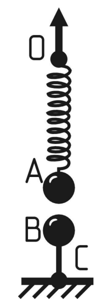
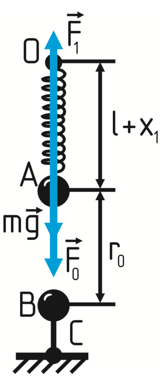
1. Шарики А и В, массой $m = 0{,}16$ кг каждый, имеют одинаковые по модулю и противоположные по знаку заряды $q = 10$ мкКл. Шарик А подвешен на непроводящей пружине жесткостью $k = 20$ Н/м над шариком В (рис. 1). В начальном положении сила кулоновского взаимодействия между шариками равна $F_0 = 4mg$. Верхний конец пружины медленно поднимают. На сколько надо переместить точку О, чтобы сила натяжения нити ВС стала равной нулю?



Решение:



В исходном положении равновесия на шарик А действуют сила тяжести $m\vec{g}$, электрическая сила $\vec{F}_0$ и сила упругости растянутой пружины $\vec{F}_1$:

$$F_1 = mg + F_0, \tag{1}$$

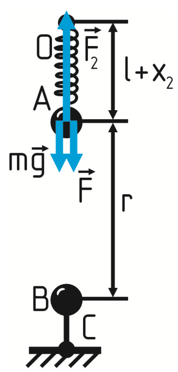
$$F_1 = kx_1, \quad \text{по закону Гука,} \tag{2}$$

$$F_0 = \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 r_0^2}, \quad \text{по закону Кулона,} \tag{3}$$

$$F_0 = 4mg, \quad \text{по условию задачи.} \tag{4}$$

Из (1) – (4) получим выражения для деформации пружины и расстояния между шариками

$$x_1 = \frac{5mg}{k}, \qquad r_0 = \frac{q}{\sqrt{16\pi\varepsilon_0 mg}}. \tag{5}$$



В конечном положении равновесия для шарика А можно записать аналогичные уравнения:

$$F_2 = mg + F, \tag{6}$$

$$F_2 = kx_2, \quad \text{по закону Гука,} \tag{7}$$

$$F = \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}, \quad \text{по закону Кулона.} \tag{8}$$

При этом (по условию задачи) сила натяжения нити ВС равна нулю. Из этого следует, что электрическая сила уравновешивает силу тяжести шарика В

$$F = mg. \tag{9}$$

Таким образом, электрическая сила уменьшилась в 4 раза, значит, расстояние между шариками стало вдвое большим

$$r = 2r_0, \tag{10}$$

а деформация пружины уменьшилась в 2,5 раза (см. уравнения (6), (7))

$$x_2 = \frac{2}{5}x_1. \tag{11}$$

Смещение т. О относительно начального положения, с учетом длины пружины в недеформированном состоянии l, равно:

$$h = (l + x_2 + r) - (l + x_1 + r_0) = x_2 - x_1 + r - r_0 = r_0 - \frac{3}{5}x_1 = \frac{q}{\sqrt{16\pi\varepsilon_0 mg}} - \frac{3mg}{k} =$$

$$= 10 \cdot 10^{-6}\sqrt{\frac{9 \cdot 10^9}{4 \cdot 0{,}16 \cdot 10}} - \frac{3 \cdot 0{,}16 \cdot 10}{20} = 0{,}135 \text{ м.}$$

Міністерство освіти і науки України
LV Всеукраїнська олімпіада юних фізиків, м. Суми, 2018
Теоретичний тур, 8-й клас

Задача №2

2. Коли температура повітря на вулиці була $t_{В1}$=2 °С, всередині будинку підтримувалася температура повітря $t_Б$=22 °С. При цьому температура води на вході в систему опалення будинку $t_{ВХ1}$=55 °С, температура води на виході з системи опалення будинку $t_{ВИХ1}$=35 °С, витрати води V=15 л/хв.. Після похолодання температура на вулиці стала $t_{В2}$= –12 °С, а температура в кімнаті лишилася тією ж самою. Оцініть нові значення температур води на вході та виході системи опалення, якщо витрати води не змінюються.

