

Relatório

ANDERSON ADAIME DE BORBA

Relatório Técnico IGARSS–2021

São Paulo
2020

Listas de Abreviaturas

RAR	Radar de abertura real
SAR	Radar de abertura sintética
PolSAR	Radar de abertura sintética polarimétrica
PDF	Função densidade de probabilidade
ROI	Região de Interesse
LoG	Detector de borda usando o laplaciano da gaussiana
MLE	Método estimativa de máxima verossimilhança
MS	Média simples
MR-DWT	Transformada <i>wavelet</i> discreta com múltiplas resoluções
PCA	Analise das componentes principais
E-ROC	Estatística ROC (<i>Receiver operating characteristic</i>)
MR-SWT	Transformada <i>wavelet</i> estacionária com múltiplas resoluções
MR-SVD	Decomposição em valores singulares com múltiplas resoluções
GenSA	Método Simulated annealing
BFGS	Método Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno
VHR	<i>Very High Resolution</i>
DLR	Centro espacial da Alemanha
BSA	Sistema de coordenadas <i>Back Scattering Alignment</i>
DOI	<i>Digital Object Identifier</i>
URL	<i>Uniform Resource Locator</i>

Lista de Símbolos

L	Número de visadas em uma imagem PolSAR
Σ	Mariz de covariância hermitiana e definida positiva
$E[\cdot]$	Valor esperado
Γ	Função Gamma
Γ_m	Função Gamma multivariada
$W(\Sigma, L)$	Distribuição Wishart

Listas de Figuras

1.1	Distribuições marginais para um canal de intensidade Wishart múltiplas visadas com $\sigma = 0.01$.	15
1.2	Definições para a ROI na imagem PolSAR.	18
2.1	Decomposição de Pauli aplicada na imagem simulada	24
2.2	Funções de log-verossimilhanças reduzidas	25
2.3	Funções de verossimilhanças totais para cada canal simulado	25
2.4	Evidências de bordas para os canais de intensidades.	26
2.5	Métricas para a detecção em imagem simulada	26
2.6	Resultados da aplicação dos seis métodos de fusão	27
2.7	Métricas para a fusão de evidências de bordas	28
2.8	Imagen da região de Flevoland	29
2.9	Região de interesse da imagem Flevoland (FLEV-ROI-I), e <i>Ground Reference</i> de referência	30
2.10	Evidências de bordas para os três canais de intensidades na FLEV-ROI-I	31
2.11	Métricas para a fusão de evidências de bordas na região FLEV-ROI-I	31
2.12	Métodos de fusão para a região FLEV-ROI-I	32
2.13	Métricas para a fusão de evidências de bordas na região FLEV-ROI-I	33
2.14	Região de interesse da imagem Flevoland (FLEV-ROI-II), e <i>Ground Reference</i> de referência	34
2.15	Evidências de bordas para os três canais de intensidades para FLEV-ROI-II na imagem de Flevoland com folga de 25 pixels	34
2.16	Métricas para a detecção de evidências de bordas na região FLEV-ROI-II	35
2.17	Resultados das aplicações dos métodos de fusão para a FLEV-ROI-II com 25 pixels de folga	36
2.18	Métricas para a fusão de evidências de bordas na região FLEV-ROI-II	37
2.19	Imagen da baía de São Francisco	37
2.20	Decomposição de Pauli para imagem de São Francisco, e a <i>Ground Reference - GR</i>	37

2.21 Evidências de bordas para os canais de intensidades na imagem de são Francisco	38
2.22 Métricas para a fusão de evidências de bordas na região SF-ROI	38
2.23 Resultado da aplicação dos método de fusão para a SF-ROI	39
2.24 Métricas para a fusão de evidências de bordas na região SF-ROI	40

Lista de Tabelas

1.1	Coeficientes de variação.	10
2.1	Tempo de processamento para os métodos de fusão	33
2.2	Resumo de resultados	39

Sumário

Lista de Abreviaturas	i
Lista de Símbolos	iii
Lista de Figuras	v
Lista de Tabelas	vii
1 Metodologia	1
1.1 Modelagem estatística para dados PolSAR	1
1.1.1 Matriz de coerência polarimétrica de Pauli (T_4) e matriz de covariância lexicográfica (C_4)	2
1.1.2 Matriz de coerência polarimétrica de Pauli (T_3) e matriz de covariância lexicográfica (C_3)	4
1.1.3 Estatística do Ruído <i>Speckle</i> no processo de única visada	7
1.1.4 Estatística do ruído <i>Speckle</i> no processo de múltiplas visadas	9
1.2 Modelos estatístico para dados SAR e PolSAR	11
1.2.1 PDF univariada produto de magnitudes das intensidades	11
1.2.2 PDF univariada razão de intensidades	11
1.2.3 PDF univariada para o <i>span</i> em meio recíproco	12
1.2.4 PDF bivariada produto de intensidades	12
1.3 Matriz de covariância	12
1.4 Distribuição de Wishart para os canais de intensidade	14
1.5 Métodos para detecção das evidências de bordas	16
1.5.1 Estimativa por máxima verossimilhança	18
1.5.2 A máxima verossimilhança usando os parâmetros estimados	19
1.6 O MLE para a distribuição gama	20
2 Resultados	23
2.1 Imagem simulada	23

2.1.1	Método estimativa de máxima verossimilhança aplicada a PDF Univariada Gamma	24
2.1.2	Métricas para as evidências de bordas nas imagens simuladas . .	24
2.1.3	Fusão de evidências de bordas para os canais de intensidades . .	27
2.2	Imagens adquiridas por sensores PolSAR	29
2.2.1	Imagen de Flevoland	29
Referências Bibliográficas		41

Capítulo 1

Metodologia

Com o objetivo de apresentar os aspectos metodológicos e teóricos desta tese, optou-se por organizar este capítulo em seções que se inter-relacionam para fornecer a descrição dos modelos, das detecção de bordas e das abordagens para a fusão das evidências de bordas.

1.1 Modelagem estatística para dados PolSAR

Os conceitos apresentados nesta seção são baseado nos artigos Anfinsen *et al.* (2009) e Frery *et al.* (2011), assim como no livro Lee e Pottier (2009).

Os sistemas PolSAR transmitem pulsos de micro-ondas polarizados ortogonalmente e medem componentes ortogonais do sinal recebido. Para cada pixel, a medida resulta em uma matriz de coeficientes de espalhamento. Esses coeficientes são números complexos que descrevem no sistema SAR a transformação do campo eletromagnético transmitido para o campo eletromagnético recebido.

A transformação pode ser representada como

$$\begin{bmatrix} E_h^r \\ E_v^r \end{bmatrix} = \frac{e^{ikd}}{d} \begin{bmatrix} S_{hh} & S_{hv} \\ S_{vh} & S_{vv} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_h^t \\ E_v^t \end{bmatrix},$$

onde k denota o número de onda, i é um número complexo e d é a distância entre o radar e o alvo. No campo eletromagnético com componentes E_i^j , o índice subscrito denota polarização horizontal (h) ou vertical (v), e o índice sobreescrito indica a onda recebida (r) ou transmitida (t).

A matriz de espalhamento complexa \mathbf{S} é definida por

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} S_{hh} & S_{hv} \\ S_{vh} & S_{vv} \end{bmatrix}, \quad (1.1)$$

onde as entradas da matriz $S_{i,j}$ são os coeficientes de espalhamento complexos, tal que os índices i e j são associados ao recebimento e a transmissão das ondas, por exemplo, o coeficiente de espalhamento S_{hv} está associado a onda transmitida na direção vertical (v) e recebida na direção horizontal (h).

A co-polarização é definida pela relação entre os elementos da diagonal principal. E a polarização cruzada é a relação entre os elementos da diagonal secundária.

A potência total espalhada no caso de um sistema de radar polarimétrico é o chamado *Span*, sendo definido no caso geral como:

$$Span(\mathbf{S}) = \text{tr}(\mathbf{S}\mathbf{S}^H) = |S_{hh}|^2 + |S_{hv}|^2 + |S_{vh}|^2 + |S_{vv}|^2, \quad (1.2)$$

onde o operador $\text{tr}(\cdot)$ é o traço de uma matriz, e o superíndice H denota a matriz transposta conjugada.

1.1.1 Matriz de coerência polarimétrica de Pauli (T_4) e matriz de covariância lexicográfica (C_4)

A matriz de espalhamento \mathbf{S} pode ser representada pela construção do vetor

$$\mathbf{k} = \frac{1}{2} [\text{tr}(\mathbf{S}\Psi_1) \quad \text{tr}(\mathbf{S}\Psi_2) \quad \text{tr}(\mathbf{S}\Psi_3) \quad \text{tr}(\mathbf{S}\Psi_4)]^T, \quad (1.3)$$

onde $\{\Psi_i\}_{i=1}^4$ é uma base para o espaço das matrizes hermitianas 2×2 .

Diferentes bases para o mesmo espaço das matrizes podem ser definidas. Vamos escolher duas bases, a primeira chamada de base de Pauli, ver (Lee e Pottier, 2009):

$$\{\Psi_P\} = \left\{ \sqrt{2} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \sqrt{2} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}, \sqrt{2} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \sqrt{2} \begin{bmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{bmatrix} \right\}, \quad (1.4)$$

e a segunda chamada de base lexicográfica, ver (Lee e Pottier, 2009):

$$\{\Psi_L\} = \left\{ 2 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, 2 \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, 2 \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, 2 \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \right\}. \quad (1.5)$$

Sendo o vetor (1.3), e usando a base (1.4) representamos a matriz de espalhamento pelo vetor característico de Pauli 4-D,

$$\mathbf{k} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} S_{hh} + S_{vv} & S_{hh} - S_{vv} & S_{hv} + S_{vh} & i(S_{hv} - S_{vh}) \end{bmatrix}^T = \frac{1}{\sqrt{2}} [k_1 \quad k_2 \quad k_3 \quad k_4]^T, \quad (1.6)$$

e usando a base (1.5) representamos a matriz de espalhamento pelo vetor característico

lexicográfico 4-D,

$$\boldsymbol{\Omega} = \begin{bmatrix} S_{hh} & S_{hv} & S_{hv} & S_{vv} \end{bmatrix}^T = [\Omega_1 \quad \Omega_2 \quad \Omega_3 \quad \Omega_4]^T. \quad (1.7)$$

A matriz de espalhamento pode ser relacionada com os vetores (1.6) e (1.7) da seguinte maneira,

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} S_{hh} & S_{hv} \\ S_{vh} & S_{vv} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Omega_1 & \Omega_2 \\ \Omega_3 & \Omega_4 \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & k_3 - ik_4 \\ k_3 + ik_4 & k_1 - k_2 \end{bmatrix} \quad (1.8)$$

As constantes 2 e $\sqrt{2}$ nas bases (1.4) e (1.5) ajustam a norma dos vetores de espalhamento para serem iguais, independente da escolha das bases. O produto interno escolhido é o padrão para o espaço vetorial dos vetores complexos de dimensão 4, isto é, se \mathbf{u} e \mathbf{v} são vetores complexos, o produto interno é $\mathbf{u}^H \mathbf{v}$.

Podemos assim garantir a invariância do *Span*:

$$\begin{aligned} \text{Span}(\mathbf{S}) &= \text{tr}(\mathbf{SS}^H) = |S_{hh}|^2 + |S_{hv}|^2 + |S_{vh}|^2 + |S_{vv}|^2 \\ &= \mathbf{k}^H \mathbf{k} = |\mathbf{k}|^2 \\ &= \boldsymbol{\Omega}^H \boldsymbol{\Omega} = |\boldsymbol{\Omega}|^2. \end{aligned} \quad (1.9)$$

A matriz unitária \mathbf{U}_4 é a representação matricial da transformação linear que aplica o vetor na base lexicográfica em um vetor na base de Pauli. Podemos gerar a matriz unitária colocando nas linhas da matriz os elementos da base de Pauli:

$$\mathbf{U}_4 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & \hat{i} & -\hat{i} & 0 \end{bmatrix}. \quad (1.10)$$

A transformação linear $\mathbf{k} = \mathbf{U}_4 \boldsymbol{\Omega}$, representada em forma matricial

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} S_{hh} + S_{vv} \\ S_{hh} - S_{vv} \\ S_{hv} + S_{vh} \\ \hat{i}(S_{hv} - S_{vh}) \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & \hat{i} & -\hat{i} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{hh} \\ S_{hv} \\ S_{vh} \\ S_{vv} \end{bmatrix} \quad (1.11)$$

foi definida para demonstrar a transformação similar entre a matriz de coerência, e a matriz de covariância definidas a seguir.

A matriz de coerência polarimétrica de Pauli é definida por,

$$\mathbf{T}_4 = \mathbf{kk}^H = \begin{bmatrix} |k_1|^2 & k_1\bar{k}_2 & k_1\bar{k}_3 & k_1\bar{k}_4 \\ k_2\bar{k}_1 & |k_2|^2 & k_2\bar{k}_3 & k_2\bar{k}_4 \\ k_3\bar{k}_1 & k_3\bar{k}_2 & |k_3|^2 & k_3\bar{k}_4 \\ k_4\bar{k}_1 & k_4\bar{k}_2 & k_4\bar{k}_3 & |k_4|^2 \end{bmatrix} \quad (1.12)$$

e a matriz de covariância lexicográfica

$$\mathbf{C}_4 = \boldsymbol{\Omega}\boldsymbol{\Omega}^H = \begin{bmatrix} |\Omega_1|^2 & \Omega_1\bar{\Omega}_2 & \Omega_1\bar{\Omega}_3 & \Omega_1\bar{\Omega}_4 \\ \Omega_2\bar{\Omega}_1 & |\Omega_2|^2 & \Omega_2\bar{\Omega}_3 & \Omega_2\bar{\Omega}_4 \\ \Omega_3\bar{\Omega}_1 & \Omega_3\bar{\Omega}_2 & |\Omega_3|^2 & \Omega_3\bar{\Omega}_4 \\ \Omega_4\bar{\Omega}_1 & \Omega_4\bar{\Omega}_2 & \Omega_4\bar{\Omega}_3 & |\Omega_4|^2 \end{bmatrix}, \quad (1.13)$$

onde, \bar{k} e $\bar{\Omega}$ são, respectivamente, os conjugados dos números complexos k e Ω .

