

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
**«Санкт-Петербургский государственный университет
телекоммуникаций им. проф. М. А. Бонч-Бруевича»**

Факультет инфокоммуникационных сетей и систем

Кафедра теоретических основ связи и радиотехники

Расчёт основных характеристик цифровой системы связи с
использованием квадратурной модуляции

Учебная дисциплина «Теория электрической связи»

Курсовая работа

Студент группы ИКТО-91 Копыл А. В.
зачетная книжка № 1905141

Руководитель _____

Санкт-Петербург 2021

Цель курсовой работы – изучить и разработать систему цифровой связи, оптимальную в отношении флуктуационной помехи и исключающую появления межсимвольной помехи.

1 Структурная схема системы цифровой связи

Система связи предназначена для передачи аналоговых сообщений по цифровому каналу связи.

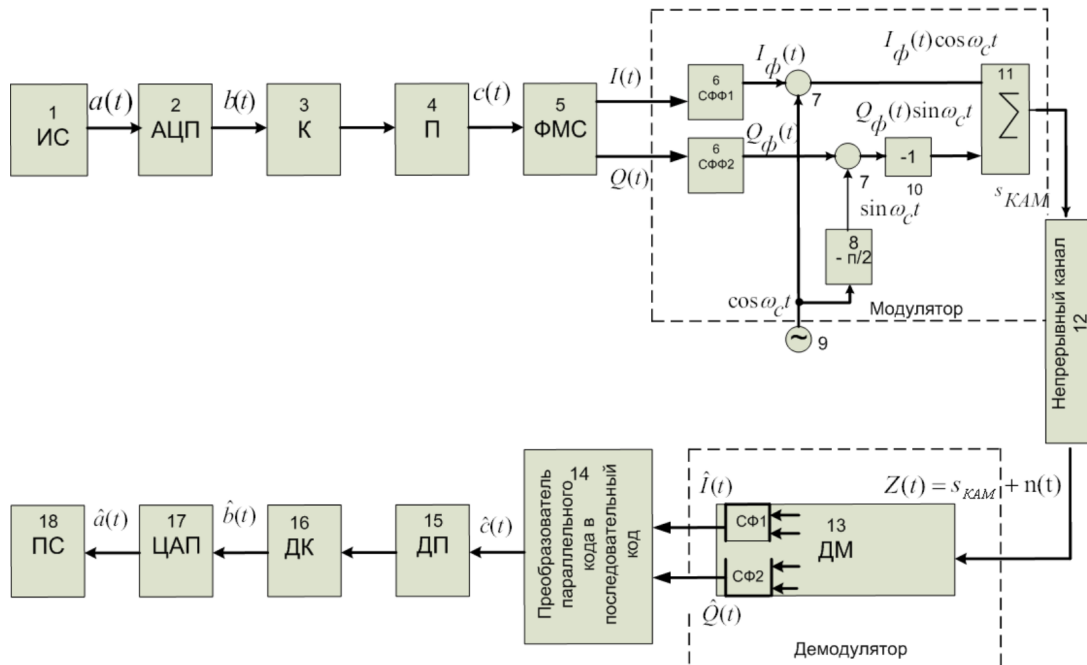


Рис. 1: Структурная схема цифровой системы связи

В систему входят следующие функциональные узлы с последующими назначениями:

1. Источник сообщений – создает реализации $a(t)$ случайного процесса $A(t)$.
2. Аналого-цифровой преобразователь – преобразует аналоговый сигнал от источника сообщения в последовательность двоичных отсчетов $b(t)$.

3. Кодер – включает в цифровой поток от АЦП дополнительные символы, предназначенные для повышения помехоустойчивости системы связи;
4. Формирователь модулирующих символов – служит для получения модулирующих сигналов $I(t)$ и $Q(t)$, соответствующих заданному виду модуляции;
5. Сглаживающие формирующие фильтры (СФФ1, СФФ2);
6. Перемножители – для получения БМ сигналов: синфазного $I(t) \cos \omega_C t$ и квадратурного $Q(t) \sin \omega_C t$.
7. Фазовращатель – для получения второго несущего колебания, ортогонального по отношению к первому;
8. Генератор гармонических колебаний – для получения несущего колебания;
9. Инвертор;
10. Сумматор – для объединения синфазного и квадратурного сигналов в единый сигнал с квадратурной модуляцией $S_{КАМ}(t) = I(t) \cos \omega_C t + Q(t) \sin \omega_C t$;
11. Непрерывный канал – среда распространения сигнала $S_{КАМ}(t)$;
12. Демодулятор – для анализа приходящего сигнала, искаженного помехами, и принятии решения о переданном сообщении;
13. Преобразователь параллельного кода в последовательный код – для преобразования сигнала с выхода демодулятора в последовательный формат кодовых комбинаций;
14. Декодер – для исправления части ошибок, возникших при приёме сообщения $\hat{b}(t)$ вследствие влияния помех;
15. Цифро-аналоговый преобразователь – для восстановления аналоговой формы сигнала $\hat{a}(t)$ из его цифрового представления;
16. Получатель сообщений.

2 Исходные данные

$$m = 41$$

Предельные уровни аналогового сигнала a_{\min} , a_{\max} (В)	$a_{\max} = 25,6$ В; $a_{\min} = -25,6$ В	Внести свои данные
Верхняя частота спектра аналогового сигнала f_B	$f_B = (1 + m \cdot 10^{-2}) \cdot 10^4$	$f_B = 14100$
Заданный уровень квантования	$j = 500 - 3 \cdot m$	377
Спектральная плотность мощности флуктуационной помехи	41	$N_0 = 2,3 \cdot 10^{-7} B^2 / \Gamma_{\mathcal{U}}$
q – номер тактового интервала ошибки	$q = m \bmod 3 + 1$	$q = 3$
Вид модуляции	КАМ-16	

3 Расчет составляющих системы цифровой связи

3.1 Источник сообщений

Источник сообщения (ИС) вырабатывает реализации $a(t)$ стационарного случайного процесса $A(t)$, типа квазизелого шума с параметрами a_{\min} , a_{\max} и f_B . Мгновенные значения сообщения равновероятны в интервале от значения a_{\min} и до значения a_{\max} .

