

Bibliotecas e Funções C++ para Competição - Guia Detalhado

Inclusões Básicas e Configurações

```
// Inclui TODAS as bibliotecas padrão C++ - útil para competições
#include <bits/stdc++.h>
using namespace std;

// Acelera entrada/saída - CRUCIAL para competições
ios_base::sync_with_stdio(false);
cin.tie(NULL);
cout.tie(NULL);

// Por que usar?
// - sync_with_stdio(false): desvincula cin/cout de scanf/printf
// - tie(NULL): desvincula cin de cout (evita flush automático)
// Resultado: I/O 3-5x mais rápido
```

Typedefs e Macros Úteis

```
// Atalhos para tipos comuns
typedef long long ll;           // 64-bit integers
typedef long double ld;        // Precisão decimal
typedef vector<int> vi;         // Vector de inteiros
typedef vector<ll> vll;         // Vector de long long
typedef pair<int, int> pii;      // Par de inteiros
typedef vector<pii> vii;        // Vector de pares

// Macros para loops
#define rep(i, a, b) for(int i = a; i < (b); i++)
#define repr(i, a, b) for(int i = a; i >= (b); i--)
#define sz(x) (int)(x).size()   // Tamanho de container
#define all(x) begin(x), end(x) // Iteradores begin/end
```

Funções de Array/Vector Explicadas

Ordenação e Busca

```

vector<int> v = {5, 2, 8, 1, 9};

// sort() - Ordena em ordem crescente
sort(v.begin(), v.end());          // v = {1, 2, 5, 8, 9}

// sort() com função comparadora
sort(v.begin(), v.end(), greater<int>()); // v = {9, 8, 5, 2, 1}

// Ordenar em ordem decrescente alternativa
sort(v.rbegin(), v.rend());        // v = {9, 8, 5, 2, 1}

// lower_bound() - Primeiro elemento NÃO MENOR que x
// Requer que o array esteja ordenado!
auto it = lower_bound(v.begin(), v.end(), 5);
// Retorna iterator para primeiro elemento >= 5
if (it != v.end()) {
    int index = it - v.begin(); // Índice do elemento
    int value = *it;           // Valor do elemento
}

// upper_bound() - Primeiro elemento MAIOR que x
auto it = upper_bound(v.begin(), v.end(), 5);
// Retorna iterator para primeiro elemento > 5

// binary_search() - Verifica se elemento existe
bool exists = binary_search(v.begin(), v.end(), 5);

```

Operações em Arrays

```

vector<int> v = {1, 2, 3, 4, 5};

// reverse() - Inverte a ordem dos elementos
reverse(v.begin(), v.end());    // v = {5, 4, 3, 2, 1}

// max_element() - Iterator para o maior elemento
auto max_it = max_element(v.begin(), v.end());
int max_val = *max_it;          // Valor máximo = 5
int max_index = max_it - v.begin(); // Índice do máximo

// min_element() - Iterator para o menor elemento
auto min_it = min_element(v.begin(), v.end());

// accumulate() - Soma todos os elementos
int sum = accumulate(v.begin(), v.end(), 0); // Soma = 15
// O terceiro parâmetro é o valor inicial

// count() - Conta ocorrências de um valor
int count_3 = count(v.begin(), v.end(), 3); // count_3 = 1

// find() - Encontra primeira ocorrência
auto it = find(v.begin(), v.end(), 3);
if (it != v.end()) {
    // Elemento encontrado
}

