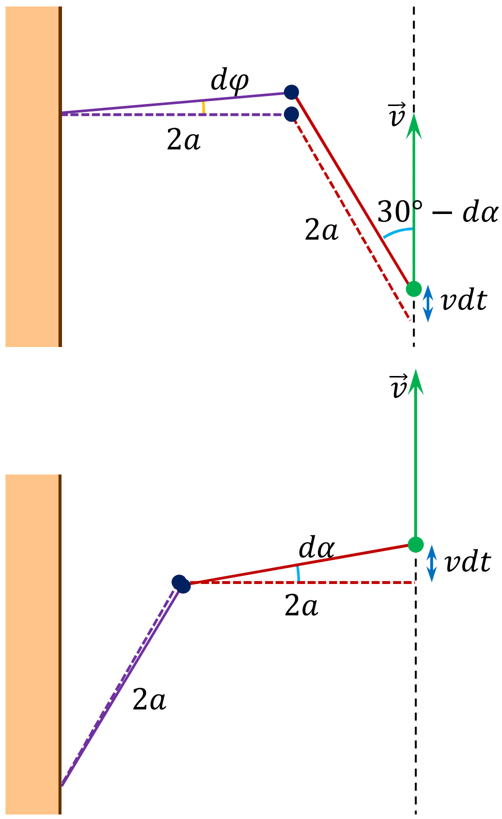
1. Рассмотрим оба случая по отдельности.
   a. В этом случае левое звено горизонтально, а угол между правым звеном и вертикалью равен 30°. Воспользуемся свойством твердого тела: проекции скоростей его двух произвольных точек на направление, их соединяющее, равны. Пусть прошло малое время dt. Тогда левое звено повернулось на угол $d\varphi = udt/2a$, а правый конец передвинулся вверх на vdt, где u – скорость шарнира. Так как перемещение шарнира по горизонтали пренебрежимо мало (оно порядка u^2dt^2), то шарнир перемещался почти вверх и его скорость $u = v$. Тогда и угол $d\alpha$ поворота левого звена ничтожно мал. Проекция же скорости $\vec{u}$ на правое звено должна остаться прежней, т.к. проекция скорости $\vec{v}$ на это же направление почти не изменилась. Соответственно, имеем уравнение:



$$v\cos 30° = (u - du)\cos(30° - d\varphi),$$

где du – малое уменьшение скорости $\vec{u}$. Разложив косинус в ряд Тейлора и отбросив квадратичные члены, получим:

$$\frac{du}{dt} = \frac{v^2}{2a\sqrt{3}}.$$

Полное ускорение шарнира

$$a_1 = \sqrt{\left(\frac{u^2}{2a}\right)^2 + \left(\frac{du}{dt}\right)^2} = \frac{v^2}{2a}\sqrt{1 + \frac{1}{3}} = \frac{v^2}{a\sqrt{3}}.$$

   b. В этом случае правое звено горизонтально, в противном случае проекция скорости $\vec{v}$ на него не равна нулю. Угол же между левым звеном и вертикалью 30°. Пусть прошло малое время dt. Теперь можно пренебречь перемещением шарнира, т.к. и его скорость, и время перемещения малы (угол $d\varphi$ настолько мал, что не уместился на рисунке). Из уравнения движения твердого тела получим:

$$v\sin d\alpha = du\cos(60° + d\alpha),$$

где $\sin d\alpha \approx d\alpha \approx vdt/2a$. Здесь можно пренебречь величиной $d\alpha$ под косинусом. Тогда получим:

$$\frac{du}{dt} = \frac{v^2}{a\sqrt{3}}.$$

Так как скорость шарнира равна нулю, то полное ускорение

$$a_2 = \frac{du}{dt} = \frac{v^2}{a\sqrt{3}}.$$

То, что ускорения в обоих случаях получились одинаковыми, имеет изящное объяснение. Если во втором случае перейти в систему отсчета, движущуюся вверх со скоростью $\vec{v}$, то получим картинку, симметричную той, что получилась в первом случае.

2. Рассмотрим движение шарика в полусферической выемке. До того, как шарик достиг ее дна, брусок неподвижен, после этого же он начинает двигаться. В момент начала движения бруска скорость шарика $v = \sqrt{2g(h + r)}$ по закону сохранения энергии. В предельном случае, когда горизонтальные скорости шарика и бруска сравняются (это произойдет, когда шарик достигнет края бруска), их вертикальные скорости будут равны нулю. Из законов сохранения импульса в проекции на горизонтальное направление и энергии имеем систему:
$$\begin{cases} (M + m)u = mv, \\ \dfrac{(M + m)u^2}{2} = \dfrac{mv^2}{2} - mgr, \end{cases}$$
где u – горизонтальная скорость бруска в момент прохождения шариком края полусферы. Подставив v в систему и решив ее, получим:
$$h = \frac{mr}{M} = 4 \text{ см}.$$
3. Рассмотрим произвольный политропный процесс $pV^n = const$. Продифференцировав уравнение процесса и закон Менделеева – Клайперона по времени, получим:
$$\begin{cases} npdV + Vdp = 0, \\ pdV + Vdp = \nu RdT. \end{cases}$$
Из этих уравнений получим:
$$\begin{cases} pdV = \dfrac{\nu RdT}{1 - n}, \\ Vdp = -\dfrac{n\nu RdT}{1 - n}. \end{cases}$$
Элементарная теплота, переданная газу, $dQ = pdV + \frac{i}{2}\nu RdT$ (это следует из второго начала термодинамики). По определению молярной теплоемкости $dQ = \nu CdT$, где C – теплоемкость газа. Из этих уравнений получим:
$$C = R\left(\frac{i}{2} + \frac{1}{1 - n}\right).$$
4. Пусть полный ток через конденсатор I, а заряд на границе раздела Q. Тогда плотность тока на расстоянии r от центра
$$j = \frac{I}{4\pi r^2}.$$
По закону Ома, напряженность поля внутри проводника $E = d\varphi/dr = j\rho$, где ρ – удельное сопротивление проводника. Имеем дифференциальное уравнение:
$$\frac{d\varphi}{dr} = \frac{I\rho}{4\pi r^2}.$$
Проинтегрировав его от $r = R_1$ до $r = R_2$ при $\rho = \rho_1$, от $r = R_2$ до $r = R_3$ при $\rho = \rho_2$; и сложив, получим:
$$I = \frac{\cancel{2}\pi U}{\rho_1\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right) + \rho_2\left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_3}\right)}.$$
Заряд Q можно определить из соображений неразрывности. Вблизи границы раздела плотность тока равна с обеих сторон (не происходит скачка). Получим уравнение:

$$\frac{I}{4\pi R_2^2}(\rho_2-\rho_1)=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R_2^2}.$$

Упростив, получим:

$$I(\rho_2-\rho_1)=\frac{Q}{\varepsilon_0}.$$

Это уравнение – формулировка теоремы Гаусса для поверхности, окружающей сферу радиуса R_2. Из этого уравнения получим:

$$Q=I(\rho_2-\rho_1)\varepsilon_0=\frac{\cancel{2}\pi U(\rho_2-\rho_1)\varepsilon_0}{\rho_1\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right)+\rho_2\left(\frac{1}{R_2}-\frac{1}{R_3}\right)}.$$

Подставив значения из условия, получим:

$$\begin{cases} I=\dfrac{\cancel{12}\pi UR}{5\rho}, \\ Q=\dfrac{\cancel{12}\pi\varepsilon_0 UR}{5}. \end{cases}$$