

2019 年 8 月実施
問題 1 電磁気学
(1 頁目/2 頁中)

Fig.1 に示すような同軸構造が真空中に置かれており，導体 I は半径 a の円柱導体，導体 II は内半径 b ，外半径 c の円筒導体である．導体 I と導体 II は十分に長く，端効果は無視できるものとする．以下の問に答えよ．ただし，真空の誘電率，透磁率をそれぞれ ϵ_0 ， μ_0 とし，導体 I，導体 II の透磁率は真空の透磁率 μ_0 に等しいものとする．

- (1) 真空中におけるガウスの法則とアンペアの法則の微分形と積分形の式をそれぞれ示せ．
- (2) 導体 I と導体 II に，単位長さあたり $+\lambda$ ， $-\lambda$ の電荷をそれぞれ与えた．
 - (a) 中心軸から距離 r ($a < r < b$) の位置における電界の大きさを求めよ．
 - (b) 導体 I，II 間の単位長さ当たりの静電容量，および単位長さ当たりに蓄えられる静電エネルギーを求めよ．
- (3) 導体 I と導体 II に，大きさが等しく逆向きの電流 $I_0(t)$ ， $-I_0(t)$ がそれぞれ流れており，電流の周波数が十分に低く，導体 I と導体 II の内部の電流分布は一樣とみなせるとする．中心軸から距離 r ($0 < r < c$) の位置における磁束密度の大きさ，単位長さ当たりのインダクタンス，単位長さ当たりに蓄えられる磁気エネルギーをそれぞれ求めよ．また，磁束密度の大きさと距離 r の関係を表すグラフの概略を図示せよ．
- (4) 導体 I と導体 II に，大きさが等しく逆向きの電流 $I_1(t)$ ， $-I_1(t)$ がそれぞれ流れており，電流の周波数が十分に高く，電流は導体 I の表面および導体 II の内表面のみを流れているとみなせるとする．中心軸から距離 r ($a < r < b$) の位置における磁束密度の大きさ，単位長さ当たりのインダクタンス，単位長さ当たりに蓄えられる磁気エネルギーをそれぞれ求めよ．

A coaxial structure shown in Fig.1 is located in vacuum, where conductor I is a conducting cylinder of radius a and conductor II is a conducting hollow cylinder of inner radius b and outer radius c . Assuming that conductor I and conductor II are sufficiently long so that the edge effects are negligible, answer the following questions. Here, the permittivity and permeability of the vacuum are ϵ_0 and μ_0 , and the permeabilities of both conductor I and conductor II are equal to that of the vacuum, i.e., μ_0 .

- (1) Show the equations of Gauss's and Ampere's laws in vacuum in both the differential and integral forms.
- (2) Charges $+\lambda$ and $-\lambda$ per unit length are given to conductor I and conductor II, respectively.
 - (a) Find the magnitude of the electric field at the position of the distance r ($a < r < b$) from the center axis.

2019 年 8 月実施
問題 1 電磁気学
(2 頁目 / 2 頁中)

- (b) Find the capacitance per unit length between conductor I and conductor II, and the electrostatic energy stored per unit length of the coaxial structure.
- (3) Currents $I_0(t)$ and $-I_0(t)$ equal in magnitude and opposite in direction flow through conductor I and conductor II, respectively. When the frequency of the currents is sufficiently low so that the radial profile of the currents inside conductor I and conductor II can be assumed to be uniform, find the magnitude of the magnetic flux density at the position of the distance r ($0 < r < c$) from the center axis, the inductance per unit length, and the magnetic energy stored per unit length of the coaxial structure. Furthermore, draw a schematic graph of the magnitude of the magnetic flux density as a function of the distance r .
- (4) Currents $I_1(t)$ and $-I_1(t)$ equal in magnitude and opposite in direction flow through conductor I and conductor II, respectively. When the frequency of the currents is sufficiently high so that the currents can be assumed to flow only at the surface of conductor I and the inner surface of conductor II, find the magnitude of the magnetic flux density at the position of the distance r ($a < r < b$) from the center axis, the inductance per unit length, and the magnetic energy stored per unit length of the coaxial structure.

