

Operations research  
Homework 1.3

① b)

$$\left\{ \begin{array}{l} \min z = -2x_1 - x_2 \\ \text{s.t. } 2x_1 + x_2 \leq 4 \\ \quad 2x_1 + 3x_2 \leq 3 \\ \quad 4x_1 + x_2 \leq 5 \\ \quad x_1 + 5x_2 \leq 1 \\ \quad x_1, x_2 \geq 0 \end{array} \right.$$

Problema în forma standard este:

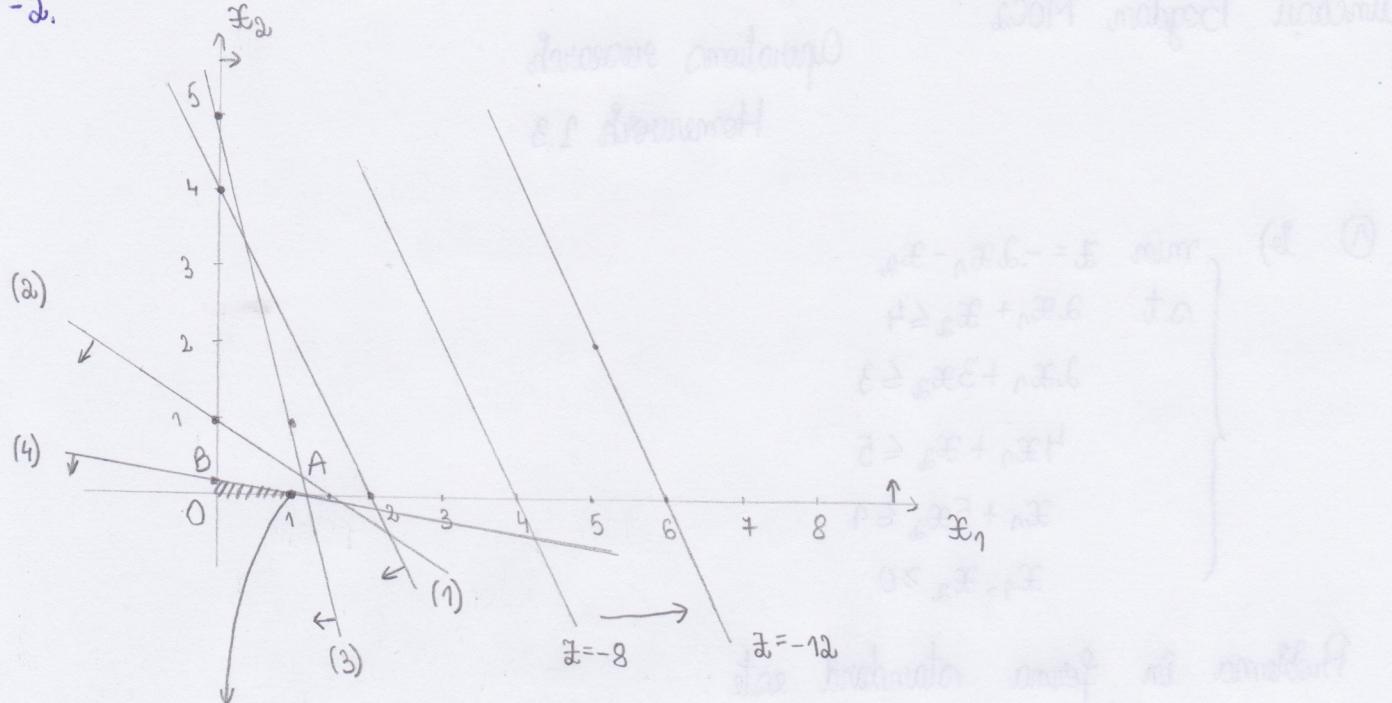
$$\left\{ \begin{array}{l} \min z = -2x_1 - x_2 \\ \text{s.t. } 2x_1 + x_2 + \Delta_1 = 4 \\ \quad 2x_1 + 3x_2 + \Delta_2 = 3 \\ \quad 4x_1 + x_2 + \Delta_3 = 5 \\ \quad x_1 + 5x_2 + \Delta_4 = 1 \\ \quad x_1, x_2, \Delta_1, \Delta_2, \Delta_3, \Delta_4 \geq 0 \end{array} \right.$$

	$x_1$	$x_2$	$\Delta_1$	$\Delta_2$	$\Delta_3$	$\Delta_4$	RHS	
$\Delta_1$	2	1	1	0	0	0	4	4/2
$\Delta_2$	2	3	0	1	0	0	3	3/2
$\Delta_3$	4	1	0	0	1	0	5	5/4
$\Delta_4$	1	5	0	0	0	1	1/1	← min
$z$	-2	-1	0	0	0	0	0	

	$x_1$	$x_2$	$\Delta_1$	$\Delta_2$	$\Delta_3$	$\Delta_4$	RHS
$\Delta_1$	0	-9	1	0	0	-2	2
$\Delta_2$	0	-7	0	1	0	-2	1
$\Delta_3$	0	-19	0	0	1	-4	1
$x_1$	1	5	0	0	0	1	1
$z$	0	9	0	0	0	2	2

Soluția optimă este  $(x_1, x_2, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4) = (1, 0, 2, 1, 1, 0)$  și costul este

-2.



