

## КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА 26.04.09

1. Нелинейный элемент  $A$ , вольтамперная характеристика которого изображена на рис. *а*, подключен к источнику постоянного напряжения  $U_0$ , как показано на рис. *б*. Сопротивления резисторов  $R_1 = R_2 = 40$  Ом. Постройте график зависимости силы тока  $I$  через нелинейный элемент от напряжения источника  $U_0$ .

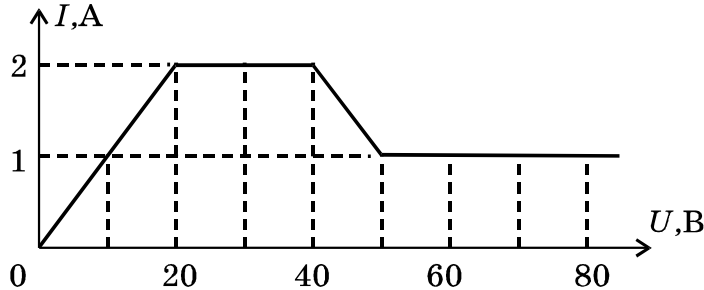


Рис. а

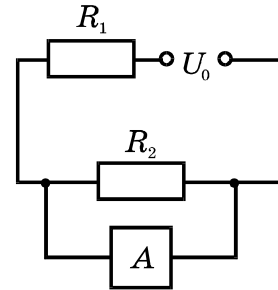
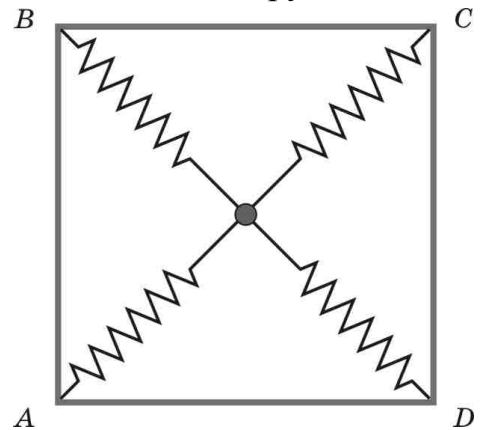


Рис. б

2. В показанной на рисунке системе длина каждой из невесомых пружин 1 м, а жесткость 10 Н/м. Сила тяжести отсутствует, пружины не деформированы, масса квадратного каркаса  $ABCD$  очень велика. Закрепленный на пружинах шарик массой 20 г отвели от положения равновесия на 1 мм и отпустили. Оцените максимально возможный период возникших колебаний.



3. Найдите максимальное расстояние между осью диполя и силовой линией, выходящей из заряда  $+q$  диполя под прямым углом к этой оси. Расстояние между зарядами диполя равно  $L$ .

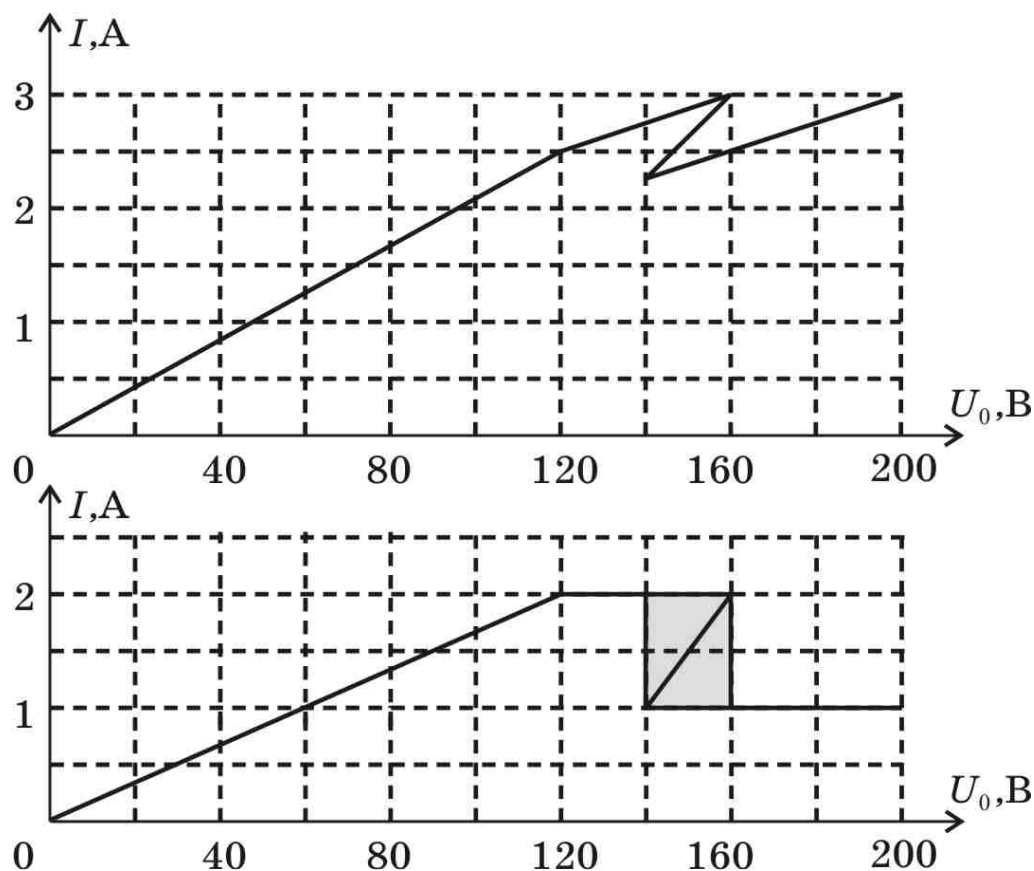
4. Частицы с одинаковыми зарядами  $q$  и различными массами инжектируются из источника с различными скоростями вдоль одного направления в вязкую среду, в которой создано однородное поперечное магнитное поле. Сила вязкого трения  $F = -kv$ . Какой величины должно быть поле  $B$ , чтобы вектор перемещения всех частиц из начальной точки в точку остановки составил угол  $\theta$  с направлением первоначального движения?

