

Комплексные числа - 2

19.04.2017

1. (0.25 каждое) Представьте числа в экспоненциальной форме: -7 ; $4-3i$; $i-1$; $5i-12$; $20-21i$; i ; $-3i-\sqrt{3}$; $1-i$; $-i-\sqrt{2}$; $-11i$.
2. (0.25 каждое) Представьте числа в стандартной форме: $6e^{-3i\pi}$; $5e^{i\arctan(-4/3)}$; $10e^{37i\pi/6}$; $e^{-11i\pi/4}$; $8e^{4i\pi/3}$; $13e^{-47i\pi/6}$; $29e^{-3i\pi/4}$; $7e^{-i\pi}$; $13e^{i(\pi/2+\arccos(12/13))}$; $5e^{i(\pi-\arctan(3/4))}$.
3. 1) (0.50) Покажите, что если при целом n выполнено равенство $a^n = z$, то также выполнено равенство $(ae^{2\pi ik/n})^n = z$ для любого целого k .
- 2) (1.00) Найдите все возможные значения корня $\sqrt[n]{z}$ для натуральных n , если одно из них равно a . Сколько среди них различных? Изобразите их на графике при $z = i$ и $n = 6$.
- 3) (0.50) Покажите, что если выполнено равенство $e^a = z$, то также выполнено равенство $e^{a+2\pi ik} = z$ для любого целого k .
- 4) (1.00) Найдите все возможные значения логарифма $\ln z$, если одно из них равно a . Сколько среди них различных? Изобразите 5 из них на графике при $z = -e$ и при $z = i$.
4. (0.25 каждое) Найдите:
 - 1) i^{229} ,
 - 2) $(-i)^{4851}$,
 - 3) $i^{101} + i^{102} + i^{103}$,
 - 4) i^{-413} ,
 - 5) $i^{225} - i^{224} - i^{-224} + i^{-225}$,
 - 6) $(i^{253} + i^{250})i^{-343}$,
 - 7) $(-3i)^{-20}$,
 - 8) $(i^{-20} + (-i)^{-21})i^3$,
 - 9) $(1-i)^{51}$,
 - 10) $(i\sqrt{3}-1)^{20}$,
 - 11) $(3+4i)^{5\pi/\arctan(4/3)}$,
 - 12) $\left(\frac{i+1}{\sqrt{2}}\right)^{-12}$,
 - 13) $\operatorname{Re}(29e^{i(7\pi/2-\arctan(20/21))})$,
 - 14) $\operatorname{Im}|9-7i|$,
 - 15) $\operatorname{Re}(5e^{\pi-\arctan(4/3)})$,
 - 16) $\operatorname{Im}(i^{228} + (1+i)^{14})$,
 - 17) $\left|\frac{-i-\sqrt{3}}{2}\right|^{25}$,
 - 18) $|3i+4|^{16}$,
 - 19) $|1+i|^{-13}$,
 - 20) $|i^{3204}|$.