```

Funções Matemáticas Detalhadas

```

#include <cmath>
#include <numeric>

// GCD - Maior Divisor Comum (Algoritmo de Euclides)
int gcd(int a, int b) {
    while (b != 0) {
        int temp = b;
        b = a % b;
        a = temp;
    }
    return a;
}

// LCM - Mínimo Múltiplo Comum
int lcm(int a, int b) {
    return (a / gcd(a, b)) * b; // Evita overflow
}

// Exemplo de uso:
int a = 12, b = 18;
cout << gcd(a, b) << endl; // 6
cout << lcm(a, b) << endl; // 36

// Potência modular (útil para números grandes)
ll modpow(ll base, ll exp, ll mod) {
    ll result = 1;
    base %= mod;
    while (exp > 0) {
        if (exp & 1) // Se exp é ímpar
            result = (result * base) % mod;
        base = (base * base) % mod;
        exp >>= 1; // exp = exp / 2
    }
    return result;
}

// Exemplo: 3^13 mod 1000000007
ll result = modpow(3, 13, 1000000007);

// Combinações com fatorial pré-computado
vector<ll> fact(1000001), inv_fact(1000001);

void precompute_factorials(int n, ll mod) {
    fact[0] = 1;
    for (int i = 1; i <= n; i++) {
        fact[i] = (fact[i-1] * i) % mod;
    }

    // Inverso modular usando Fermat
    inv_fact[n] = modpow(fact[n], mod-2, mod);
    for (int i = n-1; i >= 0; i--) {
        inv_fact[i] = (inv_fact[i+1] * (i+1)) % mod;
    }
}

ll nCr(int n, int r, ll mod) {
    if (r < 0 || r > n) return 0;
    return (fact[n] * inv_fact[r] % mod) * inv_fact[n-r] % mod;
}

```

Manipulação de Strings

```
string s = "Hello World";

// Conversões
int num = 123;
string str_num = to_string(num);    // "123"
int back_to_num = stoi(str_num);    // 123

// Operações com strings
s.substr(6, 5);                     // "World" (posição, tamanho)
s.find("World");                    // Retorna posição (6)
s.replace(6, 5, "CPP"); // "Hello CPP"
s.erase(5, 6);                      // "Hello"

// Transformações
transform(s.begin(), s.end(), s.begin(), ::toupper);
// "HELLO WORLD"

// String stream para parsing
string data = "123 456 789";
stringstream ss(data);
int a, b, c;
ss >> a >> b >> c;    // a=123, b=456, c=789

// Dividir string por delimitador
vector<string> split(string s, char delimiter) {
    vector<string> tokens;
    string token;
    stringstream ss(s);
    while (getline(ss, token, delimiter)) {
        tokens.push_back(token);
    }
    return tokens;
}
```

Estruturas de Dados Avançadas

Union-Find (Disjoint Set Union)

```

class DSU {
private:
    vector<int> parent, rank, size;

public:
    DSU(int n) {
        parent.resize(n);
        rank.resize(n, 0);
        size.resize(n, 1);
        for (int i = 0; i < n; i++)
            parent[i] = i;
    }

    // Find com path compression
    int find(int x) {
        if (parent[x] != x)
            parent[x] = find(parent[x]);
        return parent[x];
    }

    // Union by rank
    void unite(int x, int y) {
        int rootX = find(x);
        int rootY = find(y);

        if (rootX == rootY) return;

        if (rank[rootX] < rank[rootY]) {
            parent[rootX] = rootY;
            size[rootY] += size[rootX];
        } else if (rank[rootX] > rank[rootY]) {
            parent[rootY] = rootX;
            size[rootX] += size[rootY];
        } else {
            parent[rootY] = rootX;
            rank[rootX]++;
            size[rootX] += size[rootY];
        }
    }

    // Tamanho do conjunto
    int getSize(int x) {
        return size[find(x)];
    }

    // Verifica se estão no mesmo conjunto
    bool connected(int x, int y) {
        return find(x) == find(y);
    }
};

```

Segment Tree para Soma de Range

```

class SegmentTree {
private:
    vector<int> tree;
    int n;

    void build(vector<int>& nums, int node, int start, int end) {
        if (start == end) {
            tree[node] = nums[start];
        } else {
            int mid = (start + end) / 2;
            build(nums, 2*node, start, mid);
            build(nums, 2*node+1, mid+1, end);
            tree[node] = tree[2*node] + tree[2*node+1];
        }
    }

    void update(int node, int start, int end, int idx, int val) {
        if (start == end) {
            tree[node] = val;
        } else {
            int mid = (start + end) / 2;
            if (idx <= mid) {
                update(2*node, start, mid, idx, val);
            } else {
                update(2*node+1, mid+1, end, idx, val);
            }
            tree[node] = tree[2*node] + tree[2*node+1];
        }
    }

    int query(int node, int start, int end, int l, int r) {
        if (r < start || l > end) return 0;
        if (l <= start && end <= r) return tree[node];

        int mid = (start + end) / 2;
        int left_sum = query(2*node, start, mid, l, r);
        int right_sum = query(2*node+1, mid+1, end, l, r);
        return left_sum + right_sum;
    }

public:
    SegmentTree(vector<int>& nums) {
        n = nums.size();
        tree.resize(4 * n);
        build(nums, 1, 0, n-1);
    }

    void update(int idx, int val) {
        update(1, 0, n-1, idx, val);
    }

    int query(int l, int r) {
        return query(1, 0, n-1, l, r);
    }
};

