Departamento de Ciência da COMPUTAÇÃO

UDESC Joinville

Projeção 3D

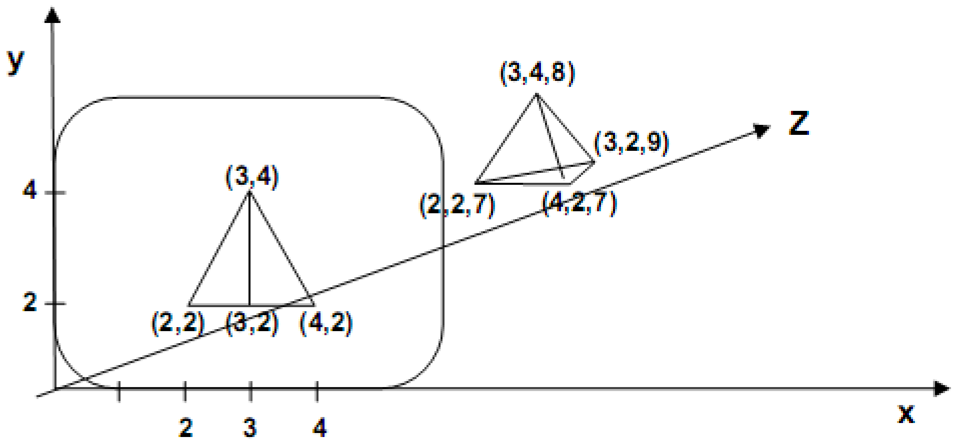
André Tavares da Silva

andre.silva@udesc.br

Capítulo 5 de “Foley”
Capítulo 2 de Azevedo e Conci

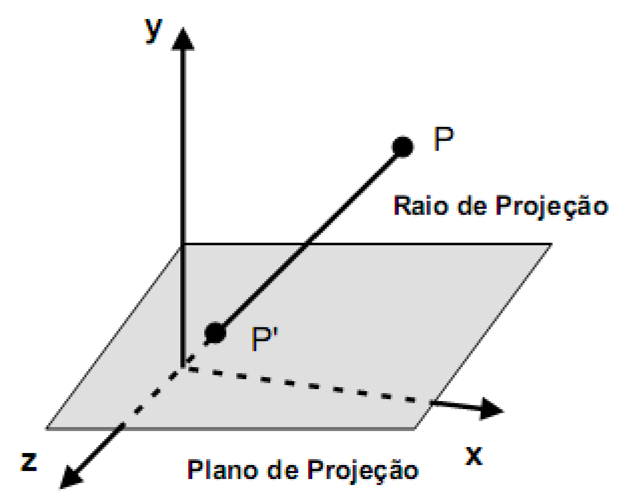
Projeção

Permite ver 2D objetos 3D

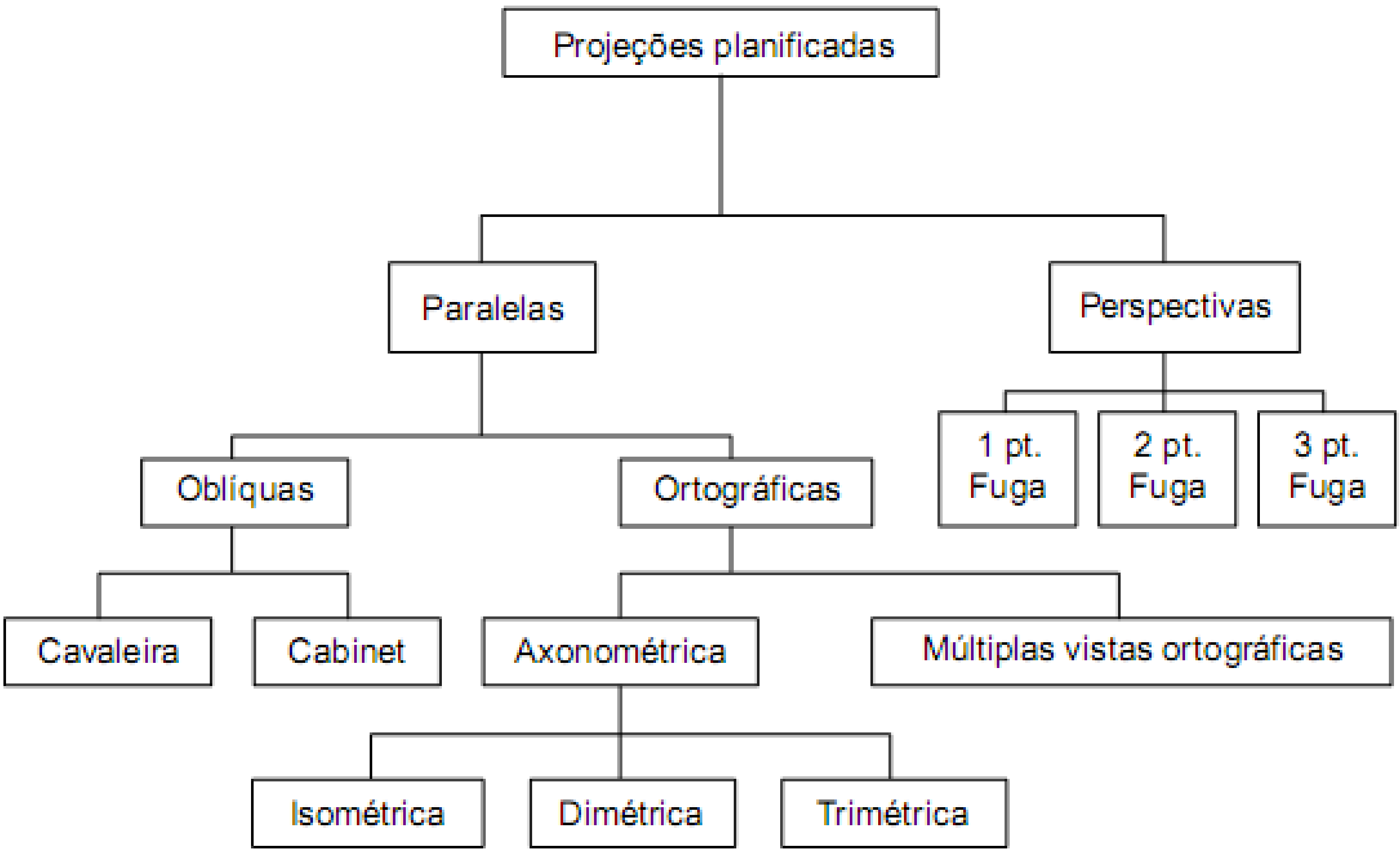


Elementos:

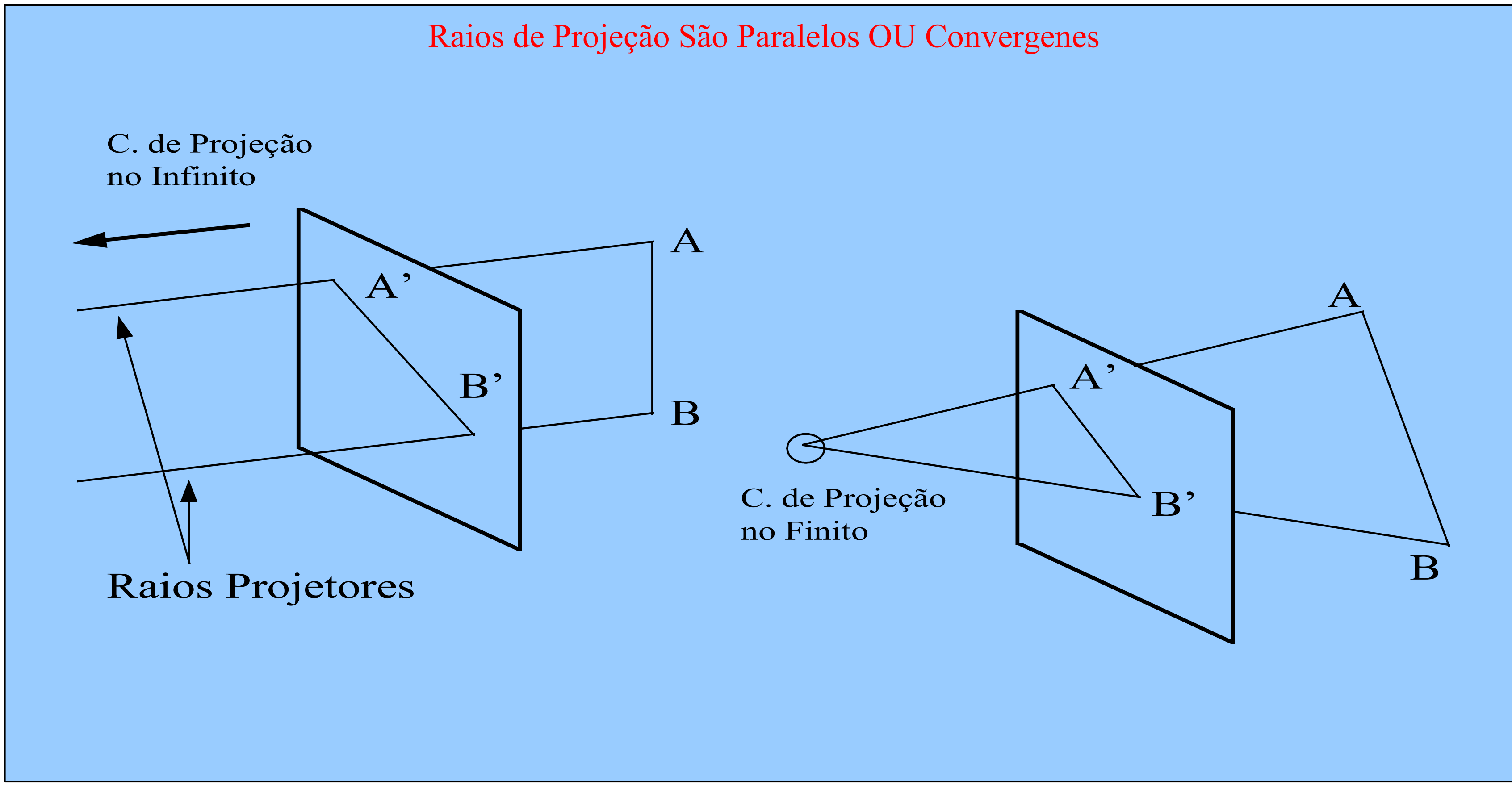
- Plano de Projeção
- Raio de Projeção
- Centro de Projeção



Classificação das Projeções



Paralela e Perspectiva (Cônica)



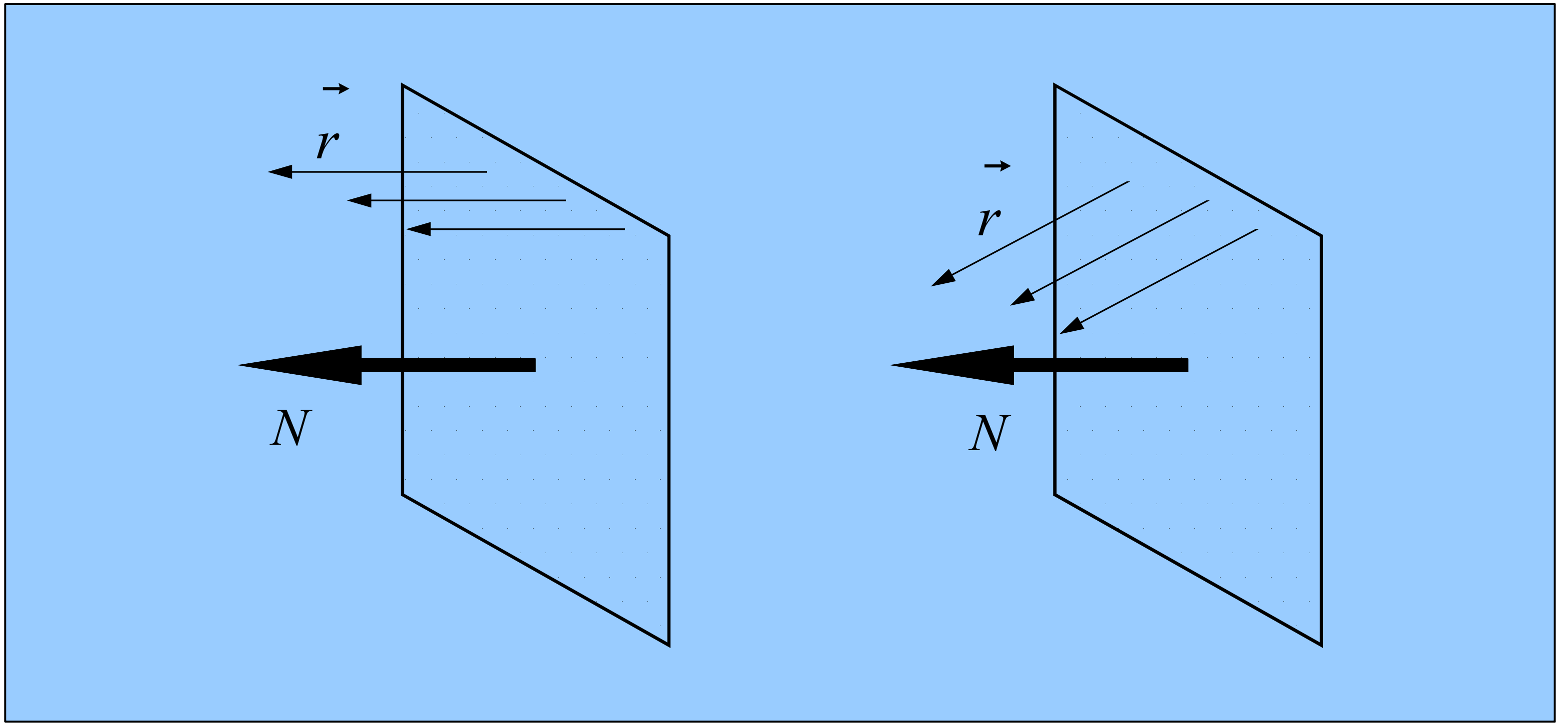
Projeções Paralelas

- Centro de Projeção está no infinito
  - Linhas de projeção são **paralelas** entre si
  - Permitem que se meçam as dimensões

- Dividem-se em
  - **Ortográficas**
    - Linhas são **Perpendiculares** ao Plano de Projeção
  - **Oblíquas**
    - Linhas são **Inclinadas** em relação ao Plano de Proj.