2. Когда температура воздуха на улице была $t_{У1}$=2 °С, внутри дома поддерживалась температура воздуха $t_Д$=22 °С. При этом, температура воды на входе в систему отопления дома $t_{ВХ1}$=55 °С, температура воды на выходе из системы отопления $t_{ВЫХ1}$=35 °С, расход воды V=15 л/мин.. После похолодания температура на улице стала $t_{У2}$= –12 °С, а температура в комнате осталась прежней. Оцените новые значения температуры воды на входе и на выходе из системы отопления, если расход воды не изменяется.

Решение:

Рассмотрим первоначальный режим отопления дома. В установившемся режиме теплообмена количество теплоты Q_1, получаемое батареей от воды, равно количеству теплоты $Q_{Б1}$, отдаваемому батареей в дом, и равно количеству теплоты $Q_{К1}$, которое дом отдает внешней среде.

$$Q_1 = Q_{Б1} = Q_{К1}. \qquad (1)$$

Тепловые потери прямо пропорциональны разности температур тела и окружающей среды. Будем считать, что батарея в доме имеет одинаковую температуру по всей своей длине, и температура батареи равна температуре воды на выходе из нее. Тогда

$$Q_1 = c\rho V\left(t_{ВХ1} - t_{ВЫХ1}\right), \qquad (2)$$

$$Q_{Б1} = \alpha\left(t_{ВЫХ1} - t_Д\right), \qquad (3)$$

$$Q_{К1} = \beta\left(t_Д - t_{У1}\right), \qquad (4)$$

где c – удельная теплоемкость воды; ρ – плотность воды; α – коэффициент, характеризующий условия теплообмена между батареей и домом; β – коэффициент, характеризующий условия теплообмена между домом и внешней средой.

Аналогичные рассуждения позволяют записать уравнения после похолодания

$$Q_2 = Q_{Б2} = Q_{К2}. \qquad (5)$$

$$Q_2 = c\rho V\left(t_{ВХ2} - t_{ВЫХ2}\right), \qquad (6)$$

$$Q_{Б2} = \alpha\left(t_{ВЫХ2} - t_Д\right), \qquad (7)$$

$$Q_{К2} = \beta\left(t_Д - t_{У2}\right), \qquad (8)$$

Из (1), (3), (4) получаем

$$\alpha\left(t_{ВЫХ1} - t_Д\right) = \beta\left(t_Д - t_{У1}\right), \qquad (9)$$

а из (5), (7), (8)

$$\alpha\left(t_{ВЫХ2} - t_Д\right) = \beta\left(t_Д - t_{У2}\right). \qquad (10)$$

Система уравнений (9), (10) позволяет определить температуру воды на выходе из дома

$$t_{ВЫХ2} = t_Д + \frac{\left(t_Д - t_{У2}\right)}{\left(t_Д - t_{У1}\right)}\left(t_{ВЫХ1} - t_Д\right) = 22 + \frac{(22 - -12)}{(22 - 2)}(35 - 22) = 44{,}1\,°\mathrm{C}\ , \qquad (11)$$

Аналогично из (1), (2), (4) и (5), (6), (8) получим систему уравнений

$$c\rho V\left(t_{ВХ1} - t_{ВЫХ1}\right) = \beta\left(t_Д - t_{У1}\right), \qquad (12)$$

$$c\rho V\left(t_{ВХ2} - t_{ВЫХ2}\right) = \beta\left(t_Д - t_{У2}\right), \qquad (13)$$

которая позволяет определить температуру воды на входе в дом, и, с учетом (11), получаем

$$t_{ВХ2} = t_{ВЫХ2} + \frac{\left(t_Д - t_{У2}\right)}{\left(t_Д - t_{У1}\right)}\left(t_{ВХ1} - t_{ВЫХ1}\right) = 44{,}1 + \frac{(22 - -12)}{(22 - 2)}(55 - 35) = 78{,}1\,°\mathrm{C}. \qquad (14)$$

Міністерство освіти і науки України
LV Всеукраїнська олімпіада юних фізиків, м. Суми, 2018
Теоретичний тур, 8-й клас

Задача №3

3. На ділянці АВ (рис.2) річка має ширину 240 м і глибину 3 м, а на ділянці CD – ширину 120 м і глибину 5 м. Під час льодоходу поверхня річки на ділянці АВ вкрита крижинами на 48%. 1) Яка частка поверхні річки вкрита крижинами на другій ділянці? 2) Якою має бути частка покриття льодом першої ділянки, щоб на річці виник льодовий затор, тобто не залишилося вільної поверхні води? Вважати, що швидкість руху води однакова у всіх точках поперечного перерізу річки.

