

ВОДЯНАЯ СТУПА ДЛЯ ШЛИФОВКИ РИСА

А. Введение

Рис является главным национальным продуктом для подавляющего большинства людей во Вьетнаме. Чтобы получить белый рис от него необходимо отделить сначала его кожуру ("обдирка"), а затем отруби ("шлифовка"). Горные регионы северного Вьетнама богаты водными струями, и люди, живущие в этих регионах, используют *водные устройства (ступы)* для шлифовки риса. Рисунок 1 показывает одно из таких устройств, а рисунок 2 – принцип его работы.

А. Конструкция и принцип работы.

2.1. Конструкция

Водная ступа, показанная на рис. 1, состоит из:

Ступы, на самом деле просто деревянная емкость для риса.

Рычаг, который представляет собой деревянный ствол с концами разной длины. Он может вращаться вокруг некоторой горизонтальной оси. *Дубинка (пестик)* прикреплена перпендикулярно к рычагу с его короткой стороны. Длина дубинки такова, что она может прикасаться к рису в ступе, когда рычаг лежит горизонтально. На длинном конце рычага вырезано углубление для образования сосуда для воды. Форма этого сосуда очень важна для действия устройства.

2. Режимы работы.

Ступа может работать в двух режимах.

Рабочий режим. В этом режиме, ступа совершает некоторый рабочий цикл, проиллюстрированный на рис. 2.

Шлифовка риса происходит благодаря энергии, передаваемой от дубинки к рису в стадии (f) на рис. 2. Если, по какой-то причине, дубинка не может прикасаться к дну ступки, говорят, что устройство не работает.

Мертвый режим с поднятым рычагом. В стадии (с) рабочего цикла (рис. 2) когда угол наклона рычага α увеличивается, количество воды в сосуде уменьшается. В определенный момент времени, количество воды становится достаточным для уравнивания рычага. Обозначим значение угла наклона в этот момент через β . Если рычаг расположен под углом β и его начальная угловая скорость равна нулю, он останется навсегда в этом положении. Это и есть мертвый режим с поднятым рычагом. Устойчивость этого положения рычага зависит от скорости Φ натекания воды в сосуд. Если Φ превышает некоторое значение Φ_2 , только мертвый режим стабилен, и ступа переходит в него из любого

начального положения, то есть не может перейти в рабочий режим. Другими словами, Φ_2 является минимальной скоростью течения, при превышении которой устройство перестает работать.



Рис. 1

Водная рисошлифующая ступка

Рабочий цикл ступы.