```

Algoritmos de Grafos

BFS com Distância

```
vector<int> bfs(int start, vector<vector<int>>& graph) {
    int n = graph.size();
    vector<int> dist(n, -1); // -1 significa não visitado
    queue<int> q;

    dist[start] = 0;
    q.push(start);

    while (!q.empty()) {
        int current = q.front();
        q.pop();

        for (int neighbor : graph[current]) {
            if (dist[neighbor] == -1) {
                dist[neighbor] = dist[current] + 1;
                q.push(neighbor);
            }
        }
    }
    return dist;
}
```

DFS para Componentes Conectados

```
void dfs(int node, vector<vector<int>>& graph, vector<bool>& visited) {
    visited[node] = true;

    for (int neighbor : graph[node]) {
        if (!visited[neighbor]) {
            dfs(neighbor, graph, visited);
        }
    }
}

int countConnectedComponents(int n, vector<vector<int>>& graph) {
    vector<bool> visited(n, false);
    int components = 0;

    for (int i = 0; i < n; i++) {
        if (!visited[i]) {
            components++;
            dfs(i, graph, visited);
        }
    }
    return components;
}
```

Funções Úteis Adicionais

Geração de Permutações

```
vector<int> v = {1, 2, 3};

// Gera todas as permutações em ordem lexicográfica
do {
    // Processa permutação atual
    for (int x : v) cout << x << " ";
    cout << endl;
} while (next_permutation(v.begin(), v.end()));

// Para gerar todas as permutações, o array deve estar ordenado!
```

Operações com Bits

```
// Manipulação de bits
int x = 13; // 1101 em binário

// Contar bits setados
int count_bits = __builtin_popcount(x); // 3

// Checar se é potência de 2
bool is_power_of_2 = (x & (x-1)) == 0;

// Máscaras de bits
int set_bit = x | (1 << 2); // Seta bit 2: 1101 → 1101 (já setado)
int clear_bit = x & ~(1 << 0); // Limpa bit 0: 1101 → 1100
int toggle_bit = x ^ (1 << 1); // Alterna bit 1: 1101 → 1111
```

Tempo de Execução

```
#include <chrono>

auto start = chrono::high_resolution_clock::now();

// Seu código aqui

auto end = chrono::high_resolution_clock::now();
auto duration = chrono::duration_cast<chrono::milliseconds>(end - start);
cout << "Tempo: " << duration.count() << "ms" << endl;
```

Template Completo para Competições

```

#include <bits/stdc++.h>
using namespace std;

typedef long long ll;
typedef long double ld;
typedef vector<int> vi;
typedef vector<ll> vll;
typedef pair<int, int> pii;
typedef vector<pii> vii;

#define fastio ios_base::sync_with_stdio(false); cin.tie(NULL); cout.tie(NULL);
#define rep(i, a, b) for(int i = a; i < (b); i++)
#define sz(x) (int)(x).size()
#define all(x) begin(x), end(x)
#define rall(x) rbegin(x), rend(x)
#define debug(x) cerr << #x << " = " << x << endl

const int MOD = 1e9 + 7;
const int INF = 1e9;
const ll LLINF = 1e18;

void solve() {
    // Sua solução aqui
}

int main() {
    fastio;

    int t = 1;
    cin >> t;
    while (t--) {
        solve();
    }

    return 0;
}

```

Estruturas de Dados Avançadas para Competição - Explicação Detalhada

1. Union-Find (Disjoint Set Union) - Explicação Completa

Conceito e Aplicações

```

/*
O DSU gerencia uma coleção de conjuntos disjuntos (sem elementos em comum)
Aplicações:
- Verificar conectividade em grafos dinâmicos
- Componentes conectadas
- Kruskal's algorithm (MST)
- Detecção de ciclos
*/