Требуется:

1. Написать аналитические выражения для плотности вероятности $w(a)$ мгновенных значений сообщения, функции распределения $F(a)$ и построить их графики (рис. 2).

$$w(a) = \frac{1}{a_{\max} - a_{\min}} = \frac{1}{\Delta} = \frac{1}{25,6 + 25,6} = 0,02$$

$$F(a) = \int_{-\infty}^a w(a) da = \int_{a_{\min}}^a \frac{1}{\Delta} da = \begin{cases} 1, & a > a_{\max} \\ \frac{a - a_{\min}}{\Delta}, & a_{\min} \leq a \leq a_{\max} \\ 0, & a < a_{\min} \end{cases}$$

где $\Delta = a_{\max} - a_{\min} = 51,2 B$.

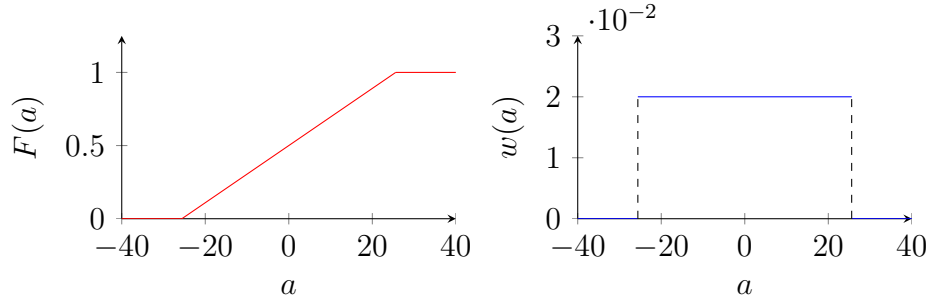


Рис. 2: Графики функции распределения и плотности вероятности

2. Рассчитать математическое ожидание $\overline{A(t)}$ и дисперсию $D\{A(t)\}$ сообщения $A(t)$.

$$\overline{A(t)} = \int_{-\infty}^{\infty} a \cdot w(a) da = \int_{a_{\min}}^{a_{\max}} a \frac{1}{a_{\max} - a_{\min}} da = \frac{a^2}{2\Delta} \Big|_{a_{\min}}^{a_{\max}} = \frac{a_{\max}^2 - a_{\min}^2}{2\Delta} = 0$$

$$\begin{aligned} D\{A(t)\} &= \int_{-\infty}^{\infty} (a - \overline{A(t)})^2 w(a) da = \int_{a_{\min}}^{a_{\max}} a^2 w(a) da \\ &= \frac{a^3}{3\Delta} \Big|_{a_{\min}}^{a_{\max}} = \frac{a_{\min}^2 + a_{\max} a_{\min} + a_{\max}^2}{3} = 218,5 \end{aligned}$$

3. Написать аналитическое выражение для спектральной плотности мощности $G_A(f)$ сообщения $A(t)$ и построить график (рис. 3).

$$G_A(f) = \frac{D\{A(t)\}}{2f_B} = \frac{218,5}{2 \cdot 1,41 \cdot 10^4} = 7,7 \text{ мВ}^2/\Gamma\text{ц}$$

$$G_A(f) = \begin{cases} 7,7 \text{ мВ}^2/\Gamma\text{ц}, & |f| \leq f_B \\ 0, & |f| > f_B \end{cases}$$

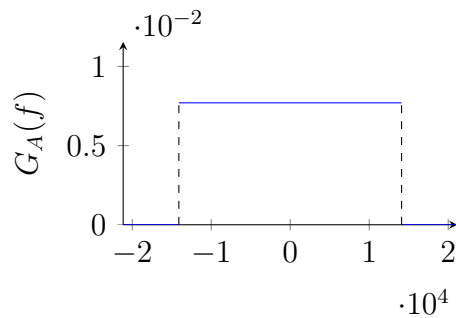


Рис. 3: График спектральной плотности мощности

4. Найти аналитическое выражение для корреляционной функции $B_A(\tau)$ сообщения $A(t)$ и построить график (рис. 4). По форме графика $B_A(\tau)$ определить, является ли сообщение $A(t)$ эргодическим случайным процессом или не является таковым.

$$\begin{aligned}
 B_A(\tau) &= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{G_A(f)}{2} e^{j2\pi f\tau} df = \int_{-f_B}^{f_B} \frac{G_A}{2} \cos 2\pi f\tau df \\
 &= \frac{G_A}{2} \frac{\sin 2\pi f\tau}{2\pi\tau} \Big|_{-f_B}^{f_B} = G_A \frac{\sin 2\pi f_B\tau}{2\pi\tau}
 \end{aligned}$$

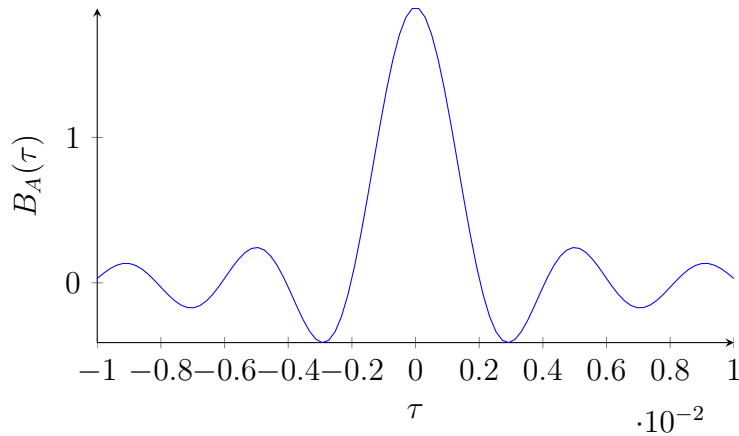


Рис. 4: График корреляционной функции $B_A(\tau)$

3.2 Аналого-цифровой преобразователь

Аналого-цифровой преобразователь (АЦП) преобразует реализации аналогового (непрерывного) сообщения $A(t)$ в цифровую форму, в поток

двоичных символов: нулей и единиц, т. е. в последовательность прямоугольных импульсов, где «0» имеет нулевое напряжение, а «1» – прямоугольный импульс положительной полярности. Амплитуда импульсов U равна 1 В.

Преобразование аналогового сигнала в цифровую форму осуществляется в три этапа.

На первом этапе производится дискретизация реализации $a(t)$ сообщения $A(t)$ по времени. В моменты времени t_i берутся непрерывные по уровню отсчеты $a(t_i)$ мгновенных значений реализации $a(t)$. Расстояние между отсчетами равно интервалу Δt , величина которого определяется в соответствии с теоремой Котельникова:

$$\Delta t \leq \frac{1}{2f_B}; f_d = \frac{1}{\Delta t} \geq 2f_B$$

где f_d – частота дискретизации.