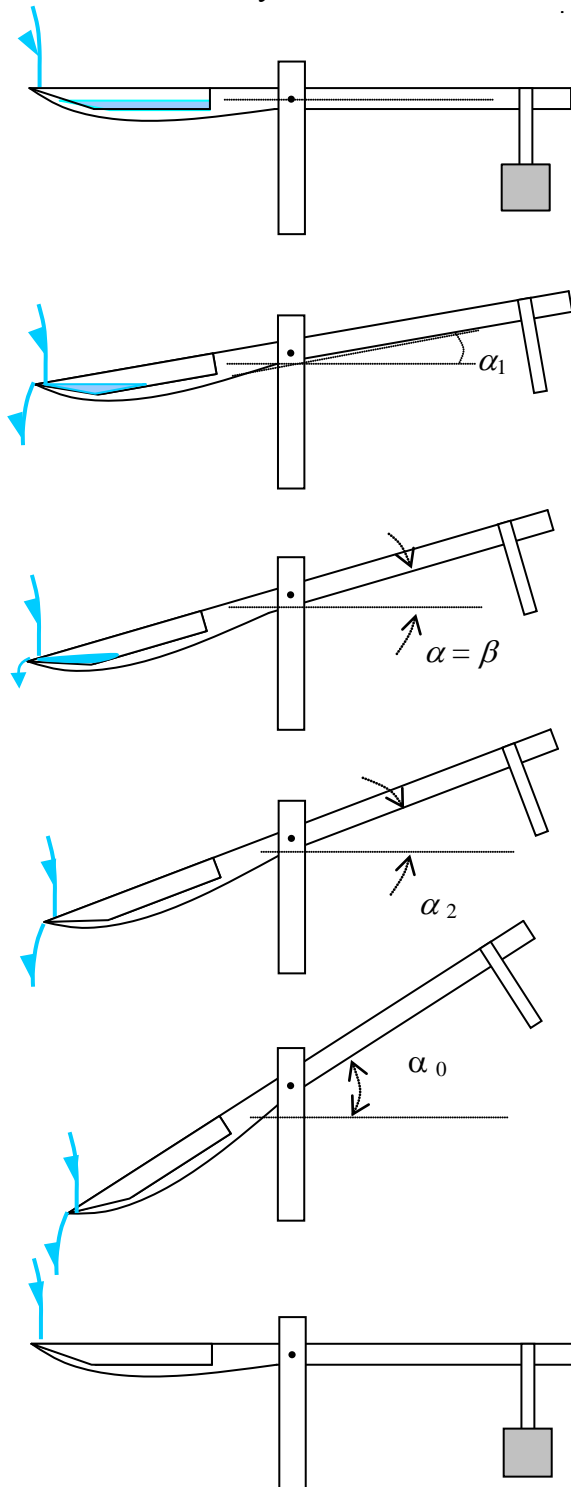


Рис. 2

а) В начальный момент сосуд пуст, дубинка покоится в ступке. Вода течет в сосуд с маленькой скоростью, но рычаг остается в горизонтальном положении некоторое время.

б) В некоторый момент количество воды в сосуде достаточно для поднятия рычага. Вода перекает к более отдаленной стороне сосуда, наклоняя рычаг еще быстрее. Вода начинает вытекать при $\alpha = \alpha_1$.

с) Угол α продолжает увеличиваться, вода продолжает вытекать. При некотором значении угла наклона, $\alpha = \beta$, суммарный вращающий момент становится равным нулю.

д) Угол α продолжает расти, вода продолжает вытекать до тех пор, пока сосуд не опорожнится.

е) Угол α продолжает расти по инерции. Благодаря форме сосуда, втекающая вода сразу вытекает из него. Движение рычага по инерции продолжается до тех пор, пока угол α не достигает максимального значения α_0 .

ф) Когда сосуд пуст, вес рычага возвращает его назад в начальное горизонтальное положение. Дубинка делает тяжелый удар по ступке (с рисом внутри него) и начинается новый цикл.

С. Задача

Рассмотрим водную рисошлифовую ступку (рис. 3).

Масса рычага (с дубинкой, но без воды) равна $M = 30$ кг,

Центр масс рычага находится в точке G . Рычаг вращается вокруг оси T (точка T на рисунке).

Момент инерции рычага вокруг T равен $I = 12$ кг·м².

Когда есть вода в сосуде, масса воды обозначается m , центр масс воды – точкой N .

Угол наклона рычага к горизонту обозначается α .

Основные размеры устройства и сосуда и сосуда приведены на рис. 3.

Пренебрегайте трением в оси вращения и силой, возникающей из-за натекания воды в сосуд. Считайте, что поверхность воды всегда горизонтальна.

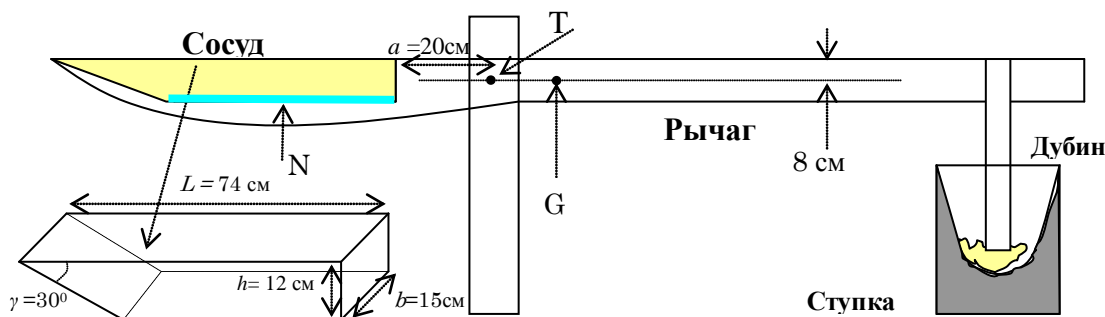


Рис. 3. Конструкция и размеры устройства

1. Параметры устройства.

