

Четвертый отборочный тур, 2016 г.

11 класс

1. (5 б) Резиновый шарик, масса которого 5 г, а радиус 30 см, наполнен гелием. Спустя две недели он опустился на пол. Каков его радиус при этом? Как он менялся со временем? Оцените долю молекул, проходящих через оболочку, считая, что она не зависит от радиуса шарика и газа. Давление внутри шарика считайте близким к атмосферному. Оцените погрешность, связанную с последним предположением. Как изменится толщина оболочки шарика за эти две недели? Оцените погрешность, связанную с этим.

2. (5 б) Диск вращается в горизонтальной плоскости с угловой скоростью ω . На нем лежит однородный конус высотой h с радиусом основания r . Найдите частоту малых колебаний конуса. При колебаниях конус катается по поверхности диска без проскальзывания так, что его вершина находится на расстоянии R от оси вращения.

3. **Бриллиант Тиффани.** Желтый бриллиант Тиффани, гордость компании Tiffany & Co., был найден на руднике «Кимберли» (ЮАР) в 1877 году. Его масса составляет 128,54 карата (25,708 г). Геммолог фирмы Джордж Фредерик Кунц изучал алмаз на протяжении года, после чего произвел его огранку в Париже, в результате чего он приобрел 90 граней (вместо 57 или 58 при стандартной огранке бриллиантов). Его размер составляет 28,25 мм в длину, 27 мм в ширину и 22,2 мм в толщину. Показатель преломления 2,417, дисперсия (разность показателей преломления для света с длиной волны $\lambda=488,1$ нм и $\lambda=656,3$ нм) равна 0,044. Бриллиант «Тиффани» носили всего два человека, Шелдон Уайтхаус в 1957 и Одри Хепбёрн в 1961 году для рекламных фотографий фильма «Завтрак у Тиффани», и про него была составлена одна задача по физике, которую Вам и предстоит решить, разобравшись с тем, как блещут бриллианты и что изучал Джордж Кунц в течение года, прежде чем произвести огранку.



А. В этой части исследуем геометрию стандартной огранки бриллианта, пренебрегая дисперсией или волновыми эффектами. Оптимальное соотношение сторон граней подбирается так, чтобы свет, прошедший внутрь бриллианта, вышел из него в направлении к наблюдателю, а не через боковые грани в других направлениях. Пользуясь схемой на рисунке, определите:

3.A.1. (0.5 б) угол при основании бриллианта;

3.A.2. (0.5 б) угол верхних срезов;

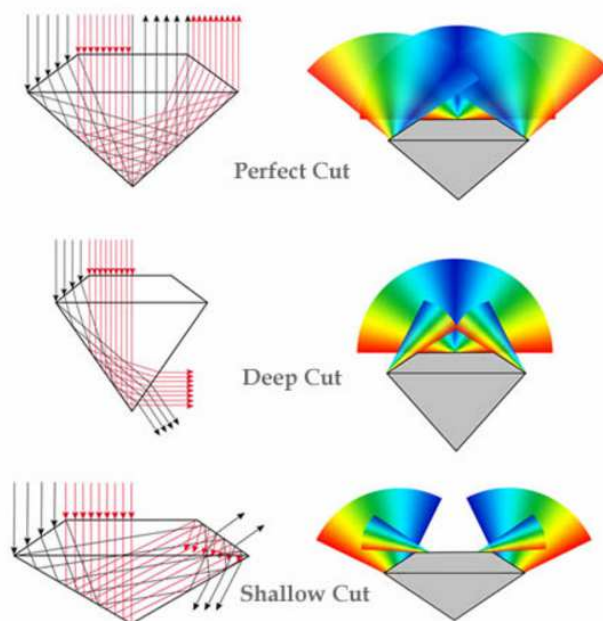
3.A.3. (0.5 б) требуя, чтобы все лучи, попадающие через верхнюю грань и дважды отраженные от нижних граней, выходили через верхние срезы, найдите длину этих срезов, отнесенную к радиусу верхней грани;

3.A.4. (0.5 б) говорят, что верхняя грань (а значит и все остальные размеры) должна быть не слишком малой и не слишком большой, чтобы давать максимальный блеск при минимальной площади. Найдите оптимальный радиус верхней грани в случае солнечного освещения или искусственного.

