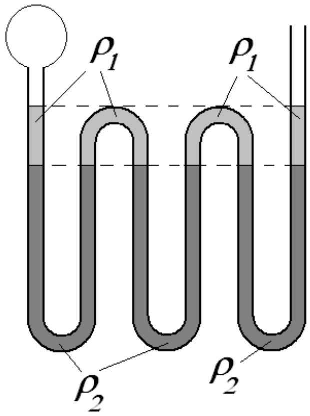
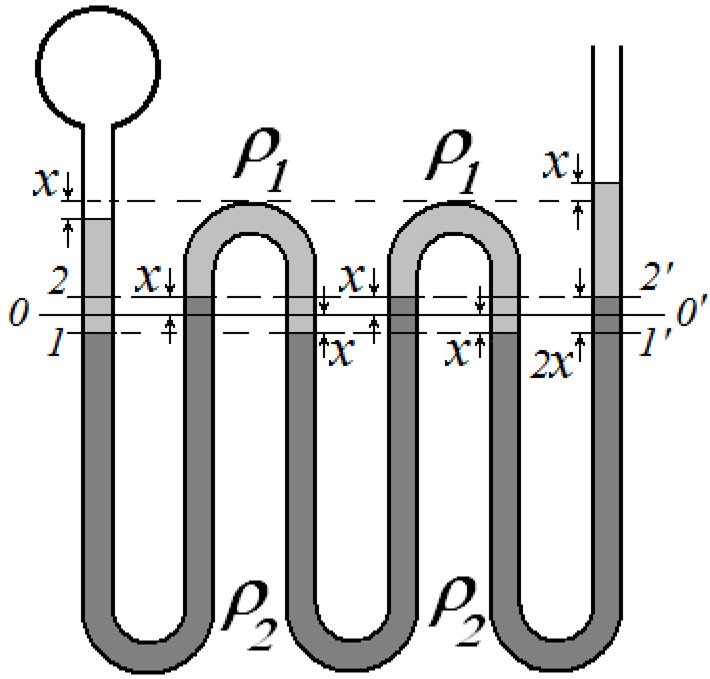
Теоретичний тур 8-й клас

1. Зігнута трубка сталого перерізу розміщена у вертикальній площині й заповнена двома рідинами, які не змішуються, з густинами ρ_1 і ρ_2 ($\rho_1<\rho_2$). Всі межі поділу між двома рідинами знаходяться на однаковій висоті. Верхні межі рідини ρ_1 збігаються (мал. 1). Нехтуючи стисливістю рідин, знайти зміщення Δx рівня рідини в правому відкритому коліні, якщо тиск над рідиною в лівому коліні зростає на Δp.

Розв'язання:



Мал. 1. До підвищення тиску.



Мал. 2. Після підвищення тиску.

Початковий рівень поділу рідин 0-0'. Після підвищення тиску Δp над лівою поверхнею, встановиться показане на малюнку положення рівнів рідини.
Розглянемо тиск на рівні 1-1'.
Тиск стовпчика першої рідини в крайньому лівому та в крайньому правому колінах врівноважують один одного. Також не впливають на рівновагу частини першої рідини над рівнем 2-2' у середніх колінах. Рівновага рідини, що залишилася може бути описана рівністю тисків, які штовхають вправо та вліво відповідно:

$$\Delta p + 4\cdot\rho_1\cdot g\cdot\Delta x = 6\cdot\rho_2\cdot g\cdot\Delta x$$

Звідки:

$$\Delta x = \frac{\Delta p}{g\cdot(6\cdot\rho_2\cdot - 4\cdot\rho_1)}\ .$$

2. Бажаючи одержати фотографію зебри, фотограф сфотографував білого віслюка, приклавши до об'єктиву фотоапарату плівку з чорними смужками. Що вийшло на знімку?

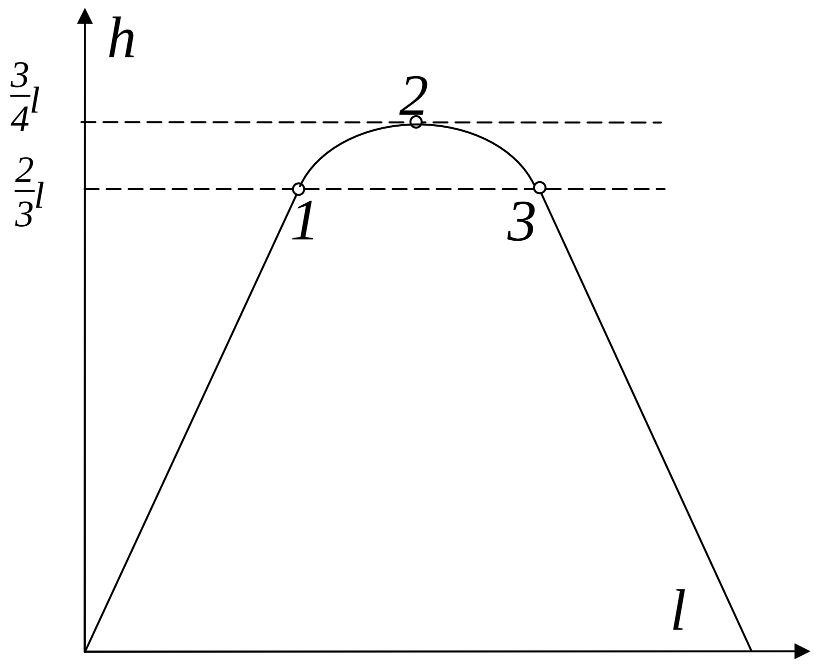
Розв'язання:

Як відомо, частина лінзи дає таке саме зображення, як і вся лінза. Тому через кожну незакриту частину лінзи буде утворюватися те саме зображення. Але частини, які закриті темними смужками не дають зображення взагалі. Тому зображення через прозору частину лінзи буде таке саме, але менш яскраве.

3. Гумова нитка прив'язана кінцями до стелі в одній точці. По одній частині нитки зі стелі починає повільно спускатися поважний масивний жук. Побудувати графік залежності відстані від стелі до жука від пройденої частини нитки. Маса жука така, що відрізок цієї гумової нитки під його вагою видовжиться вдвічі. Вважати, що гумова нитка розтягається за законом Гука, а її масою можна знехтувати. Коефіцієнт жорсткості нитки обернено пропорційний довжині нерозтягненої нитки.

Розв'язання:

Поки жук розтягає одну нитку, розтягнена довжина нитки завжди є вдвічі більшою, ніж її довжина. Тому жук доповзе до 1/3 всієї нитки, розтягаючи лише одну частину нитки, та опиниться на відстані $2l/3$ від стелі (т.1 та симетрична їй т.3). Між т.1 і т.3 жук розтягає дві нитки. Коли жук знаходиться посередині він однаковим чином розтягає дві нитки. Кожна нитка має довжину $l/2$ і розтягається на $l/4$, це відповідає опусканню жука на $3l/4$ (т. 2).



Особливим є частина графіку між т.1 та т.3. Для визначення вигляду цієї частини графіку запишемо наступні рівняння:

$$mg = F_1 + F_2 = a\cdot\frac{\Delta l_1}{l_1} + a\cdot\frac{\Delta l_2}{l_2},$$

де l_1 та l_2 довжина частин нитки справа та зліва у нерозтягненому стані, а Δl_1 та Δl_2 відповідний приріс їх довжини.

Зрозуміло також, що загальна довжина нитки $l = l_1 + l_2$.

А відстань від стелі однакова для лівої та правої частини нитки:

$$h = l_1 + \Delta l_1 = l_2 + \Delta l_2$$

За умовою задачі mg/a = 1 – оскільки під дією жука нитка розтягається вдвічі.

Тоді маємо:

$$\frac{\Delta l_1}{l_1} + \frac{\Delta l_2}{l - l_1} = 1$$

$$l_1 + \Delta l_1 = l - l_1 + \Delta l_2$$

Звідки $\Delta l_1 = \frac{l_1}{l}(2l - 3l_1)$.

Відстань від стелі змінюється за законом:

$$h = l_1 + \Delta l_1 = l_1 + \frac{l_1}{l}(2l - 3l_1) = 3l_1\cdot\left(1 - \frac{l_1}{l}\right)$$

Ця залежність добре узгоджується з, описаними вище частинними випадками:

т.1: $l_1 = l/3$; $h = 3l_1\cdot\left(1 - \frac{l_1}{l}\right) = 3l/3\cdot(1 - 1/3) = 2l/3;$

т.2: $l_1 = l/2$; $h = 3l_1\cdot\left(1 - \frac{l_1}{l}\right) = 3l/2\cdot(1 - 1/2) = 3l/4;$

т.3: $l_1 = 2l/3$; $h = 3l_1\cdot\left(1 - \frac{l_1}{l}\right) = 3\cdot 2l/3\cdot(1 - 2/3) = 2l/3;$

4. Для обслуговування стін глибоководного басейну аквалангісти вирішили використати дерев'яну драбину довжиною 4 м (мал.2). Драбина під водою виявилась досить норовистою. Оцініть, яку частину драбини один аквалангіст може впевнено використовувати під водою? До якої висоти він зможе обробити стіни басейну? Аквалангіст працює на відстані не меншій 30 см від стіни, обробляючи її при цьому до висоти 2 м відносно рівня підошов. Маса драбини 10 кг, густина деревини 800 кг/м^3. Сила, яку необхідно було б докласти, щоб повільно опустити аквалангіста з обладнанням на дно басейну, дорівнює 100 Н. Прискорення вільного падіння g=10 м/с^2. Проковзування між драбиною і поверхнею басейну відсутнє.

