**Задача 1**

**10 клас**

1. Аналіз руху космічних апаратів Піонер-10 і Піонер-11 виявив незвичну аномалію: обидва космічні апарати мали додаткове прискорення $\Delta a \approx 8 \cdot 10^{-10}$ м/с$^2$ в напрямку Сонця, яке протягом років залишалося незмінним, не зважаючи на значне збільшення відстані від Сонця. Одним з можливих поясненням «ефекту Піонерів» є гравітаційна взаємодія з темною матерією, що може скупчуватися навколо зірок. На думку вчених, темна матерія складається з поки що не відкритих елементарних частинок, які взаємодіють зі звичною речовиною тільки гравітаційно. На момент, коли відстань між Піонером-10 та Сонцем дорівнювала $r_0$ = 50 а.о. (1 а.о.=1,5·10$^{11}$ м – відстань від Землі до Сонця), швидкість, з якою космічний апарат віддалявся від Сонця, була $v_0$ =12 км/с. Знайдіть, на якій відстані від Сонця Піонер-10 зупиниться і почне зворотній рух, якщо вважати, що аномалія буде зберігатися й надалі. Знайдіть залежність густини темної матерії від відстані до Сонця $\rho(r)$, що забезпечує стале додаткове прискорення $\Delta a \approx 8 \cdot 10^{-10}$ м/с$^2$. Оцініть сукупну масу частинок темної матерії, які зараз пронизують Ваше тіло.

.

<u>Розв'язок.</u> Рух космічних апаратів відбувається під дією двох сил: сили гравітаційного притягання до Сонця $F_1 = \dfrac{GmM_C}{r^2}$ і сталої сили з боку темної матерії $F_2 = m\Delta a$. Відстань максимального віддалення $r_m$ найпростіше знайти з закону збереження енергії:

$$\frac{mv_0^2}{2} + \left(-\frac{GmM_C}{r_0}\right) + m\Delta a r_0 = \left(-\frac{GmM_C}{r_m}\right) + m\Delta a r_m .$$

Добуток гравітаційної сталої на масу Сонця $GM_C$ знайдемо з аналізу руху Землі:

$m_3\omega^2 r_1 = \dfrac{Gm_3M_C}{r_1^2}$, де $r_1 = 1$ а.о., $\omega = 2\pi/T$, $T \approx 3 \cdot 10^7$ с – земний рік.

Вмістом маси темної матерії в сфарі радіусом 1 а.о. можна знехтувати. (обгрунтуйте).

Після підстановки і скорочення отримаємо квадратне рівняння відносно $r_m$:

$$\Delta a r_m^2 - \left(\frac{v_0^2}{2} - \frac{\omega^2 r_1^2}{50} + 50\Delta a r_1\right) r_m - \omega^2 r_1^3 = 0,$$

додатний розв'язок якого дає відстань $r_m \approx 6{,}53 \cdot 10^{16}$ м $\approx 435$ тис. а.о. $\approx 7{,}3$ св.р. – світлу на її подолання потрібно понад 7 років. Взагалі кажучи, віддалившись на таку відстань апарат може потрапити в зону гравітаційного впливу інших зірок і не повернутися.

Знайдемо залежність густини темної матерії від відстані до Сонця $\rho(r)$. Оскільки додаткове прискорення $\Delta a \approx 8 \cdot 10^{-10}$ м/с$^2$ викликає гравітаційне поле темної матерії, з другого закону Ньютона маємо $m\Delta a = \frac{GmM_r}{r^2}$, де $M_r$ – маса темної матерії в сфері з центром у Сонці і радіусом $r$, який дорівнює відстані до космічного апарата (як відомо, масою зовнішніх сферичних шарів можна знехтувати). Виходить, що маса такої сфери пропорційна до квадрату радіуса: $M_r = \frac{\Delta a}{G} r^2$. Щоб знайти густину на відстані $r$ від центру, розглянемо масу і об'єм між двома сферами, радіуси яких відрізняються на малу величину $\Delta r$:

$$\rho(r) = \frac{\Delta M_r}{\Delta V} = \frac{\Delta a / G \cdot 2r\Delta r}{4\pi r^2 \Delta r} = \frac{\Delta a}{2\pi G}\frac{1}{r}.$$

На відстані 1 а.о. від Сонця значення густини темної матерії $\rho_1 \approx 1{,}3 \cdot 10^{-11}$ кг/м$^3$ . Для оцінки об'єму власного тіла, поділимо масу на густину води (густина тіла трохи менша, оскільки багато хто з людей вміє у воді лежати на спині, і при цьому надводна частина тіла зовсім незначна). Наприклад, якщо маса 75 кг, об'єм тіла дорівнює 0,075 м$^3$ . Тоді сукупна маса частинок темної матерії, які пролітаючи скрізь тіло, знаходяться в його межах: $1{,}3 \cdot 10^{-11}$ кг/м$^3 \cdot 0{,}075$ м$^3 \approx 10^{-12}$ кг $= 1$ нг .