```

Implementação Comentada Passo a Passo

```

class DSU {
private:
    vector<int> parent; // parent[i] = pai do elemento i
    vector<int> rank;   // rank[i] = altura da árvore (otimização)
    vector<int> size;   // size[i] = tamanho do conjunto (opcional)

```

```

public:
    // Inicializa n conjuntos (cada elemento é seu próprio pai)
    DSU(int n) {
        parent.resize(n);
        rank.resize(n, 0);    // Todas as árvores começam com altura 0
        size.resize(n, 1);    // Cada conjunto tem tamanho 1 inicialmente

        // Cada elemento é seu próprio representante inicialmente
        for (int i = 0; i < n; i++) {
            parent[i] = i;
        }
    }

    // FIND com Path Compression
    // Encontra o representante (raiz) do conjunto
    int find(int x) {
        if (parent[x] != x) {
            // Path compression: achatamos a árvore durante a busca
            parent[x] = find(parent[x]);
        }
        return parent[x];
    }

    // UNION by Rank
    // Une dois conjuntos
    void unite(int x, int y) {
        int rootX = find(x);
        int rootY = find(y);

        // Se já estão no mesmo conjunto, não faz nada
        if (rootX == rootY) return;

        // Union by Rank: anexa a árvore menor à maior
        if (rank[rootX] < rank[rootY]) {
            parent[rootX] = rootY;
            size[rootY] += size[rootX];
        } else if (rank[rootX] > rank[rootY]) {
            parent[rootY] = rootX;
            size[rootX] += size[rootY];
        } else {
            // Mesmo rank: escolhe um como pai e incrementa seu rank
            parent[rootY] = rootX;
            rank[rootX]++;
            size[rootX] += size[rootY];
        }
    }

    // Funções utilitárias
    bool connected(int x, int y) {
        return find(x) == find(y);
    }

    int getSize(int x) {
        return size[find(x)];
    }

    int getSets() {
        int count = 0;
        for (int i = 0; i < parent.size(); i++) {
            if (parent[i] == i) count++;
        }
        return count;
    }
};

```

Exemplo de Uso Prático

```
// Problema: Verificar se dois nós estão conectados em um grafo dinâmico
int main() {
    int n = 5; // 5 elementos: 0,1,2,3,4
    DSU dsu(n);

    // Conectar elementos
    dsu.unite(0, 1); // Conjunto: {0,1}
    dsu.unite(2, 3); // Conjunto: {2,3}
    dsu.unite(1, 2); // Conjunto: {0,1,2,3}

    cout << dsu.connected(0, 3) << endl; // true (1)
    cout << dsu.connected(0, 4) << endl; // false (0)
    cout << dsu.getSize(0) << endl;      // 4
    cout << dsu.getSets() << endl;       // 2 ({0,1,2,3} e {4})

    return 0;
}
```

2. Segment Tree - Explicação Visual

Conceito da Árvore de Segmentos

Array: [2, 4, 1, 7, 3, 5, 6, 2]
Índices: 0 1 2 3 4 5 6 7

Árvore de Segmentos (para soma):
Nível 0: [0-7: 30]
Nível 1: [0-3: 14] [4-7: 16]
Nível 2: [0-1: 6] [2-3: 8] [4-5: 8] [6-7: 8]
Nível 3: [0:2][1:4] [2:1][3:7] [4:3][5:5] [6:6][7:2]

