швидкості, тому можна знехтувати й силою Коріоліса.

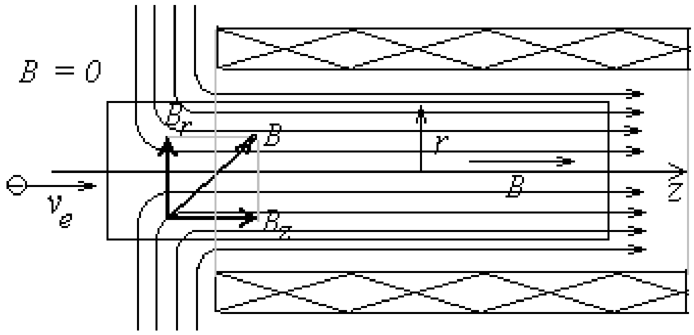
Якщо припустити можливість «примусового» обмеження руху вантажу тільки площиною, яка проходить через вісь обертання, то можливий випадок стійкої рівноваги, за якої точка підвісу та вантаж перебувають по різні боки від осі. Тоді отримуємо період малих коливань $T = 2\pi\sqrt{\frac{lR}{g(l-h)}}$.

3. Якщо рух відбувається поза розглянутими площинами, то через відмінність отриманих значень періоду коливання не будуть плоскими. Це не відповідає умові задачі, тому цей випадок ми не розглядатимемо.

Задача № 5

З області, де магнітне поле відсутнє, циліндричний електронній пучок через круглий отвір у магнітному екрані потрапляє в область, де магнітне поле складає $B=3\cdot10^{-2}$ Тл і паралельне осі пучка.

Визначте характер руху пучка електронів в області, де є магнітне поле. Оцініть кількісні характеристики цього руху.



Розв’язання. Вважатимемо магнітне поле аксіально-симетричним. Тоді в околі отвору, де електрони входять в область однорідного магнітного поля, останнє, як видно з рисунку, повинно мати радіальну компоненту B_r. На електрони, що пролітають через цю область, діє сила, яка має азимутальну компоненту. Тому при проходженні через отвір у діафрагмі електрон зазнає дії сили в азимутальному напрямку і набуває обертального руху з деякою кутовою швидкістю ω. Таким чином, рух електрона в області, де є магнітне поле, складається з поступального руху вздовж осі z з початковою швидкістю і набутого обертального руху, так що результуюча траєкторія має вигляд гвинтової лінії. Позначимо довжину перехідної області через l.

Для опису обертання електрона можна скористатися другим законом Ньютона у формі

$$K = \frac{\Delta G}{\Delta t}, \tag{1}$$

де $K = ev_0 B_r(r)$ – момент сили, $\Delta G = mr^2\omega$ – момент кількості руху (щодо осі z), якого електрон набуває, потрапляючи в однорідне магнітне поле, $\Delta t = l/v_0$ – час прольоту через перехідну область, v_0 – початкова швидкість пучка, r віддаль від траєкторії окремого електрона до осі системи, e та m – заряд і маса електрона. Під $B_r(r)$ тут розуміємо значення даної компоненти у перехідній області на віддалі r від осі системи. Підставивши ці величини до (1), можна знайти вираз для ω:

$$\omega = \frac{eB_r(r)l}{mr}. \tag{2}$$

Для оцінки величини $B_r(r)$ скористаємося умовою неперервності магнітних силових ліній. Розглянемо циліндр довжиною l, вісь якого збігається з віссю z, одна з основ лежить в області, де магнітного поля немає, а друга – в області, де воно однорідне й паралельне осі z. Тоді всі силові лінії, що входять в циліндр через одну з його основ, повинні виходити через бічну поверхню. Як відомо, індукція магнітного поля обернено пропорційна густині (на одиницю площі нормальної поверхні) силових ліній. Тоді умова рівності кількості ліній, що входять у циліндр через його основу і виходять через бічну поверхню, набуває вигляду:

$$\pi r^2 B = 2\pi r l B_r(r), \qquad (3)$$

звідки

$$B_r(r)l = \frac{1}{2}Br. \qquad (4)$$

Підставляючи (4) до (2), остаточно отримуємо:

$\omega = \frac{e}{2m}B = \frac{1,6\cdot 10^{-19}\cdot 3\cdot 10^{-2}}{2\cdot 9\cdot 10^{-31}} = 2,67\cdot 10^{9}$ рад/с, або $f = \frac{\omega}{2\pi} = 4,25\cdot 10^{8}$Гц=425МГц.

Оскільки ω не залежить від r, то весь пучок як ціле буде обертатися навкруги осі z із цією кутовою швидкістю.