Це зовсім не мало, оскільки величезні об'єми навіть у навколоземного простору не заповнені ніякими тілами, крім випромінювання і темної матерії. І хоча відомо, що в нашому Всесвіті маса темної матерії у кілька разів перевищує масу звичної нам речовини, яка складається з протонів, нейтронів та електронів, до розглянутої задачі та отриманих висновків слід віднестись критично.

**10 клас**

**ЗАДАЧА 2.** Горизонтальна площина, що має форму кола, обертається відносно центральної вертикальної осі зі сталою кутовою швидкістю ω. По колу відносно цієї осі проти годинникової стрілки зі сталою швидкістю **u** відносно площини рухається автомодель, яка утримується на площині за рахунок тертя. При ω=0 допустима гранична швидкість $u=u_0$, а при u=0 допустима гранична кутова швидкість $\omega=\omega_0$. Автомодель при прямолінійному русі по нерухомій площині може розвивати максимальну швидкість $u_{max}=4u_0$, а платформа може обертатися в будь-якому напрямку з максимальною кутовою швидкістю $|\omega|_{max}=2\omega_0$. Визначити час кутового переміщення Δφ автомоделі в нерухомій системі відліку ($0\le \Delta\varphi \le 2\pi$) при всіх допустимих значеннях ω та u .

**РОЗВ'ЯЗАННЯ.** Автомодель рухається по колу як в нерухомій системі відліку, так і в рухомій системі, пов'язаній з платформою. Мають місце дві ситуації (рис.1): $\omega\ge 0$, $u\ge 0$ або $\omega\le 0$, $u\ge 0$.

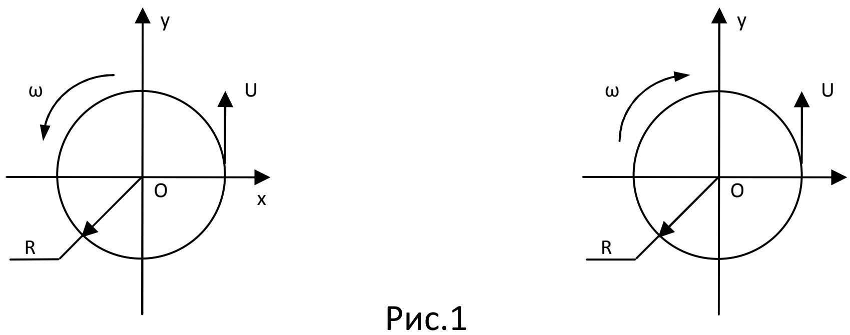



Рис.1

Абсолютна швидкість

$$v = u + \omega R . \qquad (1)$$

Умова відсутності проковзування

$$m\frac{v^2}{R} \le \mu mg , \qquad (2)$$

де μ – коефіцієнт тертя.

Для граничної ситуації

$$|v| = |u + \omega R| = \sqrt{\mu g R} .$$

Якщо u=0,

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{\mu g}{R}} . \qquad (3)$$

Якщо ω=0,

$$u_0 = \sqrt{\mu g R} . \qquad (4)$$

З (3) та (4) одержимо

$$R = \frac{u_0}{\omega_0}, \tag{5}$$

$$\mu = \frac{u_0 \omega_0}{g}. \tag{6}$$

Отже,

$$v = u + u_0 \frac{\omega}{\omega_0}. \tag{7}$$

Нерівності (2) відповідають такі рівносильні нерівності:

$$-u_0 \le v \le u_0, \tag{8}$$

$$-u_0 - u_0 \frac{\omega}{\omega_0} \le u \le u_0 - u_0 \frac{\omega}{\omega_0}. \tag{9}$$

Тобто значення v лежать між прямими $y_1 = -u_0$ та $y_2 = u_0$, а значення u лежать між прямими $y_3 = -u_0 - u_0 \frac{\omega}{\omega_0}$ та $y_4 = u_0 - u_0 \frac{\omega}{\omega_0}$ (рис.2).