В начальный момент сосуд пуст и рычаг расположен горизонтально. Затем вода втекает в сосуд до тех пор, пока рычаг не начинает поворачиваться. Масса воды в сосуде в этот момент равна $m = 1.0$ кг.

1.1. Определите расстояние от центра масс G рычага до оси вращения T . Известно, что линия GT горизонтальна, когда сосуд пуст.

1.2. Вода начинает вытекать из сосуда, когда угол между рычагом и горизонтальной осью достигает некоторого значения α_1 . Вода полностью выливается из сосуда, когда значение этого угла становится равным α_2 .

Вычислите значения углов α_1 и α_2 .

1.3. Пусть $\mu(\alpha)$ – суммарный вращающийся момент (относительно оси T),

создаваемый весом рычага и воды в сосуде. При некотором угле $\alpha = \beta$ этот момент становится равным нулю $\mu(\alpha) = 0$. Рассчитайте значения угла β и массы m_1 воды в сосуде в этот момент.

2. Параметры рабочего режима.

Пусть вода втекает в сосуд с малой постоянной скоростью. **Количество воды, втекающей в сосуд, за время движения рычага, пренебрежимо мало.** В этой части задачи пренебрегайте изменением момента инерции системы в рабочем цикле.

2.1. Нарисуйте схематический график зависимости вращающего момента μ от угла α , $\mu(\alpha)$, в течение рабочего цикла. Приведите явные значения $\mu(\alpha)$ при углах α_1 , α_2 , и $\alpha = 0$.

2.2. Используя график, нарисованный в 2.1., дайте геометрическую интерпретацию значений общей работы W_{total} , произведенной моментом сил тяжести $\mu(\alpha)$; и работы W_{pounding} , совершенной дубинкой над рисом, за один цикл.

2.3. С помощью графика, изображающего зависимость $\mu(\alpha)$, оцените максимальный угол отклонения α_0 и W_{pounding} (предполагая, что кинетическая энергия воды, текущей в сосуд и из него пренебрежимо мала.) Можете заменить кривые ломанными линиями, для облегчения расчетов.

3. Мертвый режим.

Пусть вода втекает в сосуд с постоянной скоростью натекания (массы в единицу времени) Φ . В данной части необходимо учитывать количество воды, втекающей в сосуд при движении рычага.

3.1. Будем считать, что сосуд **всегда наполнен водой** (которая переливается через его край)

3.1.1. Нарисуйте примерный график зависимости вращающего момента μ от угла α в окрестности $\alpha = \beta$. К какому виду равновесия принадлежит

положение рычага при $\alpha = \beta$?

3.1.2. Найдите аналитическую формулу для вращающего момента $\mu(\alpha)$ как функции $\Delta\alpha$, когда $\alpha = \beta + \Delta\alpha$, причем $\Delta\alpha$ мало.

3.1.3. Запишите дифференциальное уравнение движения рычага, который движется с нулевой начальной скоростью от начального положения $\alpha = \beta + \Delta\alpha$ ($\Delta\alpha$ мало). Покажите, что это движение с хорошей точностью является гармоническими колебаниями. Рассчитайте их период τ .

3.2. При заданной скорости натекания Φ , сосуд наполнен водой все время, только в том случае, когда рычаг движется достаточно медленно. Амплитуда гармонических колебаний зависит от Φ . Определите значение Φ_1 скорости натекания Φ (в кг/с) такое, чтобы рычаг мог совершать гармонические колебания с амплитудой 1° .