3. На участке АВ (рис.2) река имеет ширину 240 м и глубину 3 м, а на участке CD – ширину 120 м и глубину 5 м. Во время ледохода поверхность реки на участке АВ покрыта льдинами на 48%. 1) Какая доля поверхности реки покрыта льдом на втором участке? 2) Какой должна быть доля покрытия льдом первого участка, чтобы на реке возник ледяной затор, т.е. не осталось свободной поверхности воды? Считайте, что скорость движения воды одинаковая во всех точках поперечного сечения реки.

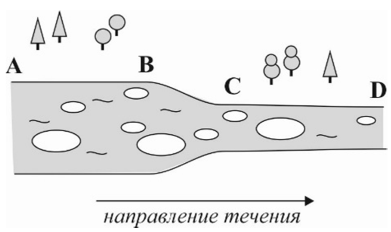


Рис. 1

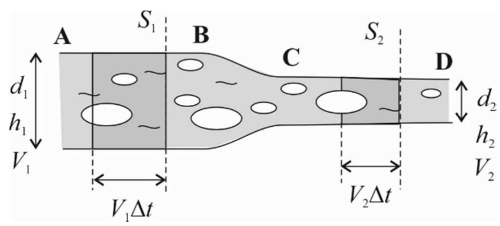


Рис. 2

Решение.

Введем в рассмотрение два сечения реки: сечение S_1 участка AB и сечение S_2 участка CD (рис. 2).

Составим два уравнения баланса: уравнение баланса количества воды (объема воды) и уравнение баланса количества льда (площади льда).

а) За некоторое время через сечение S_1 пройдет вся вода, которая находится от него на расстоянии $\ell_1 = V_1\Delta t$, поэтому объем воды, прошедший через это сечение за время Δt будет равен $d_1\ell_1 h_1 = V_1 d_1 h_1 \Delta t$.

Аналогично для объема воды, прошедшей через сечение S_2, получим $V_2 d_2 h_2 \Delta t$. Здесь мы ввели обозначения d – ширина реки, h – глубина реки, V – скорость течения реки на каждом участке.

При стационарном течении эти два объема должны быть равны, что дает нам первое уравнение баланса:

$$V_1 d_1 h_1 \Delta t = V_2 d_2 h_2 \Delta t.$$

Отметим, что скорость течения на участке CD больше чем на участке AB (если $V_1 = 1$ м/с, то $V_2 = 1{,}2\,\frac{\text{м}}{\text{с}}$), но это, как мы увидим ниже, не всегда спасает от ледяных заторов!

б) Площади льда, прошедшего через первое и второе сечения, равны $q_1 d_1 \ell_1 = q_1 d_1 V_1 \Delta t$ и $q_2 d_2 \ell_2 = q_2 d_2 V_2 \Delta t$, соответственно. Здесь q – доля площади поверхности воды, покрытой льдом. Количества льда, проходящего через каждое сечение, также должны быть одинаковы в стационарном случае, что дает нам второе уравнение баланса:

$$q_1 d_1 V_1 \Delta t = q_2 d_2 V_2 \Delta t.$$

Из полученных уравнений получаем рабочее уравнение $\frac{q_1}{h_1} = \frac{q_2}{h_2}$.

1) Доля поверхности покрытой льдом для участка CD будет равна $q_2 = \frac{h_2}{h_1} \cdot q_1 = \frac{5}{3} \cdot 0{,}48 = 0{,}8 = 80\%$.

