

# Modelagem Matemática da Microrrede CC

## Esquemático da Microrrede

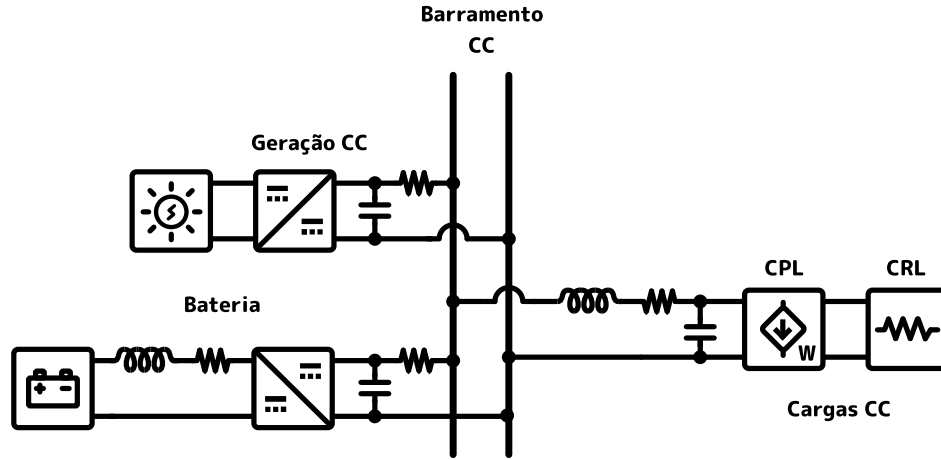
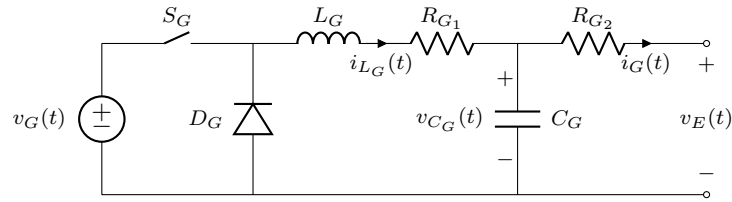


Figura 1: Esquemático da Microrrede CC

## Modelagem do Subsistema: Geração CC

O circuito da geração CC está representado abaixo:



Aplicando a LKT na segunda malha a partir da esquerda, obtemos:

$$\begin{aligned}
 d_G(t)v_G(t) - L_G \dot{i}_{L_G} - R_{G1}i_{L_G}(t) - v_{C_G}(t) &= 0 \\
 \dot{i}_{L_G} &= -\frac{R_{G1}}{L_G}i_{L_G}(t) - \frac{1}{L_G}v_{C_G}(t) + \frac{v_G(t)}{L_G}d_G(t)
 \end{aligned} \tag{1}$$

Aplicando a LKC, obtemos:

$$i_{L_G}(t) = C_G \dot{v}_{C_G} + i_G(t) \tag{2}$$

Têm-se que,  $i_G(t) = \frac{v_{C_G}(t) - v_E(t)}{R_{G_2}}$ . Logo,

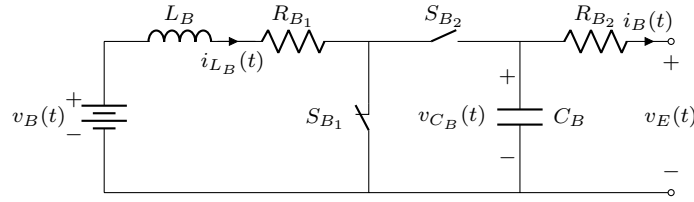
$$\begin{aligned} i_{L_G}(t) &= C_G \dot{v}_{C_G} + \frac{1}{R_{G_2}} v_{C_G}(t) - \frac{1}{R_{G_2}} v_E(t) \\ i_{L_G}(t) &= C_G \dot{v}_{C_G} + \frac{1}{R_{G_2}} v_{C_G}(t) - \frac{1}{R_{G_2}} v_E(t) \\ \dot{v}_{C_G} &= \frac{1}{C_G} i_{L_G}(t) - \frac{1}{R_{G_2} C_G} v_{C_G}(t) + \frac{1}{R_{G_2} C_G} v_E(t) \end{aligned} \quad (3)$$

Portanto, o modelo do subsistema da bateria é:

$$\begin{cases} \dot{i}_{L_G} = -\frac{R_{G_1}}{L_G} i_{L_G}(t) - \frac{1}{L_G} v_{C_G}(t) + \frac{v_G(t)}{L_G} d_G(t) \\ \dot{v}_{C_G} = \frac{1}{C_G} i_{L_G}(t) - \frac{1}{R_{G_2} C_G} v_{C_G}(t) + \frac{1}{R_{G_2} C_G} v_E(t) \end{cases} \quad (4)$$

## Modelagem do Sistema: Bateria

O circuito que representa o subsistema da bateria está apresentado abaixo:



**Para  $S_{B_1}$  fechada e  $S_{B_2}$  aberta:**  $d_B(t) \cdot T_s e$

Aplicando a LKT na malha mais a esquerda, obtemos:

$$\begin{aligned} v_B(t) - L_B \dot{i}_{L_B} - R_{B_1} i_{L_B}(t) &= 0 \\ \dot{i}_{L_B} &= -\frac{R_{B_1}}{L_B} i_{L_B}(t) + \frac{1}{L_B} v_B(t) \end{aligned} \quad (5)$$