3.3. Если скорость Φ велика настолько, что при колебательном движении рычага, когда угол наклона изменяется от α_2 до α_1 , то сосуд всегда остается наполненным водой. В этом случае устройство не может действовать в рабочем режиме. Допуская, что движение рычага является гармоническими колебаниями, оцените минимальную скорость течения Φ_2 , при которой устройство перестает функционировать в рабочем режиме.

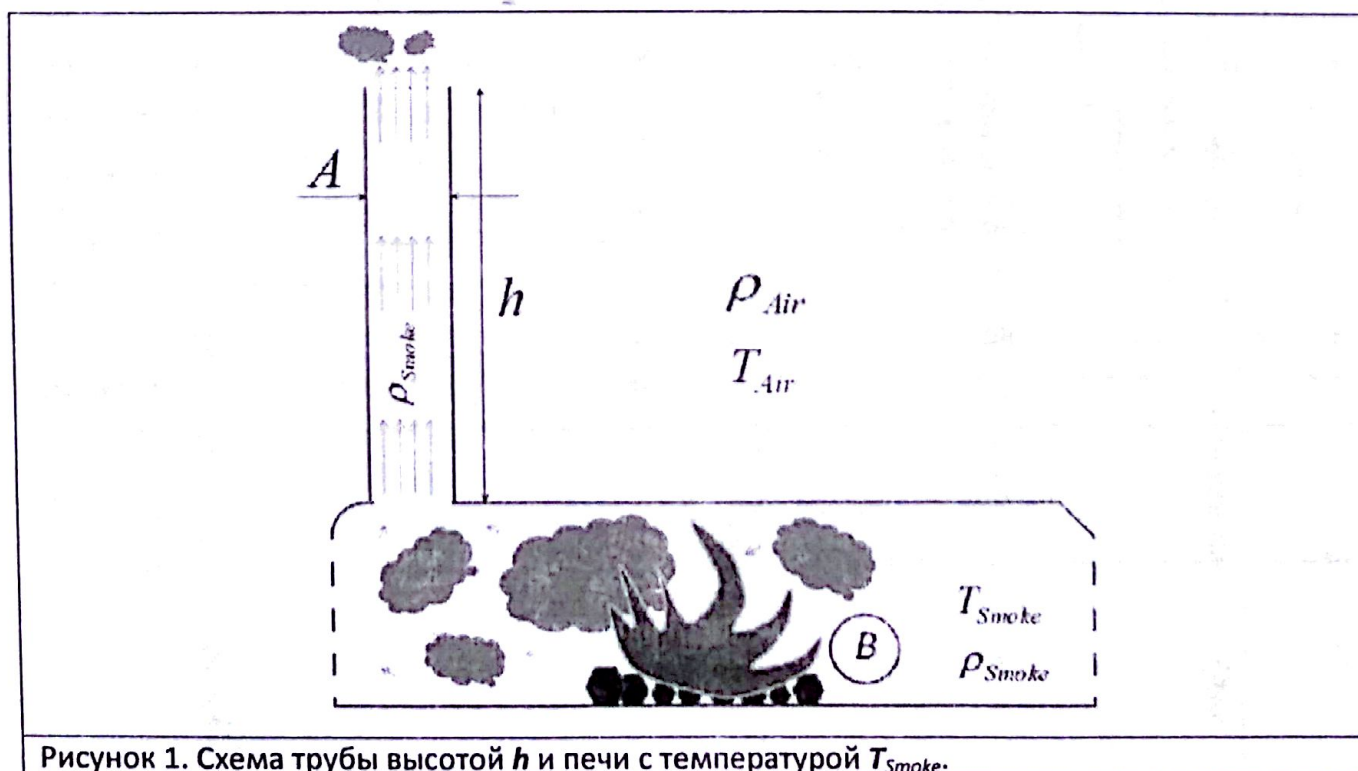
2. Физика дымовой трубы

Введение

Газообразные продукты горения из топки выводятся в атмосферу, имеющую температуру T_{Air} , с помощью высокой дымовой трубы с поперечным сечением A и высотой h (рис.1). В топке происходит сгорание твердого топлива при температуре T_{Smoke} . Объем газов, выходящих из трубы за единицу времени, равен B .

