

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ  
**«Санкт-Петербургский государственный университет  
телекоммуникаций им. проф. М. А. Бонч-Бруевича»**

Факультет инфокоммуникационных сетей и систем

Кафедра теоретических основ связи и радиотехники

Расчёт основных характеристик цифровой системы связи с  
использованием квадратурной модуляции

Учебная дисциплина «Теория электрической связи»

Курсовая работа

Студент группы ИКТО-91 Копыл А. В.  
зачетная книжка № 1905141

Руководитель \_\_\_\_\_

Санкт-Петербург 2021

Цель курсовой работы – изучить и разработать систему цифровой связи, оптимальную в отношении флуктуационной помехи и исключающую появления межсимвольной помехи.

## 1 Структурная схема системы цифровой связи

Система связи предназначена для передачи аналоговых сообщений по цифровому каналу связи.

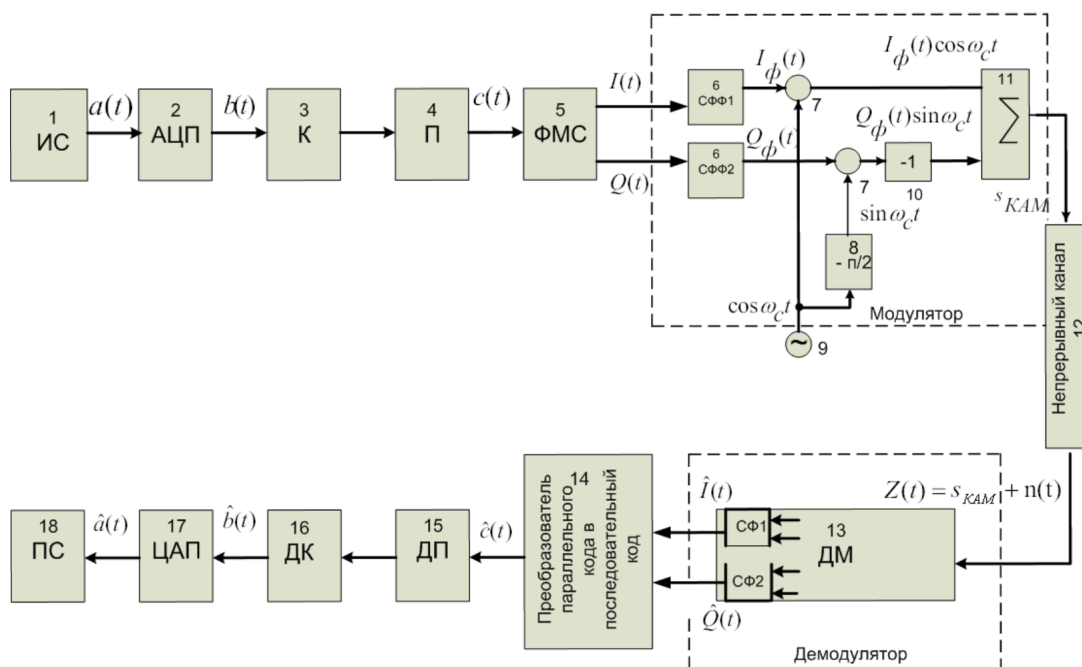


Рис. 1: Структурная схема цифровой системы связи

В систему входят следующие функциональные узлы с последующими назначениями:

1. Источник сообщений – создает реализации  $a(t)$  случайного процесса  $A(t)$ .
2. Аналого-цифровой преобразователь – преобразует аналоговый сигнал от источника сообщения в последовательность двоичных отсчетов  $b(t)$ .

3. Кодер – включает в цифровой поток от АЦП дополнительные символы, предназначенные для повышения помехоустойчивости системы связи;
4. Формирователь модулирующих символов – служит для получения модулирующих сигналов  $I(t)$  и  $Q(t)$ , соответствующих заданному виду модуляции;
5. Сглаживающие формирующие фильтры (СФФ1, СФФ2);
6. Перемножители – для получения БМ сигналов: синфазного  $I(t) \cos \omega_C t$  и квадратурного  $Q(t) \sin \omega_C t$ .
7. Фазовращатель – для получения второго несущего колебания, ортогонального по отношению к первому;
8. Генератор гармонических колебаний – для получения несущего колебания;
9. Инвертор;
10. Сумматор – для объединения синфазного и квадратурного сигналов в единый сигнал с квадратурной модуляцией  $S_{КАМ}(t) = I(t) \cos \omega_C t + Q(t) \sin \omega_C t$ ;
11. Непрерывный канал – среда распространения сигнала  $S_{КАМ}(t)$ ;
12. Демодулятор – для анализа приходящего сигнала, искаженного помехами, и принятии решения о переданном сообщении;
13. Преобразователь параллельного кода в последовательный код – для преобразования сигнала с выхода демодулятора в последовательный формат кодовых комбинаций;
14. Декодер – для исправления части ошибок, возникших при приёме сообщения  $\hat{b}(t)$  вследствие влияния помех;
15. Цифро-аналоговый преобразователь – для восстановления аналоговой формы сигнала  $\hat{a}(t)$  из его цифрового представления;
16. Получатель сообщений.

## 2 Исходные данные

$$m = 41$$

Предельные уровни аналогового сигнала $a_{мин}$ , $a_{макс}$ (В)	$a_{макс} = 25,6$ В; $a_{мин} = -25,6$ В	Внести свои данные
Верхняя частота спектра аналогового сигнала $f_B$	$f_B = (1 + m \cdot 10^{-2}) \cdot 10^4$	$f_B = 14100$
Заданный уровень квантования	$j = 500 - 3 \cdot m$	377
Спектральная плотность мощности флуктуационной помехи	41	$N_0 = 2,3 \cdot 10^{-7} B^2 / \Gamma_{\mathcal{U}}$
q – номер тактового интервала ошибки	$q = m \bmod 3 + 1$	$q = 3$
Вид модуляции	КАМ-16	

## 3 Расчет составляющих системы цифровой связи

### 3.1 Источник сообщений

Источник сообщения (ИС) вырабатывает реализации  $a(t)$  стационарного случайного процесса  $A(t)$ , типа квазирозового шума с параметрами  $a_{мин}$ ,  $a_{макс}$  и  $f_B$ . Мгновенные значения сообщения равновероятны в интервале от значения  $a_{мин}$  и до значения  $a_{макс}$ .

