

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
**«Санкт-Петербургский государственный университет
телекоммуникаций им. проф. М. А. Бонч-Бруевича»**

Факультет инфокоммуникационных сетей и систем

Кафедра теоретических основ связи и радиотехники

Расчёт основных характеристик цифровой системы связи с
использованием квадратурной модуляции

Учебная дисциплина «Теория электрической связи»

Курсовая работа

Студент группы ИКТО-91 Копыл А. В.
зачетная книжка № 1905141

Руководитель _____

Санкт-Петербург 2021

Содержание

1	Структурная схема системы цифровой связи	2
2	Исходные данные	4
3	Расчет составляющих системы цифровой связи	4
3.1	Источник сообщений	4
3.2	Аналого-цифровой преобразователь	6
3.3	Кодер	9
3.4	Формирователь модулирующих символов	10
3.5	Модулятор	16
3.5.1	Сглаживающий формирующий фильтр	17
3.5.2	Блоки перемножителей, инвертор, сумматор	21
3.6	Непрерывный канал	23
3.7	Демодулятор	24
3.8	Декодер	28
3.8.1	Диаграмма декодера	28

Цель курсовой работы – изучить и разработать систему цифровой связи, оптимальную в отношении флуктуационной помехи и исключающую появления межсимвольной помехи.

1 Структурная схема системы цифровой связи

Система связи предназначена для передачи аналоговых сообщений по цифровому каналу связи.

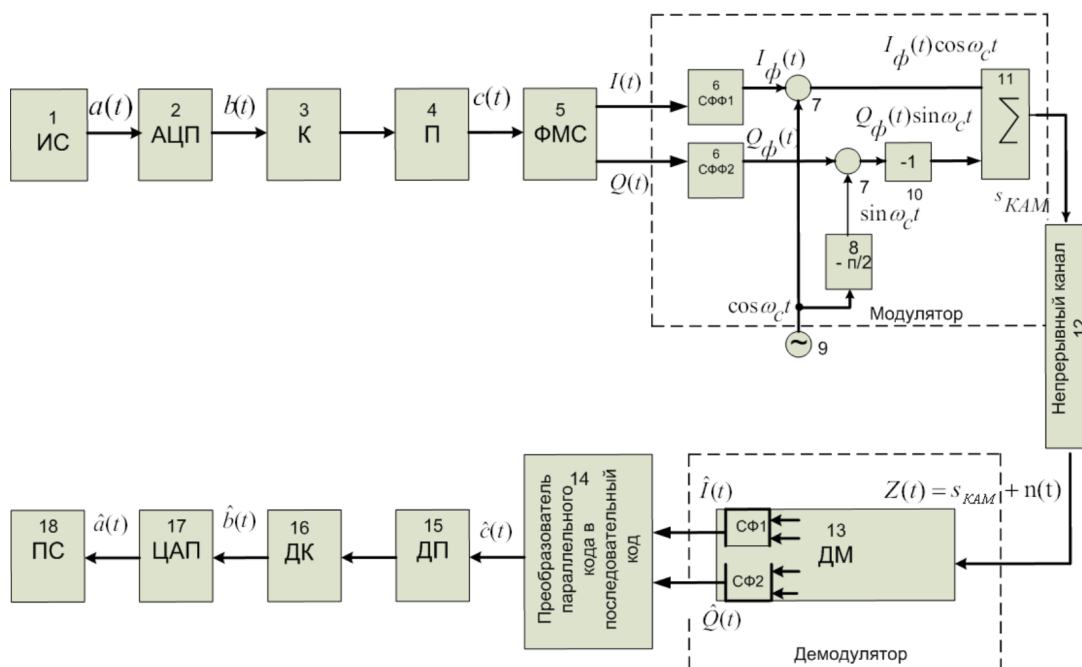


Рис. 1: Структурная схема цифровой системы связи

В систему входят следующие функциональные узлы с последующими назначениями:

- Источник сообщений – создает реализации $a(t)$ случайного процесса $A(t)$.
- Аналого-цифровой преобразователь – преобразует аналоговый сигнал от источника сообщения в последовательность двоичных отсчетов $b(t)$.

- Кодер – включает в цифровой поток от АЦП дополнительные символы, предназначенные для повышения помехоустойчивости системы связи;
- Формирователь модулирующих символов – служит для получения модулирующих сигналов $I(t)$ и $Q(t)$, соответствующих заданному виду модуляции;
- Сглаживающие формирующие фильтры (СФФ1, СФФ2) – преобразуют поступающие на их входы прямоугольные импульсы в импульсы совершенно другой формы, спектр которых изначально конечен и удовлетворяет критерию Найквиста;
- Перемножители – для получения БМ сигналов: синфазного $I(t) \cos \omega_C t$ и квадратурного $Q(t) \sin \omega_C t$.
- Фазовращатель – для получения второго несущего колебания, ортогонального по отношению к первому;
- Генератор гармонических колебаний – для получения несущего колебания;
- Инвертор – изменяет знак перед сигналом с плюса на минус, для достижения ортогональности между сигналами;
- Сумматор – для объединения синфазного и квадратурного сигналов в единый сигнал с квадратурной модуляцией $S_{КАМ}(t) = I(t) \cos \omega_C t + Q(t) \sin \omega_C t$;
- Непрерывный канал – среда распространения сигнала $S_{КАМ}(t)$;
- Демодулятор – для анализа приходящего сигнала, искаженного помехами, и принятии решения о переданном сообщении;
- Преобразователь параллельного кода в последовательный код – для преобразования сигнала с выхода демодулятора в последовательный формат кодовых комбинаций;
- Декодер – для исправления части ошибок, возникших при приёме сообщения $\hat{b}(t)$ вследствие влияния помех;
- Цифро-аналоговый преобразователь – для восстановления аналоговой формы сигнала $\hat{a}(t)$ из его цифрового представления;
- Получатель сообщений.

2 Исходные данные

$$m = 41$$

Предельные уровни аналогового сигнала $a_{мин}$, $a_{макс}$ (В)	$a_{макс} = 25,6$ В; $a_{мин} = -25,6$ В	Внести свои данные
Верхняя частота спектра аналогового сигнала f_B	$f_B = (1 + m \cdot 10^{-2}) \cdot 10^4$	$f_B = 14100$
Заданный уровень квантования	$j = 500 - 3 \cdot m$	377
Спектральная плотность мощности флуктуационной помехи	41	$N_0 = 2,3 \cdot 10^{-7} B^2 / \Gamma_{\mathcal{U}}$
q – номер тактового интервала ошибки	$q = m \bmod 3 + 1$	$q = 3$
Вид модуляции	КАМ-16	

3 Расчет составляющих системы цифровой связи

3.1 Источник сообщений

Источник сообщения (ИС) вырабатывает реализации $a(t)$ стационарного случайного процесса $A(t)$, типа квазибелого шума с параметрами $a_{мин}$, $a_{макс}$ и f_B . Мгновенные значения сообщения равновероятны в интервале от значения $a_{мин}$ и до значения $a_{макс}$.

Требуется:

1. Написать аналитические выражения для плотности вероятности $w(a)$ мгновенных значений сообщения, функции распределения $F(a)$ и построить их графики (рис. 2).

$$w(a) = \frac{1}{a_{макс} - a_{мин}} = \frac{1}{\Delta} = \frac{1}{25,6 + 25,6} = 0,02 \quad (1)$$

$$F(a) = \int_{-\infty}^a w(a) da = \int_{a_{\min}}^a \frac{1}{\Delta} da = \begin{cases} 1, & a > a_{\max} \\ \frac{a - a_{\min}}{\Delta}, & a_{\min} \leq a \leq a_{\max} \\ 0, & a < a_{\min} \end{cases} \quad (2)$$

где $\Delta = a_{\max} - a_{\min} = 51,2 \text{ В}$.

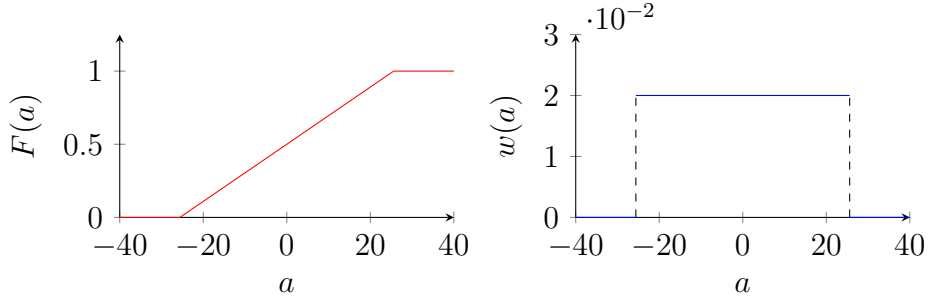


Рис. 2: Графики функции распределения и плотности вероятности

2. Рассчитать математическое ожидание $\overline{A(t)}$ и дисперсию $D\{A(t)\}$ сообщения $A(t)$.

$$\overline{A(t)} = \int_{-\infty}^{\infty} a \cdot w(a) da = \int_{a_{\min}}^{a_{\max}} a \frac{1}{a_{\max} - a_{\min}} da = \frac{a^2}{2\Delta} \Big|_{a_{\min}}^{a_{\max}} = \frac{a_{\max}^2 - a_{\min}^2}{2\Delta} = 0 \quad (3)$$

$$\begin{aligned} D\{A(t)\} &= \int_{-\infty}^{\infty} (a - \overline{A(t)})^2 w(a) da = \int_{a_{\min}}^{a_{\max}} a^2 w(a) da \\ &= \frac{a^3}{3\Delta} \Big|_{a_{\min}}^{a_{\max}} = \frac{a_{\max}^3 - a_{\min}^3}{3\Delta} = \frac{a_{\max}^2 + a_{\max}a_{\min} + a_{\min}^2}{3} = 218,5 \end{aligned} \quad (4)$$

3. Написать аналитическое выражение для спектральной плотности мощности $G_A(f)$ сообщения $A(t)$ и построить график (рис. 3).

$$G_A(f) = \frac{D\{A(t)\}}{2f_B} = \frac{218,5}{2 \cdot 1,41 \cdot 10^4} = 7,7 \text{ мВ}^2/\text{Гц} \quad (5)$$

$$G_A(f) = \begin{cases} 7,7 \text{ мВ}^2/\text{Гц}, & |f| \leq f_B \\ 0, & |f| > f_B \end{cases} \quad (6)$$

