n个球，只有一个重量不同，问几次称量可以找出

**题解：分成三堆，进行比较**

问题描述

12个球，其中只有一个质量不同的球。要求使用一个天平，经过三次称量，找出这个球。并说明这个球相比于其他球，是重还是轻。

解法步骤

将这12个球编号为1~12

1~4号球分为A1组，5~8号球分为A2组，9~12号球分为A3组

第一次称量，取A1组和A2组分别放在天平两端。存在两种结果：

天平平衡。这说明要找的球位于A3组中

天平不平衡。这说明要找的球位于A1或者A2组中

考虑天平平衡的情况。此时要找的球是9~12号球中某一个。任取三个正常的球，假设为1，2，3，放到天平一端；从9~12号球中任取三个，假设为9，10，11，放到天平另一端。进行第二次称量。此时存在三种情况：

天平平衡。这说明12就是要找的那个球。将12与任一一个球进行第三次称量，重就是重，轻就是轻

1，2，3组合重于9，10，11组合。这说明要找的球是9，10，11中的一个，且这个球是轻的。从三个球任取两个球进行第三次称量，假定为9，10。

天平平衡。则11是要找的球，且其是轻的

天平不平衡。则轻的那个球即为要找的球

1，2，3组合轻于9，10，11组合。这说明要找的球是9，10，11中的一个，且这个球是重的。从三个球中任取两个球进行第三次称量，假定为9，10。

天平平衡。则11是要找的球，且其是重的。

天平不平衡。则重的那个球即为要找的球。

考虑天平不平衡的情况。假设A1组更重。那么A3组中球都是正常的，从中任取三个球，假设为9，10，11。从A1组中任选一个球，假设为4。从A2组中任取一个球，假设为5。将A1组的1，2，3和A2组的5一起放到天平的一端，把4和9，10，11放到天平另一端。进行第二次称量。此时存在三种情况：

天平平衡。则说明要找的球是6，7，8中的一个，且其是轻的。任选两个球进行第三次称量。假设为6，7。

天平平衡。则8是要找的球，且其是轻的。

天平不平衡。则轻的那个球即为要找的球。

1，2，3，5组合重于4，9，10，11组合。则要找的球位于1，2，3中，且其是重的。任选两个球进行第三次称量。假设为1，2。

天平平衡。则3是要找的球，且其是重的。

天平不平衡。则重的那个球即为要找的球。

1，2，3，5组合轻于4，9，10，11组合。则4即是要找的球。第三次称量可以省了。

**圆盘涂色**

一个圆分成N个扇形，用m种颜色上色，要求相邻两个颜色不同，求有多少种不同的方法。

首先，设A(n)为最后的结果。那么

对第 A1 块扇形，有m种画法，

对第 A2 块扇形，有m-1种画法，

对第 A3 块扇形，有m-1种画法,

(因为只要求相邻的两块颜色不同，所以，只需要看前边的一块就可以了)

…………

对第 An 块扇形，有m-1种画法,

既为 m∗(m−1)n−1。

但是这时候要分成两类:

An 和 A1不同色；

An和 A1同色。

当颜色不同时符合题目要求，没有影响

而当两块相同时，可以将两块看作是一块，这个时候染色方法总数就是A(n−1)，这里可能会有一点点绕，可以想象一下，前面的组合排列方式不变，头尾两块变成了一块，我们需要把这种情况的组合都排除出去。

此时 



变换

得到 

**赛马问题**

有 25 匹马和 5 条赛道，赛马过程无法进行计时，只能知道相对快慢。问最少需要几场赛马可以知道前 3 名。

先把 25 匹马分成 5 组，进行 5 场赛马，得到每组的排名。再将每组的第 1 名选出，进行 1 场赛马，按照这场的排名将 5 组先后标为 A、B、C、D、E。可以知道，A 组的第 1 名就是所有 25 匹马的第 1 名。而第 2、3 名只可能在 A 组的 2、3 名，B 组的第 1、2 名，和 C 组的第 1 名，总共 5 匹马，让这 5 匹马再进行 1 场赛马，前两名就是第 2、3 名。所以总共是 **5+1+1=7** 场赛马。

A 组：1，**2，3**，4，5  
B 组：**1，2，**3，4，5  
C 组：**1，**2，3，4，5  
D 组：1，2，3，4，5  
E 组：1，2，3，4，5

# **用绳子计时 15 分钟**

给定两条绳子，每条绳子烧完正好一个小时，并且绳子是不均匀的。问要怎么准确测量 15 分钟。

* 点燃第一条绳子 R1 两头的同时，点燃第二条绳子 R2 的一头；
* 当 R1 烧完，正好过去 30 分钟，而 R2 还可以再烧 30 分钟；
* 点燃 R2 的另一头，15 分钟后，R2 将全部烧完。

# **九球称重**

有 9 个球，其中 8 个球质量相同，有 1 个球比较重。要求用 2 次天平，找出比较重的那个球。

将这些球均分成 3 个一组共 3 组，选出 2 组称重，如果 1 组比较重，那么重球在比较重的那 1 组；如果 1 组重量相等，那么重球在另外 1 组。

对比较重的那 1 组的 3 个球再分成 3 组，重复上面的步骤。

# **药丸称重**

有 20 瓶药丸，其中 19 瓶药丸质量相同为 1 克，剩下一瓶药丸质量为 1.1 克。瓶子中有无数个药丸。要求用一次天平找出药丸质量 1.1 克的药瓶。

可以从药丸的数量上来制造差异：从第 i 瓶药丸中取出 i 个药丸，然后一起称重。可以知道，如果第 i 瓶药丸重 1.1 克/粒，那么称重结果就会比正常情况下重 0.1 \* i 克

# **得到 4 升的水**

# 有两个杯子，容量分别为 5 升和 3 升，水的供应不断。问怎么用这两个杯子得到 4 升的水。

# 先把5升瓶注满

# 倒进3升瓶（这时5升瓶内剩2升）

# 把3升的倒掉，再把5升内的2升倒进3升瓶

# 再注满5升瓶，---再往3升瓶倒满，

# 此时5升瓶内只能倒进1升，，还剩余4升。

# **囚犯摸豆子**

# 五个囚犯先后从100颗绿豆中抓绿豆。抓得最多和最少的人将被处死，不能交流，可以摸出剩下绿豆的数量，谁的存活几率最大？

提示：

1.他们都是很聪明的人；

2.他们的原则是先求保命，再去多杀人；

3.100 颗不必都分完，但要保证每人至少抓一颗；

4.若有重复的情况，则也算最大和最小，一并处死。

# **扔鸡蛋**

# 一栋楼有 100 层，在第 N 层或者更高扔鸡蛋会破，而第 N 层往下则不会。给 2 个鸡蛋，求 N，要求最差的情况下扔鸡蛋的次数最少。