Modelagem Matemática de uma Microrrede

Introdução

Neste guia, abordaremos a modelagem matemática de uma microrrede representada por um conversor buck com uma CPL, carga de potência constante. O conversor buck é um tipo de conversor de potência que converte tensão contínua de alta tensão para tensão contínua de baixa tensão. A CPL é um tipo de carga que requer uma potência constante, independentemente da tensão de entrada.

Passo 1: Descrição do Sistema e Circuito

Abaixo está o circuito simplificado representando o sistema:

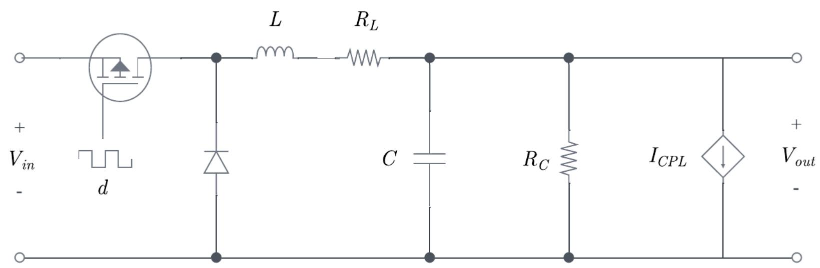

Figure 1: Circuito Elétrico do Sistema

No circuito:

- R_L, R_C, C, L: Resistores, capacitor e indutor do circuito.
- V_{in}: Tensão de entrada.
- V_{out}: Tensão de entrada.

Passo 2: Formulação das Equações do Circuito

As equações que descrevem o comportamento do sistema podem ser derivadas usando as leis fundamentais da eletricidade. Para isso, consideraremos o circuito em duas situações: chave fechada e aberta.

Chave Fechada

Na situação em que a chave está fechada, o circuito é equivalente a um circuito série com uma fonte de tensão, um resistor e uma indutância.

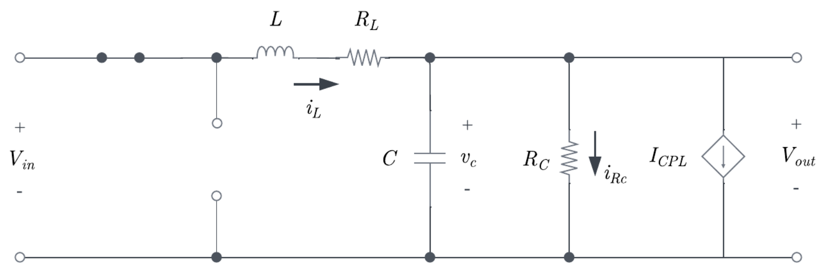

Figure 2: Circuito Elétrico do Sistema

As equações que descrevem esse circuito são as seguintes:

1. Lei de Kirchhoff das Tensões

$$V_{in} - L\frac{d}{dt}i_L - R_L i_L - v_C = 0$$

$$L\frac{d}{dt}i_L = V_{in} - R_L i_L - v_C$$

$$\frac{d}{dt}i_L = \frac{1}{L}V_{in} - \frac{R_L}{L}i_L - \frac{1}{L}v_C$$

2. Lei de Kirchhoff das Correntes

$$i_L = i_C + I_{CPL} + I_{R_C}$$
$$i_L = C\frac{d}{dt}v_C + \frac{P_{CPL}}{v_C} + \frac{v_C}{R_C}$$
$$C\frac{d}{dt}v_C = i_L - \frac{v_C}{R_C} - \frac{P_{CPL}}{v_C}$$

$$\frac{d}{dt}v_C = \frac{1}{C}i_L - \frac{1}{CR_C}v_C - \frac{1}{Cv_C}P_{CPL}$$

Chave Aberta

Na situação em que a chave está aberta, o circuito é desconectado da fonte de tensão.