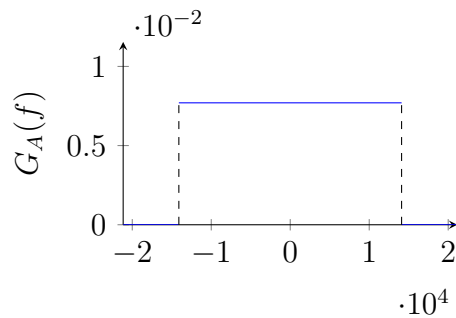


Рис. 3: График спектральной плотности мощности

4. Найти аналитическое выражение для корреляционной функции $B_A(\tau)$ сообщения $A(t)$ и построить график (рис. 4). По форме графика $B_A(\tau)$ определить, является ли сообщение $A(t)$ эргодическим случайным процессом или не является таковым.

$$\begin{aligned}
 B_A(\tau) &= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{G_A(f)}{2} e^{j2\pi f\tau} df = \int_{-f_B}^{f_B} \frac{G_A}{2} \cos 2\pi f\tau df \\
 &= \frac{G_A}{2} \frac{\sin 2\pi f\tau}{2\pi\tau} \Big|_{-f_B}^{f_B} = G_A \frac{\sin 2\pi f_B\tau}{2\pi\tau}
 \end{aligned} \tag{7}$$

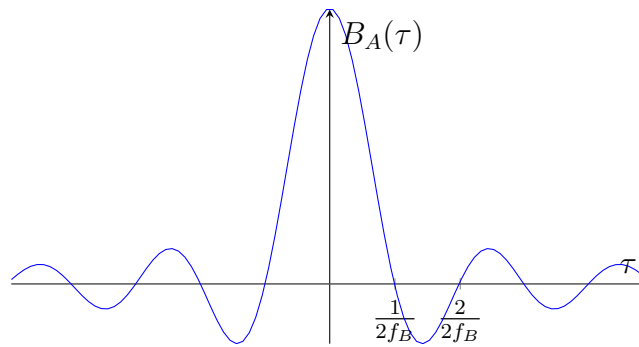


Рис. 4: График корреляционной функции $B_A(\tau)$

3.2 Аналого-цифровой преобразователь

Аналого-цифровой преобразователь (АЦП) преобразует реализации аналогового (непрерывного) сообщения $A(t)$ в цифровую форму, в поток

двоичных символов: нулей и единиц, т. е. в последовательность прямоугольных импульсов, где «0» имеет нулевое напряжение, а «1» – прямоугольный импульс положительной полярности. Амплитуда импульсов U равна 1 В.

Преобразование аналогового сигнала в цифровую форму осуществляется в три этапа.

На первом этапе производится дискретизация реализации $a(t)$ сообщения $A(t)$ по времени. В моменты времени t_i берутся непрерывные по уровню отсчеты $a(t_i)$ мгновенных значений реализации $a(t)$. Расстояние между отсчетами равно интервалу Δt , величина которого определяется в соответствии с теоремой Котельникова:

$$\Delta t \leq \frac{1}{2f_B}; f_d = \frac{1}{\Delta t} \geq 2f_B \quad (8)$$

где f_d – частота дискретизации.

На втором этапе выполняется квантование точных отсчетов $a(t_i)$ по уровню. Для этого интервал Δ , равный разности $\Delta = a_{\max} - a_{\min}$, разбивается на уровни квантования с постоянным шагом $\Delta a = 0,1 \text{ В}$. Уровни квантования нумеруются целыми числами $0, 1, 2, 3, \dots, L - 1$. Нумерация уровней начинается с уровня, которому соответствует значение a_{\min} , и заканчивается на уровне, которому соответствует значение a_{\max} . Обычно величина шага квантования Δa выбирается так, чтобы число уровней квантования L можно было представить в виде $L = 2^k$, где k – целое число.

Каждый аналоговый отсчет $a(t_i)$ заменяется значением ближайшего к нему уровня квантования j в виде целого числа, удовлетворяющего неравенству $0 \leq j \leq L - 1$. Получаем квантованный отсчет $j_{10}(t_i)$ в виде целого числа в десятичной форме счисления.

На третьем этапе число $j_{10}(t_i)$ в десятичной форме переводится в двоичную форму счисления $j_2(t_i)$ в виде последовательности k двоичных символов и на выходе АЦП появляется сигнал в виде двоичной цифровой последовательности из k информационных символов.

Требуется:

1. Рассчитать интервал дискретизации Δt для получения непрерывных отсчетов $a(t_i)$ реализации $a(t)$, $t_i = i \cdot \Delta t$, $i = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$

$$\Delta t \leq \frac{1}{2f_B} = \frac{1}{2 \cdot 14100} = 3,546 \cdot 10^{-5} \text{ с} \quad (9)$$

2. Рассчитать частоту дискретизации f_d .

$$f_d = \frac{1}{\Delta t} \geq 2f_B = \frac{1}{3,546 \cdot 10^{-5}} = 28200 \quad (10)$$

3. Определить число уровней квантования L .

$$k = 9; L = 2^9 = 512 \quad (11)$$

4. Рассчитать мощность шума квантования $P_{шк}$ и сравнить ее с мощностью непрерывного сообщения $A(t)$.

$$P_{шк} = \Delta a^2 / 12 = \frac{0,1^2}{12} = 8,33 \cdot 10^{-4} B^2 \quad (12)$$

$$P_{A(t)} = A^2(t) = 1 B^2 \quad (13)$$

$$P_{A(t)} \gg P_{шк} \quad (14)$$

5. Найти минимальное число k двоичных разрядов, требуемое для записи в двоичной форме любого номера j из $L - 1$ номеров уровней квантования.

$$L - 1 = 511_{10} = 111111111_2 \quad (15)$$

$$k_{люб} = 9 \quad (16)$$

6. Записать k -разрядное двоичное число, соответствующее заданному уровню квантования j .

$$j = 377_{10} = 101111001_2 \quad (17)$$

7. Начертить временную диаграмму отклика АЦП $b_{АЦП}(t)$ на заданный уровень квантования j в виде последовательности импульсов, сопоставляя единичным символам прямоугольные импульсы положительной полярности, а нулевым – нулевые напряжения. Амплитуда импульсов U равна $2h$ В. Над импульсами надписать значения соответствующих двоичных информационных символов (ДИС). Длительность отклика АЦП на каждый отсчет не должна превышать интервала дискретизации Δt .

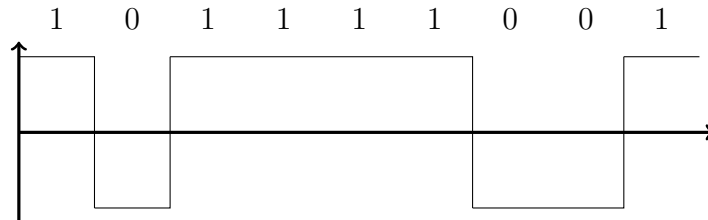


Рис. 5: Временная диаграмма отклика АЦП

3.3 Кодер

Используется помехоустойчивый сверточный код.

1. Параметры сверточного кода.

- Степень кодирования $k/n = 1/2$,
- длина кодового ограничения $K = 3$,
- векторы связи $\bar{g}_1 = 111$ и $\bar{g}_2 = 101$,
- импульсная характеристика $h(k) = 111011000\dots$,
- кодовое расстояние $d = 5$.

2. Структурная схема кодера.

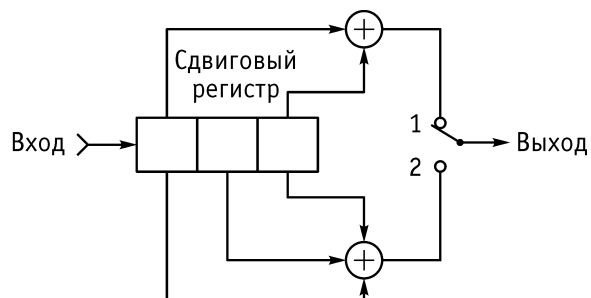


Рис. 6: Структурная схема кодера

3. Решетчатая диаграмма кодера.

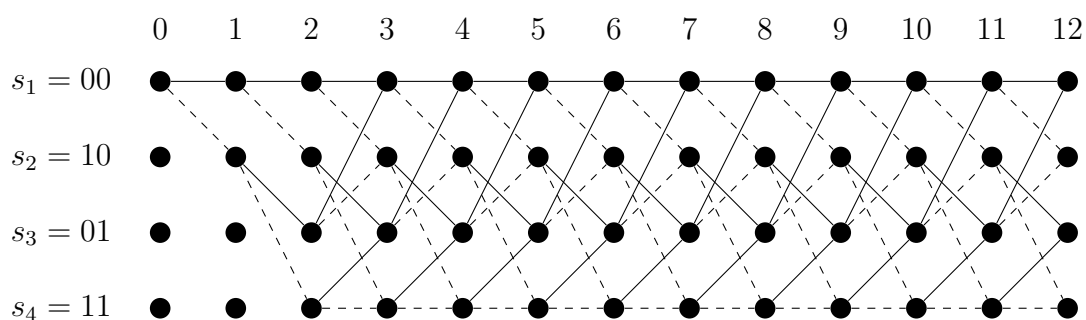


Рис. 7: Решетка кодера

4. По решетчатой диаграмме сверточного кодера определить последовательность кодовых символов (КС) \bar{u} на выходе кодера при усло-

вии, когда на вход кодера поступает 9-разрядная двоичная последовательность информационных символов (ИС) \overline{m} , соответствующая заданному уровню квантования j .

ИС	1	0	1	1	1	1	0	0	1	0	0	0	0
КС	11	10	00	01	10	10	01	11	11	01	11	00	00

$$\overline{u} = 11100001101001111101110000 \quad (18)$$

5. На решетчатой диаграмме кодера отметить путь, соответствующий полученным КС.

