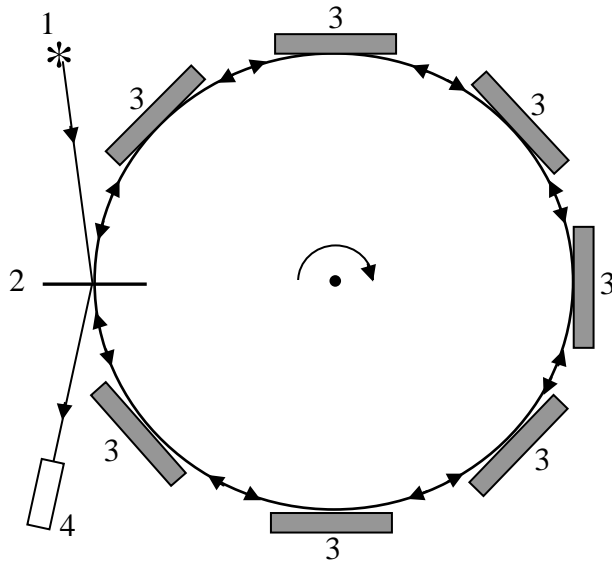


Задача 2. Нехай деяка хвиля довільної природи рухається по круглому диску радіусом R (в подальшому – кільце), який обертається навколо осі, перпендикулярної до центру диску з кутовою швидкістю Ω (така модель може бути реалізована в волоконному кільцевому інтерферометрі або у звичайному кільцевому інтерферометрі у випадку, коли число розташованих по колу дзеркал або призм повного внутрішнього відбиття прямує до нескінченності). На диску розташовані і обертаються з ним джерело випромінювання 1 хвиль довільної природи, напівпрозора пластинка 2 і приймач хвиль 3. Напівпрозора пластинка 2 ділить хвилю, яку випромінює джерело, на дві хвилі – хвиля 1 рухається по колу радіуса R в напрямку обертання диска, а хвиля 2 – по колу радіуса R в протилежному напрямку. Вважаючи, що швидкість хвилі, яка рухається по колу відносно нерухомого диску



дорівнює V_{ϕ} , а частота – ω , і нехтуючи:

1) змінюючи геометричних розмірів інтерферометра під впливом центробіжних сил; 2) поперечним зсувом

зустрічних хвиль під дією центр обіжних сил, пов'язаних з кривизною їх траєкторії в інтерферометрі (це призводить до незначного збільшення площі кільця, яке є однаковим для обох зустрічних хвиль), знайти:

2.1) різницю Δt між часами, які витрачають на проходження кільця кожна з хвиль, що рухається по круглому диску назустріч одна одній, (1 бал)

2.2) з'ясуйте, чи залежить ця різниця від того, заповнений кільцевий інтерферометр оптичним середовищем чи ні. (0.5 бала)

2.3) порівняйте цю різницю часів для акустичних хвиль і електромагнітних хвиль (0.5 бала).

Хвилі, які створюють інтерференційну картину на приймачі (тобто ті хвилі, які прийшли на приймач після обходу кільця, одночасно, на вході кільця виходять з напівпрозорої пластинки, що ділить хвилю, з різницею в часі Δt . Вважаючи, що джерело випромінювання хвиль і приймач хвиль розташовані на відстані R від центра обертання і обертаються разом з диском з тією ж кутовою швидкістю Ω знайти

2.4) різницю фаз зустрічних хвиль на виході з кільця (1 бал)

Задача 1. Відомо, що в спеціальній теорії відносності (СТВ) зберігаються ньютонівське

визначення прискорення $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$, де \vec{v} – швидкість, і співвідношення між силою \vec{F} і зміною імпульсу $\vec{p} \wedge \vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$. В СТВ так само, як і в ньютонівській механіці, енергія і імпульс є величини

адитивні, тобто повна енергія і імпульс n всіх частинок дорівнює відповідно $E = \sum_{i=1}^n E_i$,

$\vec{p} = \sum_{i=1}^n \vec{p}_i$ Вважаючи, що основними співвідношеннями СТВ для частинки, яка вільно рухається і

для системи частинок є наступні: $E = \gamma mc^2$, $\vec{p} = \gamma m\vec{v}$, де $\gamma \equiv \frac{1}{\sqrt{1 - \vec{v}^2/c^2}}$, E – енергія, \vec{p} –

імпульс, \vec{v} – швидкість, m – маса частинки, c – швидкість світла у вакуумі.