As matrizes de coerência polarimétrica de Pauli e covariância lexicográfica são relacionadas usando as definições e a propriedade (1.11), assim teremos:

$$\mathbf{T}_4 = \mathbf{kk}^H = \mathbf{U}_4 \boldsymbol{\Omega} (\mathbf{U}_4 \boldsymbol{\Omega})^H = \mathbf{U}_4 \boldsymbol{\Omega} \boldsymbol{\Omega}^H \mathbf{U}_4^H = \mathbf{U}_4 \mathbf{C}_4 \mathbf{U}_4^H$$

então, a relação de similaridade entre as matrizes é,

$$\mathbf{T}_4 = \mathbf{U}_4 \mathbf{C}_4 \mathbf{U}_4^H \quad (1.14)$$

lembrando que \mathbf{U}_4 é unitária, e o traço é a soma dos autovalores de uma matriz, concluímos:

$$\text{tr}(\mathbf{T}_4) = \text{tr}(\mathbf{C}_4) = \text{Span}(\mathbf{S}). \quad (1.15)$$

1.1.2 Matriz de coerência polarimétrica de Pauli (\mathbf{T}_3) e matriz de covariância lexicográfica (\mathbf{C}_3)

Podemos entender as interações das ondas eletromagnéticas em alvos naturais sob a ótica do teorema da reciprocidade, o qual considera que o meio é recíproco. De uma maneira geral as propriedades de transmissão e recebimento de uma antena são idênticos, e mono-estáticos, ou seja, consideramos o sistema de coordenada BSA - *Back Scattering Alignment*. Em meios recíprocos podemos definir a igualdade dos termos de polarização cruzada $S_{hv} = S_{vh}$; ver [Lee e Pottier \(2009\)](#).

A matriz de espalhamento \mathbf{S} pode ser representada pelo vetor

$$\mathbf{k} = \frac{1}{2} [\text{tr}(S\Psi_1) \quad \text{tr}(S\Psi_2) \quad \text{tr}(S\Psi_3)]^T, \quad (1.16)$$

onde $\{\Psi_i\}_{i=1}^3$ é uma base para o espaço das matrizes hermitianas 2×2 .

Em meios recíprocos a matriz de espalhamento é hermitiana, portanto o vetor de espalhamento 4-D, a matriz de coerência polarimétrica de Pauli \mathbf{T}_4 e a matriz de covariância lexicográfica \mathbf{C}_4 são reduzidas para o vetor de espalhamento 3-D, a matriz de coerência polarimétrica de Pauli \mathbf{T}_3 e a matriz de covariância lexicográfica \mathbf{C}_3 , com as ferramentas desenvolvidas nesta seção.

Diferentes bases para o mesmo espaço das matrizes podem ser definidas, vamos escolher duas bases, a primeira chamada base de Pauli:

$$\{\Psi_P\} = \left\{ \sqrt{2} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \sqrt{2} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}, \sqrt{2} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \right\}, \quad (1.17)$$

e a segunda chamada base lexicográfica:

$$\{\Psi_L\} = \left\{ 2 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, 2\sqrt{2} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, 2 \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \right\}. \quad (1.18)$$

Sendo o vetor (1.16), e usando a base (1.17) representamos a matriz de espalhamento pelo vetor característico de Pauli 3-D,

$$\mathbf{k} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} S_{hh} + S_{vv} & S_{hh} - S_{vv} & 2S_{hv} \end{bmatrix}^T = \frac{1}{\sqrt{2}} [k_1 \ k_2 \ k_3]^T, \quad (1.19)$$

e usando a base (1.18) representamos a matriz de espalhamento pelo vetor característico lexicográfico 3-D,

$$\boldsymbol{\Omega} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} S_{hh} & S_{hv} & S_{vv} \end{bmatrix}^T = [\Omega_1 \ \Omega_2 \ \Omega_3]^T. \quad (1.20)$$

As constantes 2 e $\sqrt{2}$ nas bases (1.17) e (1.18) servem para manter a norma dos vetores de espalhamento iguais, independente da escolha das bases. O produto interno escolhido é o padrão para o espaço vetorial dos vetores complexos de dimensão 3, isto é, se \mathbf{u} e \mathbf{v} são vetores complexos, o produto interno é $\mathbf{u}^H \mathbf{v}$.

Podemos assim garantir a invariância da potência total,

$$\begin{aligned} \text{Span}(\mathbf{S}) &= \text{tr}(\mathbf{SS}^H) = |S_{hh}|^2 + 2|S_{hv}|^2 + |S_{vv}|^2 \\ &= \mathbf{k}^H \mathbf{k} = |\mathbf{k}|^2 \\ &= \boldsymbol{\Omega}^H \boldsymbol{\Omega} = |\boldsymbol{\Omega}|^2 \end{aligned} \quad (1.21)$$

A matriz unitária \mathbf{U}_3 é definida como a representação matricial da transformação

linear que aplica o vetor na base lexicográfica em um vetor na base de Pauli. Podemos gerar a matriz unitária colocando nas linhas da matriz os elementos da base de Pauli, portanto,

$$\mathbf{U}_3 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & \sqrt{2} & 0 \end{bmatrix}. \quad (1.22)$$

A transformação linear $\mathbf{k} = \mathbf{U}_3 \boldsymbol{\Omega}$, representado na forma matricial,

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} S_{hh} + S_{vv} \\ S_{hh} - S_{vv} \\ 2S_{hv} \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{hh} \\ S_{hv} \\ S_{vv} \end{bmatrix} \quad (1.23)$$

foi definida para demonstrar a transformação similar entre a matriz de coerência, e a matriz de covariância definidas a seguir.

A matriz de coerência polarimétrica de Pauli é definida por,

$$\mathbf{T}_3 = \mathbf{k}\mathbf{k}^H = \begin{bmatrix} |k_1|^2 & k_1\bar{k}_2 & k_1\bar{k}_3 \\ k_2\bar{k}_1 & |k_2|^2 & k_2\bar{k}_3 \\ k_3\bar{k}_1 & k_3\bar{k}_2 & |k_3|^2 \end{bmatrix} \quad (1.24)$$

e a matriz de covariância lexicográfica

$$\mathbf{C}_3 = \boldsymbol{\Omega}\boldsymbol{\Omega}^H = \begin{bmatrix} |\Omega_1|^2 & \Omega_1\bar{\Omega}_2 & \Omega_1\bar{\Omega}_3 \\ \Omega_2\bar{\Omega}_1 & |\Omega_2|^2 & \Omega_2\bar{\Omega}_3 \\ \Omega_3\bar{\Omega}_1 & \Omega_3\bar{\Omega}_2 & |\Omega_3|^2 \end{bmatrix}, \quad (1.25)$$

onde, \bar{k} e $\bar{\Omega}$ são, respectivamente, os conjugados dos números complexos k e Ω .

As matrizes de coerência polarimétrica de Pauli e covariância lexicográfica são relacionadas usando as definições e a propriedade (1.11), assim teremos

$$\mathbf{T}_3 = \mathbf{k}\mathbf{k}^H = \mathbf{U}_3 \boldsymbol{\Omega} (\mathbf{U}_3 \boldsymbol{\Omega})^H = \mathbf{U}_3 \boldsymbol{\Omega} \boldsymbol{\Omega}^H \mathbf{U}_3^H = \mathbf{U}_3 \mathbf{C}_3 \mathbf{U}_3^H,$$

então, a relação de similaridade entre as matrizes é,

$$\mathbf{T}_3 = \mathbf{U}_3 \mathbf{C}_3 \mathbf{U}_3^H \quad (1.26)$$

lembrando que \mathbf{U}_3 é unitária, e o traço é a soma dos autovalores de uma matriz, concluímos

$$\text{tr}(\mathbf{T}_3) = \text{tr}(\mathbf{C}_3) = \text{Span}(\mathbf{S}). \quad (1.27)$$

Portanto podemos afirmar, se

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} S_{hh} \\ \sqrt{2}S_{hv} \\ S_{vv} \end{bmatrix}, \quad (1.28)$$

a potência total espalhada, no caso de um sistema de radar polarimétrico em meio recíproco, é:

$$Span = \text{tr}(\mathbf{SS}^H) = |S_{hh}|^2 + 2|S_{hv}|^2 + |S_{vv}|^2. \quad (1.29)$$

1.1.3 Estatística do Ruído *Speckle* no processo de única visada

As imagens SAR e PolSAR possuem um tipo de ruído multiplicativo chamado *speckle*, conhecido por causar variação de intensidade pixel a pixel, que lhes imprime um aspecto granular.

O *speckle* dificulta a interpretação e análise das imagens reduzindo a efetividade da segmentação, classificação, ou detecção de mudanças de características das imagens SAR e PolSAR. O entendimento do comportamento estatístico do *speckle* é essencial para extrair boas informações das imagens e propor algoritmos efetivos para tratar esse tipo de ruído.

Neste trabalho usaremos as características do ruído *speckle* para auxiliar na detecção de borda, em oposição a trabalhos que tentam mitigar o efeito do ruído.

O *speckle* é inerente ao processo do radar iluminar uma superfície rugosa, como florestas, plantações, áreas urbanas, e etc, então o sinal de retorno consiste em ondas refletidas com muitos elementos de espalhamento. Os elementos de espalhamento têm geometrias complexas e distribuições aleatórias, tornando a modelagem estatística uma tarefa indispensável e desafiadora.

Podemos considerar três tipos de processos de espalhamento da onda em alvos (elementos de espalhamento): dispersão de superfície, dispersão de volume, e o espalhamento de volume-superfície. O primeiro é o espalhamento que acontece quando a onda eletromagnética atravessa uma mudança de meio de propagação. O segundo consiste no espalhamento que acontece na profundidade de um meio, por exemplo, o espalhamento no interior de uma floresta. Por último, o espalhamento volume-superfície consiste em a onda atingir outro meio de propagação, por exemplo o solo de uma floresta.

As distâncias entre os elementos de espalhamento e o recebimento no radar varia devido a natureza randômica da disposição desses elementos. As ondas recebidas de cada elemento espalhador, embora coerentes em frequência, não são coerentes em fase. Assim, podemos considerar o sinal é forte se as ondas são construtivas, ou seja em fase, e fraco se as ondas não estão em fase, ou seja se estão espalhadas de forma destrutiva.

Podemos escrever um sinal complexo da seguinte forma:

$$\sum_{i=1}^M (x_i + \hat{y}y_i) = \sum_{i=1}^M x_i + \hat{y} \sum_{i=1}^M y_i = x + \hat{y}y = r \exp(\hat{j}\theta), \quad (1.30)$$

onde $x_i + \hat{y}y_i$ é o retorno do espalhamento para cada elemento i . Se o sinal é resultante da interação de M elementos espalhadores, então $x + \hat{y}y$ é a soma destes elementos, e $r \exp(\hat{j}\theta)$ é a decomposição de Euler para o número complexo $x + \hat{y}y$.

1.1.3.1 Modelo de Rayleigh para o *speckle*

Definir um modelo para o *speckle* é muito importante na tarefa de obter informação de imagens SAR e PolSAR. Com esse objetivo, estipulamos as seguintes condições para a modelagem de áreas homogêneas:

- Há um número muito grande de espalhadores na célula de resolução.
- A distância entre eles é muito menor que o comprimento de onda do radar.
- A superfície tem maior rugosidade na escala do comprimento de onda de um radar.

Os trabalhos de [Yue et al. \(2020a,b\)](#) fazem uma análise detalhada dessas e de outras condições, bem como das distribuições resultantes.

O *speckle* totalmente desenvolvido é definido utilizando o vetor soma (1.30) para os retornos dos espalhamentos de alvos de forma que a sua fase seja distribuída uniformemente no intervalo $(-\pi, \pi)$.

O teorema central do limite para o *speckle* totalmente desenvolvido garante que as componentes x e y sejam gaussianas, independentes e identicamente distribuídas com média zero e variância $\frac{\sigma^2}{2}$. A sua função densidade de probabilidade conjunta é dada por

$$\begin{aligned} f_{XY}(x, y; \sigma^2) &= f_X(x; \sigma^2) f_Y(y; \sigma^2) \\ &= \frac{1}{\sqrt{\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{x^2}{\sigma^2}\right) \frac{1}{\sqrt{\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{y^2}{\sigma^2}\right) = \frac{1}{\pi\sigma^2} \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{\sigma^2}\right). \end{aligned} \quad (1.31)$$

Fazendo $x = z_A \cos \theta$, e $y = z_A \sin \theta$ teremos

$$f_A(z_A; \sigma^2) = \frac{z_A}{\pi\sigma^2} \exp\left(-\frac{z_A^2(\cos^2 \theta + \sin^2 \theta)}{\sigma^2}\right) = \frac{z_A}{\pi\sigma^2} \exp\left(-\frac{z_A^2}{\sigma^2}\right). \quad (1.32)$$

Integrando na variável θ no intervalo de $(-\pi, \pi)$ encontramos a distribuição para a amplitude.

$$f_A(z_A; \sigma^2) = \int_{-\pi}^{\pi} \frac{z_A}{\pi\sigma^2} \exp\left(-\frac{z_A^2}{\sigma^2}\right) d\theta = \frac{z_A}{\pi\sigma^2} \exp\left(-\frac{z_A^2}{\sigma^2}\right) \int_{-\pi}^{\pi} d\theta,$$

que é a distribuição Rayleigh, caracterizada pela função de densidade de probabilidade

$$f_A(z_A; \sigma^2) = \frac{2z_A}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{z_A^2}{\sigma^2}\right).$$

Podemos encontrar o valor esperado ou média

$$\mathbf{M}(z_A) = E[z_A] = \int_0^\infty z_A f(z_A) dA = \int_0^\infty \frac{2z_A^2}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{z_A^2}{\sigma^2}\right) dz_A = \frac{\sqrt{\pi}\sigma}{2},$$

e

$$E[z_A^2] = \int_0^\infty z_A^2 f(z_A) dA = \int_0^\infty \frac{2z_A^3}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{z_A^2}{\sigma^2}\right) dA = \sigma^2,$$

com o objetivo de calcular a variância

$$\text{var} = E[z_A^2] - E[z_A]^2 = \sigma^2 - \left(\frac{\sqrt{\pi}\sigma}{2}\right)^2 = \sigma^2 - \frac{\pi\sigma^2}{4}.$$

O coeficiente de variação é calculado pela razão entre o desvio padrão e a média, portanto:

$$\text{CV}(Z_A) = \frac{\sqrt{\text{var}}}{\mathbf{M}(z_A)} = \frac{\sqrt{\sigma^2 - \frac{\pi\sigma^2}{4}}}{\frac{\sqrt{\pi}\sigma}{2}} = \sqrt{\frac{\sigma^2 - \frac{\pi\sigma^2}{4}}{\frac{\pi\sigma^2}{4}}} = \sqrt{\frac{4}{\pi} - 1} = 0,5227. \quad (1.33)$$

A intensidade é definida por $z_I = z_A^2$, então sua função densidade de probabilidade é:

$$f_I(z_I; \sigma^2) = \frac{1}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{z_I}{\sigma^2}\right), \quad (1.34)$$

calculando $\mathbf{M}(z_I) = E[I] = \sigma^2$, e $E[I^2] = 2\sigma^2$, a média e a variância são respectivamente, $\mathbf{M}(z_I) = \sigma^2$, e $\text{var} = \sigma^4$, então o coeficiente de variação $\text{CV}(Z_I) = \frac{\sqrt{\sigma^4}}{\sigma^2} = 1$.

