

ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ ТУР

16 января 2007 года

Сначала, пожалуйста, прочитайте следующее:

1. Теоретический тур состоит из трех задач. Продолжительность тура 4 часа.
2. Пользуйтесь только той ручкой, которая Вам предоставлена.
3. Вам предоставлены чистые листы бумаги и *Листы для записи (Writing sheets)*. Чистые листы бумаги предназначены для черновых записей, их Вы можете использовать по Вашему усмотрению, они не проверяются. На *Writing sheets* следует записывать решения задач, которые будут оценены при проверке работы. В решениях как можно меньше используйте словесные описания. В основном Вы должны использовать уравнения, цифры, буквенные обозначения, рисунки и графики.
4. Используйте только лицевую сторону *Writing sheets*. При записи не выходите за пределы отмеченной рамки.
5. Решение каждой задачи следует начинать с новой страницы *Writing sheets*.
6. На каждом использованном *Writing sheets*, в отведенных для этого графах, необходимо указать Вашу страну (*Country*), Ваш код (*Student Code*), порядковый номер задачи (*Question Number*), текущий номер каждого листа (*Page Number*) и полное количество листов, использованных при решении всех задач (*Total Number of Pages*). Если Вы не хотите, чтобы некоторые использованные *Writing sheets* были включены в ответ, тогда перечеркните их большим крестом на весь лист и не включайте в Ваш подсчет полного количества листов.
7. Когда Вы закончите тур, разложите все листы в следующем порядке:
 - Пронумерованные по порядку *Writing sheets*;
 - Черновые листы;
 - Неиспользованные листы;
 - Отпечатанные условия задачи

Положите все листы бумаги в конверт и оставьте на столе. Вам не разрешается выносить *никакие* листы бумаги из аудитории.

Задача 1

Подставка с грузом

На массивную подставку массы M насажена невесомая ось. К оси на невесомой нити длины R прикреплен груз массы m , который может вращаться в вертикальной плоскости, не задевая стойки. Коэффициент трения подставки о пол зависит от направления проскальзывания: $k_1 = \mu$, $k_2 = \infty$. В начальный момент времени грузу придают скорость V_0 , направленную как указано на Рис.1. V_0 достаточно велико, так что груз совершает как минимум один оборот около оси.

В данной задаче вам будет предложено исследовать движение системы в течение первого оборота груза. Считайте, что подставка никогда не отрывается от пола и не

переворачивается, и нить всегда натянута в процессе движения. Будем характеризовать положение груза углом φ (см. Рис.1). Считайте, что $M \gg m$.

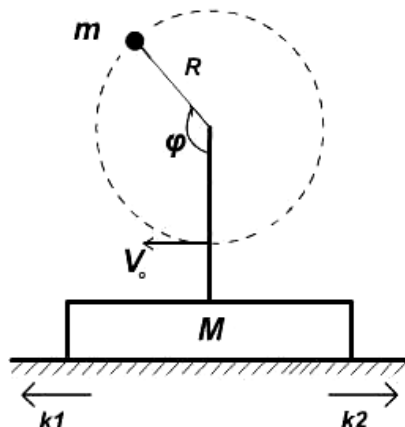


Рис.1

1. [1 балл] Считайте в этом пункте, что параметры задачи таковы, что подставка неподвижна. Напишите условие того, что изменение абсолютной величины скорости груза в процессе вращения гораздо меньше V_0 .

Считайте в дальнейшем, что скорость подставки всегда гораздо меньше V_0 , и что изменение абсолютной величины скорости груза во время первого оборота мало по сравнению с V_0 .

2. [2 балла] Найдите минимальную начальную скорость V_0^{\min} , при которой будет проскальзывание подставки о пол в процессе вращения груза.
3. Для $V_0 > V_0^{\min}$ определите:
 - а) [1 балл] При каком угле φ_0 начнется проскальзывание;
 - б) [1 балл] При каком угле ψ скорость движения подставки V будет максимальной.
4.
 - а) [1 балл] Определите V_{\max} , соответствующее углу ψ из предыдущего пункта;
 - б) [1 балл] Напишите условие для угла θ , при котором произойдет остановка подставки.

5. Численные данные: $\mu = \frac{\pi}{2} - 1 \approx 0.57$

$$g = 10 \text{ м/с}^2$$

$$M = 10 \text{ кг}$$

$$V_0 = 10 \text{ м/с}$$

$$R = 0.1 \text{ м}$$

$$m = 0.057 \text{ кг}$$

- а) [0.5 балла] Вычислите значения φ_0 , ψ и θ .
- б) [0.5 балла] Вычислите V_{\max} .
- с) [1 балл] Вычислите для приведенных данных перемещение подставки за один оборот груза.
- д) [1 балл] В первом неисчезающем порядке по малым параметрам в задаче оцените изменение скорости груза в нижней точке траектории после первого оборота по сравнению с V_0 .