Требуется:

1. Написать аналитические выражения для плотности вероятности  $w(a)$  мгновенных значений сообщения, функции распределения  $F(a)$  и построить их графики (рис. 2).

$$w(a) = \frac{1}{a_{макс} - a_{мин}} = \frac{1}{\Delta} = \frac{1}{25,6 + 25,6} = 0,02$$

$$F(a) = \int_{-\infty}^a w(a) da = \int_{a_{мин}}^a \frac{1}{\Delta} da = \begin{cases} 1, & a > a_{макс} \\ \frac{a - a_{мин}}{\Delta}, & a_{мин} \leq a \leq a_{макс} \\ 0, & a < a_{мин} \end{cases}$$

где  $\Delta = a_{\max} - a_{\min} = 51,2 B$ .

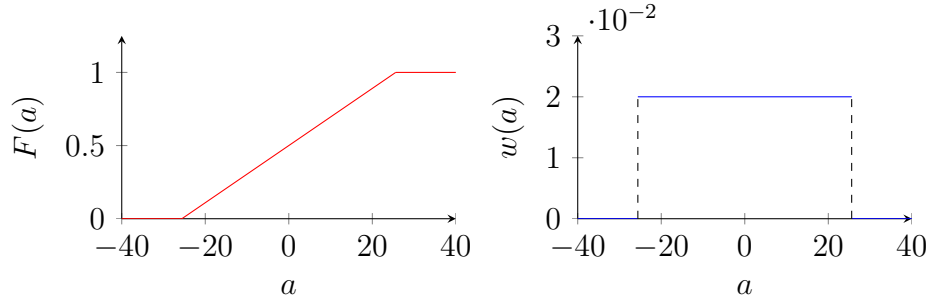


Рис. 2: Графики функции распределения и плотности вероятности

2. Рассчитать математическое ожидание  $\overline{A(t)}$  и дисперсию  $D\{A(t)\}$  сообщения  $A(t)$ .

$$\overline{A(t)} = \int_{-\infty}^{\infty} a \cdot w(a) da = \int_{a_{\min}}^{a_{\max}} a \frac{1}{a_{\max} - a_{\min}} da = \frac{a^2}{2\Delta} \Big|_{a_{\min}}^{a_{\max}} = \frac{a_{\max}^2 - a_{\min}^2}{2\Delta} = 0$$

$$\begin{aligned} D\{A(t)\} &= \int_{-\infty}^{\infty} (a - \overline{A(t)})^2 w(a) da = \int_{a_{\min}}^{a_{\max}} a^2 w(a) da \\ &= \frac{a^3}{3\Delta} \Big|_{a_{\min}}^{a_{\max}} = \frac{a_{\min}^2 + a_{\max} a_{\min} + a_{\max}^2}{3} = 218,5 \end{aligned}$$

3. Написать аналитическое выражение для спектральной плотности мощности  $G_A(f)$  сообщения  $A(t)$  и построить график (рис. 3).

$$G_A(f) = \frac{D\{A(t)\}}{2f_B} = \frac{218,5}{2 \cdot 1,41 \cdot 10^4} = 7,7 \text{ мВ}^2/\Gamma\text{ц}$$

$$G_A(f) = \begin{cases} 7,7 \text{ мВ}^2/\Gamma\text{ц}, & |f| \leq f_B \\ 0, & |f| > f_B \end{cases}$$

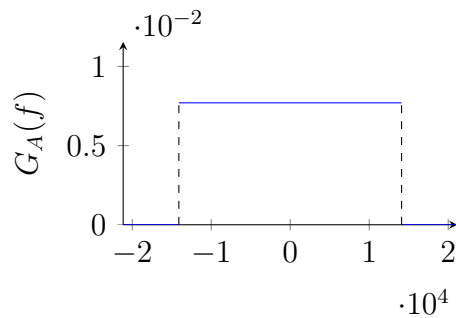


Рис. 3: График спектральной плотности мощности

4. Найти аналитическое выражение для корреляционной функции  $B_A(\tau)$  сообщения  $A(t)$  и построить график (рис. 4). По форме графика  $B_A(\tau)$  определить, является ли сообщение  $A(t)$  эргодическим случайным процессом или не является таковым.

$$\begin{aligned}
 B_A(\tau) &= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{G_A(f)}{2} e^{j2\pi f\tau} df = \int_{-f_B}^{f_B} \frac{G_A}{2} \cos 2\pi f\tau df \\
 &= \frac{G_A}{2} \frac{\sin 2\pi f\tau}{2\pi\tau} \Big|_{-f_B}^{f_B} = G_A \frac{\sin 2\pi f_B \tau}{2\pi\tau}
 \end{aligned}$$