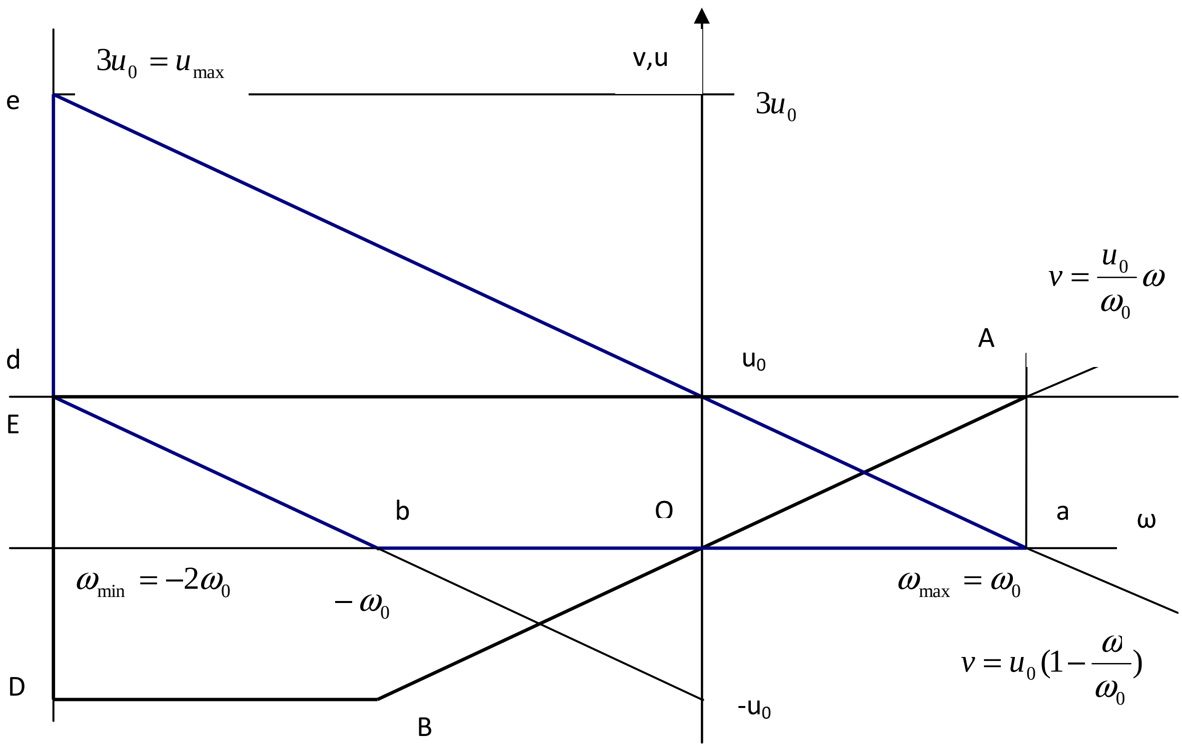



Рис.2

Для остаточного визначення допустимих значень ω та u треба, крім нерівності (9), врахувати, що згідно умови задачі

$$0 \le u \le 4u_0, \tag{10}$$

$$-2\omega_0 \le \omega \le 2\omega_0. \tag{11}$$

Область визначення функції $u = u(\omega)$ має форму многокутника abde (рис.2). Аналітично цю умову можна записати у вигляді:

$$u=0, \quad \text{якщо } \omega \ge \omega_0;$$

$$0 \le u \le u_0 - u_0 \frac{\omega}{\omega_0}, \quad \text{якщо } -\omega_0 \le \omega \le \omega_0; \tag{12}$$

$$-u_0 - u_0 \frac{\omega}{\omega_0} \le u \le u_0 - u_0 \frac{\omega}{\omega_0}, \quad \text{якщо } \omega \le -\omega_0.$$

Область визначення функції $v = v(\omega)$ знайдемо згідно нерівності (8), залежності $v = u + u_0 \dfrac{\omega}{\omega_0}$ та побудованого контура abde. В результаті область значень $v = v(\omega)$ має форму многокутника ABDE. В аналітичній формі маємо систему нерівностей:

$$u_0 \frac{\omega}{\omega_0} \le v \le u_0, \quad \text{якщо } -\omega_0 \le \omega \le \omega_0;$$

$$-u_0 \le v \le u_0, \quad \text{якщо } \omega \le -\omega_0. \tag{13}$$

Умови (12) та (13) відображені на рис.2. Допустимі значення u лежать всередині многокутника abde, а допустимі значення v - всередині многокутника ABDE. Нижня границя abd відповідає верхній AE, а верхня границя ea – нижній ABD. $\omega_{max}=\omega_0$, $\omega_{min}=-2\omega_0$, $u_{min}=0$, $u_{max}=3u_0$.