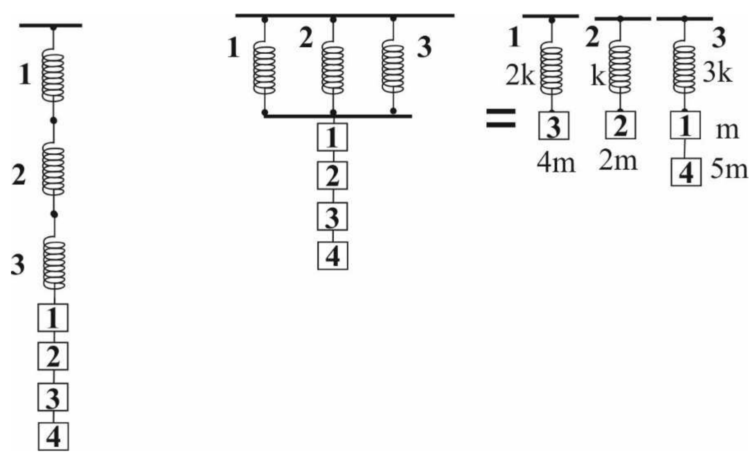
2) Ледяной затор возникнет тогда, когда $q_{2\text{затор}} = 1 = 100\%$. Отсюда получаем для граничного значения $q_{1\text{затор}}$: $q_{1\text{затор}} = h_1 / h_2 \cdot q_{2\text{затор}} = \frac{3}{5} = 0{,}6 = 60\%$.

Ответ: 1) 80%; 2) 60%.

4. При проведении лабораторной работы ученики измеряли удлинения пружин одинаковой начальной длины под действием грузов. Они по очереди подвешивали каждый груз к каждой пружине и записывали результат в таблицу. Всего у них было три пружины и четыре груза.1) Чему будет равно общее удлинение, если пружины соединить последовательно и прикрепить к ним все четыре груза? 2) Чему будет равно удлинение пружин, если их соединить параллельно и прикрепить к ним все четыре груза?

	1-й груз	2-й груз	3-й груз	4-й груз
1-я пружина	1,5 мм	3 мм	6 мм	7,5 мм
2-я пружина	3 мм	6 мм	12 мм	15 мм
3-я пружина	1 мм	2 мм	4 мм	5 мм

Решение.



а) В первом случае каждая пружина будет растянута под действием каждого груза, поэтому растяжение каждой пружины будет равно сумме растяжений в каждой строчке. А общее растяжение – сумма всех растяжений в таблице. Итого ответ **66 мм.**

б) Массы грузов такие: $m, 2m, 4m, 5m$, а жесткости пружин: $2k, k, 3k$. При параллельном соединении удлинения всех пружин одинаковы. Заметим, что удлинения пружин будут одинаковы, если подвесить третий груз к первой пружине, второй ко второй, а первый и четвертый – к третьей. Каждая пружина растянется на **6 мм .**

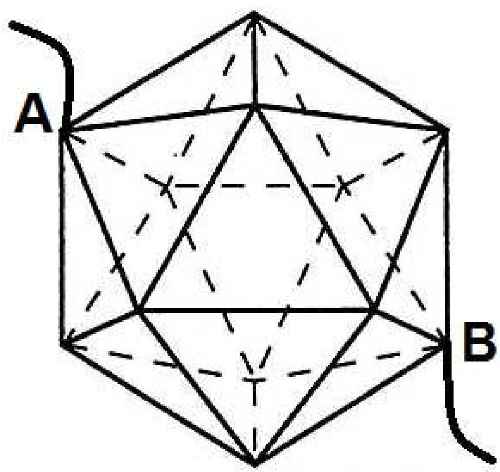
Ответ: а) 66 мм: б) 6 мм

Міністерство освіти і науки України
LV Всеукраїнська олімпіада юних фізиків, м. Суми, 2018
Теоретичний тур, 8-й клас

