Exercício: 1.

É verdade que $10n = O(n)$? É verdade que $10n^2 = O(n)$? É verdade que $10n^{55} = O(2^n)$?

1\. $10n = O(n)$?

$10n \leq 10n + n$

$10n \leq 11n \rightsquigarrow C = 11$

$10(1) \leq 11(1)$

$10 \leq 11 \rightsquigarrow n_0 = 1$

//

2\. $10n^2 = O(n)$?

$10n^2 \leq C \cdot n \; : n$

$10n \leq C \rightsquigarrow C = 10$

$10 \cdot 2 \leq 10$

$20 \leq 10 \rightarrow$ não é verdade

$\rightsquigarrow n_0 > 1$

//

3\. $10n^{55} = O(2^n)$?

$10n^{55} \leq C \cdot 2^n \; : 2^n$

$\frac{10n^{55}}{2^n} \leq C \rightsquigarrow C = 10$

$\frac{10n^{55}}{2n} \leq 10 \rightsquigarrow n \geq n_0$

Funções exponenciais (2^n) crescem mais rápido que polinômios

Exercício: 2.

É verdade que $\underbrace{n^2 + 200n + 300 = O(n^2)?}_{1}$ É verdade que $\underbrace{n^2 - 200n + 300 = O(n)?}_{2}$

1. $n^2 + 200n + 300 = O(n^2)$?

$n^2 + 200n + 300 \leq c \cdot n^2 \quad : n^2$

$1 + \frac{200}{n} + \frac{300}{n^2} \leq c \quad \rightsquigarrow \underline{c = 501}$

$1 + \frac{200}{1} + \frac{300}{1^2} \leq 501 \quad \rightsquigarrow \underline{n_0 = 1}$

$501 \leq 501$

Verdade

//

2. $n^2 - 200n + 300 = O(n)$?

$n^2 - 200n + 300 \leq n - 200n + 300n$

$n^2 - 200n + 300 \leq 499n \quad : n$

$n - 200 + \frac{300}{n} \leq 499$

Em determinado momento, quando o n for muito grande, deixará de ser verdade

Falso

Exercício: 3.

É verdade que $\underbrace{\frac{3}{2}n^2 + \frac{7}{2}n + 4 = O(n)}_{1}$? E $\underbrace{O(n^2)}_{2}$?

1. $\frac{3}{2}n^2 + \frac{7}{2}n + 4 = O(n)$?

$$\frac{3}{2}n^2 + \frac{7}{2}n + 4 \leq \frac{3}{2}n + \frac{7}{2}n + 4n$$

$$\frac{3}{2}n^2 + \frac{7}{2}n + 4 \leq 1{,}5n + 3{,}5 + 4n$$

$$\frac{3}{2}n^2 + \frac{7}{2}n + 4 \leq 9n \quad : n$$

$$\frac{3}{2}n + \frac{7}{2} + \frac{4}{n} \leq 9$$

↳ A partir de $n = 3$, deixará de ser verdade

Falso

---

2. $\frac{3}{2}n^2 + \frac{7}{2}n + 4 = O(n^2)$?

$$\frac{3}{2}n^2 + \frac{7}{2}n + 4 \leq 9n^2 \quad : n^2$$

⤳ $C = 9$

$$\frac{3}{2} + \frac{7}{2n} + \frac{4}{n^2} \leq 9$$

$$\frac{3}{2} + \frac{7}{2(1)} + \frac{4}{1^2} \leq 9$$

⤳ $n_0 = 1$

$$9 \leq 9$$

↳ A medida que o n cresce, os resultados das divisões da esquerda vão ficando menores.

Verdadeiro

Exercício: 4.

É verdade que $n^3 - \cancel{999999}n^2 - \cancel{1000000} = O(n^2)$?

mesma lógica

- $n^3 - 999n^2 - 1000 = O(n^2)$?

$$n^3 - 999n^2 - 1000 \leq n^2 - 999n^2 - 1000n^2$$

$$n^3 - 999n^2 - 1000 \leq -1998n^2 \quad : n^2$$

$$n - 999 - \frac{1000}{n^2} \leq -1998$$

↳ Quando n chegar a ser números maiores, isso deixará de ser verdade

↳ Pois o termo dominante (n^3) é cúbico

Falso

Exercício: 5.

Seja $C_{n,k}$ o número de combinações de n objetos tomados k a k. $\overbrace{\text{Mostre que } C_{n,2} = O(n^2)}^{1}$. $\underbrace{\text{Mostre que } C_{n,3} = O(n^3)}_{2}$. $\underbrace{\text{É verdade que, para } k \leq n, \text{ tem-se que } C_{n,k} = O(n^k)?}_{3}$

$C_{n,k}$.

1) $C_{n,2} = O(n^2)$

$$C\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!} = \frac{n(n-1)\dots(n-k+1)}{k!}$$

$$\binom{n}{2} = \frac{n(n-1)}{2!} = \frac{n^2 - n}{2} \leq \frac{n^2}{2}$$

$\hookrightarrow C = \frac{1}{2}$

$n_0 = 1$

2) $C_{n,3} = O(n^3)$

$$C\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!} = \frac{n(n-1)\dots(n-k+1)}{k!}$$

$c = \frac{1}{6}$

$n_0 = 1$

$$C\binom{n}{3} = \frac{n(n-1)(n-2)}{3!} = \frac{n^3-3n^2+2n}{6} \leq \frac{n^3}{6}$$

3) $C_{n,k} = O(n^k)$

$C($