

8 клас

1. Автомобіль їхав по прямій дорозі. За першу годину путі його середня швидкість дорівнювала 50 км/год, ще одну годину він їхав із середньою швидкістю 70 км/год, потім одну годину простояв в пробці. Залишок шляху він проїхав з постійною швидкістю 40 км/год. Знайдіть середню швидкість автомобілю на всьому шляху.

Решение. (5баллов = 3 балла за выкладки + 1 балл за определение средней скорости + 1 балл за правильный ответ)

Средняя скорость – это отношение полного пути к суммарному времени:

$$v_{cp} = \frac{S_{общ}}{t_{общ}} = \frac{1 \cdot v_1 + 1 \cdot v_2 + 1 \cdot v_3 + v_4 \cdot t_{остатка_пути}}{1 + 1 + 1 + t_{остатка_пути}}$$

$$v_1 = 50 \text{ км/ч}; \quad v_2 = 70 \text{ км/ч}$$

$$v_3 = 0 \text{ км/ч}; \quad v_4 = 40 \text{ км/ч}$$

$$\Rightarrow v_{cp} = \frac{50 + 70 + 0 + 40 \cdot t}{3 + t} = 40 \text{ км/ч}$$

Скорость третьего участка пути равна нулю, поскольку автомобиль стоял в пробке.

Ответ: 40 км/час.

2. Літак летить по замкнутому маршруту Москва – Орша – Москва з метою побити рекорд швидкості. На протязі усього польоту дує вітер у напрямку Москва – Орша з постійною швидкістю. Покращиться чи погіршиться рекорд через вітер?

Решение. (5 баллов = 1 балл за случай без ветра + 1 балл М-О с ветром + 1 балл О-М с ветром + 1 балл за отношение времен (1-- что-то в квадрате всегда меньше 1) + 1 балл за правильный ответ)

Обозначим скорость ветра u , а скорость самолета v . Тогда время,

которое было бы затрачено без ветра $t_0 = \frac{S}{v} + \frac{S}{v} = \frac{2S}{v}$ - сумма времен

движения из Москвы в Оршу и обратно (S – расстояние между этими городами).

Поскольку ветер дует все время в направлении от Москвы до Орши с постоянной скоростью время движения из Москвы в Оршу в этом

случае $t_{MO} = \frac{S}{v+u}$. А время движения обратно $t_{OM} = \frac{S}{v-u}$. Т.о. общее

время в случае, когда есть ветер $t_{wind} = \frac{S}{v+u} + \frac{S}{v-u} = \frac{2Sv}{v^2 - u^2}$.

А отношение этих времен $\frac{t_0}{t_{wind}} = \frac{2S}{v} : \frac{2Sv}{v^2 - u^2} = \frac{v^2 - u^2}{v^2} = 1 - \frac{u^2}{v^2} < 1$.

Следовательно, потребуется больше времени на преодоления пути туда и обратно при постоянном ветре.

Ответ: «рекорд» ухудшится.

3. До вільного кінця пружини підвісили тіло масою M . Довжина пружини у не розтягнутому стані L . У скільки разів зміниться відносне подовження пружини, якщо одну її половину замінити на пружину подвоєної жорсткості.

Решение. (5 баллов = 1 балл первый случай + 1 балл растяжение «старой» пружины во втором случае + 1 балл растяжение «новой» пружины + 1 балл рисунок с правильно нарисованными силами во втором случае + 1балл правильный ответ)

Первоначально пружина растягивается на величину $\Delta l_0 = \frac{Mg}{k_1}$.

Если мы половину пружины заменим на другую пружину, то оставшаяся часть пружины с жесткостью k_1 растянется на ту же величину. Т.к. на нее будет действовать сила равная Mg . Вторая же

половина пружины тоже растянется под действием веса груза $\Delta l_2 = \frac{Mg}{k_2}$.

Где $k_2 = 2k_1$. Поэтому суммарное растяжение двух пружин длиной $L/2$

подвешенных последовательно будет равно $\Delta l_1 + \Delta l_2 = \frac{Mg}{k_1} + \frac{Mg}{k_2} = \frac{3}{2} \frac{Mg}{k_1}$.

Поскольку начальная длина пружины в обоих случаях одна и та же L ,

относительное удлинение пружин увеличится в $\frac{\Delta l_1 + \Delta l_2}{\Delta l_0} = \frac{3}{2}$ раза.

Ответ: увеличится в полтора раза.