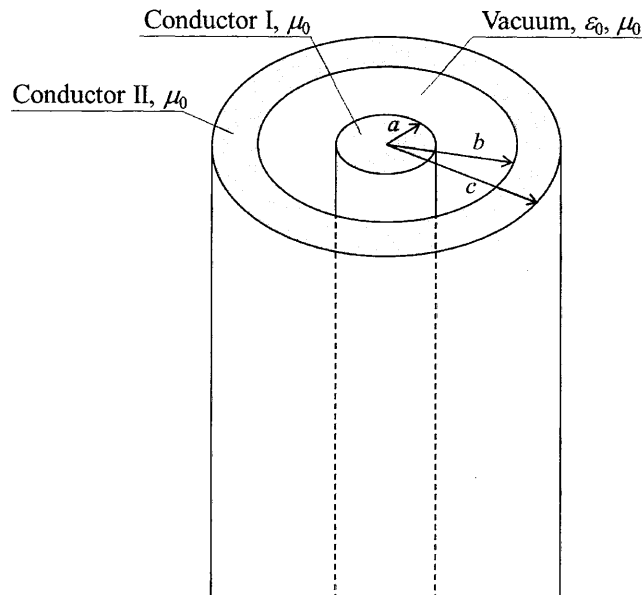


Fig. 1

2019 年 8 月実施
問題 2 電気回路
(1 頁目/3 頁中)

(1) Fig. 2(a)に示す回路についてテブナンの等価電源を求めよ.

(2) Fig. 2(b)に示す回路について以下の問に答えよ.

(a) Fig. 2(b)に示す二端子対網 N の縦続行列 (K 行列) が

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ jX & 1 \end{bmatrix}$$

と表されるとき, 電流 I_1 を求めよ. ここで X は実数とする.

(b) Fig. 2(b)に示す二端子対網 N の縦続行列 (K 行列) が

$$\begin{bmatrix} \cos(A) & jB\sin(A) \\ (j/B)\sin(A) & \cos(A) \end{bmatrix}$$

と表されるとき, $V_1/I_1 = R$ となるような A および B の値を求めよ. ここで, A および B は実数とする.

(3) Fig. 2(c)に示す回路において, 時刻 $t = 0$ においてスイッチ S を閉じる. 時刻 $t = 0$ におけるキャパシタ C_1 の電荷をゼロとする.

(a) $\lim_{t \rightarrow +0} i_0(t)$ および $\lim_{t \rightarrow \infty} i_0(t)$ を求めよ.

(b) $t > 0$ における $i_0(t)$ を求めよ.

Question No. 2: Electrical circuits (2/3)

2019 年 8 月実施
問題 2 電気回路
(2 頁目/3 頁中)

(1) Find the Thévenin equivalent circuit of the circuit shown in Fig. 2(a).

(2) Answer the following questions about the circuit shown in Fig. 2(b).

(a) Find the current I_1 when the chain matrix (K-matrix) of the two-terminal-pair network N is expressed as

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ jX & 1 \end{bmatrix}.$$

Here, assume X to be a real number.

(b) Find the values of A and B which give $V_1/I_1 = R$ when the chain matrix (K-matrix) of the two-terminal-pair network N is expressed as

$$\begin{bmatrix} \cos(A) & jB\sin(A) \\ (j/B)\sin(A) & \cos(A) \end{bmatrix}.$$

Here, assume A and B to be real numbers.

(3) The switch S is closed at time $t = 0$ in the circuit shown in Fig. 2(c). Assume the charge in the capacitor C_1 to be zero at time $t = 0$.

(a) Find $\lim_{t \rightarrow +0} i_0(t)$ and $\lim_{t \rightarrow \infty} i_0(t)$.

(b) Find $i_0(t)$ for $t > 0$.

