Полные дифференциалы

23.04.2017

Приращением функции $f(t)$ называют величину $\Delta f = f(t+dt) - f(t)$. Если $f = f(t)$, то полным дифференциалом называют величину $df = f'(t)dt$, по сравнению с приращением по формуле Тейлора

$$\Delta f = f(t+dt) - f(t) = f'(t)dt + \frac{1}{2}f''(t)dt^2 + \frac{1}{6}f^{(3)}(t)dt^3 + \ldots$$

В большинстве задач нужны только дифференциалы первого порядка, поэтому приращение величины Δf за время dt равно $df = f'(t)dt$. Дифференциалы можно и нужно понимать как бесконечно малые приращения. Для функции нескольких переменных $f(x, y, z, \ldots)$

$$df = \frac{\partial f}{\partial x}dx + \frac{\partial f}{\partial y}dy + \frac{\partial f}{\partial z}dz + \ldots$$

Величина $(\partial f/\partial x)dx$ есть приращение функции f при изменении только аргумента x. Соответственно, полное приращение есть сумма таких величин для разных аргументов.

1. Запишите полные дифференциалы следующих величин:

1) i^{229}, 2) $(-i)^{4851}$, 3) $i^{101} + i^{102} + i^{103}$, 4) i^{-413},
5) $i^{225} - i^{224} - i^{-224} + i^{-225}$, 6) $(i^{253} + i^{250})i^{-343}$, 7) $(-3i)^{-20}$ 8)$(i^{-20} + (-i)^{-21})i^3$,
9) $(1-i)^{51}$, 10) $(i\sqrt{3} - 1)^{20}$, 11) $(3+4i)^{5\pi/\arctan(4/3)}$ 12)$\left(\frac{i+1}{\sqrt{2}}\right)^{-12}$,
13) $\mathrm{Re}\,(29e^{i(7\pi/2 - \arctan(20/21))})$, 14) $\mathrm{Im}\,|9-7i|$, 15) $\mathrm{Re}\,(5e^{\pi - \arctan(4/3)})$ 16) $\mathrm{Im}\,(i^{228} + (1+i)^{14})$,
17) $\left|\frac{-i-\sqrt{3}}{2}\right|^{25}$, 18) $|3i+4|^{16}$, 19) $|1+i|^{-13}$ 20) $\left|i^{3204}\right|$.