

Харьковский физико-математический лицей №27

С.А.Лифиц

ГЕОМЕТРИЯ-9

**Материалы к урокам по теме:
“Аналитическая геометрия на
плоскости”**

Харьков, 2013 г.

Поурочное планирование (20 часов)

Урок 1. Прямоугольная декартова система координат. Координаты точек и векторов. Расстояние между двумя точками. Условия коллинеарности и перпендикулярности двух векторов в координатах. Деление отрезка в данном отношении. Площадь треугольника, заданного координатами вершин.

Урок 2. Решение геометрических задач в декартовой системе координат.

Урок 3. Координатный метод решения планиметрических задач.

Урок 4. *Самостоятельная работа* по теме: “Координатный метод решения планиметрических задач”.

Урок 5. Понятие уравнения линии. Алгебраические линии. Общее уравнение прямой. Исследование общего уравнения прямой. Условие параллельности и перпендикулярности двух прямых. Уравнение прямой, проходящей через данную точку параллельно (перпендикулярно) данной прямой.

Урок 6. Понятие угла между прямыми. Угол между двумя прямыми, заданными общими уравнениями. Угловой коэффициент прямой. Уравнение прямой с угловым коэффициентом. Уравнение прямой, проходящей через данную точку в данном направлении.

Урок 7. Уравнение прямой, проходящей через две данные точки. Условие, при котором три данные точки лежат на одной прямой. Уравнение прямой “в отрезках”.

Урок 8. Отклонение точки от прямой. Нормальное уравнение прямой. Взаимное расположение прямой и пары точек.

Урок 9. Пучок прямых. Условие прохождения трех прямых через одну точку.

Урок 10. *Самостоятельная работа* по теме: “Уравнения прямой”.

Урок 11. Нормальное уравнение окружности. Каноническое уравнение окружности. Общее уравнение окружности. Нахождение центра и радиуса окружности, заданной общим уравнением.

Урок 12. Взаимное расположение прямой и окружности. Уравнение касательной к окружности, проходящей через заданную точку на окружности.

Урок 13. Параметрические уравнения линии. Параметрическое уравнение прямой. Параметрическое уравнение окружности.

Урок 14. Координатный метод решения задач на нахождение геометрических мест точек. Окружность Аполлония.

Урок 15. Координатный метод решения задач на нахождение геометрических мест точек. Окружность Ферма – Аполлония.

Урок 16. *Самостоятельная работа* по теме: “Окружность. ГМТ”.

Урок 17. Обобщающий урок по теме.

Урок 18. **Контрольная работа.**

Урок 19. Анализ контрольной работы.

Урок 20. Зачет по теории.

Урок 1. Прямоугольная декартова система координат

Домашнее задание

- 1) Даны точки $A(-1; 2)$, $B(3; 6)$, $C(1; -4)$. Найдите медиану AM треугольника ABC , координаты вектора \overrightarrow{AM} и площадь S_{ABC} .
- 2) Вершины четырехугольника $ABCD$ имеют координаты: $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$, $D(x_4, y_4)$. Докажите, что этот четырехугольник является параллелограммом тогда и только тогда, когда

$$x_1 + x_3 = x_2 + x_4, \quad y_1 + y_3 = y_2 + y_4.$$

- 3) Вершины треугольника ABC имеют координаты: $A(-1; 1)$, $B(2; 4)$, $C(\sqrt{3}; \sqrt{3})$. Биссектриса угла A пересекает сторону BC в точке D . Найдите координаты точки D .
- 4) Зная две противоположные вершины ромба $A(8; -3)$, $C(10; 11)$ и длину его стороны $AB = 10$, определите координаты остальных вершин ромба.
- 5) Проверьте, лежат ли на одной прямой точки $A(3; 1)$, $B(-2; -9)$, $C(8; 11)$.

Урок 2. Решение геометрических задач в декартовой системе координат

Домашнее задание

- 1) Атанасян: 998, 999.
- 2) Сканави: 17.002, 17.017.

Урок 3. Координатный метод решения планиметрических задач

Домашнее задание

- 1) В треугольнике ABC угол C прямой, $BC = 8$, $AB = 10$, отрезок BE – биссектриса треугольника. Найдите медиану EF треугольника ABE .
- 2) Точка F лежит на диагонали BD ромба $ABCD$, причем $BF : FD = 2 : 3$, а точка E лежит на стороне BC , причем $BE : EC = 2 : 1$. Докажите, что точка F принадлежит отрезку AE и найдите отношение $AF : FE$.
- 3) Атанасян: 947 (а), 958.

Урок 4. Самостоятельная работа №1: “Координатный метод”

Домашнее задание

- 1) Точки $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ служат смежными вершинами ромба, диагонали которого параллельны осям координат. Выразите координаты остальных вершин ромба через координаты данных точек.
- 2) Дан треугольник своими вершинами: $A(2; -3)$, $B(1; 3)$ и $C(-6; -4)$. Определите координаты точки M , с которой совпадает вершина A , если перегнуть чертеж по прямой BC .
- 3) Найдите центр и радиус окружности, проходящей через точку $A(2; -1)$ и касающейся обеих осей координат.
- 4) Середины сторон AB и CD , BC и DE выпуклого пятиугольника $ABCDE$ соединены отрезками. Докажите, что отрезок, соединяющий середины полученных двух отрезков, параллелен стороне AE и равен $\frac{1}{4}AE$.

