

## Задачи 9 класс

**1. В аквариуме с вертикальными стенками высота слоя воды  $h_1 = 10$  см. Когда на воду опустили металлический кораблик, уровень воды стал  $h_2 = 13$  см, а когда кораблик перевернулся и утонул, уровень воды опустился до  $h_3 = 11$  см. Чему равна плотность сплава, из которого сделан кораблик?**

В акваріумі з вертикальними стінками висота шару води  $h_1 = 10$  см. Коли на воду опустили металевий човник, рівень води став  $h_2 = 13$  см, а коли човник перевернувся і потонув, рівень води опустився до  $h_3 = 11$  см. Яка густина сплаву, з якого зроблено човник?

### Решение:

Объем сплава, из которого сделан кораблик, равен  $V_{\text{спл}} = (h_3 - h_1) \cdot S_a$ , где  $S_a$  - площадь дна аквариума. Объем вытесненной воды равен  $V_{\text{вв}} = (h_2 - h_1) \cdot S_a$ . Сила тяжести для плавающего кораблика должна уравниваться силой Архимеда,

$$m \cdot g = \rho_v \cdot V_{\text{вв}} \cdot g \quad \Rightarrow \quad m = \rho_v \cdot V_{\text{вв}},$$

где  $\rho_v$  - плотность воды. С другой стороны, масса сплава (кораблика) равна  $m = \rho_{\text{спл}} \cdot V_{\text{спл}}$ , тогда

$$\rho_v \cdot (h_2 - h_1) \cdot S_a = \rho_{\text{спл}} \cdot (h_3 - h_1) \cdot S_a.$$

Сократив обе части уравнения на площадь дна аквариума  $S_a$ , найдем плотность сплава:

$$\rho_{\text{спл}} = \rho_v \cdot (h_2 - h_1) / (h_3 - h_1) = 1000 \cdot 0,03 / 0,01 = 3000 \text{ кг/м}^3.$$

**2. Сопротивление проволоки  $R_1 = 162$  Ом. Ее разрезали на несколько равных частей и соединили эти части параллельно, вследствие чего сопротивление стало равно  $R_2 = 2$  Ом. На сколько частей разрезали проволоку?**

Опір дроту  $R_1 = 162$  Ом. Його розрізали на декілька рівних частин і з'єднали ці частини паралельно, внаслідок чого опір став дорівнювати  $R_2 = 2$  Ом. На скільки частин розрізали дріт?

**Решение:**

Если представить неразрезанную проволоку как  $n$  последовательно соединенных сопротивлений, то

$$R_1 = n \cdot r,$$

где  $r$  - сопротивление одного участка. При параллельном соединении

$$\frac{1}{R_2} = \frac{n}{r} \quad \Rightarrow \quad R_2 = \frac{r}{n}.$$

Решив совместно оба уравнения, получим

$$n = \sqrt{\frac{R_1}{R_2}} = \sqrt{\frac{162}{2}} = 9.$$

**3. Определите ширину метеорного потока, если Земля, двигаясь вокруг Солнца, проходит сквозь этот поток с 16 июля по 24 августа. Предполагается, что движение Земли перпендикулярно потоку. Радиус земной орбиты равен 150 миллионов километров.**

Визначте ширину метеорного потоку, якщо Земля під час руху навколо Сонця проходить крізь цей потік з 16 липня по 24 серпня. з 16 липня по 24 серпня. Припускається, що рух Землі перпендикулярний потоку. Радіус земної орбіти дорівнює 150 мільйонів кілометрів.

**Решение:**

Метеоры этого потока наблюдаются в течение  $t_1 = 40$  дней. Если знать скорость  $v$  движения Земли по орбите, то мы смогли бы вычислить ширину потока:

$$d = vt_1.$$

Эту скорость мы можем вычислить, зная, что Земля проходит один круг по орбите за  $t_2 = 365$  дней. Зная формулу длины окружности, можно вычислить скорость:

$$v = \frac{2\pi R}{t_2},$$

где  $R$  – радиус земной орбиты. Поэтому

$$d = vt_1 = \frac{2\pi R}{t_2} t_1.$$

Подставляя числовые данные, получаем, что ширина потока  $d = 103\,000\,000$  км.

**4. В сосуд положили кусок льда, имеющий массу  $m_{\text{л}} = 10$  кг и температуру  $t_{\text{л}} = -10^{\circ}\text{C}$ . Найти массу  $m$  воды в сосуде после того, как его содержимому сообщили количество теплоты  $Q = 20$  МДж. Удельные теплоемкости воды и льда  $c = 4,2$  кДж/(кг·К) и  $c_{\text{л}} = 2,1$  кДж/(кг·К). Удельная теплота плавления льда  $r = 0,33$  МДж/кг, удельная теплота парообразования воды  $\lambda = 2,3$  МДж/кг.**

У посудину поклали шматок льоду, що має масу  $m_{\text{л}} = 10$  кг і температуру  $t_{\text{л}} = -10^{\circ}\text{C}$ . Знайти масу  $m$  води в посудині після того, як його вмісту надали кількість теплоти  $Q = 20$  МДж. Питомі теплоємності води і льоду  $c = 4,2$  кДж/(кг·К) та  $c_{\text{л}} = 2,1$  кДж/(кг·К). Питома теплота плавлення льоду  $r = 0,33$  МДж/кг, питома теплота пароутворення води  $\lambda = 2,3$  МДж/кг.