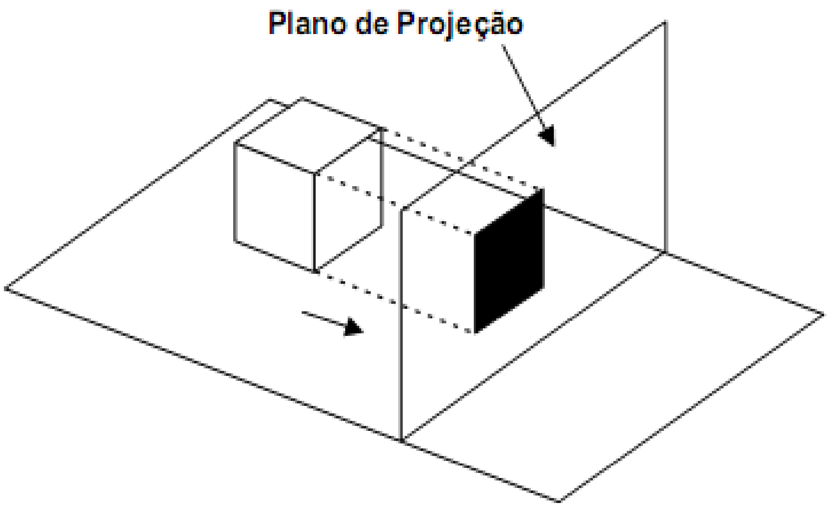
Ortográfica ou Oblíqua

Raios são perpendiculares ou oblíquos

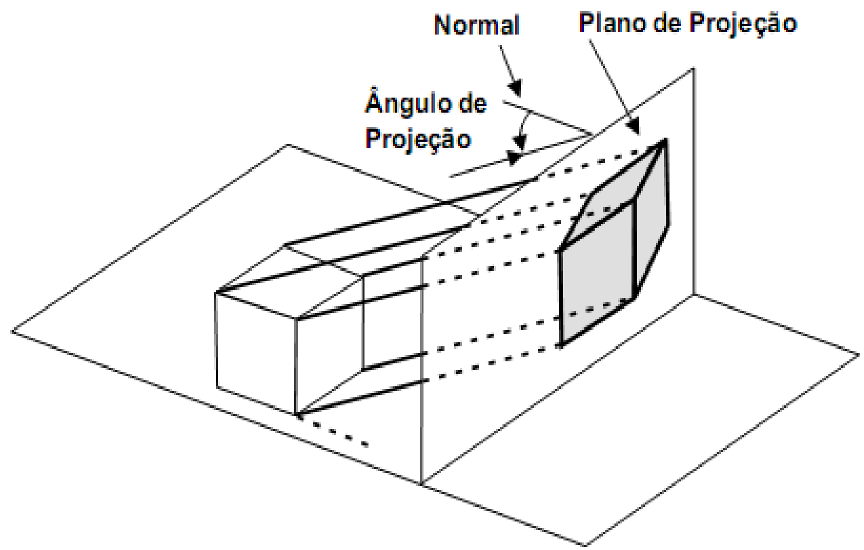


Projeções Paralelas

Ortográfica



Oblíqua



Departamento de Ciência da COMPUTAÇÃO

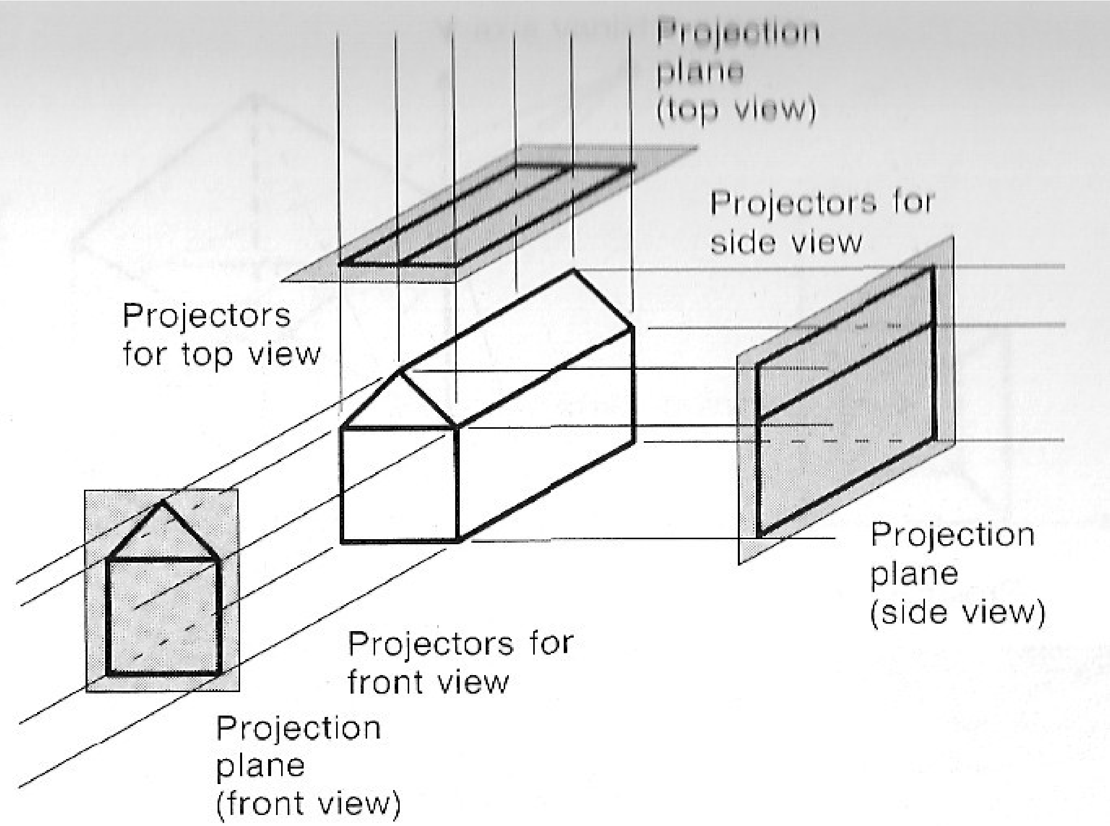
UDESC Joinville

Projeção Paralela Ortográfica

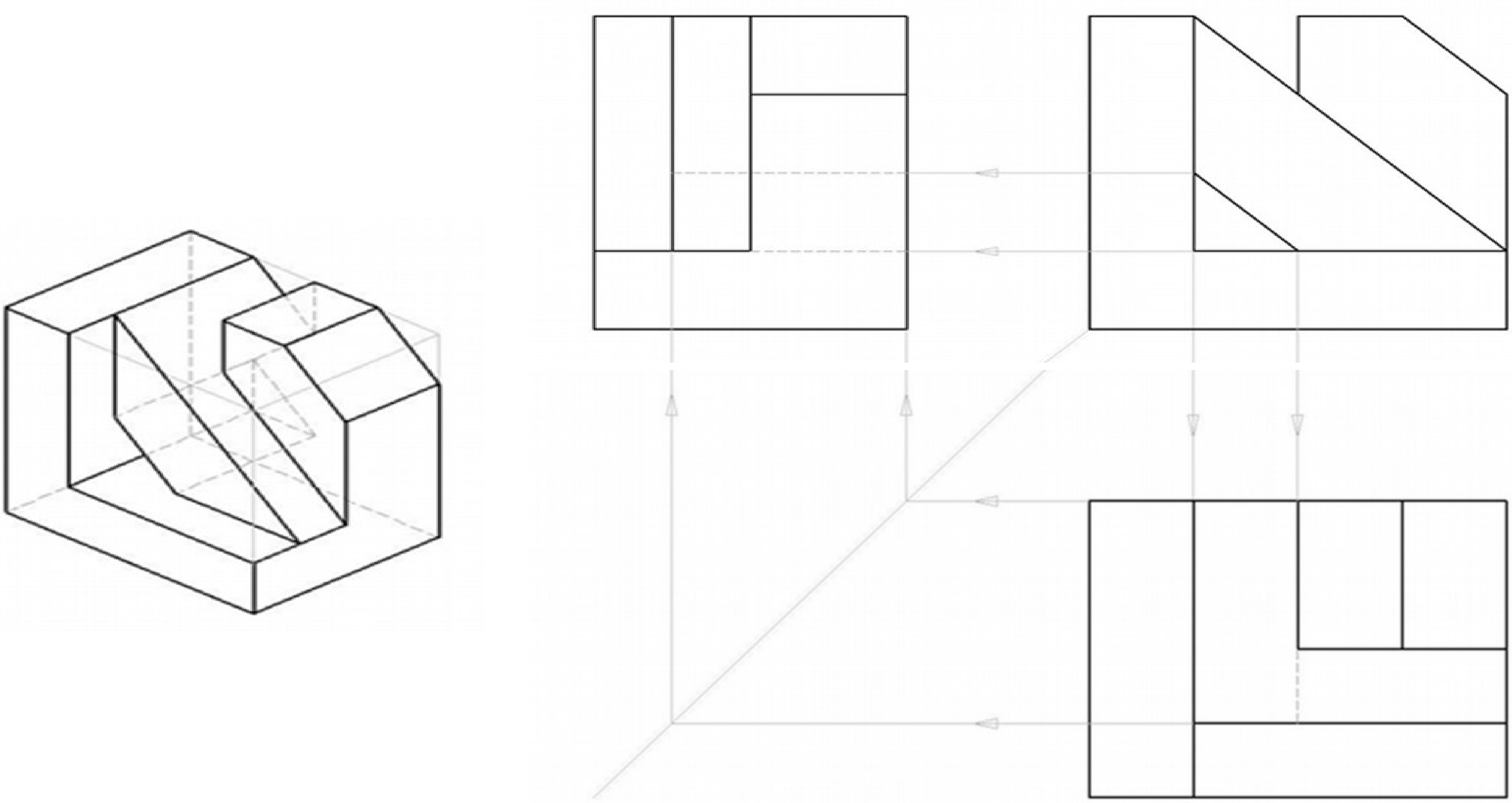
Projeção Paralela Ortográfica

- Vista Superior (Planta Baixa)
- Vista Frontal
- Vista Lateral

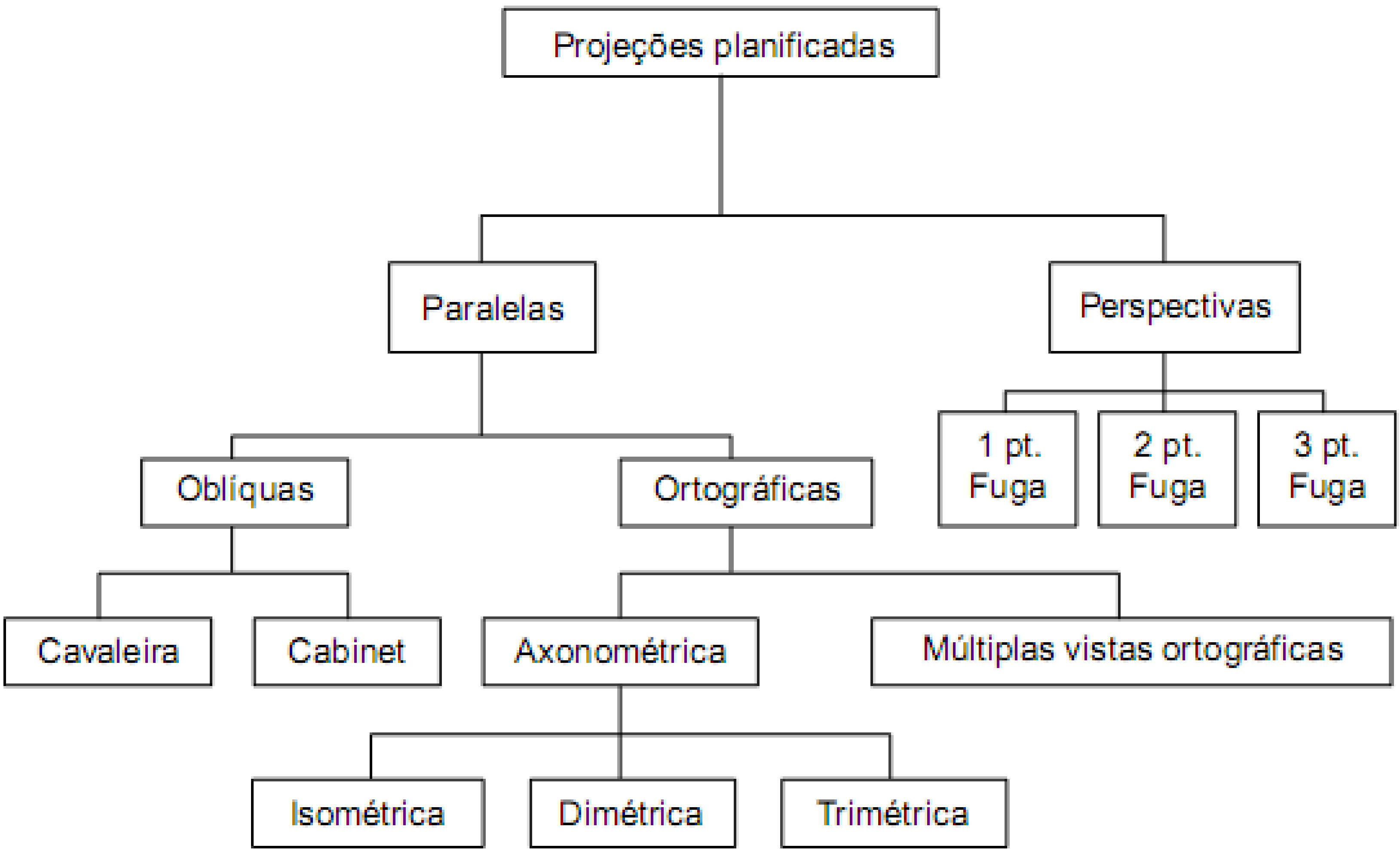
- Mais conhecida pelo público em geral



Múltiplas Vistas Ortográficas



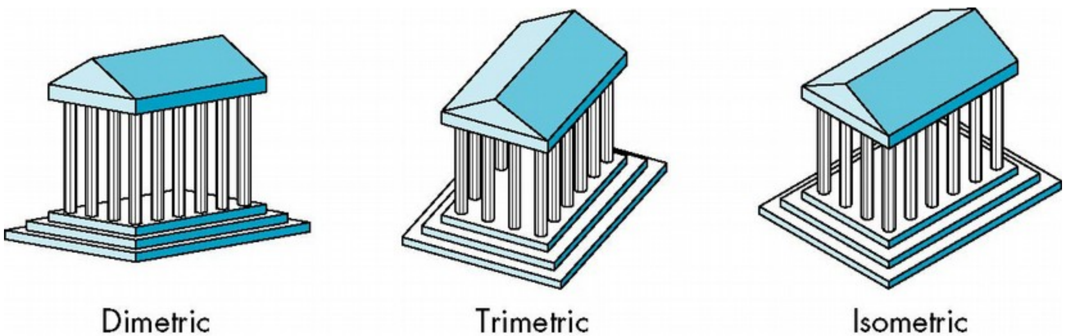
Classificação das Projeções

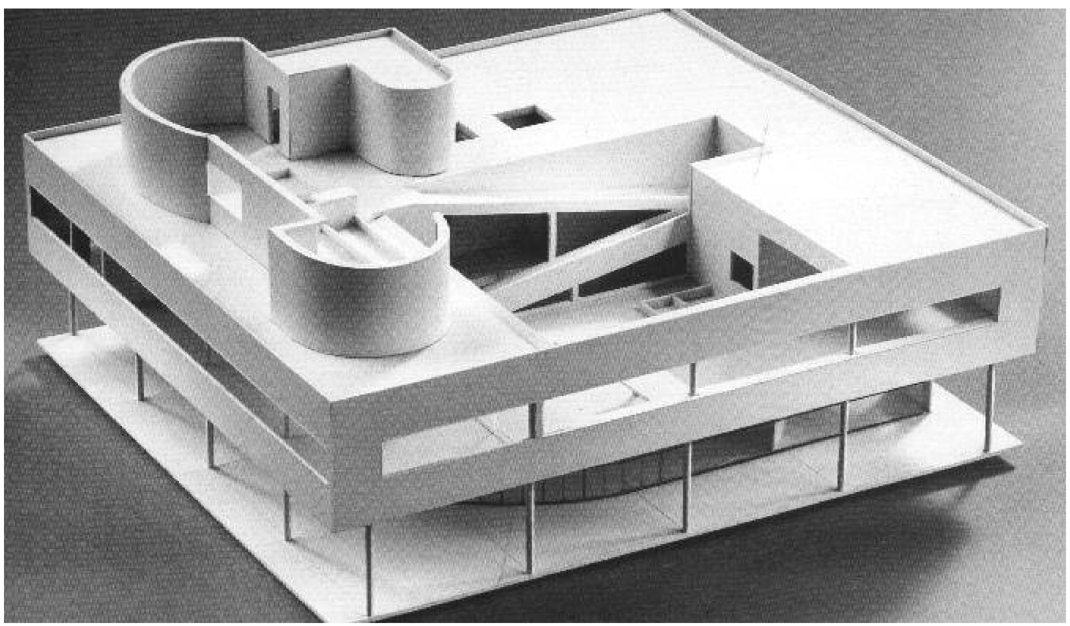


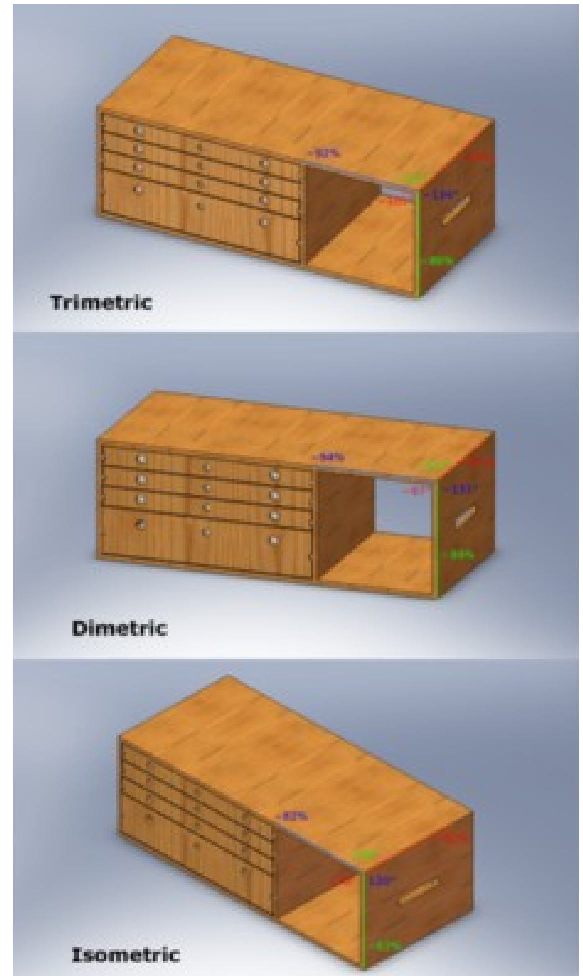
Projeção Paralela Ortográfica

- **Axométrica** (muda eixo)
- É muito comum em Engenharia
- Transmitem “alguma” sensação 3D
- Mesma mudança de escala entre eixos
- Ângulos não são preservados (medidos)
- Equivale a Rotações em Y e em X
  - 2 arbitrárias = trimétrica
  - 1 arbitrária = dimétrica
  - específica = isométrica

Axométricas



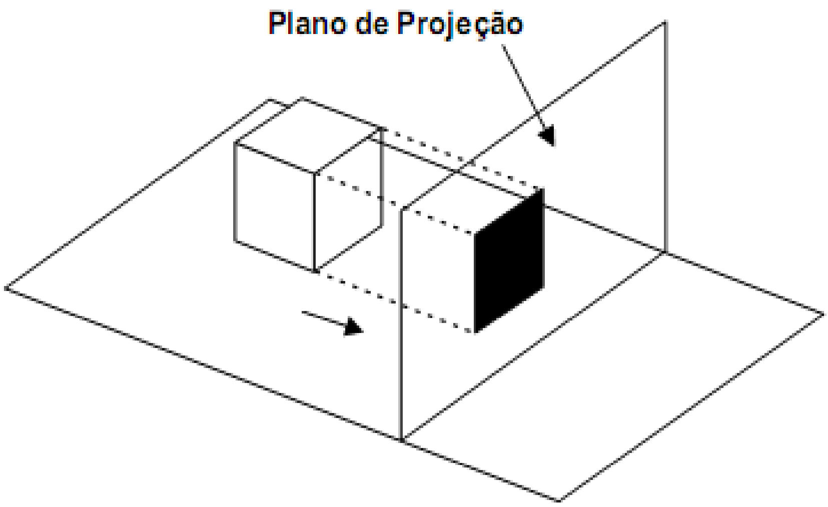




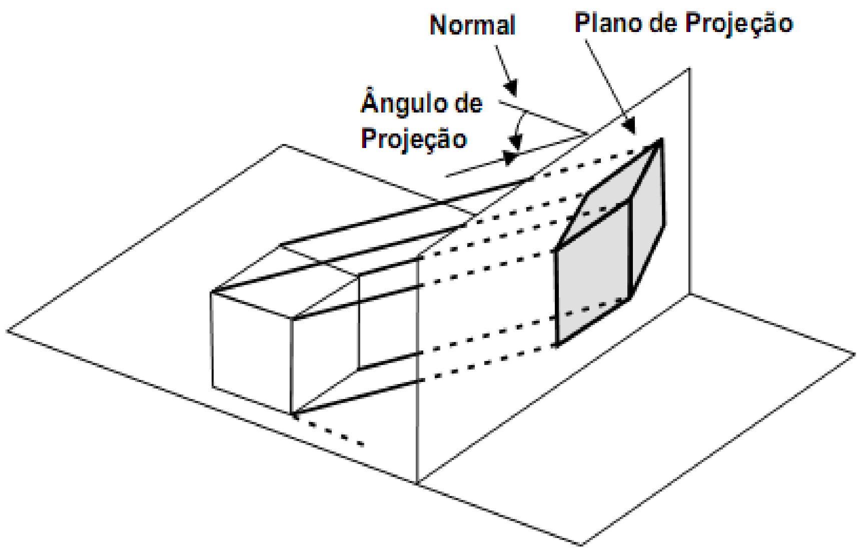
Projeção Paralela Axométrica Isométrica

Projeções Paralelas

Ortográfica



Oblíqua



Projeções Oblíquas Cavaleira e Cabinet

- Na cavaleira os raios de projeção formam um ângulo de 45° com o plano de projeção. Isto resulta no fato de que segmentos de reta ortogonais ao plano de projeção possuirão o mesmo comprimento que sua projeção.
- Na projeção paralela oblíqua cabinet as projetantes formam um ângulo de arctg(2)=63,4° com o plano de projeção. A ideia deste ângulo é projetar segmentos de reta perpendiculares ao plano de projeção de forma a reduzirem seu tamanho à metade. Reúne as vantagens da cavaleira, mas um pouco mais realista. Deve haver um fator de escala =1/2 para medidas sobre retas perpendiculares ao plano de projeção.

