- 1. Успеет, причем еле-еле, в последний момент. Из условия находим, что лицеист успел отойти от своих друзей на 90 m, прежде чем поезд начал двигаться. Далее удобно перейти в систему отсчета поезда. В этой системе отсчета скорость лицеиста в один из моментов времени направлена к неподвижным друзьям и равна $v=6~\mathrm{m/s}$, однако ускорение направлено против скорости и равно по модулю $a=0.2~\mathrm{m/s^2}$. Далее из формулы равноускоренного движения $v=\sqrt{2al}$ находим, что лицеист в рассматриваемой СО максимально приблизится к друзьям на $l=v^2/2a=90~\mathrm{m}$, то есть в точности догонит их.
- а) Точное аналитическое решение. Пусть T_0 температура горячей воды, V_0 ее объем в начальный момент времени, α расход вливаемой воды, T(t) зависимость температуры воды в калориметре от времени. Тогда уравнение теплового баланса имеет вид

$$(V_0 + \alpha t)T + \alpha T_0 dt = (V_0 + \alpha t + \alpha dt)(T + dT),$$

откуда, пренебрегая произведением дифференциалов,

$$\frac{dT}{T_0 - T} = \frac{\alpha dt}{V_0 + \alpha t}.$$

Проинтегрировав, получим:

2. $T_0 = 80$ °C.

$$\frac{1}{T_0-T}=C\left(\frac{V_0}{\alpha}+t\right),$$

где C — некая постоянная. Подставляя три точки (0 s, 20°C), (200 s, 30°C), (500 s, 40°C), через которые график наверняка проходит, получим систему из трех уравнений с тремя неизвестными, из которой находим $T_0 = 80$ °C.

Хотя вряд ли это решение подразумевалось в 10 классе :) Поэтому приведу образец приближенного решения, кстати говоря дающего правильный ответ.

б) Приближенное решение. Будем приблизительно считать участки графиков от 0 s до 200 s и от 200 s до 500 s линейными. Составим уравнения теплового баланса для отрезков времени 0 s - 200 s и 0 s - 500 s (обозначения прежние):

$$\frac{V_0}{\alpha}T_1 + t_1T_0 = \left(\frac{V_0}{\alpha} + t_1\right)T_2, \qquad \frac{V_0}{\alpha}T_1 + t_2T_0 = \left(\frac{V_0}{\alpha} + t_2\right)T_3,$$

где $t_1=200$ s, $t_2=500$ s, $T_1=20$ °C, $T_2=30$ °C, $T_3=40$ °C. Из этой системы получаем $V_0/\alpha=1000$ s и $T_0=80$ °C. То, что ответы в обоих случаях в точности совпали, чистая случайность :)

3. i = 60 mA.

Пусть зависимость тока через нелинейный элемент от напряжения имеет вид i=f(u). Тогда из закона Ома получаем напряжение u на нелинейном элементе:

$$u = U - Rf(u),$$

откуда

$$f(u) = \frac{U - u}{R}.$$

Строим на графике зависимость g(u) = (U - u)/R и ищем графически точки пресечения ее графика с графиком функции f(u). Эти графики имеют одну точку пересечения при i = 60 mA. Рисунок приводить не буду, ибо лень:)

Стоит также добавить, что найденное решение устойчиво к малому изменению тока в цепи. Так как вблизи положения равновесия зависимость f(u) линейна, то можно считать его обычным резистором. А цепи из резисторов, как известно, устойчивы. Также, напряжение на нелинейном элементе не имеет шансов перевалить через максимум, поскольку при под-ключении источника ток будет нарастать постепенно и остановится вблизи равновесного значения.

4.
$$U = 6 \text{ V}$$
.

Очевидно, напряжение на лампе в обоих случаях одинаково. Из этого условия находим сопротивление лампы $R=30~\Omega$, а затем и напряжение $U=6~\mathrm{V}$.