Aplicando a LKC na malha mais a direita, têm-se:

$$i_B(t) + C_B \dot{v}_{C_B}(t) = 0 \quad (6)$$

Como  $i_B(t) = \frac{v_{C_B}(t) - v_E(t)}{R_{B_2}}$ , têm-se:

$$\begin{aligned} \frac{v_{C_B}(t)}{R_{B_2}} - \frac{v_E(t)}{R_{B_2}} + C_B \dot{v}_{C_B}(t) &= 0 \\ \dot{v}_{C_B}(t) &= -\frac{1}{R_{B_2} C_B} v_{C_B}(t) + \frac{1}{R_{B_2} C_B} v_E(t) \end{aligned} \quad (7)$$

Assim, neste modo, têm-se:

$$\begin{cases} \dot{i}_{L_B} = -\frac{R_{B_1}}{L_B} i_{L_B}(t) + \frac{1}{L_B} v_B(t) \\ \dot{v}_{C_B}(t) = -\frac{1}{R_{B_2} C_B} v_{C_B}(t) + \frac{1}{R_{B_2} C_B} v_E(t) \end{cases} \quad (8)$$

**Para  $S_{B_1}$  aberta e  $S_{B_2}$  fechada:**  $[1 - d_B(t)] \cdot T_s$

Aplicando a LKT, obtemos:

$$\begin{aligned} v_B(t) - L_B \dot{i}_{L_B} - R_{B_1} i_{L_B}(t) - v_{C_B}(t) &= 0 \\ \dot{i}_{L_B} &= -\frac{R_{B_1}}{L_B} i_{L_B}(t) - \frac{1}{L_B} v_{C_B}(t) + \frac{1}{L_B} v_B(t) \end{aligned} \quad (9)$$

Aplicando a LKC, obtemos:

$$\begin{aligned} i_{L_B}(t) &= C_B v_{C_B}(t) + i_B(t) \\ i_{L_B}(t) &= C_B \dot{v}_{C_B}(t) + \frac{v_{C_B}(t)}{R_{B_2}} - \frac{v_E(t)}{R_{B_2}} \\ \dot{v}_{C_B}(t) &= \frac{1}{C_B} i_{L_B}(t) - \frac{1}{R_{B_2} C_B} v_{C_B}(t) + \frac{1}{R_{B_2} C_B} v_E(t) \end{aligned} \quad (10)$$

Assim, neste modo, têm-se:

$$\begin{cases} \dot{i}_{L_B} = -\frac{R_{B_1}}{L_B} i_{L_B}(t) - \frac{1}{L_B} v_{C_B}(t) + \frac{1}{L_B} v_B(t) \\ \dot{v}_{C_B} = \frac{1}{C_B} i_{L_B}(t) - \frac{1}{R_{B_2} C_B} v_{C_B}(t) + \frac{1}{R_{B_2} C_B} v_E(t) \end{cases} \quad (11)$$

### Modelo Médio Completo

A equação completa da dinâmica da corrente  $i_{L_B}(t)$  é:

$$\begin{aligned} \dot{i}_{L_B} &= \left[ -\frac{R_{B_1}}{L_B} i_{L_B}(t) + \frac{1}{L_B} v_B(t) \right] d_B(t) + \left[ -\frac{R_{B_1}}{L_B} i_{L_B}(t) - \frac{1}{L_B} v_{C_B}(t) + \frac{1}{L_B} v_B(t) \right] [1 - d_B(t)] \\ \dot{i}_{L_B} &= -\frac{R_{B_1}}{L_B} i_{L_B}(t) - \frac{1}{L_B} v_{C_B}(t) + \frac{1}{L_B} [1 - d_B(t)] v_B(t) \end{aligned} \quad (12)$$

E da tensão,

$$\begin{aligned} \dot{v}_{C_B}(t) &= \left[ -\frac{1}{R_{B_2} C_B} v_{C_B}(t) + \frac{1}{R_{B_2} C_B} v_E(t) \right] d_B(t) + \left[ \frac{1}{C_B} i_{L_B}(t) - \frac{1}{R_{B_2} C_B} v_{C_B}(t) + \frac{1}{R_{B_2} C_B} v_E(t) \right] [1 - d_B(t)] \\ \dot{v}_{C_B} &= \frac{1}{C_B} [1 - d_B(t)] i_{L_B}(t) - \frac{1}{R_{B_2} C_B} v_{C_B}(t) + \frac{1}{R_{B_2} C_B} v_E(t) \end{aligned} \quad (13)$$

Portanto, o modelo dinâmico do subsistema da bateria é:

$$\begin{cases} \dot{i}_{L_B} = -\frac{R_{B_1}}{L_B} i_{L_B}(t) - \frac{1}{L_B} v_{C_B}(t) + \frac{1}{L_B} [1 - d_B(t)] v_B(t) \\ \dot{v}_{C_B} = \frac{1}{C_B} [1 - d_B(t)] i_{L_B}(t) - \frac{1}{R_{B_2} C_B} v_{C_B}(t) + \frac{1}{R_{B_2} C_B} v_E(t) \end{cases} \quad (14)$$