2019 年 8 月実施
問題 2 電気回路
(3 頁目 / 3 頁中)

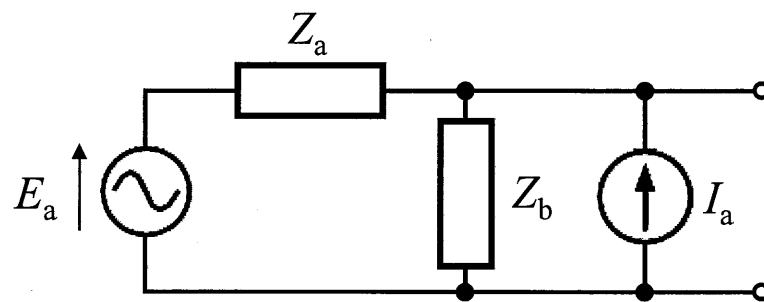


Fig. 2(a)

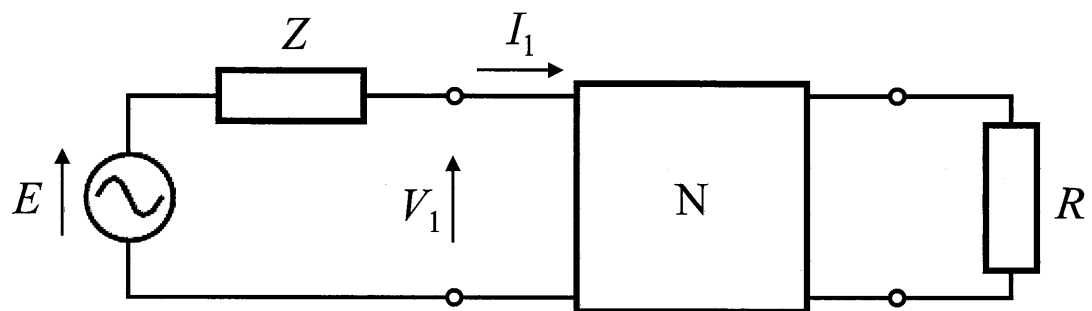


Fig. 2(b)

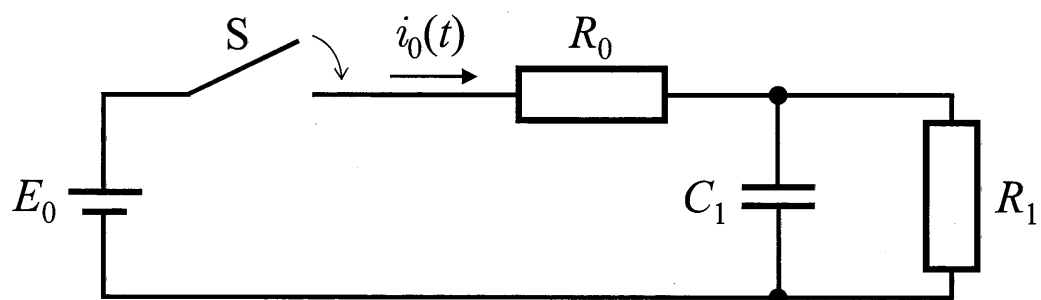


Fig. 2(c)

2019 年 8 月実施
問題3 情報基礎1
(1 頁目 / 2 頁中)

$x_1, x_2, \dots, x_n \in \{0, 1\}$ であり, $x, y, z, c \in \{0, 1\}$ とする. これらの変数は, Fig. 3 に示すブール代数の公理を満たすものとする. ただし, \cdot , $+$, $\bar{}$ は, それぞれ, 論理積演算, 論理和演算, 否定演算である. 以下の問に答えよ.

- (1) $x_1 \cdot x_2 + x_1 \cdot x_2 \cdot \overline{x_3 \cdot x_4} + \overline{x_1 \cdot x_4}$ の積和最簡形を求めよ.
- (2) Fig. 3 に示す公理を用いた式変形により, $x_1 + \overline{x_1} \cdot x_2 + \overline{x_1} \cdot \overline{x_2} \cdot x_3 = x_1 + x_2 + x_3$ を証明せよ.

n 変数論理関数 $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ が, $n+1$ 個の実数 $w_1, w_2, \dots, w_n, \theta$ に対して,

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) = \begin{cases} 1 & w_1 x_1 + w_2 x_2 + \dots + w_n x_n \geq \theta \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

と書けるとき, $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ をしきい値関数という. 以下の問に答えよ.

