

Задачи 10 класс

1. Два спутника движутся вокруг Земли по круговым орбитам, лежащим в одной плоскости, со скоростями 7,8 км/с и 7,6 км/с. Определите минимальное возможное расстояние между спутниками во время их движения. Радиус Земли принять равным 6400 км, ускорение свободного падения на поверхности Земли 9,8 м/с².

Два супутники рухаються навколо Землі по колових орбітах, які лежать в одній площині, зі швидкостями 7,8 км/с та 7,6 км/с. Визначте мінімальну можливу відстань між супутниками під час їхнього руху. Радіус Землі візьміть 6400 км, прискорення вільного падіння на поверхні Землі 9,8 м/с².

Решение:

Наименьшее расстояние между спутниками, движущимися по круговым орбитам, равно разности радиусов этих орбит:

$$x_{\min} = R_2 - R_1 \quad (1)$$

Найдем радиус орбиты, по которой спутник движется с данной скоростью v . Запишем для спутника второй закон Ньютона:

$$m \frac{v^2}{R} = G \frac{Mm}{R^2}, \quad (2)$$

Откуда

$$R = G \frac{M}{v^2} \quad (3)$$

Поскольку

$$G \frac{M}{R_3^2} = g, \quad (4)$$

(т.е. ускорению свободного падения на поверхности Земли), получаем

$$GM = gR_3^2 \quad (5)$$

Подставляя (5) в (3), получаем

$$R = \frac{gR_3^2}{v^2} \quad (6)$$

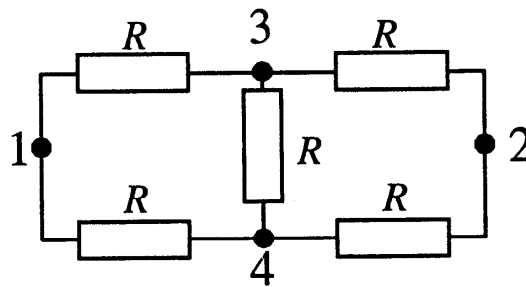
Поэтому

$$x_{\min} = gR_3^2 \left(\frac{1}{v_1^2} - \frac{1}{v_2^2} \right) \quad (7)$$

Подставляя численные данные, получаем, что искомое расстояние равно 349 км.

2. В электроплите сопротивления включены в схему, изображенную на рисунке. Электроплитка включается в сеть точками 1 и 2, при этом за некоторое время удается довести до кипения $m_1 = 500$ г воды. Сколько воды можно довести до кипения за то же время, если электроплитку включить в сеть точками 1 и 3? Начальная температура воды в обоих случаях одна и та же. Тепловыми потерями пренебречь.

У електроплитці опори включені в схему, зображену на рисунку. Електроплитка включается в мережу точками 1 і 2, при цьому за якийсь час вдається довести до кипіння $m_1 = 500$ г води. Скільки води можна довести до кипіння за той же час, якщо електроплитку включити в мережу точками 1 і 3? Початкова температура води в обох випадках та сама. Тепловими втратами знехтувати.



Решение:

В том случае, когда электроплита включена точками 1 и 2, общее сопротивление системы будет равно

$$R_1 = \frac{2R \cdot 2R}{2R + 2R} = R,$$

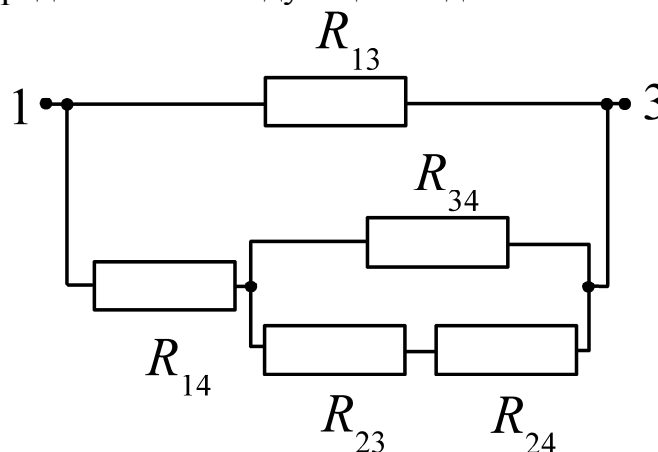
так как разность потенциалов между точками 3 и 4 равна нулю.