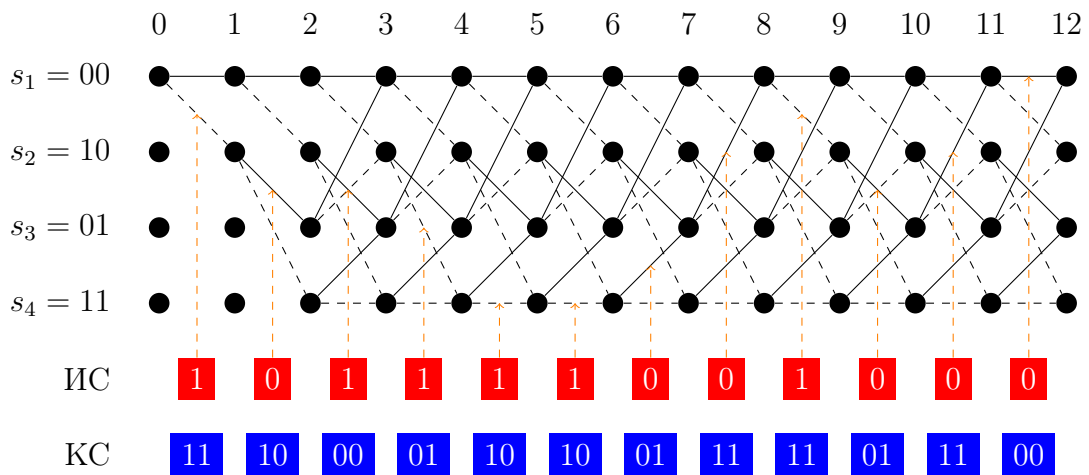


Рис. 8: Путь на решетке кодера

3.4 Формирователь модулирующих символов

Формирователь модулирующих символов служит для получения модулирующих сигналов $I(t)$ и $Q(t)$, соответствующих заданному виду модуляции.

Требуется:

1. Изобразить сигнальное созвездие для заданного вида модуляции.

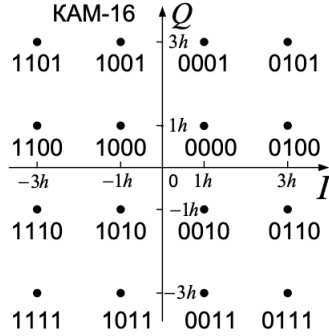


Рис. 9: Сигнальное созвездие для КАМ-16

2. Изобразить график реализации $c(t)$ случайного процесса $C(t)$, формируемого с выхода блока сверточного кодера (К). Реализация $c(t)$ поступает на вход блока ФМС на первых 16 бинарных интервалах длительностью T_B . Написать аналитическое выражение для случайного процесса $C(t)$.

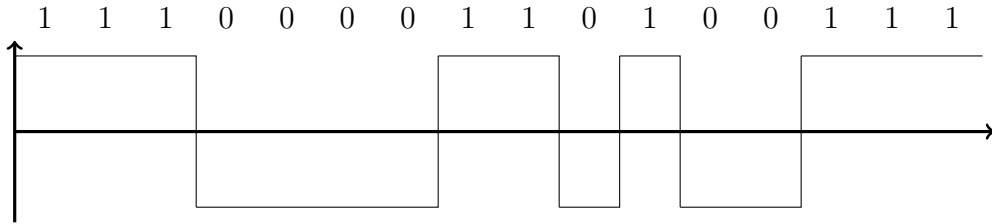


Рис. 10: График реализации $c(t)$ с выхода сверточного кодера

$$C(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n \cdot g_1(t - nT_B) \quad (19)$$

где $g_1(t)$ – прямоугольный импульс длительностью T_B .

$$g_1(t) = \begin{cases} 1 B, & 0 \leq t \leq T_B; \\ 0 B, & t < 0, t > T_B, \end{cases} \quad (20)$$

где $g_1(t - nT_B)$ – прямоугольный импульс такой же формы, как и $g_1(t)$, но сдвинутый вправо относительно импульса $g_1(t)$ на величину nT_B , если $n > 0$, или влево, если $n < 0$;

C_n – численный коэффициент, являющийся реализацией случайной величины C_n на n -интервале T_B . Величина C_n принимает два дискретных значения $h(B)$ и $-h(B)$ с вероятностью 0,5 каждое, т. е.

$$P(h) = P(-h) = 0,5. \quad (21)$$

Если в заданной реализации $c(t)$ на n -интервале передается информационный символ «1», то $c_n = h(B)$, если передается символ «0», то $c_n = -h(B)$.

3. В соответствии с сигнальным созвездием модулятора КАМ-16 изобразить графики реализаций $i(t)$ и $q(t)$ на выходе блока ФМС, соответствующие входной реализации $c(t)$. Написать аналитические выражения для случайных процессов $I(t)$ и $Q(t)$.

$$I(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} I_n \cdot g_2(t - nT_S); \quad Q(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} Q_n \cdot g_2(t - nT_S), \quad (22)$$

где $g_2(t)$ – прямоугольный импульс длительностью $T_S = 4T_B$. T_S – символьный интервал; T_B – бинарный интервал;

$$g_2(t) = \begin{cases} 1/B, & 0 \leq t \leq T_B; \\ 0/B, & t < 0, t > T_B, \end{cases} \quad (23)$$

где $g_2(t - nT_S)$ – прямоугольный импульс такой же формы, как и $g_2(t)$, но сдвинутый вправо относительно импульса $g_2(t)$ на величину nT_S , если $n > 0$, или влево, если $n < 0$;

I_n и Q_n – независимые случайные величины, заданные на символьном интервале с номером n , которые согласно сигнальному созвездию (рис. 9) принимают четыре дискретных значения $-3h$, $-h$, h , $3h$ с вероятностью 0,25 каждое, т. е.

$$P(-3h) = P(-h) = P(h) = P(3h) = 0,25. \quad (24)$$

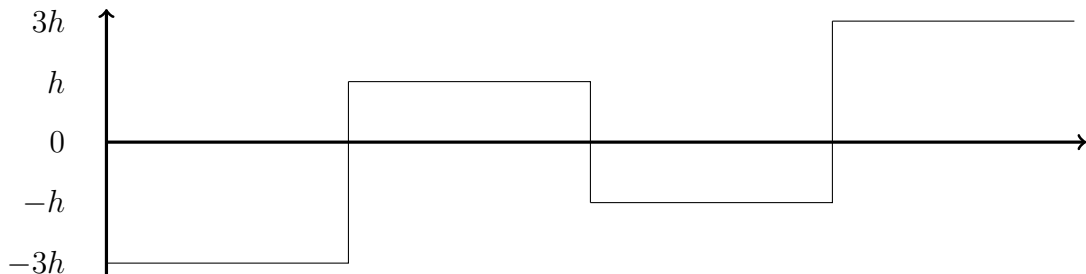


Рис. 11: График реализации $i(t)$

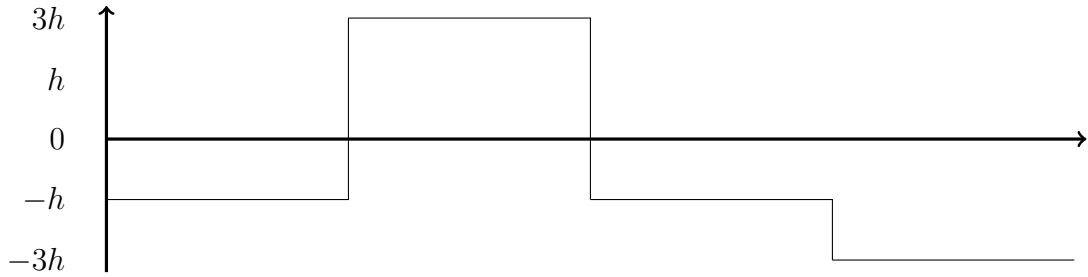


Рис. 12: График реализации $q(t)$

4. Написать аналитические выражения для корреляционной функции $B_C(\tau)$ и спектральной плотности мощности $G_C(\omega)$ входного случайного процесса $C(t)$ и построить графики этих функций.

Процесс $C(t)$ является случайным синхронным телеграфным сигналом. Его корреляционная функция имеет вид:

$$B_C(\tau) = \begin{cases} h^2(1 - \frac{|\tau|}{T}), & |\tau| \leq T \\ 0, & |\tau| > T \end{cases}, \quad (25)$$

а спектральная плотность мощности

$$G_C(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} B_C(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} B_C(\tau) \cos \omega\tau d\tau = T \cdot h^2 \cdot \frac{\sin^2(\frac{\omega T}{2})}{(\frac{\omega T}{2})^2}, \quad (26)$$

где $T = T_B$ – длительность тактового интервала.

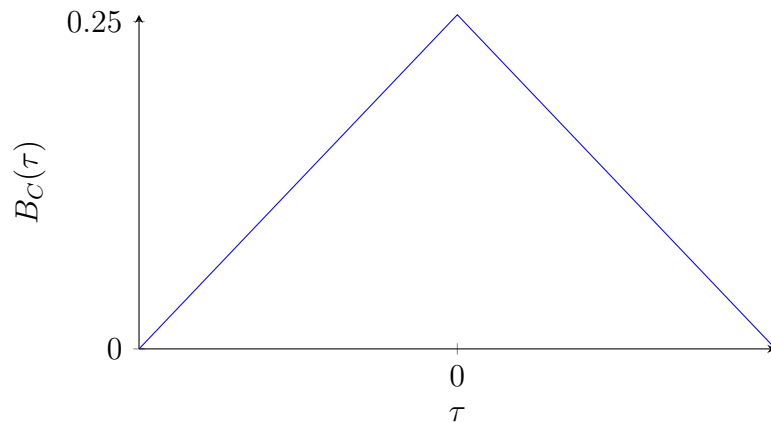


Рис. 13: График корреляционной функции $B_C(\tau)$

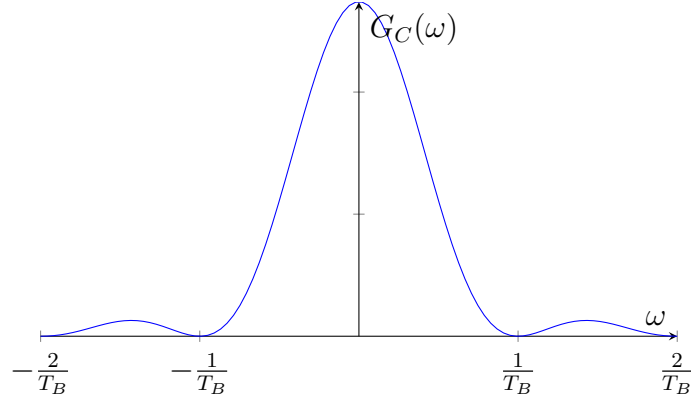


Рис. 14: График спектральной плотности мощности $G_C(\omega)$

5. Написать аналитические выражения для корреляционных функций $B_I(\tau)$ и $B_Q(\tau)$, спектральных плотностей мощности $G_I(\omega)$ и $G_Q(\omega)$ случайных процессов $I(t)$ и $Q(t)$. Построить графики этих функций.

