

1. Пусть площадь левой грани клина  $S_1$ , тогда площадь большой грани  $S_2 = 2S_1$ . Сила давления на левую грань  $F_1 = p_0 S_1$ , проекция силы давления на большую грань на горизонтальное направление  $F_{2x} = p S_2 \sin 30^\circ = p S_1$ , где  $p$  – искомое давление. Из равенства сил находим  $p = p_0$ .
2. Полный путь жучка легко найти из формулы суммы бесконечной геометрической прогрессии:  $s = 3L/2$ . Тогда искомое время  $t = s/v = 3L/2v$ . Пройдя  $2/3$  всего пути (т.е.  $L$ ), жучок оказался в середине большой окружности. Соответственно, расстояние от этой точки до старта  $l_{2/3} = L/2\pi$ .
3. Площадь тени и полутени можно найти, считая точки края стола источником света, идущего на пол. При этом изображения лампы на полу от этих точек будут образовывать чистую полутень, а все, что окажется внутри нее – полная тень. Тогда площадь полной тени  $S_1 = \left(\frac{3}{2}a - r\right)^2$ , а площадь полутени (с учетом полной тени)  $S_2 = \frac{9}{4}a^2 + 2ar + \pi r^2/4$ . Отношение площадей

$$k = \frac{S_1}{S_2} = \frac{\frac{9}{4}a^2 - 3ar + r^2}{\frac{9}{4}a^2 + 3ar + \frac{\pi r^2}{4}} = 0,77.$$

Здесь  $a = 1$  м – длина стороны стола,  $r = 0,1$  м – радиус лампы.

4. При помощи **метода градиента давления** (он же уравнение Бернулли в статическом случае) нетрудно найти разность давлений между поверхностью жидкости в самой правой трубке и поверхностью поршня, соприкасающуюся с жидкостью. Она равна:

$$\Delta p = \rho g(h_1 - 6h).$$

Эта разность не превышает по модулю величину  $F/S$ . Тогда имеем следующее ограничение на  $h_1$ :

$$h_1 \in \begin{cases} \left[6h - \frac{F}{\rho g S}, 6h + \frac{F}{\rho g S}\right], & 6\rho g h S \geq F; \\ \left[0, 6h + \frac{F}{\rho g S}\right], & 6\rho g h S < F. \end{cases}$$

При перемещении поршня вправо на  $dx$  давление воздуха в сосуде увеличится на некоторую величину  $dp$ . В соответствии с законом Бойля-Мариотта<sup>1</sup> объем воздуха уменьшится на величину  $dV = Vdp/p$ , где  $p = p_0 + \rho g(h_1 - 4h)$ ,  $dp = \rho g dh_1$ ,  $V$  – объем воздуха в сосуде,  $p_0$  – атмосферное давление. Из закона сохранения объема жидкости  $dV = S(dx - dh_1)$ , так как очевидно, что уровень жидкости в левой трубке сместился на  $dx$ . Решая полученное уравнение, получим:

$$dh_1 = dx \left(1 + \frac{\rho V g}{S(p_0 + \rho g(h_1 - 4h))}\right)^{-1}.$$

Если считать  $S$  малым, то получим приближение  $dh_1 \approx 0$  (т.е. воздух почти не сопротивляется).

Если не учесть сжимаемость воздуха (что в корне неправильно), то получим ответ, что во всех трубках уровень жидкости сместился на  $dx$ .

<sup>1</sup> Хорошо бы было еще сказать, что теплообмен с окружающей средой присутствует.