

Buioroschi Andra, MOC2

Luncaru Bogdan, MOC2

Operations research

Homework 2.3

① a)

$$\begin{cases} \min & z = 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 \\ \text{s.t.} & x_1 + 2x_2 + 3x_3 \leq 4 \\ & 2x_1 + 2x_2 + x_3 \geq 5 \\ & x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{cases}$$

Adăugăm variabile slack x_4 și exces x_5 pentru a aduce problema în formă standard.

$$\begin{cases} \min & z = 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 \\ \text{s.t.} & x_1 + 2x_2 + 3x_3 + x_4 = 4 \\ & 2x_1 + 2x_2 + x_3 - x_5 = 5 \\ & x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \min & z = 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 \\ \text{s.t.} & x_1 + 2x_2 + 3x_3 + x_4 = 4 \\ & -2x_1 - 2x_2 - x_3 + x_5 = -5 \\ & x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \geq 0 \end{cases}$$

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	RHS
x_4	1	2	3	1	0	4
x_5	-2	-2	-1	0	1	-5
z	3	4	2	0	0	0
	$\left \frac{3}{-2} \right $	$\left \frac{4}{-2} \right $	$\left \frac{2}{-1} \right $			
	min					

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	RHS
x_4	0	1	$5/2$	1	$1/2$	$3/2$
x_3	1	1	$1/2$	0	$-1/2$	$5/2$
z	0	1	$1/2$	0	$3/2$	$-15/2$

Soluția $(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) = (5/2, 0, 0, 3/2, 0)$ este optimă și valoarea obiectivului este $z = 15/2$.

b)

$$\begin{cases} \min & z = 2x_1 + 6x_2 + x_3 + x_4 \\ \text{s.t.} & 4x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 \geq 4 \\ & 5x_1 + x_2 - x_3 \geq 5 \\ & x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0 \end{cases}$$

Aducem problema la forma standard adăugând variabile exces x_5 și x_6 .

$$\left\{ \begin{array}{l} \min z = 24x_1 + 6x_2 + x_3 + x_4 \\ \text{s.t. } 4x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 - x_5 = 4 \\ \quad 5x_1 + x_2 - x_3 - x_6 = 5 \\ \quad x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6 \geq 0 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \min z = 24x_1 + 6x_2 + x_3 + x_4 \\ \text{s.t. } -4x_1 - 2x_2 - x_3 - x_4 + x_5 = -4 \\ \quad -5x_1 - x_2 + x_3 + x_6 = -5 \\ \quad x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6 \geq 0 \end{array} \right.$$

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	RHS
x_5	-4	-2	-1	-1	1	0	<u>-4</u>
x_6	-5	-1	1	0	0	1	-5
\bar{z}	24	6	1	1	0	0	0
	$ \frac{24}{-4} $	$ \frac{6}{-2} $	$ \frac{1}{-1} $	$ \frac{1}{-1} $			
	min						

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	RHS
x_3	4	2	1	1	-1	0	4
x_6	-9	-3	0	-1	1	1	<u>-9</u>
\bar{z}	20	4	0	0	1	0	-4
	$ \frac{20}{-9} $	$ \frac{4}{-3} $	$ \frac{0}{-1} $				
	min						

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	RHS
x_3	-5	-1	1	0	0	1	<u>-5</u>
x_4	9	3	0	1	-1	-1	9
\bar{z}	20	4	0	0	1	0	-4
	$ \frac{20}{-5} $	$ \frac{4}{-1} $					
	min						
	(Bland)						

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	RHS
x_1	1	1/5	-1/5	0	0	-1/5	1
x_4	0	6/5	9/5	1	-1	4/5	0
\bar{z}	0	0	4	0	1	4	-24

Soluția $(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6) = (1, 0, 0, 0, 0, 0)$ este optimă și are obiectivul $\bar{z} = 24$.

(2)

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	RHS
x_3	0	-3	1	2	-2	0	1	3
x_1	1	1	0	d	e	0	f	g
x_6	0	h	0	-1	-3	i	-2	3
Σ	k	a	0	0	1	b	c	j

Variabilele $\{x_3, x_1, x_6\}$ sunt bazice.

i) $k \geq 0$

$i=1$

$b \geq 0$

ii) $g < 0$

iii) $g < 0$

iese x_1 și intră x_4 : $d < 0$

iv) $g < 0$ și $d, e, f \geq 0$

v) x_7 intră în bază și ieș x_1

$g < 0$, $d \geq 0$ și ($e \geq 0$ sau ($e < 0$ și $|\frac{1}{e}| > |\frac{c}{f}|$))