Процессы $I(t)$ и $Q(t)$ будут иметь идентичные друг другу корреляционные функции и спектральные плотности мощности, поскольку они оба отличаются от процесса $C(t)$ лишь длительностью сигнального интервала $T_S = 4T_B$.

$$B_I(0) = B_Q(0) = D\{I(t)\} = D\{Q(t)\} \quad (27)$$

$$G_I(0) = G_Q(0) = \frac{D\{I(t)\}}{T_S} = \frac{D\{Q(t)\}}{T_S} \quad (28)$$

$$\begin{aligned} D\{I(t)\} = D\{Q(t)\} &= \sum_{n=1}^4 (i_n - \overline{I_n(t)})^2 \cdot P(i_n) \\ &= 0,25(-3h)^2 + 0,25(-h)^2 + 0,25h^2 + 0,25(3h)^2 = 5h^2 \end{aligned} \quad (29)$$

Корреляционные функции:

$$B_I(\tau) = B_Q(\tau) = \begin{cases} 5h^2(1 - \frac{|\tau|}{T_B}), & |\tau| \leq T_B \\ 0, & |\tau| > T_B \end{cases} \quad (30)$$

Энергетический спектр:

$$G_I(\omega) = G_Q(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} B_C(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau = T \cdot h^2 \cdot \frac{\sin^2(\frac{\omega T}{2})}{(\frac{\omega T}{2})^2} \quad (31)$$

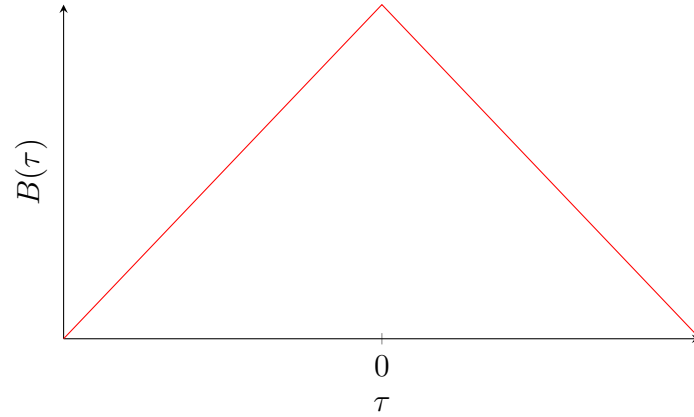


Рис. 15: График корреляционной функции $B_I(\tau)$, $B_Q(\tau)$

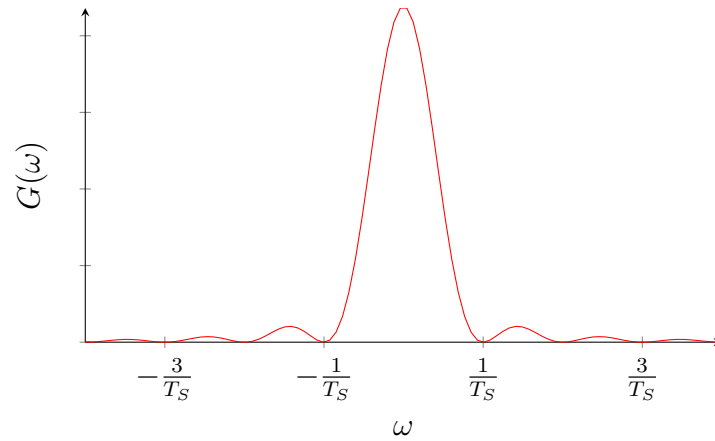


Рис. 16: График спектральной плотности мощности $G_I(\omega)$, $G_Q(\omega)$

6. Сравнить графики корреляционных функций и спектральных плотностей мощности сигналов на входе и выходе блока ФМС. Привести краткое описание результатов сравнения и, используя общие положения теории преобразования Фурье, пояснить, почему спектр выходных сигналов уже спектра входного сигнала.

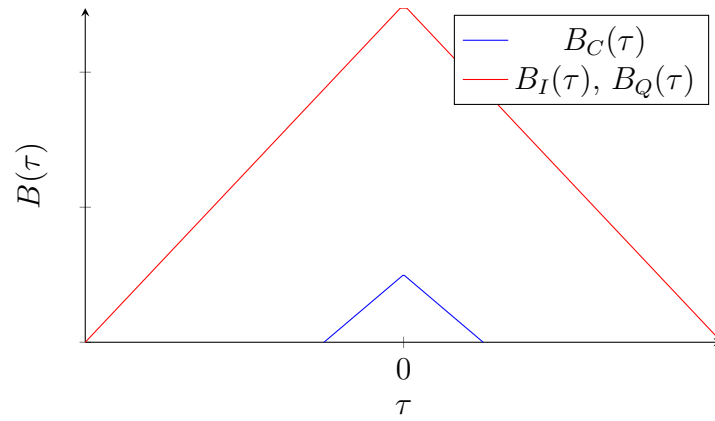


Рис. 17: Графики корреляционной функции $B_C(\tau)$ и $B_I(\tau)$

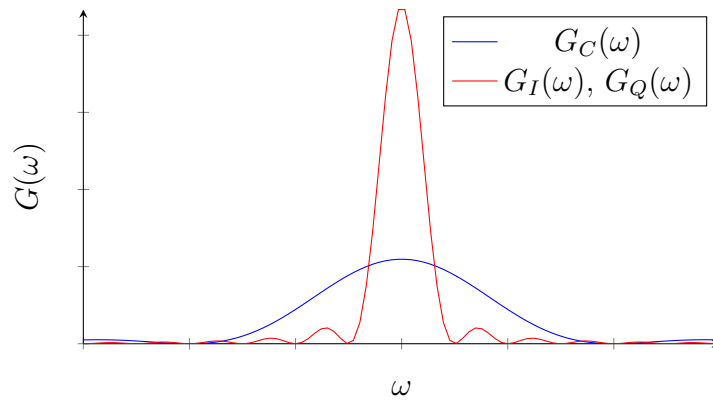


Рис. 18: График спектральной плотности мощности $G_C(\omega)$ и $G_I(\omega)$

Выходной спектр уже, поскольку функция $G(\omega)$ равна 0 при значениях $\omega = n/T$, а $T_S = 4T_B$, поэтому изгибы встречаются в 4 раза чаще.

3.5 Модулятор

В состав модулятора структурной схемы цифровой системы связи (ЦСС), рис. 1, между блоками ФМС и перемножителями входят сглаживающие формирующие фильтры СФФ, необходимые для оптимизации ЦСС в отношении межсимвольной помехи, а также инвертор и сумматор, на выходе которого получаем сигнал заданного вида модуляции.

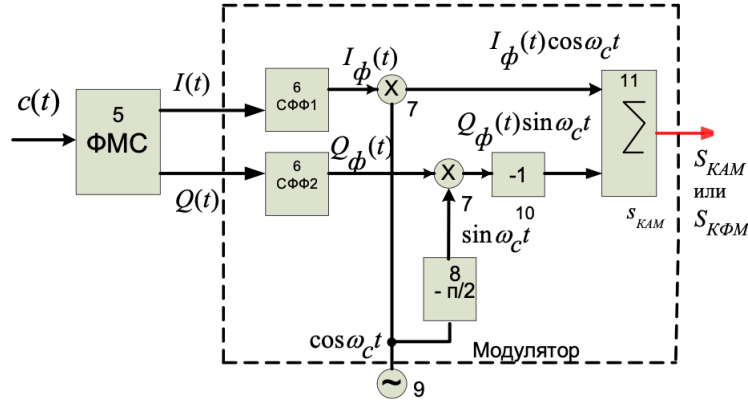


Рис. 19: Структурная схема модулятора

3.5.1 Сглаживающий формирующий фильтр

Требуется:

1. Изобразить структурную схему модулятора в составе ЦСС (рис. 19).
2. Написать аналитические выражения для сигнала $x(t)$ со «спектром приподнятого косинуса» (импульса Найквиста) и его спектральной плотности $S_x(f)$ для значений коэффициента сглаживания $0 \leq \beta \leq 1$. Изобразить графики сигналов $x(t)$ и соответствующие спектральные плотности при $0 \leq \beta \leq 1$.

Импульсы Найквиста $x(t)$ и их спектральные плотности $S_x(f)$ характеризуются следующими аналитическими выражениями:

$$x(t) = \frac{\sin(\frac{\pi \cdot t}{T})}{\frac{\pi \cdot t}{T}} \cdot \frac{\cos(\frac{\pi \beta t}{T})}{1 - \frac{4\beta^2 t^2}{T^2}}; \quad (32)$$

$$S_x(f) = \begin{cases} T, & 0 \leq |f| \leq \frac{1-f}{2T}; \\ \frac{T}{2} \cdot \left\{ 1 + \cos \left[\frac{\pi T}{\beta} \cdot \left(|f| - \frac{1-\beta}{2T} \right) \right] \right\}, & \left(\frac{1-f}{2T} \right) \leq |f| \leq \left(\frac{1+f}{2T} \right); \\ 0, & |f| > \frac{1+f}{2T}, \end{cases} \quad (33)$$

где β – коэффициент сглаживания (или ската), который может принимать значения в интервале $0 \leq \beta \leq 1$.

