

1. Аналіз руху космічних апаратів Піонер-10 і Піонер-11 виявив незвичну аномалію: обидва космічні апарати мали додаткове прискорення $\Delta a \approx 8 \cdot 10^{-10} \text{ м/с}^2$ в напрямку Сонця, яке протягом років залишалося незмінним, не зважаючи на значне збільшення відстані від Сонця. Одним з можливих пояснень «ефекту Піонерів» є гравітаційна взаємодія з темною матерією, що може скупчуватися навколо зірок. На думку вчених, темна матерія складається з поки що не відкритих елементарних частинок, які взаємодіють зі звичною речовиною тільки гравітаційно. На момент, коли відстань між Піонером-10 та Сонцем дорівнювала $r_0 = 50 \text{ а.о.}$ ($1 \text{ а.о.} = 1,5 \cdot 10^{11} \text{ м}$ – відстань від Землі до Сонця), швидкість, з якою космічний апарат віддалявся від Сонця, була $v_0 = 12 \text{ км/с}$. Знайдіть, на якій відстані від Сонця Піонер-10 зупиниться і почне зворотній рух, якщо вважати, що аномалія буде зберігатися й надалі. Знайдіть залежність густини темної матерії від відстані до Сонця $\rho(r)$, що забезпечує стале додаткове прискорення $\Delta a \approx 8 \cdot 10^{-10} \text{ м/с}^2$. Оцініть сукупну масу частинок темної матерії, які зараз пронизують Ваше тіло.

2. Горизонтальна площина, що має форму кола, обертається відносно центральної вертикальної осі зі сталою кутовою швидкістю ω . По колу відносно цієї осі проти годинникової стрілки зі сталою швидкістю u відносно площини рухається автомобіль, яка утримується на площині за рахунок тертя. При $\omega=0$ допустима гранична швидкість $u=u_0$, а при $u=0$ допустима гранична кутова швидкість $\omega=\omega_0$. Автомобіль при прямолінійному русі по нерухомій площині може розвивати максимальну швидкість $u_{\max}=4u_0$, а площина може обертатися в будь-якому напрямку з максимальною кутовою швидкістю $|\omega|_{\max}=2\omega_0$. Визначити час кутового переміщення $\Delta\varphi$ автомобіля в нерухомій системі відліку ($0 \leq \Delta\varphi \leq 2\pi$) при всіх допустимих значеннях ω та u .

3. У двох сполучених скляних капілярах радіусами $R_1=0,5 \text{ мм}$ та $R_2=0,9 \text{ мм}$ знаходиться гас (мал.1). Верхній мениск стовпчика гасу у вужчому капілярі знаходиться на висоті $h_1=10 \text{ см}$. Довжина вужчого капіляра $H_1=12 \text{ см}$, а довжина ширшого – $H_2=17 \text{ см}$. В ширший капіляр зі шприца вводиться вода. Між стовпчиками гасу та води утворюється стовпчик повітря. У деякий момент верхній мениск стовпчика води знаходиться на висоті $b=3 \text{ см}$ над поверхнею гасу. Змочування скла як гасом, так і водою вважати повним. Коефіцієнти поверхневого натягу рідин: $\sigma_{\text{гасу}}=0,030 \text{ Н/м}$, $\sigma_{\text{води}}=0,073 \text{ Н/м}$, їхні густини дорівнюють відповідно $\rho_{\text{гасу}}=800 \text{ кг/м}^3$, $\rho_{\text{води}}=1000 \text{ кг/м}^3$. Скільки води ще треба долити у широкий капіляр, щоб з вузького почав витікати гас?

4. Мікроавтобус стоїть на зупинці так, що його підлога горизонтальна, а всі чотири амортизаційні пружини (точки 1, 2, 3, 4 на мал.2) стиснуті на однакову величину $x_0=8 \text{ см}$. У мікроавтобус піднімається пасажир масою $m=75 \text{ кг}$ і зупиняється в точці, яка віддалена від центру мікроавтобуса на відстані $c=60 \text{ см}$ і $d=75 \text{ см}$ (див. мал.2). Визначити, на скільки і як деформується кожна з пружин відносно попереднього положення. На скільки робота, яку виконав пасажир, піднявшись до мікроавтобуса, більша за зміну потенціальної енергії людини? Вважати всі амортизаційні пружини однаковими, центр мас підвішеної на них верхньої частини мікроавтобуса ($m_0=1500 \text{ кг}$) розташованим в його центрі (див. мал.2), $a=1,2 \text{ м}$, $b=1,0 \text{ м}$.