На втором этапе выполняется квантование точных отсчетов $a(t_i)$ по уровню. Для этого интервал Δ , равный разности $\Delta = a_{\max} - a_{\min}$, разбивается на уровни квантования с постоянным шагом $\Delta a = 0,1 \text{ В}$. Уровни квантования нумеруются целыми числами $0, 1, 2, 3, \dots, L - 1$. Нумерация уровней начинается с уровня, которому соответствует значение a_{\min} , и заканчивается на уровне, которому соответствует значение a_{\max} . Обычно величина шага квантования Δa выбирается так, чтобы число уровней квантования L можно было представить в виде $L = 2^k$, где k – целое число.

Каждый аналоговый отсчет $a(t_i)$ заменяется значением ближайшего к нему уровня квантования j в виде целого числа, удовлетворяющего неравенству $0 \leq j \leq L - 1$. Получаем квантованный отсчет $j_{10}(t_i)$ в виде целого числа в десятичной форме счисления.

На третьем этапе число $j_{10}(t_i)$ в десятичной форме переводится в двоичную форму счисления $j_2(t_i)$ в виде последовательности k двоичных символов и на выходе АЦП появляется сигнал в виде двоичной цифровой последовательности из k информационных символов.

Требуется:

1. Рассчитать интервал дискретизации Δt для получения непрерывных отсчетов $a(t_i)$ реализации $a(t)$, $t_i = i \cdot \Delta t$, $i = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$

$$\Delta t \leq \frac{1}{2f_B} = \frac{1}{2 \cdot 14100} = 3,546 \cdot 10^{-5} \text{ с}$$

2. Рассчитать частоту дискретизации f_d .

$$f_d = \frac{1}{\Delta t} \geq 2f_B = \frac{1}{3,546 \cdot 10^{-5}} = 28200$$

3. Определить число уровней квантования L .

$$k = 9; L = 2^9 = 512$$

4. Рассчитать мощность шума квантования $P_{шк}$ и сравнить ее с мощностью непрерывного сообщения $A(t)$.

$$P_{шк} = \Delta a^2 / 12 = \frac{0,1^2}{12} = 8,33 \cdot 10^{-4} B^2$$

$$P_{A(t)} = A^2(t) = 1 B^2$$

$$P_{A(t)} \gg P_{шк}$$

5. Найти минимальное число k двоичных разрядов, требуемое для записи в двоичной форме любого номера j из $L - 1$ номеров уровней квантования.

$$L - 1 = 511_{10} = 111111111_2$$

$$k_{\text{люб}} = 9$$

6. Записать k -разрядное двоичное число, соответствующее заданному уровню квантования j .

$$j = 377_{10} = 101111001_2$$

7. Начертить временную диаграмму отклика АЦП $b_{\text{АЦП}}(t)$ на заданный уровень квантования j в виде последовательности импульсов, сопоставляя единичным символам прямоугольные импульсы положительной полярности, а нулевым – нулевые напряжения. Амплитуда импульсов U равна $2h$ В. Над импульсами надписать значения соответствующих двоичных информационных символов (ДИС). Длительность отклика АЦП на каждый отсчет не должна превышать интервала дискретизации Δt .

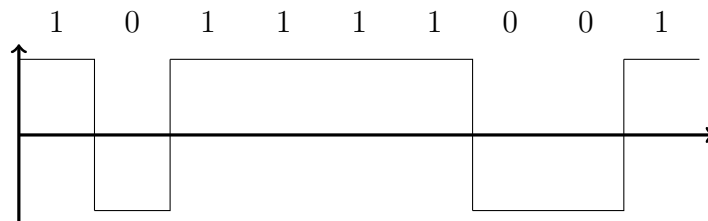


Рис. 5: Временная диаграмма отклика АЦП

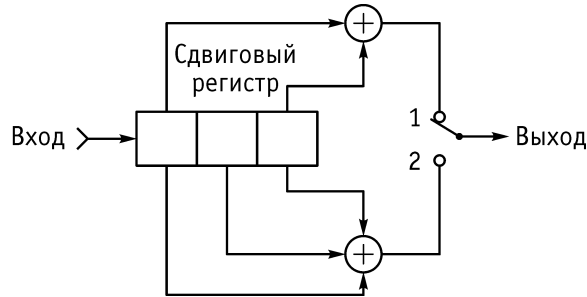
3.3 Кодер

Используется помехоустойчивый сверточный код.

1. Параметры сверточного кода.

- Степень кодирования $k/n = 1/2$,
- длина кодового ограничения $K = 3$,
- векторы связи $\bar{g}_1 = 111$ и $\bar{g}_2 = 101$,
- импульсная характеристика $h(k) = 111011000\dots$,
- кодовое расстояние $d = 5$.

2. Структурная схема кодера.



3. Решетчатая диаграмма кодера.

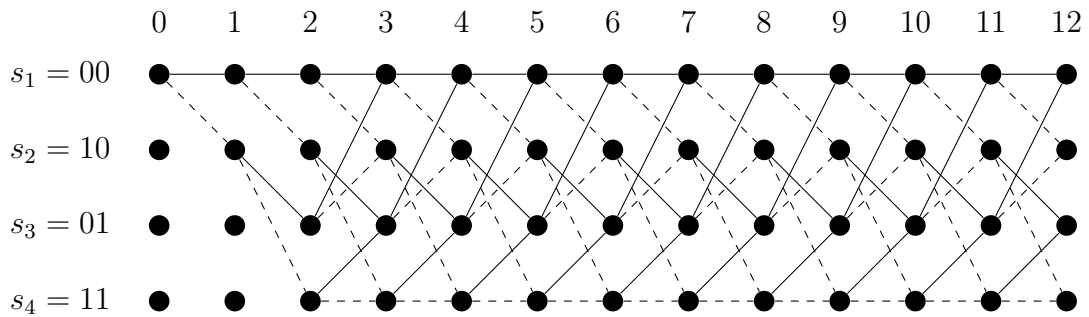


Рис. 6: Решетка кодера

4. По решетчатой диаграмме сверточного кодера определить последовательность кодовых символов (КС) \bar{u} на выходе кодера при условии, когда на вход кодера поступает 9-разрядная двоичная последовательность информационных символов (ИС) \bar{m} , соответствующая заданному уровню квантования j .