При $0 \le \omega \le \omega_0$ абсолютна швидкість v>0 і автомодель рухається проти годинникової стрілки. Тут $u\omega_0 + u_0\omega > 0$ і

$$t = \frac{\Delta\varphi \cdot R}{v} = \frac{\Delta\varphi \cdot u_0}{\omega_0 u + u_0 \omega}. \tag{14}$$

При v=0 автомодель нерухома в нерухомій системі. Це має місце, якщо

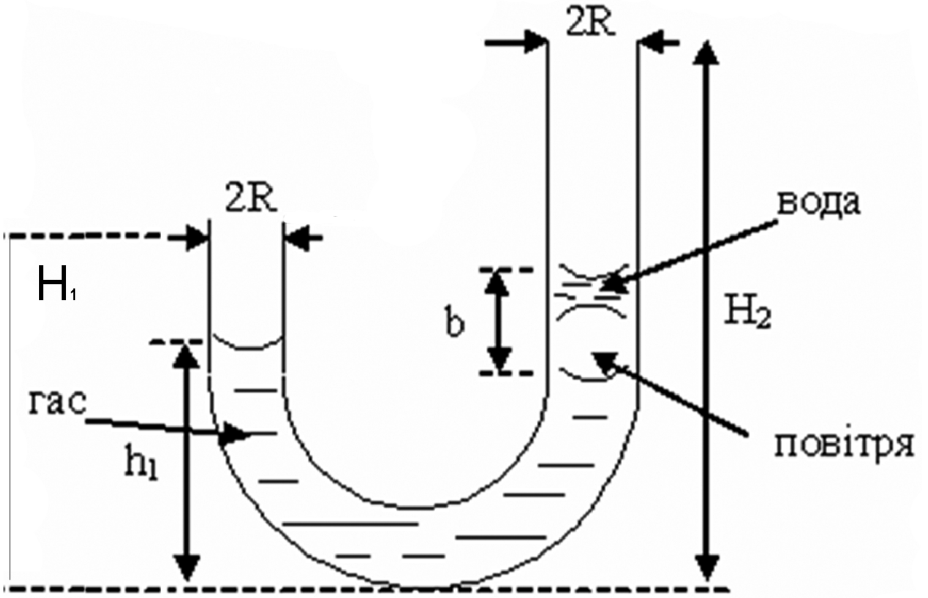
$$\omega \le 0, \; u\omega_0 + u_0\omega = 0. \tag{15}$$

При $\omega \le 0$ та $u\omega_0 + u_0\omega < 0$ швидкість v буде від’ємною і тоді автомодель рухається за годинниковою стрілкою. В цьому випадку

$$t = -\frac{(2\pi - \Delta\varphi)u_0}{\omega_0 u + u_0 \omega}. \tag{16}$$

3. У двох сполучених скляних капілярах радіусами $R_1$=0,5 мм та $R_2$=0,9 мм знаходиться гас (мал1). Верхній меніск стовпчика гасу у вужчому капілярі знаходиться на висоті $h_1$=10 см. Довжина вужчого капіляра $H_1$=*12 см,* а довжина ширшого - $H_2$=17 см. В ширший капіляр зі шприца вводиться вода. Між стовпчиками гасу та води утворюється стовпчик повітря. У деякий момент верхній меніск стовпчика води знаходиться на висоті $b$=3 см над поверхнею гасу. Змочування скла як гасом, так і водою вважати повним. Коефіцієнти поверхневого натягу рідин: $\sigma_{гасу}$=0,030 Н/м, $\sigma_{води}$=0,073 Н/м, їхні густини дорівнюють відповідно $\rho_{гасу}$=800 кг/м$^3$, $\rho_{води}$=1000 кг/м$^3$. Скільки води ще треба долити у широкий капіляр, щоб з вузького почав витікати гас?

