

Полные дифференциалы

23.04.2017

Приращением функции $f(t)$ называют величину $\Delta f = f(t + dt) - f(t)$. Если $f = f(t)$, то полным дифференциалом называют величину $df = f'(t)dt$, по сравнению с приращением по формуле Тейлора

$$\Delta f = f(t + dt) - f(t) = f'(t)dt + \frac{1}{2}f''(t)dt^2 + \frac{1}{6}f^{(3)}(t)dt^3 + \dots$$

В большинстве задач нужны только дифференциалы первого порядка, поэтому приращение величины Δf за время dt равно $df = f'(t)dt$. Дифференциалы можно и нужно понимать как бесконечно малые приращения. Для функции нескольких переменных $f(x, y, z, \dots)$

$$df = \frac{\partial f}{\partial x}dx + \frac{\partial f}{\partial y}dy + \frac{\partial f}{\partial z}dz + \dots$$

Величина $(\partial f / \partial x)dx$ есть приращение функции f при изменении только аргумента x . Соответственно, полное приращение есть сумма таких величин для разных аргументов.

1. Запишите полные дифференциалы следующих величин:

- | | | | |
|---|------------------------------------|--|---|
| 1) $\cos x$, | 2) $\tan x$, | 3) $\frac{1}{x^3}$, | 4) $x + y$, |
| 5) $i^{225} - i^{224} - i^{-224} + i^{-225}$, | 6) $(i^{253} + i^{250})i^{-343}$, | 7) $(-3i)^{-20}$ | 8) $(i^{-20} + (-i)^{-21})i^3$, |
| 9) $(1 - i)^{51}$, | 10) $(i\sqrt{3} - 1)^{20}$, | 11) $(3 + 4i)^{5\pi / \arctan(4/3)}$ | 12) $\left(\frac{i+1}{\sqrt{2}}\right)^{-12}$, |
| 13) $\operatorname{Re}(29e^{i(7\pi/2 - \arctan(20/21))})$, | 14) $\operatorname{Im} 9 - 7i $, | 15) $\operatorname{Re}(5e^{\pi - \arctan(4/3)})$ | 16) $\operatorname{Im}(i^{228} + (1 + i)^{14})$, |
| 17) $\left \frac{-i - \sqrt{3}}{2}\right ^{25}$, | 18) $ 3i + 4 ^{16}$, | 19) $ 1 + i ^{-13}$ | 20) $ i^{3204} $. |