# ТЕОРИЯЛЫҚ ТУР

# 16 қаңтар 2009 жыл

## Алдымен, міндетті түрде келесі нұсқаулармен танысыңыз:

- 1. Теориялық тур үш есептен тұрады. Тур берілген уақыт 4 сағат.
- 2. Сіздерге ұсынылып отырылған қаламмен ғана қолданыңыз.
- 3. Есептеулер жүргізу кезінде өзіңіздің калькуляторыңызбен қолдануға болады. Егер өзіңізде калькулятор болмаса, онда олимпиада ұйымдастырушыларынан сұрауыңызға болады.
- 4. Сіздерге таза парақтар және *Жазуға арналған парақтар* (*Writing sheets*) берілген. Таза парақтар қосымша есептеулер жүргізуге арналған, оларды өз қалауыңызша қолдануынызға болады, олар тексерілмейді. Ал *Writing sheets* парақтарға, есептердің шығарылуын жазуыныз қажет, олар тексеру нәтижесі бойынша бағаланады. Есептердің шешімдерінде сөздік сипаттамаларды мүмкіндігінше аз қолданыңыз. Негізінен теңдеулер, сандар, әріптік белгілеулер, суреттер және графиктерді қолданғаныңыз жөн.
- 5. *Writing sheets* парақтың тек беткі жағын қолданыңыз. Белгіленген шекаралық сызықтардан жазуларыңыз асып кетпеуі қажет.
- 6. Әрбір есептің шығарылуын Writing sheets парақтың жаңа таза бетінен бастаңыз.
- 7. Қолданылған әрбір Writing sheets парақта, белгіленген орындарға өзіңіздің еліңізді (Country), кодыңызды (Student Code), есептің реттік номерін (Question Number), әрбір беттің номерін (Page Number) және барлық есептерді шешуге қолданылған парақтардың жалпы санын (Total Number of Pages)көрсетіңіз. Егер Сіз белгілі бір қолданылған Writing sheets парақтар шешімдер қатарына қосылмасын десеңіз, онда оларды бүкіл беттің көлеміндегі крестпен сызып, оларды жалпы парақтар санына қоспаңыз.
- 8. Турды жазып біткен соң, барлық парақтарды келесі ретпен жинақтаңыз:
  - Номерленген Writing sheets парақтарды рет-ретімен;
  - Қосымша есептеулер жүргізілген парақтарды;
  - Қолданылмаған парақтарды;
  - Есептердің шарттары келтірілген парақтарды.

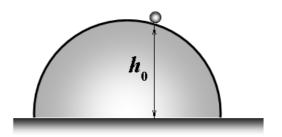
Барлық жинақталған парақтарды конвертке салып, үстел үстінде қалдырыңыз. Аудиториядан *ешқандай* қағаздарды алып шығуға болмайды.

### Есеп 1

Бұл есеп, бір-бірімен байланыспаған төрт бөліктен тұрады.

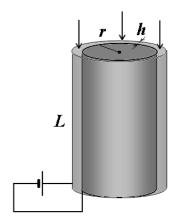
#### 1А (2 ұпай)

Радиусы R бекітілген сфераның тегіс бетіне аса үлкен емес дене қойып, оны ешқандай күш түсірмей жібереді. Егер дененің бастапқы күйі  $h_0$  биіктігіне сәйкес келетін болса, онда сфера центрінен қандай h биіктікте дене одан ажырап кетеді.



## 1В (3 ұпай)

Электрлік су қыздырғыш, ұзындықтары L жақсы өткізгіш екі коаксиальды цилиндрлардан тұрады. Ішкі цилиндрдің радиусы арасындағы цилиндрлер арақашықтық r, радиустарынан элдеқайда кіші. Цилиндрлер  $U_0$  тұрақты кернеу көзіне қосылған. Цилиндрлер арқылы өтетін ортасынан баяу су ағып өтеді, олардан өтетін электр тоғының Между цилиндрами вода, которая нагревается протекает протекающему через нее электрическому току. Рассчитайте, с какой скоростью должна течь вода, чтобы ее температура повысилась на  $\Delta t$  градусов.