1. Знайдіть масу частинки, яка рухається зі швидкістю світла. (0.25 бала)

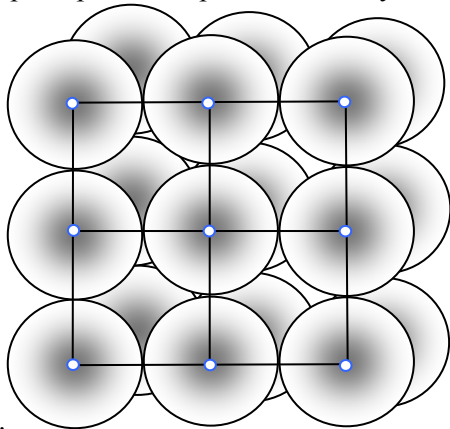
- З'ясуйте чи є маса адитивною величиною в СТВ. (В Ньютонівській механіці маса є величиною адитивною, тобто сумарна маса M системи, яка складається з n частинок, дорівнює сумі мас частинок: $M = \sum_{i=1}^n m_i$). (0.25 бала)
- Знайдіть, чому дорівнює маса системи, яка складається з двох реальних фотонів з енергіями E_1 та E_2 , які летять під кутом α один до одного. (0.25 бала)
- Проаналізуйте випадок, коли $E_1 = E_2$, а фотони а) розлітаються в різні сторони, б) летять в одну сторону (0.125 бала).
- Знайдіть релятивістське узагальнення другого закону Ньютона $\vec{F} = m\vec{a}$ і доведіть, що на відміну від ньютонівського випадку, вектори прискорення і сили в загальному випадку не є колінеарні. (0.5 бала).
- Вкажіть, під яким кутом до діючої на тіло сили повинна бути направлена швидкість тіла щоб вектори прискорення і сили були колінеарними. (0.125 бала).

(При розв'язуванні п.5 і 6 задачі використовувати поняття скалярного добутку векторів:

скалярним добутком векторів \vec{a} та \vec{b} називається число, яке дорівнює добутку модулів (довжин) векторів на косинус кута між ними.)

Задача 3. Найпростіша класична модель атомного ядра може бути представлена як куля, яка складається з маленьких кульок (нуклонів), які розташовані впритул один до одного так, що кулі торкаються одна одної і точки торкання лежать на лініях, які утворюють кубічну ґратку, в якій центри куль співпадають з точками перетину сторін кубів цієї ґратки (див. рис.). Така величина як щільність упаковки визначає, яка частина об'єму ядра зайнята нуклонами. Вважаючи, що

- середня маса нуклона $1.67 \cdot 10^{-27}$ кг, радіус нуклона $0.84 \cdot 10^{-15}$ м (0.85 фермі),
- ядро складається із позитивно заряджених (протонів) та нейтральних (нейтронів) нуклонів.
- кількість нейтральних нуклонів дорівнює кількості заряджених.
- заряд протона дорівнює по модулю заряду електрона $1.6 \cdot 10^{-19}$



К.

знайти

- щільність упаковки нуклонів в ядрі, (0.25 бала)
 - середню масову густину, зарядову густину і радіус ядра (0.25 бала)
 - залежність густини та зарядової густини ядра від кількості нуклонів A . (0.5 бала)
 - залежність радіуса ядра від кількості нуклонів A (0.5 бала)
- (при визначенні щільності упаковки знехтувати краєвими ефектами на поверхні ядра (розглядаючи випадок неперервного нескінченного простору із кулями).)

Задача 4 Багаточисельні спостережувані і експериментальні дані свідчать про те, що наш Всесвіт починаючи з моменту його виникнення (Великий вибух) і по сьогоднішній день розширюється. До відкриття в 1998 році феномену темної енергії вважалось, що майбутня еволюція Всесвіту визначається сучасним значенням середньої густини енергії у Всесвіті, в залежності від якого Всесвіт може або розширюватись вічно, або в якийсь момент часу розширення зміниться стисненням або ж в якийсь момент часу Всесвіту перестане розширюватись.