**Розв'язок**




Якщо рідина у сполучених капілярах не досягла краю жодного з колін, то з умови рівності тиску відповідно до закону Паскаля отримуємо: $\Delta h = h_1 - h_2 = \frac{2\sigma_{гас}}{\rho_{гас} g}(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2})$ = 6,8 мм - це закон сполучених капілярів (на відміну від посудин). (відповідь 1)

Краплина води, яка на висоті $b$ створить перемичку, у таким спосіб ізолює певний об'єм повітря. Оскільки нижній край повітряного пухирця має викривлену поверхню радіуса $R_2$, то ізольоване повітря одразу опиниться під тиском.

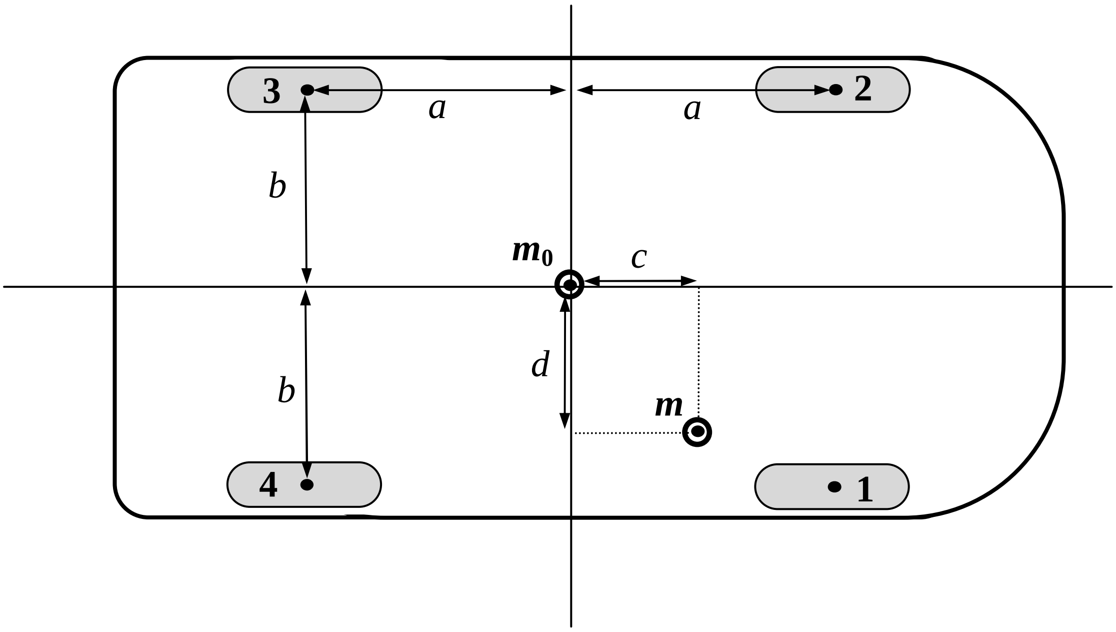
Зробимо оцінку. Мінімальний надлишок тиску дорівнює $\Delta P_{\min} = 2\sigma_{гас}/R_2 \approx 70$ Па і тільки за його рахунок може утримуватись стовпчик води $\Delta h_{дод} = \Delta P/\rho_{вода} g \approx 7$ мм. Якщо до цього додати той стовпчик, який може утримуватись поверхневими силами води ( при умові горизонтальності нижньої поверхні, $R_{2н} \to \infty$ ), а саме $\Delta h_{води\max} = 2\sigma_{води}/\rho_{води} g R_2 \approx 1{,}65$ м!

Звідси висновок: При параметрах, заданих умовою нашої задачі, вода взагалі не почне витікати з тоншого капіляра. Вона почне виливатись через ширший капіляр, причому просто за рахунок змочування скла водою.

Оскільки сили поверхневого натягу води самі здатні утримати стовпчик води у широкому капілярі до початку виливання, то повітрний стовпчик, який після ізоляції опиниться під збільшеним тиском за рахунок викривленого нижнього краю, повинен розширитись, щоб зрівняти тиск з атмосферним. Для оцінки будемо вважати процес ізотермічним, а саме: $b(P_{атм} + \Delta P) = (b + \Delta b)P_{атм} \to \Delta b \approx$ 0,02 мм, тобто розширення нехтовно мале.

