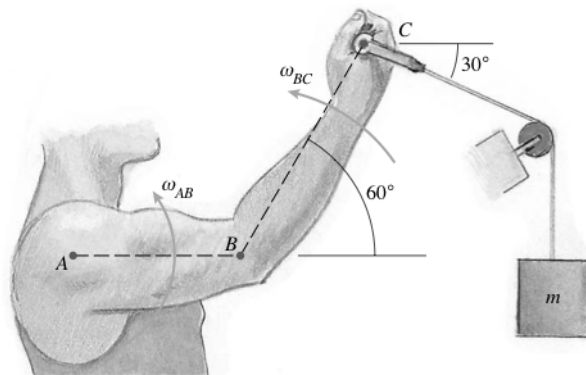


BF17.52

March 26, 2020

1 Mekanik II, problem 17.52

An athlete exercises his arm by raising the mass m . The shoulder joint A is stationary. The distance r_{AB} is 300 mm, and the distance r_{BC} is 400 mm. At the instant shown, $\omega_{AB} = 1$ rad/s and $\omega_{BC} = 2$ rad/s. How fast is the mass m rising?



2 Lösning:

2.1 Resonemang

Trots att det inte finns någon rullande kropp i detta problem kan vi fortfarande använda sambanden för relativ rörelse för stela kroppar. Vi kan här se sträckan AB som en stel kropp och BC som en annan. Då kan vi använda

$$\mathbf{v}_B = \mathbf{v}_A + \omega_{AB} \times \mathbf{r}_{B/A}$$

$$\mathbf{v}_C = \mathbf{v}_B + \omega_{BC} \times \mathbf{r}_{C/B}$$

för att bestäma hastigheten \mathbf{v}_C för punkten C . Vet vi \mathbf{v}_C kan vi bestämma hastigheten för massan m som den komponent av \mathbf{v}_C som är parallell med snöret.

I den här uppgiften får vi alltså anta att snöret som massan sitter i rör sig i den riktning den ursprungligen har. Efter en ändlig tid skulle ju C röra sig och vinkeln på snöret skulle då förändras.

2.2 Vektorer och vinkelhastigheter

Vinkelhastigheterna är här givna så det vi behöver veta för att räkna ut de relativa hastigheterna är

$$\mathbf{r}_{B/A} = r_{AB}\hat{x}$$

$$\mathbf{r}_{C/B} = r_{BC} \cos 60\hat{x} + r_{BC} \sin 60\hat{y}$$

Vi behöver även ett uttryck för riktningen \hat{e}_s för snöret.

$$\hat{e}_s = -\cos 30\hat{x} + \sin 30\hat{y}$$

2.3 Beräkning

Med uttrycken för vektorerna kända kan vi räkna ut

$$\mathbf{v}_B = \mathbf{v}_A + \omega_{AB} \times \mathbf{r}_{B/A} = 0 + \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ 0 & 0 & \omega_{AB} \\ r_{AB} & 0 & 0 \end{vmatrix} = r_{AB}\omega_{AB}\hat{y}$$

som kan sättas in i

$$\begin{aligned} \mathbf{v}_C &= \mathbf{v}_B + \omega_{BC} \times \mathbf{r}_{C/B} = r_{AB}\omega_{AB}\hat{y} + \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ 0 & 0 & \omega_{BC} \\ r_{BC} \cos 60 & r_{BC} \sin 60 & 0 \end{vmatrix} = \\ &= r_{AB}\omega_{AB}\hat{y} - r_{BC}\omega_{BC} \sin 60\hat{x} + r_{BC}\omega_{BC} \cos 60\hat{y} = \\ &= -r_{BC}\omega_{BC} \sin 60\hat{x} + (r_{AB}\omega_{AB} + r_{BC}\omega_{BC} \cos 60)\hat{y} \end{aligned}$$

Sedan tar vi skalärprodukten mellan \mathbf{v}_C och \hat{e}_s för att få hastigheten v_m för snöret och därmed massan

$$\begin{aligned} v_m &= \mathbf{v}_C \cdot \hat{e}_s = (-r_{BC}\omega_{BC} \sin 60\hat{x} + (r_{AB}\omega_{AB} + r_{BC}\omega_{BC} \cos 60)\hat{y}) \cdot (-\cos 30\hat{x} + \sin 30\hat{y}) = \\ &= r_{BC}\omega_{BC} \sin 60 \cos 30 + r_{AB}\omega_{AB} \sin 30 + r_{BC}\omega_{BC} \cos 60 \sin 30 \end{aligned}$$

2.4 Svar

Med insatta värden blir massans hastighet $v_m = 0.9$ m/s och hastigheten $\mathbf{v}_C = -0.69\hat{x} + 0.70\hat{y}$ m/s.