1. Рассмотрим оба случая в отдельности.
   a. Ключ разомкнут. Сопротивление цепи $r_1 = 2R + \frac{R(R+R_0)}{2R+R_0}$, где R_0 – сопротивление лампы. Полный ток $I_1 = U/r_1$, тогда напряжение на участке лампа – резистор $U_{R0} = U - 2I_1R$. Наконец, напряжение на лампе
   $$U_0 = U_{R0}\frac{R_0}{R+R_0} = U\frac{R_0}{R+R_0}\left(1 - \frac{2R}{2R + \frac{R(R+R_0)}{2R+R_0}}\right) = U\frac{R_0}{5R+3R_0}.$$
   b. Ключ замкнут. Сопротивление цепи $r_2 = R + \frac{R(R+2R_0)}{2R+3R_0}$, тогда полный ток $I_2 = U/r_2$. Напряжение на участке 3 лампы – резистор $U_{3R0} = U - I_2R$. Тогда напряжение на лампе
   $$U_0' = U_{3R0}\frac{\frac{RR_0}{R+R_0}}{R + \frac{RR_0}{R+R_0}} = U_{3R0}\frac{R_0}{R+2R_0} = U\frac{R_0}{R+2R_0}\left(1 - \frac{R}{R + \frac{R(R+2R_0)}{2R+3R_0}}\right) = U\frac{R_0}{3R+5R_0}.$$

   По условию, эти напряжения равны. Тогда после несложных преобразований получим $R_0 = R$ и $U_0 = U_0' = U/8$.
2. Нетрудно понять, что потеря силы возникает в связи с трением (считаем его сухим). Так как сила трения пропорциональна давлению (т.е. самой силе натяжения), то отношение сил натяжения по разные стороны равно некоторому постоянному коэффициенту. Действительно, если $T_1 - T_2 = F_{fr} \sim T_1$, то $1 - T_2/T_1$ – постоянное число (очевидно, что при увеличении одной из сил натяжения в некоторое число раз приведет к увеличению распределения силы трения по контуру касания в такое же число раз, при условии, что во всех точках контура достигается максимальное значение силы трения покоя). Так, например, для веревки, перекинутой через цилиндр с трением μ, максимальное отношение сил натяжения по разные стороны $k_{max} = e^{\mu\alpha}$ (здесь α – центральный угол между крайними точками дугового контура). Применив эту формулу дважды, получим:
   $$F_2 = \frac{m^2g^2}{F_1} = 270 \text{ Н}.$$
3. У этой задачи есть качественно два решения: мощное аналитическое и красивое геометрическое. Воспользуемся обратимостью световых лучей. Изображения обеих стрелок имеют одинаковый размер, т.к. являются изображениями друг друга в зеркале. Пусть l_1 и l_2 – размеры стрелок, d_1 и d_2 – расстояния от стрелок до линзы, f_1 и f_2 – расстояния от их изображений до линзы, x_1 и x_2 – расстояния от центров стрелок до главной оптической оси. Так как обе стрелки параллельны главной оптической оси, то и их изображения параллельны главной оптической оси. Тогда, чтобы эти изображения были симметричны друг другу относительно плоскости зеркала, необходимо (и достаточно), чтобы расстояния от их центров до главной оптической оси были одинаковыми. Тогда имеем систему уравнений:
   $$\begin{cases} \frac{l}{l_1} = \frac{f_1}{d_1}, \qquad \frac{l}{l_2} = \frac{f_2}{d_2}, \\ \frac{x}{x_1} = \frac{f_1}{d_1}, \qquad \frac{x}{x_2} = \frac{f_2}{d_2}, \end{cases}$$

где l – размер промежуточных изображений, x – расстояние от их центров до главной оптической оси. Из этой системы получим:

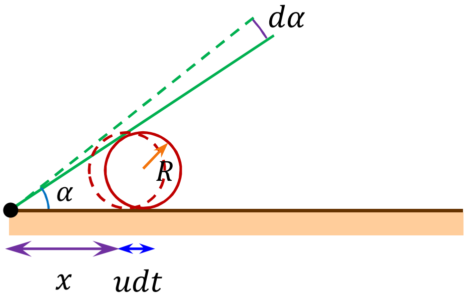
$$\frac{l_1}{l_2} = \frac{x_1}{x_2}.$$

Это означает, что лучи, проходящие через края и центры стрелок, пересекаются на главной оптической оси. Нетрудно понять, что эта точка является фокусом линзы. Действительно, лучи, прошедшие через края стрелок, должны после преломления в линзе пойти параллельно главной оптической оси. Зеркало же находится посередине между промежуточными изображениями.

Это же можно получить и сразу. Очевидно, что изображения соответствующих[1] точек стрелок должны находиться на одинаковом расстоянии от главной оптической оси. Тогда лучи, проходящие через эти точки, после преломления пойдут параллельно ей. Соответственно, все эти лучи пересекутся в фокусе линзы. Положение зеркала находится, как в предыдущем случае.

4. Определим вначале линейную скорость u катушки. Скорость конца нити равна сумме скоростей поступательного и вращательного движений катушки. Если $\omega_0 = u/R$ – угловая скорость вращения катушки, то имеем $v = u + \omega_0 r = u(1 + r/R)$. Отсюда

$$u = \frac{v}{1 + \frac{r}{R}}.$$



Рассмотрим теперь движение катушки. Пусть в некоторый момент угол наклона доски α. Тогда расстояние от шарнира до точки касания катушкой поверхности $x = R\,\mathrm{ctg}(\alpha/2)$. Пусть после этого момента прошло малое время dt. Тогда доска повернулась на малый угол $\omega = \alpha dt$, а катушка прошла малый путь $dx = udt$. Из нового прямоугольного треугольника:

$$\mathrm{tg}\big((\alpha - d\alpha)/2\big) = \frac{R}{x + udt} \approx \frac{R(x - udt)}{x^2}.$$

Как известно, при малом $d\alpha$ справедливо приближение[2]

$$\mathrm{tg}\left(\frac{(\alpha - d\alpha)}{2}\right) \approx \mathrm{tg}\frac{\alpha}{2} - \frac{d\alpha}{2\cos^2\frac{\alpha}{2}}.$$

Сравнивая полученные выражения, получим:

$$\frac{d\alpha}{dt} = \omega = \frac{2v\sin^2\frac{\alpha}{2}}{R + r}.$$

[1] То есть делящих стрелки в заданном отношении.

[2] Это утверждение называется разложением в ряд Тейлора в окрестности точки с отбрасыванием квадратичных членов.