

Exercício: 1.

É verdade que $10n = O(n)$? É verdade que $10n^2 = O(n)$? É verdade que $10n^{55} = O(2^n)$?

1. $10n = O(n)$?

$$10n \leq 10n + n$$

$$10n \leq 11n \quad \leadsto \quad C = 11$$

$$10(1) \leq 11(1)$$

$$10 \leq 11 \quad \leadsto \quad n_0 = 1$$

_____ //

2. $10n^2 = O(n)$?

$$10n^2 \leq C \cdot n \quad \div n$$

$$10n \leq C \quad \leadsto \quad C = 10$$

$$10 \cdot 2 \leq 10$$

$$20 \leq 10 \rightarrow \text{não é verdade}$$

$$\leadsto n_0 > 1$$

_____ //

3. $10n^{55} = O(2^n)$?

$$10n^{55} \leq C \cdot 2^n \quad \div 2^n$$

$$\frac{10n^{55}}{2^n} \leq C \quad \leadsto \quad C = 10$$

$$\frac{10n^{55}}{2^n} \leq 10 \quad \leadsto \quad n \geq n_0$$

} Funções exponenciais (2^n)
crescem mais rápido que
polinômios

Exercício: 2.

É verdade que $n^2 + 200n + 300 = O(n^2)$? É verdade que $n^2 - 200n + 300 = O(n)$?

1. $n^2 + 200n + 300 = O(n^2)$?

$$n^2 + 200n + 300 \leq C \cdot n^2 : n^2$$

$$1 + \frac{200}{n} + \frac{300}{n^2} \leq C \quad \leadsto \quad C = 501$$

$$1 + \frac{200}{1} + \frac{300}{1^2} \leq 501 \quad \leadsto \quad n_0 = 1$$

$$501 \leq 501$$

Verdade

2. $n^2 - 200n + 300 = O(n)$?

$$n^2 - 200n + 300 \leq n - 200n + 300n$$

$$n^2 - 200n + 300 \leq 499n : n$$

$$n - 200 + \frac{300}{n} \leq 499$$

Falso

↙
Em determinado momento, quando
o n for muito grande,
deixará de ser verdade

Exercício: 3.

É verdade que $\underbrace{\frac{3}{2}n^2 + \frac{7}{2}n + 4}_{1} = O(n)$? E $O(n^2)$? $\underbrace{\phantom{\frac{3}{2}n^2 + \frac{7}{2}n + 4}}_{2}$

1. $\frac{3}{2}n^2 + \frac{7}{2}n + 4 = O(n)$?

$$\frac{3}{2}n^2 + \frac{7}{2}n + 4 \leq \frac{3}{2}n + \frac{7}{2}n + 4n$$

$$\frac{3}{2}n^2 + \frac{7}{2}n + 4 \leq 1,5n + 3,5 + 4n$$

$$\frac{3}{2}n^2 + \frac{7}{2}n + 4 \leq 9n : n$$

$$\frac{3}{2}n + \frac{7}{2} + \frac{4}{n} \leq 9$$

↪ A partir de $n=3$,
deixará de ser verdade

Falso

2. $\frac{3}{2}n^2 + \frac{7}{2}n + 4 = O(n^2)$?

$$\frac{3}{2}n^2 + \frac{7}{2}n + 4 \leq 9n^2 : n^2$$

$$\sim \star C = 9$$

$$\frac{3}{2} + \frac{7}{2n} + \frac{4}{n^2} \leq 9$$

$$\frac{3}{2} + \frac{7}{2(1)} + \frac{4}{1^2} \leq 9 \sim \star n_0 = 1$$

$$9 \leq 9$$

↪ A medida que n
cresce, os resultados das
divisões da esquerda vão
ficando menores.

Verdadeiro

Exercício: 4.

É verdade que $n^3 - 999n^2 - 1000 = O(n^2)$?

mesma lógica

• $n^3 - 999n^2 - 1000 = O(n^2)$?

$$n^3 - 999n^2 - 1000 \leq n^2 - 999n^2 - 1000n^2$$

$$n^3 - 999n^2 - 1000 \leq -1998n^2 : n^2$$

$$n - 999 - \frac{1000}{n^2} \leq -1998$$

Falso

↳ Quando n chegar a ser números maiores, isso deixará de ser verdade

↳ Pois o termo dominante (n^3) é cúbico