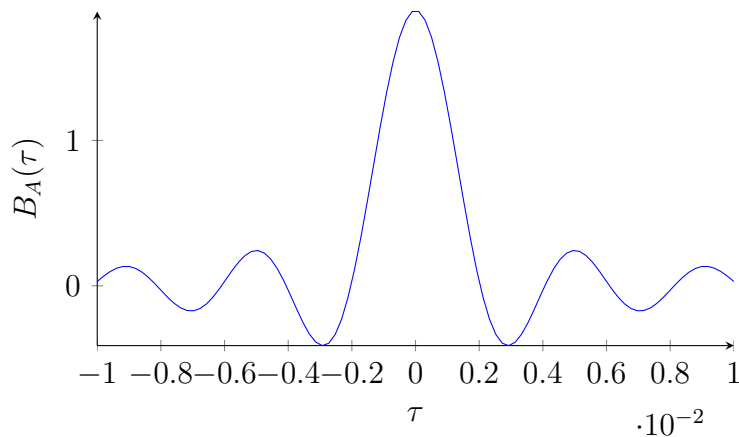


Рис. 4: График корреляционной функции  $B_A(\tau)$

### 3.2 Аналого-цифровой преобразователь

Аналого-цифровой преобразователь (АЦП) преобразует реализации аналогового (непрерывного) сообщения  $A(t)$  в цифровую форму, в поток

двоичных символов: нулей и единиц, т. е. в последовательность прямоугольных импульсов, где «0» имеет нулевое напряжение, а «1» – прямоугольный импульс положительной полярности. Амплитуда импульсов  $U$  равна 1 В.

Преобразование аналогового сигнала в цифровую форму осуществляется в три этапа.

На первом этапе производится дискретизация реализации  $a(t)$  сообщения  $A(t)$  по времени. В моменты времени  $t_i$  берутся непрерывные по уровню отсчеты  $a(t_i)$  мгновенных значений реализации  $a(t)$ . Расстояние между отсчетами равно интервалу  $\Delta t$ , величина которого определяется в соответствии с теоремой Котельникова:

$$\Delta t \leq \frac{1}{2f_B}; f_d = \frac{1}{\Delta t} \geq 2f_B$$

где  $f_d$  – частота дискретизации.

На втором этапе выполняется квантование точных отсчетов  $a(t_i)$  по уровню. Для этого интервал  $\Delta$ , равный разности  $\Delta = a_{\max} - a_{\min}$ , разбивается на уровни квантования с постоянным шагом  $\Delta a = 0,1 \text{ В}$ . Уровни квантования нумеруются целыми числами  $0, 1, 2, 3, \dots, L - 1$ . Нумерация уровней начинается с уровня, которому соответствует значение  $a_{\min}$ , и заканчивается на уровне, которому соответствует значение  $a_{\max}$ . Обычно величина шага квантования  $\Delta a$  выбирается так, чтобы число уровней квантования  $L$  можно было представить в виде  $L = 2^k$ , где  $k$  – целое число.

Каждый аналоговый отсчет  $a(t_i)$  заменяется значением ближайшего к нему уровня квантования  $j$  в виде целого числа, удовлетворяющего неравенству  $0 \leq j \leq L - 1$ . Получаем квантованный отсчет  $j_{10}(t_i)$  в виде целого числа в десятичной форме счисления.

На третьем этапе число  $j_{10}(t_i)$  в десятичной форме переводится в двоичную форму счисления  $j_2(t_i)$  в виде последовательности  $k$  двоичных символов и на выходе АЦП появляется сигнал в виде двоичной цифровой последовательности из  $k$  информационных символов.

Требуется:

1. Рассчитать интервал дискретизации  $\Delta t$  для получения непрерывных отсчетов  $a(t_i)$  реализации  $a(t)$ ,  $t_i = i \cdot \Delta t$ ,  $i = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$

$$\Delta t \leq \frac{1}{2f_B} = \frac{1}{2 \cdot 14100} = 3,546 \cdot 10^{-5} \text{ с}$$

2. Рассчитать частоту дискретизации  $f_d$ .

$$f_d = \frac{1}{\Delta t} \geq 2f_B = \frac{1}{3,546 \cdot 10^{-5}} = 28200$$

3. Определить число уровней квантования  $L$ .

$$k = 9; L = 2^9 = 512$$

4. Рассчитать мощность шума квантования  $P_{шк}$  и сравнить ее с мощностью непрерывного сообщения  $A(t)$ .

$$P_{шк} = \Delta a^2 / 12 = \frac{0,1^2}{12} = 8,33 \cdot 10^{-4} B^2$$

$$P_{A(t)} = A^2(t) = 1 B^2$$

$$P_{A(t)} \gg P_{шк}$$

5. Найти минимальное число  $k$  двоичных разрядов, требуемое для записи в двоичной форме любого номера  $j$  из  $L - 1$  номеров уровней квантования.

$$L - 1 = 511_{10} = 111111111_2$$

$$k_{\text{люб}} = 9$$

6. Записать  $k$ -разрядное двоичное число, соответствующее заданному уровню квантования  $j$ .

$$j = 377_{10} = 101111001_2$$

7. Начертить временную диаграмму отклика АЦП  $b_{\text{АЦП}}(t)$  на заданный уровень квантования  $j$  в виде последовательности импульсов, сопоставляя единичным символам прямоугольные импульсы положительной полярности, а нулевым – нулевые напряжения. Амплитуда импульсов  $U$  равна  $2h$  В. Над импульсами надписать значения соответствующих двоичных информационных символов (ДИС). Длительность отклика АЦП на каждый отсчет не должна превышать интервала дискретизации  $\Delta t$ .

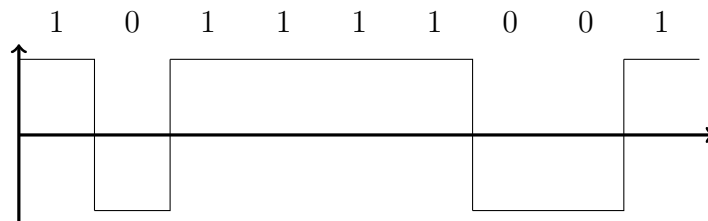


Рис. 5: Временная диаграмма отклика АЦП



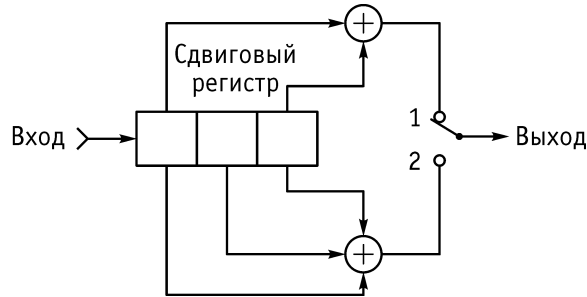
### 3.3 Кодер

Используется помехоустойчивый сверточный код.