Projeções Oblíquas Cavaleira

- Medição Igual, Baixo Realismo
- Cavaleira tem de 45º e 30º
- Ângulos no Plano XY são preservados
- **TODAS** as dimensões são preservadas

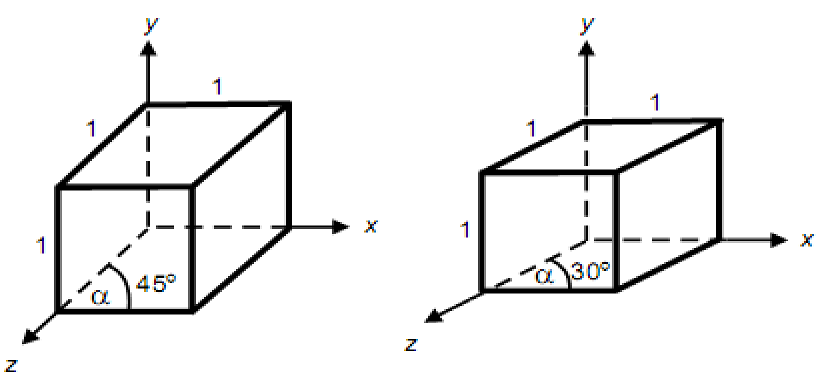
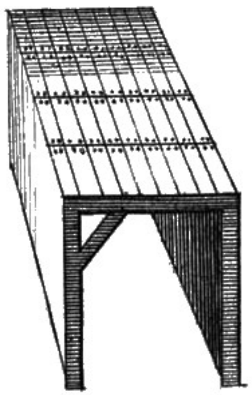


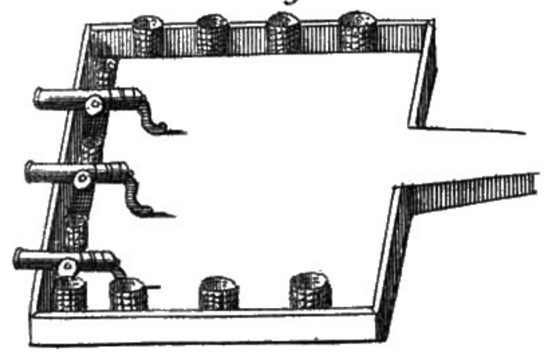
FIGURA 2.20. *Projeção paralela oblíqua cavaleira, onde o eixo não-paralelo ao plano de projeção aparece com ângulos de 45º e 30 º.*

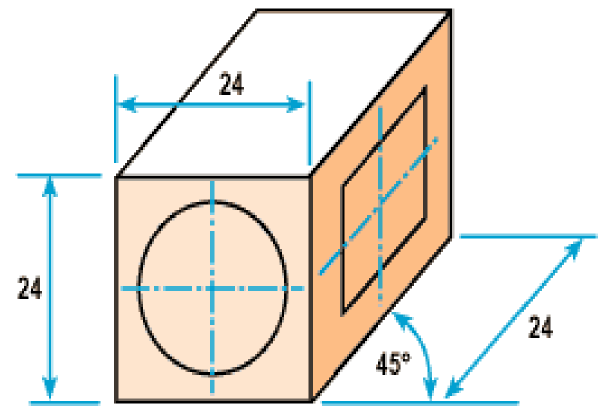
Exemplos de Cavaleira

Gallery

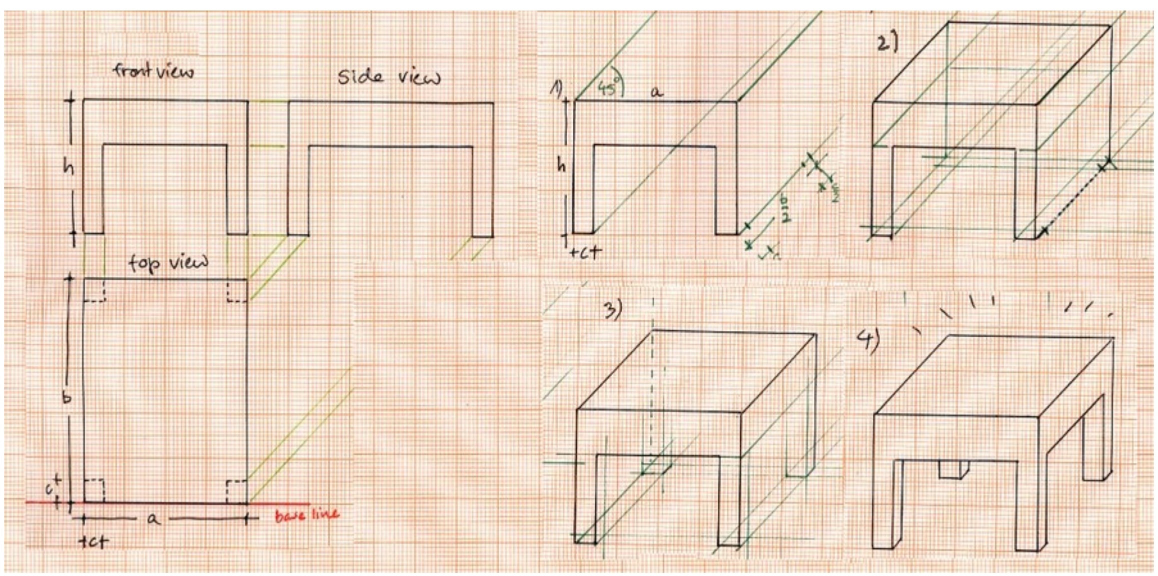


Battery





Cavalier projection



Projeção Oblíqua Cabinet

- Medição é possível, Melhor realismo
- Cabinet tem de 45º e de 30º
- Ângulos no Plano XY são preservados
- A dimensão em **Z é escalada**

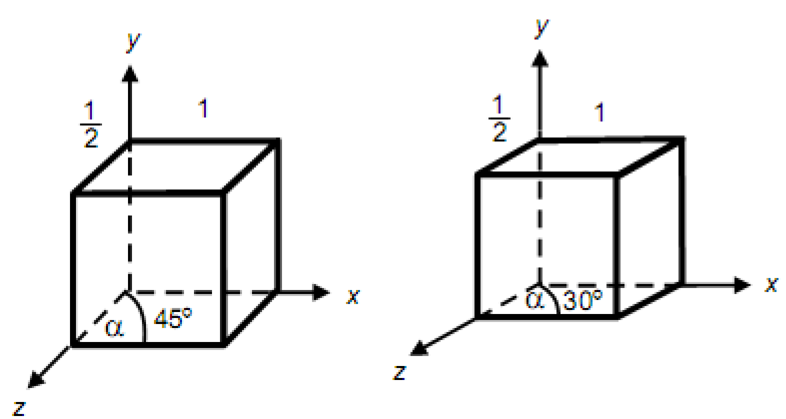
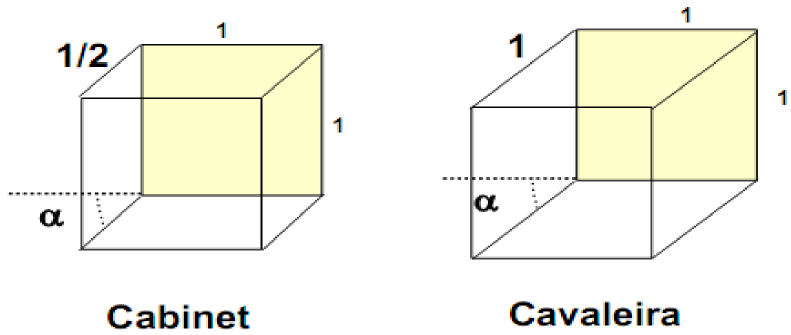


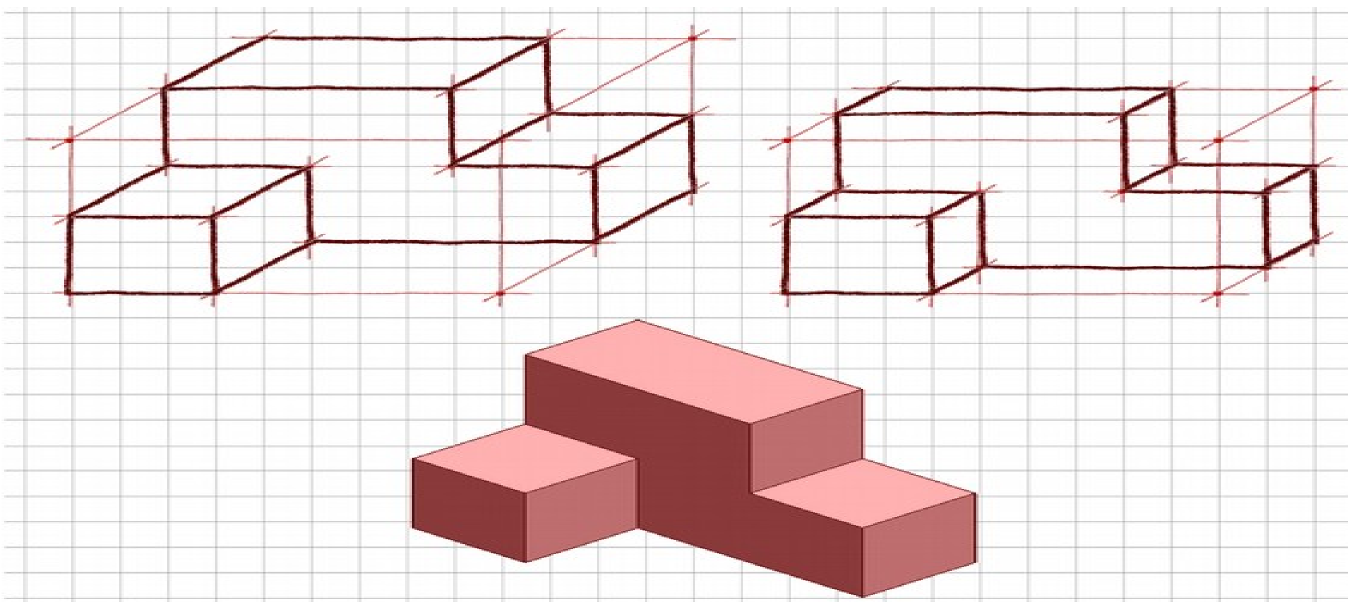
FIGURA 2.21. *Projeção paralela oblíqua cabinet, onde o eixo não-paralelo ao plano de projeção aparece com ângulos de 45º e 30º.*

Departamento de Ciência da COMPUTAÇÃO

UDESC Joinville

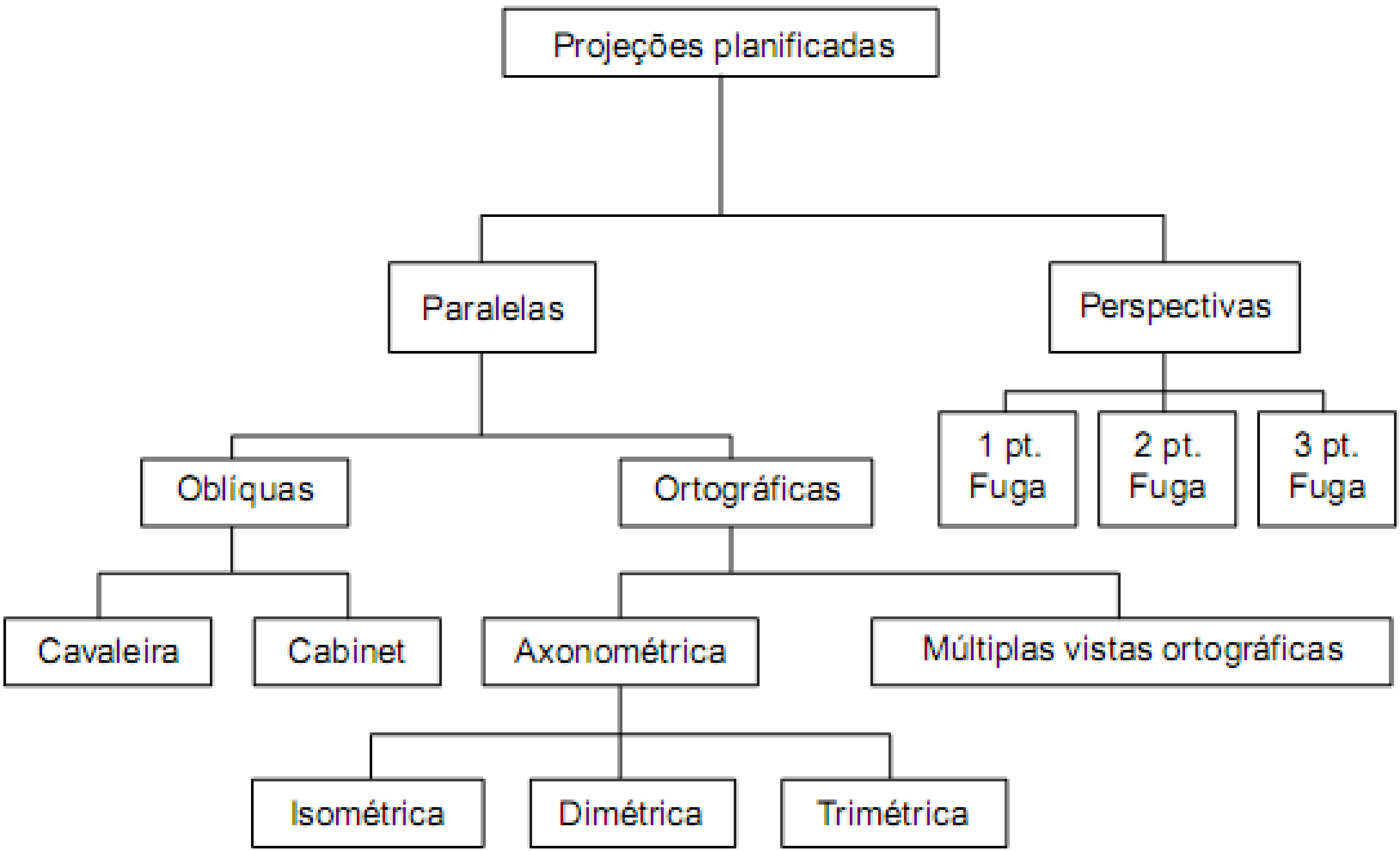
Cavaleira *vs* Cabinet





Projeção Oblíqua

Classificação das Projeções



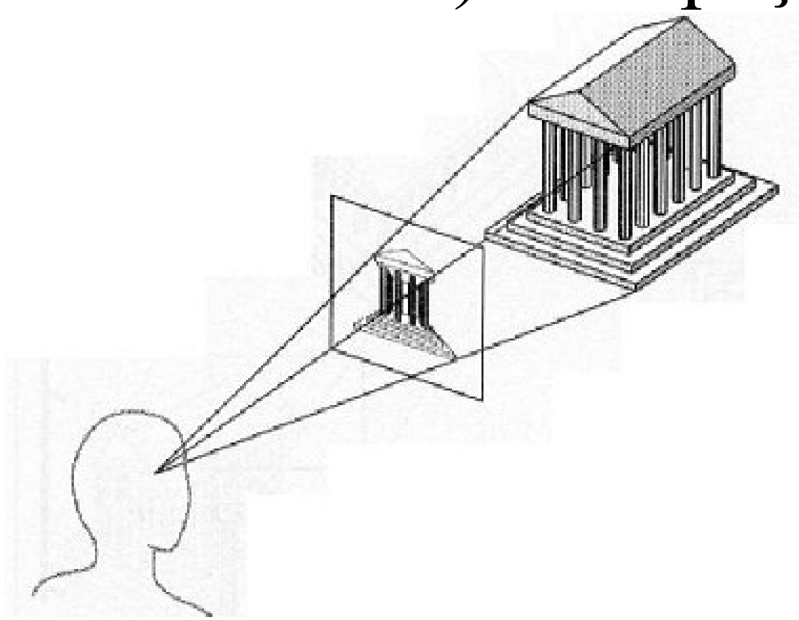
Departamento de Ciência da COMPUTAÇÃO

UDESC Joinville

Projeção Perspectiva

Transformação Perspectiva

- Chama-se de Projeção Perspectiva ou Cônica a uma transformação cuja imagem de algum ponto ideal P_o converge para um ponto Pv (ponto de visão) do espaço 3D.