Поскольку тепловые потери отсутствуют, то

$$Q_1 = \frac{U^2}{R_1} t = Q'_1 = c \cdot m_1 \cdot \Delta T.$$

Тогда $U^2 t = c m_1 R_1 \cdot \Delta T = c m_1 R \cdot \Delta T.$ (1)

В случае, когда электроплита подключена к электрической цепи точками 1 и 3, схему удобно представить в следующем виде:



Сопротивление нижней ветви равно:

$$R_i = R_{14} + \frac{R_{34} \cdot (R_{23} + R_{24})}{R_{34} + R_{23} + R_{24}} = R + \frac{2}{3}R = \frac{5}{3}R.$$

Полное сопротивление схемы равно:

$$R_2 = \frac{R_{13} \cdot R_i}{R_{13} + R_i} = \frac{R \cdot \frac{5}{3}R}{R + \frac{5}{3}R} = \frac{R \cdot \frac{5}{3}R}{\frac{8}{3}R} = \frac{5}{8}R.$$

Согласно закону сохранения энергии

$$Q_2 = \frac{U^2}{R_2} t = Q'_2 = c \cdot m_2 \cdot \Delta T,$$

$$U^2 t = \frac{5}{8} c m_2 R \cdot \Delta T. \quad (2)$$

Приравняв правые части (1) и (2), найдем массу воды m_2 для второго случая:

$$\frac{5}{8} c m_2 R \cdot \Delta T = c m_1 R \cdot \Delta T \quad \Rightarrow \quad m_2 = \frac{8}{5} m_1 = 800 \text{ г}.$$

3. Свинцовая пуля, летящая горизонтально со скоростью $V_0 = 500$ м/с, пробивает доску на высоте $h = 2$ м над поверхностью земли, не меняя направления своей скорости. На каком расстоянии от доски пуля упадет на землю, если при движении через доску она нагрелась на $\Delta T = 200^\circ\text{C}$? Считать, что все количество теплоты, выделяющейся при прохождении пули через доску, пошло на нагревание пули. Удельная теплоемкость свинца 130 Дж/(кг К).

Свинцева куля, яка летить горизонтально зі швидкістю $V_0 = 500$ м/с, пробиває дошку на висоті $h = 2$ м над поверхнею землі, не змінюючи напрямку своєї швидкості. На якій відстані від дошки куля впаде на землю, якщо при русі через дошку вона нагрілась на $\Delta T = 200^\circ\text{C}$? Вважати, що вся кількість теплоти, яка виділяється при проходженні кулі через дошку, пішла на нагрівання кулі. Питома теплоємність свинцю 130 Дж/(кг К).

Решение:

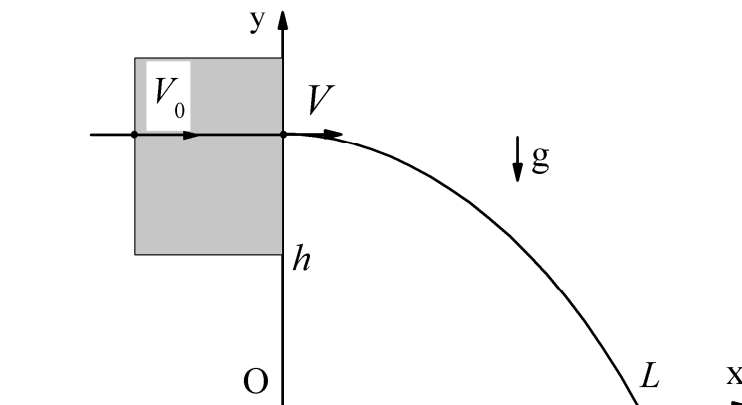
При прохождении доски скорость пули уменьшится от V_0 до V . Изменение ее кинетической энергии идет на нагрев пули, поэтому

$$\frac{mV_0^2}{2} - \frac{mV^2}{2} = c \cdot m \cdot \Delta T, \quad (1)$$

где m - масса пули, c - удельная теплоемкость свинца, ΔT - изменение температуры пули. Из (1) определим скорость пули после прохождения доски:

$$V = \sqrt{V_0^2 - 2 \cdot c \cdot \Delta T}. \quad (2)$$

После того, как пуля пробила доску, она будет двигаться только под действием силы тяжести (сопротивлением воздуха пренебрегаем).



По горизонтали пуля движется с постоянной скоростью, тогда пройденный ею путь за время полета t равен: $L = V \cdot t$. По вертикали будет наблюдаться свободное падение пули на землю с ускорением g , поэтому $h = g \cdot t^2 / 2$. Тогда

$$L = V \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot h}{g}}. \quad (3)$$

Подставив (2) в (3), получим:

$$L = \sqrt{\frac{2 \cdot h}{g}} \cdot \sqrt{V_0^2 - 2 \cdot c \cdot \Delta T} = \sqrt{\frac{2 \cdot h}{g} \cdot (V_0^2 - 2 \cdot c \cdot \Delta T)} = 286 \text{ м.}$$

4. Пружина скрепляет два груза, массы которых $m = 0,5$ кг и $M = 2$ кг. Когда система подвешена за верхний груз, длина пружины равна $L_1 = 10$ см. Если систему поставит на подставку, длина пружины равна $L_2 = 5$ см. Определить длину ненапрягаемой пружины L_0 .

Пружина скріплює два вантажі, маси яких $m = 0,5$ кг і $M = 2$ кг. Коли система підвішена за верхній вантаж, довжина пружини дорівнює $L_1 = 10$ см. Якщо систему поставити на підставку, довжина пружини дорівнюватиме $L_2 = 5$ см. Визначити довжину ненапруженої пружини L_0 .