Comparando os valores $\text{CV}(Z_A)$ e $\text{CV}(Z_I)$ podemos afirmar que o valor do *speckle* é mais pronunciado nas imagens de intensidade em relação as imagens de amplitude. Em ambos os casos, o coeficiente de variação é constante, portanto, não é possível melhorar a relação sinal-ruído aumentando o valor médio da imagem.

1.1.4 Estatística do ruído *Speckle* no processo de múltiplas visadas

O processo de redução do ruído *speckle* consiste em realizar a média aritmética de vários sinais de retorno, processo conhecido por múltiplas visadas. O método é análogo ao de adquirir $L \geq 1$ imagens e realizar a média aritmética das mesmas.

Sob a hipótese da eq. (1.34) decorre que a função densidade de probabilidade para

os canais de intensidades com múltiplas visadas é representado por

$$f_I(z_I; L, \sigma^2) = \frac{L^L z_I^{L-1}}{\Gamma(L)\sigma^{2L}} \exp\left(-L\frac{z_I}{\sigma^2}\right), z_I \geq 0, \quad (1.35)$$

onde $\Gamma(L)$ denota a função gama de Euler. A equação (1.35) é a função de densidade de probabilidade que caracteriza a distribuição gama com parâmetro L.

A média e a variância são respectivamente, $M_L(z_I) = \sigma^2$, $\text{var}_L(z_I) = \frac{\sigma^4}{L}$ implicando que o desvio padrão será $\text{SD}_L(z_I) = \frac{\sigma^2}{\sqrt{L}}$. O coeficiente de variação para o processo de múltiplas visadas em $\text{CV}_L(z_I) = \frac{1}{\sqrt{L}}$. Podemos observar que o coeficiente de variação é reduzido por \sqrt{L} com relação ao processo de visada simples.

A função densidade de probabilidade para os canais de amplitude com múltiplas visadas, pode ser definida como:

$$f_A(z_A; L, \sigma^2) = \frac{2L^L z_A^{2L-1}}{\Gamma(L)\sigma^{2L}} \exp\left(-L\frac{z_A^2}{\sigma^2}\right), z_A \geq 0. \quad (1.36)$$

A média e a variância são $M_L(z_A) = \frac{\Gamma(L+\frac{1}{2})}{\Gamma} \sqrt{\frac{\sigma^2}{L}}$ e $\text{var}_L(z_A) = \left(L - \frac{\Gamma^2(L+\frac{1}{2})}{\Gamma^2(L)}\right) \frac{\sigma^2}{L}$ respectivamente. Assim, o coeficiente de variação $\text{CV}_L(z_A) = \sqrt{\frac{L\Gamma^2(L)}{\Gamma^2(L+\frac{1}{2})} - 1}$ é calculado para os canais de amplitude.

A tabela 1.1 mostra os coeficientes de variações para os canais de intensidades e amplitudes,

Tabela 1.1: Coeficientes de variação.

Número de visadas (L)	CV (intensidade)	CV (amplitude)
1	1	0.5227
2	0.7071	0.3629
3	0.5773	0.2941
4	0.5000	0.2536
5	0.4472	0.2262
6	0.4082	0.2061
7	0.3779	0.1906
8	0.3535	0.1781

1.2 Modelos estatístico para dados SAR e PolSAR

A função densidade de probabilidade univariada Γ para os canais de intensidades definida em (1.35) pode ser reescrita por

$$f_Z(z; \mu, L) = \frac{L^L}{\Gamma(L)\mu^L} z^{L-1} \exp\left\{-\frac{L}{\mu}z\right\}, \quad (1.37)$$

onde, $\mu > 0$ e $L > 0$ são parâmetros da distribuição. Esta notação para a função de densidade será utilizada no método MLE com o objetivo de detectar evidências de bordas nos canais das imagens PolSAR selecionadas para esta pesquisa.

A seguir apresentamos outros modelos que podem ser empregados para detectar evidências de bordas nos canais de intensidades, porém os resultados não serão relatados neste trabalho, pois fazem parte de pesquisa em fase adiantada de desenvolvimento. Mais informações podem ser encontradas nos artigos Lee *et al.* (1994) e Deng *et al.* (2017).

1.2.1 PDF univariada produto de magnitudes das intensidades

Definindo o produto de magnitudes por,

$$z = \sum_{k=1}^L |\mathbf{S}_i(k)|^2 \sum_{j=1}^L |\mathbf{S}_j(k)|^2,$$

onde, $\mathbf{S}_i(k)$ e $\mathbf{S}_j(k)$ são elementos dos canais de intensidades em imagens PolSAR, i e j estão no conjunto de polarizações {hh, hv, vv}, e $k = 1, \dots, L$.

A PDF univariada produto de magnitudes das intensidades é definida por

$$f(z; \rho, L) = \frac{4L^{L+1}z^L}{\Gamma(L)(1 - |\rho|^2)} I_0\left(\frac{2|\rho|Lz}{1 - |\rho|^2}\right) K_{L-1}\left(\frac{2Lz}{1 - |\rho|^2}\right), \quad (1.38)$$

onde I_0 e K_{L-1} são funções de Bessel modificadas, $\rho > 0$ e $L > 0$ são respectivamente o coeficiente de correlação e o número de visadas, parâmetros da distribuição.

1.2.2 PDF univariada razão de intensidades

Considerando as intensidades como na subseção 1.2.1 e a função densidade de probabilidade razão de intensidades,

$$f(z; \rho, L, \tau) = \frac{\tau^L \Gamma(2L)(1 - |\rho|^2)^L (\tau + z) z^{L-1}}{\Gamma(L)\Gamma(L) [(\tau + z)^2 - 4\tau|\rho|^2 z]^{\frac{2L+1}{2}}}, \quad (1.39)$$

onde, $\rho > 0$, $L > 0$, e $\tau = \frac{\Sigma_{11}}{\Sigma_{22}} > 0$ são os parâmetros da distribuição. E tal que,

$$z = \frac{\sum_{k=1}^n |\mathbf{S}_i(k)|^2}{\sum_{k=1}^n |\mathbf{S}_j(k)|^2}. \quad (1.40)$$

1.2.3 PDF univariada para o *span* em meio recíproco

A referência Feng *et al.* (2016) mostra que podemos usar a PDF gaussiana para modelar o *span*, definido em (1.29). Portanto,

$$f_S(s; \mu, L) = \frac{L^L}{\Gamma(L)\mu^L} s^{L-1} \exp\left\{-\frac{L}{\mu}s\right\}, \quad (1.41)$$

onde, $\mu > 0$, $L > 0$, e s é elemento do *span*(\mathbf{S}).

1.2.4 PDF bivariada produto de intensidades

A função distribuição de probabilidade bivariada produto de intensidades é definida como:

$$f(z_1, z_2; \rho, L, \Sigma_{11}, \Sigma_{22}) = \frac{L^{L+1} (z_1 z_2)^{\frac{L-1}{2}} \exp\left(-\frac{L(\frac{z_1}{\Sigma_{11}} + \frac{z_2}{\Sigma_{22}})}{1-|\rho|^2}\right)}{(\Sigma_{11} \Sigma_{22})^{\frac{L+1}{2}} \Gamma(L)(1-|\rho|^2)|\rho|^{L-1}} * I_{L-1}\left(2L\sqrt{\frac{z_1 z_2}{\Sigma_{11} \Sigma_{22}}}\frac{|\rho|}{1-|\rho|^2}\right), \quad (1.42)$$

onde z_1 e z_2 são elementos dos canais de intensidades em imagens PolSAR. E $\rho > 0$, $L > 0$, $\Sigma_{11} > 0$, e $\Sigma_{22} > 0$ parâmetros da distribuição.

1.3 Matriz de covariância

A matriz de espalhamento hermitiana em meio recíproco \mathbf{S} definida em (1.1),

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} S_{hh} & S_{hv} \\ S_{vh} & S_{vv} \end{bmatrix},$$

que respeita o teorema da reciprocidade para meios recíprocos, pode ser representada por um vetor da seguinte forma

$$\mathbf{s} = \begin{bmatrix} S_{hh} \\ \sqrt{2}S_{hv} \\ S_{vv} \end{bmatrix}. \quad (1.43)$$

Nas imagens PolSAR serão consideradas três componentes para o vetor

$$\mathbf{s} = [S_{\text{hh}} \quad S_{\text{vh}} \quad S_{\text{vv}}]^H,$$

e a multiplicação de \mathbf{s} pelo seu conjugado transposto \mathbf{s}^H é

$$\mathbf{s}\mathbf{s}^H = \begin{bmatrix} S_{\text{hh}} \\ S_{\text{vh}} \\ S_{\text{vv}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{\text{hh}} & S_{\text{vh}} & S_{\text{vv}} \end{bmatrix}^H = \begin{bmatrix} S_{\text{hh}}\overline{S_{\text{hh}}} & S_{\text{hh}}\overline{S_{\text{vh}}} & S_{\text{hh}}\overline{S_{\text{vv}}} \\ S_{\text{vh}}\overline{S_{\text{hh}}} & S_{\text{vh}}\overline{S_{\text{vh}}} & S_{\text{vh}}\overline{S_{\text{vv}}} \\ S_{\text{vv}}\overline{S_{\text{hh}}} & S_{\text{vv}}\overline{S_{\text{vh}}} & S_{\text{vv}}\overline{S_{\text{vv}}} \end{bmatrix}. \quad (1.44)$$

Definindo $S_j = R_j + iI_j$, onde $j = \{\text{hh}, \text{hv}, \text{vv}\}$, temos que

$$\begin{aligned} S_j\overline{S_j} &= (R_j + iI_j)(\overline{R_j + iI_j}), \\ &= (R_j + iI_j)(R_j - iI_j), \\ &= R_j^2 - iR_jI_j + iI_jR_j + I_j^2, \\ &= R_j^2 + I_j^2, \end{aligned}$$

portanto,

$$S_j\overline{S_j} = R_j^2 + I_j^2$$

é um número real, assim o seu conjugado é o próprio número real.

Considerando $j \neq k$, onde j, k variam no conjunto de polarizações $\{\text{hh}, \text{hv}, \text{vv}\}$

$$\begin{aligned} S_j\overline{S_k} &= (R_j + iI_j)(\overline{R_k + iI_k}), \\ &= (R_j + iI_j)(R_k - iI_k), \\ &= (R_jR_k + I_jI_k) + i(R_kI_j - R_jI_k), \end{aligned}$$

portanto,

$$S_j\overline{S_k} = (R_jR_k + I_jI_k) + i(R_kI_j - R_jI_k),$$

ainda,

$$\begin{aligned} \overline{S_k\overline{S_j}} &= \overline{(R_k + iI_k)(R_j + iI_j)}, \\ &= \overline{(R_k + iI_k)(R_j - iI_j)}, \\ &= \overline{(R_kR_j + I_kI_j) + i(R_jI_k - R_kI_j)}, \\ &= (R_kR_j + I_kI_j) - i(R_jI_k - R_kI_j), \\ &= (R_kR_j + I_kI_j) + i(R_kI_j - R_jI_k), \end{aligned}$$

assim

$$\overline{S_k\overline{S_j}} = (R_kR_j + I_kI_j) + i(R_kI_j - R_jI_k),$$

com as igualdades

$$\begin{aligned} S_j\overline{S_j} &= \overline{S_j\overline{S_j}}, \\ S_j\overline{S_k} &= \overline{S_k\overline{S_j}}, \end{aligned}$$

para cada j e k no conjunto das polarizações, concluímos que $\mathbf{s}\mathbf{s}^H$ é simétrica, portanto podemos afirmar que a matriz Σ definida por,

$$\Sigma = E[\mathbf{s}\mathbf{s}^H] = \begin{bmatrix} E[S_{hh}\bar{S}_{hh}] & E[S_{hh}\bar{S}_{hv}] & E[S_{hh}\bar{S}_{vv}] \\ E[S_{vh}\bar{S}_{hh}] & E[S_{vh}\bar{S}_{hv}] & E[S_{vh}\bar{S}_{vv}] \\ E[S_{vv}\bar{S}_{hh}] & E[S_{vv}\bar{S}_{hv}] & E[S_{vv}\bar{S}_{vv}] \end{bmatrix}, \quad (1.45)$$

é uma matriz simétrica, onde $E[\cdot]$ denota o valor esperado.

Neste trabalho é necessário considerar a distribuição gaussiana circular complexa multivariada com média zero. Definida de acordo com Goodman (1985, 1963), ela é caracterizada pelas seguintes propriedades:

- $E[R_j] = E[I_j] = 0$,
- $E[R_j^2] = E[I_j^2]$,
- $E[R_j I_j] = 0$,
- $E[R_j R_k] = E[I_j I_k]$, e
- $E[I_j R_k] = -E[R_j I_k]$.

onde, $E[\cdot]$ denota o valor esperado, e j, k são índices no conjunto das polarizações.