ИС	1	0	1	1	1	1	0	0	1	0	0	0	0
КС	11	10	00	01	10	10	01	11	11	01	11	00	00

$$\bar{u} = 11100001101001111101110000$$

5. На решетчатой диаграмме кодера отметить путь, соответствующий полученным КС.

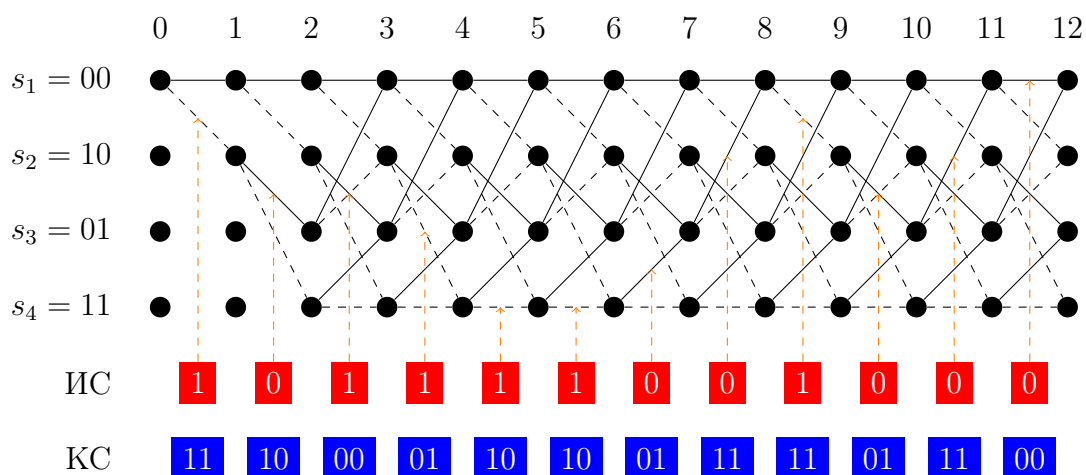


Рис. 7: Путь на решетке кодера

3.4 Формирователь модулирующих символов

Формирователь модулирующих символов служит для получения модулирующих сигналов $I(t)$ и $Q(t)$, соответствующих заданному виду модуляции.

Требуется:

1. Изобразить сигнальное созвездие для заданного вида модуляции.

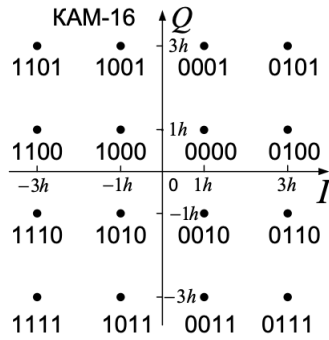


Рис. 8: Сигнальное созвездие для КАМ-16

2. Изобразить график реализации $c(t)$ случайного процесса $C(t)$, формируемого с выхода блока сверточного кодера (К). Реализация $c(t)$ поступает на вход блока ФМС на первых 16 бинарных интервалах длительностью T_B . Написать аналитическое выражение для случайного процесса $C(t)$.

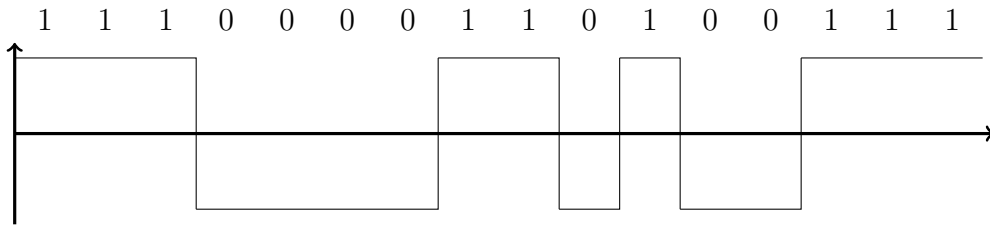


Рис. 9: График реализации $c(t)$ с выхода сверточного кодера

$$C(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n \cdot g_1(t - nT_B)$$

где $g_1(t)$ – прямоугольный импульс длительностью T_B .

$$g_1(t) = \begin{cases} 1 B, & 0 \leq t \leq T_B; \\ 0 B, & t < 0, t > T_B, \end{cases}$$

где $g_1(t - nT_B)$ – прямоугольный импульс такой же формы, как и $g_1(t)$, но сдвинутый вправо относительно импульса $g_1(t)$ на величину nT_B , если $n > 0$, или влево, если $n < 0$;

C_n – численный коэффициент, являющийся реализацией случайной величины C_n на n -интервале T_B . Величина C_n принимает два дискретных значения $h(B)$ и $-h(B)$ с вероятностью 0,5 каждое, т. е.

$$P(h) = P(-h) = 0,5.$$

Если в заданной реализации $c(t)$ на n -интервале передается информационный символ «1», то $c_n = h(B)$, если передается символ «0», то $c_n = -h(B)$.

3. В соответствии с сигнальным созвездием модулятора КАМ-16 изобразить графики реализаций $i(t)$ и $q(t)$ на выходе блока ФМС, соответствующие входной реализации $c(t)$. Написать аналитические выражения для случайных процессов $I(t)$ и $Q(t)$.

$$I(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} I_n \cdot g_2(t - nT_S); \quad Q(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} Q_n \cdot g_2(t - nT_S),$$

где $g_2(t)$ – прямоугольный импульс длительностью $T_S = 4T_B$. T_S – символный интервал; T_B – бинарный интервал;

$$g_2(t) = \begin{cases} 1 B, & 0 \leq t \leq T_B; \\ 0 B, & t < 0, t > T_B, \end{cases}$$

где $g_2(t - nT_S)$ – прямоугольный импульс такой же формы, как и $g_2(t)$, но сдвинутый вправо относительно импульса $g_2(t)$ на величину nT_S , если $n > 0$, или влево, если $n < 0$;

I_n и Q_n – независимые случайные величины, заданные на символном интервале с номером n , которые согласно сигнальному созвездию (рис. 8) принимают четыре дискретных значения $-3h$, $-h$, h , $3h$ с вероятностью 0,25 каждое, т. е.