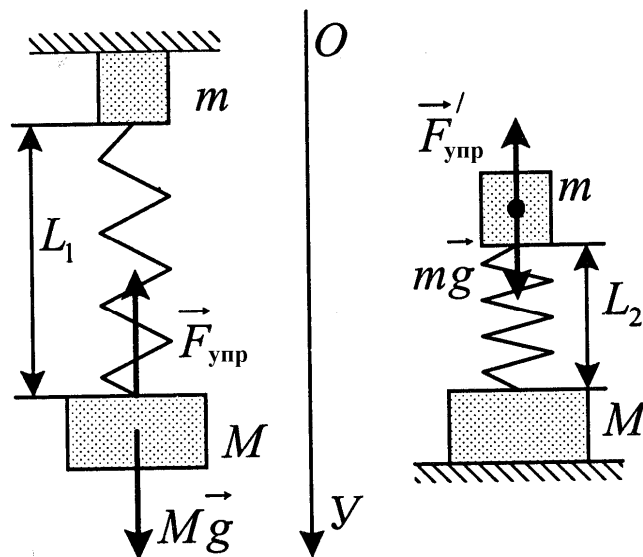
Решение:

Запишем второй закон Ньютона в проекции на вертикальную ось OY для случая, когда система подвешена за тело массой m :

$$M \cdot g - F_{\text{упр}} = 0, \quad (1)$$

где сила упругости $F_{\text{упр}} = k \cdot \Delta x_1$ ($\Delta x_1 = L_1 - L_0$). Тогда

$$M \cdot g - k \cdot (L_1 - L_0) = 0. \quad (2)$$



Теперь запишем второй закон Ньютона в проекции на OY для случая, когда тело массой M стоит на подставке:

$$M \cdot g - F'_{\text{упр}} = M \cdot g - k \cdot \Delta x_2 = M \cdot g - k \cdot (L_0 - L_2) = 0. \quad (3)$$

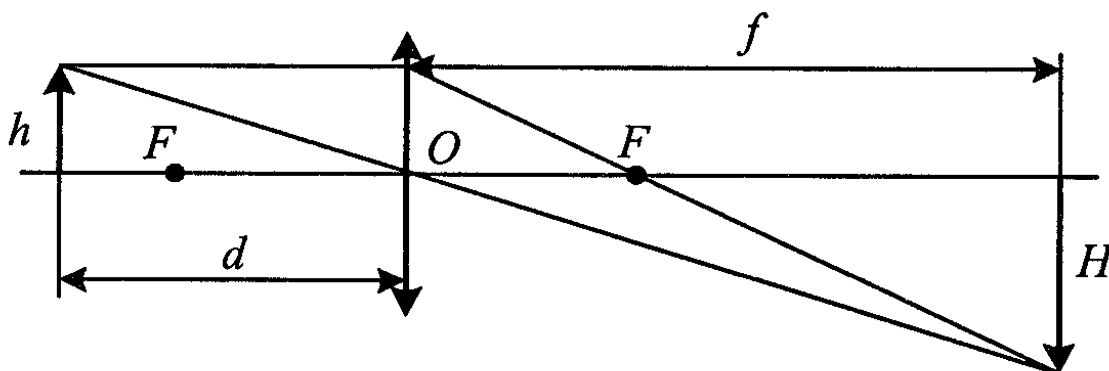
Решая совместно уравнения (2) и (3), получим

$$L_0 = \frac{m \cdot L_1 + M \cdot L_2}{m + M} = \frac{0,5 \cdot 10 + 2 \cdot 5}{0,5 + 2} = 6 \text{ см.}$$

5. Линза с фокусным расстоянием 3 см создает перевернутое изображение предмета. Расстояния от предмета к линзе и от линзы до изображения имеют разницу 8 см. С каким увеличением изображается предмет?

Лінза з фокусною відстанню 3 см створює перевернуте зображення предмета. Відстані від предмета до лінзи і від лінзи до зображення мають різницю 8 см. З яким збільшенням зображується предмет?

Решение:



Тут можливі два випадки: коли $d - f = \Delta l$, то єсть $d > f$, і коли $f - d = \Delta l$, то єсть $f > d$.

Рассмотрим случай, когда $d - f = \Delta l$, где $\Delta l = 8$ см (согласно условию задачи). Запишем формулу для тонкой линзы для этого случая:

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F}. \quad (1)$$

Так как $d - f = \Delta l$, то $f = d - \Delta l$. Следовательно, подставив это выражение для расстояния f от линзы до изображения в уравнение (1), получим:

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{d - \Delta l} = \frac{1}{F} \Rightarrow d^2 - (2F + \Delta l)d + F \cdot \Delta l = 0. \quad (2)$$

Решив квадратное уравнение относительно d , получим $d = 12$ см и $f = 4$ см.

Тогда для увеличения линзы имеем

$\Gamma = f / d = 1/3$ (при $d > f$).

Решая задачу для случая, когда $f - d = \Delta l$, получим $d = 4$ см и $f = 12$ см. Следовательно, $\Gamma = f / d = 12/4 = 3$ (при $f > d$).