Задание: Рассмотрите вариант алгоритма большинства для случая, когда существует эксперт, про которого известно, что он делает не более k ошибок. Получите оценку числа ошибок такого алгоритма большинства.

Решение(продолжение):

Предположим, что имеется n экспертов, из которых только один эксперт, обозначим его как E, делает не более k ошибок. Пусть вероятность того, что E допустит ошибку равна p, а вероятность правильного ответа равна (1-p).

Тогда для каждого эксперта, отличного от E, вероятность того, что он допустит не более k ошибок, может быть вычислена с помощью биномиального распределения:

$$P_i = \sum_{j=0}^{k} C_j^{n-1} p^j (1-p)^{n-1-j}$$

где P_i - вероятность того, что i-й эксперт допустит не более k ошибок, C_j^{n-1} - число сочетаний из n-1 по j (так как E не учитывается в подсчете), p - вероятность ошибки эксперта, (1-p) - вероятность правильного ответа эксперта.

Таким образом, вероятность P того, что E допустит не более k ошибок, равна 1 минус вероятность того, что хотя бы один из оставшихся n-1 экспертов допустит более k ошибок.

$$P_i = 1 - \sum_{i=0}^{n-1} \sum_{j=k+1}^{n} C_{n-2}^{i} C_{n-j}^{1} p^j p^{i+1} (1-p)^{n-1-j}$$

где первая сумма вычисляет вероятность того, что i экспертов из n-1 допустят не более k ошибок (включая E), а вторая сумма вычисляет вероятность того, что оставшийся эксперт, отличный от E и j-й по счету, допустит более k ошибок.

Теперь мы можем принимать решения, выбирая ответ, который дал эксперт E, если он допустил не более k ошибок, и ответ, который поддерживается большинством оставшихся экспертов, если E допустил более k ошибок.