Implementação Comentada

```
class SegmentTree {
private:
    vector<int> tree; // Array que representa a árvore
    int n;           // Tamanho do array original

    // Constrói a árvore recursivamente
    void build(vector<int>& nums, int node, int start, int end) {
        // node: índice atual na árvore
        // start, end: intervalo no array original que este nó representa

        if (start == end) {
            // Nó folha: armazena o valor do array original
            tree[node] = nums[start];
        } else {
            int mid = (start + end) / 2;

            // Constroi subárvore esquerda (filho 2*node)
            build(nums, 2*node, start, mid);
            // Constroi subárvore direita (filho 2*node + 1)
            build(nums, 2*node + 1, mid + 1, end);

            // Combina resultados dos filhos (soma neste caso)
            tree[node] = tree[2*node] + tree[2*node + 1];
        }
    }

    // Atualiza um elemento
    void update(int node, int start, int end, int idx, int val) {
```

```

    if (start == end) {
        // Encontrou o elemento: atualiza
        tree[node] = val;
    } else {
        int mid = (start + end) / 2;

        if (idx <= mid) {
            // Elemento está na subárvore esquerda
            update(2*node, start, mid, idx, val);
        } else {
            // Elemento está na subárvore direita
            update(2*node + 1, mid + 1, end, idx, val);
        }

        // Atualiza o nó atual com os novos valores dos filhos
        tree[node] = tree[2*node] + tree[2*node + 1];
    }
}

// Consulta um intervalo [l, r]
int query(int node, int start, int end, int l, int r) {
    if (r < start || l > end) {
        // Intervalo [l,r] completamente fora de [start,end]
        return 0; // Elemento neutro da operação (0 para soma)
    }

    if (l <= start && end <= r) {
        // Intervalo [start,end] completamente dentro de [l,r]
        return tree[node];
    }

    // Intervalo [start,end] parcialmente sobreposto com [l,r]
    int mid = (start + end) / 2;
    int left_sum = query(2*node, start, mid, l, r);
    int right_sum = query(2*node + 1, mid + 1, end, l, r);

    return left_sum + right_sum;
}

public:
    SegmentTree(vector<int>& nums) {
        n = nums.size();
        tree.resize(4 * n); // Tamanho seguro: 4 * n
        build(nums, 1, 0, n-1);
    }

    void update(int idx, int val) {
        update(1, 0, n-1, idx, val);
    }

    int query(int l, int r) {
        return query(1, 0, n-1, l, r);
    }
};

```

Exemplo Prático com Debug

```
// Demonstração passo a passo
int main() {
    vector<int> arr = {1, 3, 5, 7, 9, 11};
    SegmentTree seg(arr);

    cout << "Array original: ";
    for (int x : arr) cout << x << " ";
    cout << endl;

    // Consultas
    cout << "Soma [0,2]: " << seg.query(0, 2) << endl; // 1+3+5 = 9
    cout << "Soma [1,4]: " << seg.query(1, 4) << endl; // 3+5+7+9 = 24

    // Atualização
    cout << "\nAtualizando índice 2 de 5 para 10..." << endl;
    seg.update(2, 10);

    cout << "Nova soma [0,2]: " << seg.query(0, 2) << endl; // 1+3+10 = 14
    cout << "Nova soma [1,4]: " << seg.query(1, 4) << endl; // 3+10+7+9 = 29

    return 0;
}
```

3. Fenwick Tree (Binary Indexed Tree)

Conceito Baseado em Bits

```
/*
Fenwick Tree é mais simples que Segment Tree para:
- Soma de prefixo (prefix sum)
- Atualizações de ponto

Índices são baseados em representação binária:
Índice 1: 001 - Responsável por [1,1]
Índice 2: 010 - Responsável por [1,2]
Índice 3: 011 - Responsável por [3,3]
Índice 4: 100 - Responsável por [1,4]
*/
```

Implementação Eficiente

```

class FenwickTree {
private:
    vector<int> bit; // Binary Indexed Tree
    int n;

    // Obtém o valor do último bit setado (LSB)
    int lsb(int i) {
        return i & -i;
    }

public:
    FenwickTree(int size) {
        n = size;
        bit.resize(n + 1, 0); // Índices de 1 a n
    }

    // Constrói a BIT a partir de um array
    FenwickTree(vector<int>& arr) {
        n = arr.size();
        bit.resize(n + 1, 0);

        for (int i = 0; i < n; i++) {
            update(i, arr[i]);
        }
    }

    // Atualiza: adiciona 'val' na posição 'index' (0-based)
    void update(int index, int val) {
        // Converte para 1-based
        int i = index + 1;

        while (i <= n) {
            bit[i] += val;
            i += lsb(i); // Move para o próximo nó responsável
        }
    }

    // Query: soma do prefixo [0, index]
    int prefixSum(int index) {
        int sum = 0;
        int i = index + 1; // Converte para 1-based

        while (i > 0) {
            sum += bit[i];
            i -= lsb(i); // Move para o nó anterior
        }
        return sum;
    }

    // Query: soma do intervalo [l, r]
    int rangeSum(int l, int r) {
        return prefixSum(r) - prefixSum(l - 1);
    }
};

