

Задача № 1. “Хитрая цепь”

1. $U_V = \left(\frac{-R + \sqrt{R^2 + 4U\alpha}}{2\alpha} - \frac{2UR + \beta^2 - \sqrt{4UR\beta^2 + \beta^4}}{2R^2} \right) R$, если считать в направлении от варистора $U = \beta I^{1/2}$. При $U = 220$ В показание вольтметра $U_V = 7,22$ В.
2. $U_0 = \frac{\beta^{2/3}}{\alpha^{2/3}} (R + \alpha^{1/3} \beta^{2/3}) = 250$ В.
3. $P = 2 \frac{\beta^{4/3}}{\alpha^{4/3}} (R + \alpha^{1/3} \beta^{2/3}) = 125$ Вт. В резисторах.
4. $U_V/U \rightarrow 1$ при $U \rightarrow 0$.
5. $n = \frac{1}{\pi} \arcsin \left(\frac{U_0}{U\sqrt{2}} \right) = 0,30$.
6. $Q \approx \frac{U'^2}{R\nu'} = 5,33 \cdot 10^{-12}$ Дж, $P \approx \frac{U'^2}{R\eta} = 5,38 \cdot 10^{-9}$ Вт. Численные методы показывают отличие от точного ответа в 7-м знаке после запятой.

Задача № 2. “Небесная механика”

1. $u_1 = \sqrt{\frac{GM}{R}} = 7,91$ км/с, $u_2 = \sqrt{\frac{2GM}{R}} = 11,2$ км/с.
2. $g = \frac{GM}{R^2}$, $H = \frac{v_0^2 R^2 \sin^2 \varphi}{2GM}$, $L = \frac{v_0^2 R^2 \sin 2\varphi}{GM}$, $t = \frac{2v_0 R^2 \sin \varphi}{GM}$.
3. При $\varphi = \pi/4$.
4. $W = -\frac{GMm}{2r}$.
5. $k = -1/2$.
6. $T_0 = \frac{2\pi R^{3/2}}{\sqrt{GM}} = 5,06 \cdot 10^3$ с = 84 мин.
7. $a = R \frac{u_2^2}{2(u_2^2 - v^2)}$, $b = R \frac{v}{\sqrt{u_2^2 - v^2}}$, $\varepsilon = \frac{2v^2}{u_2^2} - 1$.
8. $r_{\max} = \frac{u_2^2 R}{\Delta v(2u_2 - \Delta v)} \approx \frac{u_2 R}{2\Delta v} = 3,6 \cdot 10^8$ м, $T \approx T_0 \left(\frac{r_{\max}}{2R} \right)^{3/2} = \frac{\pi}{4} \sqrt{\frac{u_2^3 R^3}{GMv^3}} = 7,6 \cdot 10^5$ с = 8,8 сут.
9. В первом случае – парабола, во втором – гипербола.

Задача № 3 “Ликбез о воде”

1. $v = \frac{S_0}{S} \sqrt{2gH}$.
2. $a = \frac{S_0^2}{S^2} g$.
3. Нет. Если давление в воде упадет ниже давления насыщенных паров при данной температуре, вода начнет кипеть. Образовавшийся водяной пар восполнит недостаток давления.
4. В первом случае – да, $h_{\max} = \frac{p_0 - p_{\text{нас}}}{\rho_0 g} = 10,0$ м. Во втором – нет (в принципе, ограничение состоит в сжатии жидкости под собственным весом, но такое практически недостижимо современными средствами).
5. $\Delta p = \rho_0(v_2^2 - v_1^2)/2$, $P = \rho_0 S v_2(v_2^2 - v_1^2)/2$.
6. $\Delta p' = \rho_0(v_2^2 - v_1^2)/2 + \rho_0 g h$, $P' = S v_2(\rho_0(v_2^2 - v_1^2)/2 + \rho_0 g h)$.
7. $\alpha = \arccos \left(\frac{R^2 - r^2}{R^2 + r^2} \right)$.
8. $\Delta p = 4\sigma_0/R = 29,1$ Па.
9. $F = 6\pi R \eta_0 v = 3,77 \cdot 10^{-8}$ Н.