

Задачи 9 класс

1. Две пружины жесткостью $k_1 = 0,3$ кН/м и $k_2 = 0,8$ кН/м соединены последовательно. Определить абсолютную деформацию x_1 первой пружины, если вторая деформирована на $x_2 = 1,5$ см.

Дві пружини жорсткістю $k_1 = 0,3$ кН/м і $k_2 = 0,8$ кН/м з'єднані послідовно. Визначити абсолютну деформацію x_1 першої пружини, якщо друга деформована на $x_2 = 1,5$ см.

Решение:

Пружины соединены последовательно, поэтому растягивающая их сила одна и та же, $F_1 = F_2$. Согласно закону Гука $F = k \cdot x$, где k – жесткость пружины, x – ее деформация. Тогда из равенства сил, действующих на обе пружины, имеем

$$k_1 \cdot x_1 = k_2 \cdot x_2,$$

откуда найдем деформацию первой пружины:

$$x_1 = x_2 \cdot \frac{k_2}{k_1} = 1,5 \cdot \frac{0,8 \cdot 10^3}{0,3 \cdot 10^3} = 4 \text{ см.}$$

2. Два тела плотностью $\rho_1 = 2700 \text{ кг/м}^3$ и $\rho_2 = 19300 \text{ кг/м}^3$ имеют один и тот же вес. Их подвешивают к концам рычага и погружают в жидкость плотностью $\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$. Каково должно быть отношение плеч рычага, чтобы было равновесие?

Два тіла щільністю $\rho_1 = 2700 \text{ кг/м}^3$ і $\rho_2 = 19300 \text{ кг/м}^3$ мають один і той же вагу. Їх підвішують до кінців важеля і занурюють в рідину густиною $\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$. Яке має бути співвідношення плечей важеля, щоб була рівновага?

Решение:

Обозначим через V_1 и V_2 объемы тел, через P – их вес (в воздухе при пренебрежении силой Архимеда), l_1 и l_2 – плечи рычага.

В жидкости вес тел соответственно равен:

$$P_1 = P - \rho \cdot g \cdot V_1 \quad \text{и} \quad P_2 = P - \rho \cdot g \cdot V_2.$$

При равновесии

$$(P - \rho \cdot g \cdot V_1) \cdot l_1 = (P - \rho \cdot g \cdot V_2) \cdot l_2,$$

откуда для отношения плеч рычага имеем

$$\frac{l_1}{l_2} = \frac{P - \rho \cdot g \cdot V_2}{P - \rho \cdot g \cdot V_1}.$$

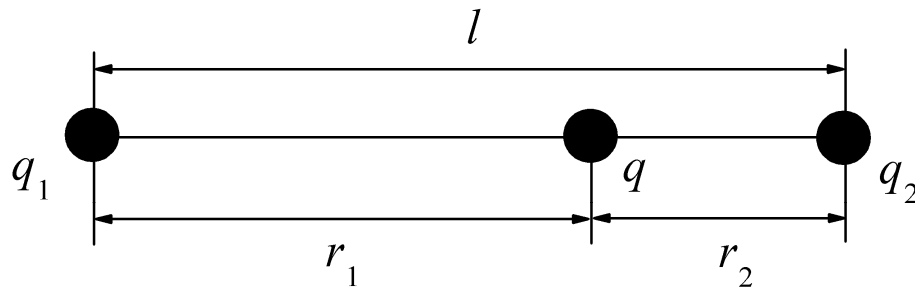
Но $V_1 = \frac{P}{\rho_1 \cdot g}$ и $V_2 = \frac{P}{\rho_2 \cdot g}$, поэтому

$$\frac{l_1}{l_2} = \frac{P - \frac{\rho \cdot g \cdot P}{\rho_2}}{P - \frac{\rho \cdot g \cdot P}{\rho_1}} = \frac{P \cdot \left(1 - \frac{\rho}{\rho_2}\right)}{P \cdot \left(1 - \frac{\rho}{\rho_1}\right)} = \frac{\rho_1 \cdot (\rho_2 - \rho)}{\rho_2 \cdot (\rho_1 - \rho)} = \frac{2700 \cdot (19300 - 1000)}{19300(2700 - 1000)} = 1,506 \approx 1,5.$$

3. Имеются два положительных заряда $q_1 = 40$ нКл и $q_2 = 10$ нКл, которые закреплены на расстоянии друг от друга $l = 30$ см. Как нужно расположить третий заряд q , чтобы он находился в устойчивом равновесии?

Є два позитивних заряди $q_1 = 40$ нКл та $q_2 = 10$ нКл, які закріплені на відстані один від одного $l = 30$ см. Як потрібно розташувати третій заряд q , щоб він знаходився в стійкий рівновазі?

