

Обратный путь

Условие: Пароход курсирует между пунктами А и В, которые находятся на реках, впадающих в одно и то же озеро (на рисунке стрелками указано направление течения).

Пароход проходит из п.А в п.С (пункт С находится на берегу озера) за время t_1 , из п.С в п.В за время t_2 , из п.В обратно в п.С – за время t_3 . За какое время пароход возвращается из п.С в п.А? Расстояния АС и ВС одинаковы; скорость течения в реках одинакова; в озере течения нет; собственную скорость парохода считать постоянной.

Решение: Пусть $AC = BC = L$; скорости парохода и течения u и v соотв.; $CD = Lx$ (D находится на берегу, см. рис.). Тогда $BD = L(1-x)$. Составим уравнения движения на четырех участках:

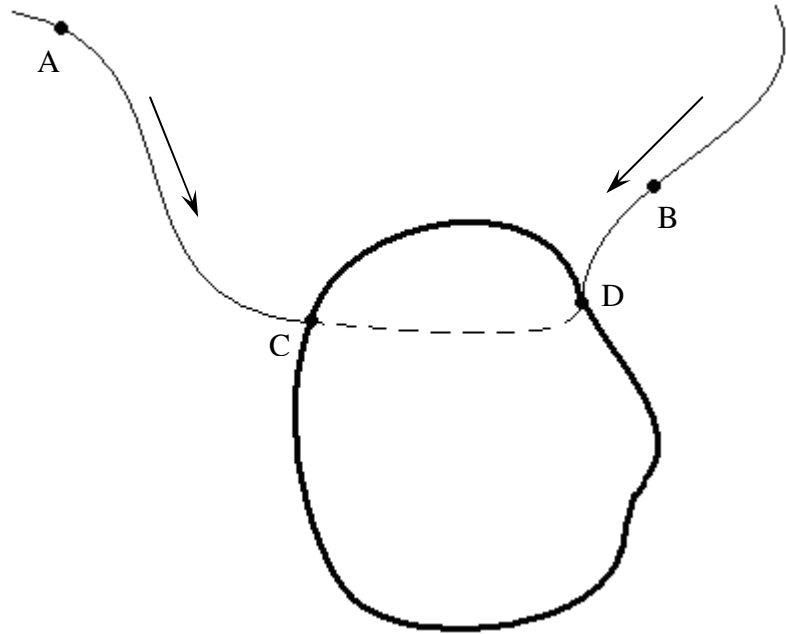
$$L = (v + u)t_1,$$

$$\frac{Lx}{v} + \frac{L(1-x)}{v-u} = t_2,$$

$$\frac{L(1-x)}{v+u} + \frac{Lx}{v} = t_3,$$

$$\frac{L}{v-u} = t_4;$$

где t_4 – искомое время.



Из системы уравнений находим, что $t_4 = \frac{t_1 t_2}{2t_1 - t_3}$. Подробно решение показано ниже.

Ответ: $\frac{t_1 t_2}{2t_1 - t_3}$

Приложение

Дана система уравнений:

$$L = (v + u)t_1, \quad (1)$$

$$\frac{Lx}{v} + \frac{L(1-x)}{v-u} = t_2, \quad (2)$$

$$\frac{L(1-x)}{v+u} + \frac{Lx}{v} = t_3, \quad (3)$$

$$\frac{L}{v-u} = t_4; \quad (4)$$

Выражаем L из (1) и подставляем в (2), приведя дроби к общему знаменателю:

$$\frac{v-xu}{v(v-u)}(v+u)t_1 = t_2;$$

откуда

$$x = \frac{v}{u} \left(1 - \frac{t_2(v-u)}{t_1(v+u)} \right); \quad (5)$$

Подставляем (5) в (3) и упрощаем:

$$t_1 \left(2 - \frac{t_2(v-u)}{t_1(v+u)} \right) = t_3;$$

откуда

$$\frac{u}{v} = \frac{t_2 + t_3 - 2t_1}{2t_1 + t_2 - t_3}; \quad (6)$$

Подставляя (6) в (4), получаем ответ:

$$t_4 = \frac{t_1 t_2}{2t_1 - t_3}.$$

Вывод программы Mathematica 9.0:

```
Solve[{{L == (v + u) t1, (L x)/v + (L (1 - x))/(v - u) == t2, (L (1 - x))/(v + u) + (L x)/v == t3, L/(v - u) == t4}, {u, v, x, t4}, Reals] //
FullSimplify
{{u -> (L (-2 t1 + t2 + t3))/(2 t1 t2), v -> (L (2 t1 + t2 - t3))/(2 t1 t2), x -> -((t1 - t3) (2 t1 + t2 - t3))/(t1 (-2 t1 + t2 + t3)), t4 -> (t1 t2)/(2 t1 - t3)}}
```