# Modelagem Matemática da Microrrede CC

## Esquemático da Microrrede

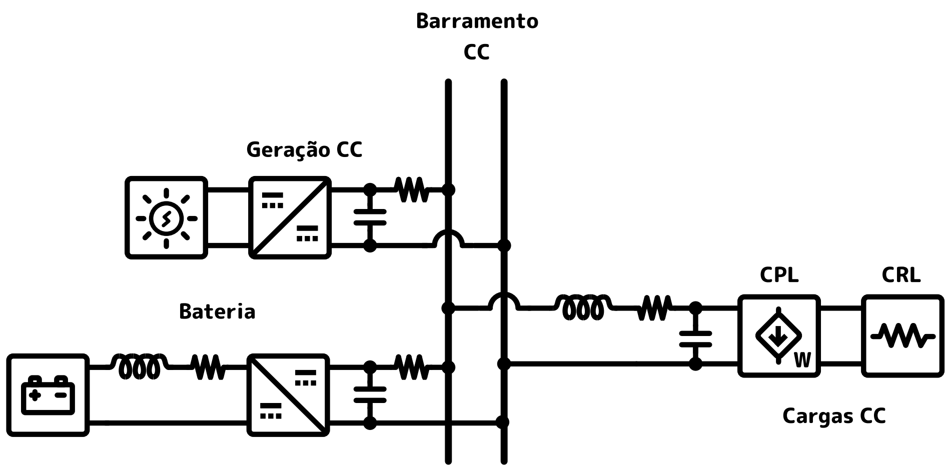
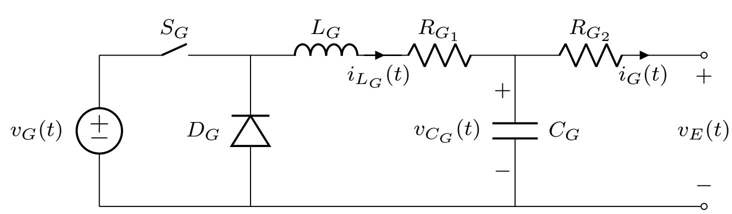



Figura 1: Esquemático da Microrrede CC

## Modelagem do Subsistema: Geração CC

O circuito da geração CC está representado abaixo:




Aplicando a LKT na segunda malha a partir da esquerda, obtemos:

$$d_G(t)v_G(t) - L_G\dot{i}_{L_G} - R_{G_1}i_{L_G}(t) - v_{C_G}(t) = 0$$

$$\dot{i}_{L_G} = -\frac{R_{G_1}}{L_G}i_{L_G}(t) - \frac{1}{L_G}v_{C_G}(t) + \frac{v_G(t)}{L_G}d_G(t) \tag{1}$$

Aplicando a LKC, obtemos:

$$i_{L_G}(t) = C_G\dot{v}_{C_G} + i_G(t) \tag{2}$$

Têm-se que, $i_G(t) = \frac{v_{C_G}(t) - v_E(t)}{R_{G_2}}$. Logo,

$$i_{L_G}(t) = C_G \dot{v}_{C_G} + \frac{1}{R_{G_2}} v_{C_G}(t) - \frac{1}{R_{G_2}} v_E(t)$$

$$i_{L_G}(t) = C_G \dot{v}_{C_G} + \frac{1}{R_{G_2}} v_{C_G}(t) - \frac{1}{R_{G_2}} v_E(t)$$

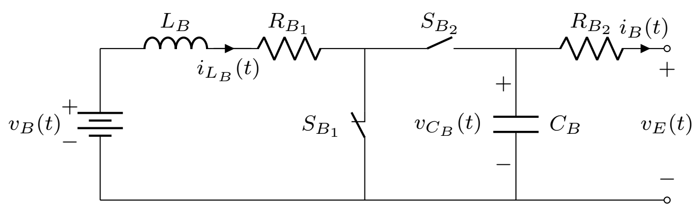
$$\dot{v}_{C_G} = \frac{1}{C_G} i_{L_G}(t) - \frac{1}{R_{G_2} C_G} v_{C_G}(t) + \frac{1}{R_{G_2} C_G} v_E(t) \tag{3}$$