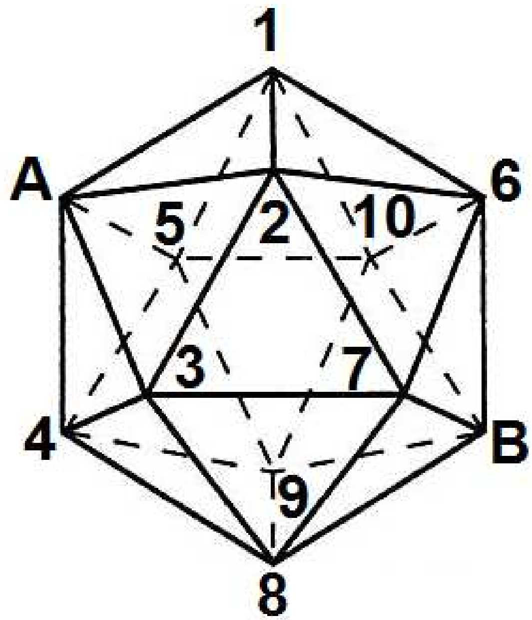
Задача №5

З ніхромового дроту (питомий опір 1 Ом*мм^2/м) перерізом 0.1мм^2 виготовлено модель правильного ікосаедра (рис.3). Якою має бути довжина кожного ребра, щоб при напрузі в 10 В між точками А та В сила струму через ікосаедр була 10 А?

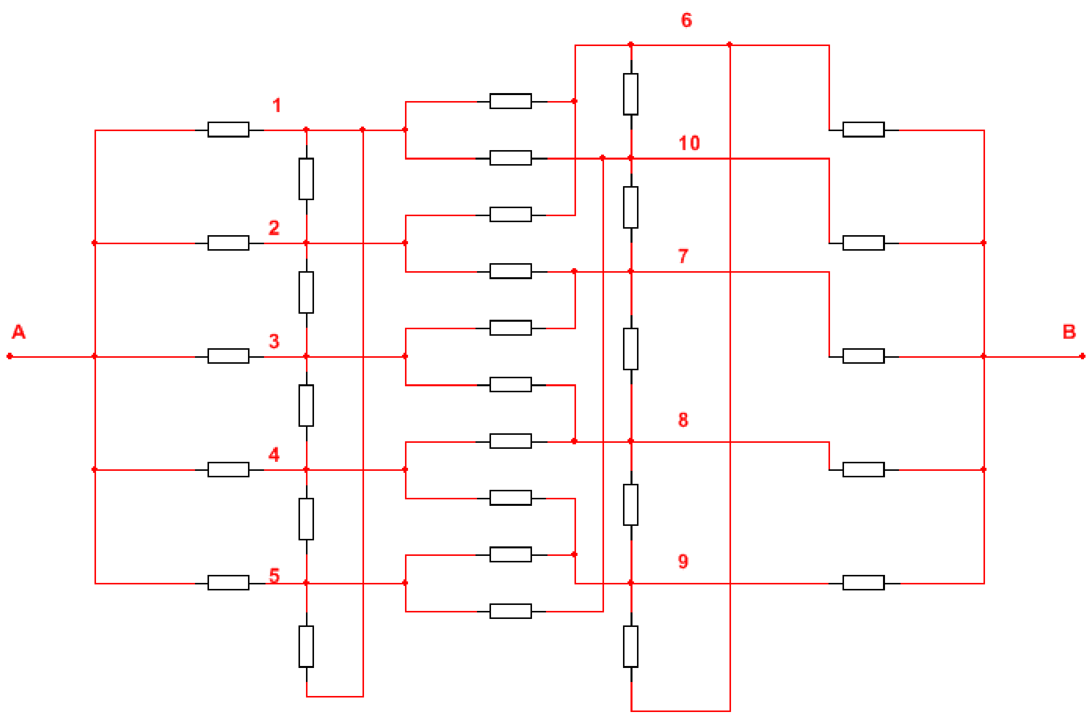
Из нихромовой проволоки (удельное сопротивление 1 Ом*мм^2/м) сечением 0.1мм^2 изготовлена модель правильного икосаэдра (рис.3). Какой должна быть длина каждого ребра, чтобы при напряжении в 10 В между точками А и В сила тока через икосаэдр была 10 А?