$$P(-3h) = P(-h) = P(h) = P(3h) = 0,25.$$

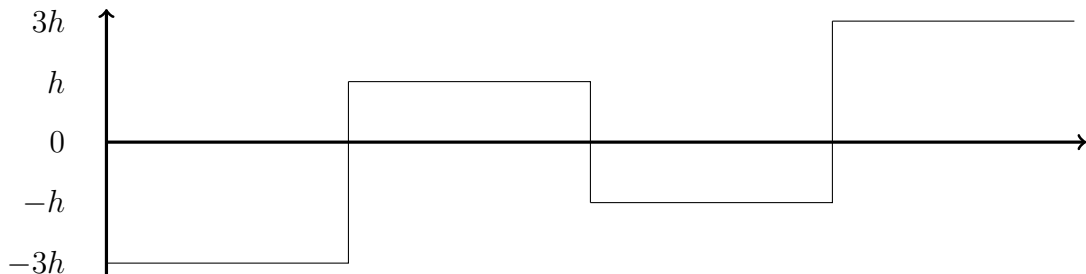


Рис. 10: График реализации $i(t)$

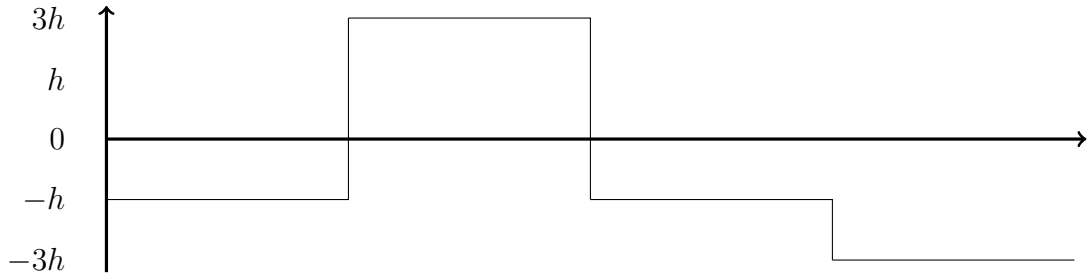


Рис. 11: График реализации $q(t)$

4. Написать аналитические выражения для корреляционной функции $B_C(\tau)$ и спектральной плотности мощности $G_C(\omega)$ входного случайного процесса $C(t)$ и построить графики этих функций.

Процесс $C(t)$ является случайным синхронным телеграфным сигналом. Его корреляционная функция имеет вид:

$$B_C(\tau) = \begin{cases} h^2(1 - \frac{|\tau|}{T}), & |\tau| \leq T \\ 0, & |\tau| > T \end{cases},$$

а спектральная плотность мощности

$$G_C(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} B_C(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} B_C(\tau) \cos \omega\tau d\tau = T \cdot h^2 \cdot \frac{\sin^2(\frac{\omega T}{2})}{(\frac{\omega T}{2})^2},$$

где $T = T_B$ – длительность тактового интервала.

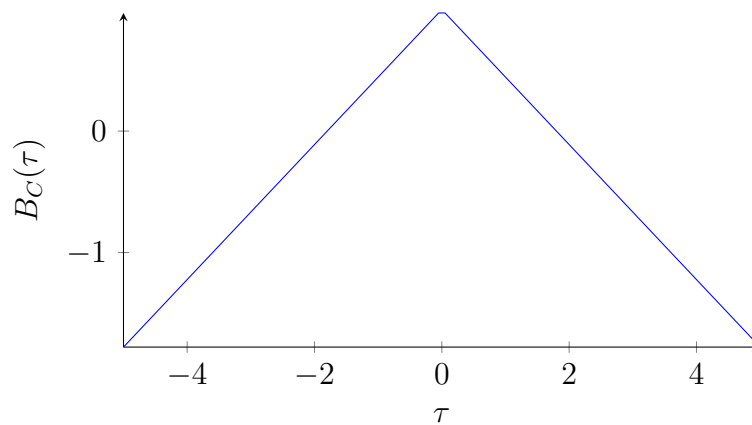


Рис. 12: График корреляционной функции $B_C(\tau)$

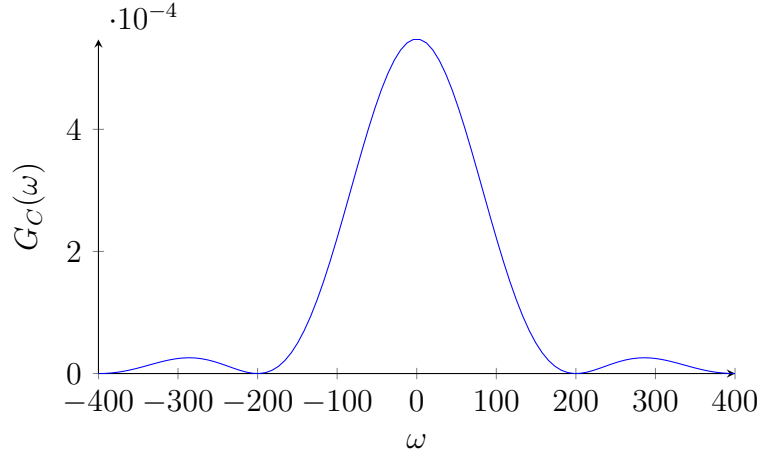


Рис. 13: График спектральной плотности мощности $G_C(\omega)$

5. Написать аналитические выражения для корреляционных функций $B_I(\tau)$ и $B_Q(\tau)$, спектральных плотностей мощности $G_I(\omega)$ и $G_Q(\omega)$ случайных процессов $I(t)$ и $Q(t)$. Построить графики этих функций.

Процессы $I(t)$ и $Q(t)$ будут иметь идентичные друг другу корреляционные функции и спектральные плотности мощности, поскольку они оба отличаются от процесса $C(t)$ лишь длительностью сигнального интервала $T_S = 4T_B$.

$$B_I(0) = B_Q(0) = D\{I(t)\} = D\{Q(t)\}$$

$$G_I(0) = G_Q(0) = \frac{D\{I(t)\}}{T_S} = \frac{D\{Q(t)\}}{T_S}$$

$$\begin{aligned} D\{I(t)\} &= D\{Q(t)\} = \sum_{n=1}^4 (i_n - \overline{I_n(t)})^2 \cdot P(i_n) \\ &= 0,25(-3h)^2 + 0,25(-h)^2 + 0,25h^2 + 0,25(3h)^2 = 5h^2 \end{aligned}$$

Корреляционные функции:

$$B_I(\tau) = B_Q(\tau) = \begin{cases} 5h^2(1 - \frac{|\tau|}{T_B}), & |\tau| \leq T_B \\ 0, & |\tau| > T_B \end{cases}$$