Portanto, o modelo do subsistema da bateria é:

$$\begin{cases} \dot{i}_{L_G} = -\frac{R_{G_1}}{L_G} i_{L_G}(t) - \frac{1}{L_G} v_{C_G}(t) + \frac{v_G(t)}{L_G} d_G(t) \\ \dot{v}_{C_G} = \frac{1}{C_G} i_{L_G}(t) - \frac{1}{R_{G_2} C_G} v_{C_G}(t) + \frac{1}{R_{G_2} C_G} v_E(t) \end{cases} \tag{4}$$

## Modelagem do Subsistema: Bateria

O circuito que representa o subsistema da bateria está apresentado abaixo:




**Para $S_{B_1}$ fechada e $S_{B_2}$ aberta:** $d_B(t) \cdot T_s e$

Aplicando a LKT na malha mais a esquerda, obtemos:

$$v_B(t) - L_B \dot{i}_{L_B} - R_{B_1} i_{L_B}(t) = 0$$

$$\dot{i}_{L_B} = -\frac{R_{B_1}}{L_B} i_{L_B}(t) + \frac{1}{L_B} v_B(t) \tag{5}$$

Aplicando a LKC na malha mais a direita, tém-se:

$$i_B(t) + C_B \dot{v}_{C_B}(t) = 0 \tag{6}$$

Como $i_B(t) = \frac{v_{C_B}(t) - v_E(t)}{R_{B_2}}$, têm-se:

$$\frac{v_{C_B}(t)}{R_{B_2}} - \frac{v_E(t)}{R_{B_2}} + C_B \dot{v}_{C_B}(t) = 0$$

$$\dot{v}_{C_B}(t) = -\frac{1}{R_{B_2} C_B} v_{C_B}(t) + \frac{1}{R_{B_2} C_B} v_E(t) \tag{7}$$

Assim, neste modo, têm-se:

$$\begin{cases} \dot{i}_{L_B} = -\frac{R_{B_1}}{L_B} i_{L_B}(t) + \frac{1}{L_B} v_B(t) \\ \dot{v}_{C_B}(t) = -\frac{1}{R_{B_2} C_B} v_{C_B}(t) + \frac{1}{R_{B_2} C_B} v_E(t) \end{cases} \tag{8}$$

**Para $S_{B_1}$ aberta e $S_{B_2}$ fechada:** $[1 - d_B(t)] \cdot T_s$

Aplicando a LKT, obtemos:

$$v_B(t) - L_B \dot{i}_{L_B} - R_{B_1} i_{L_B}(t) - v_{C_B}(t) = 0$$

$$\dot{i}_{L_B} = -\frac{R_{B_1}}{L_B} i_{L_B}(t) - \frac{1}{L_B} v_{C_B}(t) + \frac{1}{L_B} v_B(t) \tag{9}$$

Aplicando a LKC, obtemos:

$$i_{L_B}(t) = C_B v_{C_B}(t) + i_B(t)$$

$$i_{L_B}(t) = C_B \dot{v}_{C_B}(t) + \frac{v_{C_B}(t)}{R_{B_2}} - \frac{v_E(t)}{R_{B_2}}$$

$$\dot{v}_{C_B}(t) = \frac{1}{C_B} i_{L_B}(t) - \frac{1}{R_{B_2} C_B} v_{C_B}(t) + \frac{1}{R_{B_2} C_B} v_E(t) \tag{10}$$

Assim, neste modo, têm-se:

$$\begin{cases} \dot{i}_{L_B} = -\dfrac{R_{B_1}}{L_B} i_{L_B}(t) - \dfrac{1}{L_B} v_{C_B}(t) + \dfrac{1}{L_B} v_B(t) \\ \dot{v}_{C_B} = \dfrac{1}{C_B} i_{L_B}(t) - \dfrac{1}{R_{B_2} C_B} v_{C_B}(t) + \dfrac{1}{R_{B_2} C_B} v_E(t) \end{cases} \tag{11}$$