```

Comparação Fenwick vs Segment Tree

```

/*
FENWICK TREE (Vantagens):
- Menor constante de tempo
- Código mais simples
- Menor uso de memória
- Melhor para soma de prefixo

SEGMENT TREE (Vantagens):
- Mais genérica (qualquer operação associativa)
- Suporta range updates
- Mais flexível para queries complexas

ESCOLHA:
- Use Fenwick para soma/prefix sum
- Use Segment Tree para outras operações (min, max, gcd, etc.)
*/

```

4. Trie (Árvore de Prefixos)

Estrutura para Strings

```

class TrieNode {
public:
    unordered_map<char, TrieNode*> children;
    bool isEndOfWord;
    int count; // Quantas palavras terminam aqui

    TrieNode() : isEndOfWord(false), count(0) {}
};

class Trie {
private:
    TrieNode* root;

public:
    Trie() {
        root = new TrieNode();
    }

    // Insere uma palavra
    void insert(string word) {
        TrieNode* node = root;

        for (char c : word) {
            if (node->children.find(c) == node->children.end()) {
                node->children[c] = new TrieNode();
            }
            node = node->children[c];
        }

        node->isEndOfWord = true;
        node->count++;
    }

    // Busca uma palavra (retorna se existe)
    bool search(string word) {
        TrieNode* node = root;

        for (char c : word) {
            if (node->children.find(c) == node->children.end()) {
                return false;
            }
            node = node->children[c];
        }
    }
};

```

```

    }

    return node->isEndOfWord;
}

// Verifica se existe palavra com dado prefixo
bool startsWith(string prefix) {
    TrieNode* node = root;

    for (char c : prefix) {
        if (node->children.find(c) == node->children.end()) {
            return false;
        }
        node = node->children[c];
    }

    return true;
}

// Conta quantas palavras têm dado prefixo
int countWordsWithPrefix(string prefix) {
    TrieNode* node = root;

    // Navega até o final do prefixo
    for (char c : prefix) {
        if (node->children.find(c) == node->children.end()) {
            return 0;
        }
        node = node->children[c];
    }

    // Conta todas as palavras nesta subárvore
    return countWordsInSubtree(node);
}

private:
int countWordsInSubtree(TrieNode* node) {
    if (!node) return 0;

    int count = 0;
    if (node->isEndOfWord) {
        count += node->count;
    }

    for (auto& child : node->children) {
        count += countWordsInSubtree(child.second);
    }

    return count;
}
};

```

Exemplo de Uso do Trie


```

int main() {
    Trie trie;

    // Inserindo palavras
    trie.insert("apple");
    trie.insert("app");
    trie.insert("application");
    trie.insert("banana");

    // Buscas
    cout << trie.search("app") << endl;    // true
    cout << trie.search("apple") << endl;  // true
    cout << trie.search("appl") << endl;   // false

    // Prefixos
    cout << trie.startsWith("app") << endl; // true
    cout << trie.countWordsWithPrefix("app") << endl; // 3

    return 0;
}

```

5. Segment Tree com Lazy Propagation

Para Range Updates

```

class LazySegmentTree {
private:
    vector<int> tree, lazy;
    int n;

    void build(vector<int>& nums, int node, int start, int end) {
        if (start == end) {
            tree[node] = nums[start];
        } else {
            int mid = (start + end) / 2;
            build(nums, 2*node, start, mid);
            build(nums, 2*node+1, mid+1, end);
            tree[node] = tree[2*node] + tree[2*node+1];
        }
    }

    // Propaga atualizações pendentes
    void propagate(int node, int start, int end) {
        if (lazy[node] != 0) {
            // Aplica a atualização lazy
            tree[node] += (end - start + 1) * lazy[node];

            // Propaga para filhos se não for folha
            if (start != end) {
                lazy[2*node] += lazy[node];
                lazy[2*node+1] += lazy[node];
            }

            lazy[node] = 0; // Limpa o lazy
        }
    }

    // Range update: adiciona 'val' a todos em [l, r]
    void update(int node, int start, int end, int l, int r, int val) {
        propagate(node, start, end);

        if (r < start || l > end) return;

        if (l == start && end == r) {
            // Atualiza o nó inteiro
            tree[node] += (end - start + 1) * val;
            lazy[node] += val;
            if (start != end) {
                lazy[2*node] += val;
                lazy[2*node+1] += val;
            }
        } else {
            // Propaga e atualiza filhos
            propagate(2*node, start, (start+end)/2);
            propagate(2*node+1, (start+end)/2+1, end);
            update(2*node, start, (start+end)/2, l, r, val);
            update(2*node+1, (start+end)/2+1, end, l, r, val);
            tree[node] = tree[2*node] + tree[2*node+1];
        }
    }
};

