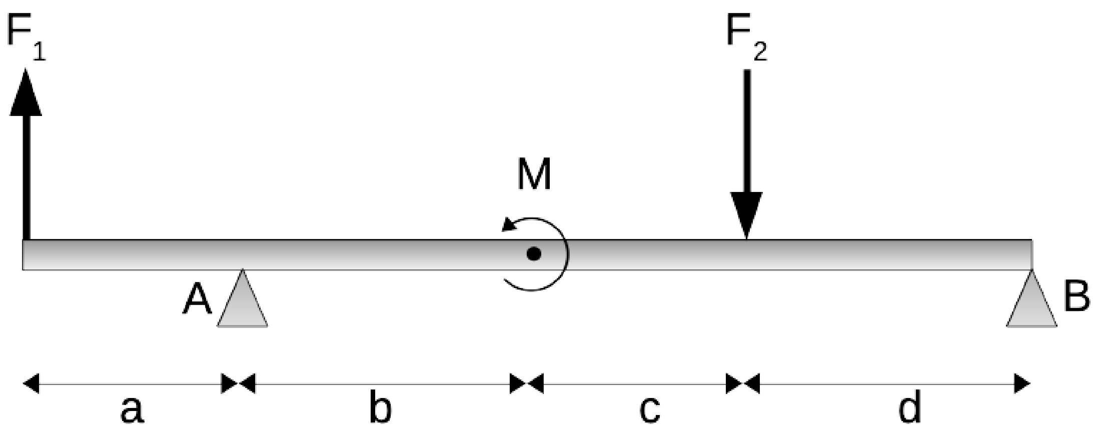
BF4.116

March 25, 2020

1 Mekanik II, problem 4.116

Determine the sum of moments exerted about A by the couple and the two forces.

Here F_1=100 N, F_2=400 N, M=900 Nm, a=c=3 m, and b=d=4 m.



2 Lösning:

Resonemang

Det som söks är $\mathbf{M}_A$. Bidragen från krafterna F_1 och F_2 kan beräknas med momentekvationen $\mathbf{M} = \mathbf{r} \times \mathbf{F}$ och bidraget från momentet $M§ är lika stort för alla val av momentpunkter i systemet.

Krafter, moment och vektorer

För kraftmomentet $\mathbf{M}_A$ ger momentekvationen att

$\mathbf{M}_A = \sum_i \mathbf{M}_i = \mathbf{r}_{F_1} \times \mathbf{F}_1 + \mathbf{r}_{F_2} \times \mathbf{F}_2 + \mathbf{M}$

där $\mathbf{r}_i$ är vektorn från momentpunkten **A** till där respektive kraft $\mathbf{F}_i$ verkar.

För ett koordinatsystem (syns ej i figur här) med y-axeln uppåt och x-axeln åt höger kan krafter och ortsvektorer skrivas som

$\mathbf{F}_1 = F_1\hat{y}$

$\mathbf{F}_2 = -F_2\hat{y}$

$\mathbf{r}_{F_1} = -a\hat{x}$

$\mathbf{r}_{F_2} = (b+c)\hat{x}$

Beräkning

Med bestämda krafter och ortsvektorer kan vi räkna delbidragen till kraftmomentet $\mathbf{M}_A$.

$$\mathbf{r}_{F_1} \times \mathbf{F}_1 = (-a\hat{x}) \times (F_1\hat{y}) = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ -a & 0 & 0 \\ 0 & F_1 & 0 \end{vmatrix} = -F_1 a\hat{z}$$

$$\mathbf{r}_{F_2} \times \mathbf{F}_2 = (b + c\hat{x}) \times (-F_2\hat{y}) = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ b+c & 0 & 0 \\ 0 & -F_2 & 0 \end{vmatrix} = -F_2(b+c)\hat{z}$$

och eftersom z-axeln i detta system pekar ut ur planet kan vi bestämma riktningen för kraftmomentet $\mathbf{M}$ som $\mathbf{M} = M\hat{z}$

Summan av alla bidrag ovan ger det totala kraftmomentet i A som

$\mathbf{M}_A = -F_1 a\hat{z} - F_2(b+c)\hat{z} + M\hat{z} = (M - F_1 a - F_2(b+c))\hat{z}$

Svar

Med insatta värden blir kraftmomentet M_A

$M_A = 900 - 100 * 3 - 400 * (3+4) = -2200$ (Nm).

Riktningen för M_A är i moturs ($-\hat{z}$) riktning.

Kommentar

För "enkla" kryssprodukter, där krafter och ortsvektorer är riktade längs någon av koordinatsystemets axlar, kan resulterande kraftmoment enkelt räknas ut utan att behöva använda determinanter. I stället kan man använda cyklisk permutation som säger att $\hat{x} \times \hat{y} = \hat{z}$, $\hat{y} \times \hat{z} = \hat{x}$ och $\hat{z} \times \hat{x} = \hat{y}$ och antikommutivitet som säger att $\mathbf{v} \times \mathbf{u} = -\mathbf{u} \times \mathbf{v}$.

För kryssprodukterna i den aktuella uppgiften kan vi använda det för att snabbt se att

$-a\hat{x} \times F_1\hat{y} = -aF_1(\hat{x} \times \hat{y}) = -aF_1\hat{z}$

$(b+c)\hat{x} \times (-F_2\hat{y}) = (b+c)(-F_2)(\hat{x} \times \hat{y}) = -(b+c)F_2\hat{z}$

```
[ ]:
```