

Харьковский физико-математический лицей №27

С.А.Лифиц

АЛГЕБРА-10

**Материалы к урокам по теме:
“Тригонометрические неравенства”**

Харьков, 2015 г.

Поурочное планирование (13 часов)

Урок 1. Решение простейших тригонометрических неравенств на тригонометрическом круге и на графике.

Урок 2. Решение тригонометрических неравенств, сводящихся к простейшим.

Урок 3. Решение тригонометрических неравенств методом замены переменных.

Урок 4. Решение тригонометрических неравенств методом интервалов.

Урок 5. *Самостоятельная работа* по теме: “Решение тригонометрических неравенств – 1”.

Урок 6. Тригонометрические неравенства с параметрами.

Урок 7. Решение тригонометрических неравенств с параметрами.

Урок 8. Решение иррациональных тригонометрических уравнений.

Урок 9. Случаи потери корней при решении тригонометрических уравнений и неравенств.

Урок 10. *Самостоятельная работа* по теме: “Решение тригонометрических неравенств – 2”.

Урок 11. Обобщающий урок по теме.

Урок 12. **Контрольная работа.**

Урок 13. Анализ контрольной работы.

Урок 1. Простейшие тригонометрические неравенства

Решите неравенства:

1) $\sin x > \frac{1}{2};$

2) $\sin 2x \leq -\frac{2}{3};$

3) $\cos(3x + 1) \leq -\frac{\sqrt{2}}{2};$

4) $\cos\left(\frac{\pi}{3} - 4x\right) > \frac{4}{7};$

5) $\sin(5|x| - 1) \geq 8 - 4\sqrt{3};$

6) $\operatorname{tg} x \geq 1;$

7) $\operatorname{ctg} x > -\frac{1}{3};$

8) $-\frac{\sqrt{3}}{2} \leq \cos x < \frac{1}{2};$

9) $|\sin x| > \frac{\sqrt{2}}{2}.$

Домашнее задание

Решите неравенства:

1) $\sin\left(2x - \frac{\pi}{6}\right) < 0, 2;$

2) $\sin x \cos \frac{x}{2} + \cos x \sin \frac{x}{2} \geq \frac{1}{3};$

3) $2 \cos 4x + \sqrt{3} \leq 0;$

4) $\cos(3 - 2x) > \frac{1}{\sqrt{2}};$

5) $\operatorname{ctg}\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) < -2;$

6) $\operatorname{tg} \frac{\pi x}{4(x+1)} > 1;$

7) $-\frac{1}{2} < \cos x \leq -\frac{1}{4};$

8) $|\operatorname{tg} x| > 2.$

Урок 2. Тригонометрические неравенства, сводящиеся к простейшим

Решите неравенства:

1) $\cos^2 2x > \frac{2 + \sqrt{3}}{4};$

2) $\cos 3x + \sqrt{3} \sin 3x < -\sqrt{2};$

3) $\cos x + \sin \left(x - \frac{\pi}{4}\right) > 0;$

4) $4 \cos x \cos \left(x + \frac{\pi}{6}\right) > \sqrt{3};$

5) $\sin^4 x + \cos^4 x \leq \frac{5}{8};$

6) $3 \cos^2 x \sin x - \sin^3 x < \frac{1}{2};$

7) $\cos 7x (\sin 5x - 1) \geq 0;$

8) $\sin 2x \sin 3x > \sin 10x + \cos 2x \cos 3x.$

Домашнее задание

Решите неравенства:

1) $\sin x \geq \cos x;$

2) $\cos \pi x + \sin \left(\pi x + \frac{\pi}{4}\right) > 0;$

3) $\frac{\sin^2 x - 0,25}{\sqrt{3} - (\sin x + \cos x)} > 0;$

4) $\sin^6 x + \cos^6 x \geq \frac{5}{8};$

5) $\cos^3 x \sin 3x + \cos 3x \sin^3 x < \frac{3}{8}.$

6) $\cos \left(x + \frac{\pi}{4}\right) \cos \left(x - \frac{\pi}{4}\right) \geq -\frac{\sqrt{3}}{4};$

7) $(1 + \cos 2x) (\operatorname{tg} x - \sqrt{3}) > 0.$

Урок 3. Решение тригонометрических неравенств методом замены переменных

Решите неравенства:

1) $-5 \sin x + \cos 2x < 3;$

2) $\operatorname{tg} 2x + \operatorname{ctg} 2x < -\frac{4}{\sqrt{3}};$

3) $\cos x + \sin x < 3 \sin 2x - 1;$

4) $5 \sin^2 x - 3 \sin x \cos x - 36 \cos^2 x > 0;$

5) $\frac{\sin 3x - \cos 3x}{\sin 3x + \cos 3x} > 0;$

6) $\operatorname{tg} x + \sin 2x > 2;$

7) $2 \cos x - \cos \frac{3x}{2} < 1.$

Домашнее задание

Решите неравенства:

1) $4 \sin^4 x + 12 \cos^2 x - 7 < 0;$

2) $8 \cos^3 x - 6 \cos x + \sqrt{2} \geq 0;$

3) $2 \cos 2x + \sin 2x > \operatorname{tg} x;$

4) $4 \cos 2x - 5 \sin^2 x - \sin^2 2x < 0;$

5) $\frac{\cos x + 2 \cos^2 x + \cos 3x}{2 \cos^2 x + \cos x - 1} > 1;$

6) $\frac{15}{1 + \sin x} < 11 - 2 \sin x.$

Урок 4. Решение тригонометрических неравенств методом интервалов

Решите неравенства:

1) $\sin 2x + \sin x > 0;$

2) $\cos 2x \operatorname{ctg} x < 0;$

3) $\cos^2 x + \cos^2 2x + \cos^2 3x + \cos^2 4x \geq 2.$

Домашнее задание

Решите неравенства:

- 1) $\sin 2x - \sin 3x > 0$;
- 2) $(2 \sin x - \cos x)(1 - \cos x) < \sin^2 x$;
- 3) $\sin x + \sin 2x + \sin 3x > 0$;
- 4) $\cos x \cos 3x < \cos 5x \cos 7x$;
- 5) $\cos x \cos 2x \cos 3x \leq 0$.

Урок 6. Тригонометрические неравенства с параметром

Решите неравенства при всех значениях параметра:

- 1) $\sin ax \geq \frac{1}{2}$;
- 2) $\cos\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) < b$;
- 3) $2 \operatorname{tg}(ax - 4) \leq b$;
- 4) $\operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x \leq a$.

Домашнее задание

Решите неравенства при всех значениях параметра:

- 1) $\cos^2(x + 1) < a$;
- 2) $\sin(mx - 3) < m$;
- 3) $\operatorname{tg}(ax + 2) \geq b$;
- 4) $\sin x + a \cos x < a$.

Урок 7. Решение тригонометрических неравенств с параметром

- 1) Найдите все значения параметра a , при которых неравенство

$$\sin^2 x + 2a \cos x - 2a < a^2 - 2$$

справедливо при всех действительных x .

2) Решите неравенство

$$a \sin^2 x + 2 \cos x - (a - 1) > 0$$

при всех значениях параметра a .

Домашнее задание

Решите неравенства при всех значениях параметра:

$$1) \frac{1 + \sin x}{1 - \cos x} + \frac{1 - \sin x}{1 + \cos x} \leq a;$$

$$2) \frac{\operatorname{tg} x}{\operatorname{tg} x + 2} - \frac{1}{m} > \frac{\cos x}{\sin x + 2 \cos x}.$$

Урок 8. Иррациональные тригонометрические уравнения

Решите уравнения:

$$1) \sqrt{\cos 2x} \cdot \cos x = 0;$$

$$2) \sqrt{9 - x^2} \cdot (2 \sin 2\pi x + 5 \cos \pi x) = 0;$$

$$3) \sqrt{5 - 2 \sin x} = 6 \sin x - 1;$$

$$4) \sqrt{2 \cos x \sin 2x} = \sqrt{5 \sin x + 4 \sin 2x};$$

$$5) \sqrt{1 + 8 \sin 2x \cos^2 2x} = 2 \sin \left(3x + \frac{\pi}{4} \right);$$

$$6) \frac{\sin 2x - \sqrt{3} \cos 2x - 2 \cos 6x}{\sqrt{\cos \left(2x - \frac{\pi}{4} \right)}} = 0.$$

Домашнее задание

Решите уравнения:

$$1) \sqrt{4 - x^2} (\cos \pi x + \sin \pi x) = 0;$$

$$2) \frac{\sin 7x - \sin 3x - \sin 2x}{\sqrt{x + 3}} = 0;$$

$$3) \sqrt{\sin x} (4 - 5 \cos x - 2 \sin^2 x) = 0;$$

$$4) \sqrt{1 - 2 \sin 4x} + \sqrt{6} \cos 2x = 0;$$

$$5) \sqrt{\cos 5x + \cos 7x} = \sqrt{\cos 6x}.$$

Урок 9. Потеря корней при решении тригонометрических уравнений и неравенств

1) Решите уравнения:

$$(1) \operatorname{tg} 2x + \sin 2x = \frac{16}{15} \operatorname{ctg} x;$$

$$(2) \operatorname{tg} \left(\frac{5\pi}{4} + x \right) = -1 - 5 \operatorname{ctg} x.$$

2) Решите неравенства:

$$(1) \sin^2 x - 4 \sin x \cos x + 3 \cos^2 x > 0;$$

$$(2) (2 \cos x - \sqrt{3})^2 \left(\sin x - \frac{\sqrt{2}}{2} \right) \geq 0;$$

$$(3) \sqrt{5 + 9x - 2x^2} (\operatorname{ctg}^2 x + \operatorname{ctg} x) \leq 0.$$

Домашнее задание

Решите уравнения или неравенства:

$$1) 2 \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{4} + x \right) + 5\sqrt{3} \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{3} + x \right) = -7;$$

$$2) 6 \sin^2 x - 5 \sin x \cos x + \cos^2 x \geq 0;$$

$$3) (1 + \sin x) (-x^2 + x + 6) \geq 0;$$

$$4) \operatorname{tg} \left(2x - \frac{\pi}{3} \right) = \operatorname{ctg} \frac{4\pi}{3} + 3 \operatorname{ctg} 2x;$$

$$5) \cos^2 x (4 \sin^2 x - 1) \leq 0;$$

$$6) \sin 2x + \sin x \cos x - 2 \cos^2 x > 0.$$