### Modelo Médio Completo

A equação completa da dinâmica da corrente $i_{L_B}(t)$ é:

$$\dot{i}_{L_B} = \left[ -\frac{R_{B_1}}{L_B} i_{L_B}(t) + \frac{1}{L_B} v_B(t) \right] d_B(t) + \left[ -\frac{R_{B_1}}{L_B} i_{L_B}(t) - \frac{1}{L_B} v_{C_B}(t) + \frac{1}{L_B} v_B(t) \right] [1 - d_B(t)]$$

$$\dot{i}_{L_B} = -\frac{R_{B_1}}{L_B} i_{L_B}(t) - \frac{1}{L_B} v_{C_B}(t) + \frac{1}{L_B} [1 - d_B(t)] \, v_B(t) \tag{12}$$

E da tensão,

$$\dot{v}_{C_B}(t) = \left[ -\frac{1}{R_{B_2} C_B} v_{C_B}(t) + \frac{1}{R_{B_2} C_B} v_E(t) \right] d_B(t) + \left[ \frac{1}{C_B} i_{L_B}(t) - \frac{1}{R_{B_2} C_B} v_{C_B}(t) + \frac{1}{R_{B_2} C_B} v_E(t) \right] [1 - d_B(t)]$$

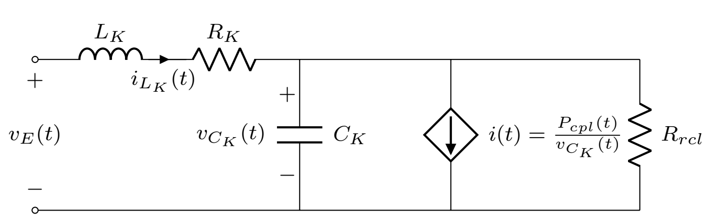
$$\dot{v}_{C_B} = \frac{1}{C_B} [1 - d_B(t)] \, i_{L_B}(t) - \frac{1}{R_{B_2} C_B} v_{C_B}(t) + \frac{1}{R_{B_2} C_B} v_E(t) \tag{13}$$

Portanto, o modelo dinâmico do subsistema da bateria é:

$$\begin{cases} \dot{i}_{L_B} = -\dfrac{R_{B_1}}{L_B} i_{L_B}(t) - \dfrac{1}{L_B} v_{C_B}(t) + \dfrac{1}{L_B} [1 - d_B(t)] \, v_B(t) \\ \dot{v}_{C_B} = \dfrac{1}{C_B} [1 - d_B(t)] \, i_{L_B}(t) - \dfrac{1}{R_{B_2} C_B} v_{C_B}(t) + \dfrac{1}{R_{B_2} C_B} v_E(t) \end{cases} \tag{14}$$

## Modelagem do Subsistema: Cargas

O circuito que representa as duas cargas conectadas a redes, a CPL e a CRL, é:



Aplicando a LKT na malha mais a esquerda, têm-se:

$$v_E(t) - L_K\dot{i}_{L_K} - R_K i_{L_K}(t) - v_{C_K}(t) = 0$$

$$\dot{i}_{L_K} = -\frac{R_K}{L_K} i_{L_K}(t) - \frac{1}{L_K} v_{C_K}(t) + \frac{1}{L_K} v_E(t) \tag{15}$$

Aplicando a LKC, obtemos:

$$i_{L_K} = C_K \dot{v}_{C_K} + \frac{P_{cpl}(t)}{v_{C_K}(t)} + \frac{v_{C_K}(t)}{R_{crl}}$$

$$\dot{v}_{C_K} = \frac{1}{C_K} i_{L_K} - \frac{1}{R_{crl} C_K} v_{C_K}(t) - \frac{1}{C_K} \frac{P_{cpl}(t)}{v_{C_K}(t)} \tag{16}$$

Portanto, o modelo dinâmico do subsistema das cargas é:

$$\begin{cases} \dot{i}_{L_K} = -\frac{R_K}{L_K} i_{L_K}(t) - \frac{1}{L_K} v_{C_K}(t) + \frac{1}{L_K} v_E(t) \\ \dot{v}_{C_K} = \frac{1}{C_K} i_{L_K} - \frac{1}{R_{crl} C_K} v_{C_K}(t) - \frac{1}{C_K} \frac{P_{cpl}(t)}{v_{C_K}(t)} \end{cases} \tag{17}$$