- (3) 桁上げを含む 3 変数 (x, y, c) を入力とする全加算関数において, 加算結果 $Sum(x, y, c)$ と桁上げ $Carry(x, y, c)$ のそれぞれの論理関数がしきい値関数かどうかを根拠とともに示せ.
- (4) $\theta = t$ かつ $n = 3$ のしきい値関数 $f_t(x_1, x_2, x_3)$ と, $\theta = s$ かつ $n = 3$ のしきい値関数 $f_s(x_1, x_2, x_3)$ を考える. $t < s$ であり, 両関数とも $w_1 = 1, w_2 = -2, w_3 = 3$ である時, 以下の問に答えよ.
 - (a) $f_t(x_1, x_2, x_3) \geq f_s(x_1, x_2, x_3)$ を証明せよ.
 - (b) $f_t(x_1, x_2, x_3) \cdot f_s(x_1, x_2, x_3) \cdot (f_t(x_1, x_2, x_3) + f_s(x_1, x_2, x_3))$ を簡単化せよ.

Consider $x_1, x_2, \dots, x_n \in \{0, 1\}$ and $x, y, z, c \in \{0, 1\}$. These variables satisfy the basic laws of Boolean algebra shown in Fig. 3 where AND, OR, and NOT operators are denoted by \cdot , $+$, $\bar{}$, respectively. Answer the following questions.

- (1) Show the minimum sum-of-products expression of $x_1 \cdot x_2 + x_1 \cdot x_2 \cdot \overline{x_3 \cdot x_4} + \overline{x_1 \cdot x_4}$.
- (2) Prove $x_1 + \overline{x_1} \cdot x_2 + \overline{x_1} \cdot \overline{x_2} \cdot x_3 = x_1 + x_2 + x_3$ by equation transformation using the basic laws of Fig. 3.

An n -variable logic function $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ is called a threshold function if it satisfies

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) = \begin{cases} 1 & w_1 x_1 + w_2 x_2 + \dots + w_n x_n \geq \theta \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

for $n+1$ real numbers $w_1, w_2, \dots, w_n, \theta$. Answer the following questions.

2019 年 8 月実施
問題3 情報基礎1
(2頁目／2頁中)

- (3) We define a full adder function with three inputs (x, y, c) . Determine whether each of the sum $Sum(x, y, c)$ and the carry $Carry(x, y, c)$ is a threshold function or not, and justify your answer.
- (4) We define a three-variable threshold function $f_t(x_1, x_2, x_3)$ with $\theta = t$ and $n = 3$, and another three-variable threshold function $f_s(x_1, x_2, x_3)$ with $\theta = s$ and $n = 3$. When $t < s$ and $w_1 = 1, w_2 = -2, w_3 = 3$ for both functions, answer the following questions.
- (a) Prove $f_t(x_1, x_2, x_3) \geq f_s(x_1, x_2, x_3)$.
- (b) Simplify $f_t(x_1, x_2, x_3) \cdot f_s(x_1, x_2, x_3) \cdot (f_t(x_1, x_2, x_3) + f_s(x_1, x_2, x_3))$.

$x \cdot 1 = x$	$x + 1 = 1$
$x \cdot 0 = 0$	$x + 0 = x$
$x \cdot x = x$	$x + x = x$
$x \cdot y = y \cdot x$	$x + y = y + x$
$x \cdot (y \cdot z) = (x \cdot y) \cdot z$	$x + (y + z) = (x + y) + z$
$x \cdot (x + y) = x$	$x + (x \cdot y) = x$
$x \cdot (y + z) = (x \cdot y) + (x \cdot z)$	$x + (y \cdot z) = (x + y) \cdot (x + z)$
$x \cdot \bar{x} = 0$	$x + \bar{x} = 1$
$\bar{\bar{x}} = x$	
$\overline{x \cdot y} = \bar{x} + \bar{y}$	$\overline{x + y} = \bar{x} \cdot \bar{y}$