Transformação Perspectiva

Retas paralelas na direção de P_o são transformadas em retas incidentes em Pv.

Não pode ser usada para medições

Produz uma imagem **realista**

Divide-se em

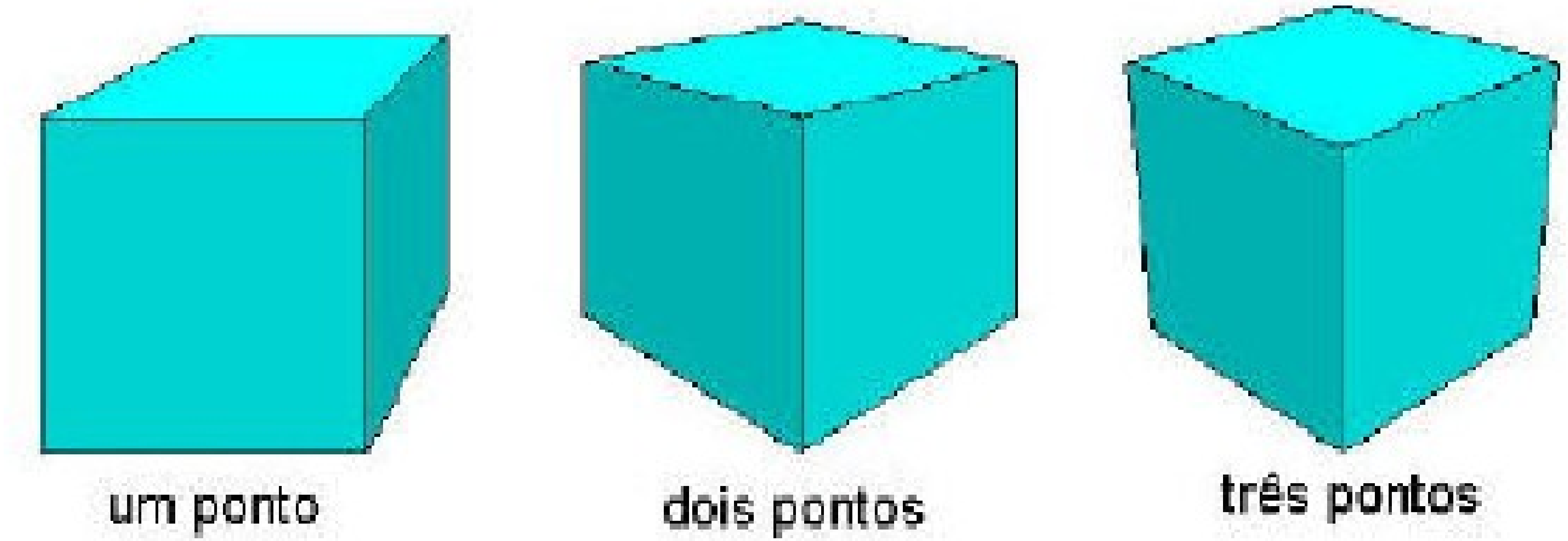
– 1, 2 ou 3 Pontos de Fuga

Tipos de Perspectiva

Projeção Perspectiva

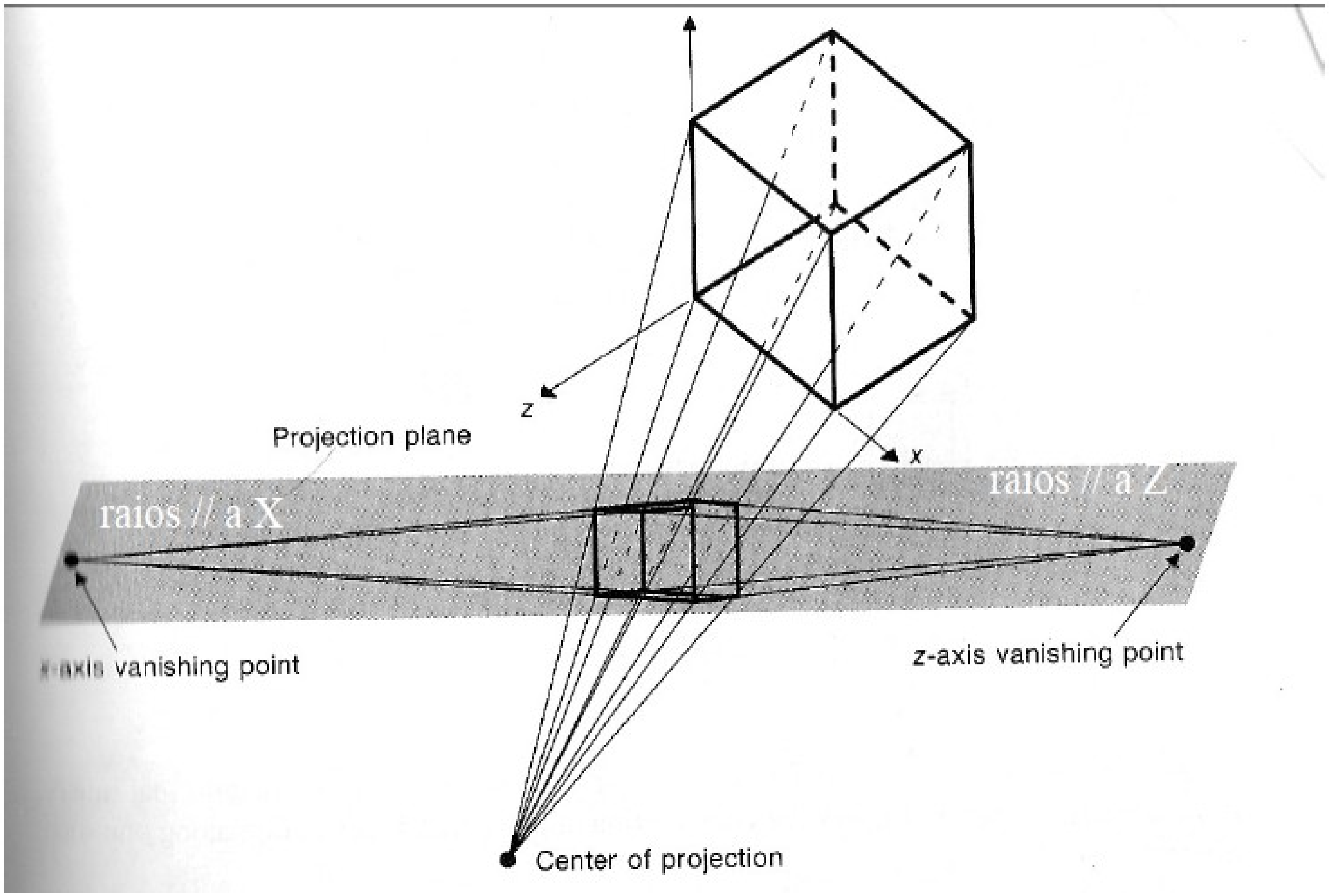
1 Pf = retas paralelas ao eixo Z no Espaço Real convergem no espaço projetado

2 Pf = retas paralelas no X e no Z convergem



Perspectiva 1 Ponto de Fuga

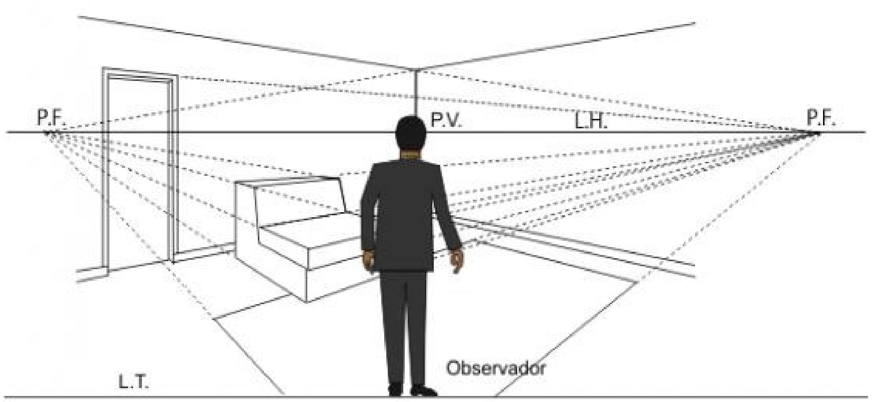
Perspectiva 2 Pf

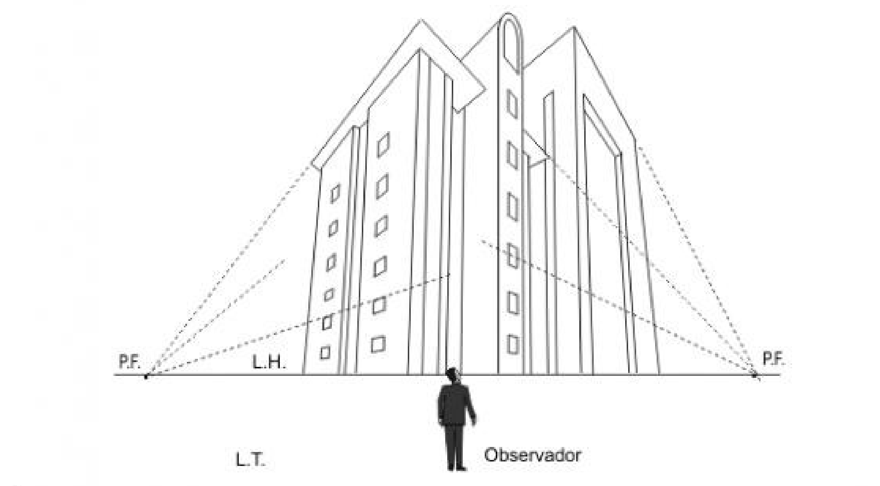


Departamento de Ciência da COMPUTAÇÃO

UDESC Joinville

Perspectiva 2 Pf
(perspectiva do arquiteto)