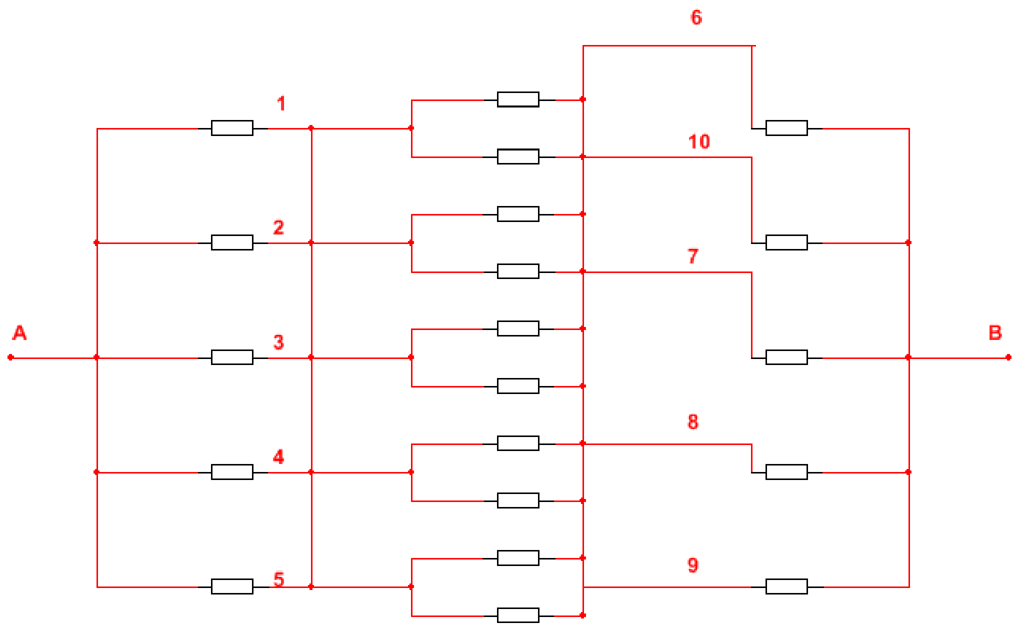
Розв'язок. У першу чергу слід перейти від об'ємної схеми до схеми на площині, яку простіше аналізувати. Пронумерувавши вузли схеми, що є вершинами ікосаедра, отримаємо:



Цю схему можна перенести на площину, почавши побудову з точки А або В, і послідовно добудовувати усі опори, що підключені до кожного вузла. В результаті вийде схема:



Далі слід скористатися міркуваннями симетрії. Так, якщо ми подамо якусь напругу між вузлами А та В, то, очевидно, у вузлах 1, 2, 3, 4 та 5 потенціал буде однаковий. Це означає, що ці вузли ефективно є одним вузлом, і їх можна з'єднати між собою. Те ж саме можна сказати і про вузли 6, 7, 8, 9 та 10. При цьому з схеми випадуть опори між вузлами 1 та 2, 2 та 3, 3 та 4, 4 та 5, 5 та 1, 6 та 7, 7 та 8, 8 та 9, 9 та 10, 10 та 6: струм через них не йде, напруга на них дорівнюватиме нулю, і вони не впливатимуть на загальний опір між точками A та B. Після таких перетворень схема набуде вигляду:



Тут видно, що схема перетворилася на послідовне з’єднання трьох опорів, які складаються відповідно з 5, 10, та 5 однакових паралельно сполучених резисторів R. Отже, це буде послідовне сполучення двох опорів R/5 та опору R/10. Повний опір складатиме:

$$R_{\Pi} = \frac{R}{5} + \frac{R}{5} + \frac{R}{10} = \frac{5R}{10} = \frac{R}{2}$$

Сила струму:

$$I = U/R_{\Pi} = 2U/R = 10A$$

Звідси

$$R = 2U/I = 2\text{Ом}$$

В той же час:

$$R = \rho * L / S,$$

Звідки

$$L = RS/\rho = 2\text{Ом} * 10^{-7}\,\text{м}^2 / 10^{-6} = 0{,}2\text{м} = 20\text{см}$$