Решение:



Для того, чтобы заряд q был в равновесии, сила F_1 , действующая на него со стороны заряда q_1 , должна быть равна силе F_2 , действующей на него со стороны заряда q_2 . По закону Кулона

$$\frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \cdot \frac{q_1 q}{r_1^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \cdot \frac{q_2 q}{r_2^2}.$$

Так как $r_1 = l - r_2$, то

$$\frac{q_1}{(l - r_2)^2} = \frac{q_2}{r_2^2},$$

откуда получим

$$\begin{aligned} r_2^2 \cdot (q_1 - q_2) + 2 \cdot q_2 \cdot l \cdot r_2 - q_2 \cdot l^2 &= 0, \\ D &= 4 \cdot q_1 \cdot q_2 \cdot l^2, \\ r_2 &= l \cdot \frac{-q_2 + \sqrt{q_1 \cdot q_2}}{q_1 - q_2} = l \cdot \frac{\sqrt{\frac{q_1}{q_2}} - 1}{\frac{q_1}{q_2} - 1} = \frac{l}{\sqrt{\frac{q_1}{q_2}} + 1} = \frac{0,3}{\sqrt{\frac{40}{10}} + 1} = 0,1 = 10 \text{ см.} \end{aligned}$$

Для устойчивого равновесия заряд q должен быть положительным. Если он сместится из положения равновесия ближе к заряду q_2 , то сила отталкивания со стороны этого заряда возрастет, а со стороны заряда q_1 уменьшится, и заряд q возвратится в положение равновесия. Если заряд q отрицательный, то равновесие будет неустойчивым.

Устойчивого равновесия не будет (теорема Ирншоу). Для устойчивого равновесия необходимо ограничить движение заряда в центре.

4. В сосуд положили кусок льда, имеющий температуру 0°C , и поставили на электроплитку. Известно, что образовавшаяся при таянии льда вода в сосуде нагрелась от 10°C до 100°C за 10 мин. Через какое время вода полностью испарится? Удельная теплоемкость воды $c = 4,2 \text{ кДж}/(\text{кг}\cdot\text{K})$. Удельная теплота плавления льда $\lambda = 330 \text{ кДж}/\text{кг}$, удельная теплота парообразования воды $L = 2300 \text{ кДж}/\text{кг}$.

У посудину поклали шматок льоду, що має температуру 0°C , і поставили на електроплитку. Відомо, що вода, яка утворилася при таненні льоду, в посудині нагрілася від 10°C до 100°C за 10 хвилин. Через який час вода повністю випарується? Питома теплоємність води $c = 4,2 \text{ кДж}/(\text{кг}\cdot\text{K})$. Питома теплота плавлення льоду $\lambda = 330 \text{ кДж}/\text{кг}$, питома теплота пароутворення води $L = 2300 \text{ кДж}/\text{кг}$.

Решение:

Количества теплоты: для плавления льда - $Q_1 = m \cdot \lambda$ (при T_0); для нагревания воды до $T = 100^{\circ}\text{C}$ - $Q_2 = m \cdot c(T - T_0) = m \cdot c \cdot \Delta T$; для испарения воды - $Q_3 = m \cdot L$. Поэтому полное количество теплоты, необходимое для плавления куска льда, нагревания и дальнейшего полного испарения воды, равно

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 = \lambda \cdot m + c \cdot m \cdot \Delta T + L \cdot m.$$

Из условия задачи известно, что вода в сосуде нагревалась в диапазоне температур ΔT_1 от 10°C до 100°C за время $t_1 = 10$ мин. Это позволит нам узнать мощность электроплитки:

$$P = \frac{Q_i}{t_1} = \frac{c \cdot m \cdot \Delta T_1}{t_1},$$

тогда полное количество тепла равно

$$Q = P \cdot t = \frac{Q_i}{t_1} \cdot t = \frac{c \cdot m \cdot \Delta T_1}{t_1} \cdot t = \lambda \cdot m + c \cdot m \cdot \Delta T + L \cdot m,$$