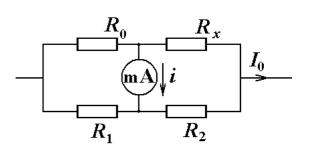


Характеристики воды: плотность  $\gamma$ , удельное электрическое сопротивление  $\rho$ , удельная теплоемкость c, считаете известными.

Теплоемкостями цилиндров и потерями теплоты в окружающую среду можно пренебречь.

## 1С (2 балла)

Для измерения электрического сопротивления широко используются мостовые схемы. На рисунке показана электрическая схема моста Уитстона, предназначенная для измерения неизвестного сопротивления  $R_x$ . Сопротивления резисторов  $R_1$  и  $R_2$  можно плавно изменять. Сопротивление резистора  $R_0$  известно с высокой точностью. Изменяя сопротивления  $R_1$  и  $R_2$ ,



добиваются, чтобы ток i через миллиамперметр становился равным нулю. В этом случае говорят, что мост сбалансирован.

- 1. Выразите значение неизвестное сопротивление  $R_{x}$  через значения сопротивлений  $R_{1},\ R_{2},\ R_{0}$  при условии сбалансированности моста.
- 2. В реальных измерениях практически невозможно точно зафиксировать отсутствие тока через миллиамперметр, так как его чувствительность ограничена. Пусть минимальное значение силы тока, которое может зафиксировать миллиамперметр равно  $i_0$  (то есть при  $i < i_0$  миллиамперметр показывает ноль). Определите относительную погрешность измерения сопротивления  $R_x$ , вызванную неточностью определения нулевого значения тока

через миллиамперметр. Общую силу тока в цепи  $I_0$  считайте постоянной и известной, причем  $I_0 >> i_0$  .

#### 1D (3 балла)

Солнечным утром на освещаемом солнцем сухом асфальте видны блестящие пятна, похожие на лужи воды. Их появление является простейшим миражом – реально в этих «лужах» мы видим отражение неба.

Цель данной задачи дать теоретическое описание этого явления.

Показатель преломления воздуха n зависит от концентрации молекул  $\gamma$  в соответствии с формулой

$$n = 1 + \frac{\alpha \gamma}{2} \,. \tag{1}$$

где  $\alpha=2,3\cdot 10^{-29}\, {\it M}^3$  — средняя поляризуемость молекул воздуха. Будем считать, что температура воздуха равна  $t_0=20^{\circ}C$ , атмосферное давление  $P_0=1,0\cdot 10^5\, {\it Ha}$ . Благодаря солнечным лучам у поверхности асфальта образуется тонкий слой более нагретого воздуха, температура которого на  $\Delta t=2,0^{\circ}C$  выше, чем температура более высоких слоев.

Водитель движется прямолинейно по горизонтальной дороге, причем его глаза находятся на высоте h = 1,2 м над поверхностью асфальта. Оцените, на каком расстоянии от водителя он может увидеть ближайшую к нему лужу-мираж.

Постоянная Больцмана  $k_B = 1,38 \cdot 10^{-23} \, \text{Дж/K}.$ 

# Задача 2 Электромагнитные качели (10 баллов)

Два длинных проводящих стержня, соединённых вверху катушкой с индуктивностью L, образуют наклонную плоскость, составляющую угол  $\alpha$  с горизонтом. Подвижный проводник массой m (см. рис.) способен скользить по стержням, всё время оставаясь перпендикулярным к ним и сохраняя с ними хороший электрический контакт. Коэффициент трения скольжения между проводником и стержнями равен  $\mu$ , расстояние между стержнями равно h, ускорение свободного падения равно g. Вся система помещена в перпендикулярное наклонной плоскости однородное магнитное поле с индукцией B. В данной задаче полностью пренебрегается омическим сопротивлением и индуктивностью стержней и проводника. Считая, что в начальный момент времени проводник покоится, а затем без толчка освобождается, дайте ответы на следующие вопросы.