Энергетический спектр:

$$G_I(\omega) = G_Q(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} B_C(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau = T \cdot h^2 \cdot \frac{\sin^2(\frac{\omega T}{2})}{(\frac{\omega T}{2})^2}$$

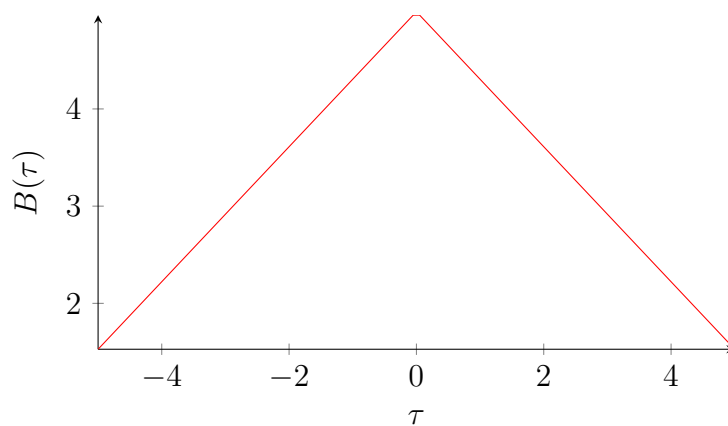


Рис. 14: График корреляционной функции $B_I(\tau)$, $B_Q(\tau)$

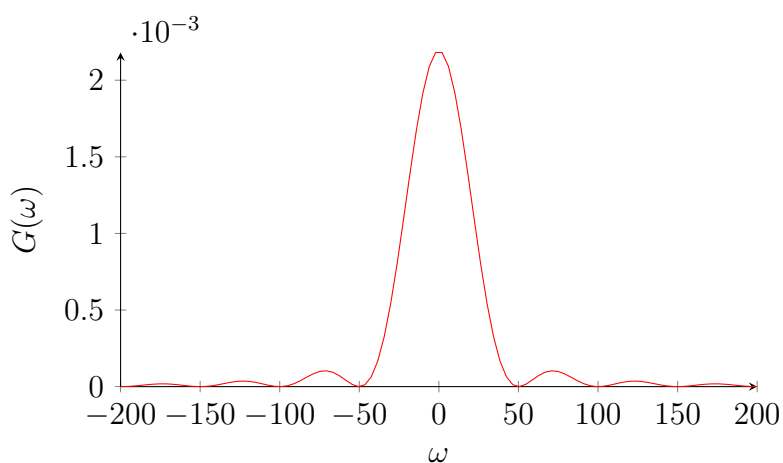


Рис. 15: График спектральной плотности мощности $G_I(\omega)$, $G_Q(\omega)$

6. Сравнить графики корреляционных функций и спектральных плотностей мощности сигналов на входе и выходе блока ФМС. Привести краткое описание результатов сравнения и, используя общие положения теории преобразования Фурье, пояснить, почему спектр выходных сигналов уже спектра входного сигнала.

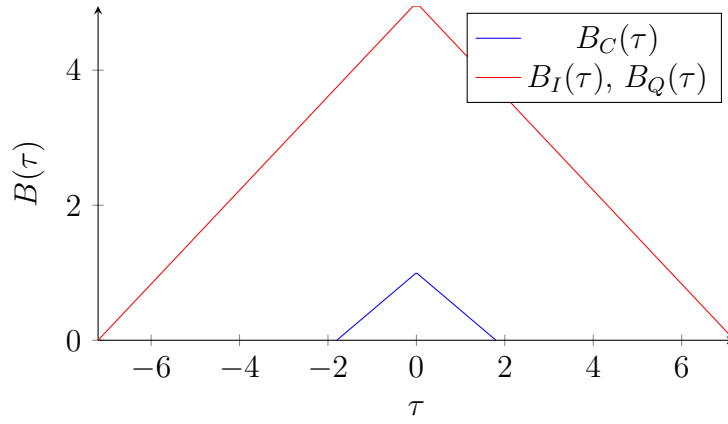


Рис. 16: Графики корреляционной функции $B_C(\tau)$ и $B_I(\tau)$

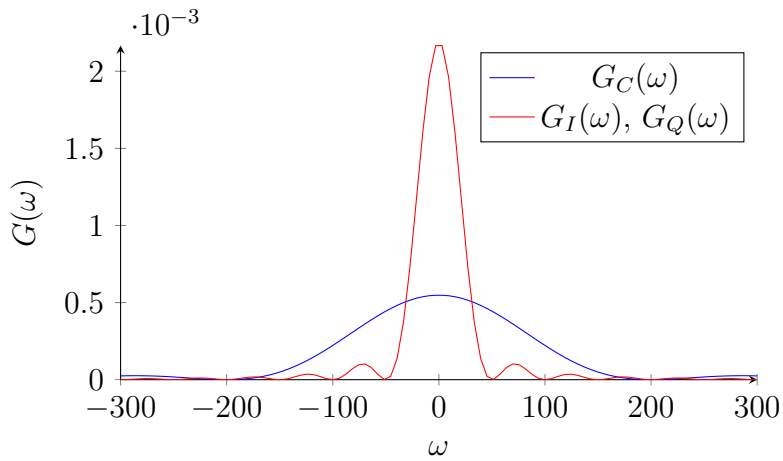


Рис. 17: График спектральной плотности мощности $G_C(\omega)$ и $G_I(\omega)$

Выходной спектр уже, поскольку функция $G(\omega)$ равна 0 при значениях $\omega = n/T$, а $T_S = 4T_B$, поэтому изгибы встречаются в 4 раза чаще.

3.5 Декодер

По каналу передавался код $\bar{u} = 111000011010011111\dots$. Ошибка произошла на тактовом интервале $q = 3$. Таким образом, на вход декодера поступает последовательность $\bar{Z} = 110000011010011111\dots$. Крестиком обозначен ошибочно принятый символ.