З'ясувавши, що повітряний пухирець не буде суттєво рости, легко розрахувати об'єм потрібної води: $(H_2 - (h_1 - \Delta h) - b)\pi R_2^2 \approx 84{,}5 мм^3$, що відповідає приблизно $0{,}08 г$

4. Мікроавтобус стоїть на зупинці так, що його підлога горизонтальна, а всі чотири амортизаційні пружини (точки 1, 2, 3, 4 на рисунку) стиснуті на однакову величину $x_0 = 8\,\text{см}$. У мікроавтобус піднімається пасажир масою $m = 75\,\text{кг}$ і зупиняється в точці, яка віддалена від центру мікроавтобуса на відстані $c = 60\,\text{см}$ і $d = 75\,\text{см}$ (див. Рис.). Визначити на скільки і як деформується кожна з пружин відносно попереднього положення. На скільки робота, яку виконав пасажир, піднявшись до мікроавтобуса, більша за зміну потенціальної енергії людини? Вважати всі амортизаційні пружини однаковими, центр мас підвішеної на них верхньої частини мікроавтобусу ($m_0 = 1500\,\text{кг}$) розташованим в його центрі (див. Рис.), $a = 1{,}2\,\text{м}$, $b = 1\,\text{м}$.




**Розв'язок.** З початкової умови знаходимо, що

$$m_0 g = 4kx_0. \qquad (1)$$

Позначимо через $x_1, x_2, x_3, x_4$ додаткові стиснення відповідних пружин. Тоді

$$(m_0 + m)g = k(x_0 + x_1) + k(x_0 + x_2) + k(x_0 + x_3) + k(x_0 + x_4),$$

або з урахуванням (1):

$$mg = kx_1 + kx_2 + kx_3 + kx_4. \qquad (2)$$

Далі розглянемо правила моментів сил відносно двох перпендикулярних осей, що проходять через центр автомобіля.

OX: $mgd + k(x_0 + x_2)b + k(x_0 + x_3)b = k(x_0 + x_1)b + k(x_0 + x_4)b,$

OY: $mgc + k(x_0 + x_3)a + k(x_0 + x_4)a = k(x_0 + x_1)a + k(x_0 + x_2)a$,

або

$$mgd = kx_1b - kx_2b - kx_3b + kx_4b, \tag{3}$$

$$mgc = kx_1a + kx_2a - kx_3a - kx_4a. \tag{4}$$

Нарешті врахуємо те, що між стисненнями є зв'язок, оскільки дно мікроавтобусу утворює площину. Висота центру прямокутника 1234 (див. Рис.) є напівсумою висот діагонально протилежних точок. Це дає рівняння

$\frac{x_1 + x_3}{2} = \frac{x_2 + x_4}{2}$, з якого, а також рівнянь (2), (3), (4) отримаємо систему

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 0, \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = \frac{mg}{k}, \\ x_1 - x_2 - x_3 + x_4 = \frac{mg}{k}\frac{d}{b}, \\ x_1 + x_2 - x_3 - x_4 = \frac{mg}{k}\frac{c}{a}. \end{cases} \tag{5}$$

Розв'язок системи (5) легко знаходиться. Щоб знайти $x_1$ просто додаємо всі рівняння. Для знаходження $x_2$ додаємо рівняння, взявши перше і третє з протилежним знаком, і т.д. Врахуємо також (1), звідки $\frac{mg}{4k} = \frac{m}{m_0}x_0 \approx 4\,\text{мм}$.

$$\begin{cases} x_1 = x_0\frac{m}{m_0}\left(1 + \frac{d}{b} + \frac{c}{a}\right) = 9\,\text{мм}, \\ x_2 = x_0\frac{m}{m_0}\left(1 - \frac{d}{b} + \frac{c}{a}\right) = 3\,\text{мм}, \\ x_3 = x_0\frac{m}{m_0}\left(1 - \frac{d}{b} - \frac{c}{a}\right) = -1\,\text{мм}, \\ x_4 = x_0\frac{m}{m_0}\left(1 + \frac{d}{b} - \frac{c}{a}\right) = 5\,\text{мм}. \end{cases} \tag{6}$$

Як бачимо, третя пружина не стиснеться, а навіть, навпаки, збільшить свою довжину. При цьому, центр мас мікроавтобусу опуститься на напівсуму діагонально протилежних зміщень $x_c = \frac{x_1 + x_3}{2} = \frac{x_2 + x_4}{2} = 4\,\text{мм}$. Отже додаткова робота по стисненню пружин, яку виконає пасажир, буде меншою за зміну енергії деформації пружин на величину $m_0 g x_c$ (оскільки центр мас мікроавтобуса не піднявся, а опустився).

