

## Экспериментальный тур

### (Решение)

#### Часть 1.

1. Необходимо экспериментально получить закон движения стержня. В данном эксперименте предпочтительнее измерять времена, за которые стержень проходит фиксированные участки пути. В таблице 1 приведены результаты таких измерений. На рис. Построен график закона движения, построенный по этим данным.

Таблица 1.

| $x, \text{см}$ | $t, \text{с}$ |
|----------------|---------------|
| 0              | 0             |
| 1              | 6,9           |
| 2              | 14,3          |
| 3              | 21,8          |
| 4              | 29,2          |
| 5              | 36,8          |
| 6              | 44,1          |
| 7              | 51,0          |
| 8              | 58,4          |
| 9              | 65,7          |
| 10             | 72,2          |
| 11             | 79,0          |
| 12             | 85,9          |
| 13             | 92,9          |
| 14             | 100,3         |
| 15             | 107,7         |
| 16             | 114,6         |

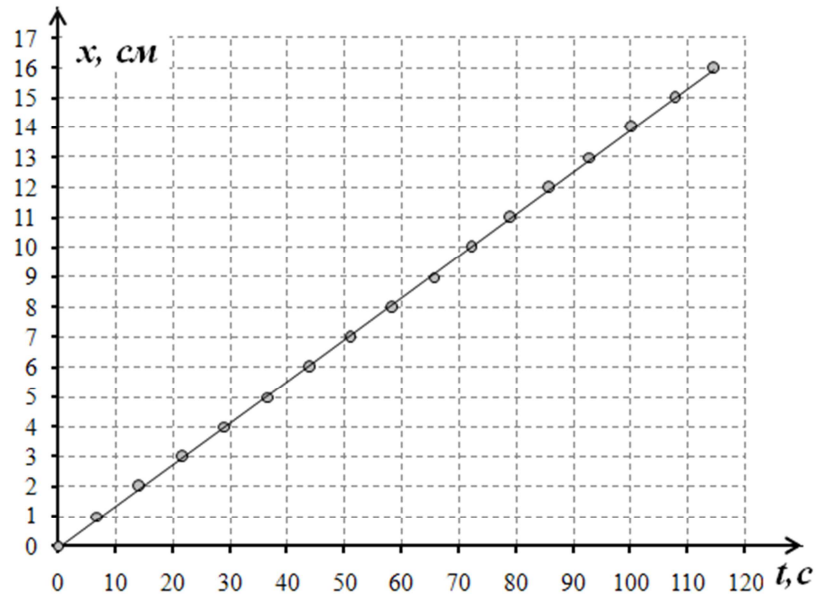


Рис.1 Закон движения металлического стержня

Точки графика хорошо ложатся на прямую линию, что доказывает равномерность движения стержня. Наиболее точным методом расчета средней скорости движения является метод наименьших квадратов. Коэффициент наклона графика равен средней скорости. Расчеты приводят к следующему результату

$$V = (0,140 \pm 0,01) \text{ см/с}$$

2. В данной части работы необходимо несколько раз измерить времена прохождения заданного отрезка пути, причем для повышения точности измерения длина последнего должна быть не менее 10 см. В Таблице 2 приведены результаты измерений времен  $t$  для стержней разных диаметров и проведенных расчетов скоростей  $V$ .

Таблица 2.

| $d, \text{мм}$ | $x, \text{см}$ | $t_1, \text{с}$ | $t_2, \text{с}$ | $t_3, \text{с}$ | $\langle t \rangle, \text{с}$ | $\Delta t, \text{с}$ | $V, \text{см/с}$ | $\Delta V, \text{см/с}$ |
|----------------|----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-------------------------------|----------------------|------------------|-------------------------|
| <b>4,0</b>     | 10             | 77,5            | 76,6            | 81,7            | 78,60                         | 5,4                  | <b>0,13</b>      | 0,01                    |
| <b>3,5</b>     | 10             | 11,7            | 11,6            | 12,0            | 11,76                         | 0,48                 | <b>0,85</b>      | 0,03                    |
| <b>3,0</b>     | 10             | 3,4             | 3,3             | 3,3             | 3,35                          | 0,12                 | <b>2,99</b>      | 0,11                    |
| <b>2,5</b>     | 20             | 3,3             | 3,5             | 3,2             | 3,33                          | 0,30                 | <b>6,01</b>      | 0,54                    |

Для вычисления скоростей использована формула

$$V = \frac{x}{\langle t \rangle}, \quad (1)$$

где  $\langle t \rangle$  – среднее значение измеренных времен движения.