Розв'язання:

Мал. 2

Рівнодійна сили тяжіння і сили Архімеда, що діють на драбину, повністю занурену у воду, прикладена до середини драбини, спрямована вгору і дорівнює $F_Д = \left(\frac{\rho_В}{\rho_Д} - 1\right)mg = 25\,\text{Н}$. Рівнодійна сили тяжіння і сили Архімеда, що діють на аквалангіста, прикладена до його центру мас, спрямована вниз і дорівнює $F_А = 100\,\text{Н}$. Оскільки $F_А > F_Д$ аквалангіст може втримати на дні басейну драбину, але поведінка драбини виявляється більш цікавою, ніж у повітрі, коли обидві рівнодіючі сили спрямовані вниз. Для розв'язку задачі необхідно отримати таке положення двох тіл, щоб виконувались умови рівноваги. Під час порушення рівноваги рух драбини може мати вигляд, який схематично зображено на рис. 1,2.

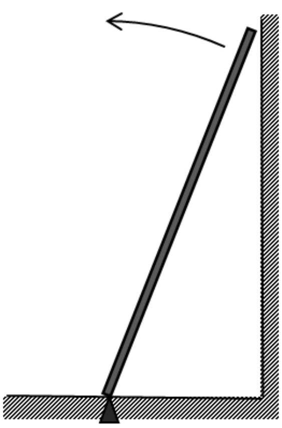


рис. 1

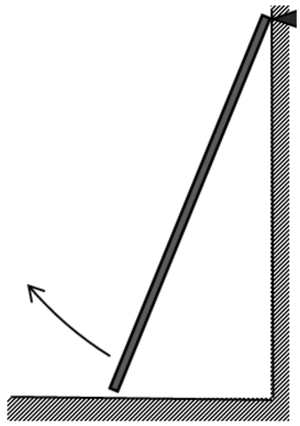


рис. 2

Розглянемо умови рівноваги, що починають порушуватись у першому випадку. Позначимо кут, який утворює драбина з вертикаллю через α, а відстань вздовж драбини до лінії дії сили $F_А$ через r (рис.3). Знаходимо $F_А r\sin\alpha = F_Д \dfrac{l}{2}\sin\alpha$, звідки $r = \dfrac{lF_Д}{2F_А} = 0{,}5\text{ м}$. Отже, якщо аквалангіст стоятиме ближче до краю драбини ніж $\Delta l = 0{,}5$ м, та почне разом з ним перевертатися. Аналогічний результат отримуємо для другого випадку. Висновок: впевнено використовувати можна тільки центральну частину драбини, довжиною 3 м, по 0,5 м рівновіддалену від країв. Для того, щоб піднятися якнайвище, аквалангіст повинен стояти на відстані $\Delta l = 0{,}5$ м від верхнього краю драбини при найменшій можливій відстані до стіни $d_{\min} = 30\text{ см}$ (рис. 4).