1.4 Distribuição de Wishart para os canais de intensidade

Dados polarimétricos usualmente passam por um processo de múltiplas visadas com o objetivo de melhorar a relação entre o sinal e o ruído. Para esse fim, as matrizes hermitianas definidas positivas são estimadas computando a média de L visadas independentes de uma mesma cena, resultando na matriz de covariância amostral estimada \mathbf{Z} (Anfinsen *et al.*, 2009; Goodman, 1963):

$$\mathbf{Z} = \frac{1}{L} \sum_{i=1}^L \mathbf{s}_i \mathbf{s}_i^H, \quad (1.46)$$

onde \mathbf{s}_i com $i = 1, \dots, L$ é uma amostra de L vetores complexos independentes e identicamente distribuídos como \mathbf{s} . Com isso, a matriz de covariância amostral associada a \mathbf{s}_i , em que $i = 1, \dots, L$ denota o espalhamento para cada visada L , segue uma distribuição complexa de Wishart.

De acordo com Goodman (1963) para definir a distribuição Wishart é necessária a hipótese da distribuição ser gaussiana circular complexa multivariada com média zero como definimos acima.

Nas referências [Goodman \(1963\)](#) e [Lee et al. \(1994\)](#) foi mostrado que a distribuição Wishart pode modelar adequadamente o comportamento estatístico de \mathbf{s} , ao menos em alvos para os quais o speckle é completamente desenvolvido. A hipótese de ser gaussiana e circular foi comprovada para dados SAR polarimétricos no artigo de [Sarabandi \(1992\)](#).

Sendo Σ e L parâmetros conhecidos, a função densidade de probabilidade para a distribuição Wishart é:

$$f_{\mathbf{Z}}(\mathbf{z}; \Sigma, L) = \frac{L^{mL} |\mathbf{z}|^{L-m}}{|\Sigma|^L \Gamma_m(L)} \exp(-L \text{tr}(\Sigma^{-1} \mathbf{z})), \quad (1.47)$$

onde $\text{tr}(\cdot)$ é o operador traço de uma matriz, $\Gamma_m(L)$ é uma função Gamma multivariada definida por

$$\Gamma_m(L) = \pi^{\frac{1}{2}m(m-1)} \prod_{i=0}^{m-1} \Gamma(L-i), \quad (1.48)$$

e $\Gamma(\cdot)$ é a função gama. Denotamos esta situação $\mathbf{Z} \sim W(\Sigma, L)$. Verifica-se que $E[\mathbf{Z}] = \Sigma$. Neste trabalho vamos considerar três canais de intensidades, $m = 3$.

A figura 1.2 mostra quatro funções de densidade de probabilidade. Elas caracterizam, respectivamente, as distribuições marginais para um canal de intensidades de modelos Wishart com 2, 3, 4, e 8 visadas.

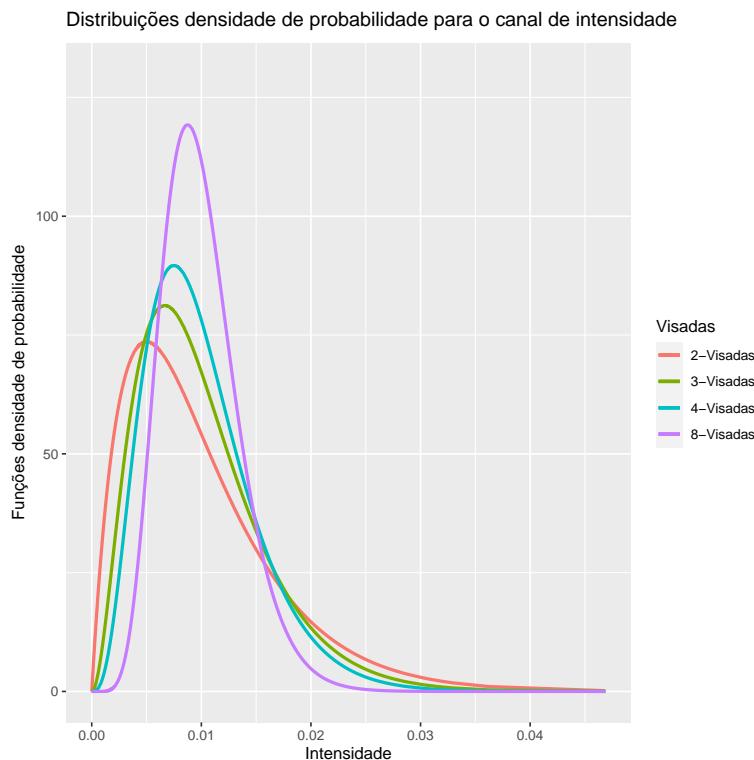


Figura 1.1: Distribuições marginais para um canal de intensidade Wishart múltiplas visadas com $\sigma = 0.01$.

Considerando a função densidade de probabilidade complexa Wishart dada em (1.47), e usando o logaritmo natural com suas propriedades para reescrever a função na forma adequada para aplicações ao longo do texto:

$$\begin{aligned}
 \ln f_{\mathbf{Z}}(\mathbf{z}; \boldsymbol{\Sigma}, L) &= \ln \left(\frac{L^{mL} |\mathbf{z}|^{L-m}}{|\boldsymbol{\Sigma}|^L \Gamma_m(L)} \exp(-L \operatorname{tr}(\boldsymbol{\Sigma}^{-1} \mathbf{z})) \right), \\
 &= \ln \left(\frac{L^{mL} |\mathbf{z}|^{L-m}}{|\boldsymbol{\Sigma}|^L \Gamma_m(L)} \right) + \ln (\exp(-L \operatorname{tr}(\boldsymbol{\Sigma}^{-1} \mathbf{z}))), \\
 &= \ln (L^{mL} |\mathbf{z}|^{L-m}) - \ln (|\boldsymbol{\Sigma}|^L \Gamma_m(L)) - L \operatorname{tr}(\boldsymbol{\Sigma}^{-1} \mathbf{z}), \\
 &= mL \ln L + (L-m) \ln |\mathbf{z}| - \ln |\boldsymbol{\Sigma}|^L \\
 &\quad - \ln \Gamma_m(L) - L \operatorname{tr}(\boldsymbol{\Sigma}^{-1} \mathbf{z}), \\
 &= mL \ln L + L \ln |\mathbf{z}| - m \ln |\mathbf{z}| \\
 &\quad - L \ln |\boldsymbol{\Sigma}| - \ln \Gamma_m(L) - L \operatorname{tr}(\boldsymbol{\Sigma}^{-1} \mathbf{z}).
 \end{aligned}$$

Substituindo a função gama multivariada definida em (1.48),

$$\begin{aligned}
 \ln f_{\mathbf{Z}}(\mathbf{Z}; \boldsymbol{\Sigma}, L) &= mL \ln L + L \ln |\mathbf{z}| - m \ln |\mathbf{z}| - L \ln |\boldsymbol{\Sigma}| \\
 &\quad - \ln \Gamma_m(L) - L \operatorname{tr}(\boldsymbol{\Sigma}^{-1} \mathbf{z}), \\
 &= mL \ln L + L \ln |\mathbf{z}| - m \ln |\mathbf{z}| - L \ln |\boldsymbol{\Sigma}| \\
 &\quad - \ln \left(\pi^{\frac{1}{2}m(m-1)} \prod_{i=0}^{m-1} \Gamma(L-i) \right) - L \operatorname{tr}(\boldsymbol{\Sigma}^{-1} \mathbf{z}), \\
 &= mL \ln L + L \ln |\mathbf{z}| - m \ln |\mathbf{z}| - L \ln |\boldsymbol{\Sigma}| \\
 &\quad - \ln \pi^{\frac{1}{2}m(m-1)} - \ln \prod_{i=0}^{m-1} \Gamma(L-i) - L \operatorname{tr}(\boldsymbol{\Sigma}^{-1} \mathbf{z}), \\
 &= mL \ln L + L \ln |\mathbf{z}| - m \ln |\mathbf{z}| - L \ln |\boldsymbol{\Sigma}| \\
 &\quad - \frac{1}{2}m(m-1) \ln \pi - \sum_{i=0}^{m-1} \ln \Gamma(L-i) - L \operatorname{tr}(\boldsymbol{\Sigma}^{-1} \mathbf{z}),
 \end{aligned}$$

podemos rescrever a equação da seguinte forma

$$\begin{aligned}
 \ln f_{\mathbf{Z}}(\mathbf{Z}; \boldsymbol{\Sigma}, L) &= mL \ln L + L \ln |\mathbf{z}| - m \ln |\mathbf{z}| - L \ln |\boldsymbol{\Sigma}| \\
 &\quad - \frac{1}{2}m(m-1) \ln \pi - \sum_{i=0}^{m-1} \ln \Gamma(L-i) - L \operatorname{tr}(\boldsymbol{\Sigma}^{-1} \mathbf{z}). \tag{1.49}
 \end{aligned}$$

Equação equivalente pode ser encontrada em Frery *et al.* (2011).

1.5 Métodos para detecção das evidências de bordas

Os métodos Sobel, Canny, Laplaciano da Gaussiana (LoG) e LoG piramidal são eficientes na detecção de bordas e largamente aplicados em imagens onde o ruído é aditivo e gaussiano. A imagens adquiridas com sensores PolSAR apresentam ruído *speckle*, tornando esses métodos ineficientes para aplicação nestas imagens.

É necessário construir um ferramental apropriado para esse tipo de imagens. Esta seção introduz conceitos baseados nos artigos de Gambini *et al.* (2006) e de Nascimento *et al.* (2014) para delinear os métodos de detecção de borda em imagens PolSAR com multiplas visadas.

A ideia principal é detectar o ponto de transição entre duas regiões em uma faixa de dados tão fina quanto possível. O ponto de transição é considerado uma evidência ou estimativa de borda. A natureza multiplicativa e não gaussiana das observações torna a detecção de bordas em imagens SAR uma tarefa desafiadora.

Nesta seção vamos propor o método *simulated annealing* para detectar o ponto de transição, ou evidência de bordas para os canais de intensidades. Sem perda de generalidade vamos usar a denominação “evidências de bordas” ao longo do texto.

O problema de detecção de evidências de bordas em cada canal pode ser resumido em três importantes aspectos:

1. A escolha da região de interesse;
2. O método para detecção de evidências de bordas;
3. A determinação de uma posição acurada das evidências de bordas.

O tamanho da região de interesse é um fator importante, pois a região pode não conter informações para identificar a presença de evidências de bordas em regiões pequenas, ou em regiões maiores podem obter informações para mais de uma evidência de borda. Assim o tamanho de janela ideal é aquele que contém as informações para detecção de uma borda.

Em linhas gerais seguiremos as seguintes diretrizes:

- Tentar encontrar faixas finas de dados, idealmente do tamanho de um pixel;
- Usar o método MLE, juntamente com o método *simulated annealing*;
- Detectar evidências de bordas em diferentes canais da imagem PolSAR.

Para isso vamos definir uma rotina para o método detecção de evidências de bordas nos canais de intensidades:

1. Identificar o centroide de uma região de interesse (ROI) de maneira automática, semiautomática ou manual;
2. Automaticamente:
 - (a) Construir raios do centroide para fora da área de interesse;
 - (b) Coletar dados nos píxeis definidos como raios;
 - (c) Detectar pontos na faixa de dados os quais fornecem evidências de mudanças de propriedades estatística, ou seja, uma transição que define uma evidência de borda.

A figura 1.2 mostra a região de interesse ROI com centroide C , de onde traçamos raios até um ponto de controle P_i , com $i = 1, 2, \dots, R$, estes pontos de controle estão na região externa da ROI. Teremos R raios resultantes representados por $\mathbf{r}^i = \overline{CP}_i$ com ângulos $\epsilon_i = \angle(\mathbf{r}^i, \mathbf{r}^{i+1})$.

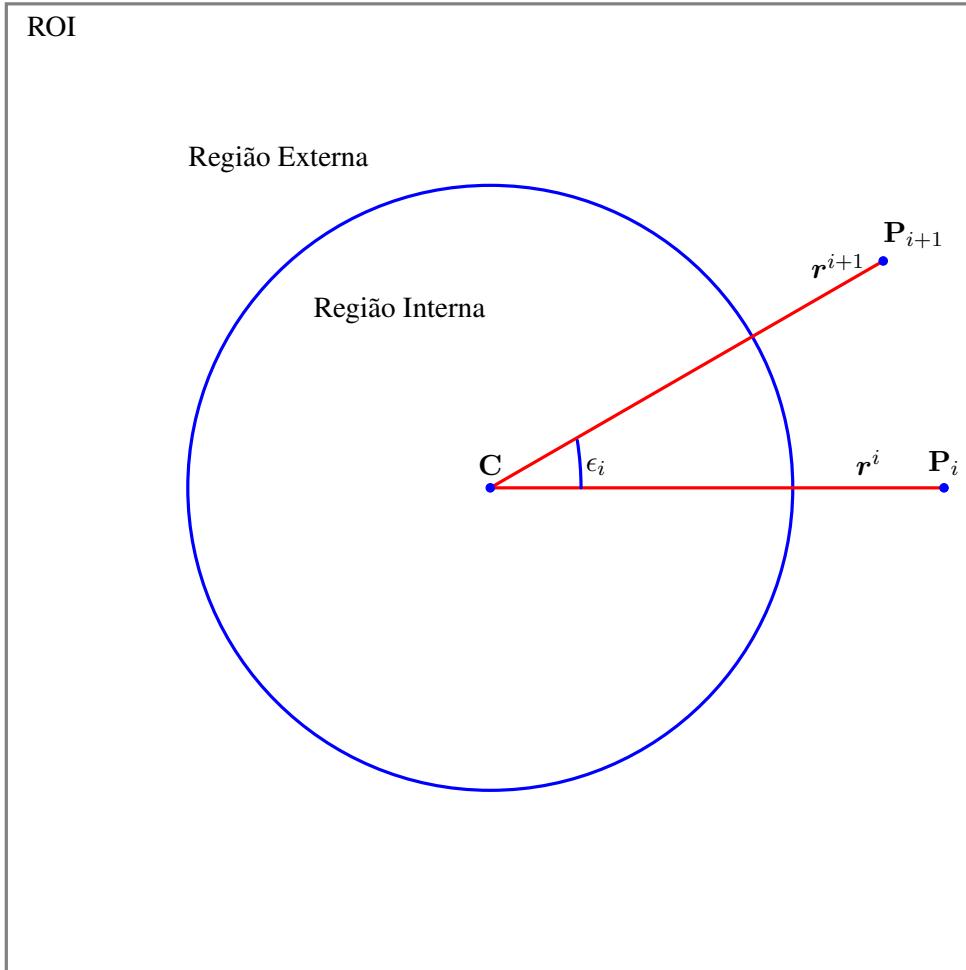


Figura 1.2: Definições para a ROI na imagem PolSAR.