Погрешности измерений рассчитаны по формулам

$$\Delta t = 2 \sqrt{\frac{\sum (t_i - \langle t \rangle)^2}{n}}, \quad \Delta V = V \frac{\Delta t}{\langle t \rangle} \quad (2)$$

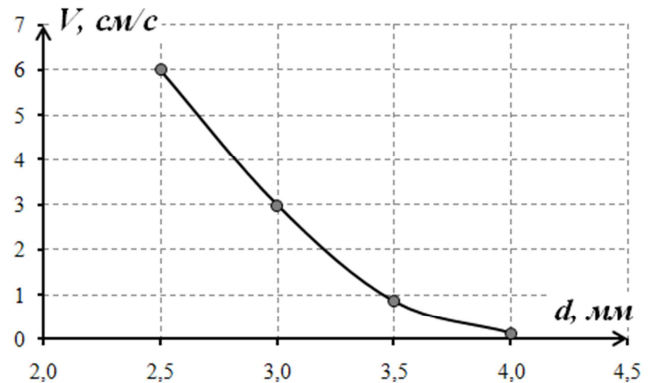


Рис. 2 Зависимость скорости стержня от его диаметра

На рис.2 представлен график полученной зависимости.

3. Для проверки применимости приведенной в условии формулы необходимо построить зависимость скорости от разности диаметров трубки и стержня в логарифмическом масштабе. Этот график показан на рис. 3.

Линейность полученного графика свидетельствует о наличии степенной зависимости между данными величинами, то есть о применимости формулы (1), приведенной в условии задачи.

Возможно, что последняя точка графика слегка отклоняется от линейной зависимости, что объясняется большой толщиной зазора.

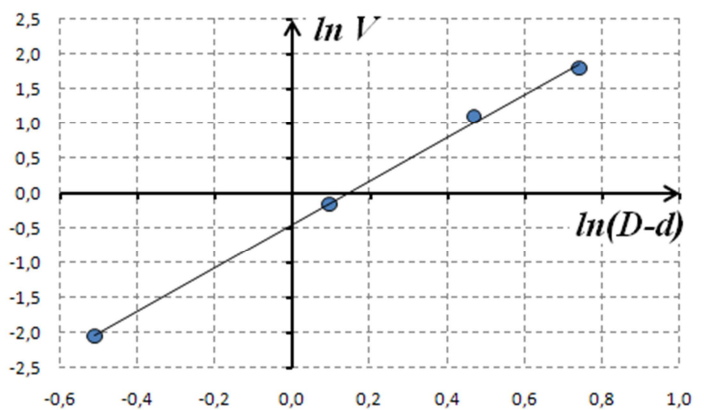


Рис.3 Зависимость скорости стержня от толщины зазора (логарифмический масштаб)

4. Показатель степени в формуле (1) равен коэффициенту наклона графика 3. Расчет по методу наименьших квадратов приводит к следующему значению

$$\gamma = 3,11 \pm 0,16$$

5. При опускании цилиндра жидкость, находившаяся внизу должна протечь между боковой поверхностью цилиндра и внутренней стенкой трубки (рис. 4). На жидкость действуют силы вязкого трения, для их преодоления должно возникнуть дополнительная разность давлений между нижним и верхним основаниями цилиндра  $\Delta P = P_0 - P_1$ . Эта дополнительная разность давлений и создаст дополнительную силу, действующую на

опускающийся стержень. Кроме того, цилиндр будет тормозить и сила вязкого трения, действующая на его боковую поверхность.

Разумно предположить, что сила вязкого трения, действующая на жидкость в зазоре со стороны стенок, пропорциональна средней скорости протекания этой жидкости и обратно пропорциональна толщине зазора

$$F_v = \beta \frac{v}{h} \quad (3)$$

При равномерном протекании жидкости эта сила компенсируется силой разности давлений (весом жидкости в зазоре из-за его малой толщины можно пренебречь)

$$\beta \frac{v}{h} \approx S_1 \Delta P, \quad (4)$$

где  $S_1 = 2\pi R h$  - площадь поперечного сечения зазора. Так как стержень движется равномерно, то пренебрегая силой вязкого трения, можно записать

$$mg = S_0 \Delta P, \quad (5)$$

где  $S_0 = \pi R^2$  - площадь поперечного сечения стержня. Из формул (4)-(5) следует, что средняя скорость течения жидкости в зазоре равна

$$v = \frac{mg}{R\beta} h^2 \quad (6)$$

Скорость опускания стержня  $u$  связана со средней скоростью жидкости в зазоре соотношением  $S_0 u = S_1 v$ , поэтому

$$u = \frac{2h}{R} v \sim h^3. \quad (7)$$

Полученные результат в пределах погрешности подтверждает данную зависимость.

