Создание матриц средствами LaTeX

Беленко А.В., 1 гр. 2 подгр.

8 декабря 2021 г.

Пример 1. Умножение матрицы на число

Дано: Матрица $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$.
Число $k = 2$.
Найти:
Произведение матрицы на число: $A \times k = B$ Решение:
Для того чтобы умножить матрицу A на число k нужно каждый элемент матрицы A умножить на это число.
Таким образом, произведение матрицы A на число k есть новая матрица:

$$B = 2 \times A = 2 \times \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 6 \\ 8 & 10 & 12 \end{pmatrix}$$

Ответ: $B = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 6 \\ 8 & 10 & 12 \end{pmatrix}$

Пример 2. Умножение матриц

Дано: Матрица $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$;
Матрица $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$
Найти:
Произведение матриц: $A \times B = C$
$C-?$
Решение:
Каждый элемент матрицы $C = A \times B$, расположенный в i-й строке и j-ом столбце, равен сумме произведений элементов i-й строки матрицы A на соответствующие элементы j-го столбца матрицы B. Строки матрицы A умножаем на столбцы матрицы B и получаем:

$$C = A \times B = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 2 \times 2 + 3 \times (-1) + 1 \times 3 & 2 \times 1 + 3 \times 1 + 1 \times (-2) \\ -1 \times 2 + 0 \times (-1) + 1 \times 3 & -1 \times 1 + 0 \times 1 + 1 \times (-2) \end{pmatrix}$$

$$C = A \times B = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}$$

Ответ: $B = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}$

Пример 3. Транспонирование матрицы

Дано: Матрица $A = \begin{pmatrix} 7 & 8 & 9 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.
Найти:
Найти матрицу транспонированную данной.
$A^T =?$
Решение:
Транспонирование матрицы A заключается в замене строк этой матрицы ее столбцами с сохранением их номеров. Полученная матрица обозначается через A^T

$$A = \begin{pmatrix} 7 & 8 & 9 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \Rightarrow A^T = \begin{pmatrix} 7 & 1 \\ 8 & 2 \\ 9 & 3 \end{pmatrix}$$

Ответ: $A^T = \begin{pmatrix} 7 & 1 \\ 8 & 2 \\ 9 & 3 \end{pmatrix}$

Пример 4. Обратная матрица

Дано: Матрица $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$.
Найти:
Найти обратную матрицу для матрицы A.
$A^{-1}-?$
Решение:
Находим $detA$ и проверяем $detA \neq 0$:

$$detA = \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} = 2 \times 1 - 3 \times (-1) = 5$$

$$detA = 5 \neq 0.$$

Составляем вспомогательную таблицу A^V из алгебраических дополнений A_{ij}: $A^V = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$

Транспонируем матрицу A^V: $(A^V)^T = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$

Каждый элемент полученной матрицы делим на $detA$:

$$A^{-1} = \frac{1}{detA}(A^V)^T = \frac{1}{5} \times \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -3 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{5} & \frac{1}{5} \\ -\frac{3}{5} & \frac{2}{5} \end{pmatrix}$$

Ответ: $A^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{5} & \frac{1}{5} \\ -\frac{3}{5} & \frac{2}{5} \end{pmatrix}$