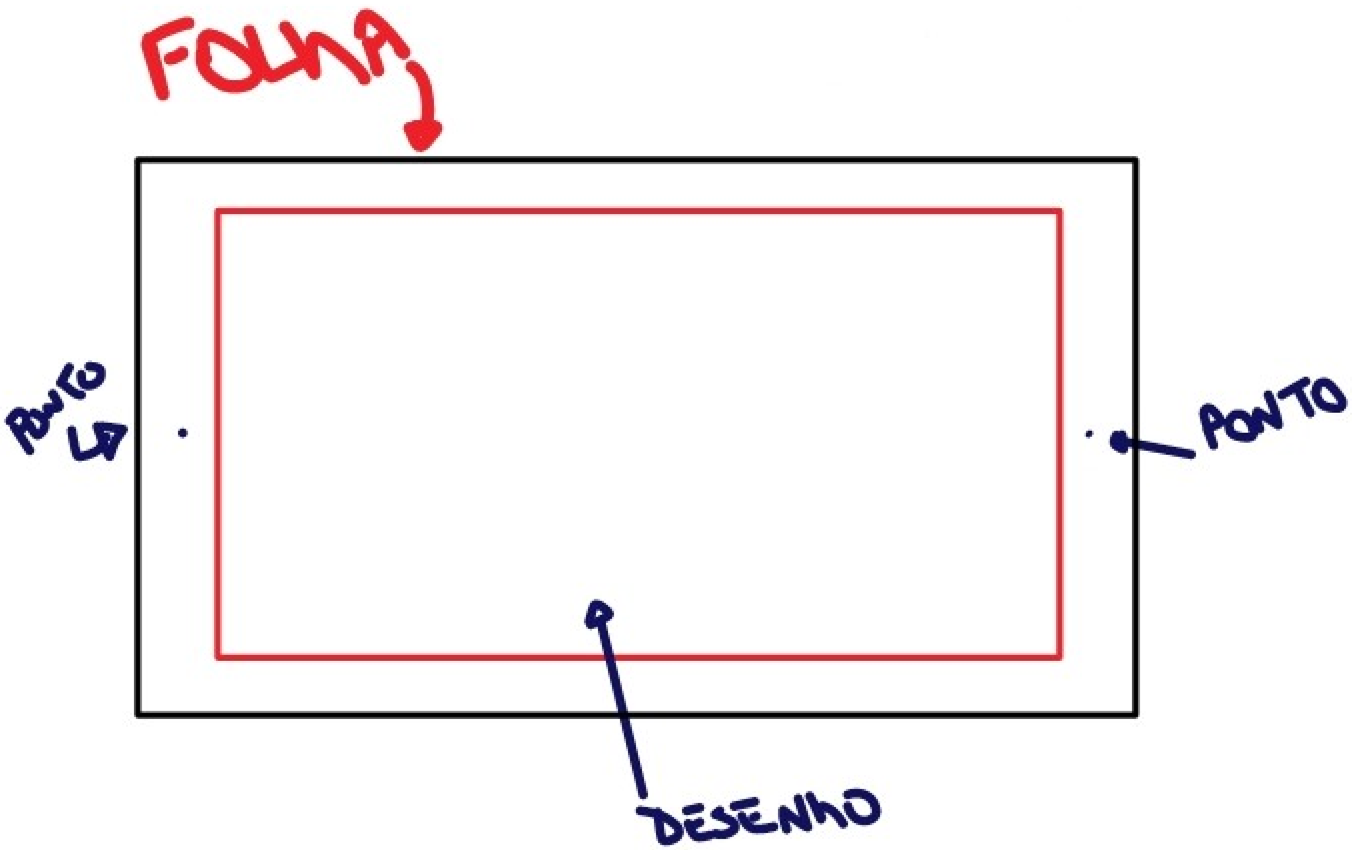




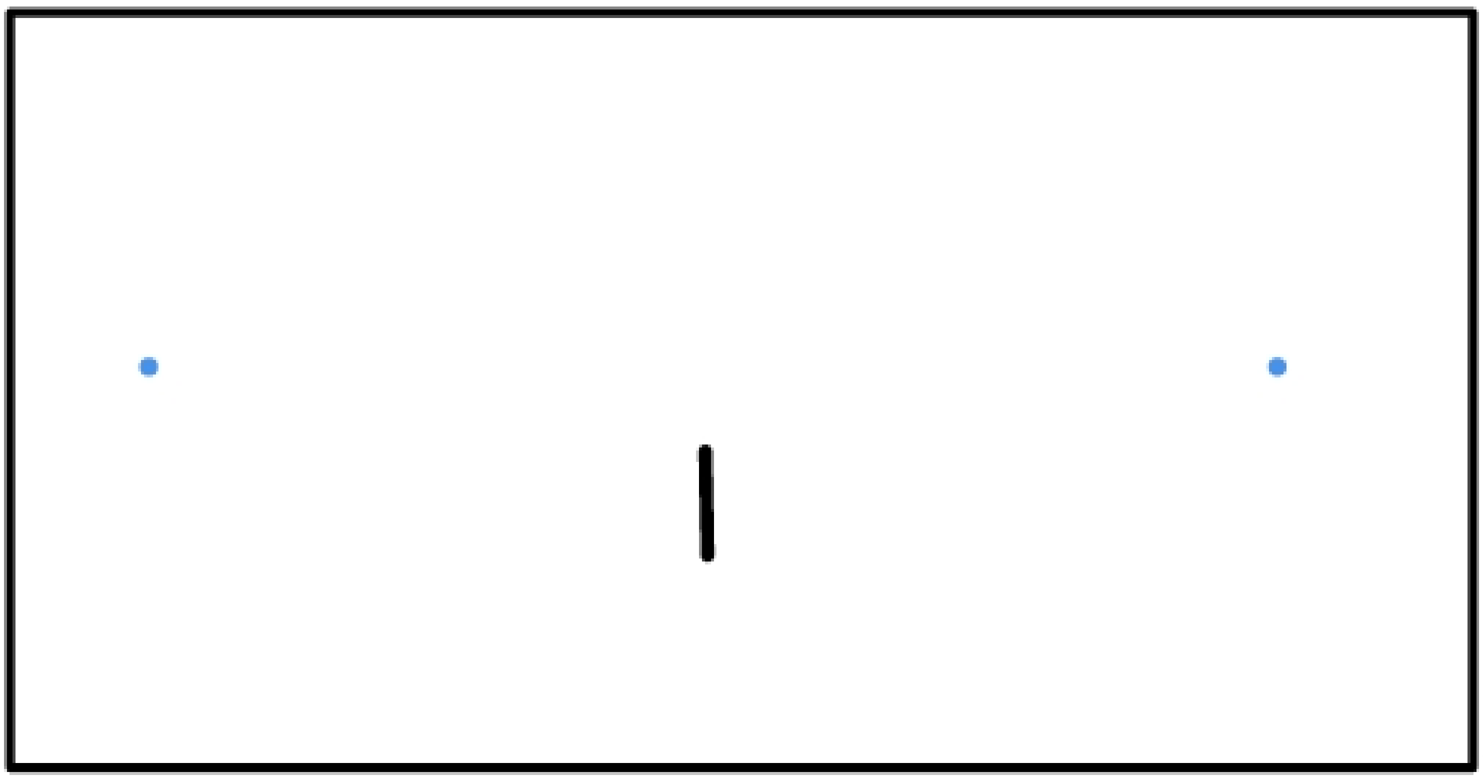
Departamento de Ciência da COMPUTAÇÃO

UDESC Joinville

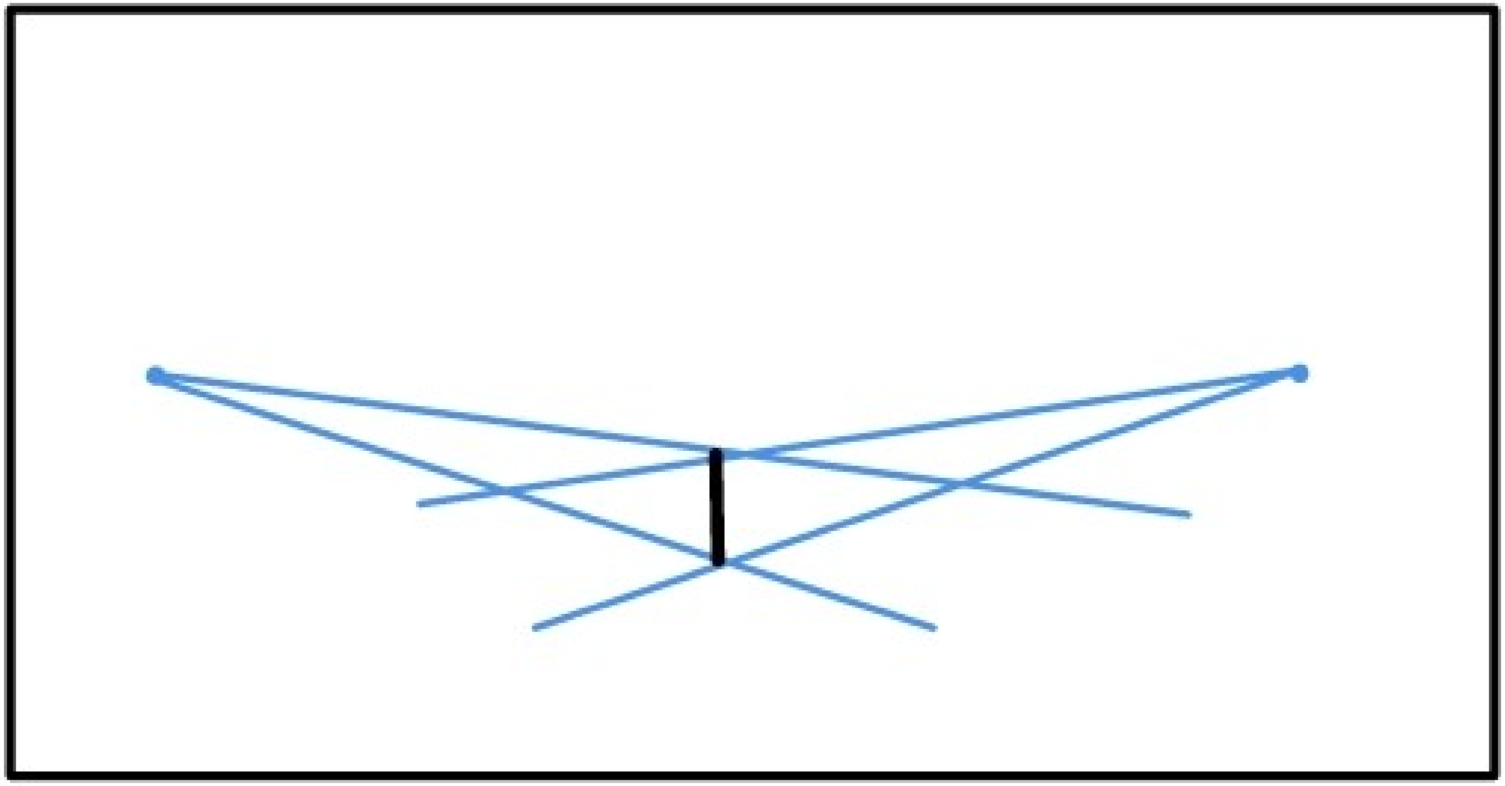
Desenhando um cubo



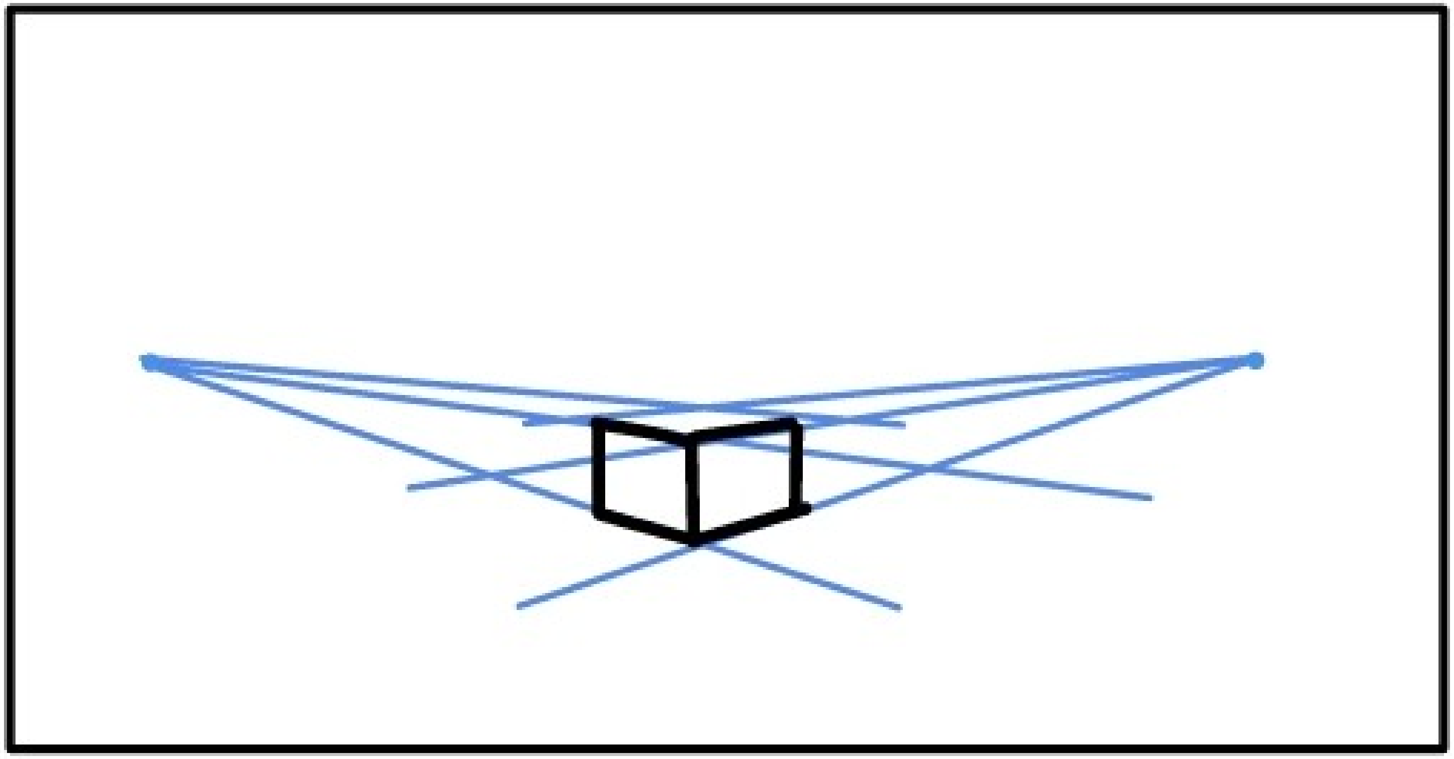
Desenhando um cubo



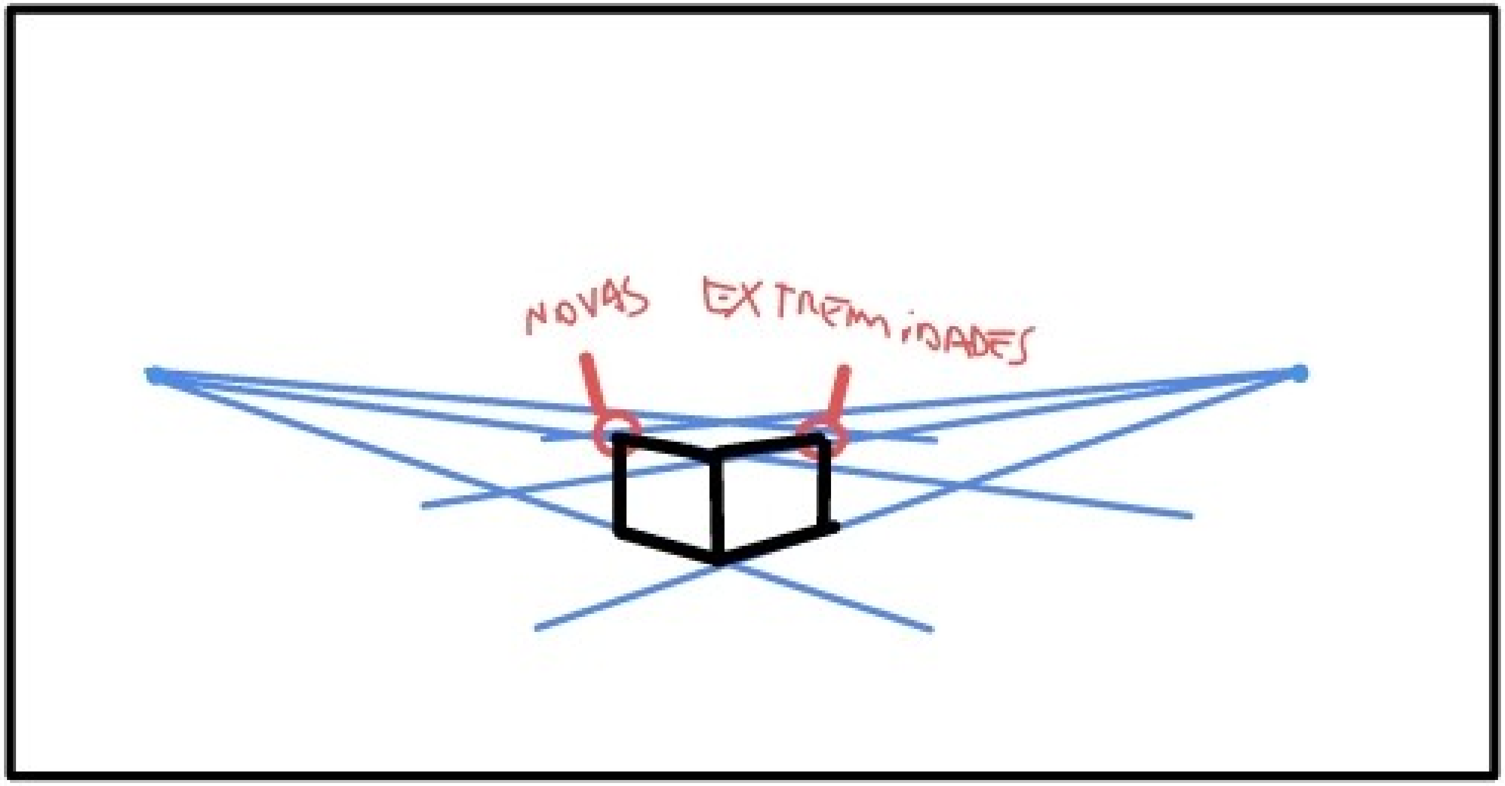
Desenhando um cubo



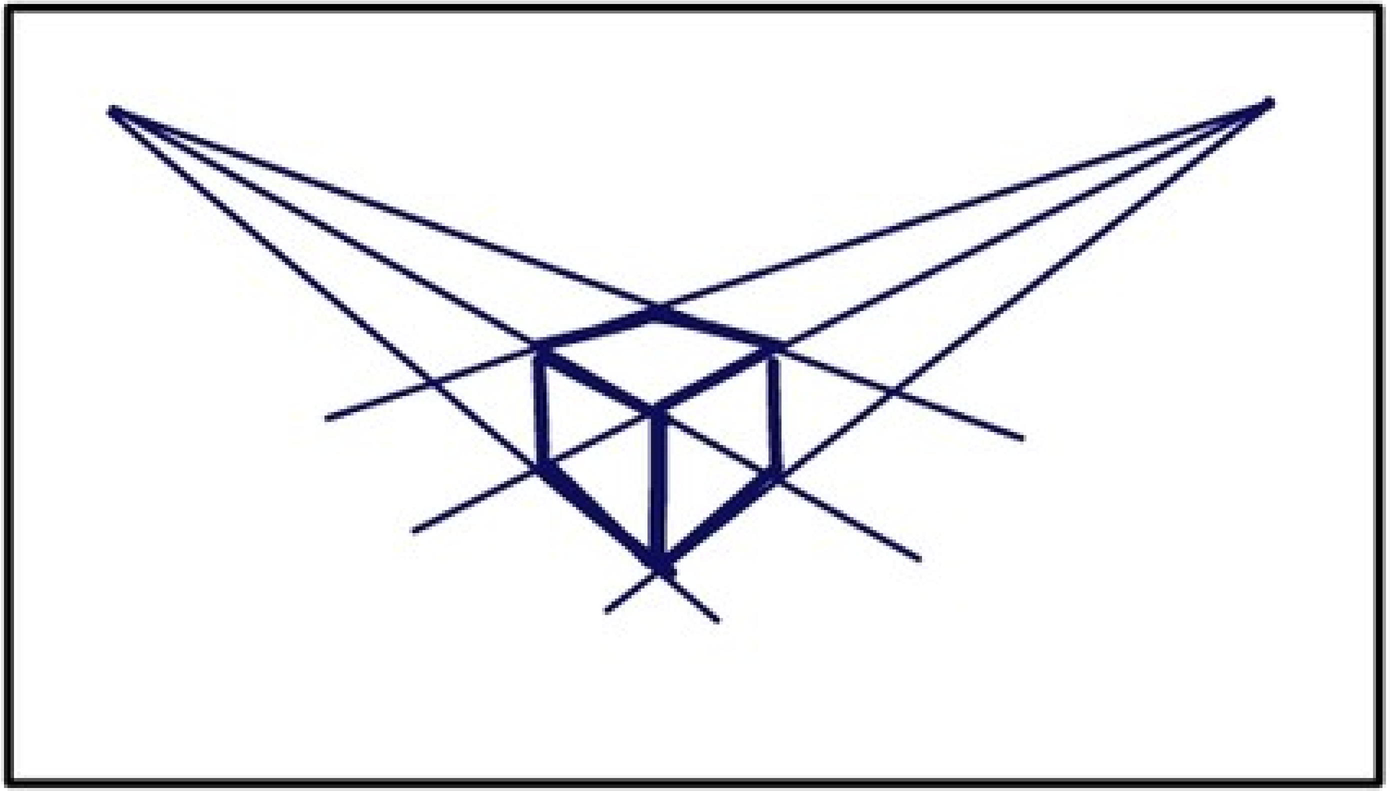
Desenhando um cubo



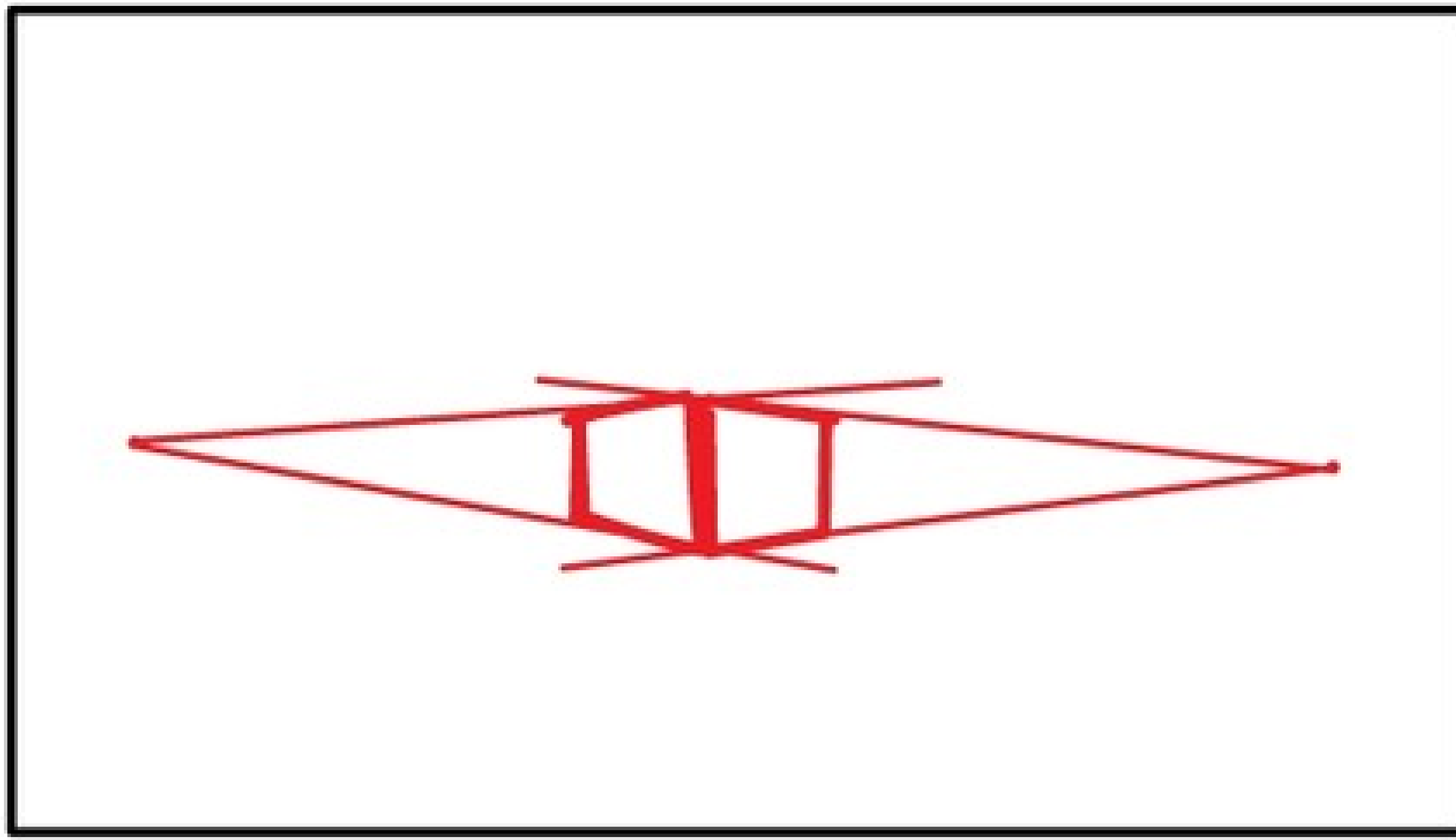
Desenhando um cubo



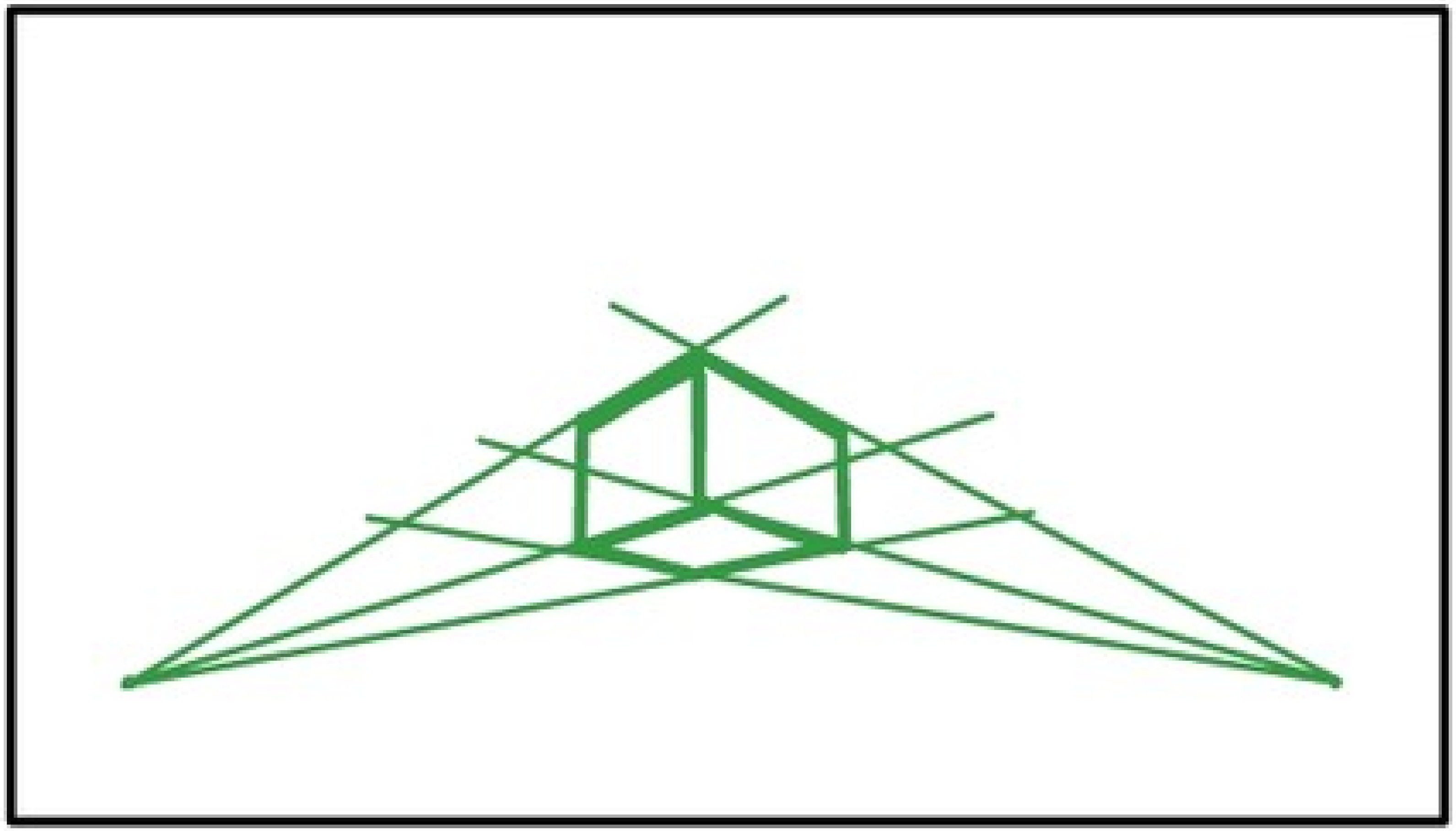
Outras perspectivas



Outras perspectivas

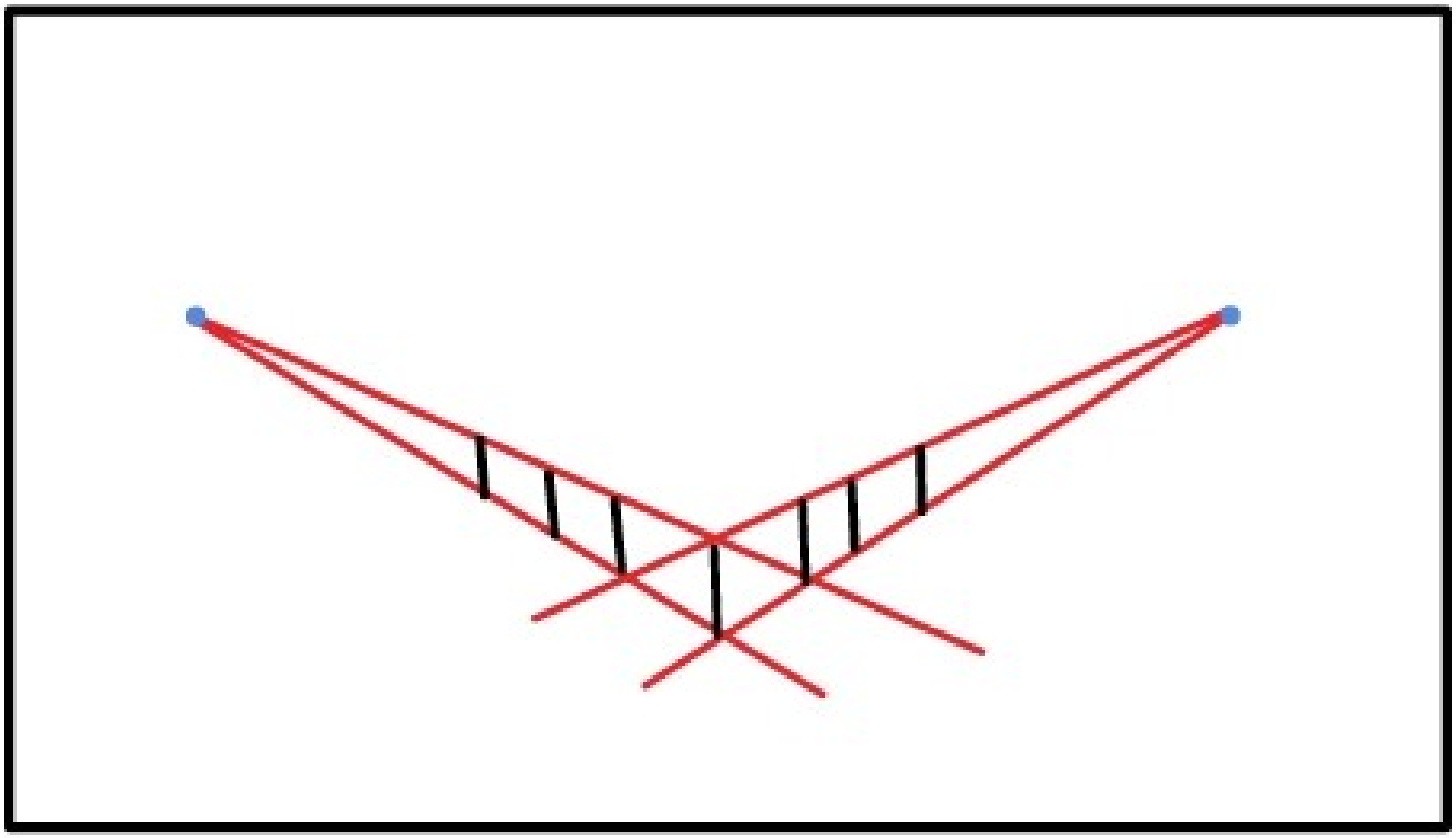


Outras perspectivas



N cubos

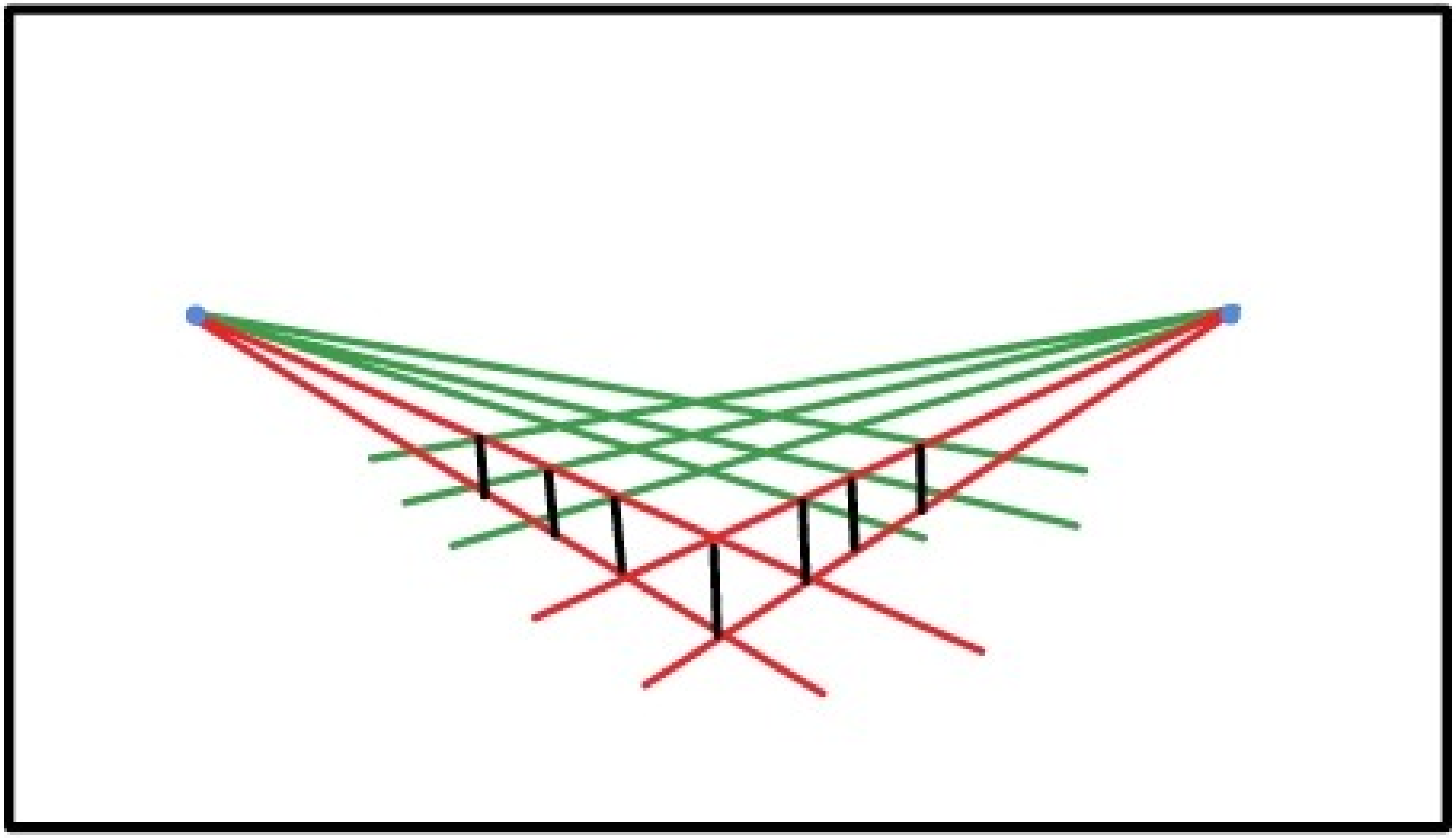
N cubos



Departamento de Ciência da COMPUTAÇÃO

UDESC Joinville

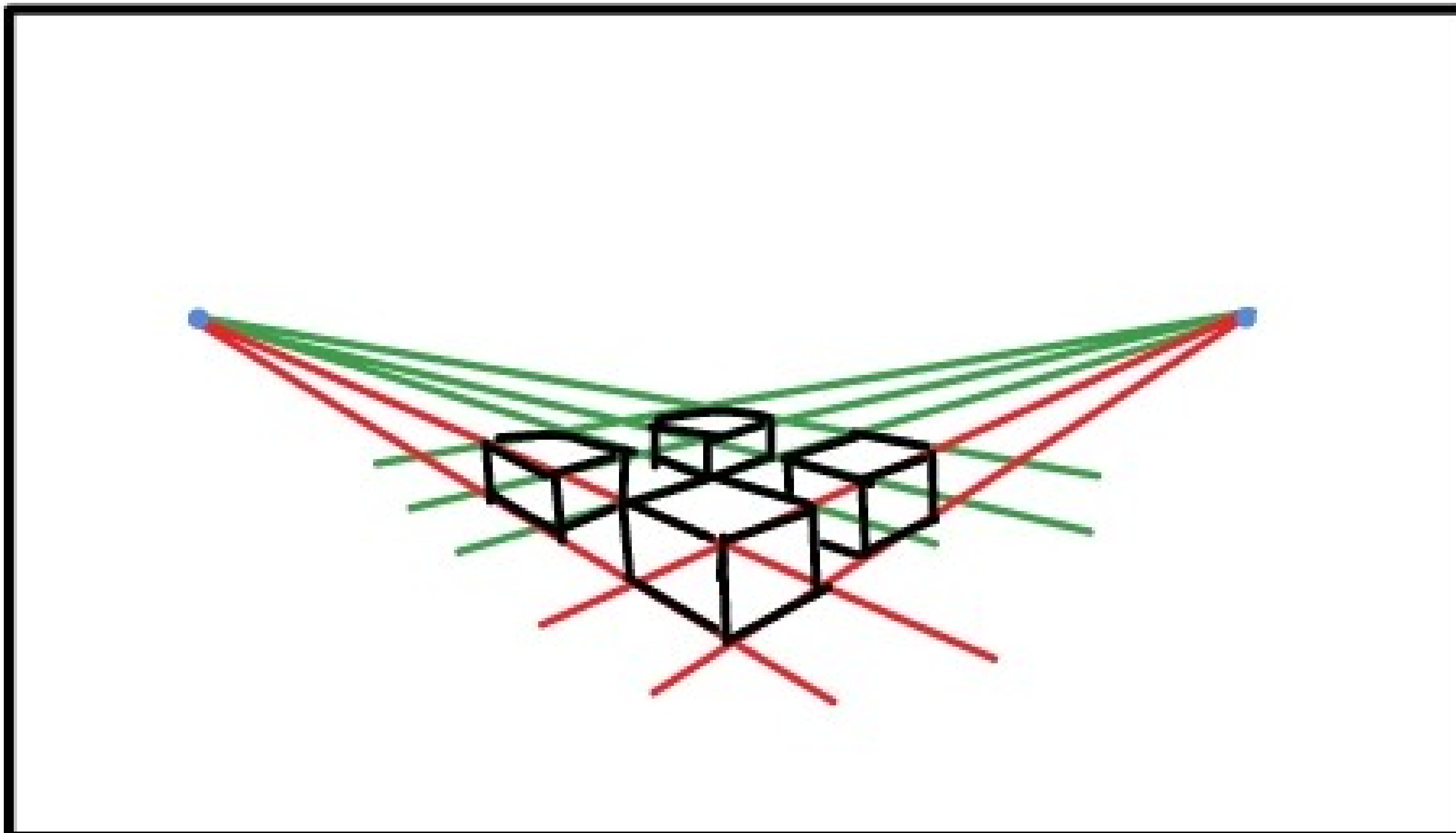
N cubos



Departamento de Ciência da COMPUTAÇÃO

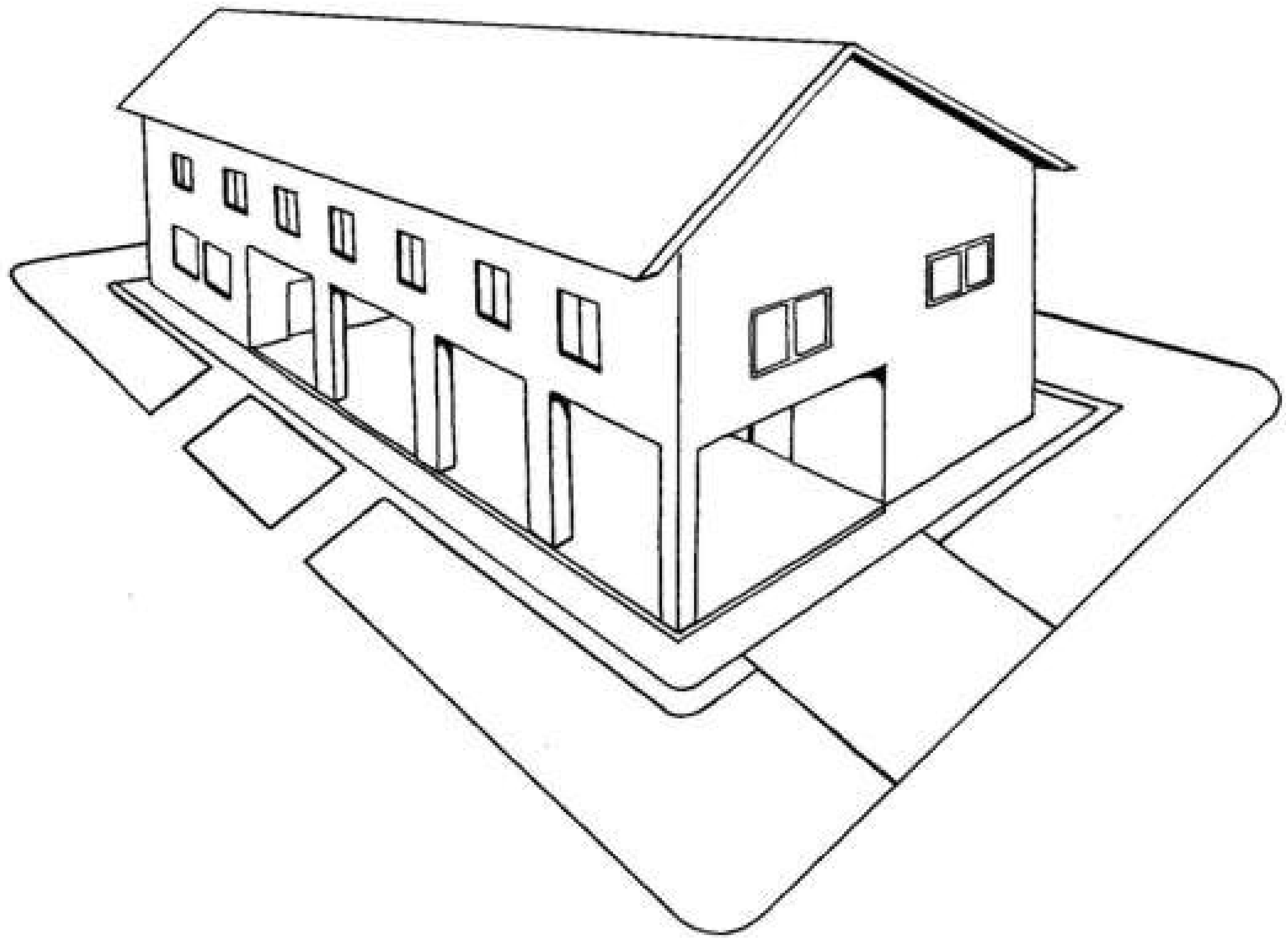
UDESC Joinville

N cubos



Exemplos

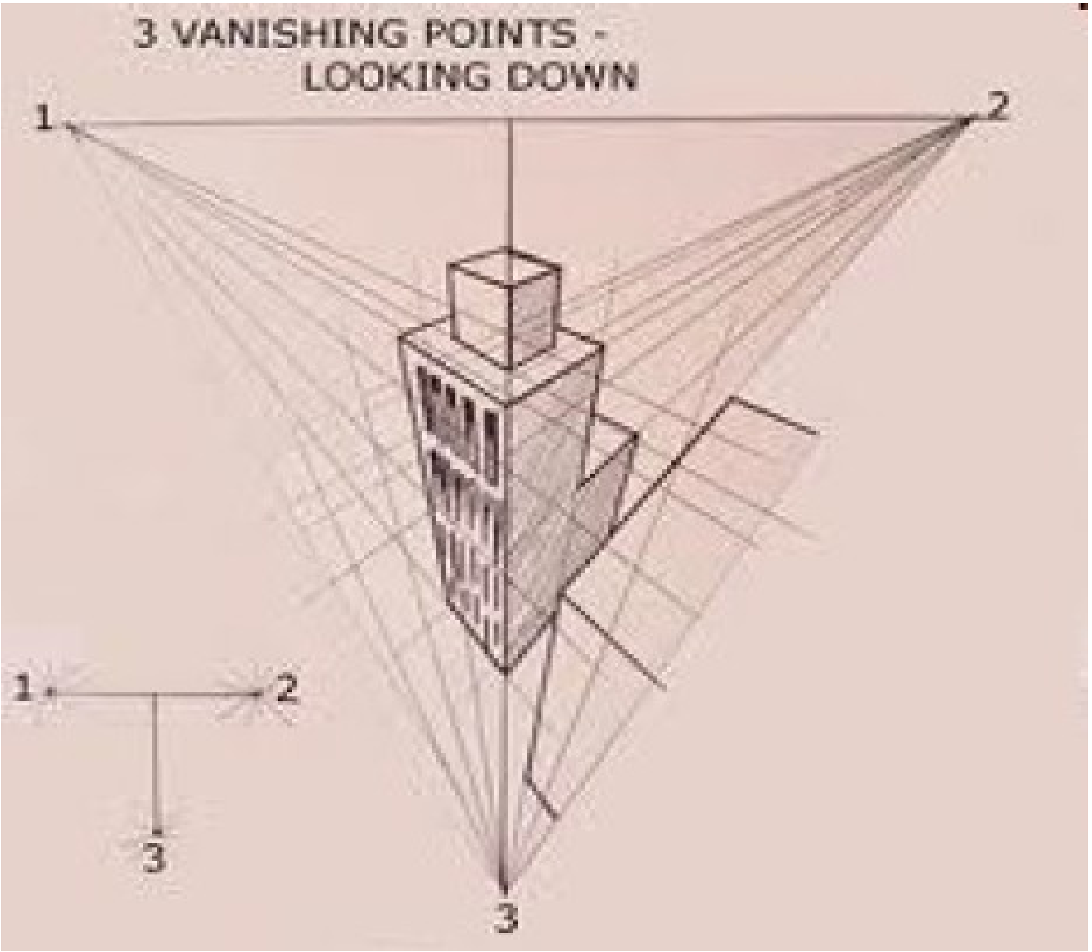
Exemplos



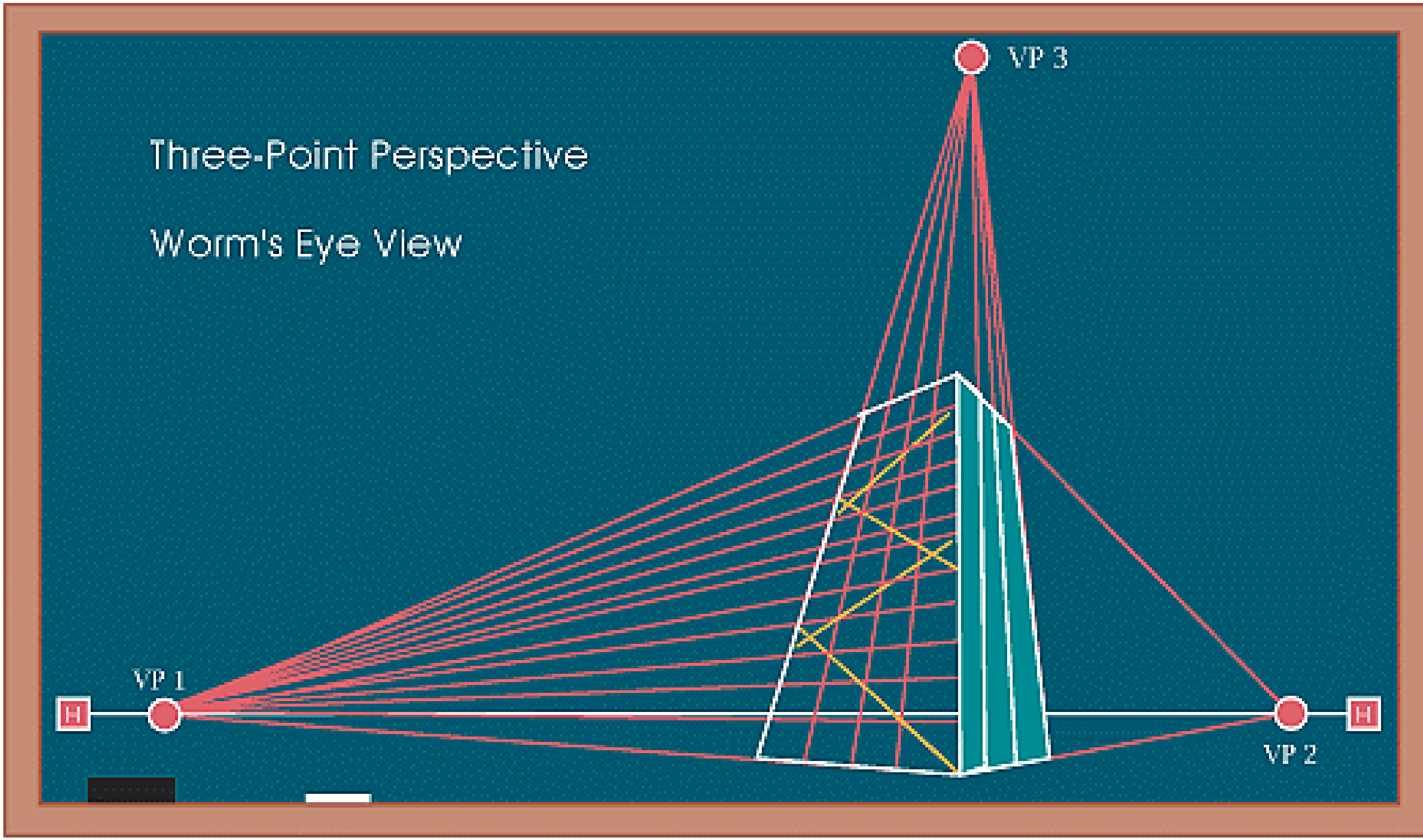
Departamento de Ciência da COMPUTAÇÃO

UDESC Joinville

Perspectiva **3 Pf**



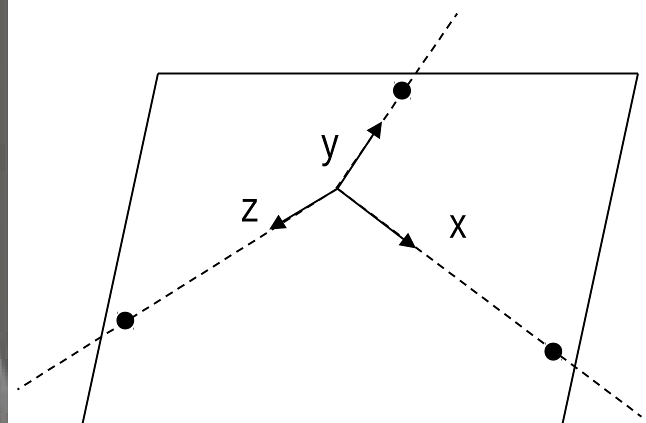
Perspectiva 3 Pf



Perspectiva 3 Pf

- City Night, 1926
  - Georgia O'Keefe

- Acrescenta pouco em relação a perspectiva com 2 pontos de fuga



Plano de projeção

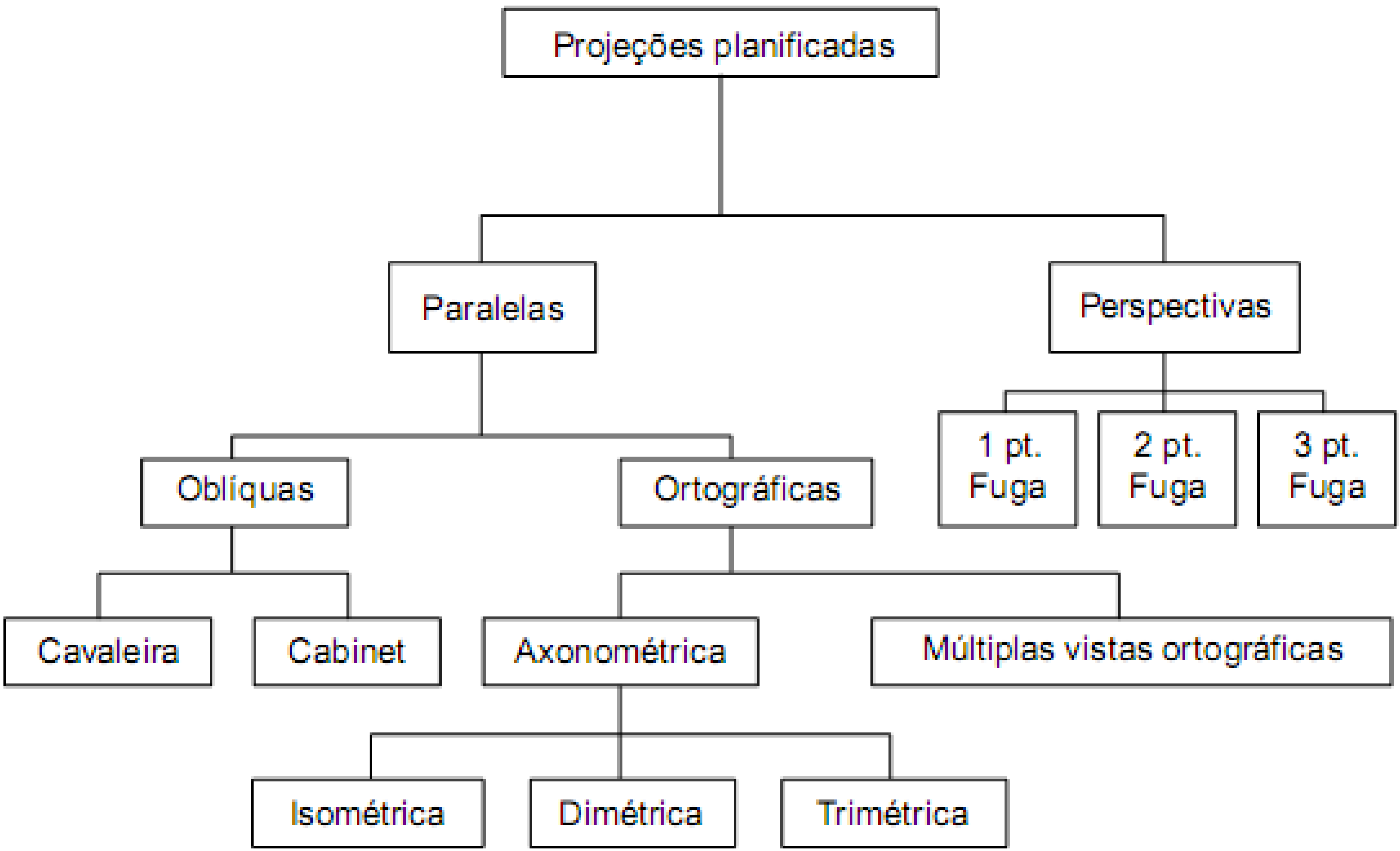
Projeções

Realismo →

Ortográficas – Oblíquas – Perspectiva

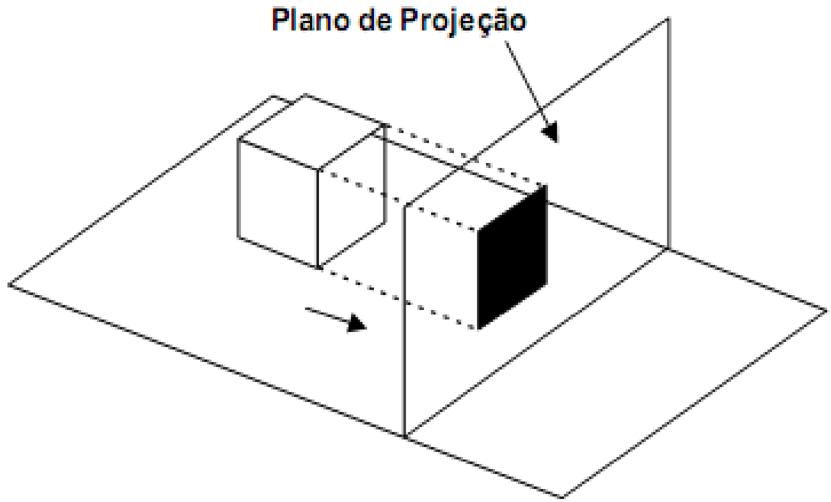
← **Facilidade de Medição/Desenho**

Classificação das Projeções



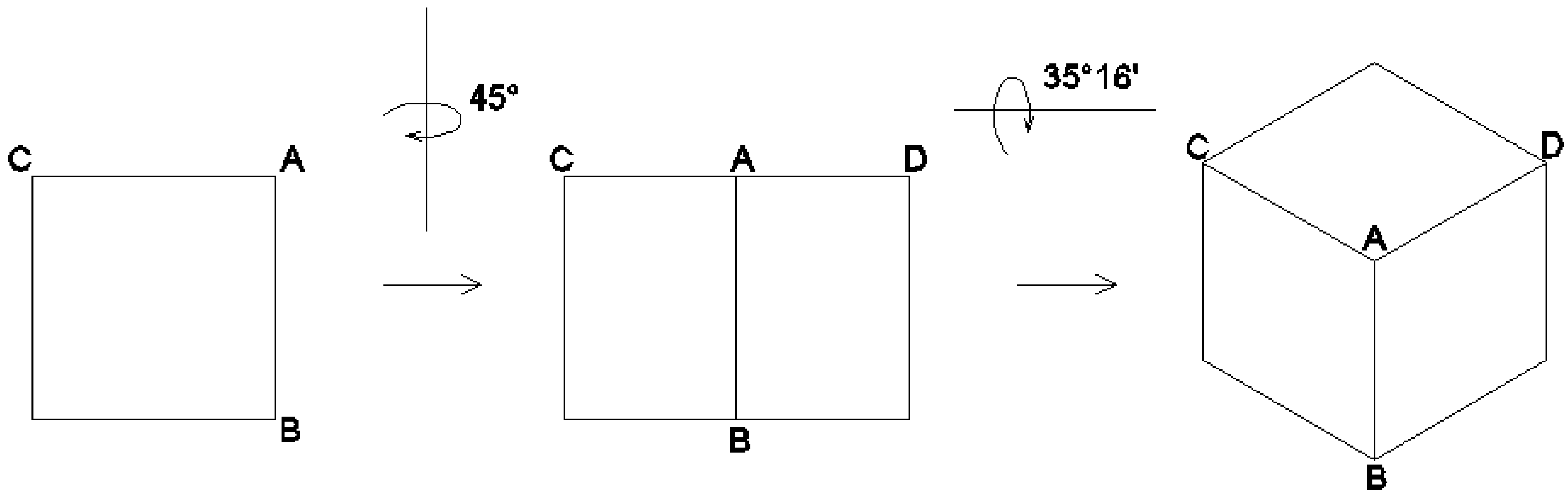
Cálculo das Matrizes de Projeção

