

Розв'язок експериментальної задачі № 1
(11 клас)

1. Теоретична модель

Вважаємо, що для гуми виконується закон Гука $\sigma = E \cdot |\varepsilon|$, або в розгорнутому вигляді

$$\frac{F}{S} = E \cdot \frac{|l - l_0|}{l_0}, \quad \text{звідси} \quad E = \frac{F \cdot l_0}{S \cdot |l - l_0|} \quad (1)$$

де E – модуль Юнга, F – сила натягу гумової нитки, l та l_0 – довжини розтягнутої та нерозтягнутої гумової нитки відповідно, S – площа поперечного перерізу розтягнутої гумової нитки.

2. Визначення модуля сили натягу гумової нитки F .

Розтягнемо зв'язану в кільце гумову нитку між трьома гвіздками і визначимо частоту коливань ν самої довгої частини нитки. Виміряємо довжину «струни» l (відстань між гвіздками). Крім того, поставимо ручкою мітки на гумовій нитці напроти гвіздків, щоб у подальшому вимірювати довжину тієї ж нерозтягнутої ділянки l_0 .

Врахувавши, що на довжині струни «вміщується» половина довжини хвилі і те, що швидкість хвилі дорівнює добутку довжини хвилі та частоти, можемо записати

$$2l \cdot \nu = \sqrt{\frac{F}{\rho_l}}, \quad \text{звідки} \quad F = 4l^2 \nu^2 \rho_l.$$

Для знаходження лінійної густини *розтягнутої* гумової нитки знімаємо її з гвіздків та визначаємо її масу m на важільних терезах – лінійці, що зрівноважена на ручці, використовуючи в якості гирі монету в 1 копійку. Далі розв'язуємо вузол на нитці і вимірюємо її повну довжину L . Тоді лінійна густина розтягнутої гумової нитки знаходиться з співвідношення

$$\rho_l = \frac{m}{L} \cdot \frac{l_0}{l}, \quad \text{звідки} \quad F = \frac{4m\nu^2 l \cdot l_0}{L} \quad (2).$$

3. Визначення поперечного перерізу *розтягнутої* гумової нитки S .

Діаметр не розтягнутої гумової нитки d_0 визначаємо методом рядів. Вважаємо, що при розтягу нитки її об'єм залишається незмінним (що насправді виконується з гарною точністю). Тоді площу поперечного перерізу нерозтягнутої гумової нитки знаходимо наступним чином

$$S_0 = \frac{\pi d_0^2}{4}, \quad \text{крім того} \quad S_0 \cdot l_0 = S \cdot l, \quad \text{звідки} \quad S = \frac{\pi d_0^2 l_0}{4l} \quad (3).$$

Підставимо (2) та (3) в (1), **остаточно отримуємо:**

$$E = \frac{l_0 m}{\pi \cdot (l - l_0) \cdot L} \cdot \left(\frac{4l \cdot \nu}{d_0} \right)^2.$$

4. Один із можливих способів розрахунку похибки.

Знайдем відносну похибку непрямого вимірювання за формулою, вважаючи, що гранична абсолютна похибка вимірювання частоти основної гармоніки програмою Spectrum Analyzer є знехтувано малою.

$$\frac{\Delta E}{E} = \frac{\Delta l}{l_0} + \frac{\Delta m}{m_0} + \frac{\Delta \pi}{\pi} + \frac{\Delta(l - l_0)}{l - l_0} + 2 \left(\frac{\Delta l}{l} + \frac{\Delta d}{d} \right)$$

5. Результати пробних вимірювань:

$L = 215$ мм, $l = 145$ мм, $l_0 = 75$ мм, $d_0 = 2,0$ мм, $\nu = 160$ Гц, $m = 0,68$ г.

$\varepsilon_E = 15$ %.

$E = 2,3$ МПа

11 клас. Задача 2.

1) На першій фотографії ми бачимо чітке зображення дротів передньої грані куба. Використовуючи формулу лінзи і позначення, наведені на рис.1 можемо записати систему рівнянь:

$$\frac{1}{d_1} + \frac{1}{f_1} = \frac{1}{F}$$

$$d_1 + f_1 = L$$

$$\frac{d_1}{f_1} = \frac{H}{h_1}$$

Тут h_1 позначає розмір зображення сторони куба на матриці фотоапарату.

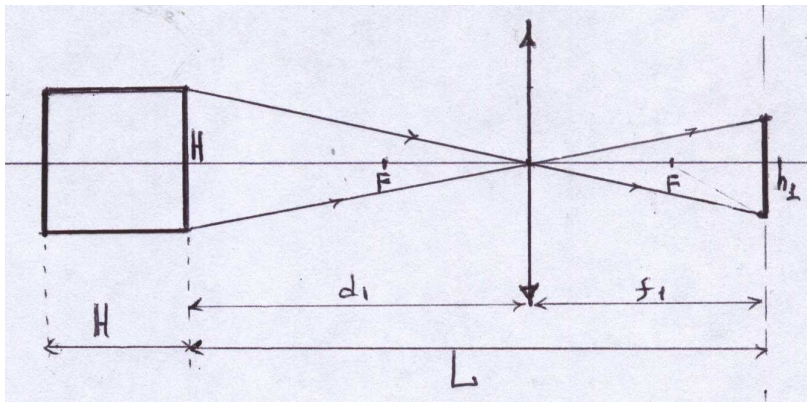


Рис. 1

Аналогічно для другої фотографії, на якій ми бачимо чітке зображення задньої грані куба. Використовуючи позначення, наведені на рис. 2, можемо записати наступну систему рівнянь:

$$\frac{1}{d_2} + \frac{1}{f_2} = \frac{1}{F}$$

$$d_2 + f_2 = L + H$$

$$\frac{d_2}{f_2} = \frac{H}{h_2}$$

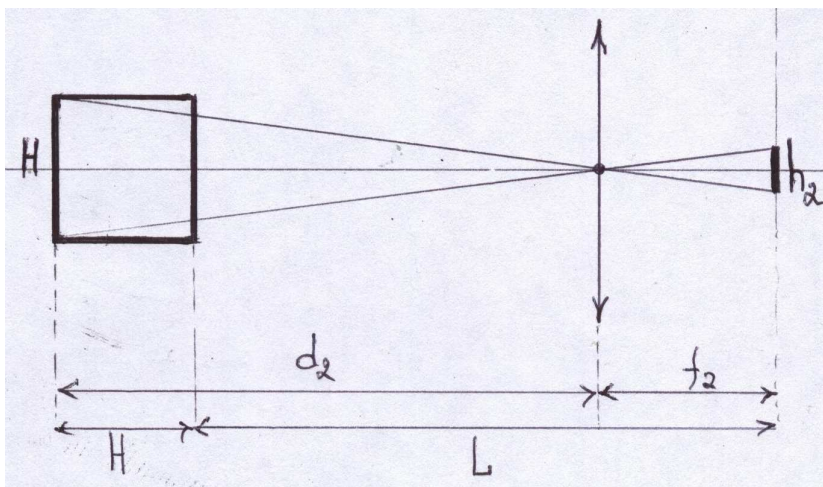


Рис. 2

Розв'язуючи системи рівнянь отримуємо дві формули для фокусної відстані об'єктива:

$$F = \frac{HLh_1}{(H+h_1)^2}$$

$$F = \frac{H(L+H)h_2}{(H+h_2)^2}$$

Два значення фокусної відстані, отримані з двох фотографій дають можливість перевірки результату і оцінки похибки.

2) Для пояснення «розмитості» зображення скористаємося рисунком 3. Зображення дротів передньої грані утворюється променями 1, 1' на площині матриці, позначений пунктиром. При цьому промені 2' не перетинаються в одній точці матриці, а утворюють кружечок розмиття С. З подібності трикутників можна розрахувати його розмір.

В реальності ситуація дещо складніша, оскільки ми маємо зображення не точок, а дротин певної товщини. В цьому випадку величина розмиття може бути знайдена як різниця розмитого і нерозмитого зображень дротини.

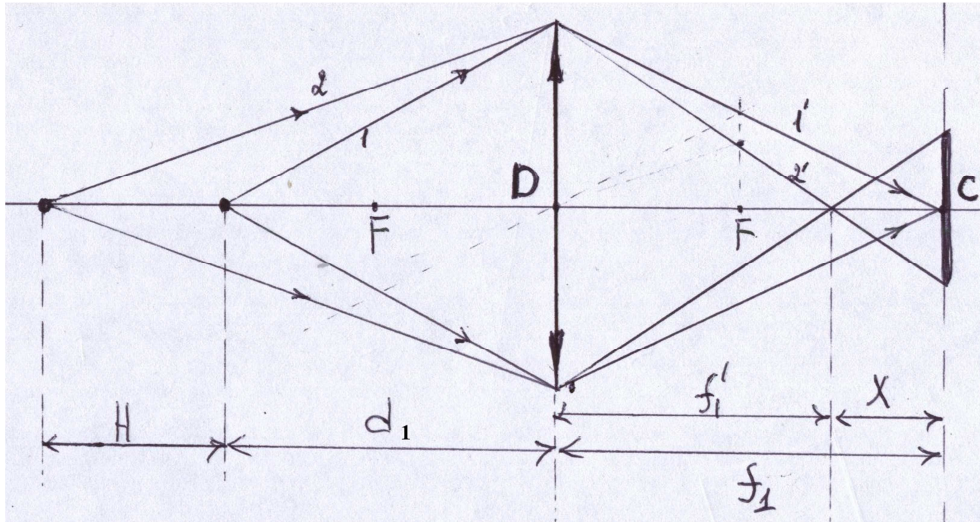


Рис. 3

Вимірюємо «розмитість» зображення дроту на рисунку.

$$C' = 4,5 - 2,5 = 2 \text{ мм}$$

Масштабуємо його на матрицю

$$C = 2 \frac{23,5}{253,5} = 0,1854 \text{ мм}$$

І з подібності трикутників знаходимо діаметр лінзи

$$D = \frac{Cf_1'}{x} = \frac{Cf_1'}{f_1 - f_1'}$$

Необхідну величину f_1' знаходимо з

$$\frac{1}{f_1 + H} + \frac{1}{f_1'} = \frac{1}{F}$$

$$\frac{1}{f_1'} = \frac{1}{F} - \frac{1}{f_1 + H} = \frac{f_1 + H - F}{F(f_1 + H)}$$

$$f_1' = \frac{F(f_1 + H)}{f_1 + H - F}$$

$$d_1 = \frac{HL}{H + h_1} = \frac{147 \cdot 681}{147 + 12,24} = 628,65 \text{ м}$$

$$f_1 = \frac{48,3 \cdot (628,65 + 147)}{628,65 + 147 - 48,3} = \frac{48,3 \cdot 775,65}{727,63} = 51,51 \text{ м}$$

$$f'_1 = \frac{f_1 h_1}{H} = \frac{628,65 \cdot 14,24}{147} = 52,34 \text{ м}$$

$$D = \frac{Cf'_1}{x} = \frac{0,1854 \cdot 51,51}{52,34 - 51,51} = 11,5 \text{ м}$$

$$\frac{D}{F} = 0,24$$