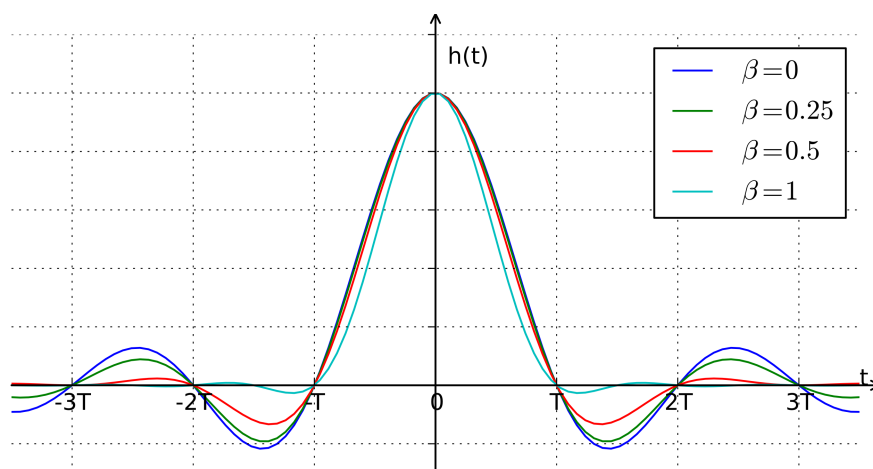


Рис. 20: График импульсов Найквиста $x(t)$

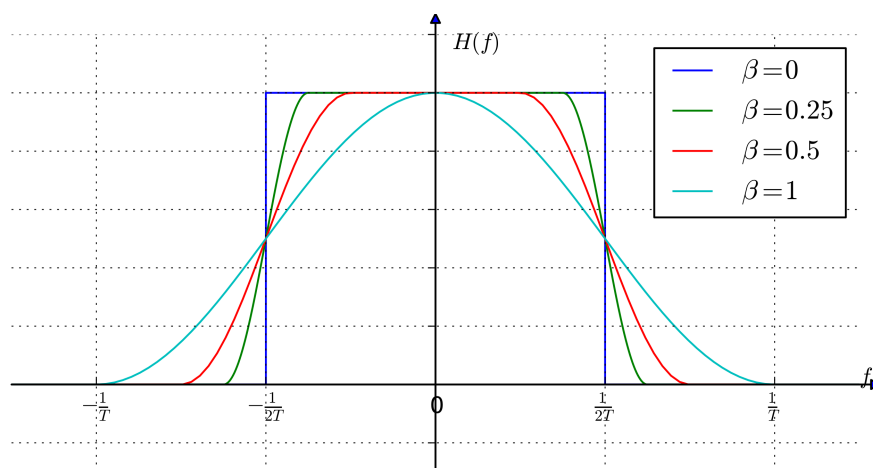


Рис. 21: График спектральных плотностей $S_x(f)$

3. На одном рисунке изобразить графики спектральных плотностей $S_x(\omega)$ и $S_{x_1}(\omega)$ сигналов $x(t)$ и $x_1(t)$, где $x(t)$ – импульс Найквиста при коэффициенте сглаживания $\beta = 1$; $x_1(t)$ – импульс со спектральной плотностью $S_{x_1}(\omega) = \sqrt{S_x(\omega)}$.

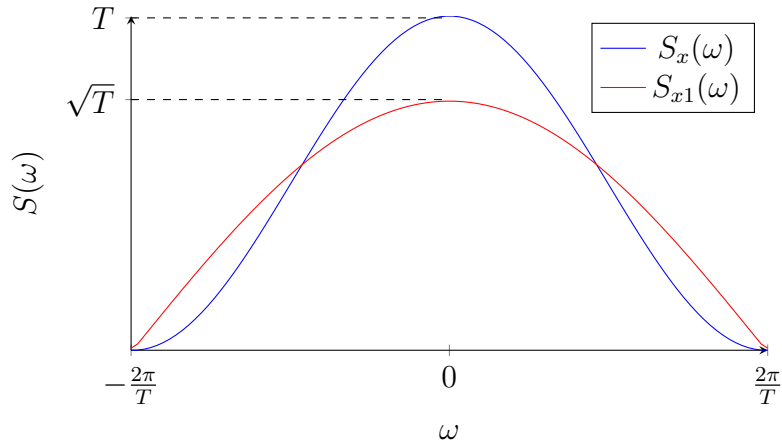


Рис. 22: Графики спектральных плотностей $S_x(\omega)$ и $S_{x1}(\omega)$ сигналов $x(t)$ и $x_1(t)$

4. На одном рисунке изобразить графики импульсов $x(t)$ и $x_1(t)$.

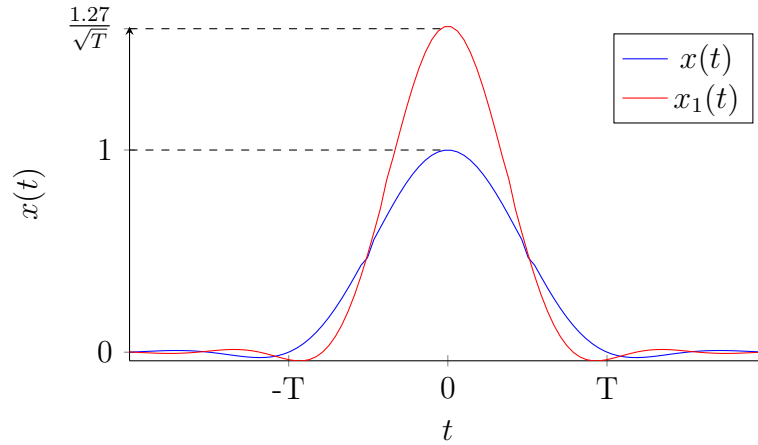


Рис. 23: Импульс Найквиста $x(t)$ и искомый импульс $x_1(t)$

5. Написать аналитические выражения для случайных процессов $I_\phi(t)$ и $Q_\phi(t)$.

$$I_\phi(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} I_n g_3(t - nT), \quad (34)$$

где i_n – детерминированная величина, которая является реализацией случайной величины I_n . Величины i_n в выражениях для $i(t)$

и $i_\phi(t)$ принимают одинаковые значения на соответствующих символических интервалах T .

$$Q_\phi(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} Q_n g_3(t - nT), \quad (35)$$

где $I_n(t)$ и $Q_n(t)$ – независимые случайные величины, принимающие известные дискретные значения с заданными вероятностями, какие они имеют в формулах (22);

$g_3(t) = x_{1n}(t - 3T)$ – детерминированный импульс, спектральная плотность которого выражается через спектральную плотность импульса Найквиста.

6. Написать аналитические выражения для корреляционных функций и спектральных плотностей мощности случайных процессов $I_\phi(t)$ и $Q_\phi(t)$ и построить графики этих функций.

$$B_{I_\phi}(\tau) = \frac{\overline{I_n^2}}{1,27^2} \cdot x(\tau), \quad (36)$$

где $\overline{I_n^2} = 5h^2$ для КАМ-16;

$x(\tau)$ – импульс Найквиста при значении $\beta = 1$.

Так как случайный процесс $Q_\phi(t)$ на выходе нижнего сглаживающего формирующего фильтра (СФФ) имеет такие же вероятностные характеристики, как и процесс $I_\phi(t)$, то можно написать следующие равенства:

$$B_{Q_\phi}(\tau) = B_{I_\phi}(\tau); G_{Q_\phi}(\omega) = G_{I_\phi}(\omega). \quad (37)$$

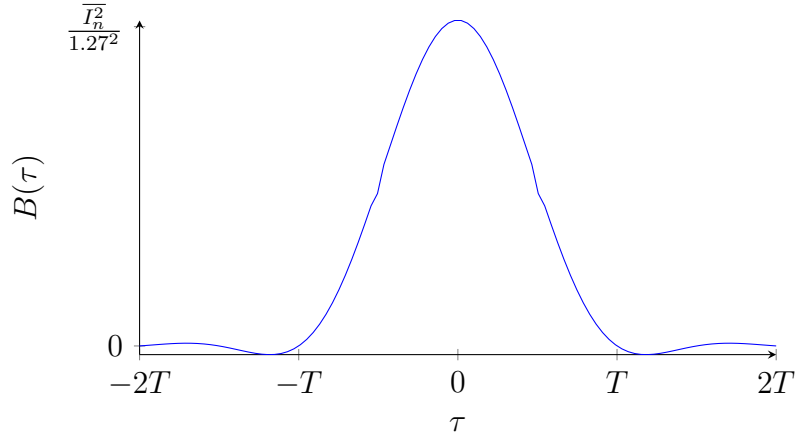


Рис. 24: График корреляционных функций $B_{I_\phi}(\tau)$ и $B_{Q_\phi}(\tau)$ случайных процессов $I_\phi(t)$ и $Q_\phi(t)$

$$G_{I_\phi}(\omega) = \begin{cases} \frac{\overline{I_n^2}}{1,27^2} \cdot \frac{T}{2} \left[1 + \cos\left(\omega \frac{T}{2}\right) \right], & |\omega| \leq \frac{2\pi}{T}; \\ 0, & |\omega| > \frac{2\pi}{T}. \end{cases} \quad (38)$$

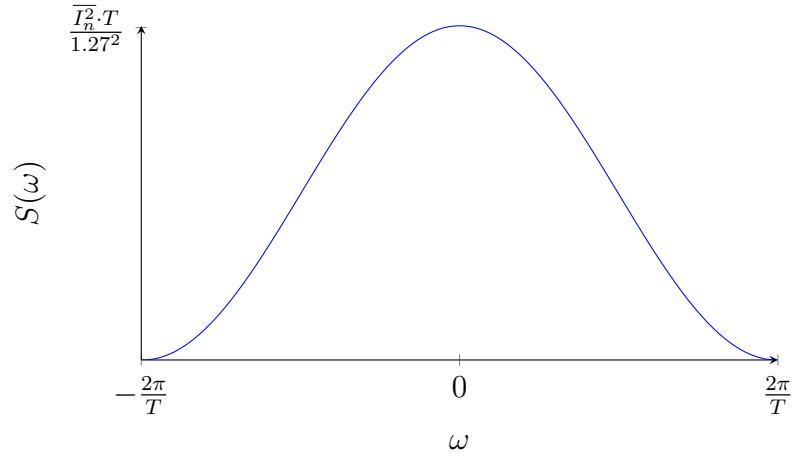


Рис. 25: График спектральных плотностей мощности $G_{I_\phi}(\omega)$ и $G_{Q_\phi}(\omega)$

3.5.2 Блоки перемножителей, инвертор, сумматор

Требуется:

1. Написать аналитические выражения для корреляционных функций $B_{I_\phi \cos}(\tau)$ и $B_{Q_\phi \sin}(\tau)$ случайных сигналов $I_\phi(t) \cdot \cos(\omega_C t + \varphi_C)$ и $Q_\phi(t) \cdot \sin(\omega_C t + \varphi_C)$ на выходах перемножителей, где φ_C – случайная фаза с равномерной плотностью вероятности на интервале $0 \dots 2\pi$. Случайная фаза φ_C не зависит от случайных процессов $I_\phi(t)$ и $Q_\phi(t)$.

$$B_{I_\phi \cos}(\tau) = B_{Q_\phi \sin}(\tau) = \frac{1}{2} B_{I_\phi}(\tau) \cdot \cos \omega_C \tau, \quad (39)$$

где $\tau = (t_2 - t_1)$.

