



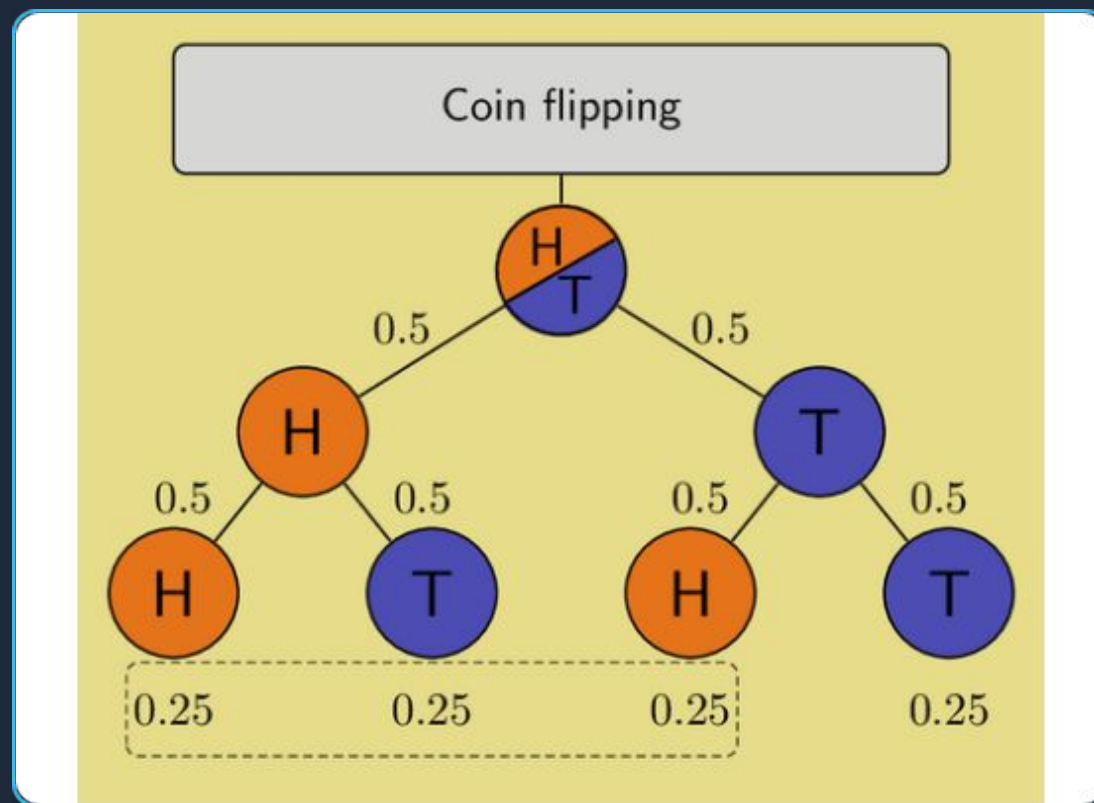
확률과 랜덤 워크

*Probability & Random Walk: 동전 던지기에서 주가
예측까지*

1. 기초: 베르누이와 이항 분포

불확실성의 가장 단순한 형태

- > 베르누이 시행 (Bernoulli Trial): 결과가 성공/실패 두 가지인 실험. (예: 동전 던지기)
- > 이항 분포 (Binomial): 베르누이 시행을 n 번 반복했을 때의 분포.
- > n 이 커질수록, 분포는 종 모양(정규분포)에 가까워집니다.



2. 랜덤 워크(Random Walk)의 이해



무작위 걸음

매 시간마다 무작위로 방향(+1 또는 -1)을 결정하여 이동하는 경로입니다.



마르코프 성질

"과거는 잊는다". 다음 위치는 오직 현재 위치에만 의존하며, 과거 경로는 영향을 주지 않습니다.



예측 불가능성

개별 움직임은 예측할 수 없지만, 전체적인 패턴은 수학적으로 설명 가능합니다.

3. 확산 (Diffusion)

집단의 움직임과 물리 법칙

수천 개의 입자가 동시에 랜덤 워크를 수행하면 **확산** 현상이 나타납니다.