## Часть 2.

1. Методика выполнения данного пункта аналогична выполнению п.1 первой части. В Таблице 3 приведены данные измерения закона движения деревянной палочки, график которого показан на рис. 5.

Таблица 3.

| $x, \text{ см}$ | $t, \text{ с}$ |
|-----------------|----------------|
| 0               | 0,0            |
| 1               | 13,1           |
| 2               | 25,6           |
| 3               | 37,0           |
| 4               | 48,8           |
| 5               | 61,3           |
| 6               | 73,9           |
| 7               | 86,1           |
| 8               | 98,2           |
| 9               | 109,6          |
| 10              | 121,7          |
| 11              | 134,0          |
| 12              | 146,0          |

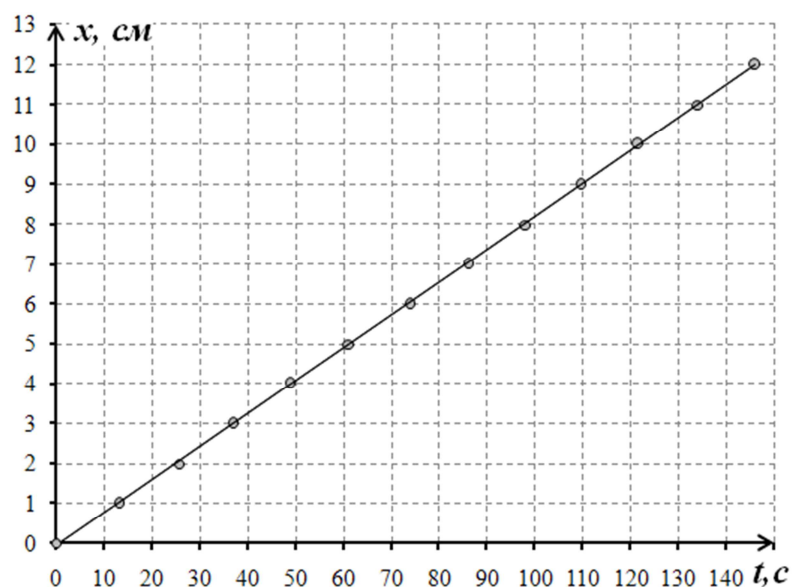


Рис.5 Закон движения деревянной палочки

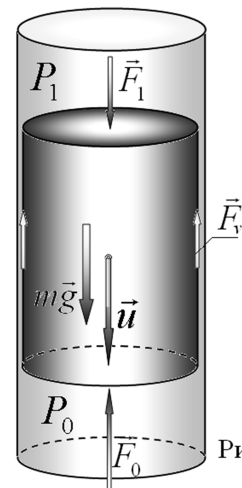


Рис. 4

Видно, что деревянная палочка также всплывает равномерно. Средняя скорость ее движения рассчитанная по данным Таблицы 3 методом наименьших квадратов равна

$$V = (0,0825 \pm 0,0004) \text{ см/с}$$

2. Для измерения скоростей достаточно измерить несколько раз время прохождения заданного участка пути. Результаты измерений показывают, что в пределах погрешности измерений скорость всплывания не зависит от длины стержня и оказывается равной

$$V = (0,08 \pm 0,01) \text{ см/с}$$

Поэтому график «зависимости» является горизонтальной прямой.

3. В данном случае радиусы всех стержней одинаковы. Очевидно, что сила вязкого трения пропорциональна длине стержня  $\beta \sim l$ . Масса стержня и разность давлений также пропорциональны длине  $l$ . Поэтому, из формулы (6) следует, что скорость течения жидкости и, следовательно, скорость движения стержня не зависят от его длины.