Примечание:

В процессе решения задачи Вам могут понадобиться следующие формулы:

$$\cos \varphi + \mu \sin \varphi = \sqrt{1 + \mu^2} \cos(\varphi - \alpha),$$

$$\cos \varphi - \mu \sin \varphi = \sqrt{1 + \mu^2} \cos(\varphi + \alpha),$$

$$\text{где } \alpha = \arctg \mu = \arccos(1/\sqrt{1 + \mu^2}) = \arcsin(\mu/\sqrt{1 + \mu^2}).$$

$$\int \cos \varphi d\varphi = \sin \varphi, \int \sin \varphi d\varphi = -\cos \varphi$$

Задача 2

Данная задача состоит из двух невязимосвязанных частей

- А. [5 баллов]** Найдите ток, текущий через сопротивление $R = 17 \text{ Ом}$, в схеме изображенной на Рис.2. Внутреннее сопротивление источника $r = 3 \text{ Ом}$, ЭДС $\varepsilon = 10 \text{ В}$. Звено с сопротивлениями $R_1 = 1 \text{ Ом}$ и $R_2 = 6 \text{ Ом}$ повторяется 17 раз.

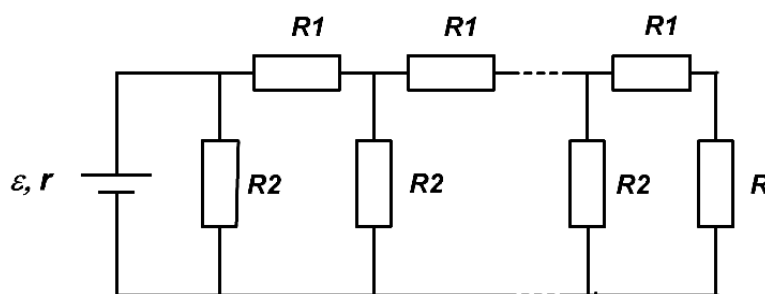


Рис.2

- В. [3 балла]** Тонкая линза создает изображение предмета. Если вплотную к этой линзе приставить перпендикулярно главной оптической оси плоское зеркало, то такая система при неизменном расстоянии до предмета создает его изображение с тем же абсолютным увеличением. Определите это увеличение.

Задача 3**Термоядерный синтез**

Осуществление управляемого термоядерного синтеза является актуальной задачей современной физики. Самым перспективным вариантом осуществления управляемого термоядерного синтеза является ТОКАМАК, представляющий собой магнитную ловушку для удержания горячей плазмы.

Наиболее перспективной реакцией синтеза является реакция на изотопах водорода – дейтерия (D) и трития (T).



Продуктами данной реакции являются ядро гелия ${}^4\text{He}$ и нейтрон n .

- a) [1 балл] Считая, что массы частиц известны, определите, аналитически и численно, энергию E_0 , высвобождаемую в одном акте синтеза (1).
- b) [0.5 балла] Энергию в ядерной физике удобно выражать в электрон-вольтах (эВ). 1 эВ – это энергия, приобретаемая электроном при прохождении разности потенциалов в один вольт. Выразите, аналитически и численно, энергию, подсчитанную в пункте а) в эВ.
- c) [1 балл] Пренебрегая энергией ядер дейтерия и трития до реакции, определите, аналитически и численно, энергии, уносимые ядром гелия E_{He} и нейтроном E_n .
- d) [1 балл] В Токамаке дейтерий-тритиевая смесь нагревается до высокой температуры, при которой все атомы являются полностью ионизованными, а их средняя кинетическая энергия равна $(3/2)k_B T$. Для осуществления реакции (1) необходимо преодолеть кулоновское отталкивание ядер дейтерия и трития и сблизить их до расстояния $a = 10^{-14}$ м. Определите температуру T , при которой реакция (1) становится возможной для большинства сталкивающихся пар..

При тепловом движении энергия всех частиц не строго одинакова и в смеси может быть частицы с энергией как больше, так и меньше $(3/2)k_B T$. Поэтому за счет энергичных частиц реакции синтеза могут происходить и при более низкой температуре. Число реакций, протекающих в единицу времени в единице объема выражается формулой $n_D n_T \sigma(v) v$, где n_D и n_T - концентрации дейтерия и трития, а $\sigma(v)$ так называемое поперечное сечение реакции, зависящее от относительной скорости v участвующих в реакции частиц.

