

Решения задач для 8-го класса, 2014 г.

1) Космонавты, находясь в открытом космосе, могут вызывать искусственные солнечные затмения, размещая круглый шаблон против солнечных лучей. Определите, на каком расстоянии от глаза следует разместить диск диаметром 10 мм, чтобы полностью закрыть им диск Солнца? Расстояние от Земли до Солнца составляет 150 млн. км, а радиус Солнца -- 700 тыс. км.

Решение. В силу небольшого углового размера Солнца при наблюдении с Земли можно считать, что луч OA' (рис.1) равен расстоянию до Солнца (точкой O обозначен глаз наблюдателя). Расстояние AO от шаблона AB до глаза найдём из подобия треугольников:

$$AO = A'O \cdot AB/A'B' = 1,5 \cdot 10^{11} \text{ м} \cdot 0,01 / (2 \cdot 7 \cdot 10^8) = 1,1 \text{ м}$$

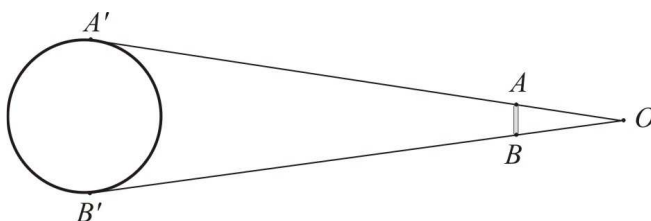


Рис.1

2) Грузик, подвешенный на пружинке с коэффициентом жёсткости 10 Н/м, совершает колебания вверх-вниз, 1 колебание за 2 секунды. Определите вес грузика в те моменты, когда он проходит положение равновесия. Частота пружинного маятника связана с коэффициентом жёсткости пружины k и массой груза m по формуле $\nu^2 = k / (m \cdot 4\pi^2)$.

Решение. Вес тела – это сила, с которой грузик действует на опору или подвес, в данном случае – на пружинку. Она зависит от положения грузика. В тот момент, когда грузик проходит через положение равновесия, сумма сил, действующих на него, равна нулю:

$$N + mg = 0 \quad (1)$$

Вес тела

$$P = -N \quad (2)$$

значит

$$P = mg \quad (3)$$

Массу найдём из формулы, данной в условии.

$$P = g k / (4\pi^2 \nu^2) \approx [g] k / (4 \nu^2) \approx 10 / (4 \cdot (1/2)^2) = 10 \text{ Н.}$$

3) Старуха Шапокляк сконструировала ручной тормоз для дрезины (см. рис.2). Коэффициент трения скольжения между колодкой (1) и колесом (2) равен 0,5, а между колесом и рельсом 0,05. В каком интервале должно заключаться значение силы F , с которой следует давить на тормоз, чтобы при торможении колесо не скользило по рельсу, а катилось? Тормозом снабжено только одно колесо, однако следует учесть, что пара колёс жёстко закреплена на одной оси, и составляет единое целое. Масса дрезины со старухой Шапокляк равна 1000 кг, вес распределяется равномерно на все колёса.

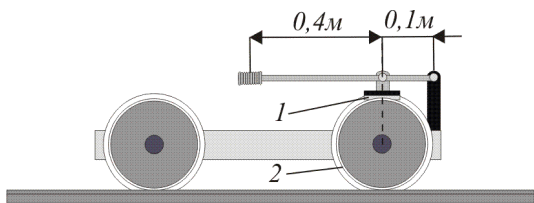


рис.2

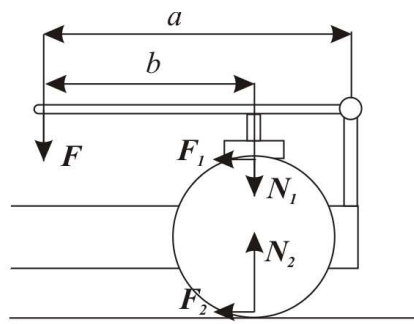


рис.3

Решение (рис.3).

Найдём условие того, что колесо скользит по рельсу, а значит, не вращается. Если колесо не вращается, то моменты сил, действующих на него, уравновешены:

$$F_1 R = F_2' R \quad (1)$$

При этом F_1 – сила трения покоя со стороны колодки, F_2' – сила трения скольжения со стороны рельсов. Поскольку на оси сидят два колеса, скользящих по рельсам, то она равна удвоенной силе трения скольжения одного колеса:

$$F_2' = 2 \cdot \mu_2 N_2, \quad (2)$$

где N_2 – это сила, с которой рельс давит на колесо, μ_2 – коэффициент трения скольжения колеса по рельсу. Вес Mg распределён равномерно между четырьмя колёсами, значит

$$N_2 = Mg / 4. \quad (3)$$

Будем уменьшать силу N_1 , с которой колодка действует на колесо. По достижении ею некоторого значения N_{10} , колесо начнёт скользить по колодке и перестанет скользить по рельсу. В этот момент колодка действует на колесо с силой трения скольжения

$$F_1' = \mu_1 N_{10}, \quad (4)$$

и численно не очень отличается от значения действовавшей чуть ранее силы трения покоя. Примем, что они равны:

$$F_1' = F_1 \quad (5)$$

Тогда (1) с учётом (2) и (3) можно переписать как

$$F_1' = F_2' = 2 \cdot \mu_2 N_2 = \mu_2 Mg / 2. \quad (6)$$

Из (4) находим

$$N_{10} = (Mg/2) \cdot (\mu_2/\mu_1) \quad (7)$$

Сила F , приложенная к рукоятке тормоза, связана с N_1 правилом рычага,

$$N_1 = F \cdot a/b, \quad (8)$$

а значит, чтобы вызвать равную N_{10} силу давления колодки на колесо, надо приложить к рукоятке силу

$$F_0 = N_{10} \cdot b/a = (Mg/2) \cdot (\mu_2/\mu_1) \cdot (b/a), \quad (9)$$

Если $N_1 < N_{10}$, то колесо скользит по колодке и катится по рельсу. При этом $F < F_0$, что является искомым интервалом изменения F .

4) На гладком горизонтальном дне бассейна глубиной 1 м лежит бетонный предмет массы 10^3 кг, в форме половинки цилиндра (см. рис.4). Какую минимальную силу надо приложить к т.А по вертикали, чтобы оторвать предмет от дна? Пока предмет не отрывается от дна, вода под него не подтекает. Плотность бетона равна $2,5 \cdot 10^3$ кг/м³.

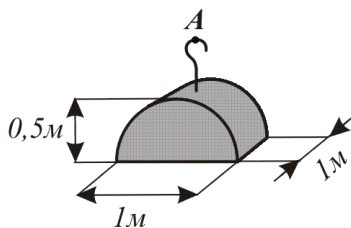


рис.4

Решение. На предмет действует сила давления воды F_1 , сила тяжести mg , реакция опоры (дна) N , и сила F , с которой его вытаскивают. В момент отрыва

$$N=0, \quad (1)$$

а остальные силы друг друга уравнивают, поскольку в задаче спрашивается о минимальном значении F :

$$F_1 + mg + F = 0 \quad (2)$$

Сила F_1 вызвана давлением воды на всю поверхность предмета, за исключением прямоугольного основания, которое не контактирует с водой. Если предмет окружён водой со всех сторон, то сила давления воды является силой Архимеда F_A и равна

$$F_A = F_1 + F_2 \quad (3)$$

где сила давления на основание предмета

$$F_2 = pS, \quad (4)$$

а давление воды вычисляется на глубине, на которой находится основание:

$$p = \rho_B g H + p_0, \quad (5)$$

где p_0 – давление на поверхности воды (атмосферное). Из (2) и (3) получаем равенство для модулей сил:

$$F = F_1 + mg = F_2 - F_A + mg \quad (6)$$

Объём предмета связан с его массой и плотностью бетона посредством

$$V = m / \rho_B \quad (7)$$

поэтому сила Архимеда равна

$$F_A = \rho_B g V = mg \rho_B / \rho_B \quad (8)$$

Учтя (4),(5) получим из (6)

$$\begin{aligned} F &= (p_0 + \rho_B g H)S - mg \rho_B / \rho_B + mg = p_0 S + g (\rho_B HS + m (1 - \rho_B / \rho_B)) = \\ &= 10^5 + 9,8 \cdot (10^3 + 10^3(1-1/2,5)) = 1,16 \cdot 10^5 \text{ Н} \end{aligned} \quad (9)$$

5) Ракета летит по направлению к неподвижному отражателю, посылая к нему один раз в секунду короткие импульсы лазерного излучения и принимая отражённые импульсы. При этом время, прошедшее между излучением импульса и его приёмом после отражения, уменьшается с каждым новым излучённым импульсом на 3 мкс. Найдите скорость ракеты. Скорость света равна $3 \cdot 10^8$ м/с.

Решение. Пусть в момент излучения первого импульса расстояние от ракеты до отражателя равно L , время, через которое импульс вернулся, τ , а скорость ракеты -- v . Тогда за время τ ракета пройдёт расстояние

$$l = v \tau, \quad (1)$$

а свет пройдёт расстояние

$$c \tau = 2L - l = 2L - v \tau, \quad (2)$$

значит,

$$\tau = 2L / (c+v) \quad (3)$$

Когда через время t после первого будет излучён второй импульс, то расстояние до отражателя будет равно

$$L' = L - vt,$$

и время между излучением и приёмом импульса составит

$$\tau' = 2L' / (c+v) = 2(L - vt) / (c+v) \quad (4)$$

Таким образом, время между излучением и приёмом импульса уменьшится на

$$\Delta\tau = \tau - \tau' = 2vt / (c+v) \quad (5)$$

Отсюда скорость ракеты

$$\begin{aligned} v &= c / (2t/\Delta\tau - 1) \approx c / (2t/\Delta\tau) = c \Delta\tau / (2t) = \\ &= 3 \cdot 10^8 \cdot 3 \cdot 10^{-6} / 2 = 450 \text{ м/с} \end{aligned} \quad (6)$$