$$A = k\frac{(x_0+x_1)^2}{2} + k\frac{(x_0+x_2)^2}{2} + k\frac{(x_0+x_3)^2}{2} + k\frac{(x_0+x_4)^2}{2} - 4k\frac{x_0^2}{2} - m_0 g x_c =$$

$$= k\frac{x_1^2}{2} + k\frac{x_2^2}{2} + k\frac{x_3^2}{2} + k\frac{x_4^2}{2} + kx_0(x_1+x_2+x_3+x_4) - m_0 g x_c$$

Враховуючи те, що $x_1+x_2+x_3+x_4 = 4x_c$(з напівсуми діагонально протилежних зміщень) і рівняння (1), отримуємо красивий результат:

$$A = k\frac{x_1^2}{2} + k\frac{x_2^2}{2} + k\frac{x_3^2}{2} + k\frac{x_4^2}{2} = \frac{m_0 g}{4x_0}\left(x_1^2+x_2^2+x_3^2+x_4^2\right) \approx 5{,}3\,\text{Дж}.$$

Як бачимо, у відповідь увійшли чотири потенціальні енергії немов би деформованих тільки на $x_1, x_2, x_3, x_4$ пружин. Цей збіг виявився можливим завдяки лінійної залежності сили Гука від величини деформації. Нарешті, наведемо ще один красивий запис додаткової роботи *A*, для чого підставимо в останнє рівняння величини додаткових деформацій $x_1, x_2, x_3, x_4$ у загальному вигляді (6) :

$$A = \frac{m^2 g x_0}{m_0}\left(1 + \left(\frac{d}{b}\right)^2 + \left(\frac{c}{a}\right)^2\right).$$

Виявляється, що додаткова робота пропорційна до квадрату маси пасажира. Якщо амортизаційні пружини дуже жорсткі, $x_0 \to 0$, маємо $A \to 0$ – підлога під ногами пасажира не буде "просідати" і, піднімаючись у таксі, він не буде виконувати додаткової роботи.

5. В герметично закрытом сосуде объемом 100л находится некоторое количество идеального газа, молекулы которого состоят из атомов одного и того же химического элемента. Сосуд нагревают, снимая зависимость давления газа от его температуры. После обработки полученных экспериментальных данных, оказалось, что весь график зависимости р(Т) с достаточной точностью апроксимируется тремя последовательными линиями: прямой, веткой параболы и снова прямой. В таблице приведены некоторые точки, лежащие на этих линиях. Пренебрегая потерями тепла в окружающую среду,

1) объясните появление участка с квадратичной зависимостью;

2) определите температуры начала и конца этого участка;

3) получите зависимость внутренней энергии газа в сосуде от температуры.

| Т, К | 340 | 530 | 720 | 910 | 1100 | 1290 | 1480 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Р, кПа | 56,51 | 88,09 | 140,4 | 224,4 | 332,4 | 428, 8 | 492, 0 |

Возможный путь решения.

1) Используя тот факт, что сосуд герметичен, данные таблицы и уравнение состояния идеального газа, можно легко рассчитать значения количества газа в сосуде $\nu_i = \dfrac{p_i V}{RT_i}$ и увидеть, что в итоге оно удвоилось:

| $\nu_1$ | $\nu_2$ | $\nu_3$ | $\nu_4$ | $\nu_5$ | $\nu_6$ | $\nu_7$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 2,000моль | 2,000моль | 2,347моль | 2,967моль | 3,636моль | 4,000моль | 4,000моль |

Наиболее вероятной причиной этого (в условии сказано, что молекулы не одноатомные) является диссоциация молекул на атомы. Логично предположить, что так как после 6-й точки наблюдалась только линейная зависимость и дальнейших диссоциаций не происходило, то газ первоначально был двухатомным. Так как в процессе диссоциации росла не только температура, но и количество вещества, то зависимость р(Т) не будет линейной.

2) Визуально определить при каких температурах диссоциация началась и закончилась довольно проблематично, т.е. их придется рассчитать, н-р путем аналитического нахождения точек пересечения теоретически полученной зависимости р(Т) на втором участке с уравнениями прямых на первом и третьем.