Урок 5. Общее уравнение прямой

Домашнее задание

- 1) Дан ненулевой вектор $\vec{p}(p_1, p_2)$. Напишите уравнение прямой, проходящей через данную точку $M_0(x_0, y_0)$:
а) параллельно; б) перпендикулярно вектору \vec{p} .
- 2) Даны точки $A(1; 2)$ и $B(-1; 3)$. Напишите уравнение
а) прямой AB ;
б) прямой, проходящей через точку A и перпендикулярной к прямой AB .
- 3) Даны точки $A(-1; 2)$, $B(3; -1)$ и $C(0; 4)$. Напишите уравнение прямой, проходящей через точку A параллельно прямой BC .
- 4) Вершины треугольника ABC имеют координаты: $A(0; 4)$, $B(3; 0)$, $C(-3; 0)$. Напишите уравнение прямой, содержащей биссектрису угла ACB .

Урок 6. Понятие угла между прямыми

Домашнее задание

- 1) Напишите уравнения сторон равнобедренной трапеции, зная, что основания ее соответственно равны 10 и 6, а боковые стороны образуют с основанием угол 60° . За оси координат возьмите большее основание и ось симметрии трапеции.

- 2) Напишите уравнение прямой, которая проходит через точку $A(3; -1)$ и параллельна:
- а) оси абсцисс;
 - б) биссектрисе координатного угла;
 - в) прямой $y = 3x + 7$.

- 3) Вычислите углы треугольника, стороны которого относительно прямоугольной системы координат даны уравнениями:

$$18x + 6y - 17 = 0, \quad 14x - 7y + 15 = 0 \quad \text{и} \quad 5x + 10y - 9 = 0.$$

- 4) При каком значении a уравнения $3ax - 8y + 13 = 0$ и $(a + 1)x - 2ay - 21 = 0$ изображают параллельные прямые?
- 5) При каком значении параметра a прямые $(3a + 2)x + (1 - 4a)y + 8 = 0$ и $(5a - 2)x + (a + 4)y - 7 = 0$ окажутся перпендикулярными друг к другу?

Урок 7. Уравнение прямой, проходящей через две данные точки

Домашнее задание

Атанасян: 973, 974, 1003, 1005.

Урок 8. Отклонение точки от прямой

Домашнее задание

- 1) Найдите расстояние от точки:
- а) $P(-3; 5)$ до прямой $9x - 12y + 2 = 0$;
 - б) $P(-3; 2)$ до прямой $4x - 7y + 26 = 0$.
- 2) Из всех прямых, параллельных прямой $\frac{x}{3} - \frac{y}{4} = 1$, найдите те, которые проходят на расстоянии 5 от точки $(2; 3)$.
- 3) Даны вершины треугольника: $A(1; 2)$, $B(3; 7)$, $C(5; -13)$. Вычислите длины его высот.
- 4) Диагонали ромба, длиной 30 и 16, приняты за оси координат. Вычислите расстояние между параллельными сторонами этого ромба.

Урок 9. Пучок прямых

Домашнее задание

- 1) Проверьте, проходят ли через одну точку следующие три прямые:
- а) $x + 3y - 1 = 0$, $5x + y - 10 = 0$, $3x - 5y - 8 = 0$;
 - б) $5x - 3y - 15 = 0$, $x + 5y - 3 = 0$, $3x + y + 5 = 0$.

- 2) Треугольник дан уравнениями сторон: $x + 2y + 3 = 0$, $3x - 7y + 9 = 0$, $5x - 3y - 11 = 0$. Проверьте, что его высоты пересекаются в одной точке.
- 3) Через точку пересечения прямых: $2x - 5y - 1 = 0$ и $x + 4y - 7 = 0$ проведите прямую, делящую отрезок между точками $A(4; -3)$ и $B(-1; 2)$ в отношении $\lambda = \frac{2}{3}$.
- 4) Зная уравнение $3x - 2y + 6 = 0$ одной из сторон угла и уравнение его биссектрисы $x - 3y + 5 = 0$, составьте уравнение второй стороны угла.

Урок 10. Самостоятельная работа №2: “Уравнения прямой”

Домашнее задание

Сканави: 17.003, 17.006, 17.010

Урок 11. Уравнения окружности

Домашнее задание

Атанасян: 968, 969 (а), 970, 971, 1001, 1002 (б).