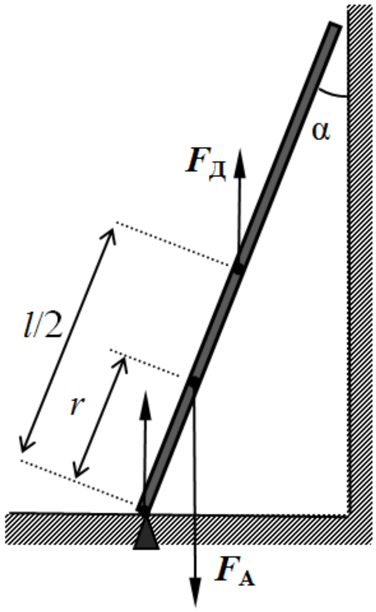


рис. 3

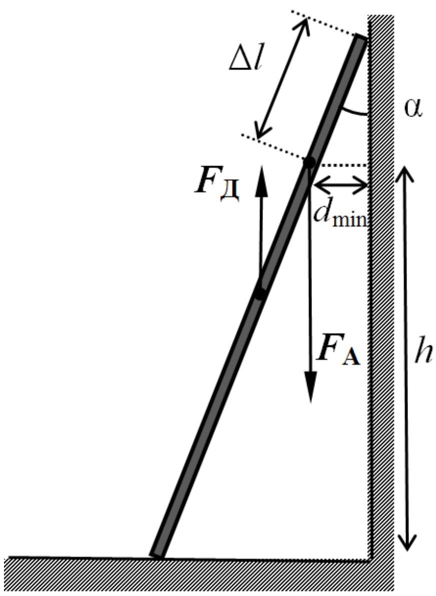


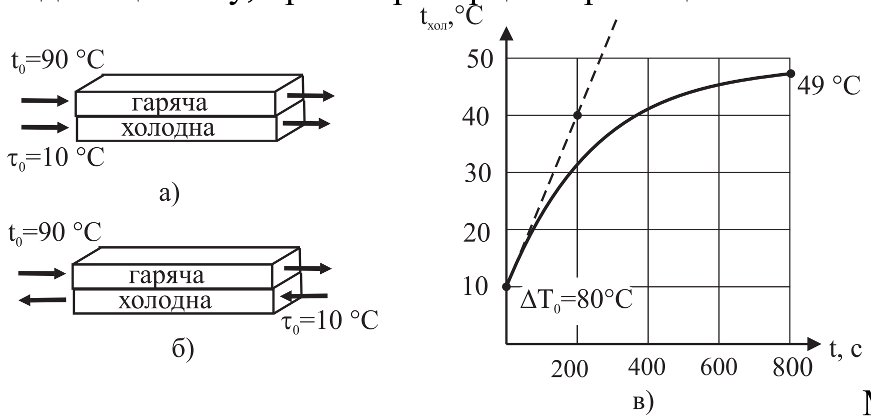
рис. 4

$$\sin\alpha = \frac{d_{\min}}{\Delta l} = \frac{3}{5}, \qquad h = (l - \Delta l)\cos\alpha = \frac{4}{5}(l - \Delta l) = 2{,}8\text{ м}.$$

Врахувавши, що аквалангіст може обробити стіну на висоті 2 м відносно своїх підошов, маємо максимальну висоту відносно дна, на якій він зможе обробити стіну 4,8 м.

5. Є дві однакові, притиснуті одна до одної мідні труби. Через одну пропускають гарячу воду, через другу – холодну (мал. 3 а,б). Для визначення теплообмінних властивостей такого з’єднання труб їх попередньо заповнили гарячою (90°С) і холодною (10°С) водою і побудували графік зміни температури холодної води з часом (мал. 3 в). Використовуючи цей графік, розрахуйте, яку температуру холодної води на виході буде забезпечувати теплообмінник, якщо напрямки течії гарячої й холодної води в ньому: а) однакові (мал.3а); б)

протилежні (мал.3б). Довжина кожної труби 8 м, швидкості течії гарячої й холодної води 1 см/с, температура гарячої води на вході 90°C, температура холодної води на вході 10°C. В усіх випадках теплообмін із зовнішнім середовищем відсутній. Кількість тепла, яка передається від гарячої до холодної води за одиницю часу, прямо пропорційна різниці їхніх температур.



Мал. 3.

Розв'язання:

Вказана в умові залежність кількості переданої теплоти від різниці температур труб може бути записана наступною рівністю:

$$\frac{\Delta Q}{\Delta tc} = k \cdot \Delta t°$$

Для випадку двох труб, що приведені у контакт за малий час можна знайти відношення $\frac{\Delta t°}{\Delta tc} = \frac{30}{200} = \frac{3}{20}$. Відповідно наведеній вище формулі:

$$\frac{m \cdot c \cdot \Delta t°}{\Delta t_c} = k \cdot \Delta t_0°,$$

де $\Delta t_0° = 80°$. Тоді $\frac{k}{m \cdot c} = \frac{3}{20 \cdot 80} = \frac{3}{1600}$.

Крім того, випадок коли дві рідини течуть в одному напрямку протягом 800 с, є повністю аналогічним випадку коли труби просто знаходяться у контакті такий же час. Тому у випадку а) змінення температури холодної рідини відбудеться до 49°, як і в першому випадку на графіку.

У випадку, коли рідини течуть у протилежних напрямках, та ж сама залежність може бути записана так:

$$\frac{\Delta t°}{\Delta t_c} = \frac{k}{m \cdot c} \cdot \Delta t_0°$$

за час Δt_c = 800 с відбувалася теплопередача при однаковій різниці температур (t – τ – Δt°) вздовж всієї довжини труб. Однакова різниця температур вздовж всієї труби випливає з рівної теплоємності рідин, а тому однакової різниці температур на початку та у кінці кожної труби. Тоді рівняння теплообміну можна переписати так:

$$\frac{\Delta t°}{\Delta t_c} = \frac{k}{m \cdot c} \cdot (t - \tau - \Delta t°).$$

Звідки $\Delta t° = \dfrac{\frac{k \cdot \Delta t_c}{m \cdot c} \cdot (t - \tau)}{1 + \frac{k \cdot \Delta t_c}{m \cdot c}} = \frac{3 \cdot 800}{1600} \cdot \dfrac{80}{1 + \frac{3 \cdot 800}{1600}} = 48°.$

Тоді холодна вода на виході має температуру 58°C.