

**Задание:** Рассмотрите вариант алгоритма большинства для случая, когда существует эксперт, про которого известно, что он делает не более  $k$  ошибок. Получите оценку числа ошибок такого алгоритма большинства.

**Решение(продолжение):**

Для оценки числа ошибок алгоритма большинства с учетом знания о максимальном числе ошибок  $k$ , которое может сделать эксперт, можно использовать неравенство Чернова.

Вероятность того, что количество ошибок, допущенных алгоритмом большинства, превысит определенный порог  $x$ , можно оценить следующим образом:

$$P(X > x) \leq \exp(-2n\epsilon^2)$$

где  $\epsilon = \frac{(x-np)}{(np(1-p))^{1/2}}$  - параметр, который учитывает отклонение среднего значения от идеального значения  $np$ , а также вероятность ошибки  $p$ .

Таким образом, для алгоритма большинства с учетом максимального числа ошибок  $k$  можно использовать данную формулу, заменив значение  $p$  на вероятность того, что эксперт допустит не более  $k$  ошибок.

Для конкретного эксперта  $i$  вероятность того, что он допустит не более  $k$  ошибок, может быть вычислена с помощью биномиального распределения:

$$P_i = \sum_{j=0}^k C_j^{n-1} p^j (1-p)^{n-1-j}$$

где  $P_i$  - вероятность того, что  $i$ -й эксперт допустит не более  $k$  ошибок,  $C_j^{n-1}$  - число сочетаний из  $n-1$  по  $j$  (так как  $i$ -й эксперт не учитывается в подсчете),  $p$  - вероятность ошибки эксперта,  $(1-p)$  - вероятность правильного ответа эксперта

Далее, значение  $\epsilon_i$  для конкретного эксперта можно вычислить по формуле:

$$\epsilon_i = \frac{x - np_i}{(np_i(1 - p_i))^{1/2}}$$

где  $x$  - пороговое значение числа ошибок,  $n$  - общее число экспертов,  $p_i$  - вероятность того, что  $i$ -й эксперт допустит не более  $k$  ошибок.

Таким образом, для оценки числа ошибок алгоритма большинства с учетом максимального числа ошибок  $k$  необходимо вычислить значение  $\epsilon_i$  для каждого эксперта и затем подставить полученные значения в формулу для неравенства Чернова.