- 1. Запишите неравенство, при выполнении которого проводник начнёт свое движение вниз после отпускания. Ответ выразите через  $\alpha, \mu$ . (1 балл)
- 2. Считая, что условия вопроса 1 выполнены и проводник начал движение вниз, найдите зависимость силы тока I в катушке индуктивности от смещения x проводника от начального положения. Ответ выразите через h, B, L, x (2 балла)
- 3. Найдите максимальную скорость проводника  $u_{\text{max}}$  в процессе его движения. Ответ выразите через  $h, B, L, m, \alpha, g, \mu$ . (1 балла)
- 4. Найдите максимальную силу тока  $I_{\max}$  в катушке индуктивности в процессе движения проводника. Ответ выразите через  $h, B, m, \alpha, g, \mu$ . (1 балла)
- 5. Вычислите количество выделившейся из-за трения теплоты за очень большое время в случае малой силы трения. Ответ выразите через  $h, B, L, m, \alpha, g$ . (3 балла)
- 6. Какова относительная ошибка ответа предыдущего пункта в случае  $\mu = \frac{\operatorname{tg}\alpha}{2009}$ ? (2 балла)

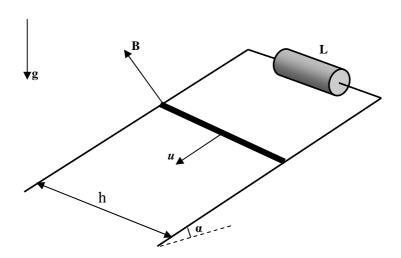


Рисунок. Схема электромагнитных качелей

# Задача З Тепловое излучение (10 баллов)

Электромагнитное излучение, испускаемое нагретыми телами, называется тепловым. Тепловое излучение характеризуется интегральной и спектральной светимостью.

**Интегральной светимостью** тела R называется суммарная энергия излучения, испускаемого с единицы площади поверхности тела в единицу времени. Спектральной светимостью тела  $r_{\lambda}$  в узком интервале длин волн от  $\lambda$  до  $\lambda + \Delta \lambda$  называется отношение светимости  $\Delta R$  в данном спектральном диапазоне к спектральной ширине этого диапазона  $r_{\lambda} = \frac{\Delta R}{\Delta \lambda}$ . Интегральная и спектральная светимости тела зависят, как от свойств самого тела,

так и от его температуры. Светимость тела связана с его способностью поглощать падающее электромагнитное излучение. Чем лучше тело поглощает падающее на него излучение, тем сильнее оно будет излучать при нагревании. Если тело полностью поглощает все падающее на него излучение, то такое тело называется **абсолютно черным**. Распределение энергии излучения черного тела по спектру (то есть его спектральная светимость) хорошо изучено экспериментально и описано теоретически. На рисунках 1 и 2 построены кривые спектральной светимости абсолютно черного тела при двух различных температурах:  $T_1 = 2000K$  (рис. 1) и  $T_2 = 1300K$  (рис. 2).

- 1. Используя приведенный график зависимости спектральной светимости для температуры  $T_1 = 2000 K$ , найдите отношение энергий испускаемых черным телом в спектральных интервалах  $(\lambda_1, \lambda_1 + \Delta \lambda)$  и  $(\lambda_2, \lambda_2 + \Delta \lambda)$  для  $\lambda_1 = 2.0 \cdot 10^{-6} \, \text{м}$ ,  $\lambda_2 = 4.0 \cdot 10^{-6} \, \text{м}$ ,  $\Delta \lambda = 0.5 \cdot 10^{-6} \, \text{м}$ . (1 балл)
- 2. Вин установил, что длина волны  $\lambda_m$ , на которую приходится максимум спектральной светимости, связана с температурой соотношением

$$\lambda_m = bT^n \,, \tag{1}$$

где величина b называется постоянной Вина, n - некоторая целочисленная постоянная. Используя приведенные графики, найдите значения постоянных b и n. (2 балла)