```

```

        if (l <= start && end <= r) {
            // [start,end] completamente dentro de [l,r]
            lazy[node] += val;
            propagate(node, start, end);
        } else {
            int mid = (start + end) / 2;
            update(2*node, start, mid, l, r, val);
            update(2*node+1, mid+1, end, l, r, val);
            tree[node] = tree[2*node] + tree[2*node+1];
        }
    }

int query(int node, int start, int end, int l, int r) {
    propagate(node, start, end);

    if (r < start || l > end) return 0;
    if (l <= start && end <= r) return tree[node];

    int mid = (start + end) / 2;
    int left_sum = query(2*node, start, mid, l, r);
    int right_sum = query(2*node+1, mid+1, end, l, r);
    return left_sum + right_sum;
}

public:
    LazySegmentTree(vector<int>& nums) {
        n = nums.size();
        tree.resize(4 * n);
        lazy.resize(4 * n, 0);
        build(nums, 1, 0, n-1);
    }

    void rangeUpdate(int l, int r, int val) {
        update(1, 0, n-1, l, r, val);
    }

    int rangeQuery(int l, int r) {
        return query(1, 0, n-1, l, r);
    }
};

```

Exemplo de Lazy Propagation

```

int main() {
    vector<int> arr = {1, 2, 3, 4, 5};
    LazySegmentTree seg(arr);

    cout << "Original: ";
    for (int i = 0; i < 5; i++)
        cout << seg.rangeQuery(i, i) << " ";
    cout << endl;

    // Adiciona 10 aos elementos [1,3]
    seg.rangeUpdate(1, 3, 10);

    cout << "Após update [1,3] +10: ";
    for (int i = 0; i < 5; i++)
        cout << seg.rangeQuery(i, i) << " ";
    cout << endl; // 1, 12, 13, 14, 5

    cout << "Soma [0,4]: " << seg.rangeQuery(0, 4) << endl; // 45

    return 0;
}

```

6. Heap Customizado (Priority Queue)

Max Heap e Min Heap Personalizados

```
// Comparador para Max Heap
struct MaxCompare {
    bool operator()(int a, int b) {
        return a < b; // Para max heap, elemento maior tem maior prioridade
    }
};

// Comparador para Min Heap
struct MinCompare {
    bool operator()(int a, int b) {
        return a > b; // Para min heap, elemento menor tem maior prioridade
    }
};

// Heap para pares (valor, índice)
struct PairCompare {
    bool operator()(pair<int, int> a, pair<int, int> b) {
        return a.first < b.first; // Max heap baseado no primeiro elemento
    }
};

// Exemplos de uso:
priority_queue<int> maxHeap; // Max heap padrão
priority_queue<int, vector<int>, greater<int>> minHeap; // Min heap

// Heap customizado
priority_queue<int, vector<int>, MaxCompare> customMaxHeap;
priority_queue<pair<int, int>, vector<pair<int, int>>, PairCompare> pairHeap;
```

Quando Usar Cada Estrutura

Estrutura	Complexidade	Melhor Para	Código
DSU	$O(\alpha(n))$	Conectividade dinâmica	Grafos, componentes
Segment Tree	$O(\log n)$	Range queries complexas	Min, Max, GCD, etc.
Fenwick Tree	$O(\log n)$	Prefix sum, point updates	Soma, contagem
Trie	$O(L)$	Strings, prefixos	Dicionários, autocomplete
Lazy Segment Tree	$O(\log n)$	Range updates	Adicionar a intervalos

Essas estruturas cobrem 95% dos problemas de competição! Pratique cada uma com problemas específicos para dominá-las completamente.

Este guia cobre as funções mais essenciais com explicações detalhadas. Pratique cada função individualmente para entender completamente seu comportamento!