

ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ ТУР

15 января 2013 года

Сначала, пожалуйста, прочитайте следующее:

1. Теоретический тур состоит из трех задач. Продолжительность тура 4 часа.
2. Пользуйтесь только той ручкой, которая Вам предоставлена.
3. Для расчетов Вы можете использовать свой калькулятор. Если своего у Вас нет, тогда Вы можете попросить его у организаторов олимпиады.
4. Вам предоставлены чистые листы бумаги и *Листы для записи (Writing sheets)*. Чистые листы бумаги предназначены для черновых записей, их Вы можете использовать по Вашему усмотрению, они не проверяются. На *Writing sheets* следует записывать решения задач, которые будут оценены при проверке работы. В решениях как можно меньше используйте словесные описания. В основном Вы должны использовать уравнения, числа, буквенные обозначения, рисунки и графики.
5. Используйте только лицевую сторону *Writing sheets*. При записи не выходите за пределы отмеченной рамки.
6. Решение каждой задачи следует начинать с новой страницы *Writing sheets*.
7. На каждом использованном *Writing sheets*, в отведенных для этого графах, необходимо указать Вашу страну (*Country*), Ваш код (*Student Code*), порядковый номер задачи (*Question Number*), текущий номер каждого листа (*Page Number*) и полное количество листов, использованных при решении всех задач (*Total Number of Pages*). Если Вы не хотите, чтобы некоторые использованные *Writing sheets* были включены в ответ, тогда перечеркните их большим крестом на весь лист и не включайте в Ваш подсчет полного количества листов.
8. Когда Вы закончите работу, разложите все листы в следующем порядке:
 - Пронумерованные по порядку *Writing sheets*;
 - Черновые листы;
 - Неиспользованные листы;
 - Отпечатанные условия задачи

Положите все листы бумаги в конверт и оставьте на столе. Вам не разрешается выносить *никакие* листы бумаги из аудитории.

Задача 1 (10 баллов)

Эта задача состоит из трех частей, не связанных друг с другом.

Задача 1.А Блок (5.0 балла)

На круглый блок радиуса R положили канат длиной L и массы m , который начал соскальзывать с блока без трения. В момент, когда разность высот свисающих с блока концов каната равна половине длины каната, найти:

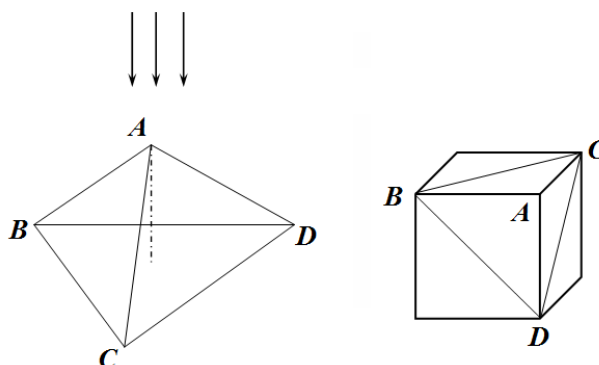
1. ускорение каната;
2. натяжение каната в верхней точке;
3. точку каната, в которой сила натяжения максимальна (достаточно найти угол между радиусом в эту точку и вертикалью).

Задача 1.В. Запарь (2.0 балла)

В физической лаборатории термометр показывал $20\text{ }^{\circ}\text{C}$, а барометр — $1,00\text{ атм}$. Лаборант Запарь достал из шкафа прочный сосуд, налил в него немного воды и герметично закрыл крышкой. Затем Запарь медленно нагрел сосуд до $200\text{ }^{\circ}\text{C}$. При этой температуре давление в сосуде составило $2,88\text{ атм}$. Определите температуру, при которой вся вода испарилась.

Задача 1.С. Пирамида (3.0 балла)

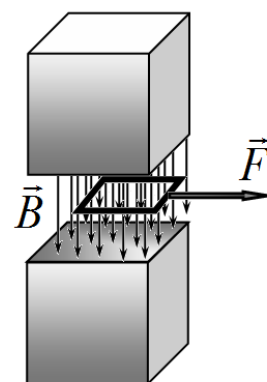
Правильная треугольная пирамида $ABCD$ изготовлена из прозрачного материала с показателем преломления $n = 1,6$. Все углы при вершине пирамиды A — прямые. В основании пирамиды лежит правильный треугольник BCD , длины сторон которого равны $a = 2,0\text{ мм}$. Эту пирамиду также можно представить, как «угол, отрезанный от куба». Пирамида однородно освещается так, что свет падает вдоль ее высоты, перпендикулярно плоскости основания.



1. Нарисуйте, область на основании пирамиды, освещенную светом, преломленным гранью ABC .
2. Параллельно основанию пирамиды на расстоянии $L = 10\text{ см}$ от него расположен экран. Нарисуйте области освещенные светом, преломленным пирамидой, на этом экране. Укажите положение и размеры этих областей.

Задача 2.**Квадратная рамка (10 баллов)**

Квадратная рамка со стороной $a = 10.0$ см помещена в однородное магнитное поле с индукцией $B = 1.00 \times 10^{-1}$ Тл, создаваемое постоянным магнитом. Полностью пренебрегайте краевыми эффектами, считая магнитное поле между полюсами магнита однородным и равным нулю снаружи. Для всех частей задачи считайте, что рамка массой $m = 5.00$ г в начальный момент времени находится в покое у края полюсов магнита, смотрите рисунок.