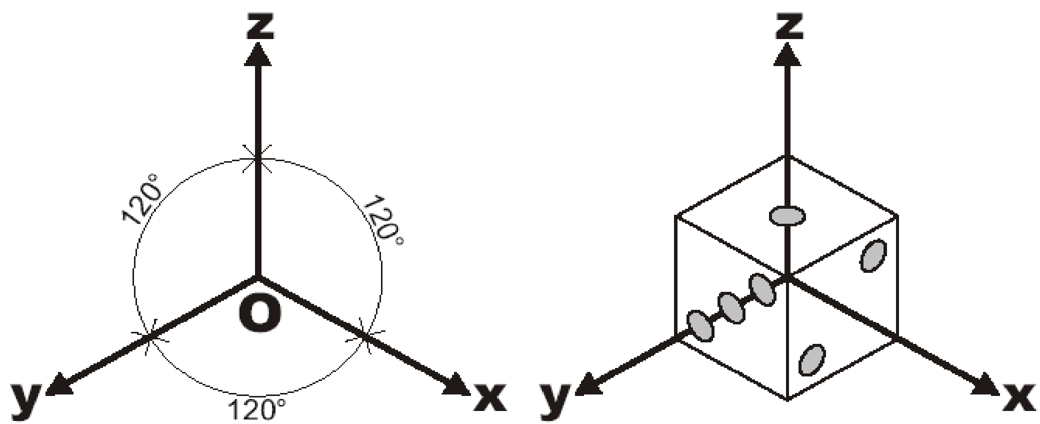
Projeções Paralelas Ortográfica



$$[x'\ y'\ z'\ 1] = [x\ y\ z\ 1]\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Rotações para Obtenção da Paralela Isométrica





Projeção Paralela Ortográfica

- Axométrica Isométrica
  - (iso = mesma; métrica = medida)
- Ry = 35,26 º ; Rx = 45 º

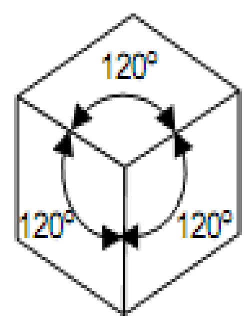


FIGURA 2.22. *Projeção paralela isométrica com ângulos no plano de projeção iguais entre si.*

Projeção Isométrica

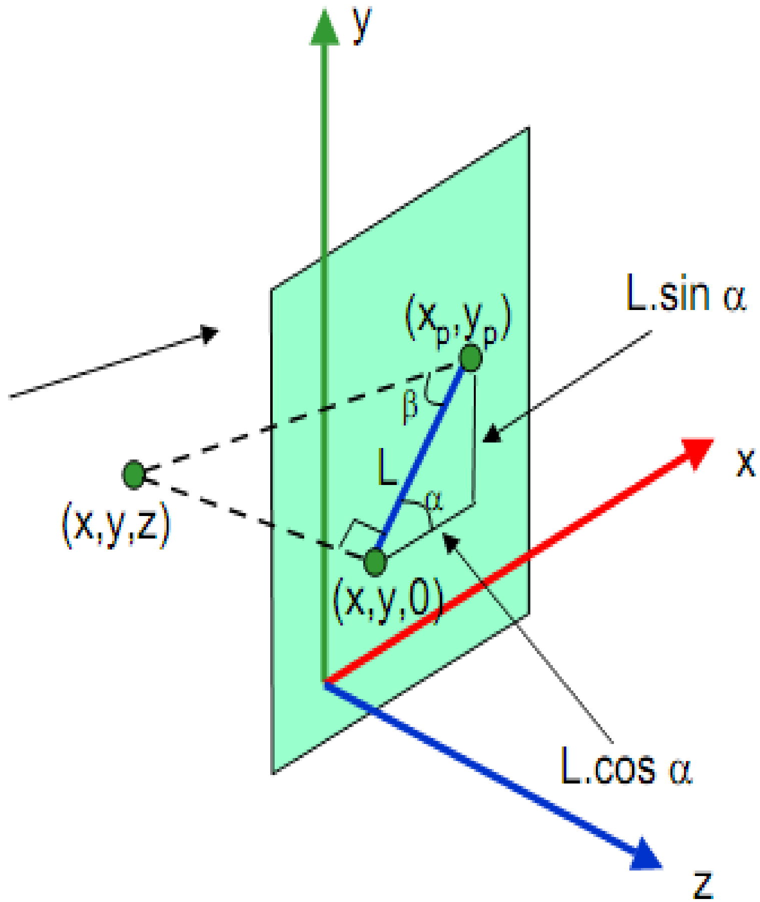
- Rotação em Y e em X

$$[x\ y\ z\ 1]\begin{bmatrix}\cos\delta & 0 & -\text{sen}\,\delta & 0\\ 0 & 1 & 0 & 0\\ \text{sen}\,\delta & 0 & \cos\delta & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix} * \begin{bmatrix}1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & \cos\beta & \text{sen}\,\beta & 0\\ 0 & -\text{sen}\,\beta & \cos\beta & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix} * \begin{bmatrix}1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix}$$

$$[x\ y\ z\ 1]\begin{bmatrix}\cos\delta & \text{sen}\,\delta\ \text{sen}\,\beta & 0 & 0\\ 0 & \cos\beta & 0 & 0\\ \text{sen}\,\delta & -\cos\delta\ \text{sen}\,\beta & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix} = [x'\ y'\ z'\ 1]$$

$$[x\ y\ z\ 1]\begin{bmatrix}0{,}707 & 0{,}408 & 0 & 0\\ 0 & 0{,}816 & 0 & 0\\ 0{,}707 & -0{,}408 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix} = [x'\ y'\ z'\ 1]$$

Paralelas Oblíquas



- Plano de projeção: x,y
- Direção de Projeção
- β: ângulo entre a linha projetada e a direção de projeção