O algoritmo *Bresenham's midpoint line* é usado para definir e extrair informações ao longo de cada linha radial.

1.5.1 Estimativa por máxima verossimilhança

A técnica de máxima verossimilhança (MLE – *Maximum Likelihood Estimation*) permite estimar os parâmetros de um modelo estatístico usando uma amostra de dados observados. Essa técnica é desejável por apresentar boas propriedades em relação a outras abordagens.

Suponha $\mathbf{z} = (z_1, \dots, z_n)$ um vetor de variáveis aleatórias independentes e identicamente distribuídas segundo uma distribuição caracterizada pela função de densidade de

probabilidade $f(\mathbf{z}, \theta)$ que, por sua vez, é indexada pelos parâmetros $\theta = (\theta_1, \dots, \theta_d)^T$ pertencentes ao espaço paramétrico Θ . Definimos, então a função de verossimilhança

$$L(\theta; \mathbf{z}) = \prod_{k=1}^n f(z_k; \theta), \quad (1.50)$$

e a função log-verossimilhança

$$\mathcal{L}(\theta; \mathbf{z}) = \ln L(\theta; \mathbf{z}) = \sum_{k=1}^n \ln f(z_k; \theta). \quad (1.51)$$

O vetor de parâmetros θ é estimado pelo vetor $\widehat{\theta}$ tal que $\mathcal{L}(\widehat{\theta}; \mathbf{z}) \geq \mathcal{L}(\theta; \mathbf{z})$ para todo θ no espaço dos parâmetros Θ . A estimativa de máxima verossimilhança pode ser representada por

$$\widehat{\theta} = \arg \max_{\theta \in \Theta} \mathcal{L}(\theta; \mathbf{z}), \quad (1.52)$$

em que \mathbf{z} agora denota as observações.

1.5.2 A máxima verossimilhança usando os parâmetros estimados

Cada linha radial $\mathbf{z} = (z_1, z_2, \dots, z_n)$ é particionada em duas amostras disjuntas na posição j ,

$$\mathbf{z} = (\underbrace{z_1, z_2, \dots, z_j}_{\mathbf{z}_I}, \underbrace{z_{j+1}, z_{j+2}, \dots, z_n}_{\mathbf{z}_E}),$$

para as quais são definidos modelos estatísticos diferentes, um modelo para $Z_I \sim W(\Sigma_I, L_I)$, e outro modelo para $Z_E \sim W(\Sigma_E, L_E)$.

O método MLE, descrito na seção (1.5.1), é aplicado nas amostras internas \mathbf{z}_I e externas \mathbf{z}_E para estimar (Σ_I, L_I) e (Σ_E, L_E) maximizando (1.51), e obtendo $(\widehat{\Sigma}_I, \widehat{L}_I)$ e $(\widehat{\Sigma}_E, \widehat{L}_E)$.

A função de verossimilhança é definida no ponto j de acordo com a função

$$L(j; \mathbf{z}) = \prod_{k=1}^j f_Z(z_k; \Sigma_k, L_k) \prod_{k=j+1}^n f_Z(z_k; \Sigma_k, L_k). \quad (1.53)$$

Usando propriedades de logaritmos naturais para cada termo do produtório (1.53) é definida a função log-verossimilhança total dependendo de j :

$$\mathcal{L}(j) = \ln L(j) = \sum_{k=1}^j \ln f_Z(z_k; \Sigma_k, L_k) + \sum_{k=j+1}^n \ln f_Z(z_k; \Sigma_k, L_k). \quad (1.54)$$

O estimador de máxima verossimilhança \widehat{j}_{ML} é uma evidência de borda, pois repre-

senta uma aproximação da transição entre regiões, sendo

$$\hat{j}_{\text{ML}} = \arg \max_j \mathcal{L}(j). \quad (1.55)$$

É importante destacar que os parâmetros a serem estimados em (1.55) são os números de looks L (do lado interno e do lado externo), as matrizes de covariância Σ (do lado interno e do lado externo), e o ponto j . A evidência de borda é encontrada aplicando-se o método GenSA (Xiang *et al.*, 2013).

1.6 O MLE para a distribuição gama

Cada canal de intensidade pode ser modelado por uma lei gama, como apresentado em (1.35):

$$f_Z(z; \mu, L) = \frac{L^L}{\Gamma(L)\mu^L} z^{L-1} \exp\left\{-\frac{L}{\mu}z\right\}, \quad (1.56)$$

onde, $\mu > 0$ e $L > 0$. Aplicando o logaritmo natural obtemos:

$$\begin{aligned} \ln f_Z(z; \mu, L) &= \ln\left(\frac{L^L}{\Gamma(L)\mu^L} z^{L-1} \exp\left\{-\frac{L}{\mu}z\right\}\right), \\ &= \ln\left(\frac{L}{\mu}\right)^L - \ln\Gamma(L) + \ln z^{L-1} + \ln \exp\left\{-L\frac{z}{\mu}\right\}, \end{aligned}$$

obtendo a função,

$$\ln f_Z(z; \mu, L) = L \ln \frac{L}{\mu} - \ln\Gamma(L) + (L-1) \ln z - \frac{L}{\mu}z. \quad (1.57)$$

Dada a amostra $\mathbf{z} = (z_1, \dots, z_n)$ extraída dos canais de intensidades hh, hv, e vv, é definida a função log-verossimilhança, como

$$\begin{aligned} \mathcal{L}(\mathbf{z}; \mu, L) &= \ln \prod_{k=1}^n f_Z(z_k; \mu, L) \\ \mathcal{L}(\mathbf{z}; \mu, L) &= \sum_{k=1}^n \ln f_Z(z_k; \mu, L). \end{aligned}$$

Com o uso da função logarítmica (1.57), teremos

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}(\mathbf{z}; \mu, L) &= \sum_{k=1}^n \ln f_Z(z_k; \mu, L) \\
&= \sum_{k=1}^n \left[L \ln \frac{L}{\mu} - \ln \Gamma(L) + (L-1) \ln z_k - \frac{L}{\mu} z_k \right] \\
&= \sum_{k=1}^n L \ln \frac{L}{\mu} - \sum_{k=1}^n \ln \Gamma(L) + (L-1) \sum_{k=1}^n \ln z_k - \frac{L}{\mu} \sum_{k=1}^n z_k \\
&= L \ln \frac{L}{\mu} \sum_{k=1}^n 1 - \ln \Gamma(L) \sum_{k=1}^n 1 + (L-1) \sum_{k=1}^n \ln z_k - \frac{L}{\mu} \sum_{k=1}^n z_k \\
&= L \ln \frac{L}{\mu} n - \ln \Gamma(L) n + (L-1) \sum_{k=1}^n \ln z_k - \frac{L}{\mu} \sum_{k=1}^n z_k.
\end{aligned}$$

A função log-verossimilhança para a PDF univariada (1.56) pode ser reescrita por

$$\mathcal{L}(\mathbf{z}; \mu, L) = n \left[L \ln \frac{L}{\mu} - \ln \Gamma(L) \right] + (L-1) \sum_{k=1}^n \ln z_k - \frac{L}{\mu} \sum_{k=1}^n z_k,$$

e a sua forma reduzida, em que eliminamos os termos que não dependem dos parâmetros, por

$$\mathcal{L}(\mathbf{z}; \mu, L) = n \left[L \ln \frac{L}{\mu} - \ln \Gamma(L) \right] + L \sum_{k=1}^n \ln z_k - \frac{L}{\mu} \sum_{k=1}^n z_k. \quad (1.58)$$

A função (1.58) é usada para estimar os parâmetros $(\hat{\mu}, \hat{L})$ com o método MLE de (μ, L) baseado na amostra \mathbf{z} . O ponto que maximiza a função (1.58) é encontrado com o método BFGS, implementado no pacote `maxLik` (Henningsen e Toomet, 2011). Para alcançar uma melhor estabilidade numérica, optou-se por realizar o processo de otimização resolvendo $\nabla \mathcal{L} = \mathbf{0}$.

De acordo com a seção 1.5.2 é extraído de cada canal de intensidade da imagem PolSAR uma faixa de dados $\mathbf{z} = (z_1, z_2, \dots, z_n)$ de forma que seja particionada em duas amostras, disjuntas, na posição j :

$$\mathbf{z} = (\underbrace{z_1, z_2, \dots, z_j}_{\mathbf{z}_I}, \underbrace{z_{j+1}, z_{j+2}, \dots, z_n}_{\mathbf{z}_E}),$$

para as quais são definidos modelos estatísticos diferentes, um modelo para $Z_I \sim \Gamma(\mu_I, L_I)$, e outro modelo para $Z_E \sim \Gamma(\mu_E, L_E)$.

As funções log-verossimilhança reduzidas aplicadas nas amostras internas \mathbf{z}_I e externas \mathbf{z}_E são usadas para estimar os parâmetros (μ_I, L_I) e (μ_E, L_E) maximizando (1.58), e obtendo $(\hat{\mu}_I, \hat{L}_I)$ e $(\hat{\mu}_E, \hat{L}_E)$.

A log-verossimilhança total é definida no ponto j pela seguinte função

$$\begin{aligned} \mathcal{L}(j; \hat{\mu}_I, \hat{L}_I, \hat{\mu}_E, \hat{L}_E) = \\ j[\hat{L}_I \ln(\hat{L}_I/\hat{\mu}_I) - \ln \Gamma(\hat{L}_I)] + \hat{L}_I \sum_{k=1}^j \ln z_k - \frac{\hat{L}_I}{\hat{\mu}_I} \sum_{k=1}^j z_k + \\ (n-j)[\hat{L}_E \ln(\hat{L}_E/\hat{\mu}_E) - \ln \Gamma(\hat{L}_E)] + \hat{L}_E \sum_{k=j+1}^n \ln z_k - \frac{\hat{L}_E}{\hat{\mu}_E} \sum_{k=j+1}^n z_k, \end{aligned} \quad (1.59)$$

e aplicando o método GenSA ([Xiang et al., 2013](#)) encontramos a evidência de borda

$$\hat{j} = \arg \max_{j \in [\min_s, N - \min_s]} \ell(j; \hat{\mu}_I, \hat{L}_I, \hat{\mu}_E, \hat{L}_E),$$

onde \min_s é uma constante de folga mínima definida empiricamente para as extremidades da amostra. A escolha do número de píxeis da amostra pode variar de acordo com a ROI, com o canal, ou com o tipo de sensor para aquisição de imagem.

Capítulo 2

Resultados

2.1 Imagem simulada

A metodologia para a detecção de bordas baseadas em [Gambini et al. \(2006\)](#), [Gomez et al. \(2017\)](#); [Nascimento et al. \(2014\)](#) foi aplicada em uma imagem simulada particionada em duas classes. Essa imagem tem dimensão de 400×400 píxeis e foi gerada por duas amostras, obedecendo a distribuição Wishart. Na classe da esquerda foi usada a matriz de covariâncias Σ_{k_1} , e na classe da direita a matriz de covariâncias Σ_{k_2} , respectivamente definidas por:

$$\Sigma_{k_1} = \begin{bmatrix} 0.042811 & 0.000072 - 0.003180i & 0.010435 + 0.005022i \\ 0.000072 + 0.003180i & 0.035977 & 0.000784 + 0.004886i \\ 0.010435 - 0.005022i & 0.000784 - 0.004886i & 0.066498 \end{bmatrix},$$
$$\Sigma_{k_2} = \begin{bmatrix} 0.014380 & 0.001333 - 0.000076i & -0.000755 + 0.001570i \\ 0.001333 + 0.000076i & 0.002789 & -0.001044 + 0.001101i \\ -0.000755 - 0.001570i & -0.001044 - 0.001101i & 0.015387 \end{bmatrix}.$$

As matrizes de covariância foram usadas para gerar resultados do artigo [Gomez et al. \(2017\)](#), os programas e dados usados no artigo estão disponíveis em <https://ctim.ulpgc.es/polsar/>.

As entradas das diagonais principais foram as intensidades usadas para gerar os canais \mathbf{I}_{hh} , \mathbf{I}_{hv} e \mathbf{I}_{vv} simulados. A decomposição de Pauli definida como sendo a combinação linear dos canais de intensidades, $(\mathbf{I}_{hh} + \mathbf{I}_{vv}, \mathbf{I}_{hh} - \mathbf{I}_{vv}, \mathbf{I}_{hv})$ foram usadas para compor a imagem. Veja a Figura 2.1.

Nesta imagem simulada definimos a borda como a linha vertical que divide a imagem em duas classes.

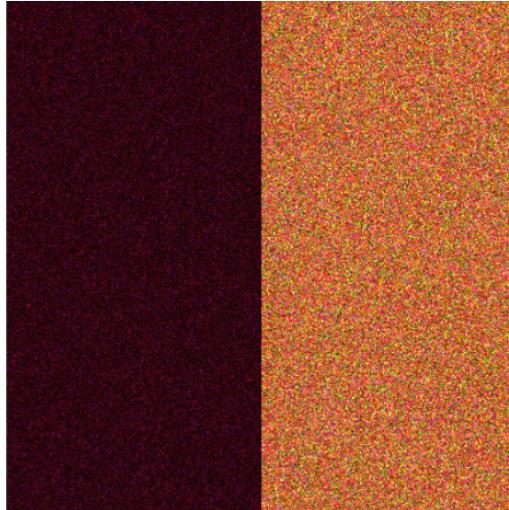


Figura 2.1: Decomposição de Pauli aplicada na imagem simulada

2.1.1 Método estimativa de máxima verossimilhança aplicada a PDF Univariada Gamma

O método MLE foi usado para detectar evidências de bordas em cada canal de intensidades, conforme descrito na seção 1.6.

As Figuras 2.3(a), 2.3(b), 2.3(c) mostram os gráficos das funções de verossimilhanças totais (1.59), indicando as evidências de bordas para os canais de intensidades. A linha 150 da imagem simulada foi escolhida arbitrariamente, sendo que para cada extremidade foi definido a constante de folga igual a 14 pixels. As constantes de folga foram definidas na seção 1.6.