- e) [3 балла] Определите, аналитически и численно, среднее значение $\langle \sigma(v) v \rangle$ при оптимальной температуре $T_0 = 10^8$ К, считая что распределение частиц по скоростям Максвелловское с приведенной массой частиц $\mu = m_D m_T / (m_D + m_T)$. Зависимость $\sigma(v)$ представлена на Рис.3.

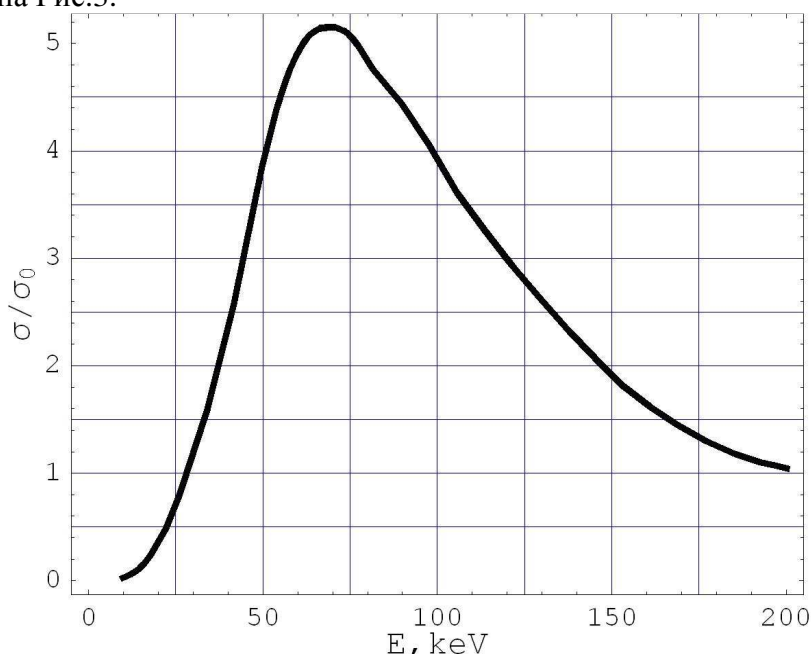


Рис.3. Поперечное сечение реакции в зависимости от относительных энергии частиц, выраженных в $\text{keV} = 10^3 \text{ eV}$. Здесь $\sigma_0 = 10^{-28} \text{ m}^2$

- f) [3 балла] Нагретое до столь высокой температуры вещество находится в состоянии плазмы, в которой все атомы являются полностью ионизованными. Для нагрева

вещества до оптимальной температуры $T_0 = 10^8 \text{ К}$ необходимо затратить определенную энергию, которая должна быть меньше энергии, выделяемой в термоядерных реакциях. Энергия ядра гелия может быть использована полностью, тогда как доля полезной энергии нейтрона $\eta = 0.3$. Мощность термических потерь определяется выражением $P_{\text{loss}} = E/\tau$, где E плотность кинетической энергии плазмы, а τ - время удержания плазмы. Считая, что концентрации $n_D = n_T = n/2$ получите, аналитически и численно, неравенство, гарантирующее положительный выход энергии и связывающее концентрацию плазмы n и время удержания τ .

- g) [2.5 балла] Плазма с температурой $T_0 = 10^8 \text{ К}$ имеет высокое давление и простая стенка для ее удержания не годится. Для этого используется магнитное поле, создаваемое сверхпроводящими электромагнитами Токамака и компенсирующее термическое давление плазмы. В присутствии магнитного поля дополнительное давление равно $P = \gamma \mu_0^\alpha B^\beta$, где $\gamma = 1/2$, μ_0 - магнитная постоянная, а B -- магнитная индукция. Внутри плазмы магнитное поле полностью экранируется, так что дополнительное давление отсутствует. Используя размерный анализ найдите α и β , а также вычислите индукцию магнитного поля, необходимую для удержания плазмы с $n_D = n_T = 10^{21} \text{ м}^{-3}$

Численные данные:

Масса дейтерия	$m_D = 3.34447 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$,
Масса трития	$m_T = 5.00732 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$,
Масса гелия	$m_{\text{He}} = 6.64432 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$,
Масса нейтрона	$m_n = 1.67439 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$,
Скорость света	$c = 2.9979 \cdot 10^8 \text{ м/с}$
Элементарный заряд	$e = 1.6022 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$.
Постоянная Больцмана	$k_B = 1.3806 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К}$
Электрическая постоянная	$\epsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$
Магнитная постоянная	$\mu_0 = 1.257 \cdot 10^{-6} \text{ Гн/м}$

Примечание

Максвелловское распределение скоростей частиц с массой μ при температуре T имеет вид

$$f(v) = 4\pi \left(\frac{\mu}{2\pi k_B T} \right)^{3/2} v^2 \exp \left(-\frac{\mu v^2}{2k_B T} \right)$$