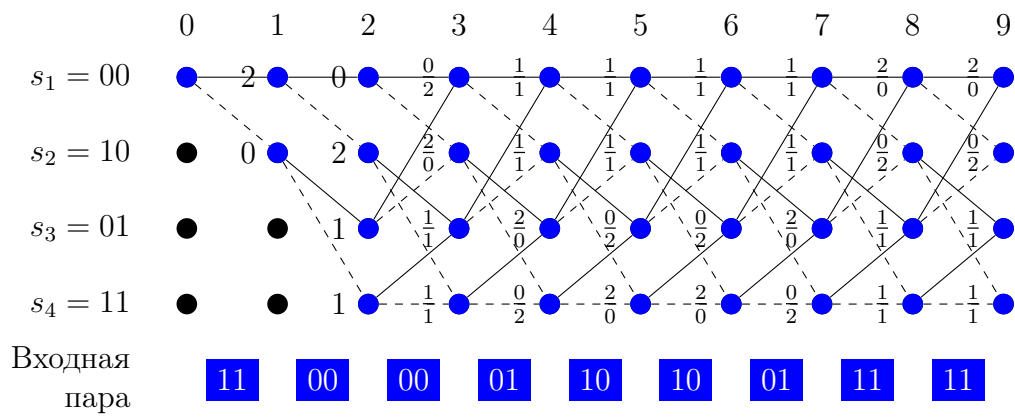


Рис. 18: Решетка декодера

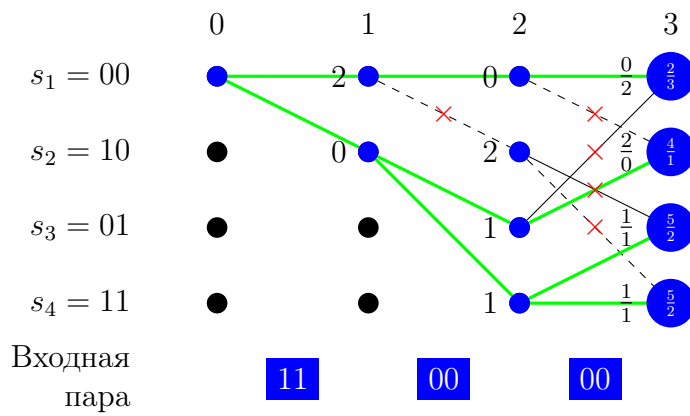


Рис. 19: Сегмент решетки декодера от $t = 0$, до $t = 3$

3.5.1 Диаграмма декодера

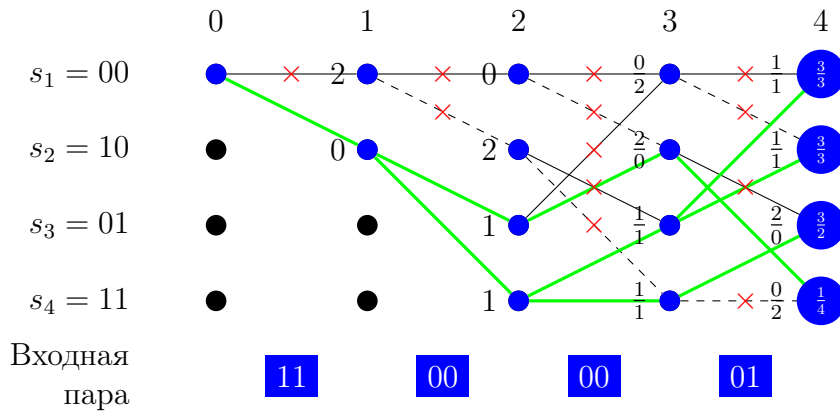


Рис. 20: Сегмент решетки декодера от $t = 0$, до $t = 4$

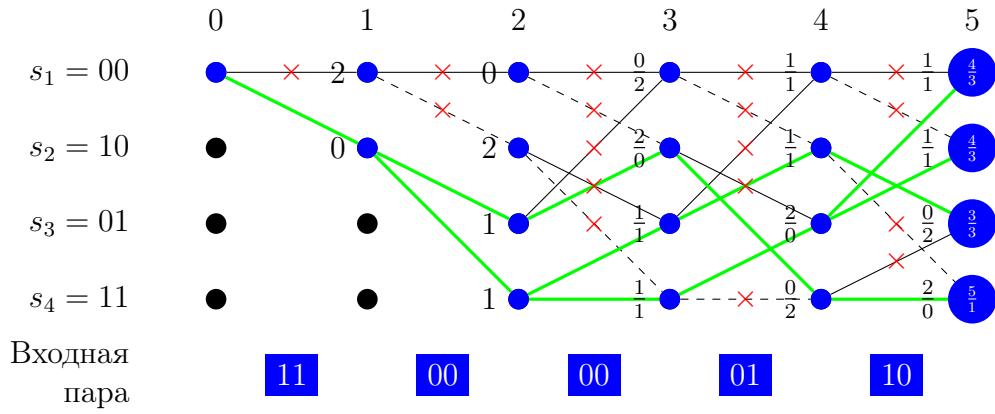


Рис. 21: Сегмент решетки декодера от $t = 0$, до $t = 5$

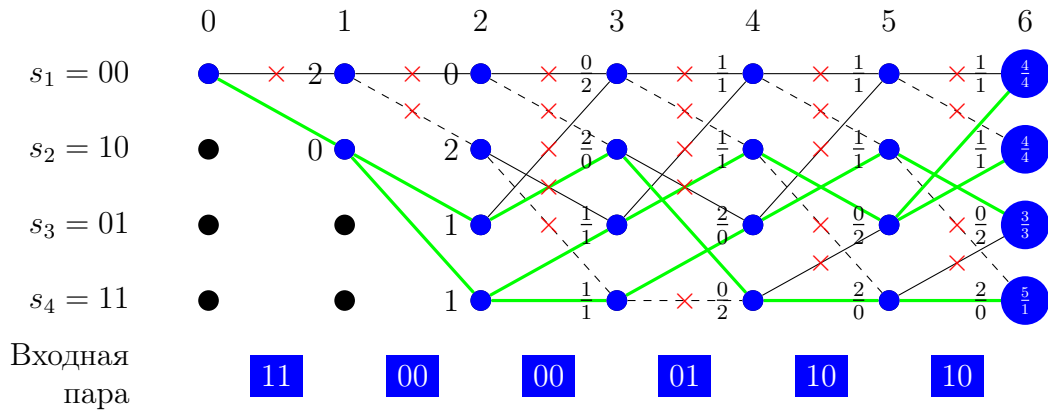


Рис. 22: Сегмент решетки декодера от $t = 0$, до $t = 6$

