

Системы координат - 1

18.04.2017

Retake version. No partial credit will be given for any problem!

1. (0.25 каждая) Переведите из декартовых координат в полярные: $(-5, 5\sqrt{3})$; $(-24, -7)$; $(\sqrt{3}, -\sqrt{3})$; $(12, 5)$; $(-5\sqrt{2}, 5\sqrt{2})$; $(-7/\sqrt{3}, -7)$; $(4, -3)$; $(0, 6)$; $(-5, -10)$; $(-10\sqrt{3}, 5\sqrt{2})$; $(-6, 0)$; $(-3\sqrt{3}, 3)$; $(10, 1)$; $(-1, -\sqrt{3})$; $(-3, -6)$; $(5\sqrt{3}, -5\sqrt{6})$; $(-10, 15)$; $(1, -1)$; $(-9, 40)$; $(-9, 3\sqrt{3})$. Изобразите все эти точки на рисунке.

2. (0.25 каждая) Переведите из полярных координат в декартовы: $(10, -5\pi/3)$; $(3, -\pi)$; $(4, 17\pi/4)$; $(2\sqrt{2}, 0)$; $(41, -\pi - \arctan(40/9))$; $(15, 76\pi/3)$; $(5, 7\pi/2 - \arctan(4/3))$; $(12, -95\pi/6)$; $(3, -7\pi/6)$; $(13, 11\pi/2 + \arccos(5/13))$; $(17, 12\pi)$; $(25, -\pi + \arctan(24/7))$; $(9, -29\pi/3)$; $(4, 19\pi/6)$; $(6, 17\pi/2)$; $(17, -9\pi - \arccos(8/17))$; $(4, 25\pi/4)$; $(29, 15\pi - \arctan(20/21))$; $(18, -7\pi/3)$; $(5, 11\pi/6)$. Изобразите все эти точки на рисунке.

3. (1.00 каждый) Постройте графики линий, задаваемых в полярных координатах уравнениями:

а) $r(\varphi) = 1 + \frac{\varphi}{3\pi}$, $0 < \varphi < 7\pi$;

б) $r(\varphi) = \frac{1}{1 - \sin \varphi}$, $0 < \varphi < 2\pi$;

в) $r(\varphi) = 1 + 0.3 \sin 3\varphi$, $0 < \varphi < 2\pi$;

г) $r(\varphi) = \frac{1}{1 + \cos \varphi}$, $0 < \varphi < 2\pi$;

д) $r(\varphi) = 2 - 0.5 \sin \frac{\varphi}{2}$, $0 < \varphi < 4\pi$.

4. (0.25 каждая) Переведите из декартовых координат в цилиндрические: $(-20, -21, e/2)$; $(3, -\sqrt{3}, -\pi)$; $(5, -3, 4)$; $(6\sqrt{2}, 2\sqrt{6}, -6\sqrt{2})$; $(-\sqrt{6}, \sqrt{6}, \sqrt{2})$; $(\sqrt{5}, -\sqrt{5}, 11\pi/4)$; $(-3, 3\sqrt{3}, 2)$; $(-7, 24, 13)$; $(0, 6\sqrt{2}, -\pi/3)$; $(12, 10, -3)$; $(-9, -40, \pi)$; $(1, -2, 1)$; $(-3, 4, 5)$; $(-2, -8, 0)$; $(-7\sqrt{3}, 7, -\pi/2)$; $(2, 2, -2)$; $(6, -6\sqrt{2}, 3)$; $(-8, -9, 10)$; $(-1, 1, -1)$; $(-41, 8, 20)$.

5. (0.25 каждая) Переведите из цилиндрических координат в декартовы: $(2, 7\pi/6, \pi)$; $(10, -5\pi/3, -1)$; $(5, 9\pi/2 - \arctan(3/4))$; $(12, -5\pi/6, 0)$; $(7, \pi, -1)$; $(25, -5\pi/2 - \arcsin(24/25), -3\pi/2)$; $(13, \arccos(-5/13), 4)$; $(\sqrt{14}, -5\pi/4, \sqrt{7})$; $(41, -\arccos(-9/41), -5)$; $(5, 3\pi, \pi/4)$; $(13, \arctan(-12/5), 7)$; $(125, \arcsin(-24/25), -e - 1)$; $(8, -43\pi/4, \pi/7)$; $(13, \arccos(-5/13), -1)$; $(5, -\pi/4, 4)$; $(17, -\pi/2 + \arccos(-16/17), 4)$; $(14, 11\pi/6, -3)$; $(2, \pi/3, 0)$; $(13, -17\pi/2 + \arctan(-12/5), 4)$; $(17, 9\pi, \pi/2)$.

6. (0.5 каждая) Переведите из декартовых координат в сферические: $(1, 1, -1)$; $(-2, 2, -1)$; $(-3, -4, -12)$; $(0, -1, \sqrt{3})$; $(3, -4, 12)$; $(4\sqrt{2}, 4\sqrt{2}, -8\sqrt{3})$; $(-10\sqrt{3}, 10, -21)$; $(-6, 0, 6\sqrt{3})$; $(3, 4, 5)$; $(-20\sqrt{3}, 20, -9)$.

7. (0.5 каждая) Переведите из сферических координат в декартовы: $(1, \pi/2, 0)$; $(4, \pi/4, 5\pi/3)$; $(2, 3\pi/4, \pi)$; $(29, \arccos(-21/29), \arctan(-3/4))$; $(13, -\arctan(12/13), \pi/2 + \arcsin(3/5))$; $(6, 5\pi/6, -3\pi/4)$; $(10, 0, \pi)$; $(21, \arcsin(19/21), -\pi/6)$; $(10, \pi/4, 7\pi/6)$; $(15, \pi/2, 7\pi/4)$.

8. Получите формулы для перехода из цилиндрических координат в сферические и наоборот. С их помощью переведите:

а) (0.25 каждая) из цилиндрических координат в сферические: $(3, 3\pi/7, -4)$; $(2, 7\pi/6, 2)$; $(12, e/2, -5)$; $(3, 12\pi/11, 3\sqrt{3})$; $(1, 6\pi/5, -1/\sqrt{3})$; $(5, \pi/3, 5\sqrt{2})$; $(9\sqrt{3}, 5\pi/6, -9)$; $(1, 0, 0)$; $(3, \pi/2, 3)$; $(1, \pi/2, \pi)$.

б) (0.25 каждая) из сферических координат в цилиндрические: $(\sqrt{2}, 3\pi/4, 7)$; $(4, \pi/2, -\pi/6)$; $(2, 5\pi/6, 2)$; $(1, 0.01, \pi)$; $(6, \pi/4, 0)$; $(13, \pi - \arccos(5/13), \pi/3)$; $(5, \pi/2 + \arctan(4/3), -2)$; $(1, \pi/7, e/3)$; $(1, \pi/2, 0)$; $(4, 5\pi/12, 0)$.