3.A.5. (0.5 б) предложите критерий, по которому можно было бы подбирать соотношения размеров и углы граней в алмазе Тиффани;

3.A.6. (0.5 б) если вращать бриллиант Тиффани с угловой скоростью ω , оцените, с какой частотой он будет в среднем сверкать.

Такая геометрическая схема позволяет определять геометрические параметры, не задумываясь над тем, какая доля света проходит или отражается от граней. Однако кроме лучей, учтенных в простой схеме на рисунке, есть и многие другие. Чтобы понять, какие из них нужно учитывать, а какие нет, нужно принимать во внимание фотометрические соотношения.



В. Эта часть посвящена изучению доли света, отраженного и преломленного на идеально обработанной грани бриллианта.

3.В.1. (0.5 б) Рассмотрите электромагнитную волну, падающую нормально на поверхность раздела. Запишите, как зависят от координат и времени компоненты электрического и магнитного поля (помните, что гармонические колебания двух компонент смещены на четверть периода, а амплитуды их пропорциональны одна другой, так что энергии электрического и магнитного полей равны).

3.В.2. (0.5 б) Выбрав соответствующие контура и поверхности, проверьте для написанных компонент выполнение закона электромагнитной индукции, теоремы Гаусса и закона полного тока.

3.В.3. (0.5 б) В случае падения под углом важно учитывать поляризацию падающего света. Найдите выражения для энергетических коэффициентов отражения и преломления для ТЕ- и ТМ-волн, которые определены на рисунке справа.

3.В.4. (0.5 б) Считая падающий свет неполяризованным, найдите средние коэффициенты отражения и преломления.

3.В.5. (0.5 б) Пользуясь полученными результатами, найдите соотношение потоков, отраженных от внешних граней и лучей, рассмотренных Вами в части А.

3.В.6. (0.5 б) На самом деле верхние срезы представляют собой плоские грани, а не коническую поверхность, чем Вы пренебрегали при ответе на предыдущие вопросы. Оцените ошибку, связанную с этим.

3.В.7. (0.5 б) Какова должна быть точность полировки, чтобы волновые эффекты не ухудшили полученного в этой части результата более, чем на несколько процентов? Что это за эффекты?

С. В этой части мы исследуем дисперсию излучения и спектральные свойства бриллианта. Примем стандартную модель Коши $n=a+b/\lambda^2$.

3.С.1. (0.5 б) Найдите параметры a и b для бриллианта Тиффани.

3.С.2. (0.5 б) Найдите диапазоны углов, под которыми выходит свет разной длины волны, для лучей, рассмотренных Вами в пункте А.

3.С.3. (0.5 б) Введите угловую спектральную плотность отраженного света. Найдите ее для лучей, дважды отраженных в бриллианте и вышедших через верхние срезы. Схематически изобразите эту функцию.

3.С.4. (0.5 б) Получите выражение для полной функции распределения по углам и длинам волн отраженного облучения.

На спектральные характеристики отраженного света влияет не только различие в преломлении света бриллиантом, но и прохождение света в нем. Поглощение различных длин волн определяет окраску кристалла.

3.С.5. (0.5 б) Как зависит окраска бриллианта от его размера?

3.С.6. (0.5 б) Введите коэффициент поглощения, зависящий от длины волны облучения и получите поправочный множитель, учитывающий поглощение. Учтите различие в длине пути луча внутри бриллианта.

3.С.7. (0.5 б) Оцените этот коэффициент поглощения для желтого бриллианта Тиффани.

Пользуясь подобной схемой, оптимизируют параметры огранки реальных бриллиантов. Стандартные схемы были разработаны еще в 70-х и практически не поменялись с тех пор, но для уникальных бриллиантов, конечно, нужен индивидуальный подход.