4. При фотографуванні віддаленого точкового джерела на фотографії, через невисоку якість об'єктиву та застосованого матеріалу, виходить світле коло діаметром $D = 0,1$ см. З якої максимальної відстані можна сфотографувати два точкових джерела в тих же умовах, якщо вони розташовані на відстані $L = 1$ см один від одного, так, щоб на фото їх зображення не перекривалися? Фокусна відстань об'єктиву $F = 5$ см.

Решение. (5 баллов = 2 балла рисунок + 1 балл условие различимости изображений точек в терминах пятен + 1 балл за выкладки + 1 балл за правильный ответ)

В простейшей модели фотоаппарат состоит из объектива (тонкой собирающей линзы) и приемника излучения (пленка, пзс-матрица). При фотографировании удаленного точечного источника можно считать, что он находится на бесконечности. По условию, при этом получается не точечное изображение объекта в фокальной плоскости объектива, а размытое пятно диаметром $D = 0,1$ см, т.е. $D \ll F$ и угол, под которым видно пятно с объектива можно считать малым.

Теперь рассмотрим случай двух точек. Одну из них расположим на главной оптической оси линзы, а вторую на расстоянии 1 см от нее (так чтобы отрезок между двумя этими точками образовывал перпендикуляр к главной оптической оси). Рассмотрим подобные треугольники см. рис.

$\frac{l_1}{l_2} = \frac{d}{F} \Rightarrow l_1 = \frac{d}{F} l_2$, где d – расстояние от линзы до изображения объекта, если бы не было пленки, F – фокусное расстояние линзы, f – расстояние от точек до объектива.

$$\frac{l_1}{l_0} = \frac{d}{f} \Rightarrow l_1 = \frac{d}{f} l_0$$

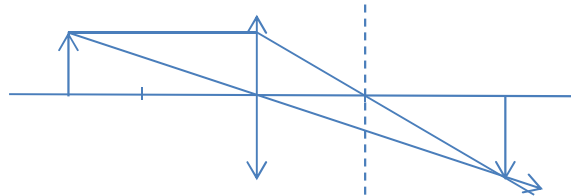
Поскольку нам необходимо, чтобы точки на фотографии различались,

то $l_2 \geq \frac{D}{2} + \frac{D}{2} = D$. Т.к. изображение каждой из точек на фотографии будет размыто в пятно диаметром D , положение центра которого совпадает с положением не размытого изображения. Имеем

$$\frac{d}{f} l_0 \geq \frac{d}{F} D \Rightarrow f \leq \frac{F l_0}{D}$$

$$f \leq \frac{5 \cdot 1}{0,1} = 50 \text{ см}$$

Ответ: максимальное расстояние 50 см.



5. Обертання передається від шківів I до шківів IV за допомогою ремінних передач. Як співвідносяться радіуси II та III, якщо шків I робить 1200 об/хвил, а шків IV – 60 об/хвил, $r_1 = 5$ см, $r_4 = 50$ см.

Решение. (5 баллов = 3 балла рассуждения (1 балл нет скольжения + 1 балл скорость на ободах 1 и 2, 3 и 4 одинакова + 1 балл частоты вращения 2 и 3 одинаковы) + 1 балл выкладки + 1 балл правильный ответ)

Поскольку проскальзываний нет, то скорость на ободе I равна скорости на ободе II $u_1 = u_2$ и скорость на ободе III равна скорости на ободе IV $u_3 = u_4$. Поскольку обода II и III скреплены вместе неподвижно, $v_2 = v_3$.

Тогда имеем:

$$u_1 = v_1 \cdot r_1; \quad u_2 = v_2 \cdot r_2; \quad u_3 = v_3 \cdot r_3; \quad u_4 = v_4 \cdot r_4;$$

$$u_1 = u_2 \Rightarrow v_1 \cdot r_1 = v_2 \cdot r_2 \Rightarrow v_2 = \frac{v_1 \cdot r_1}{r_2}$$

$$u_3 = u_4 \Rightarrow v_3 \cdot r_3 = v_4 \cdot r_4 \Rightarrow v_2 \cdot r_3 = v_4 \cdot r_4 \Rightarrow v_2 = \frac{v_4 \cdot r_4}{r_3}$$

$$\Rightarrow \frac{v_1 \cdot r_1}{r_2} = \frac{v_4 \cdot r_4}{r_3} \Rightarrow \frac{r_2}{r_3} = \frac{v_1 \cdot r_1}{v_4 \cdot r_4} \Rightarrow \frac{r_2}{r_3} = \frac{1200 \cdot 5}{60 \cdot 50} = 2$$

Ответ: $r_2 = 2r_3$.