Fig. 3: Basic laws of Boolean algebra

2019 年 8 月実施
問題4 情報基礎2
(1 頁目 / 1 頁中)

A を m 個の整数からなる配列, B を n 個の整数からなる配列とする. また, a_i を A の i 番目の要素, b_j を B の j 番目の要素とする. ただし, $1 \leq i \leq m$ および $1 \leq j \leq n$ である. ここでの時間計算量は比較, 加算, 減算, 乗算の回数とする. 以下の問に答えよ.

- (1) $1 \leq i \leq i' \leq m$, $1 \leq j \leq j' \leq n$ のとき, 常に $a_i \leq a_{i'}$, $b_j \leq b_{j'}$ が成り立つと仮定する. このとき, 全ての (i, j) ペアに対する $|a_i - b_j|$ の最小値を求める時間計算量 $O(m+n)$ のアルゴリズムの概略を示せ.
- (2) 以下に示す式 P を計算する時間計算量 $O(m+n)$ のアルゴリズムの概略を示せ.

$$P = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (a_i - b_j)^2$$

- (3) $a_i = b_j$ となる (i, j) ペアを全て列挙するアルゴリズムを考える. $\log_2 n$ が m より十分大きいとき, 時間計算量のオーダーが $m \log_2 m + n \log_2 n$ より小さいアルゴリズムの概要を示せ. また, その時間計算量も示せ. ただし, 配列 A および B を整列する時間計算量は, それぞれ $\Theta(m \log_2 m)$ および $\Theta(n \log_2 n)$ と仮定する.

Let A be an array of m integers, and B be an array of n integers. Moreover, a_i denotes the i -th element in A , and b_j denotes the j -th element in B , where $1 \leq i \leq m$ and $1 \leq j \leq n$. Here, the time complexity is the number of comparison, addition, subtraction, and multiplication. Answer the following questions.

- (1) Assume that $a_i \leq a_{i'}$ and $b_j \leq b_{j'}$ always hold, when $1 \leq i \leq i' \leq m$ and $1 \leq j \leq j' \leq n$. Then, outline an algorithm of time complexity $O(m+n)$ that finds the minimum value of $|a_i - b_j|$ from all (i, j) -pairs.
- (2) Outline an algorithm of time complexity $O(m+n)$ that calculates the following equation P .

$$P = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (a_i - b_j)^2$$

- (3) Consider algorithms that enumerate all (i, j) -pairs satisfying $a_i = b_j$. Outline an algorithm whose order of time complexity is smaller than $m \log_2 m + n \log_2 n$ when $\log_2 n$ is sufficiently larger than m . Moreover, give the time complexity of the algorithm. Here, we assume that the time complexities of sorting the arrays A and B are $\Theta(m \log_2 m)$ and $\Theta(n \log_2 n)$, respectively.

2019 年 8 月実施
問題 5 物理基礎
(1 頁目 / 3 頁中)

質量 m の質点 M_1, M_2, M_3 が両端を壁に固定したばねでつながれている。ばねはすべて同じもので質量は無視できる。質点はなめらかな水平面上に置かれていて、ばねの方向に沿った微小な変位を与える。Fig. 5 に示すように質点の変位をそれぞれ x_1, x_2, x_3 とする。ばね定数を k , 自然長を d とする。以下の間に答えよ。

(1) ラグランジアン L を求めよ。

(2) Eq. (5A) に示すラグランジュ方程式から運動方程式を求めよ。

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}_i} \right) = \frac{\partial L}{\partial x_i} \quad (i = 1, 2, 3) \quad (5A)$$

(3) 規準角振動数をすべて求めよ。

(4) 各質点 M_1, M_2, M_3 の振幅をそれぞれ A_1, A_2, A_3 とする。各規準角振動数における各質点の振幅比 $A_1: A_2: A_3$, および位相差について論ぜよ。

2019 年 8 月実施
問題 5 物理基礎
(2 頁目 / 3 頁中)

Mass points M_1 , M_2 , and M_3 with mass m are connected by springs with both ends fixed to walls. The springs are all the same and the mass of the spring is negligible. The mass points are placed on a smooth horizontal surface, and a minute displacement is given along the spring direction. As shown in Fig. 5, the displacements of the mass points are defined as x_1 , x_2 , and x_3 , respectively. The spring constant and natural length are k and d , respectively. Answer the following questions.