1. [0.2 балла] В вашем решении перерисуйте схематически этот рисунок и укажите, какой из полюсов магнита является северным N , а какой южным S .

Часть А

Пусть рамка изготовлена из проводящего материала, имеет сопротивление $R = 1.00 \times 10^{-2}$ Ом и пренебрежимо малую индуктивность. В момент времени $t = 0$ к рамке прикладывается постоянная сила $F = 1.00 \times 10^{-4}$ Н, с помощью которой она вытягивается из магнитного поля.

2. [1.2 балла] Найдите аналитическую зависимость скорости рамки $v(t)$ от времени t , считая, что рамка все время остается между полюсами магнита. Запишите ответ через B, a, m, R и t .

3. [0.8 балла] Запишите точное уравнение для определения времени t_0 нахождения рамки между полюсами магнита. Запишите ответ через B, a, m, R и t_0 . Приблизленно вычислите время t_0 .

4. [1.2 балла] Постройте график зависимости скорости рамки $v(t)$ от времени t за интервал от 0 до 12 с.

5. [1.2 балла] Постройте график зависимости тока в рамке $I(t)$ от времени t за интервал от 0 до 12 с.

Часть В

Пусть рамка изготовлена из сверхпроводящего материала, имеет индуктивность $L = 1.00 \times 10^{-1}$ Гн, ту же массу и размеры. В момент времени $t = 0$ к рамке прикладывается постоянная сила F , с помощью которой она вытягивается из магнитного поля.

6. [1.8 балла] Найдите минимальную силу F_{\min} , при которой рамку удастся вытянуть из магнита. Выразите ваш ответ через B, a, L и рассчитайте численное значение.

7. [0.6 балла] В условиях предыдущего пункта найдите минимальное время t_0 до максимального выдвижения рамки из магнита. Выразите ваш ответ через m, B, a, L и рассчитайте численное значение.

8. [1.0 балла] Постройте график зависимости тока в рамке от времени за интервал времени от 0 до $4t_0$.

Часть С

Квадратная рамка со стороной a изготовлена из проводящего материала, имеет индуктивность L , сопротивление R и массу m . В момент времени $t = 0$ рамке сообщают начальную скорость v_0 , направленную так же, как и сила на рисунке сверху. Известно, что в момент, когда рамка практически покидает магнит, ее скорость обращается в ноль.

9. [2.0 балла] Найдите аналитическое выражение для силы тока I_0 в рамке в момент времени, когда ее скорость обращается в ноль. Запишите ответ через B, a, m, L, R и v_0 .

Задача 3

Модель атома водорода по Бору (10 баллов)

Рассмотрим атом водорода, который состоит из протона, массу которого можно считать практически бесконечной, и электрона массой $m_e = 9.11 \times 10^{-31}$ кг. При этом протон имеет положительный заряд $e = 1.61 \times 10^{-19}$ Кл, а электрон – отрицательный заряд $-e$, так что в целом атом нейтрален.

1. [2.0 балла] Известно, что большинство атомов стабильно и могут существовать продолжительное время. Это значит, что электрон не может находиться в состоянии покоя, иначе под действием силы притяжения он неминуемо упал бы на протон. Пусть расстояние между электроном и протоном равно $r_0 = 5.00 \times 10^{-11}$ м. Считая применимыми законы классической физики, найдите время падения t_1 первоначально покоящегося электрона на протон.

Значит, для стабильности атома электрон должен двигаться вокруг протона так же, как планеты вращаются вокруг Солнца. Пусть орбита электрона круговая и законы классической физики по-прежнему применимы.

2. [1.0 балла] Найдите скорость движения электрона v в зависимости от радиуса орбиты r .

3. [0.5 балла] Найдите момент импульса движения электрона L в зависимости от радиуса орбиты r .

Датский физик Нильс Бор выдвинул постулат о том, что момент импульса электрона равен целому числу постоянных Планка $\hbar = 1.05 \times 10^{-34}$ Дж·с, то есть $L = n\hbar$, где $n = 1, 2, 3, \dots$ – главное квантовое число.

4. [0.5 балла] Найдите возможные радиусы орбит электрона r_n в атоме водорода.

5. [0.5 балла] Рассчитайте численное значение минимального радиуса орбиты электрона r_1 в атоме водорода.

6. [1.0 балла] Найдите возможные значения полной энергии электрона E_n в атоме водорода.

7. [0.5 балла] Рассчитайте численное значение минимального значения полной энергии электрона E_1 в атоме водорода.

Согласно классической электродинамике, если электрон движется с ускорением, то он теряет свою энергию на электромагнитное излучение. При этом мощность излучения определяется выражением

$$P = \frac{1}{6\pi\epsilon_0} \frac{e^2 a^2}{c^3},$$

где a – ускорение электрона, $\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12}$ Ф/м – электрическая постоянная, $c = 3.00 \times 10^8$ м/с – скорость света в вакууме.

Электромагнитное излучение привело бы к тому, что в модели Бора электрон падал бы на протон. В дальнейшем считайте, что траектория электрона практически круговая.

8. [1.5 балла] Считая, что в момент времени $t = 0$ электрон находится на орбите радиусом r_1 , найдите зависимость радиуса траектории от времени t .

9. [0.5 балла] Найдите и вычислите время падения электрона τ_1 с орбиты радиусом r_1 на протон.

10. [2.0 балла] Сколько оборотов успевает сделать электрон вокруг протона за время падения τ_1 ?