A característica comum dessas funções é não ser diferenciável, o que dificulta o uso de métodos de otimização que calculam a derivada da função. O problema foi resolvido usando o método *Simulated Annealing* generalizado (GenSA Xiang *et al.*, 2013), adequado para funções não diferenciáveis.

As evidências de bordas detectadas em cada canal simulado hh, hv e vv podem ser visualizadas, respectivamente, nas Figuras 2.4a, 2.4b, e 2.4c.

2.1.2 Métricas para as evidências de bordas nas imagens simuladas

O erro de detecção, descrito Frery *et al.* (2010), é calculado com o seguinte procedimento:

- Em cada radial (linha) definida na imagem calcular a menor distância euclidiana entre a borda detectada e o pixel de referência *Ground Reference* (GR). Se em uma mesma radial detectamos vários pixels, calculamos todas as distâncias e armazenamos a menor.

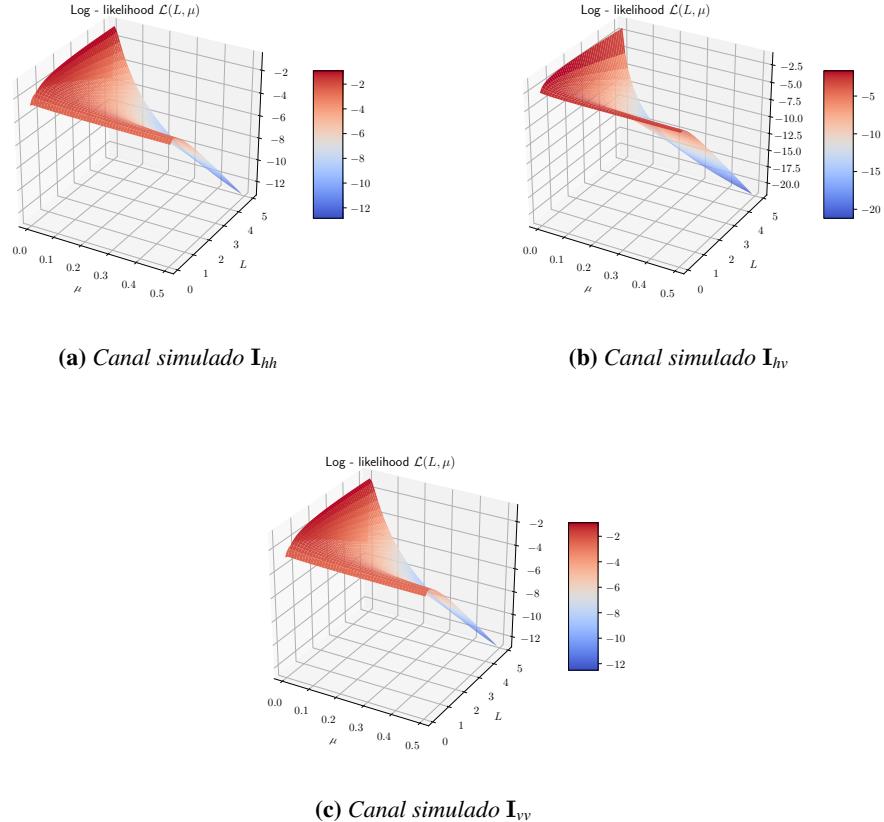


Figura 2.2: Funções de log-verossimilhanças reduzidas

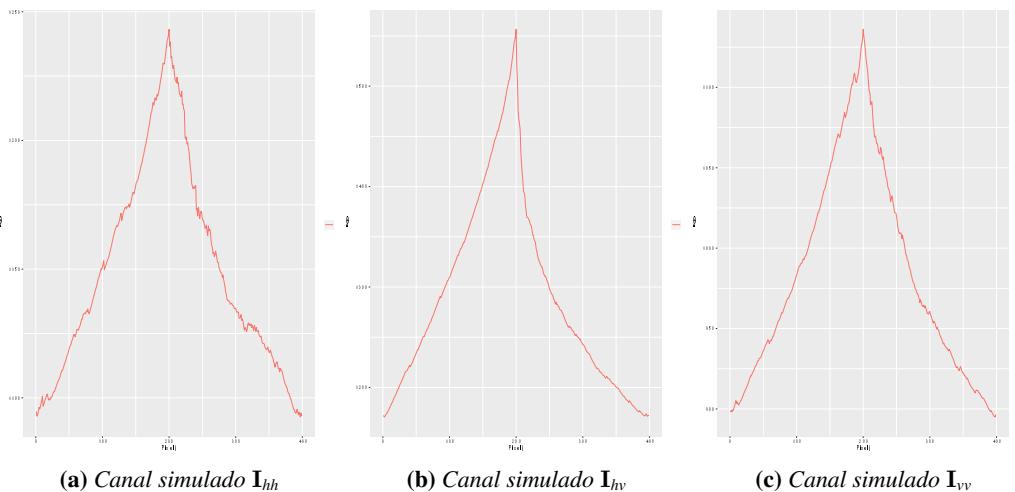


Figura 2.3: Funções de verossimilhanças totais para cada canal simulado

- Cada erro encontrado é comparado a uma constante definida neste trabalho como sendo $k_s = 10$. Assim construímos o vetor de frequência $H(k)$, com $\{k =$

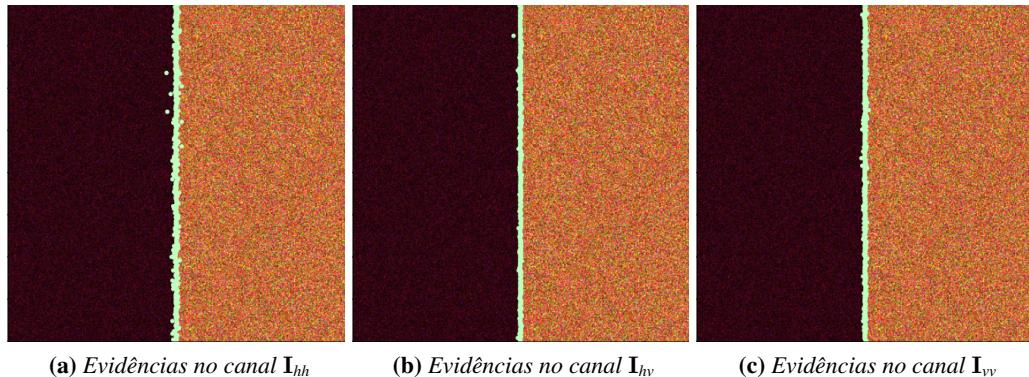


Figura 2.4: Evidências de bordas para os canais de intensidades.

$1, \dots, k_s\}$, definindo o número de replicações para qual o erro é menor que a constante definida.

- A estimativa de probabilidade é encontrada por $f(k) = H(k)/n_r$, onde n_r é o número de radiais.

A Figura 2.5 mostra o gráfico do erro de detecção para cada canal simulado.

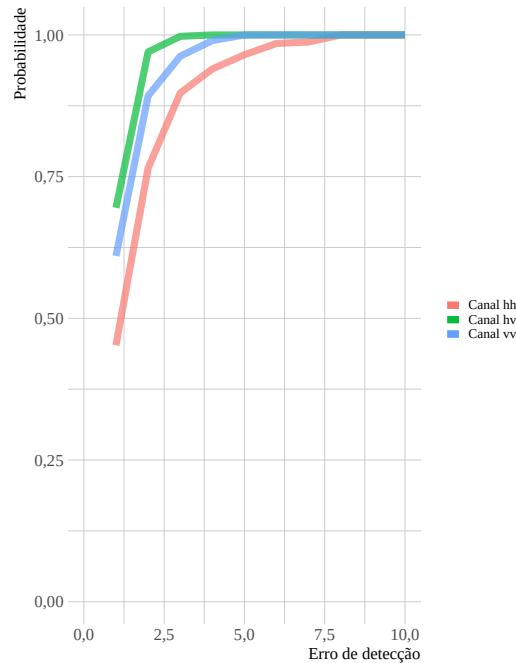


Figura 2.5: Métricas para a detecção em imagem simulada

O gráfico mostra acurado desempenho do algoritmo no canal hv. Nos canais hh e vv o desempenho é inferior em relação ao canal hv. O desempenho acurado do método MLE para a detecção de borda no canal hv já poderia ser inferido pela inspeção visual da Figura 2.4.

2.1.3 Fusão de evidências de bordas para os canais de intensidades

Os resultados dos métodos para a fusão de evidências de bordas detectadas nos canais simulados são mostrados nas Figuras 2.6(a), (b), (c), (d), (e), e (f).

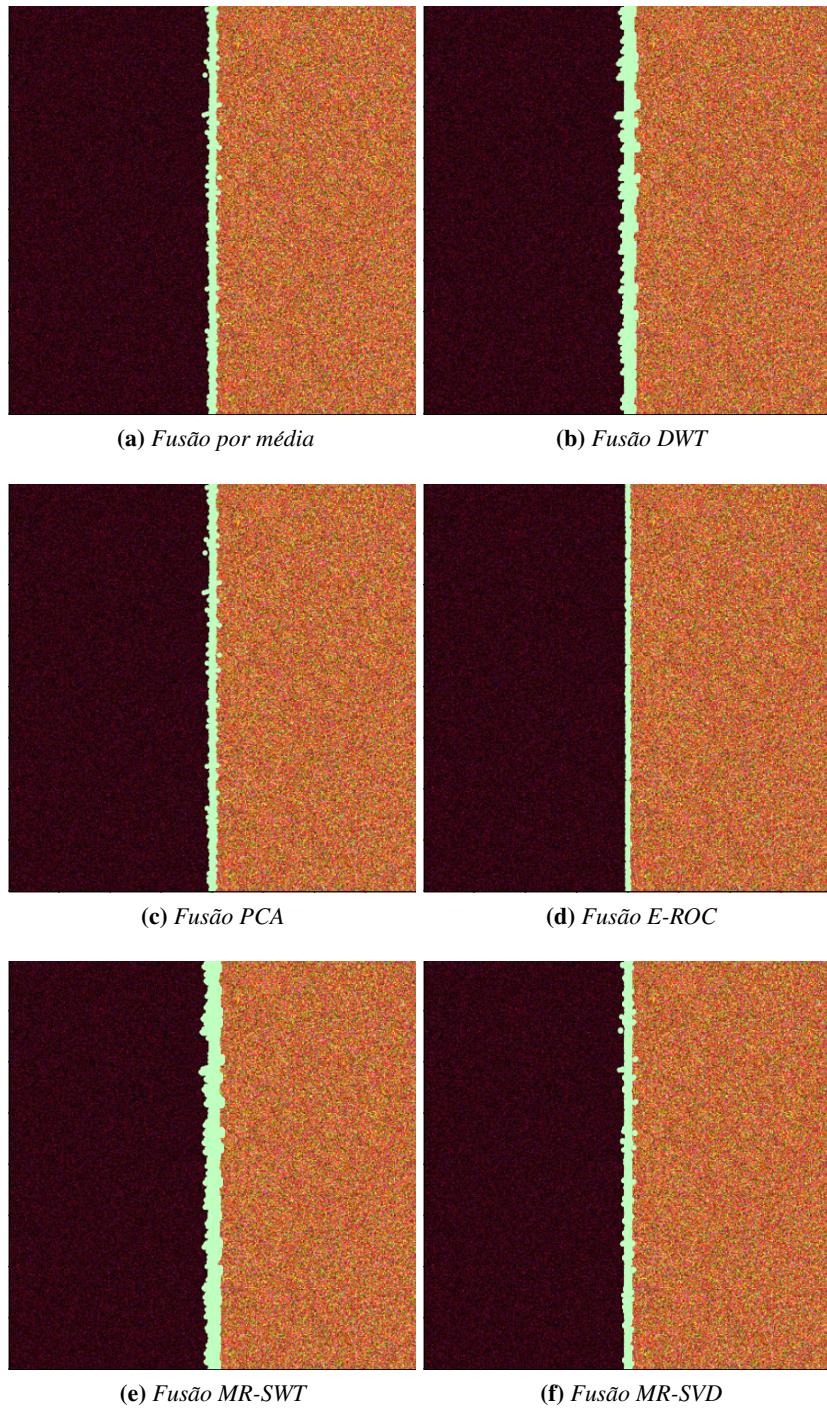


Figura 2.6: Resultados da aplicação dos seis métodos de fusão

A inspeção visual das figuras fornece elementos para as seguintes conclusões:

- O método de fusão PCA e a fusão por média obtém o mesmo resultado pixel a pixel, a vantagem do método de fusão PCA está na ponderação dos canais que contribuem na fusão, fornecendo subsídios para o descarte ou a valorização de um devido canal;
- Os métodos de fusão baseados nas transformadas wavelets mapeiam de forma acurada as bordas, porém ocorre a geração de *outliers*.
- O método E-ROC mostra um bom desempenho na fusão de evidências de bordas, principalmente com relação a geração de outliers, lembrando que é o único método que foram aplicados limiares.
- O método de fusão baseado em decomposição de valores singulares apresenta bom desempenho na fusão e gera pouco *outliers*.

A Figura 2.7 mostra o gráfico do erro de detecção para os métodos de fusão de evidências de bordas.

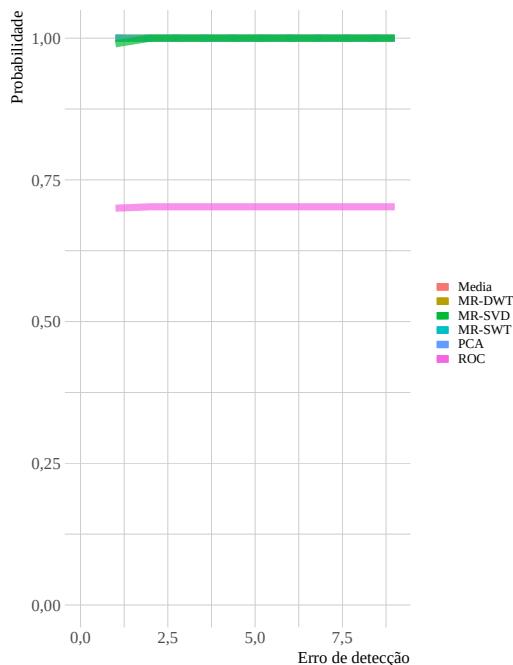


Figura 2.7: Métricas para a fusão de evidências de bordas

A imagem simulada de duas classes produz regiões homogêneas, as bordas são bem definidas, por isso os métodos de fusão trabalham com grande precisão e geram sobreposições dos erros de detecção no gráfico, como pode ser visto na Figura 2.7.