Завдання 4.1 (0.5 бала) Вважаючи, що:

- Всесвіт наближено можна розглядати як сферу змінного з часом t радіуса R , де $R \sim t^n$, (тут $0 < n < 1$), всередині і на поверхні якої знаходяться галактики,
 - швидкість кожної з галактики наближено визначається законом Хаббла у вигляді
- $$V = HR, \quad (3)$$

де H – параметр Хаббла, сучасне значення якого дорівнює 15 км/с на 1 мільйон світлових років (1 світловий рік- відстань, яку фотон проходить за 1 земний рік) на базі законів Ньютона знайти при якому сучасному значенні середньої густини енергії ρ Всесвіту його радіус

- залишається сталим
- збільшується з часом
- зменшується з часом

Завдання 4.2 (0.5 бала)

Вважаючи, що:

а) сучасне значення середньої густини енергії співпадає з так званим критичним значенням густини, при якому радіус Всесвіту не змінюється,

в) в одному грамі матерії міститься $6,02 \cdot 10^{23}$ ядерних частинок

знайти скільки ядерних частинок в середньому утримується в даний момент в 1 см^3 і в одному літрі Всесвіту.

Завдання 4.3 (1 бал)

Вважаючи, що параметр Хаббла зв'язаний з радіус R співвідношенням $H = \frac{1}{R} \frac{dR}{dt}$, знайти

- сучасний вік Всесвіту, вважаючи $n=1/2$; (0.5 бала)
- вік Всесвіту, коли густина маси Всесвіту дорівнювала 3 тисяч мільйонів грам на кубічний сантиметр; (0.5 бала)

Завдання 4.4 (0.5 бала) На основі закону збереження енергії встановити зв'язок між параметром Хаббла і середнім значенням густини енергії у Всесвіті, а також знайти як змінюється середня густина енергії Всесвіту $\rho(t)$ зі зміною часу

Задача 5. Розподіл Планка дає енергію du випромінювання чорного тіла в одиниці об'єму, яка приходить на вузький інтервал довжин хвиль від λ до $\lambda+d\lambda$, у вигляді

$$du_{\lambda} = \frac{8\pi^5 \hbar c}{15} \frac{d\lambda}{\lambda^5 \left(e^{\left(\frac{\hbar c}{kT\lambda} \right)} - 1 \right)},$$

де T – температура, $k = 1,38 \cdot 10^{-16} \text{ ерг/к}$ – стала Больцмана, $c = 299\,792 \text{ км/с}$ – швидкість світла, $\hbar = 6,625 \cdot 10^{-27} \text{ ерг}\cdot\text{с}$ – стала Планка.

Завдання 5.1: (0.25 бала) знайти розподіл Планка для випадку великих довжин хвиль.

Завдання 5.2: (0.25 бала) проаналізувати отриманий результат для випадку малих хвиль ($\lambda \rightarrow 0$) з'ясувавши чому дорівнює повна густина енергії випромінювання чорного тіла.

Завдання 5.3 (0.25 бала): отримати рівняння, з розв'язку якого можна знайти положення максимуму енергії випромінювання чорного тіла в одиниці об'єму, яке визначається розподілом Планка. Вважаючи, що du_{λ} , в формулі Планка досягає максимуму при довжині хвилі

$\lambda = 0,201 \frac{\hbar c}{kT}$ графічно зобразити залежність du від λ для різних значень температури $T_1=20000 \text{ К}$,

$T_2=1500 \text{ К}$ і $T_3=1000 \text{ К}$

Завдання 5.4 (0.25 бала): вважаючи, що кожен фотон має енергію $E = \frac{hc}{\lambda}$ знайти число фотонів

dN в одиниці об'єму випромінювання чорного тіла, який приходить на вузький інтервал довжин хвиль від λ до $\lambda + d\lambda$.