Уравнения прямых очевидны ( $p = \dfrac{\nu R}{V} T$ ):

$$p = 166{,}2 * T\,(Па) \qquad (1)$$

$$p = 332{,}4 * T\,(Па) \qquad (2)$$

Будем искать зависимость p(T) на втором участке, задав ее внешний вид как:

$$p = A + B*T + C*T^2$$

Очевидно, что точки 3, 4 и 5 лежат на ветке параболы, что позволит рассчитать коэффициенты A, B и C.

$$\begin{cases} p_3 = A + B*T_3 + C*T_3^2 & (3) \\ p_4 = A + B*T_4 + C*T_4^2 & (4) \\ p_5 = A + B*T_5 + C*T_5^2 & (5) \end{cases}$$

Вычтем из ур-я (4) ур-е (3), и из (5) - (4). Тогда, с учетом того, что шаг измерения температуры постоянен и равен ΔT=190K, получим:

$$\begin{cases} p_4 - p_3 = B*\Delta T + C*\Delta T*(T_4 + T_3) & (6) \\ p_5 - p_4 = B*\Delta T + C*\Delta T*(T_5 + T_4) & (7) \end{cases}$$

После чего вычтем эти уравнения и получим значения коэффициента C:

$$C = \frac{p_5 - 2p_4 + p_3}{2*\Delta T^2} \approx 0{,}3324\frac{Па}{K^2} \qquad (8)$$

Подставляя значение C в исходную систему, получим:

$$B \approx -99{,}72\frac{Па}{K} \quad и \quad A \approx 39880\,Па$$

Таким образом

$$p = 39880 - 99{,}72*T + 0{,}3324*T^2 = 166{,}2*(240 - 0{,}6*T + 0{,}002*T^2)(Па) \quad (9)$$

Теперь, решая совместно ур-я (9) и (1), а также (9) и (2), можно найти точку начала диссоциации и ее завершения. В обоих случаях получаются квадратные уравнения:

$$0{,}002*T^2 - 1{,}6*T + 240 = 0 \quad (корни\ 200K\ \ и\ \ 600K)\ и$$
$$0{,}002*T^2 - 2{,}6*T + 240 = 0 \quad (корни\ 100K\ \ и\ \ 1200K)$$

Так как диссоциация началась после 530K и закончилась после 1100K, искомыми температурами начала и завершения этого процесса будут:

$$Tнач = 600K \quad и \quad Tкон = 1200K \qquad (10)$$

3) Зависимость внутренней энергии газа до (газ двухатомный) и после (газ одноатомный) диссоциации будет иметь линейную зависимость, которую можно рассчитать как ($\nu_0$=2моль):

$$U_1 = \frac{5}{2}\nu_0 RT = 41{,}55 * T\,(Дж)$$

$$U_3 = \frac{3}{2}2\nu_0 RT = 49{,}86 * T\,(Дж)$$

Стандартный расчет давления при диссоциации двухатомного газа показывает, что оно будет зависеть от степени диссоциации **$\alpha$** (отношению количества распавшихся молекул к общему первоначальному их количеству). Если к некоторому моменту времени распалось **$\alpha\nu_0$** молей вещества, то осталось двухатомными (1-**$\alpha$**) **$\nu_0$.**

Тогда зависимости U(T) и p(T) будут иметь вид:

$$U = \frac{5}{2}(1-\alpha)\nu_0 RT + \frac{3}{2}2\alpha\nu_0 RT = \frac{\alpha+5}{2}\nu_0 RT\ (Дж) \tag{11}$$

$$p = \frac{(1-\alpha+2*\alpha)*\nu_0 * RT}{V} = 166{,}2*(T+\alpha*T) \quad (Па) \tag{12}$$

Объединив уравнение (11) с зависимостью (9), получим выражение, описывающее изменение коэффициента степени диссоциации от температуры газа:

$$240 - 0{,}6*T + 0{,}002*T^2 = T + \alpha*T$$

$$\alpha = \frac{240}{T} - 1{,}6 + 0{,}002*T \tag{13}$$

И, окончательно, зависимость внутренней энергии от температуры (11) с учетом выражения для степени диссоциации (13) на втором участке примет вид:

$$U = 16{,}62*(120 + 1{,}7*T + 10^{-3}*T^2) \approx 1994 + 28{,}25*T + 1{,}662*10^{-2}*T^2 \quad (Дж) \tag{14}$$

Таким образом, получаем аналогичный график из двух прямолинейных веток и одной ветки параболы.

**Ответ:**

$$\text{При} \begin{cases} T < 600K, & U = \frac{5}{2}\nu_0 RT = 41{,}55*T\,(Дж) \\ 600K \le T < 1200K, & U = \frac{\alpha+5}{2}\nu_0 RT = U = 16{,}62*(120+1{,}7*T+10^{-2}*T^2)(Дж); \\ 1200 \le T, & U = 3\nu_0 RT = 49{,}86*T\,(Дж) \end{cases}$$