- (1) Find the Lagrangian L .
- (2) Find the equation of motion from the Lagrange equation shown in Eq. (5A).

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}_i} \right) = \frac{\partial L}{\partial x_i} \quad (i = 1, 2, 3) \quad (5A)$$

- (3) Find all standard angular frequencies.
- (4) The oscillation amplitudes of the mass points M_1 , M_2 , and M_3 are defined as A_1 , A_2 , and A_3 , respectively. Discuss the amplitude ratio $A_1: A_2: A_3$ and the phase difference of each mass point at each standard angular frequency.

2019 年 8 月実施
問題 5 物理基礎
(3 頁目 / 3 頁中)

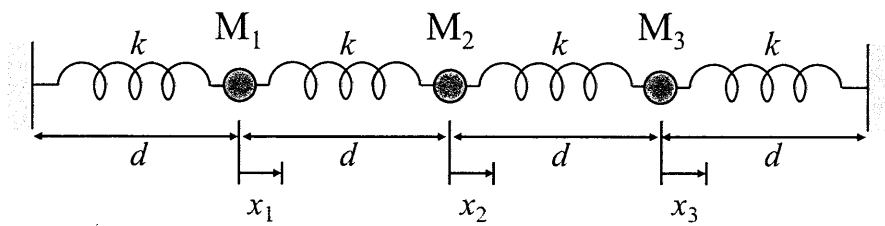


Fig. 5

2019 年 8 月実施
問題6 数学基礎
(1 頁目 / 2 頁中)

(1) 関数

$$f(x) = \begin{cases} 1, & x_0 - a \leq |x| \leq x_0 + a \\ 0, & \text{それ以外} \end{cases}$$

について考える. ただし, a と x_0 は $0 < a < x_0$ を満たす実定数であり, x は実数である.
次の問に答えよ.

- (a) 関数 $f(x)$ の概形を描け.
- (b) 関数 $f(x)$ のフーリエ変換 $F(w)$ を求めよ.
- (c) $a = \frac{1}{2}x_0$ の場合について, 関数 $F(w)$ の概形を描け.

(2) 行列

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 3 & 4 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & 3 & 3 \end{pmatrix}$$

と

$$B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & -1 \\ i & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

について考える. ここで, i は虚数単位である. 次の問に答えよ.

- (a) 行列 A の行列式を求めよ.
- (b) A^{-1} を求めよ.
- (c) 行列 B のすべての固有値とそれらに対応する固有ベクトルを求めよ.

2019 年 8 月実施
問題6 数学基礎
(2 頁目 / 2 頁中)

(1) Consider the function

$$f(x) = \begin{cases} 1, & x_0 - a \leq |x| \leq x_0 + a, \\ 0, & \text{otherwise.} \end{cases}$$

Here a and x_0 are real constants satisfying $0 < a < x_0$, and x is a real number. Answer the following questions.

- (a) Sketch the function $f(x)$.
- (b) Find the Fourier transform $F(w)$ of the function $f(x)$.
- (c) Sketch the function $F(w)$ where $a = \frac{1}{2}x_0$.

(2) Consider the matrices

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 3 & 4 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & 3 & 3 \end{pmatrix},$$

and

$$B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & -1 \\ i & -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Here i is the imaginary unit. Answer the following questions.

- (a) Compute the determinant of the matrix A .
- (b) Compute A^{-1} .
- (c) Compute all the eigenvalues and their corresponding eigenvectors of the matrix B .