- α é o ângulo com a horizontal
- Comprimento L depende do ângulo β e da coordenada z do ponto a ser projetado:

  $\tan \beta = z/L$

  $L = z/(\tan \beta) = z.l$

  onde l é o inverso de tan β

$x_p = x + L.\cos \alpha = x + z.l.\cos \alpha$

$y_p = y + L.\sin \alpha = y + z.l.\sin \alpha$

Geometria de projeções oblíquas

$$x_p = x + z(l\cos\alpha)$$
$$y_p = y + z(l\sin\alpha)$$

$$M_{ob} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & l\cos\alpha & 0 \\ 0 & 1 & l\sin\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- Algumas projeções típicas
  - $\beta = 90^o$ (projeção ortográfica)
  - $\beta=30^o$ ou 45^o ($\tan \beta=1$) (projeção cavaleira)
  - $\beta=63.4^o$ ($\tan \beta=2$) (projeção cabinet)

Matrizes de Projeção para t = 45º.

(a) Cavalier.

(b) Cabinet.

(a)

$$Mcav = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{\sqrt{2}}{2} & 0 \\ 0 & 1 & \frac{\sqrt{2}}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

(b)

$$Mcab = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{\sqrt{2}}{4} & 0 \\ 0 & 1 & \frac{\sqrt{2}}{4} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Departamento de Ciência da COMPUTAÇÃO

UDESC Joinville

Perspectiva

Perspectiva com 1 Pf

Por semelhança de triângulos retângulos

$X' \;/\; X \;=\; Y' \;/\; Y \;=\; fz / Z$

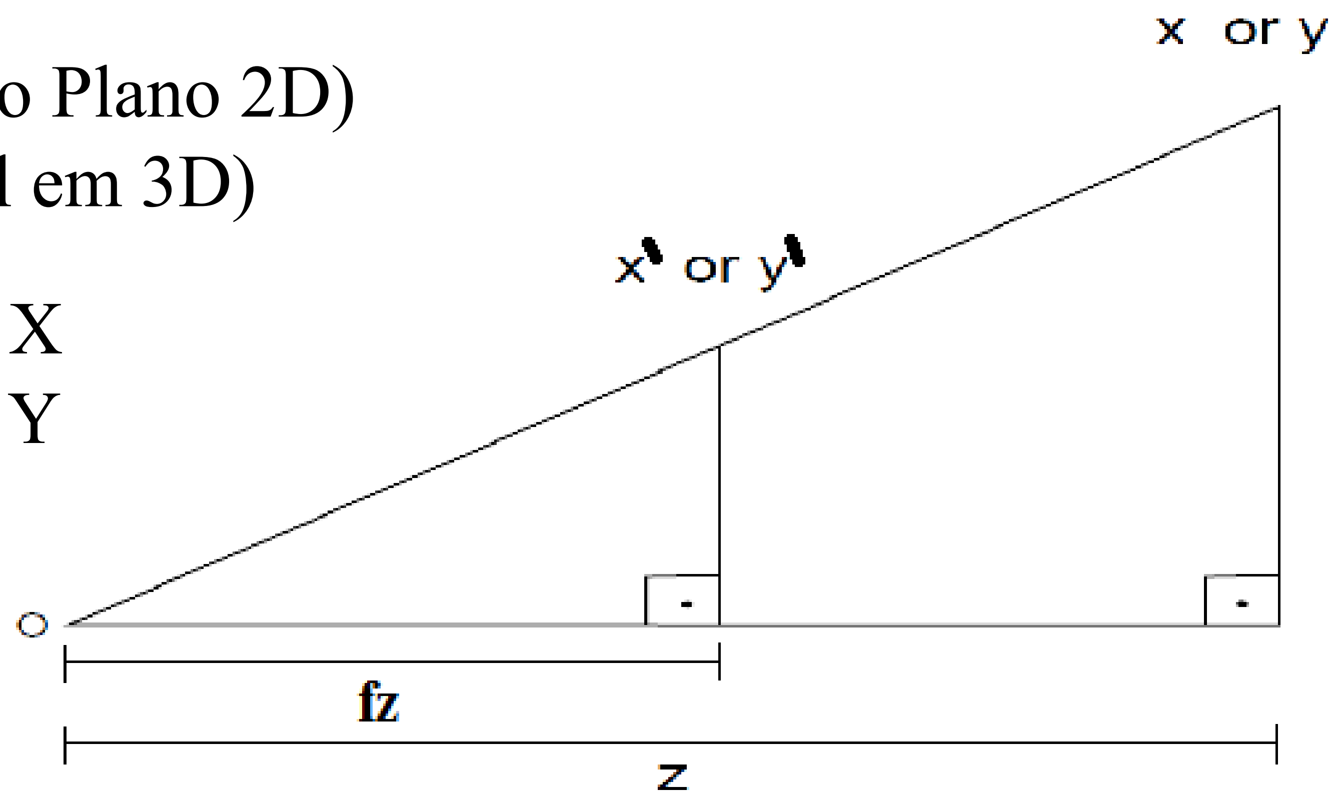
Onde,

P´ (projetado no Plano 2D)

P (original/real em 3D)

$X' = (fz / Z) * X$

$Y' = (fz / Z) * Y$



Coordenadas Homogêneas 3D

P = [x y z w] em coordenadas homogêneas

Escalas, Rotações