2. Написать аналитические выражения для корреляционных функций $B_S(\tau) = B_{I_\phi}(\tau) \cdot \cos \omega_C \tau = B_{Q_\phi}(\tau) \cdot \cos \omega_C \tau$ и для спектральной плотности мощности $G_S(\omega)$ сигнала $S(t)$ на выходе сумматора. Построить графики этих функций.

$$B_S(\tau) = \overline{I_n^2} \cdot \frac{1}{1, 27^2} \cdot x(\tau) \cdot \cos \omega_C \tau, \quad (40)$$

где $x(\tau)$ – импульс Найквиста, определяемый (32) при $\beta = 1$ (рис. 20);

$\overline{I_n^2} = 5h^2$ для КАМ-16.

Спектральная плотность мощности $G_S(\omega)$ случайного сигнала $S(t)$ в соответствии с теоремой Винера – Хинчина определяется через преобразование Фурье корреляционной функции $B_S(\tau)$. Используя (40), получим:

$$\begin{aligned} G_S(\omega) &= \int_{-\infty}^{\infty} B_{I_\phi \cos}(\tau) \cdot e^{-i\omega\tau} d\tau = \overline{I_n^2} \cdot \frac{1}{1, 27^2} \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau) \cdot \cos \omega_C \tau \cdot e^{-i\omega\tau} d\tau \\ &= \frac{1}{2} \cdot \frac{\overline{I_n^2}}{1, 27^2} [S_x(\omega - \omega_C) + S_x(\omega + \omega_C)], \end{aligned} \quad (41)$$

Учитывая, что функция $S_x(\omega)$ импульса Найквиста $x(t)$ при значении $\beta = 1$ и $f = \frac{\omega}{2\pi}$ равна

$$S_x(\omega) = \begin{cases} \frac{T}{2} \left(1 + \cos \frac{T}{2} \omega \right), & |\omega| \leq \frac{2\pi}{T}; \\ 0, & |\omega| > \frac{2\pi}{T}. \end{cases} \quad (42)$$

Спектральная плотность $G_S(\omega)$ на выходе сумматора будет равна удвоенной спектральной плотности $G_{I_\phi \cos}(\omega)$.

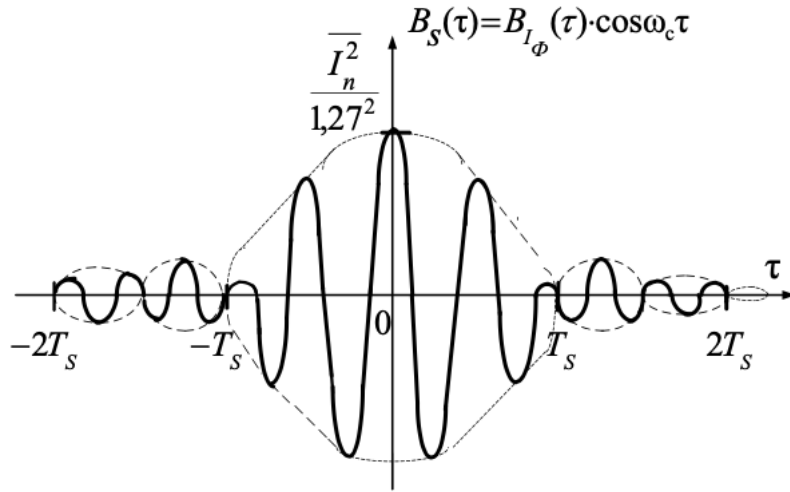


Рис. 26: График корреляционной функции $B_S(\tau)$

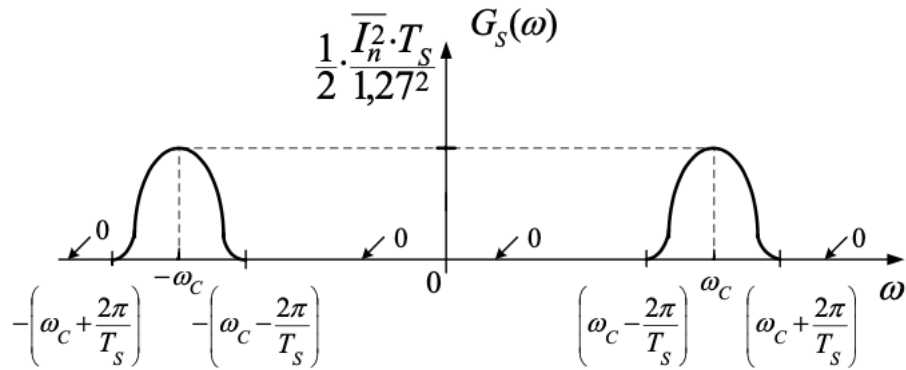


Рис. 27: Спектральные плотности мощности $G_S(\omega)$

3.6 Непрерывный канал

Передача сигнала $S(t)$ происходит по непрерывному неискажающему каналу с постоянными параметрами в присутствии аддитивной помехи $n(t)$ типа гауссовского белого шума. Сигнал $Z(t)$ на выходе такого канала имеет вид

$$Z(t) = \mu \cdot S(t) + n(t), \quad (43)$$

где $\mu = 1$ – коэффициент передачи канала.

Односторонняя спектральная плотность мощности помехи $n(t)$ равна $N_0 = 2,3 \cdot 10^{-7} B^2 / \Gamma_{\mathcal{U}}$.

Требуется:

1. Определить минимальную ширину полосы частот F_k непрерывного канала, необходимую для передачи по каналу сигнала $S(t)$ с выхода модулятора.

$$\begin{aligned} T_B &= \frac{\Delta t}{2k} = 2 \text{ мкс} \\ T_S &= 4 \cdot T_B = 4 \cdot 2 = 8 \text{ мкс} \end{aligned} \quad (44)$$

$$F_k = 4 \cdot \frac{1}{T_S} = 4 \cdot \frac{1}{8 \cdot 10^{-6}} = 5 \cdot 10^5 \text{ Гц} \quad (45)$$

2. Определить P_c – среднюю мощность информационного сигнала $\mu \cdot S(t)$ на выходе канала.

$$P_c = \frac{E_{cp}}{T_S} = h^2 = 1 \text{ В}^2 \quad (46)$$

3. Определить P_n – среднюю мощность помехи $n(t)$ на выходе канала и найти отношение P_c/P_n .

$$P_n = N_0 \cdot F_k = 2,3 \cdot 5 \cdot 10^{-2} = 0,115 \text{ В}^2 \quad (47)$$

$$P_c/P_n = 1/0,115 = 8,7 \quad (48)$$

4. Рассчитать пропускную способность C (за секунду) непрерывного канала.

$$C = F_k \log_2 \left(1 + \frac{P_c}{P_n} \right) = 5 \cdot 10^5 \cdot \log_2(1 + 8,7) = 1,64 \text{ Мбит/с} \quad (49)$$

3.7 Демодулятор

Требуется:

1. Изобразить структурную схему когерентного демодулятора, оптимального по критерию максимального правдоподобия для заданного сигнала квадратурной модуляции.

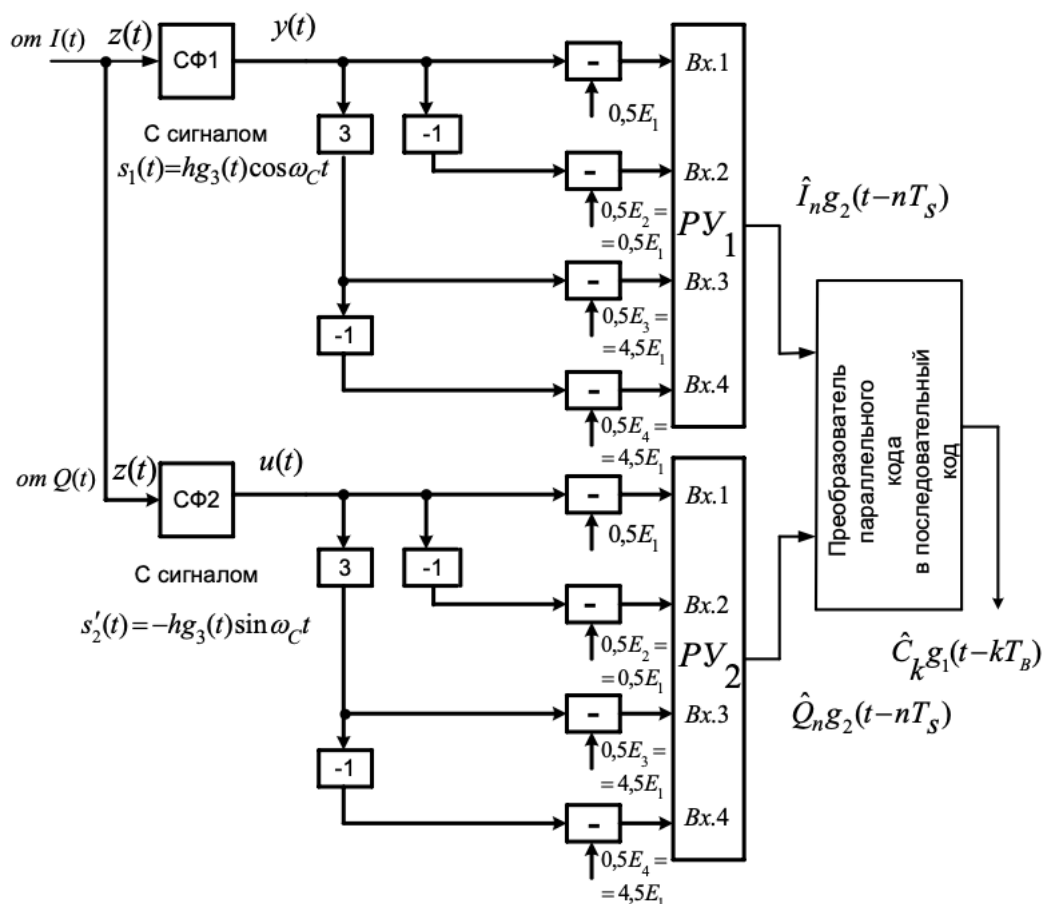


Рис. 28: Структурная схема когерентного демодулятора для сигнала КАМ-16

2. Написать алгоритмы работы решающих устройств РУ1 и РУ2 в составе когерентного демодулятора.