5. В герметично закритій посудині об'ємом 100 л знаходиться деяка кількість ідеального газу, молекули якого складаються з атомів одного й того ж хімічного елемента. Посудину нагрівають, вимірюючи залежність тиску газу від його температури. Після обробки отриманих експериментальних даних виявилось, що весь графік залежності $p(T)$ є достатньою точностю апроксимується трьома послідовними лініями: прямою, гілкою параболи й знову прямою. В табл.1 наведені деякі точки, що лежать на цих лініях. Нехтуючи втратами тепла в навколишнє середовище, 1) поясніть появу ділянки з квадратичною залежністю; 2) визначте інтервал температур, на якому спостерігається ця залежність; 3) отримайте залежність внутрішньої енергії газу в посудині від температури

Задачі запропонували О.Ю.Орлянський (1,4), А.П.Федоренко (2), Б.Г.Кремінський, І.Л.Рубцова (3), М.І.Пашко (5).

1. Анализ движения космических аппаратов Пионер-10 и Пионер-11 обнаружил необычную аномалию: оба космических аппарата испытывали дополнительное ускорение $\Delta a \approx 8 \cdot 10^{-10} \text{ м/с}^2$ в направлении Солнца, которое на протяжении годов оставалось неизменным, не смотря на значительное увеличение расстояния от Солнца. Одним из возможных объяснений «эффекта Пионеров» является гравитационное взаимодействие с темной материей, которая может накапливаться около звезд. По мнению ученых, темная материя состоит из пока что не открытых элементарных частиц, взаимодействующих с обычным веществом только гравитационно. На момент, когда расстояние между Пионером-10 и Солнцем равнялось $r_0 = 50 \text{ а.е.}$ ($1 \text{ а.е.} = 1,5 \cdot 10^{11} \text{ м}$ – расстояние от Земли до Солнца), скорость, с которой космический аппарат удалялся от Солнца, была $v_0 = 12 \text{ км/с}$. Найдите, на каком расстоянии от Солнца Пионер-10 остановится и начнет обратное движение, считая, что аномалия будет сохраняться и далее. Найдите зависимость плотности темной материи от расстояния до Солнца $\rho(r)$, обеспечивающего постоянное дополнительное ускорение $\Delta a \approx 8 \cdot 10^{-10} \text{ м/с}^2$. Оцените совокупную массу частиц темной материи, пронизывающих сейчас Ваше тело.

2. Горизонтальная плоскость в форме круга вращается относительно центральной вертикальной оси с постоянной угловой скоростью ω . По окружности относительно этой оси против часовой стрелки с постоянной скоростью u относительно плоскости движется автомобиль, которая удерживается на плоскости за счет трения. При $\omega=0$ допустимая предельная скорость $u=u_0$, а при $u=0$ допустимая предельная угловая скорость $\omega=\omega_0$. Автомобиль при прямолинейном движении по неподвижной плоскости может развивать максимальную скорость $u_{\max}=4u_0$, а плоскость может вращаться в любом направлении с максимальной угловой скоростью $|\omega|_{\max}=2\omega_0$. Определите время углового перемещения $\Delta\varphi$ автомобиля в неподвижной системе отсчета ($0 \leq \Delta\varphi \leq 2\pi$) при всех допустимых значениях ω и u .

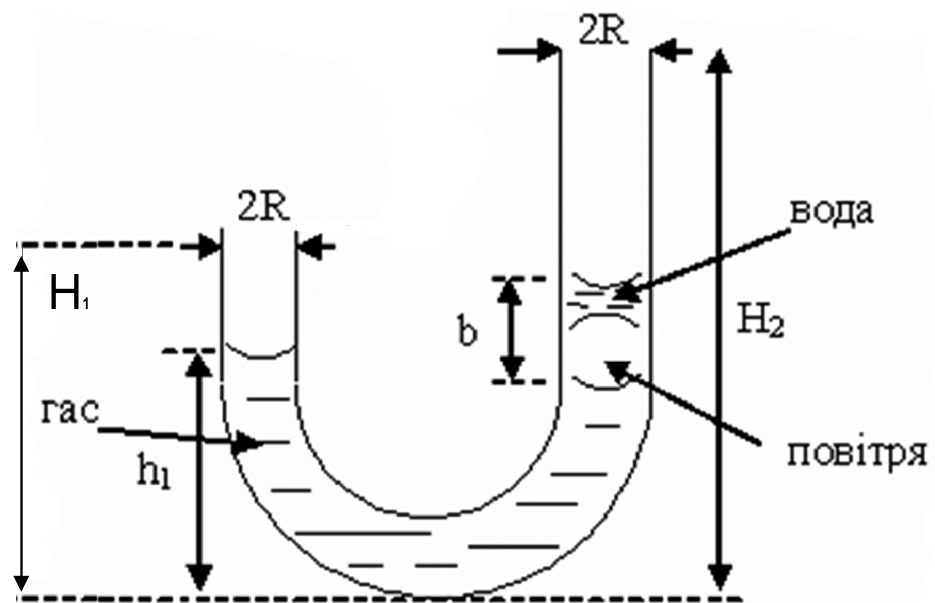
3. В двух сообщающихся стеклянных капиллярах радиусами $R_1=0,5 \text{ мм}$ и $R_2=0,9 \text{ мм}$ находится керосин (рис 1). Верхний мениск столбика керосина в узком капилляре находится на высоте $h_1=10 \text{ см}$. Длина узкого капилляра $H_1=12 \text{ см}$, а длина широкого – $H_2=17 \text{ см}$. В широкий капилляр со шприца вводится вода. Между столбиками керосина и воды образуется столбик воздуха. В некоторый момент верхний мениск столбика воды находится на высоте $b=3 \text{ см}$ над поверхностью керосина. Смачивание стекла как керосином, так и водой считать полным. Коэффициенты поверхностного натяжения жидкостей:

$\sigma_{\text{керосина}}=0,030 \text{ Н/м}$, $\sigma_{\text{воды}}=0,073 \text{ Н/м}$, их плотности равны соответственно $\rho_{\text{керосина}}=800 \text{ кг/м}^3$, $\rho_{\text{воды}}=1000 \text{ кг/м}^3$. Сколько воды еще необходимо долить в широкий капилляр, чтобы с узкого начал вытекать керосин?

4. Микроавтобус стоит на остановке так, что его пол горизонтален, а все четыре амортизационные пружины (точки 1, 2, 3, 4 на рис.2) сжаты на одинаковую величину $x_0=8 \text{ см}$. В микроавтобус поднимается пассажир массой $m=75 \text{ кг}$ и останавливается в точке, удаленной от центра микроавтобуса на расстояния $c=60 \text{ см}$ и $d=75 \text{ см}$ (см. рис.2). Определить, на сколько и как деформируется каждая из пружин относительно предыдущего положения. Насколько работа, которую выполнил пассажир, поднявшись в микроавтобус, превышает изменение потенциальной энергии человека? Считать все амортизационные пружины одинаковыми, центр масс подвешенной на них верхней части микроавтобуса ($m_0=1500 \text{ кг}$) расположенным в его центре (см. рис 2), $a=1,2 \text{ м}$, $b=1,0 \text{ м}$.

5. В герметично закрытом сосуде объемом 100 л находится некоторое количество идеального газа, молекулы которого состоят из атомов одного и того же химического элемента. Сосуд нагревают, измеряя зависимость давления газа от его температуры. После обработки полученных экспериментальных данных, оказалось, что весь график зависимости $p(T)$ с достаточной точностью аппроксимируется тремя последовательными линиями: прямой, веткой параболи и снова прямой. В табл.1 приведены некоторые точки, лежащие на этих линиях. Пренебрегая потерями тепла в окружающую среду, 1) объясните появление участка с квадратичной зависимостью; 2) определите интервал температур, на котором наблюдается эта зависимость; 3) получите зависимость внутренней энергии газа в сосуде от температуры.

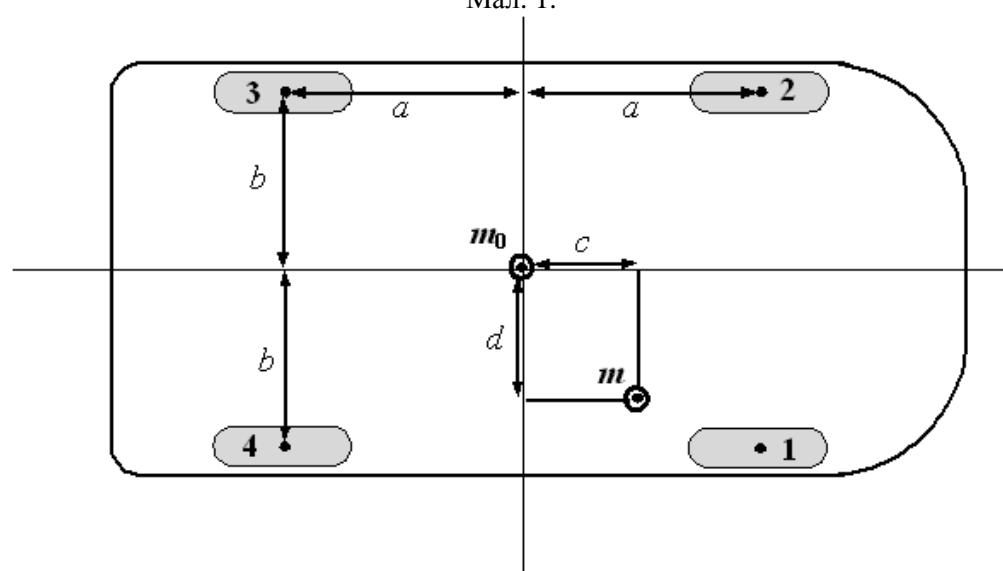
Задачи предложили О.Ю.Орлянський (1,4), А.П.Федоренко (2), Б.Г. Кремінський, І.Л.Рубцова (3), М.І.Пашко (5).



T, K	340	530	720	910	1100	1290	1480
P, кПа	56,51	88,09	140,4	224,4	332,4	428,8	492,0

Табл.1

Мал. 1.



Мал. 2.