Предполагается, что:

- скоростью газов на входе в топку можно пренебречь;
- образовавшиеся газы имеют такую же плотность, как воздух при тех же температуре и давлении; пока газ находится в топке, его можно рассматривать как идеальный;
- давление воздуха изменяется с высотой в соответствии с законами гидростатики; изменением плотности воздуха с высотой можно пренебречь;
- течение газов удовлетворяет уравнению Бернулли, которое утверждает, что величина $\frac{1}{2} \rho v^2(z) + \rho g z + p(z) = const$ сохраняется в любой точке потока; здесь ρ – плотность газа, $v(z)$ – его скорость, $p(z)$ – его давление, z – высота.
- изменением плотности газов вдоль трубы можно пренебречь.



Задание 1

- а) Какова должна быть минимальная высота трубы для обеспечения ее нормальной работы, чтобы она могла отводить в атмосферу все образующиеся в топке газы? Выразите результат через B , A , T_{Air} , $g=9.81 \text{ м/с}^2$, $\Delta T=T_{Smoke}-T_{Air}$. **Внимание!** В каждом последующем задании предполагается, что высота трубы как раз равна найденной здесь минимальной высоте. (3.5 балла)
- б) Предположим, что построены две дымовые трубы, предназначенные для одних и тех же целей. Они имеют одинаковое поперечное сечение, но предназначены для работы в различных местностях: одна – в холодной местности, где средняя температура воздуха равна -30°C , а другая – в теплой местности, где средняя температура воздуха равна 30°C . Температура выделяющихся газов составляет 400°C . Если расчетная высота трубы в холодной местности равна 100 м, то какова должна быть высота трубы в теплой местности? (0.5 балла)
- с) Как изменяется скорость течения газов вдоль трубы? Нарисуйте график этой зависимости, предполагая, что поперечное сечение трубы постоянно. Обозначьте на графике точку вхождения газов в трубу. (0.6 балла)
- д) Как меняется давление газов с высотой внутри трубы? (0.5 балла)

Солнечная электростанция

Движение газов через трубу можно использовать для создания солнечной электростанции. Идею такой электростанции иллюстрирует рисунок 2. Солнце нагревает воздух под коллектором, который открыт по периметру, чтобы воздух мог свободно поступать внутрь. Теплый воздух поднимается вверх по дымоходу (тонкие сплошные стрелки), а холодный поступает в коллектор извне (толстые пунктирные стрелки), тем самым обеспечивается непрерывная циркуляция воздуха. Поток воздуха приводит в движение турбину, таким образом вырабатывается электрическая энергия. Энергию солнечного излучения, падающего на единицу площади поверхности коллектора за единицу времени, обозначим через G . Предположим, что вся эта энергия идет на нагревание воздуха в коллекторе (удельная теплоемкость воздуха равна c , ее зависимость от температуры можно пренебречь). КПД солнечной электростанции на основе трубы определим как отношение кинетической энергии потока воздуха в трубе к энергии солнечного излучения, затрачиваемой на нагревание этой же массы воздуха перед поступлением в трубу.

Задание 2

- а) Каков КПД солнечной электростанции на основе трубы? (2.0 балла)
- б) Нарисуйте график, показывающий, как изменяется КПД электростанции в зависимости от высоты трубы. (0.4 балла)