Comparando os gráficos das Figuras 2.5 e 2.7 podemos notar que os métodos de fusão melhoraram o desempenho em detectar bordas precisas com relação aos métodos

de detectar as evidências de bordas para cada canal. Podemos confirmar assim o melhor desempenho dos métodos de fusão.

O método de fusão para a curva ROC mostra um desempenho abaixo dos outros métodos em relação a probabilidade de indicar se o pixel é borda ou não. Esse método tem potencial para melhorar seu desempenho a medida que inserirmos outros canais para a detecção de evidências de bordas.

Os resultados obtidos com a aplicação desses métodos validaram os algoritmos usados, essa etapa foi crucial para o desenvolvimento deste trabalho, viabilizando a realização dos testes em imagens adquiridas de sensores PolSAR.

2.2 Imagens adquiridas por sensores PolSAR

Os métodos apresentados neste trabalho foram executados com um computador Intel® Core i7-9750HQ CPU 2.6 GHz 16 GB. O erro foi medido com o mesmo método aplicado na imagem simulada.

2.2.1 Imagem de Flevoland

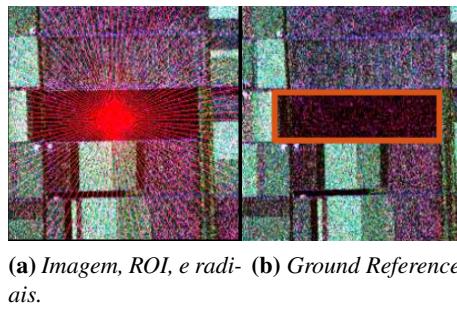
A imagem da região de Flevoland com dimensão 750×1024 píxeis é uma imagem PolSAR capturada pelo sensor aerotransportado AIRSAR com banda-L. A imagem tem 4 visadas, 9 canais, e uma resolução de aproximadamente 12.10 m na direção azimutal e 6.6 m na direção lateral do sensor. A decomposição de Pauli da imagem capturada no sensor é mostrada na Figura 2.8.



Figura 2.8: Imagem da região de Flevoland

2.2.1.1 FLEV-ROI-I

Os métodos desenvolvidos neste trabalho foram aplicados na região de interesse destacada na imagem. Detalhes da região de interesse, e das radiais usadas para extrair informações podem ser vista na Figura 2.9(a). A Figura 2.9(b) mostra em píxeis vermelhos, as bordas que são usadas como referência, conhecida por imagem *Ground Reference* (GR). A região de interesse é denominada FLEV-ROI-I.



(a) Imagem, ROI, e radiais. (b) Ground Reference.

Figura 2.9: Região de interesse da imagem Flevoland (FLEV-ROI-I), e Ground Reference de referência

As Figuras 2.10(a), 2.10(b), e 2.10(c) mostram, respectivamente, as evidências de bordas nos canais hh, hv, e vv, obtidas pelo método MLE. Para a FLEV-ROI-I foi estabelecido 100 radiais com comprimento de 120 píxeis, onde foi constatado uma forte oscilação da função de máxima verossimilhança total nos píxeis dos extremos das radiais, para evitar a oscilação nesta região foi definida uma folga com 14 píxeis. Esse valor foi escolhido empiricamente e pode variar de acordo com a região de interesse da imagem, o canal, o sensor e a imagem. Na FLEV-ROI-I os 14 píxeis, escolhidos para cada extremidade, foram suficientes para contornar o problema da oscilação.

Os parâmetros para as funções de máxima verossimilhança reduzidas são estimados pelo método BFGS usando o programa MaxLik. Estes parâmetros estimados são aplicados nas funções de máxima verossimilhança total com o objetivo de encontrarmos o seu valor máximo e o seu argumento. O método GenSA foi usado para realizar este processo de maximização, obtendo as evidências de bordas com precisão.

A inspeção visual destas figuras mostra a melhor acurácia dos métodos no canal hv, e presença de *outliers* no canal vv.

A Figura 2.11 mostra o gráfico do erro de detecção para os métodos de fusão de evidências de bordas na região FLEV-ROI-I. O canal hv apresenta o melhor desempenho, comprovando a inspeção visual.

Figuras 2.12(a), (b), (c), (d), (e), e (f) mostram os resultados numéricos para os métodos propostos de fusão de evidência de bordas.

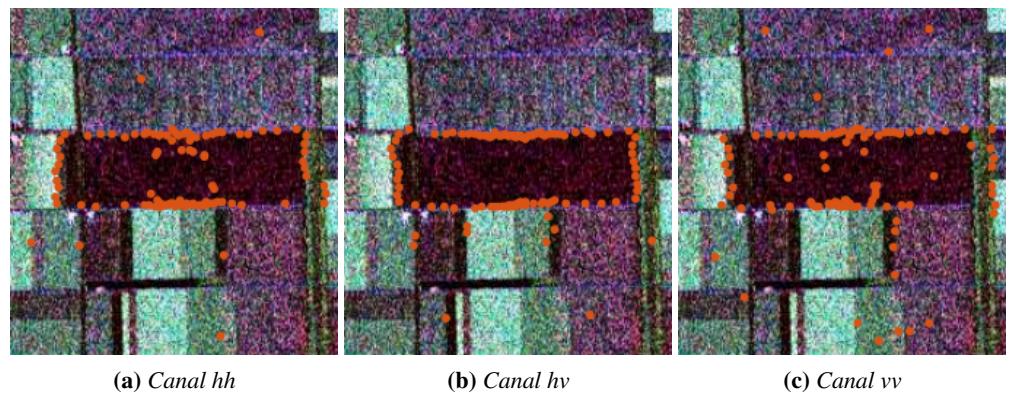


Figura 2.10: Evidências de bordas para os três canais de intensidades na FLEV-ROI-I

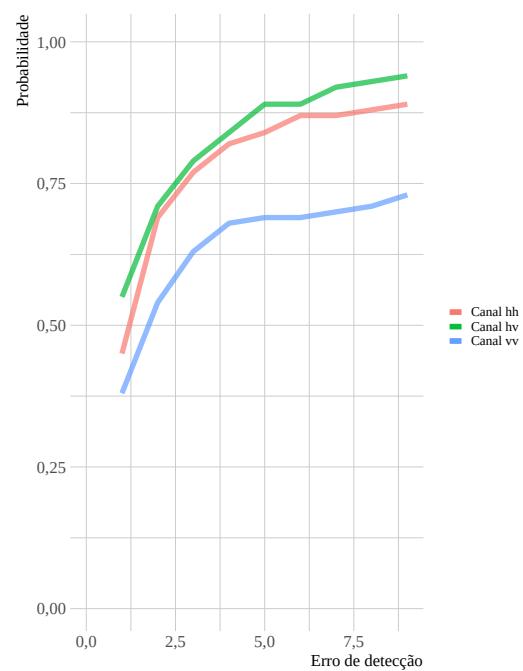


Figura 2.11: Métricas para a fusão de evidências de bordas na região FLEV-ROI-I

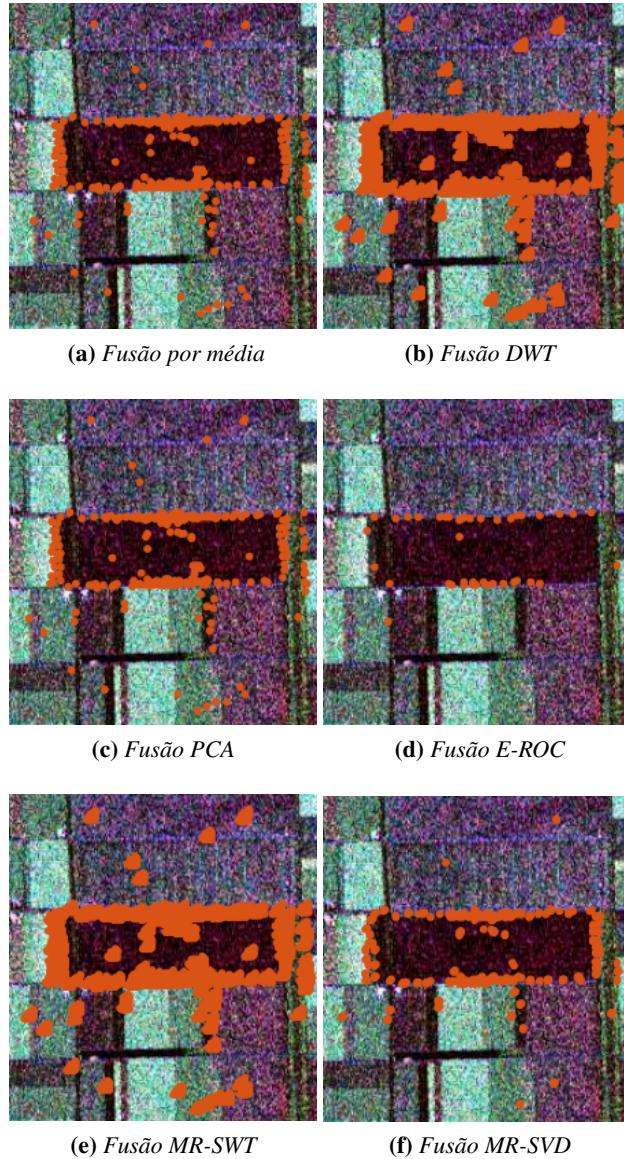


Figura 2.12: Métodos de fusão para a região FLEV-ROI-I

A Figura 2.13 mostra o erro dos métodos de fusão para a FLEV-ROI-I com o número de radiais igual a 100.

Os métodos de fusão por média e fusão PCA produzem resultados similares, veja Figura 2.13. A vantagem do método PCA está em realizar a média ponderada das evidências de bordas nos diferentes canais, possibilitando a quantificação da importância de cada canal no processo de fusão.

O MR-SVD produz uma considerável vantagem em descartar outliers, porém o tempo de processamento é maior em comparação com os demais métodos.

O método usando a estatística ROC produz bordas acuradas, com poucos outliers, porém de forma esparsa. Acreditamos que este método tem potencial na medida em que

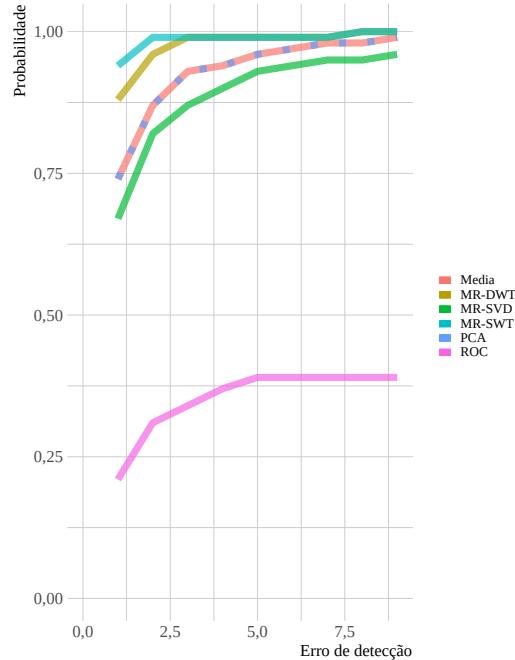


Figura 2.13: Métricas para a fusão de evidências de bordas na região FLEV-ROI-I

mais canais forem considerados, ou ao serem aplicadas outras funções de densidades de probabilidades para obter evidências de bordas.

Os métodos baseados em *wavelets* produzem densas bordas, mesmo mostrando sempre melhores em probabilidade de detectar bordas, os métodos produzem outliers. Destacamos que a detecção pode ser melhorada com o uso de pós-processamento (Frery *et al.*, 2010), podendo ser aplicado em todos os métodos, inclusive em cada canal onde as evidências forem detectadas.

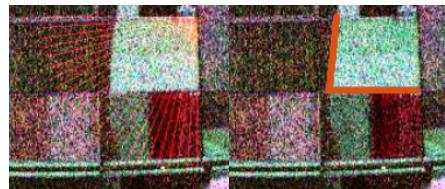
Os dados apresentados na primeira linha da Tabela 2.1 indicam o tempo de processamento para cada método de fusão. Na segunda linha contém os tempos de cada métodos relativo com a fusão por média, por ser o mais rápido.

Tabela 2.1: Tempo de processamento para os métodos de fusão

Método	Média	PCA	MR-DWT	MR-SWT	ROC	MR-SVD
Tempo (s)	0.00909075	0.01865585	0.1093859	0.18789595	0.4574247	1.1683798
Time Rel.	1.00	2.05	12.03	20.66	50.31	128.52

2.2.1.2 FLEV-ROI-II

Uma segunda região na imagem de Flevoland foi selecionada para os testes a qual denominamos de região de interesse FLEV-ROI-II. A imagem com as radiais é mostrada na Figura 2.14(a). A Figura 2.14(b) mostra as bordas em píxeis vermelhos usadas de referência a qual chamaremos de *Ground Reference* (GR).



(a) Imagem, ROI, e radiais.

(b) Ground Reference

Figura 2.14: Região de interesse da imagem Flevoland (FLEV-ROI-II), e Ground Reference de referência

As Figuras 2.15(a) 2.15(b) e 2.15(c) mostram, respectivamente, as evidências de bordas nos canais hh, hv e vv, obtidas pelo método MLE. Para a FLEV-ROI-II foi estabelecido 25 radiais com comprimento de 120 píxeis. Nas extremidades em cada radial foi utilizado uma folga de 25 píxeis, pois foi constatado forte oscilação da função de máxima verossimilhança total. Esse valor foi escolhido empiricamente e pode variar de acordo com a região, o canal e a imagem.



(a) Canal hh

(b) Canal hv

(c) Canal vv

Figura 2.15: Evidências de bordas para os três canais de intensidades para FLEV-ROI-II na imagem de Flevoland com folga de 25 píxeis

A Figura 2.16 mostra o gráfico do erro de detecção para os métodos de fusão de evidências de bordas na região FLEV-ROI-II. Ao observá-la podemos constatar que o canal hv apresenta maior probabilidade de detectar bordas acuradas, confirmando a inspeção visual. Na FLEV-ROI-II, a escolha de 25 píxeis, em cada extremidade, foi suficiente para contornar o problema da oscilação.