5. Зал ночью освещен двумя одинаковыми лампами, находящимися на расстоянии  $2s$  друг от друга на одинаковой высоте  $h$ . При каком условии на полу посередине между лампами – максимум освещенности?

6. На высоте  $H = 1$  м над горизонтальным металлическим листом расположен равномерно заряженный горизонтальный диск радиуса  $R = 1$  м с полным зарядом  $Q = 1$  Кл. Найдите поверхностную плотность заряда на поверхности листа под центром диска.

## РЕШЕНИЯ ЗАДАНИЙ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ 26.04.09

**Задача 1.** Первый график дает общую силу тока; второй – через А.



**Задача 2.** При заданной амплитуде  $A$  колебаний максимальный период соответствует  $\min$  деформации пружин. Очевидно, это соответствует отклонению перпендикулярно плоскости рисунка. При отклонении  $x$  деформация пружины  $\sqrt{l^2 + x^2} - l = \frac{x^2}{2l}$ , а энергия деформации  $\frac{k}{2} \left( \frac{x^2}{2l} \right)^2$ . Колебания негармонические. ЗСЭ:

$$\frac{mv^2}{2} + 4 \cdot \frac{k}{2} \cdot \left( \frac{x^2}{2l} \right)^2 = 4 \cdot \frac{k}{2} \cdot \left( \frac{A^2}{2l} \right)^2. \quad \text{Период } T = 4 \int_0^A \frac{dx}{v} = 4l \sqrt{\frac{m}{k}} \cdot \int_0^A \frac{dx}{\sqrt{A^4 - x^4}} = 4 \frac{l}{A} \sqrt{\frac{m}{k}} \cdot \int_0^1 \frac{d\xi}{\sqrt{1 - \xi^4}} = 4l \frac{l}{A} \sqrt{\frac{m}{k}}.$$

Уже отсюда видна зависимость периода от амплитуды (обратная!) и порядок величины (интеграл  $\int$  порядка единицы). Более точно:  $\int_0^1 dx \leq l \leq \int_0^1 \frac{d\xi}{\sqrt{1 - \xi^2}} = \frac{\pi}{2}$ . Таким

образом,  $4 \frac{l}{A} \sqrt{\frac{m}{k}} \leq T \leq 2\pi \frac{l}{A} \sqrt{\frac{m}{k}}$ , т.е. от 180 до 280 с. Истинное значение интеграла приблизительно 1,3, т.е. период около 230 с. Заметим, что период колебаний в плоскости рисунка  $T_0 = \pi \sqrt{\frac{2m}{k}} = 0,2 \text{ н}$

**Задача 3.** Половина потока от заряда должна проходить через круг радиуса  $R$  в срединной плоскости  $\Rightarrow$

$$\frac{q}{2\epsilon_0} = \int E dS = \int_0^R k \frac{Lq}{(x^2 + L^2/4)^{3/2}} \cdot 2\pi x \cdot dx = -2\pi k L q (x^2 + L^2/4)^{-1/2} \Big|_{x=0}^{x=R}.$$

Отсюда  $R = \frac{\sqrt{3}}{2} L$ .

**Задача 4.**  $B = k \cdot \operatorname{tg} \theta / q$ .

**Задача 5.**  $E = \Sigma \left( \frac{Ih}{(h^2 + (s \pm x)^2)^{\frac{3}{2}}} \right) \approx 2 - \frac{3x^2}{h^2 + s^2} + \frac{15}{4} \left( \frac{2xs}{h^2 + s^2} \right)^2$  (здесь надо учитывать и

вторые члены разложения). Коэффициент при  $x^2$  пропорционален  $4s^2 - h^2$ . Значит, при  $h > 2s$  посередине наблюдается максимум освещенности.

**Задача 6.**  $\sigma = -\frac{Q}{\pi R^2} \left( 1 - \frac{H}{\sqrt{H^2 + R^2}} \right) = 93 \text{ мВ/м}^2$ . Посмотреть случаи малых и больших

$H$ . При малых — плоский конденсатор, при больших — получаем  $\sigma = -\frac{Q}{2\pi H^2}$ . Это соответствует суммарному полю двух точечных зарядов.