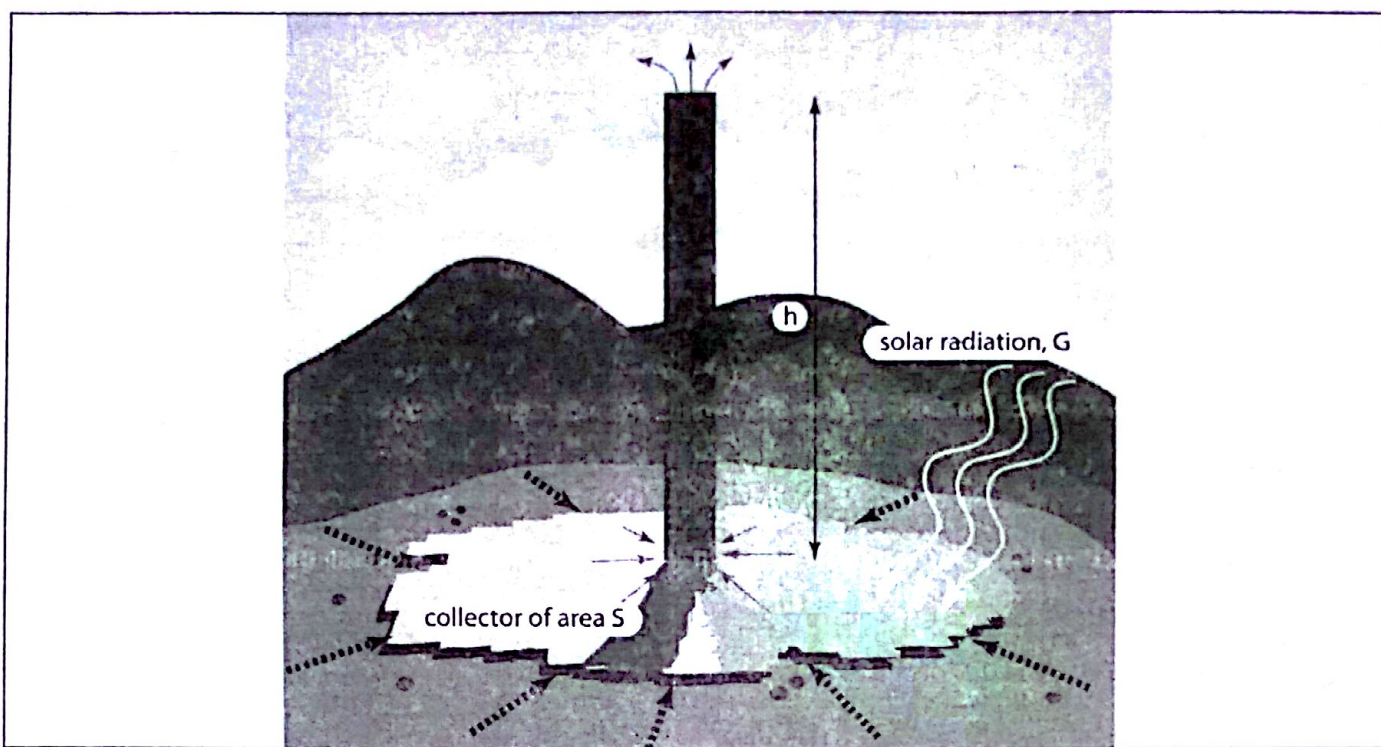


Рисунок 2. Схема солнечной электростанции на основе трубы. Solar radiation – солнечное излучение, collector of area S – коллектор площадью S.

Опытная электростанция в Манзанаресе

Опытная солнечная электростанция на основе трубы, построенная в Манзанаресе (Испания), имеет трубу высотой 195 м и радиусом 5 м, диаметр коллектора равен 244 м. Удельная теплоемкость воздуха $c = 1012 \text{ Дж}/(\text{кг}\cdot\text{К})$, плотность нагретого воздуха $0.9 \text{ кг}/\text{м}^3$, средняя температура окружающего воздуха $T_{\text{atm}} = 295 \text{ К}$. В Манзанаресе в течение солнечного дня мощность солнечного излучения на единицу площади в среднем равна $150 \text{ Вт}/\text{м}^2$.

Задание 3

- Чему равен КПД опытной электростанции? Оцените его численно. (0.3 балла)
- Какова максимальная мощность опытной электростанции? (0.4 балла)
- Сколько энергии дает электростанция в течение одного типичного солнечного дня? (0.3 балла)

Задание 4

- На сколько возрастет температура воздуха при входе в трубу (теплый воздух) относительно температуры окружающего воздуха (холодный воздух)? Запишите общую формулу и сделайте оценку для опытной электростанции. (1.0 балла)
- Чему равен массовый поток воздуха через систему? (0.5 балла)

3. В честь столетия модели атомного ядра Резерфорда.

