BÀI TẬP 2 THỐNG KÊ MÁY TÍNH VÀ ỨNG DỤNG

Câu 1. (2 điểm) Cho tập $S = \{1, 2, ..., 50\}$.

- a) Thiết kế thuật toán sinh tập con ngẫu nhiên gồm 4 phần tử từ S.
- b) Thiết kết thuật toán sinh tập con ngẫu nhiên gồm 4 phần tử từ S với điều kiện tập con đó có chứa ít nhất 3 phần tử từ tập $C = \{1, 2, 3, 4, 5\}$. Từ đó ước lượng xác suất tập con sinh được chỉ chứa các phần tử trong C.

Câu 2. (3 điểm) Thiết kế thuật toán sinh số ngẫu nhiên X có hàm mật độ xác suất được cho và từ đó ước lượng kì vọng của X

a)
$$f(x) = \frac{1}{2}e^{-|x|}$$

b)
$$f(x) = \frac{5}{2}e^{-\frac{5}{2}(x-2)}, x \ge 2$$

c)
$$f(x) = \begin{cases} x & 0 \le x \le 1\\ 1 & 1 < x \le \frac{3}{2} \end{cases}$$

d)
$$f(x) = \frac{1}{\pi(1+x^2)}$$

Câu 3. (2 điểm) Dùng phương pháp Monte Carlo, đưa ra khoảng tin cậy 96% cho

a)

$$I = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} |\sin x| \, \mathrm{d}x$$

b)

$$J = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{1}{2} \left(x^2 + (y-1)^2 - \frac{x(y-1)}{4}\right)} dxdy$$

Câu 4. (3 điểm) Cho $X \sim \mathcal{N}(0,1)$, dùng phương pháp Monte Carlo, ước lượng các giá trị sau với sai số không quá 0.001.

- a) P(0 < X < 1)
- b) P(10 < X < 11)
- c) $P(X < 10.5 \mid 10 < X < 11)$
- d) $E(X \mid 10 < X < 11)$

Lưu ý:

- Trình bày bài làm (lời giải, công thức Toán, mã Python, kết quả, ...) trong tập tin Jupyter Notebook.
- Cần trình bày mã giả và cài đặt bằng Python các thuật toán.
- Cần kiểm tra và đánh giá kết quả chạy các thuật toán.
- Được phép dùng các hàm sinh số ngẫu nhiên từ thư viện random hoặc numpy.random.