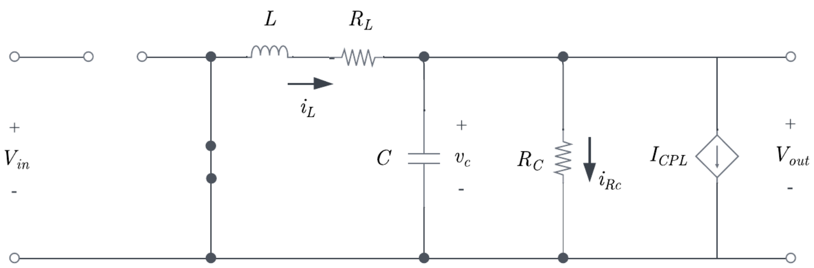

Figure 3: Circuito Elétrico do Sistema

As equações que descrevem esse circuito são as seguintes:

1. Lei de Kirchhoff das Tensões

$$L\frac{d}{dt}i_L + R_L i_L + v_C = 0$$

$$\frac{d}{dt}i_L = -\frac{R_L}{L}i_L - \frac{1}{L}v_C$$

2. Lei de Kirchhoff das Correntes

$$i_L = i_C + I_{CPL} + I_{R_C}$$
$$i_L = C\frac{d}{dt}v_C + \frac{P_{CPL}}{v_C} + \frac{v_C}{R_C}$$
$$C\frac{d}{dt}v_C = i_L - \frac{v_C}{R_C} - \frac{P_{CPL}}{v_C}$$

$$\frac{d}{dt}v_C = \frac{1}{C}i_L - \frac{1}{CR_C}v_C - \frac{1}{Cv_C}P_{CPL}$$

Modelo Médio do Sistema

O modelo médio do sistema é:

$$\begin{cases} \frac{d}{dt}i_L &= \frac{V_{in}}{L}d - \frac{R_L}{L}i_L - \frac{1}{L}v_C \\ \\ \frac{d}{dt}v_C &= \frac{1}{C}i_L - \frac{1}{CR_C}v_C - \frac{1}{Cv_C}P_{CPL} \end{cases} \tag{1}$$

Passo 3: Modelo do Sistema em Torno do PE

Temos que

1. $P_E = \left(\overline{i_L}, \overline{V_C}, \overline{d}, \overline{P_{CPL}}\right)$
2. $$\begin{cases} i_L & = \overline{i_L} + \delta i_L \\ v_C & = \overline{V_C} + \delta V_C \\ d & = \overline{d} + \delta d \\ P_{CPL} & = \overline{P_{CPL}} + \delta P_{CPL} \end{cases}$$
3. $$\begin{cases} \dot{i_L} & = \overline{\dot{i_L}} + \delta \dot{i_L} \\ \dot{v_C} & = \overline{\dot{v_C}} + \delta \dot{v_C} \end{cases}$$

Além disto,

$$f(i_L,\, v_C,\, d,\, P_{CPL}) = \dot{i_L} = -\frac{R_L}{L} i_L - \frac{1}{L} v_C + \frac{V_{in}}{L} d$$
$$g(i_L,\, v_C,\, d,\, P_{CPL}) = \dot{v_C} = -\frac{1}{CR_C} v_C + \frac{1}{C} i_L - \frac{1}{Cv_C} P_{CPL}$$

$$f(P_E) = g(P_E) = \overline{\dot{i_L}} = \overline{\dot{v_C}} = 0$$

Equação da Corrente i_L

Temos,

$$f(P_E) = -\frac{R_L}{L}\overline{i_L} - \frac{1}{L}\overline{v_C} + \frac{V_{in}}{L}\overline{d} = 0$$

$$-R_L\overline{i_L} - \overline{v_C} + V_{in}\overline{d} = 0$$

$$V_{in}\overline{d} = R_L\overline{i_L} + \overline{v_C}$$

$$\overline{d} = \frac{R_L}{V_{in}}\overline{i_L} + \frac{\overline{v_C}}{V_{in}}$$