1. Параметры сверточного кода.

- Степень кодирования  $k/n = 1/2$ ,
- длина кодового ограничения  $K = 3$ ,
- векторы связи  $\bar{g}_1 = 111$  и  $\bar{g}_2 = 101$ ,
- импульсная характеристика  $h(k) = 111011000\dots$ ,
- кодовое расстояние  $d = 5$ .

2. Структурная схема кодера.



3. Решетчатая диаграмма кодера.

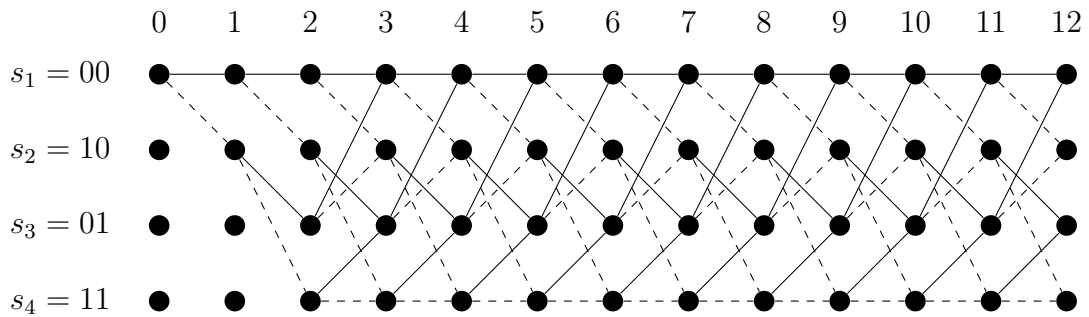


Рис. 6: Решетка кодера

4. По решетчатой диаграмме сверточного кодера определить последовательность кодовых символов (КС)  $\bar{u}$  на выходе кодера при условии, когда на вход кодера поступает 9-разрядная двоичная последовательность информационных символов (ИС)  $\bar{m}$ , соответствующая заданному уровню квантования  $j$ .

ИС	1	0	1	1	1	1	0	0	1	0	0	0	0
КС	11	10	00	01	10	10	01	11	11	01	11	00	00

$$\bar{u} = 11100001101001111101110000$$

5. На решетчатой диаграмме кодера отметить путь, соответствующий полученным КС.

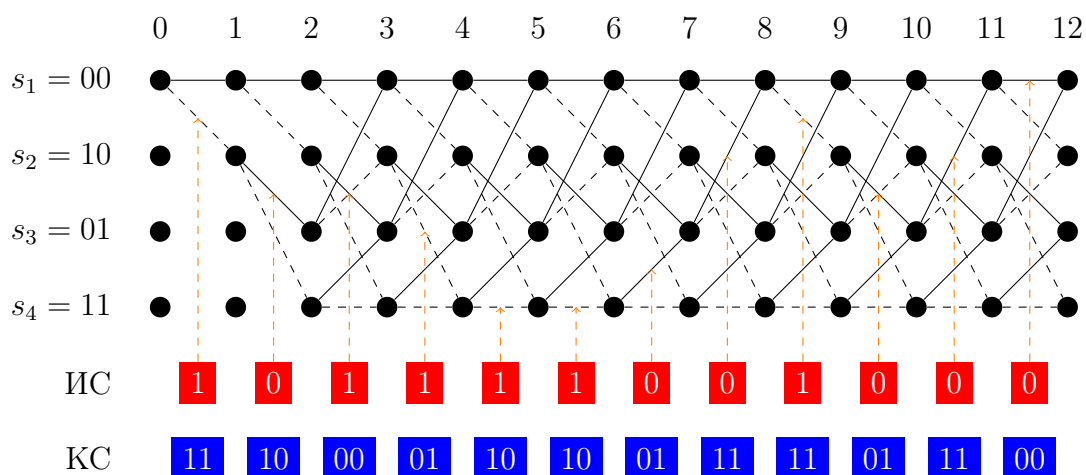


Рис. 7: Путь на решетке кодера

### 3.4 Формирователь модулирующих символов

Формирователь модулирующих символов служит для получения модулирующих сигналов  $I(t)$  и  $Q(t)$ , соответствующих заданному виду модуляции.

Требуется:

1. Изобразить сигнальное созвездие для заданного вида модуляции.

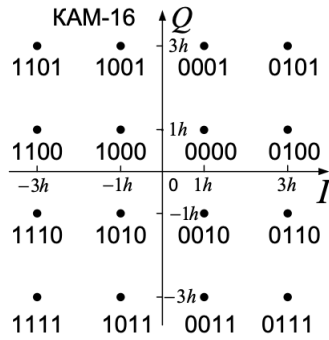


Рис. 8: Сигнальное созвездие для КАМ-16

2. Изобразить график реализации  $c(t)$  случайного процесса  $C(t)$ , формируемого с выхода блока сверточного кодера (К). Реализация  $c(t)$  поступает на вход блока ФМС на первых 16 бинарных интервалах длительностью  $T_B$ . Написать аналитическое выражение для случайного процесса  $C(t)$ .