Урок 12. Взаимное расположение прямой и окружности

Домашнее задание

- 1) Приведите к нормальному виду уравнение окружности

$$3x^2 + 3y^2 - 4x - 6y - 15 = 0.$$

- 2) Исследуйте, какие линии изображаются уравнениями
 - а) $x^2 + y^2 + 10x - 4y + 29 = 0$;
 - б) $x^2 + y^2 - 2x + 6y + 14 = 0$.
- 3) В точке $(0; 3)$ проведите касательную к окружности $x^2 + y^2 - 2x - 3y = 0$.
- 4) Напишите уравнения касательных, проведенных
 - а) из начала координат к окружности $(x - 2)^2 + (y - 4)^2 = 2$;
 - б) из точки $(7, 1)$ к окружности $x^2 + y^2 = 25$.

Урок 13. Параметрические уравнения линии

Домашнее задание

- 1) Найдите те касательные к окружности $x^2 + y^2 = 25$, которые параллельны прямой $2x - y + 1 = 0$.
- 2) Определите угол, под которым видна окружность $x^2 + y^2 = 16$ из точки $(8; 0)$.
- 3) Напишите уравнение линии центров двух окружностей:

$$x^2 + y^2 - 6x + 8y = 0 \quad \text{и} \quad x^2 + y^2 + 2x - 12y = 1.$$

- 4) Известно, что прямая $4x - 3y = 38$ касается окружности $(x-1)^2 + (y+3)^2 = 25$. Найдите точку их прикосновения.

Урок 14. Координатный метод решения задач на нахождение геометрических мест точек. Окружность Аполлония

Домашнее задание

Атанасян: 982, 985, 986, 987.

Урок 16. Самостоятельная работа №3: “Уравнение окружности. Задачи на ГМТ”

Домашнее задание

- 1) С помощью метода координат исследуйте взаимное расположение двух окружностей в зависимости от соотношения между их радиусами r_1 и r_2 и расстоянием d между их центрами.
- 2) Исследуйте взаимное расположение двух окружностей с центрами A_1 и A_2 и радиусами r_1 и r_2 , если:
 - а) $A_1(1; 2)$, $A_2(0; 0)$, $r_1 = 2$, $r_2 = 1$;
 - б) $A_1(-2; 1)$, $A_2(1; -3)$, $r_1 = 2$, $r_2 = 3$;
 - в) $A_1(0; 2)$, $A_2(-1; 3)$, $r_1 = 1$, $r_2 = 3$.
- 3) Даны две точки A и B . Найдите множество всех точек, для каждой из которых:
 - а) $2AM^2 - BM^2 = 2AB^2$; б) $AM^2 + 2BM^2 = 6AB^2$; в) $BM^2 - AM^2 = 2AB^2$.

Урок 17. Обобщающий урок

Домашнее задание

- 1) В треугольнике ABC высоты AA_1 , BB_1 , CC_1 пересекаются в точке H . Найдите AC и BC , если $AB = 8$, $BH = 5$, $HC_1 = 4$.

- 2) Точка B лежит на отрезке AC , причем $BC = 2AB$. Найдите множество всех точек M , для каждой из которых:
- а) $AM^2 + BM^2 + CM^2 = 9AB^2$;
 - б) $AM^2 + 4CM^2 + 3AB^2 = 3BM^2$.

Вопросы к зачету

1. Формула расстояния между двумя точками. Координаты точки, делящей отрезок в данном отношении. Площадь треугольника, заданного координатами вершин.
2. Теорема о сумме квадратов диагоналей параллелограмма. Теорема об отрезке, соединяющем середины диагоналей трапеции. Теорема Эйлера о длине отрезка, соединяющего середины диагоналей произвольного четырехугольника. Теорема Стюарта. (*Все доказательства – методом координат.*)
3. Понятие уравнения линии. Алгебраические линии. Общее уравнение прямой. Условие параллельности и перпендикулярности двух прямых, заданных общими уравнениями. Уравнение прямой, проходящей через данную точку параллельно (перпендикулярно) данной прямой.
4. Понятие угла между прямыми. Угол между двумя прямыми, заданными общими уравнениями. Угловой коэффициент прямой. Уравнение прямой с угловым коэффициентом. Уравнение прямой, проходящей через данную точку в данном направлении.
5. Уравнение прямой, проходящей через две данные точки. Условие, при котором три данные точки лежат на одной прямой. Уравнение прямой “в отрезках”.
6. Отклонение точки от прямой. Расстояние от точки до прямой. Нормальное уравнение прямой. Взаимное расположение прямой и пары точек.
7. Пучок прямых. Условие прохождения трех прямых через одну точку.
8. Нормальное уравнение окружности. Каноническое уравнение окружности. Общее уравнение окружности. Нахождение центра и радиуса окружности, заданной общим уравнением.
9. Взаимное расположение прямой и окружности. Уравнение касательной к окружности, проходящей через заданную точку на окружности.
10. Параметрические уравнения линии. Параметрическое уравнение прямой. Параметрическое уравнение окружности.
11. Геометрическое место точек, линейная комбинация квадратов расстояний от которых до двух заданных точек есть величина постоянная (окружность Ферма – Аполлония).
12. Геометрическое место точек, отношение расстояний от которых до двух заданных точек есть величина постоянная, отличная от единицы (окружность Аполлония).