Рассеяние иона на нейтральном атоме.

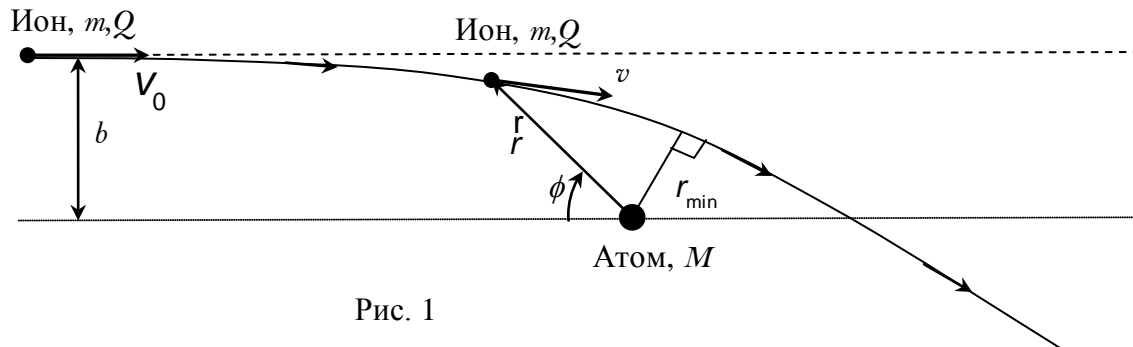


Рис. 1

Ион массой m , зарядом Q , движется с начальной скоростью v_0 из бесконечности к окрестности нейтрального атома массой $M \gg m$ и электрической поляризуемостью a . Прицельный параметр равен b , как показано на рис. 1.

Атом мгновенно поляризуется электрическим полем (\vec{E}) приближающегося иона. В результате у него появляется электрический дипольный момент $\vec{p} = a\vec{E}$. Релятивистские эффекты не учитываются.

3.1 Рассчитайте напряжённость E_r электрического поля на расстоянии r на оси диполя с дипольным моментом \vec{p} , расположенного в начале координат (точка O). [1.2 балла]

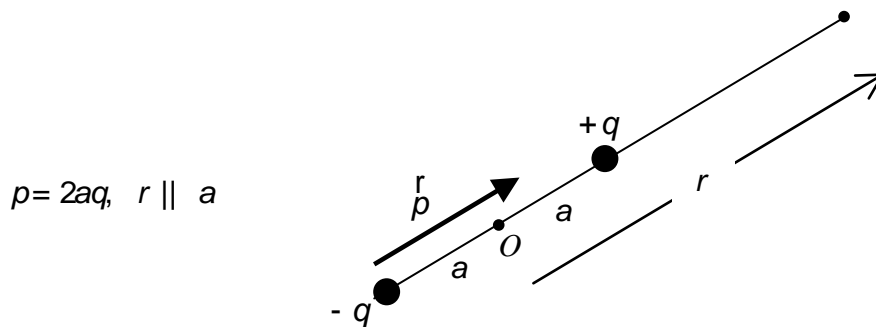


Рис. 2

3.2 Найдите выражение для силы \vec{f} , действующей на ион со стороны поляризованного им атома. Покажите, что эта сила есть сила притяжения независимо от знака заряда иона.

[3.0 балла]

3.3 Найдите электрическую потенциальную энергию взаимодействия атома и иона, выразив её через a, Q и r .

[0.9 балла]

3.4 Получите выражение для минимального расстояния r_{\min} между ионом и атомом (см. рис. 1).

[2.4 балла]

3.5 Если прицельный параметр b меньше критического значения b_0 , то ион упадёт по спиральной траектории на атом. В этом случае ион окажется нейтрализованным, а атом — заряженным. Этот процесс известен как «перезарядка». Чему равна площадь сечения $A = \pi b_0^2$ этой «перезарядки» атома, как это видно «с точки зрения» налетающего иона?

[2.5 балла]