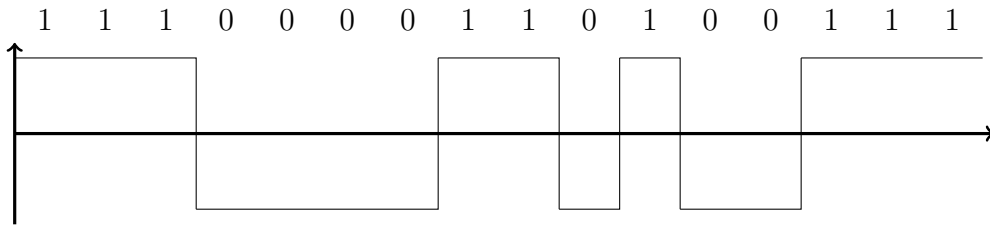


Рис. 9: График реализации  $c(t)$  с выхода сверточного кодера

$$C(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n \cdot g_1(t - nT_B)$$

где  $g_1(t)$  – прямоугольный импульс длительностью  $T_B$ .

$$g_1(t) = \begin{cases} 1 B, & 0 \leq t \leq T_B; \\ 0 B, & t < 0, t > T_B, \end{cases}$$

где  $g_1(t - nT_B)$  – прямоугольный импульс такой же формы, как и  $g_1(t)$ , но сдвинутый вправо относительно импульса  $g_1(t)$  на величину  $nT_B$ , если  $n > 0$ , или влево, если  $n < 0$ ;

$C_n$  – численный коэффициент, являющийся реализацией случайной величины  $C_n$  на  $n$ -интервале  $T_B$ . Величина  $C_n$  принимает два дискретных значения  $h(B)$  и  $-h(B)$  с вероятностью 0,5 каждое, т. е.

$$P(h) = P(-h) = 0,5.$$

Если в заданной реализации  $c(t)$  на  $n$ -интервале передается информационный символ «1», то  $c_n = h(B)$ , если передается символ «0», то  $c_n = -h(B)$ .

3. В соответствии с сигнальным созвездием модулятора КАМ-16 изобразить графики реализаций  $i(t)$  и  $q(t)$  на выходе блока ФМС, соответствующие входной реализации  $c(t)$ . Написать аналитические выражения для случайных процессов  $I(t)$  и  $Q(t)$ .

$$I(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} I_n \cdot g_2(t - nT_S); \quad Q(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} Q_n \cdot g_2(t - nT_S),$$

где  $g_2(t)$  – прямоугольный импульс длительностью  $T_S = 4T_B$ .  $T_S$  – символный интервал;  $T_B$  – бинарный интервал;

$$g_2(t) = \begin{cases} 1 B, & 0 \leq t \leq T_B; \\ 0 B, & t < 0, t > T_B, \end{cases}$$

где  $g_2(t - nT_S)$  – прямоугольный импульс такой же формы, как и  $g_2(t)$ , но сдвинутый вправо относительно импульса  $g_2(t)$  на величину  $nT_S$ , если  $n > 0$ , или влево, если  $n < 0$ ;

$I_n$  и  $Q_n$  – независимые случайные величины, заданные на символном интервале с номером  $n$ , которые согласно сигнальному созвездию (рис. 8) принимают четыре дискретных значения  $-3h$ ,  $-h$ ,  $h$ ,  $3h$  с вероятностью 0,25 каждое, т. е.

$$P(-3h) = P(-h) = P(h) = P(3h) = 0,25.$$

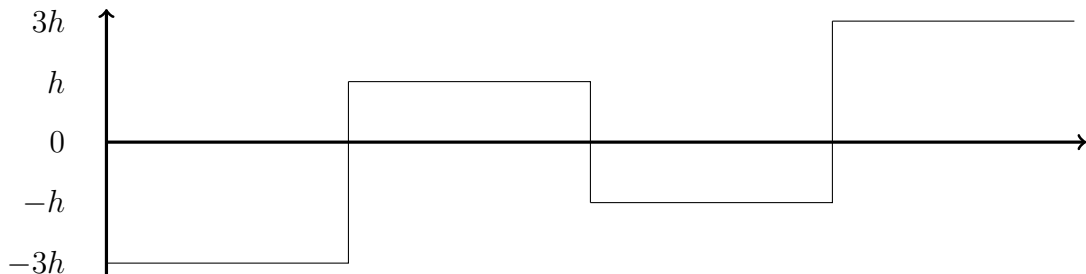


Рис. 10: График реализации  $i(t)$

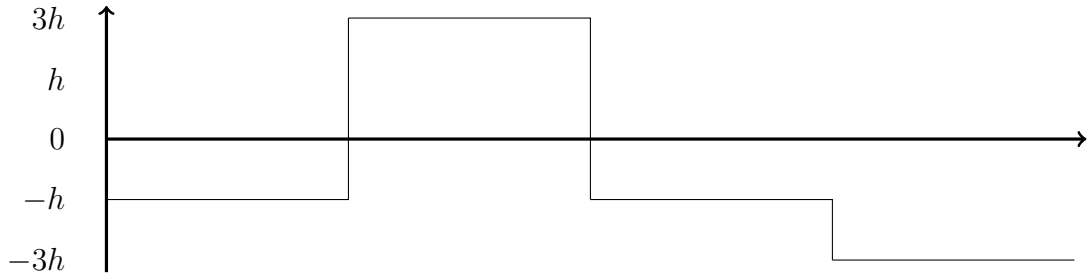


Рис. 11: График реализации  $q(t)$

4. Написать аналитические выражения для корреляционной функции  $B_C(\tau)$  и спектральной плотности мощности  $G_C(\omega)$  входного случайного процесса  $C(t)$  и построить графики этих функций.

