

# Комплексные числа - 1

14.04.2017

Декартова (стандартная) форма комплексного числа  $z = x + iy$ , экспоненциальная форма  $z = \rho e^{i\varphi}$ .

1. а) Какому вектору на плоскости соответствует комплексное число  $z = x + iy$ , число  $z = \rho e^{i\varphi}$ ?

б) Покажите, что операциям сложения комплексных чисел и умножения комплексного числа на действительное соответствуют сложение векторов на плоскости и умножение вектора на число.

в\*) Какая функция комплексных чисел  $z_1, z_2$  соответствует скалярному произведению векторов  $\vec{z}_1 \cdot \vec{z}_2$ ?

2. Представьте число в экспоненциальной форме:  $3$ ;  $3 + 4i$ ;  $-4 - 3i$ ;  $2 - i$ ;  $-4$ ;  $i - 1$ .

3. Представьте число в стандартной форме:  $2e^{i\pi}$ ;  $10e^{-i\pi/2}$ ;  $5e^{i \arctan(3/4)}$ ;  $10e^{7\pi i/6}$ ;  $e^{0i}$ ;  $e^{5i\pi/4}$ ;  $3e^{17\pi/3}$ ;  $2e^{-29\pi/6}$ ;  $10e^{11\pi/4}$ .

4. По какой траектории движется точка, координаты которой в зависимости от времени  $t$  задаются комплексным числом  $z(t)$ :

а)  $v_0 t$ , где  $v_0$  — постоянное комплексное число,

б)  $r_0 e^{i\omega t}$ , где  $r_0, \omega$  — положительные числа,

в)  $t + it^2/t_0$ , где  $t_0$  — положительное число,

г\*)  $\omega R t + iR + R e^{-i\omega t}$ , где  $\omega, R$  — положительные числа?

5. Упростите:

а) $(1 + i)^3$ ,	б) $(1 + 2i)(3 - i)$ ,	в) $(-1 - i)^{100}$ ,	г) $i^{2055}$ ,
д) $\left(\frac{i-1}{\sqrt{2}}\right)^{228}$ ,	е) $(i + \sqrt{3})^{25}$ ,	ж) $(-2i)^{47}$	з*) $\frac{2-i}{1+i}$ .

6. Найдите:

а) $ e^{-ix} $ ,	б) $\arg(i - 1)$ ,	в) $\operatorname{Re}(-4e^{3i\pi/4})$ ,	г) $\arg((1 - i\sqrt{3})^{283})$ ,
д) $\operatorname{Im}(e^{-11\pi/6})$ ,	е) $\arg(re^{i\omega t})$ ,	ж) $\left (1 + i)^{102} \left(\frac{i + \sqrt{3}}{2}\right)^{73}\right $	з) $\operatorname{Re}(10i - 7)$ .

7. Запишите в комплексном виде векторы скорости и ускорения частицы, если координаты задаются числом  $z(t)$ :

а) $re^{i\omega t}$ ,	б) $r_0 + v_0 t + at^2/2$ ,	в) $\omega R t + iR + R e^{-i\omega t}$ .
-----------------------	-----------------------------	---