### **Решение:**

Количества теплоты: для нагревания льда до  $t_0 = 0^{\circ}\text{C}$  —  $Q_1 = m_{\text{л}}c_{\text{л}}(t_0 - t_{\text{л}}) = 0,21$  МДж; для плавления льда -  $Q_2 = m_{\text{л}} \cdot r = 3,3$  МДж; для нагревания воды до  $t = 100^{\circ}\text{C}$  -  $Q_3 = m_{\text{л}}c(t - t_0) = 4,2$  МДж; для испарения воды -  $Q_4 = m_{\text{л}} \cdot \lambda = 23$  МДж. Сравнивая эти количества теплоты с количеством теплоты  $Q$ , видим, что

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 < Q < Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4,$$

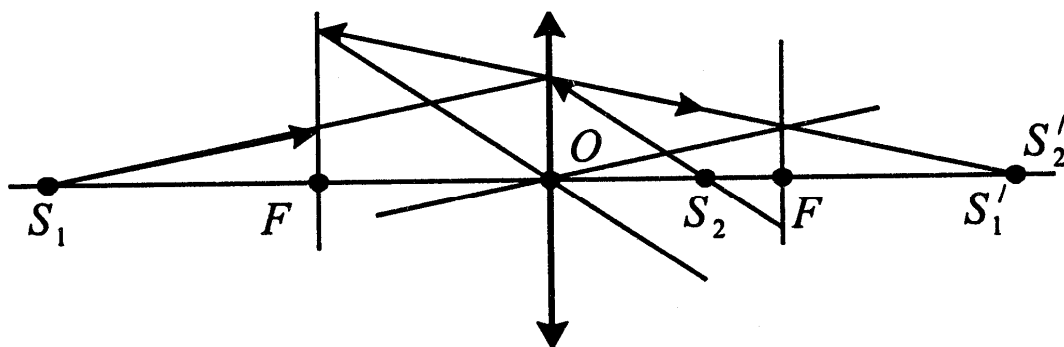
т.е. весь лед превратится в воду с температурой  $t = 100^{\circ}\text{C}$  и лишь часть воды массы  $m_{\text{л}} - m$  превратится в пар. На превращение в пар этой массы воды потребуется количество теплоты  $Q_5 = (m_{\text{л}} - m) \cdot \lambda$ . Таким образом, количество теплоты, сообщенное содержимому сосуда,  $Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_5$ . Подставив сюда найденные выше выражения и решив полученное уравнение относительно  $m$ , найдем

$$m = \frac{m_{\text{л}}}{\lambda} [\lambda + c_{\text{л}}(t_0 - t_{\text{л}}) + r + c \cdot (t - t_0)] - \frac{Q}{\lambda} = 4,6 \text{ кг}.$$

**5. На главной оптической оси собирающей линзы размещаются две световые точки: на расстояниях  $d_1 = 20$  см и  $d_2 = 40$  см от линзы. Зная, что их изображения находятся в одной и той же точке, определить фокусное расстояние линзы.**

На головній оптичній осі збірної лінзи розміщені дві світлові точки: на відстанях  $d_1 = 20$  см та  $d_2 = 40$  см від лінзи. Знаючи, що їх зображення знаходяться в одній і тій же точці, визначити фокусну відстань лінзи.

Решение:



Изображения световых точек  $S_1$  и  $S_2$  будут находиться в одной точке только тогда, когда изображение  $S'_1$  будет действительным, а изображение  $S'_2$  световой точки  $S_2$  будет мнимым. Поэтому световые точки должны располагаться с разных сторон от линзы. Запишем формулу тонкой линзы для каждой световой точки:

$$\frac{1}{d_1} + \frac{1}{f_1} = \frac{1}{F} \Rightarrow \frac{1}{f_1} = \frac{1}{F} - \frac{1}{d_1}, \quad (1)$$

$$\frac{1}{d_2} - \frac{1}{f_2} = \frac{1}{F} \Rightarrow \frac{1}{f_2} = \frac{1}{d_2} - \frac{1}{F}. \quad (2)$$

Так как изображения световых точек находятся в одной точке, то в этом случае  $f_1 = f_2$ . Приравняв правые части уравнений (1) и (2), получим:

$$\frac{1}{F} - \frac{1}{d_1} = \frac{1}{d_2} - \frac{1}{F} \Rightarrow F = \frac{2 \cdot d_1 \cdot d_2}{d_1 + d_2} \approx 26,7 \text{ см.}$$