Процесс  $C(t)$  является случайным синхронным телеграфным сигналом. Его корреляционная функция имеет вид:

$$B_C(\tau) = \begin{cases} h^2(1 - \frac{|\tau|}{T}), & |\tau| \leq T \\ 0, & |\tau| > T \end{cases},$$

а спектральная плотность мощности

$$G_C(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} B_C(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} B_C(\tau) \cos \omega\tau d\tau = T \cdot h^2 \cdot \frac{\sin^2(\frac{\omega T}{2})}{(\frac{\omega T}{2})^2},$$

где  $T = T_B$  – длительность тактового интервала.

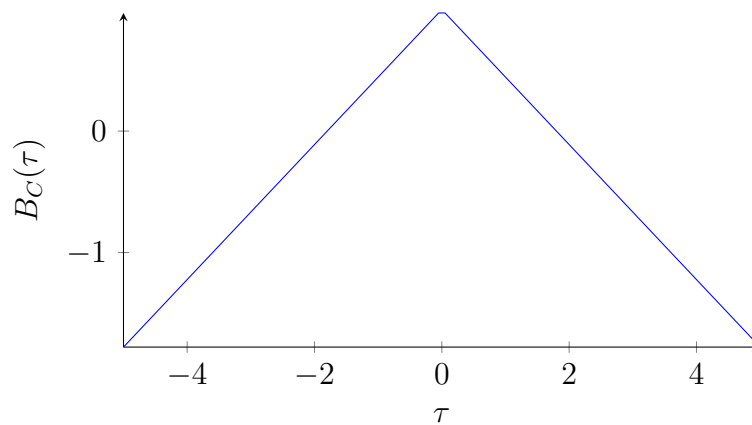


Рис. 12: График корреляционной функции  $B_C(\tau)$

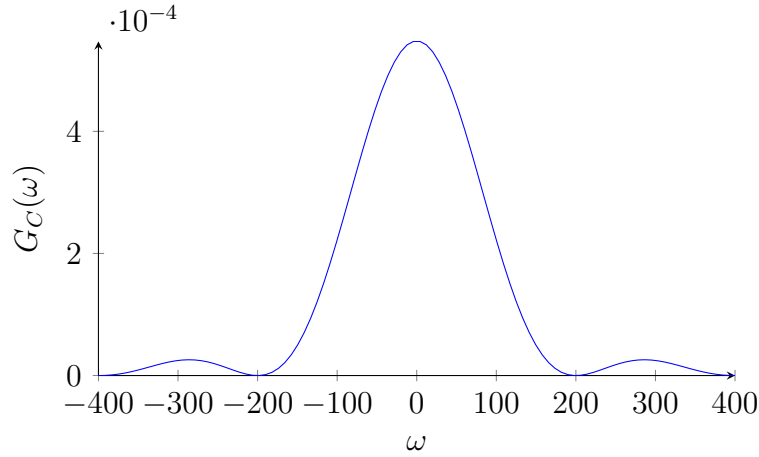


Рис. 13: График спектральной плотности мощности  $G_C(\omega)$

5. Написать аналитические выражения для корреляционных функций  $B_I(\tau)$  и  $B_Q(\tau)$ , спектральных плотностей мощности  $G_I(\omega)$  и  $G_Q(\omega)$  случайных процессов  $I(t)$  и  $Q(t)$ . Построить графики этих функций.

Процессы  $I(t)$  и  $Q(t)$  будут иметь идентичные друг другу корреляционные функции и спектральные плотности мощности, поскольку они оба отличаются от процесса  $C(t)$  лишь длительностью сигнального интервала  $T_S = 4T_B$ .

$$B_I(0) = B_Q(0) = D\{I(t)\} = D\{Q(t)\}$$

$$G_I(0) = G_Q(0) = \frac{D\{I(t)\}}{T_S} = \frac{D\{Q(t)\}}{T_S}$$

$$D\{I(t)\} =$$

### 3.5 Декодер

По каналу передавался код  $\bar{u} = 111000011010011111\dots$ . Ошибка произошла на тактовом интервале  $q = 3$ . Таким образом, на вход декодера поступает последовательность  $\bar{Z} = 110000011010011111\dots$ . Крестиком обозначен ошибочно принятый символ.