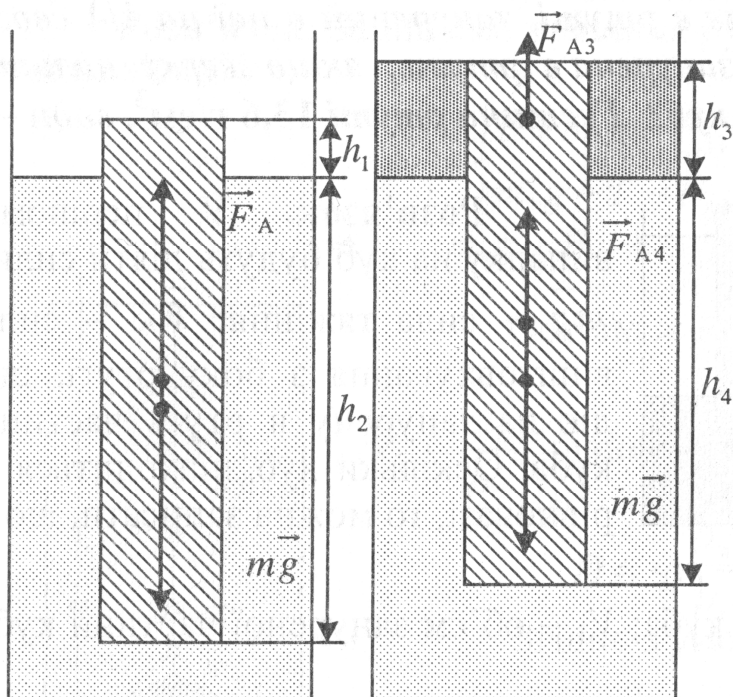
откуда определим полное время, необходимое для плавления льда, нагревания и полного испарения воды:

$$t = \frac{t_1}{c \cdot \Delta T_1} \cdot (\lambda + c \cdot \Delta T + L) = t_1 \cdot \frac{\Delta T}{\Delta T_1} + \frac{t_1}{c \cdot \Delta T_1} \cdot (\lambda + L) = 600 \cdot \frac{100}{90} + \frac{600}{4200 \cdot 90} \cdot (330 + 2300) \cdot 10^3 = 4,84 \cdot 10^3 \text{ с} = 80,7 \text{ мин} \approx 81 \text{ мин}.$$

5. Прямой деревянный цилиндр плавает на поверхности воды так, что в воде находится 0,9 его высоты. Какая часть высоты цилиндра будет погружена в воду, если на воду налить слой масла, который полностью закрывает цилиндр? Плотность масла $\rho_m = 0,8 \text{ г/см}^3$.

Прямий дерев'яний циліндр плаває на поверхні води так, що у воді знаходиться 0,9 його висоти. Яка частина висоти циліндра буде занурена у воду, якщо на воду налити шар масла, що повністю закриває циліндр? Густина масла $\rho_m = 0,8 \text{ г/см}^3$.

Решение:



Запишем условие равновесия для тела, плавающего в воде:

$$F_A - m \cdot g = 0,$$

где $F_A = \rho_e \cdot g \cdot V_1 = 0,9 \cdot h \cdot S \cdot \rho_e \cdot g$, $m = \rho_d \cdot h \cdot S$ (S – площадь поперечного сечения деревянного цилиндра, h – его высота, V_1 – объем погруженной в воду части цилиндра, ρ_e – плотность воды, ρ_d – плотность дерева). Поэтому

$$0,9 \cdot h \cdot S \cdot \rho_e \cdot g = \rho_d \cdot h \cdot S \cdot g \Rightarrow \rho_d = 0,9 \cdot \rho_e.$$

Условие равновесия цилиндра для случая, когда на поверхность воды налили слой масла:

$$F_{A3} + F_{A4} - m \cdot g = 0,$$

где $F_{A3} = \rho_m \cdot g \cdot S \cdot h_3$; $F_{A4} = \rho_e \cdot g \cdot S \cdot h_4$; $m = 0,9 \cdot h \cdot S \cdot \rho_e$.

$$\rho_m \cdot g \cdot S \cdot h_3 + \rho_e \cdot g \cdot S \cdot h_4 - 0,9 \cdot h \cdot S \cdot \rho_e \cdot g = 0,$$

$$\rho_m \cdot h_3 + \rho_e \cdot h_4 - 0,9 \cdot h \cdot \rho_e = 0.$$

Так как $h = h_3 + h_4$, $h_3 = h - h_4$, то

$$\rho_{\text{м}} \cdot h + \rho_{\text{г}} \cdot h_4 - \rho_{\text{м}} \cdot h_4 - 0,9 \cdot \rho_{\text{г}} \cdot h = 0,$$

$$h_4 \cdot (\rho_{\text{г}} - \rho_{\text{м}}) = h \cdot (0,9 \cdot \rho_{\text{г}} - \rho_{\text{м}}),$$

$$\frac{h_4}{h} = \frac{0,9 \cdot \rho_{\text{г}} - \rho_{\text{м}}}{\rho_{\text{г}} - \rho_{\text{м}}} = \frac{0,9 \cdot 1 - 0,8}{1 - 0,8} = \frac{0,1}{0,2} = 0,5.$$