**Экспериментальный тур.**

**Схема оценивания.**

| №          | Содержание  | Всего за пункт | баллы   |
|------------|---|----------------|---|
| <b>1.1</b> | <b>Равномерность погружения</b>   | <b>3,5</b>     |   |
|            | Необходимость изучения закона движения  |                | 0,25  |
|            | Результаты измерений:<br>- диапазон изменения координаты не менее 10 см;<br>- измерения через 1 см;<br>- получено равномерное движение;<br>- средняя скорость в диапазоне (0,12 – 0,16) см/с;<br><i>в диапазоне (0,05 – 0,20) см/с;</i>   |                | 0,25<br>0,25<br>0,25<br>0,5<br>(0,25)         |
|            | Построение графика:<br>- необходимость построения графика;<br>- оси подписаны (указаны единицы измерения);<br>- точки нанесены (в соответствии с таблицей);<br>- проведена сглаживающая прямая;   |                | 0,25<br>0,25<br>0,25<br>0,25                  |
|            | Расчет скорости:<br>- использован МНК (или равносильный метод по всем точкам);<br>- рассчитано значение скорости;<br>- оценена погрешность измерения скорости;<br>- результат правильно округлен;   |                | 0,25<br>0,25<br>0,25<br>0,25                  |
| <b>1.2</b> | <b>Изучение зависимости скорости от диаметра</b>  | <b>2,25</b>    |   |
|            | Проведение измерений:<br>- скорости измерены для 4 стержней;<br>- измеряемый участок пути не менее 10 см;<br>- не менее 3 измерений времени (или пути) для каждого стержня;<br>- проведена оценка погрешности измерения скорости;<br>- получены результаты отличающиеся не более чем на 25% от контрольных;<br><i>-отличающиеся не более чем на 50%</i> |                | 0,25<br>0,25<br>0,25<br>0,25<br>0,5<br>(0,25) |
|            | Построение графика:<br>- оси подписаны (указаны единицы измерения);<br>- точки нанесены (в соответствии с таблицей);<br>- проведена сглаживающая линия;   |                | 0,25<br>0,25<br>0,25                          |
| <b>1.3</b> | <b>Проверка зависимости (1)</b>   | <b>1</b>       |   |
|            | - линеаризация зависимости (log-log scale);<br>- иная разумная;<br>- проведены расчеты;<br>- построен линеаризованный график;   |                | 0,5<br>(0,25)<br>0,25<br>0,25                 |
| <b>1.4</b> | <b>Определение показателя степени</b>   | <b>1,25</b>    |   |
|            | - использован МНК;<br>- методом подбора;<br>- получено значение показателя в диапазоне (2,8-3,2);<br>- в диапазоне (2,5-3,5);<br>- оценена погрешность;   |                | 0,5<br>(0,25)<br>0,5<br>(0,25)<br>0,25        |
| <b>1.5</b> | <b>Теоретическое обоснование</b>  | <b>1</b>       |   |
|            | - вид зависимости силы вязкости от скорости и толщины зазора;<br>- оценка разности давлений;<br>- оценка силы вязкости;<br>- показано, что $\gamma=3$   |                | 0,25<br>0,25<br>0,25<br>0,25                  |

|            |  |            |   |
|------------|--|------------|---|
| <b>2.1</b> | <b>Равномерность движения деревянной палочки</b>   | <b>3</b>   |   |
|            | <p>Результаты измерений:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- диапазон изменения координаты не менее 10 см;</li> <li>- измерения через 1 см;</li> <li>- получено равномерное движение;</li> <li>- средняя скорость в диапазоне (0,06 – 0,10) см/с;<br/><i>в диапазоне (0,04 – 0,12) см/с;</i></li> </ul>   |            | 0,25<br>0,25<br>0,25<br>0,5<br>(0,25)         |
|            | <p>Построение графика:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- оси подписаны (указаны единицы измерения);</li> <li>- точки нанесены (в соответствии с таблицей);</li> <li>- проведена сглаживающая прямая;</li> </ul>   |            | 0,25<br>0,25<br>0,25                          |
|            | <p>Расчет скорости:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- использован МНК (или равносильный метод по всем точкам);</li> <li>- рассчитано значение скорости;</li> <li>- оценена погрешность измерения скорости;</li> <li>- результат правильно округлен;</li> </ul>  |            | 0,25<br>0,25<br>0,25<br>0,25                  |
| <b>2.2</b> | <b>Зависимость скорости от длины</b>   | <b>2,5</b> |   |
|            | <p>Проведение измерений:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- скорости измерены для 4 стержней;</li> <li>- измеряемый участок пути не менее 5 см;</li> <li>- не менее 3 измерений времени (или пути) для каждого стержня;</li> <li>- проведена оценка погрешности измерения скорости;</li> <li>- получены результаты отличающиеся не более, чем на 25% от контрольных;<br/><i>-отличающиеся, не более чем на 50%;</i></li> </ul> |            | 0,25<br>0,25<br>0,25<br>0,25<br>0,5<br>(0,25) |
|            | <p>Построение графика:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- оси подписаны (указаны единицы измерения);</li> <li>- точки нанесены (в соответствии с таблицей);</li> <li>- нанесены погрешности;</li> <li>- проведена сглаживающая горизонтальная прямая;</li> </ul>   |            | 0,25<br>0,25<br>0,25<br>0,25                  |
| <b>2.3</b> | <b>Теоретическое обоснование</b>   | <b>0,5</b> |   |
|            | <ul style="list-style-type: none"> <li>- сила вязкости пропорциональна длине;</li> <li>- разность давлений пропорциональна длине;</li> </ul>   |            | 0,25<br>0,25                                  |
|            | <b>Всего за задачу</b>   | <b>15</b>  |   |