В момент окончания каждого символьного интервала длительностью T_S решающее устройство определяет номер входа, на котором напряжение максимально, и формирует соответствующий дибит в параллельном формате.

3. Определить вероятности ошибок на выходах РУ1 и РУ2 при значениях символов I_n и Q_n , равных h , $-h$, $3h$, $-3h$, когда $h = 1$ В.

Передаваемая величина ИС	Вероятность ошибки в РУ
$I_n = Q_n = \pm h$	$p(ош) = 2Q\sqrt{\frac{2E_1}{N_0}}$
$I_n = Q_n = \pm 3h$	$p(ош) = Q\sqrt{\frac{2E_1}{N_0}}$

4. На четырех символьных интервалах длительностью T_S нарисовать сигналы на выходах РУ1 и РУ2 демодулятора, соответствующие сигналам на выходе блока ФМС, которые поступают на два входа преобразователя параллельного кода в последовательный код. Под двумя построенными графиками, используя сигнальное созвездие для заданного вида модуляции, изобразить график сигнала на выходе преобразователя кода в виде соответствующей последовательности прямоугольных импульсов на входе блока ФМС длительностью T_B .

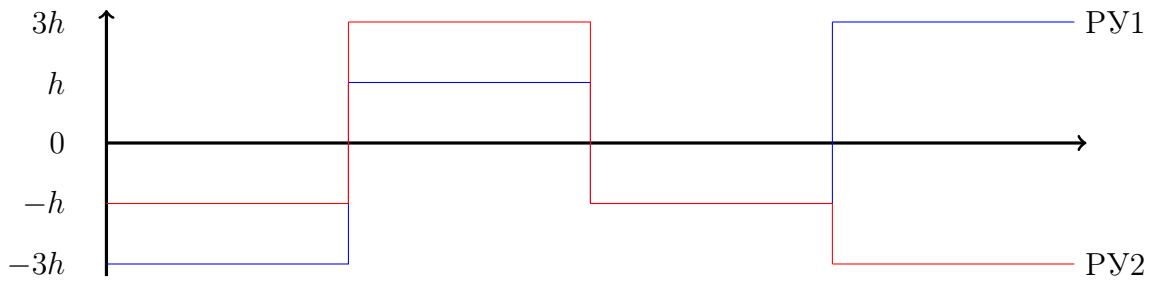


Рис. 29: Сигналы на входе ФМС

Сопоставив значения графика с рис. 9 получим:

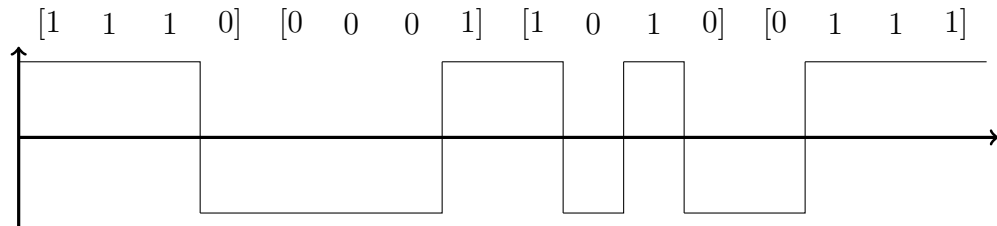


Рис. 30: Сигнал на выходе преобразователя кода

5. Определить вероятности ошибок

$$p_{I_n = h \atop Q_n = h}(ош.n); p_{I_n = 3h \atop Q_n = 3h}(ош.n); p_{I_n = h \atop Q_n = 3h}(ош.n) \quad (50)$$

на выходе преобразователя параллельного кода в последовательный код, где $p_{I_n=h}^{Q_n=h}(ош.n)$ – обозначение вероятности ошибочного приема, если $I_n = h$, $Q_n = h$.

$$E_1 = \frac{h^2 \cdot T}{2 \cdot 1,27^2} = 2,48 \cdot 10^{-6} \quad (51)$$

$$Q \sqrt{\frac{2E_1}{N_0}} = Q(4,64) \approx 34 \cdot 10^{-7} \quad (52)$$

$$\begin{aligned} p_{I_n=h}^{Q_n=h}(ош.n) &= p_{I_n=h}(ош) + p_{Q_n=h}(ош) - p_{I_n=h}(ош) \cdot p_{Q_n=h}(ош) \\ &= 13,6 \cdot 10^{-6} \\ p_{I_n=3h}^{Q_n=3h}(ош.n) &= p_{I_n=3h}(ош) + p_{Q_n=3h}(ош) - p_{I_n=3h}(ош) \cdot p_{Q_n=3h}(ош) \\ &= 6,8 \cdot 10^{-6} \\ p_{I_n=h}^{Q_n=3h}(ош.n) &= p_{I_n=h}(ош) + p_{Q_n=3h}(ош) - p_{I_n=h}(ош) \cdot p_{Q_n=3h}(ош) \\ &= 10^{-5} \end{aligned} \quad (53)$$

6. Определить среднюю вероятность ошибки на выходе преобразователя при условии, что имеют место равенства:

$$\begin{aligned} p_{I_n=h}^{Q_n=h}(ош.n) &= p_{I_n=-h}^{Q_n=h}(ош.n) = p_{I_n=h}^{Q_n=-h}(ош.n) = p_{I_n=-h}^{Q_n=-h}(ош.n); \\ p_{I_n=3h}^{Q_n=3h}(ош.n) &= p_{I_n=-3h}^{Q_n=3h}(ош.n) = p_{I_n=3h}^{Q_n=-3h}(ош.n) = p_{I_n=-3h}^{Q_n=-3h}(ош.n); \\ p_{I_n=h}^{Q_n=3h}(ош.n) &= p_{I_n=-h}^{Q_n=3h}(ош.n) = p_{I_n=h}^{Q_n=-3h}(ош.n) = p_{I_n=-h}^{Q_n=-3h}(ош.n) = \\ p_{I_n=3h}^{Q_n=h}(ош.n) &= p_{I_n=-3h}^{Q_n=h}(ош.n) = p_{I_n=3h}^{Q_n=-h}(ош.n) = p_{I_n=-3h}^{Q_n=-h}(ош.n); \end{aligned} \quad (54)$$

Средняя вероятность ошибки на выходе преобразователя:

$$p_{cp} = \frac{p_{I_n=h}^{Q_n=h}(ош.n) + p_{I_n=3h}^{Q_n=3h}(ош.n) + 2p_{I_n=h}^{Q_n=3h}(ош.n)}{4} = 10^{-5} \quad (55)$$

3.8 Декодер

Декодер формирует из непрерывной последовательности кодовых символов, поступающих с выхода демодулятора (возможно, с ошибками), выходную непрерывную последовательность декодированных кодовых символов, в которых ошибки частично либо полностью исправлены.

По каналу передавался код $\bar{u} = 11100001101001111110110000$. Ошибка произошла на тактовом интервале $q = 3$. Таким образом, на вход декодера поступает последовательность $\bar{Z} = 11\overset{\times}{0}00001101001111110110000$. Крестиком обозначен ошибочно принятый символ.