#### 3.5.1 Диаграмма декодера

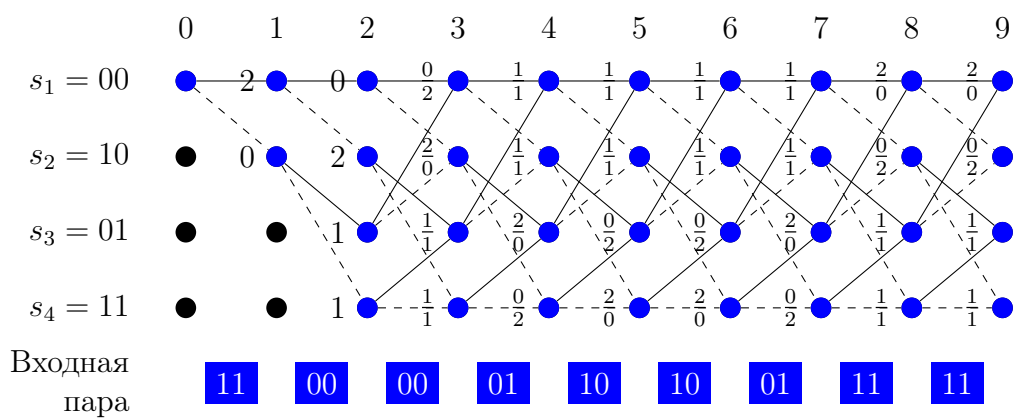


Рис. 14: Решетка декодера

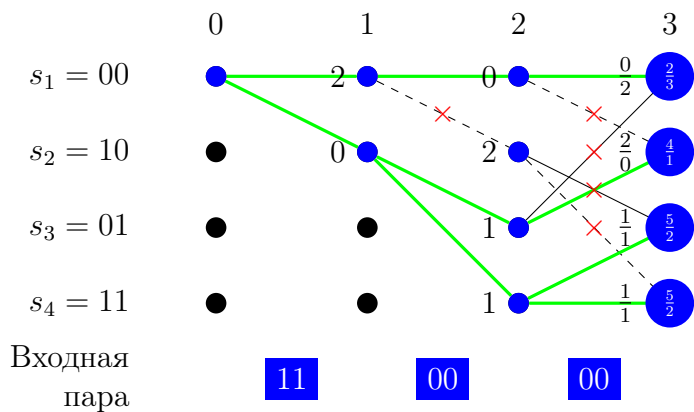


Рис. 15: Сегмент решетки декодера от  $t = 0$ , до  $t = 3$

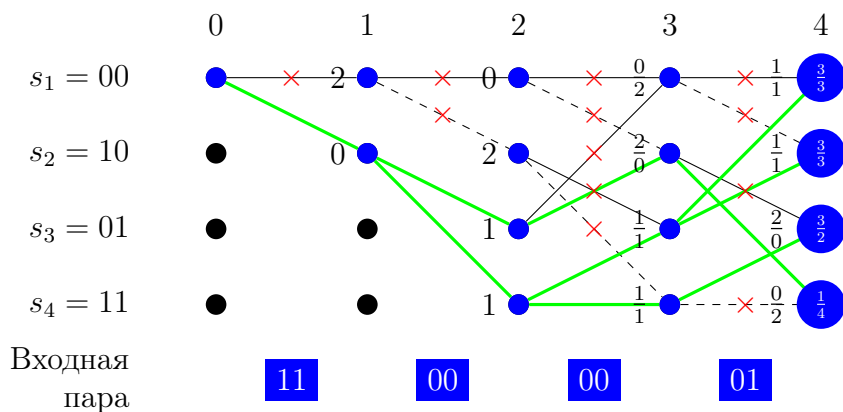


Рис. 16: Сегмент решетки декодера от  $t = 0$ , до  $t = 4$

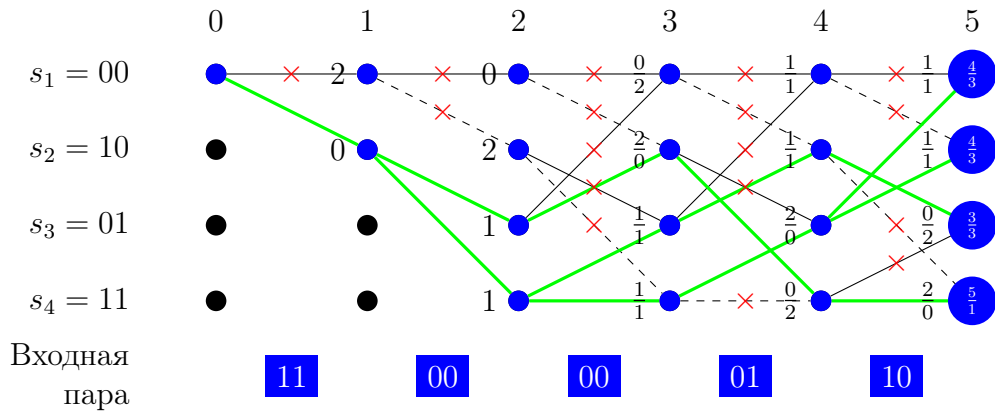


Рис. 17: Сегмент решетки декодера от  $t = 0$ , до  $t = 5$

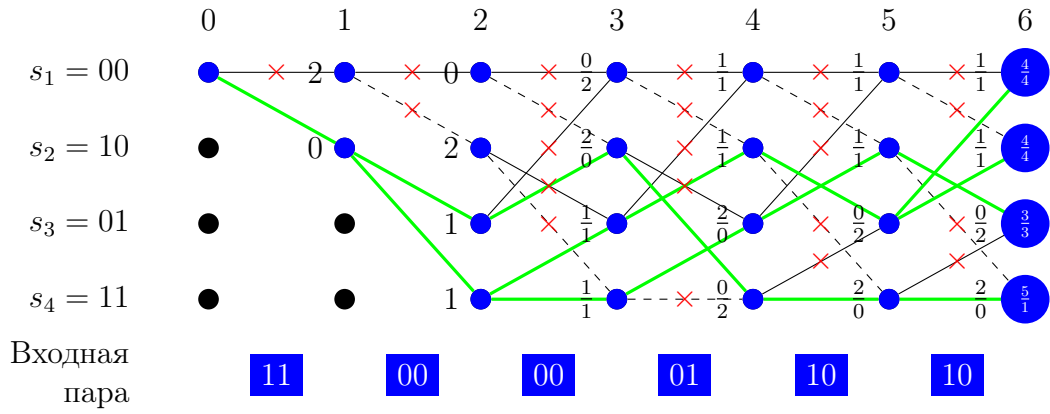


Рис. 18: Сегмент решетки декодера от  $t = 0$ , до  $t = 6$