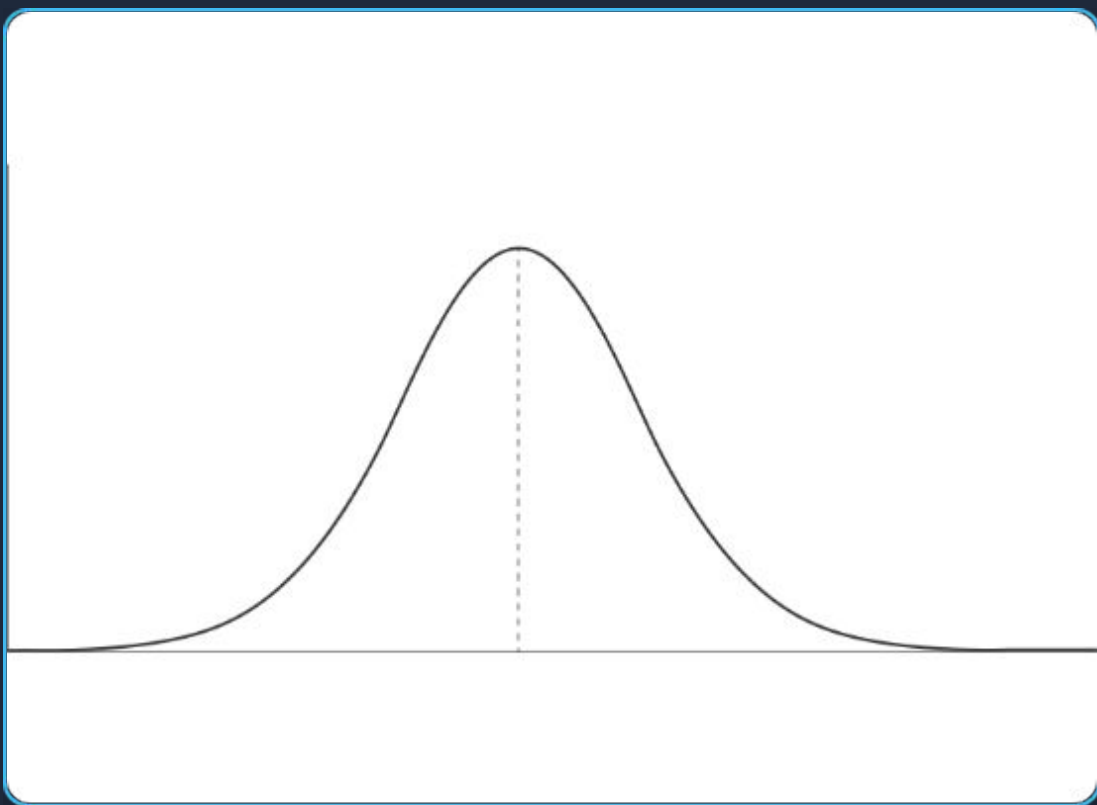
이는 잉크 방울이 물속에서 퍼지는 것과 동일한 원리입니다.

평균 제곱 변위 (MSD) 법칙:

시간이 t 흐를 때, 입자가 퍼져나가는 거리(변위)는 \sqrt{t} 에 비례하여 증가합니다.



4. 가우시안 랜덤 워크



연속적인 세계로의 확장

- > 현실 세계의 움직임은 $+1$, -1 처럼 딱딱 끊어지지 않습니다.
- > 가우시안 모델: 이동 거리(Step Size)가 정규 분포 (Normal Distribution)를 따릅니다.
- > 대부분 조금 움직이지만, 가끔 크게 움직이는 특성을 반영하여 그래프가 훨씬 부드럽고 자연스럽습니다.

5. 기하 브라운 운동 (GBM)

금융 공학의 핵심 모델

일반 랜덤 워크는 가격이 음수(-)가 될 수 있다는 치명적인 단점이 있습니다.

GBM의 해결책:

주가는 덧셈이 아닌 **곱셈(복리)**으로 움직인다고 가정합니다.

 주가는 절대 0 이하로 떨어지지 않습니다.

 수익률은 정규분포를 따르지만, 주가는 **로그**

요약 및 결론



1. 기초

동전 던지기와 이항 분포



2. 과정

무작위 움직임의 누적, 랜덤 워크



3. 현상

집단의 움직임, 확산(Diffusion)

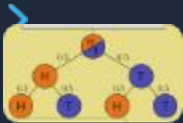


4. 응용

금융 시장 예측, GBM 모델

"미래를 완벽히 예측할 순 없지만,

Image Sources



<https://texample.net/files/coin-flipping.png>

Source: texample.net



https://png.pngtree.com/thumb_back/fw800/background/20251025/pngtree-abstract-vibrant-blue-ink-cloud-expanding-in-water-creating-beautiful-dynamic-image_2017628.webp

Source: [pngtree.com](https://png.pngtree.com)



<https://getnave.com/blog/wp-content/uploads/2018/08/frequency-distribution-types-normal-distribution.png>

Source: getnave.com



https://images.stockcake.com/public/f/8/6/f86dd2ed-208c-4ebf-8d57-51626d881398_large/upward-market-trend-stockcake.jpg

Source: [stockcake.com](https://images.stockcake.com)