Baseado nisto, podemos simplificar a equação $\dot{i_L}$ em,

$$\dot{i_L} = -\frac{R_L}{L} i_L - \frac{1}{L} v_C + \frac{V_{in}}{L} d$$

$$\overline{\dot{i_L}} + \delta\dot{i_L} = -\frac{R_L}{L}\left(\overline{i_L} + \delta i_L\right) - \frac{1}{L}\left(\overline{v_C} + \delta v_C\right) + \frac{V_{in}}{L}\left(\overline{d} + \delta d\right)$$

$$\delta\dot{i_L} = -\frac{R_L}{L}\overline{i_L} - \frac{R_L}{L}\delta i_L - \frac{1}{L}\overline{v_C} - \frac{1}{L}\delta v_C + \frac{V_{in}}{L}\overline{d} + \frac{V_{in}}{L}\delta d$$

$$\delta\dot{i_L} = -\frac{R_L}{L}\overline{i_L} - \frac{R_L}{L}\delta i_L - \frac{1}{L}\overline{v_C} - \frac{1}{L}\delta v_C + \frac{V_{in}}{L}\left(\frac{R_L}{V_{in}}\overline{i_L} + \frac{\overline{v_C}}{V_{in}}\right) + \frac{V_{in}}{L}\delta d$$

$$\delta\dot{i_L} = -\frac{R_L}{L}\overline{i_L} - \frac{R_L}{L}\delta i_L - \frac{1}{L}\overline{v_C} - \frac{1}{L}\delta v_C + \frac{R_L}{L}\overline{i_L} + \frac{1}{L}\overline{v_C} + \frac{V_{in}}{L}\delta d$$

$$\delta\dot{i_L} = -\frac{R_L}{L}\delta i_L - \frac{1}{L}\delta v_C + \frac{V_{in}}{L}\delta d$$

Equação da Tensão v_C

Temos,

$$g(P_E) = -\frac{1}{CR_C}\overline{v_C} + \frac{1}{C}\overline{i_L} - \frac{1}{C\overline{v_C}}\overline{P_{CPL}} = 0$$

$$-\frac{1}{R_C}\overline{v_C} + \overline{i_L} - \frac{1}{\overline{v_C}}\overline{P_{CPL}} = 0$$

$$\overline{i_L} = \frac{1}{R_C}\overline{v_C} + \frac{1}{\overline{v_C}}\overline{P_{CPL}}$$

Baseado nisto, podemos simplificar a equação $\dot{v_C}$ em,

$$\dot{v}_C = -\frac{1}{CR_C}v_C + \frac{1}{C}i_L - \frac{1}{Cv_C}P_{CPL}$$

$$\overline{\dot{v_C}} + \delta\dot{v_C} = -\frac{1}{CR_C}\left(\overline{v_C} + \delta v_C\right) + \frac{1}{C}\left(\overline{i_L} + \delta i_L\right) - \frac{1}{C\left(\overline{v_C} + \delta v_C\right)}\left(\overline{P_{CPL}} + \delta P_{CPL}\right)$$

$$\delta\dot{v_C} = -\frac{1}{CR_C}\overline{v_C} - \frac{1}{CR_C}\delta v_C + \frac{1}{C}\overline{i_L} + \frac{1}{C}\delta i_L - \frac{1}{C\left(\overline{v_C} + \delta v_C\right)}\left(\overline{P_{CPL}} + \delta P_{CPL}\right)$$

$$\delta\dot{v_C} = -\frac{1}{CR_C}\overline{v_C} - \frac{1}{CR_C}\delta v_C + \frac{1}{C}\left(\frac{1}{R_C}\overline{v_C} + \frac{1}{\overline{v_C}}\overline{P_{CPL}}\right) + \frac{1}{C}\delta i_L - \frac{1}{C\left(\overline{v_C} + \delta v_C\right)}\left(\overline{P_{CPL}} + \delta P_{CPL}\right)$$

$$\delta\dot{v_C} = -\frac{1}{CR_C}\delta v_C + \frac{1}{C\overline{v_C}}\overline{P_{CPL}} + \frac{1}{C}\delta i_L - \frac{1}{C\left(\overline{v_C} + \delta v_C\right)}\left(\overline{P_{CPL}} + \delta P_{CPL}\right)$$

$$\delta\dot{v_C} = -\frac{1}{CR_C}\delta v_C + \frac{1}{C}\delta i_L + \frac{\overline{P_{CPL}}\delta v_C - \overline{v_C}\delta P_{CPL}}{C\overline{v_C}\left(\overline{v_C} + \delta v_C\right)}$$