Soluția optimă este  $(x_1, x_2) = (1, 0)$  cu valoarea obiectivului  $z = -2$ .

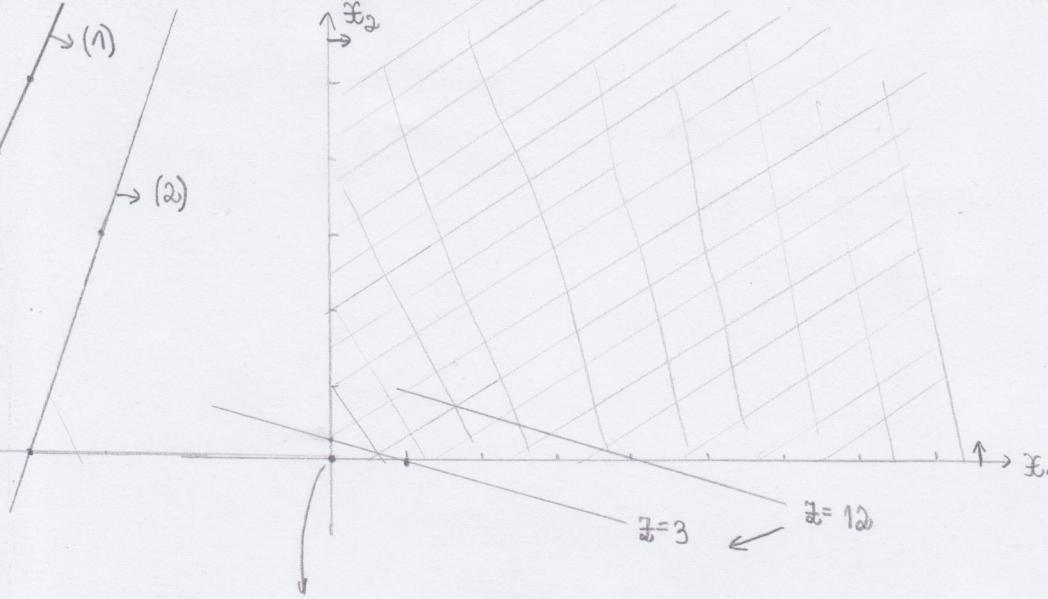
$$\begin{array}{l} \text{a)} \\ \left\{ \begin{array}{l} \min z = 3x_1 + 9x_2 \\ \text{s.t. } -5x_1 + 2x_2 \leq 30 \\ \quad -3x_1 + x_2 \leq 12 \\ \quad x_1, x_2 \geq 0 \end{array} \right. \end{array}$$

Problema în formă standard este:

$$\begin{array}{l} \min z = 3x_1 + 9x_2 \\ \text{s.t. } -5x_1 + 2x_2 + \alpha_1 = 30 \\ \quad -3x_1 + x_2 + \alpha_2 = 12 \\ \quad x_1, x_2, \alpha_1, \alpha_2 \geq 0 \end{array}$$

	$x_1$	$x_2$	$\alpha_1$	$\alpha_2$	RHS
$\alpha_1$	-5	2	1	0	30
$\alpha_2$	-3	1	0	1	12
$z$	3	9	0	0	0

Soluția problemei este  $(x_1, x_2, \alpha_1, \alpha_2) = (0, 0, 30, 12)$  cu valoarea obiectivului  $z = 0$ .



Soluția optimă a problemei este  $(x_1, x_2) = (0, 0)$  cu obiectivul  $z=0$ .

Algoritmul Simplex este mai eficient decât căuta puncte vârfurile extreime ale regiunii fezabile în direcția minimizării funcției obiectiv. La subpunktul b), din punctul extrem  $O(0,0)$  cu obiectivul  $z=0$ , ajungem în punctul extrem  $A(0,1)$  cu valoarea  $z=-2$ .

②

	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$	RHS
$x_3$	0	-2	1	2	0	2	f
$x_1$	1	g	0	-2	0	1	1
$x_5$	0	0	0	h	1	4	3
$z$	0	a	0	b	c	3	d

variabile bazice :  $B = \{x_3, x_1, x_5\} \Rightarrow e=0, f \geq 0$

- i)  $a \geq 0$  și  $b \geq 0$
- ii)  $a > 0$  și  $b > 0$
- iii)  $(a \geq 0 \text{ și } b \geq 0) \text{ și } (a=0 \text{ sau } b=0)$
- iv)  $b < 0$  și  $e < 0$  și  $f_h < 0$
- v) variabila  $x_4$  intră în bază

$$a \geq 0$$

$$b < 0$$

- linie  $x_3$  :  $h < 0$  sau ( $h > 0$  și  $\frac{f}{b} < \frac{3}{h}$ )