3. Стефаном и Больцманом установлено, что интегральная светимость черного тела зависит от температуры по закону

$$R = \sigma T^m, \tag{2}$$

здесь  $\sigma$  - постоянная Стефана-Больцмана, m - некоторая целочисленная постоянная. Используя приведенные графики, найдите значения постоянных  $\sigma$  и m. (3 балла)

4. Спектральный состав излучения Солнца близок к спектральному составу излучения абсолютно черного тела с  $\lambda_m = 0.48 \cdot 10^{-6} \, M$ . Оцените время, за которое благодаря тепловому излучению, масса Солнца уменьшится на 1%.

Масса Солнца -  $2 \cdot 10^{30} \, \kappa z$ , его радиус  $7 \cdot 10^8 \, M$ . (4 балла)

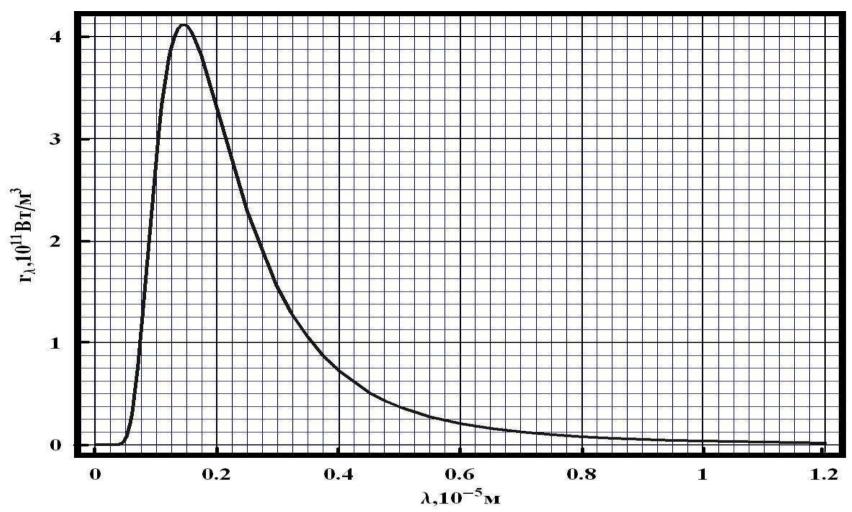


Рисунок 1. Спектральная светимость абсолютно черного тела при температуре T = 2000 K

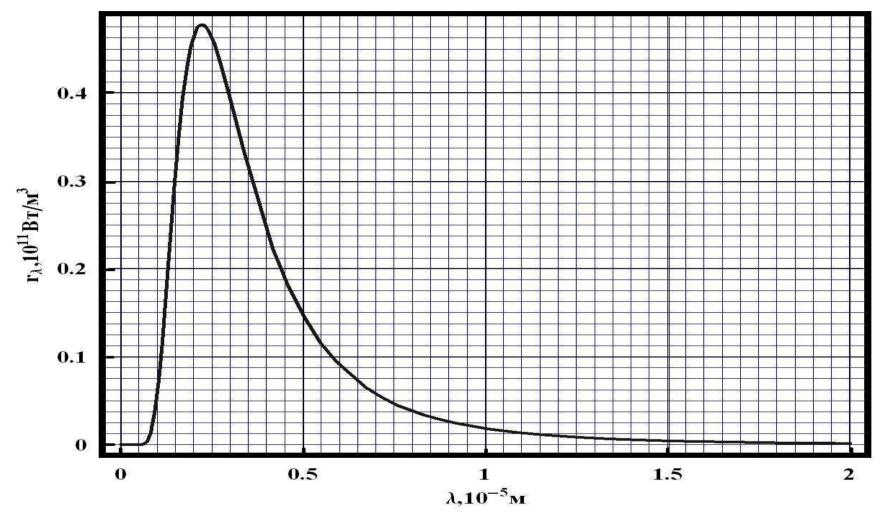


Рисунок 2. Спектральная светимость абсолютно черного тела при температуре T = 1300 K