$$[x'\ y'\ z'\ w'] = [x\ y\ z\ 1]\ .\begin{pmatrix} a & b & c & 0 \\ d & e & f & 0 \\ g & h & i & 0 \\ d_x & d_y & d_z & 1 \end{pmatrix}$$

Projeções

Translações

Escalas, Rotações

Translações

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ w' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & d & g & d_x \\ b & e & h & d_y \\ c & f & i & d_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{pmatrix}$$

Projeções

Perspectiva 1 Pf

$X' = (fz / Z) * X$
$Y' = (fz / Z) * Y$

$[X', Y', Z', 1] = [\ (fz/Z)*X,\ \ (fz/Z)*Y,\ \ fz,\ \ 1] = [\ X,\ Y,\ Z,\ Z/fz]$

$P' = P * Mp$

$$Mp = \begin{Bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{1}{fz} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{Bmatrix}$$

Deslocando tudo de (-fz),
com Plano de Projeção no XY
tem-se (A&C:61)

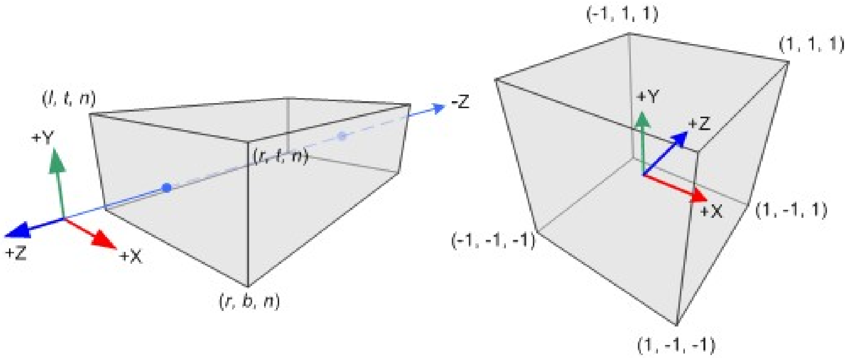
$$[x\ y\ z\ 1]\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{-1}{f_z} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = [x'\ y'\ z'\ 1]$$

Departamento de Ciência da COMPUTAÇÃO

UDESC Joinville

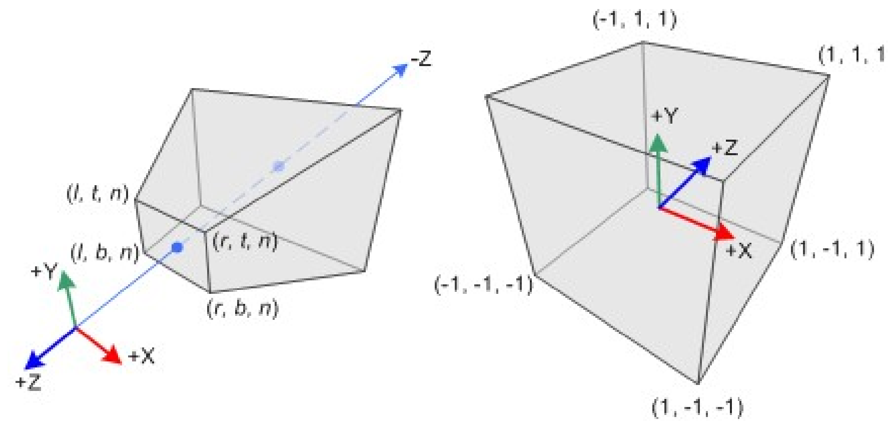
Matriz de projeção

Paralela



$$\begin{pmatrix} \frac{2}{r-l} & 0 & 0 & -\frac{r+l}{r-l} \\ 0 & \frac{2}{t-b} & 0 & -\frac{t+b}{t-b} \\ 0 & 0 & \frac{-2}{f-n} & -\frac{f+n}{f-n} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Perspectiva



$$\begin{pmatrix} \frac{2n}{r-l} & 0 & \frac{r+l}{r-l} & 0 \\ 0 & \frac{2n}{t-b} & \frac{t+b}{t-b} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-(f+n)}{f-n} & \frac{-2fn}{f-n} \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$