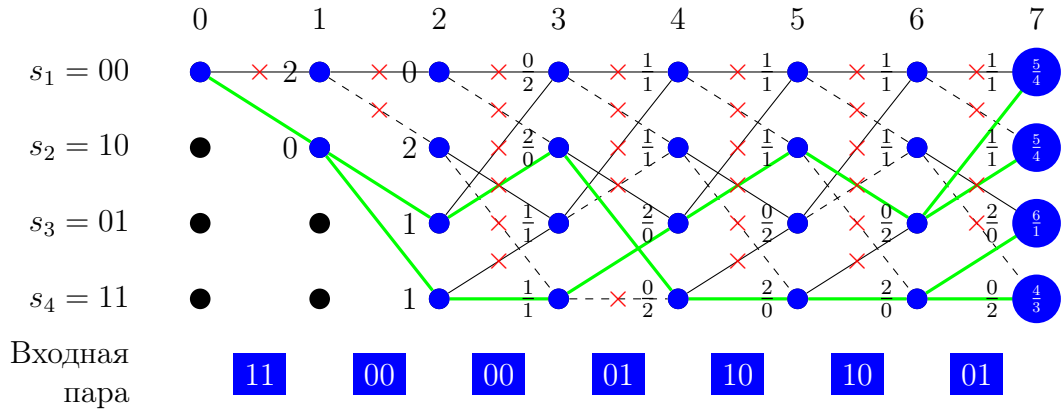


Рис. 23: Сегмент решетки декодера от $t = 0$, до $t = 7$

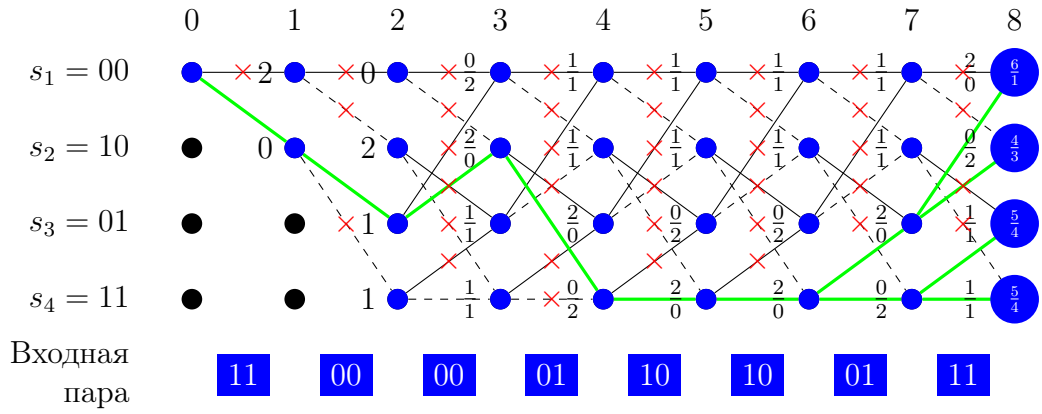


Рис. 24: Сегмент решетки декодера от $t = 0$, до $t = 8$

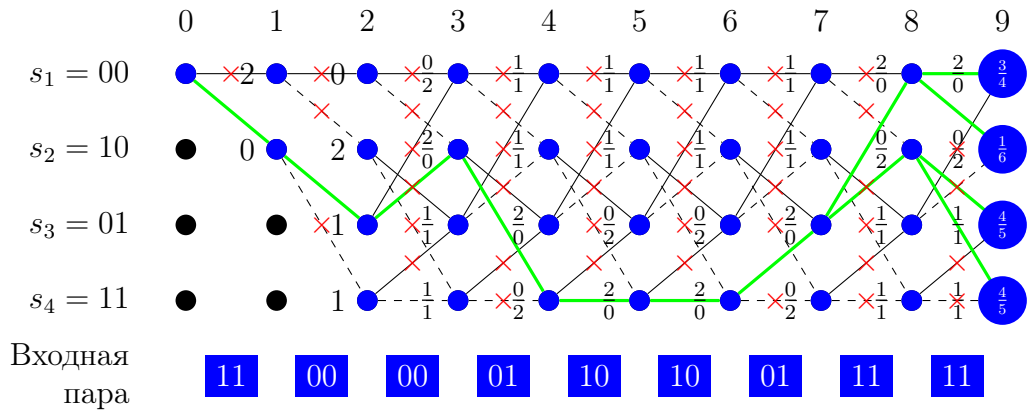


Рис. 25: Сегмент решетки декодера от $t = 0$, до $t = 9$

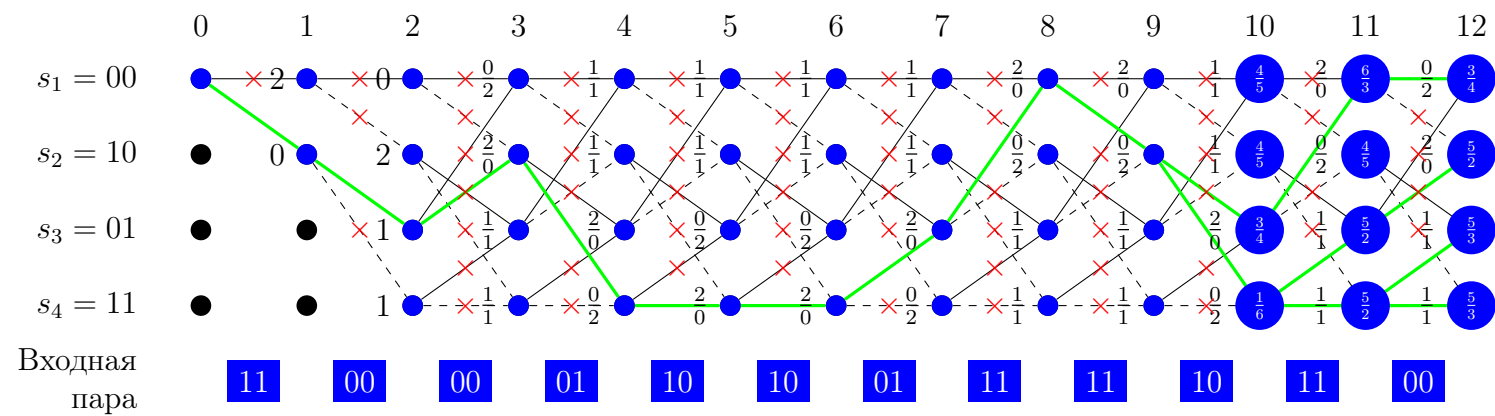


Рис. 26: Полная решетка декодера

Наложив полученный путь на решетку кодера, узнаем декодированное слово. $\overline{m}_{получ} = 101111001$