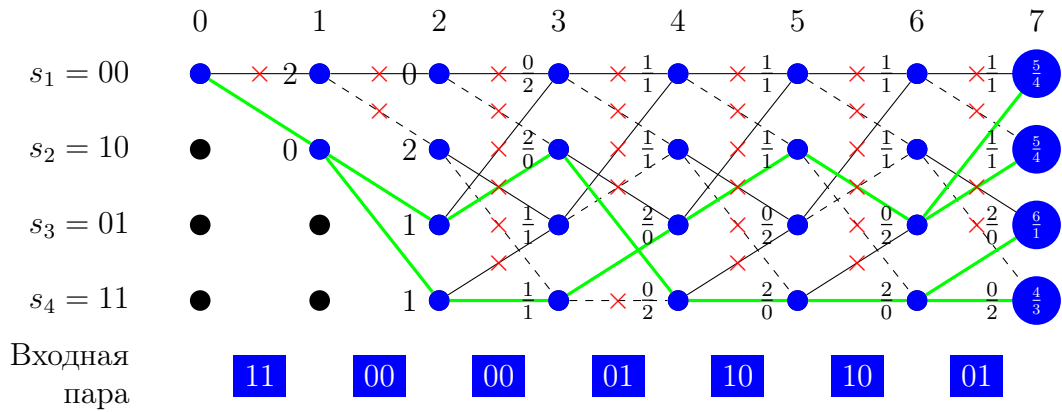


Рис. 19: Сегмент решетки декодера от  $t = 0$ , до  $t = 7$



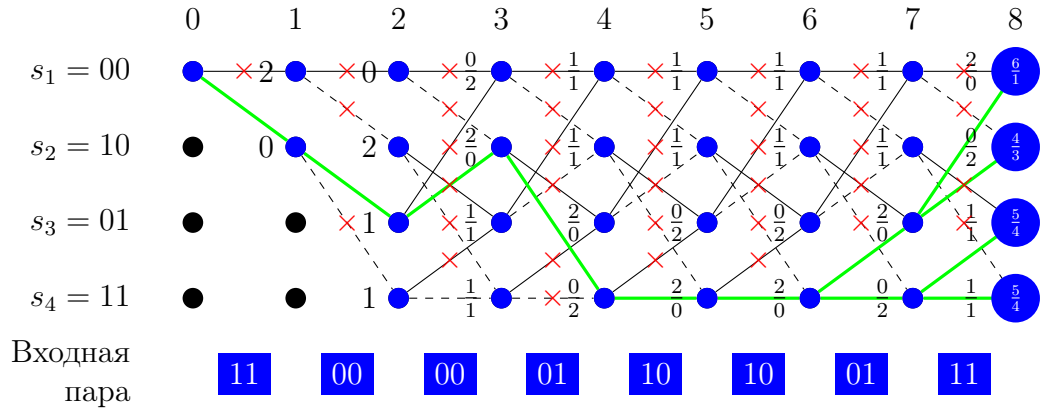


Рис. 20: Сегмент решетки декодера от  $t = 0$ , до  $t = 8$

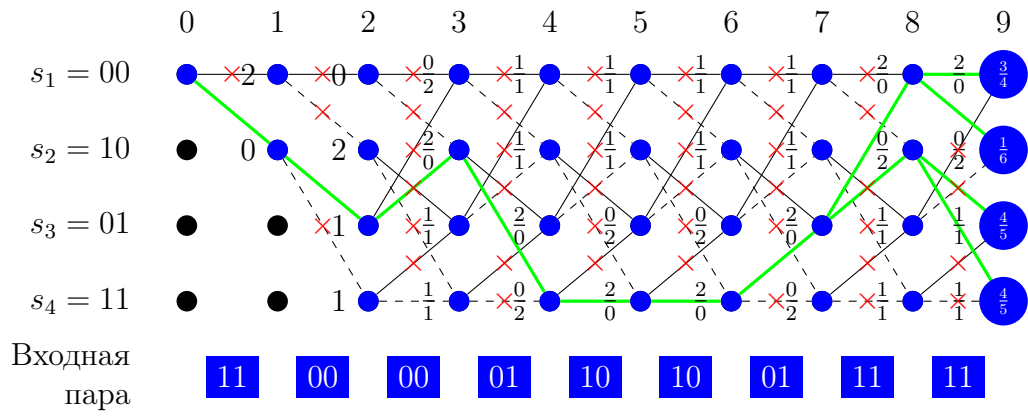


Рис. 21: Сегмент решетки декодера от  $t = 0$ , до  $t = 9$

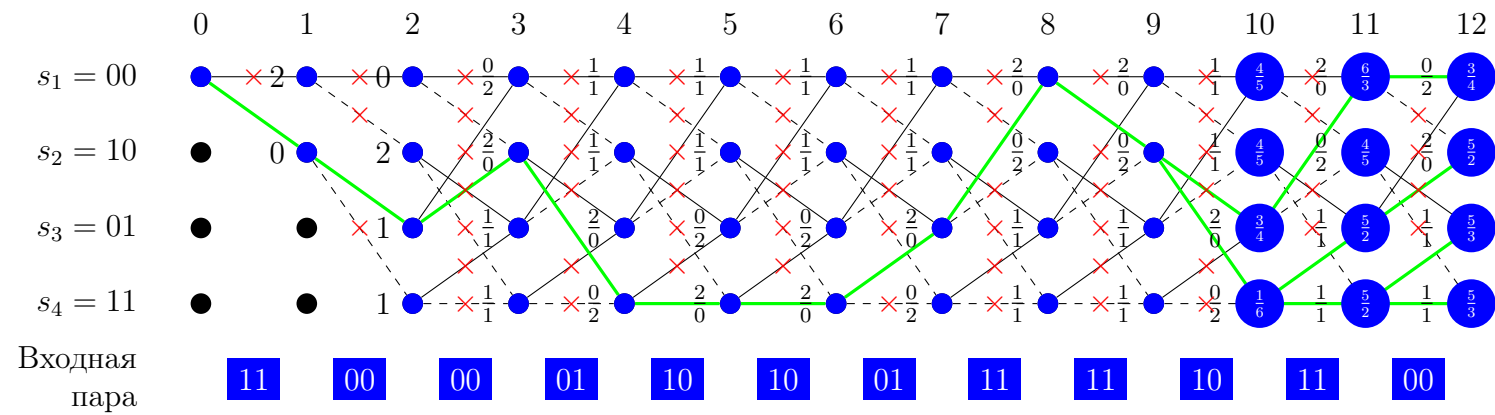


Рис. 22: Полная решетка декодера

Наложив полученный путь на решетку кодера, узнаем декодированное слово.  $\overline{m}_{получ} = 101111001$