3.8.1 Диаграмма декодера

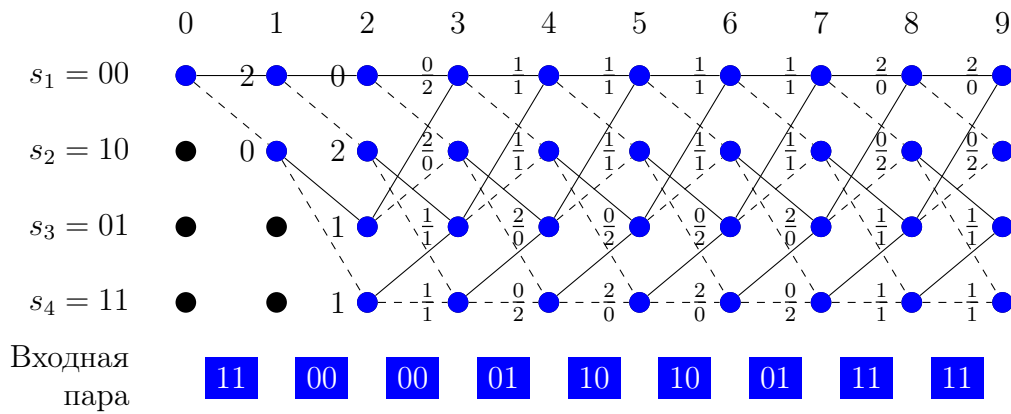


Рис. 31: Решетка декодера

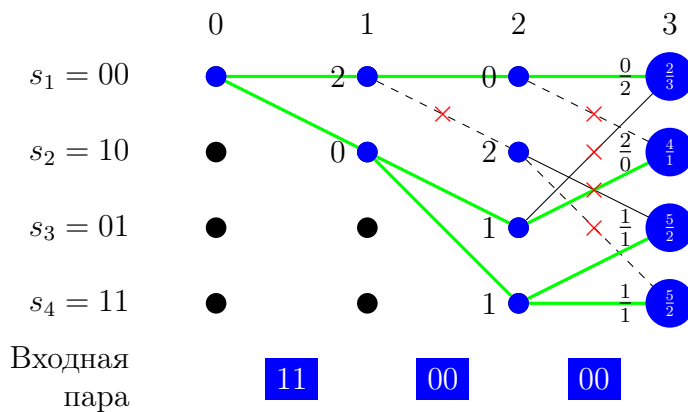


Рис. 32: Сегмент решетки декодера от $t = 0$, до $t = 3$

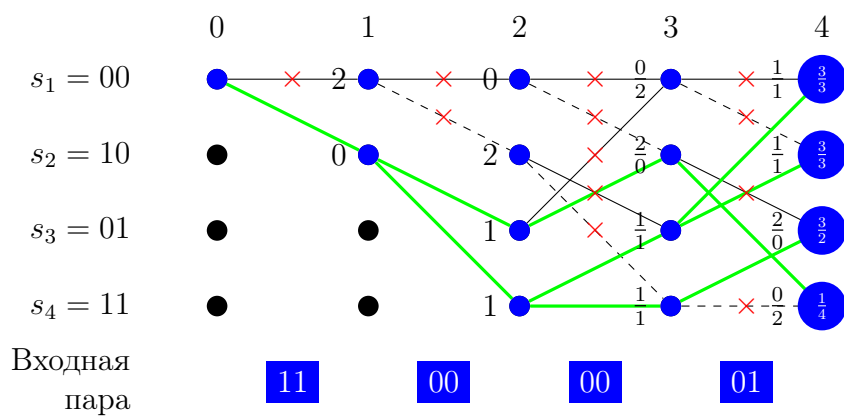


Рис. 33: Сегмент решетки декодера от $t = 0$, до $t = 4$

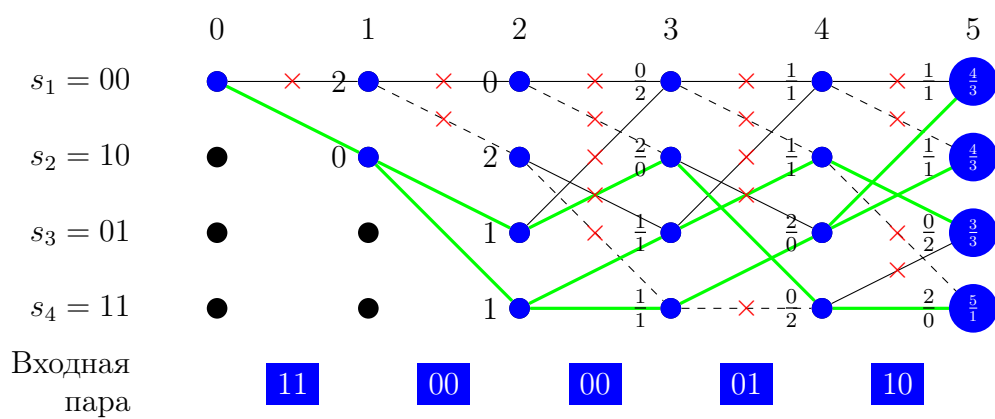


Рис. 34: Сегмент решетки декодера от $t = 0$, до $t = 5$

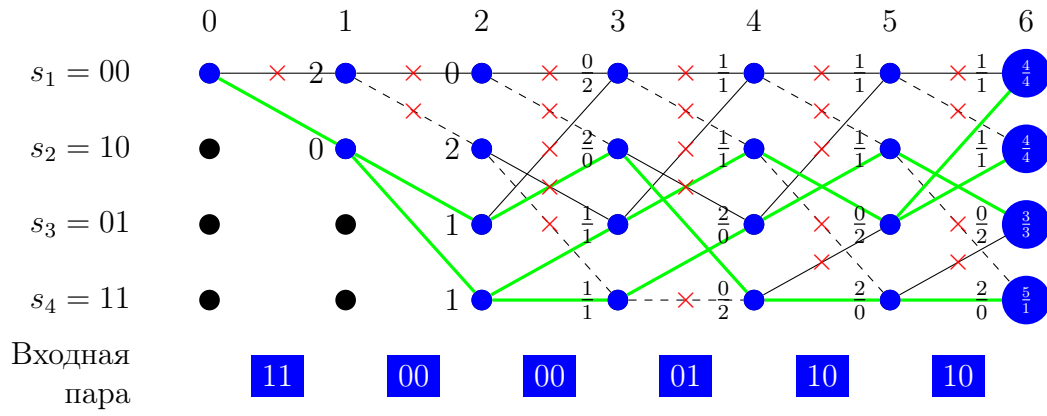


Рис. 35: Сегмент решетки декодера от $t = 0$, до $t = 6$

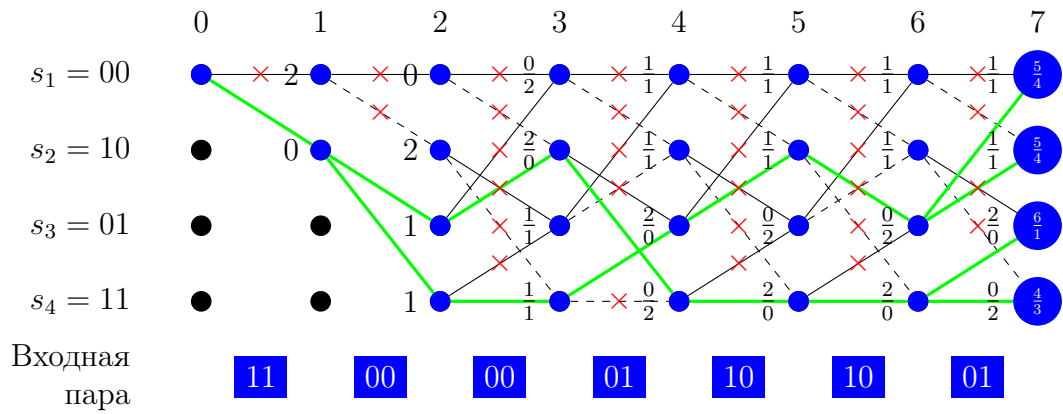


Рис. 36: Сегмент решетки декодера от $t = 0$, до $t = 7$

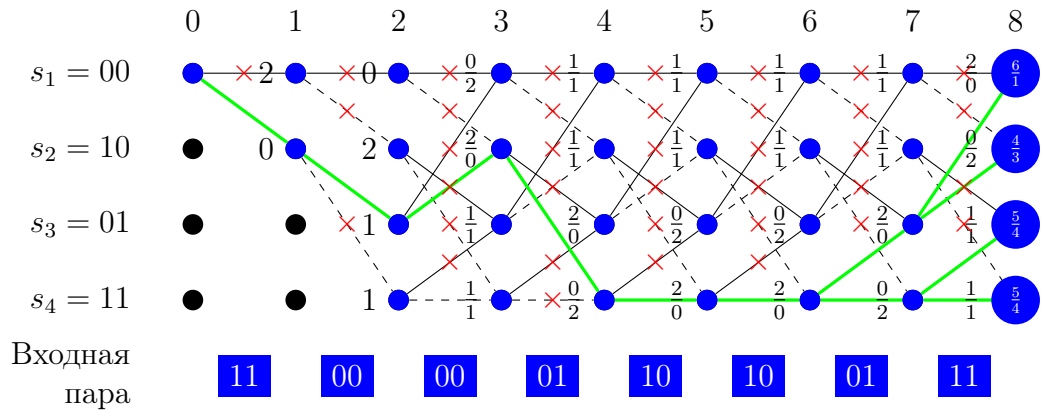


Рис. 37: Сегмент решетки декодера от $t = 0$, до $t = 8$

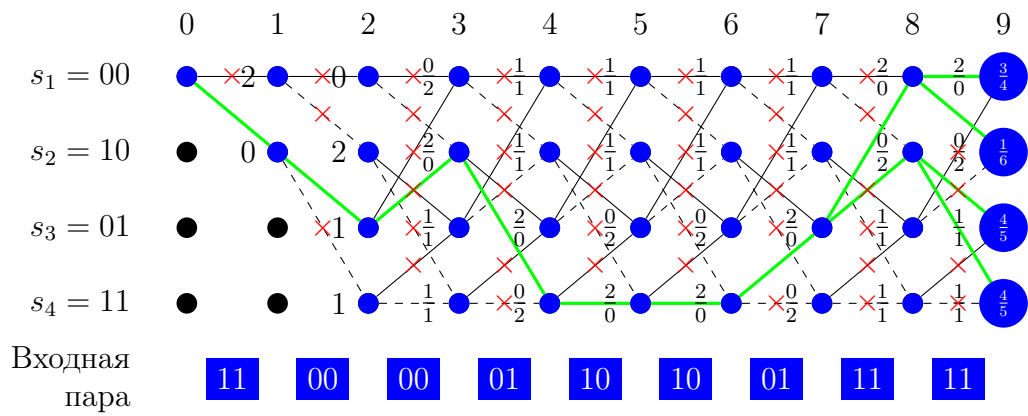


Рис. 38: Сегмент решетки декодера от $t = 0$, до $t = 9$

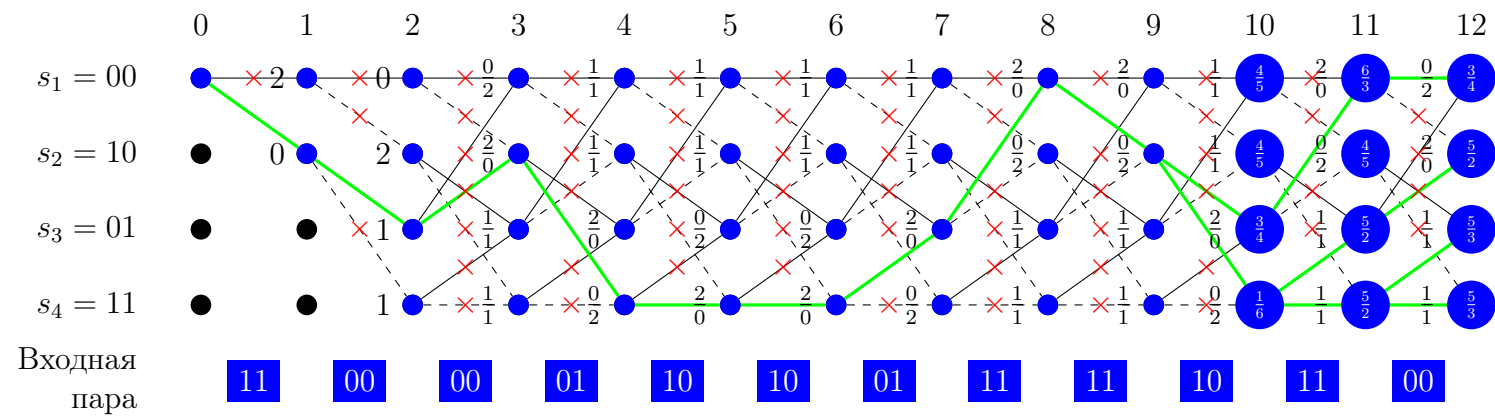


Рис. 39: Полная решетка декодера

Наложив полученный путь на решетку кодера, узнаем декодированное слово. $\overline{m}_{получ} = 101111001$