Завдання 5.5 (0.5 бала): вважаючи, що Всесвіт розширюється і його об'єм змінюється в f раз знайти 5.5.1 як зміниться довжина хвилі випромінювання чорного тіла у випадку, якщо об'єм Всесвіту збільшився у f^3 раз (0.25 бала)

5.5.2 як зміниться густина енергії du'_λ , в новому інтервалі довжин хвиль від λ' до $\lambda' + d\lambda'$. вказати фізичні причини зміни (0.25 бала). **Задача 2.** Фотон з довжиною хвилі λ налітає на стаціонарний електрон маси m і розсіюється на ньому під кутом θ . Знайдіть довжину хвилі фотона після розсіювання. (1.5 бала) **ДУБЛЬ.**

Задача 6.

6.1. Фотон з довжиною хвилі λ налітає на стаціонарний електрон маси m і розсіюється на ньому під кутом θ . Знайдіть довжину хвилі фотона після розсіювання. (1.5 бала)

6.2 Якщо на фотоні розсіюється заряджена частинка, що рухається зі швидкістю, близькою до швидкості світла, то кажуть, що фотон зазнає обернене комптонівське розсіювання. Розглянути обернене комптонівське розсіювання в тому випадку, коли заряджена частинка з масою m і повною масою-енергією (відносно лабораторної системи відліку) $E \gg mc^2$ налітає на фотон з частотою $h\nu \ll mc^2$. Яка максимальна енергія, яку частинка може передати фотону? (1.5 бала)

Задача 7. Довести, що ізольований вільний електрон не може ні поглинути, ні випромінити фотон. (1 бал)

Задача 8 Космічний простір заповнений випромінюванням абсолютно чорного тіла з температурою 3 К. В космічних променях зустрічаються протони з енергіями до 10^{20} еВ. Скільки енергії може передати протон з енергією 10^{20} еВ фотону з температурою 3 К? (0.5 бала)

Задача 9. Зеркало рухається перпендикулярно до своєї площини зі швидкістю \vec{v} . Який кут утворює з нормаллю до зеркала утворює відбитий промінь світла, якщо падаючий промінь утворює з нормаллю кут α . Як змінюється при відбитті частота світла? (1.5 бала) Розв'яжіть цю ж задачу у випадку, коли зеркало рухається паралельно до своєї площини. (0.5 бала)

Задача 11 Великий адронний колайдер (LHC) почав працювати 10 вересня 2008р. і завершив перший повний цикл по 27м-кілометровому кільцю в 10.28 ранку. Протонний пучок, що виходив з протонного синхротрону та інжектувався в LHC, мав енергію 450 гігаелектронвольт (GeV) на протон.

Завдання 11.1. Визначте швидкість пучка в одиницях швидкості світла c .

Для обробки даних експериментів на LHC і у фізиці високих енергій використовують так звану природну систему одиниць, в якій стала Планка \hbar і швидкість світла c є безрозмірними величинами вважаються рівними одиниці ($\hbar = c = 1$)

Завдання 11.2 Використовуючи природну систему одиниць ($\hbar = c = 1$) визначити розмірності наступних величин як 1) маса (M), 2) довжина (L), 3) час (t), 4) швидкість (v) 5) сила (F) 6) електричний заряд (q) 7) напруженість електричного поля (E), 8) напруженість магнітного поля (B)

Завдання 11.3 Виразити в системі одиниць $\hbar = c = 1$ розмірність 1 сантиметра (cm), 1 секунди (1 sec) і 1 Кулона через гігаелектронвольти і знайдіть їх чисельні значення:

$$cm \rightarrow (GeV)^a, 1 \text{ sec} \rightarrow (GeV)^b, 1 \text{ Кулон} \rightarrow (GeV)^c$$

В нормальному режимі інтенсивність випромінювання в LHC є такою, що зіткнення відбувається кожні 25 наносекунд (ns). Для того, щоб досягти такого результату в кільці LHC інжектуються два протонні пучки, які рухаються в протилежних напрямках. Кожен пучок містить 2800 груп по 10^{11} протонів в кожній. Вважаючи, що протони рухаються зі швидкістю $0.999999991 \cdot c$.

Завдання 11.4 Визначте енергію одиничного протона в GeV та енергію всього пучка в Джоулях.

Завдання 11.5 Покажіть як ця енергія співвідноситься з кінетичною енергією швидкісного поїзда вагою 400 тон та знайдіть його швидкість в км/год.

Завдання 11.6 Знайдіть повний струм, що циркулює в кільці LHC, в Амперах.