

Системы координат - 1

14.04.2017

2D: декартовы координаты (x, y) , полярные координаты (ρ, φ) .

3D: декартовы координаты (x, y, z) , цилиндрические координаты (ρ, φ, z) , сферические координаты (r, θ, φ) .

1. а) Введите определение полярных координат, изобразите их на рисунке.

б) Получите формулы для перехода из декартовых координат в полярные и наоборот.

в) Что представляют собой линии, задаваемые уравнениями $\rho = \text{const}$ и $\varphi = \text{const}$? Изобразите их на рисунке.

2. Переведите из декартовых координат в полярные: $(0, 1)$; $(2, -2)$; $(-3, 0)$; $(-3, 4)$; $(10, 10)$; $(-1, -\sqrt{3})$; $(0, 0)^*$. Изобразите все эти точки на рисунке.

3. Переведите из полярных координат в декартовы: $(1, \pi/4)$; $(5, \pi)$; $(3, 7\pi/4)$; $(4, 0)$; $(2, -\pi/2)$; $(5, \pi + \arctan(4/3))$; $(13, 2\pi - \arccos(12/13))$; $(9, 34\pi/3)$; $(10, -73\pi/6)$; $(1, 41\pi/4)$. Изобразите все эти точки на рисунке.

4. Постройте графики линий, задаваемых в полярных координатах уравнениями:

а) $r(\varphi) = 1 + \frac{\varphi}{4\pi}, 0 < \varphi < 10\pi$;

б) $r(\varphi) = 1 + 0.1 \sin 3\varphi, 0 < \varphi < 2\pi$;

в) $r(\varphi) = \frac{1}{1 - 0.5 \cos \varphi}, 0 < \varphi < 2\pi$.

5. а) Введите определение цилиндрических координат, изобразите их на рисунке.

б) Получите формулы для перехода из декартовых координат в цилиндрические и наоборот.

в) Что представляют собой поверхности, задаваемые уравнениями $\rho = \text{const}$, $\varphi = \text{const}$ и $z = \text{const}$?

6. Переведите из декартовых координат в цилиндрические: $(1, 0, -2)$; $(-1, 1, 0)$; $(3, -3, 3)$; $(-\sqrt{3}, 1, 2)$; $(-\sqrt{6}, 0, -4)$; $(0, 0, 1)^*$.

7. Переведите из цилиндрических координат в декартовы: $(2, 4\pi/3, -1)$; $(7\sqrt{2}, -\pi/4, 0)$; $(1, -5\pi/6, \pi)$; $(2, 0, -1)$; $(5, \pi + \arcsin(4/5), 0)$; $(25, 7\pi + \arccos(7/24), -4\pi)$; $(25, \pi/2, 3)$.

8. а) Введите определение сферических координат, изобразите их на рисунке.

б) Получите формулы для перехода из декартовых координат в сферические и наоборот.

в) Что представляют собой поверхности, задаваемые уравнениями $\rho = \text{const}$, $\theta = \text{const}$ и $\varphi = \text{const}$?

9. Переведите из декартовых координат в сферические: $(1, 1, 1)$; $(-2, 0, 2)$; $(-1, -1, -1)$; $(1, 0, -1)$; $(0, -3, 4)$; $(5, 0, -5\sqrt{3})$; $(3, -4, -12)$; $(0, 0, 5)^*$; $(0, 0, 0)^*$.

10. Переведите из сферических координат в декартовы: $(1, 0, 0)$, $(13, \arctan(5/12), \pi - \arcsin(3/5))$; $(2, \pi/2, 3\pi/4)$; $(1, 2\pi/3, 0)$; $(5, 0, \pi/2)$; $(4, \pi/3, \pi/3)$.