Os resultados das aplicações dos métodos de fusão estudados estão expostos nas Figuras 2.17(a), (b), (c), (d), (e), e (f).

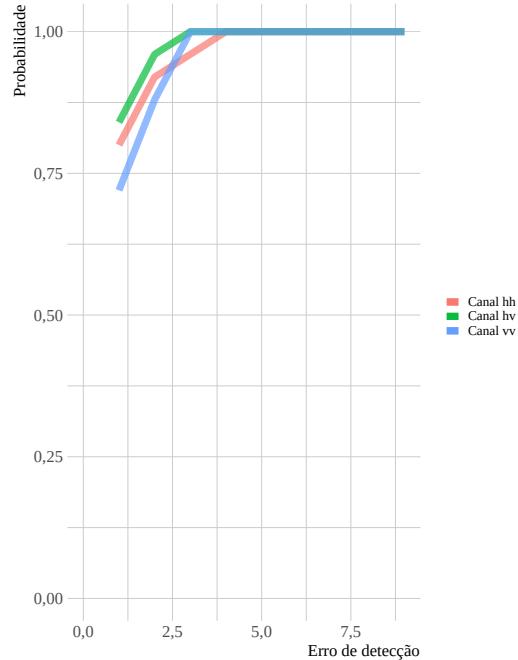


Figura 2.16: Métricas para a detecção de evidências de bordas na região FLEV-ROI-II

A Figura 2.18 mostra o erro de detecção dos métodos de fusão para a FLEV-ROI-II.

Os resultados dos métodos de fusão não tiveram mudanças significativas quando as fusões foram aplicadas na região FLEV-ROI-I ou na região FLEV-ROI-II.

2.2.1.3 Imagem de São Francisco

A imagem da baía de São Francisco de dimensão 450×600 pixels é uma imagem PolSAR capturada pelo sensor aerotransportado AIRSAR com banda-L. A imagem tem 4 visadas, 9 canais, e uma resolução de aproximadamente $(10 \times 10) \text{ m}^2$. A decomposição de Pauli da imagem capturada no sensor é exposta na Figura (2.19).

Na Figura 2.20(a) é destacada a região de interesse (SF-ROI) com 25 radiais. Em cada radial foram extraídos os dados para obter as informações sobre as localizações das evidências de bordas. A Figura 2.20(b) mostra a imagem *Ground Reference* (GR) que foi gerada para validar os resultados.

As Figuras. 2.21(a), 2.21(b), e 2.21(c) mostram, respectivamente, as evidências de bordas nos canais hh, hv e vv, obtidos pelo método MLE. Para a SF-ROI foram estabelecidos 25 radiais com comprimento de 120 pixels. Nas extremidades de cada radial foi estabelecido uma folga de 25 pixels, pois foi constatado forte oscilação da função de máxima verossimilhança total. Esse valor foi escolhido empiricamente e pode variar de acordo com a região, o canal e a imagem. Na SF-ROI os 25 pixels escolhidos em cada extremidade foram suficientes para contornar o problema da oscilação. A inspeção visual mostra bordas com melhor acurácia no canal hh.

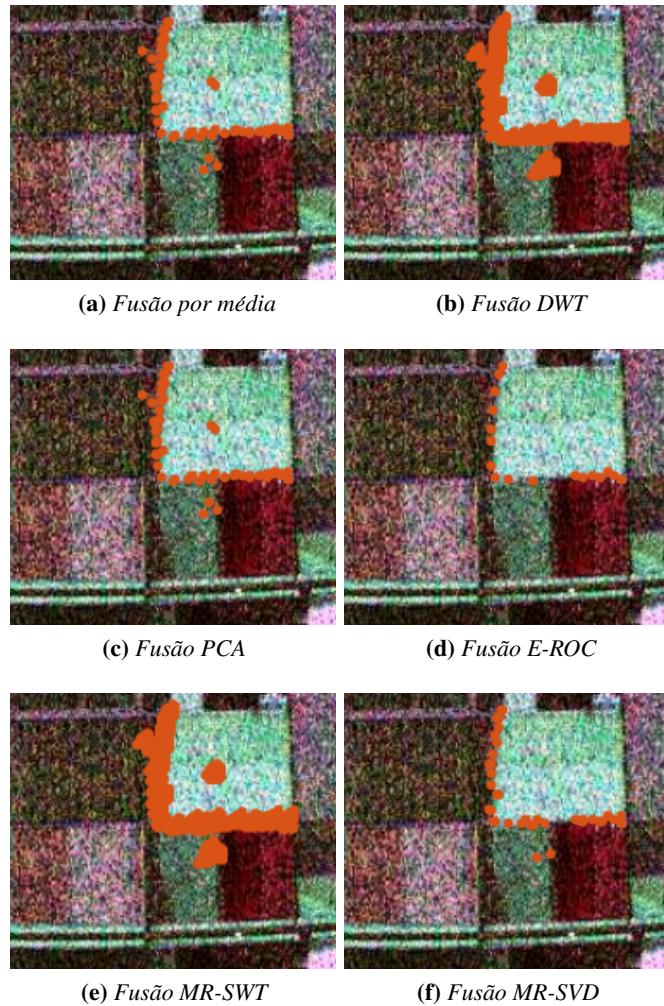


Figura 2.17: Resultados das aplicações dos métodos de fusão para a FLEV-ROI-II com 25 pixels de folga

A Figura 2.22 mostra o gráfico do erro de detecção para os métodos de fusão de evidências de bordas na região SF-ROI. O canal hh apresenta o melhor desempenho comprovando a inspeção visual.

Nas Figuras 2.23(a), (b), (c), (d), (e), e (f) são apresentados os resultados numéricos obtidos com a aplicação dos métodos de fusão das evidência de bordas propostos neste trabalho.

A Figura 2.24 mostra o erro para SF-ROI com o número de radiais igual a 25.

Realizando a inspeção visual das fusões e análise do gráfico do erro em detectar bordas dos métodos, foi verificado que os resultados para a região SF-ROI geram resultados similares ao resultados da imagem de Flevoland (FLEV-ROI-I e FLEV-ROI-II).

A ROI escolhida na imagem de São Francisco apresenta três regiões diferentes, o mar, a vegetação e a área urbana. Na área urbana há ruas que podem ser consideradas

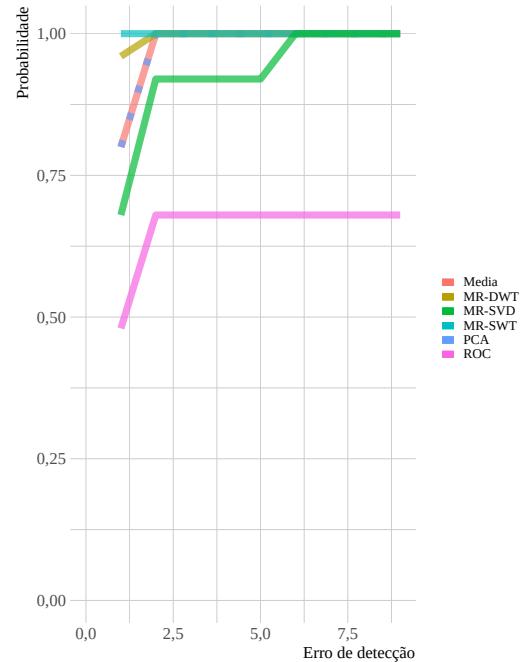


Figura 2.18: Métricas para a fusão de evidências de bordas na região FLEV-ROI-II

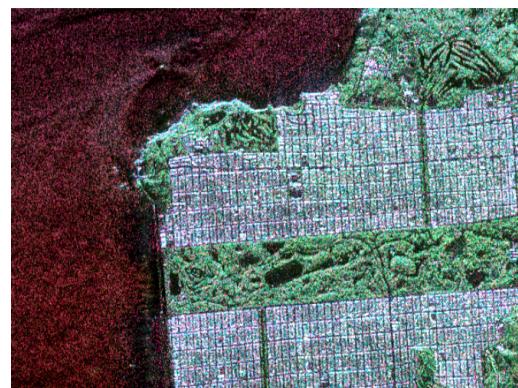
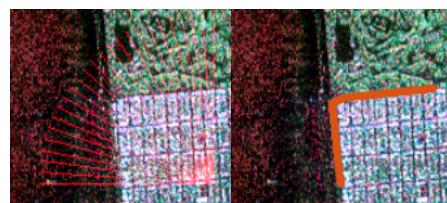


Figura 2.19: Imagem da baía de São Francisco



(a) Imagem, ROI e ra- **(b)** Ground Reference diais.

Figura 2.20: Decomposição de Pauli para imagem de São Francisco, e a Ground Reference - GR

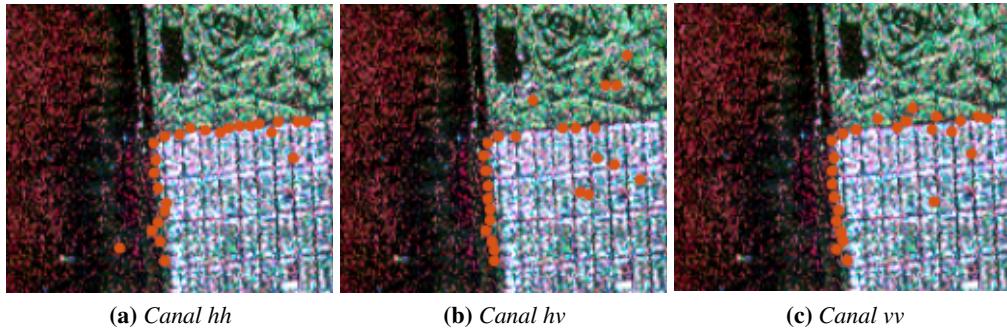


Figura 2.21: Evidências de bordas para os canais de intensidades na imagem de São Francisco

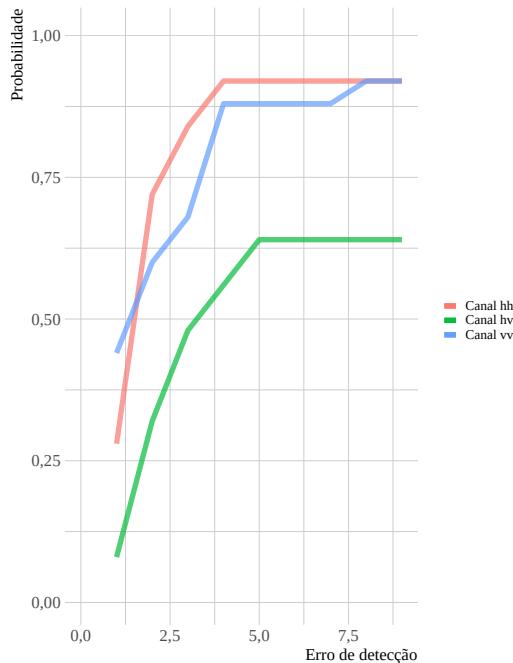


Figura 2.22: Métricas para a fusão de evidências de bordas na região SF-ROI

bordas. Desta forma, pontos considerados *outliers* tendo como referência a GT podem ser realmente bordas. Pequenas futuras devem levar este fato em consideração.

Na Tabela 2.2 é apresentado o resumo de resultados. A primeira coluna contém as imagens utilizadas para os testes numéricos. A segunda coluna mostra o canal com o melhor desempenho do método MLE na detecção de evidência de bordas correspondente a cada imagem, enquanto a terceira coluna aponta quais métodos de fusão apresentaram bom desempenho na detecção de bordas. Para decidir os melhores métodos de detecção de bordas analisamos o desempenho do erro de detecção e a baixa incidência de *outliers*.

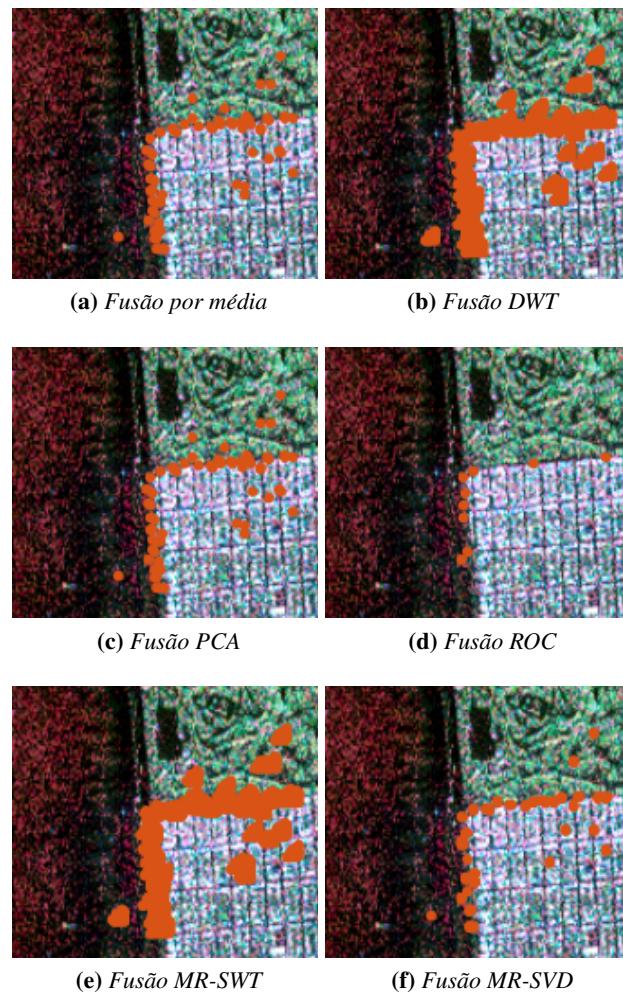


Figura 2.23: Resultado da aplicação dos método de fusão para a SF-ROI

Tabela 2.2: Resumo de resultados

Imagen	Detecção de evidências de bordas	Detecção de bordas (Fusão)
FLEV-ROI-I	hv	PCA / MR-SVD
FLEV-ROI-II	hv	PCA / MR-SVD
SF-ROI	hh	PCA / MR-SVD

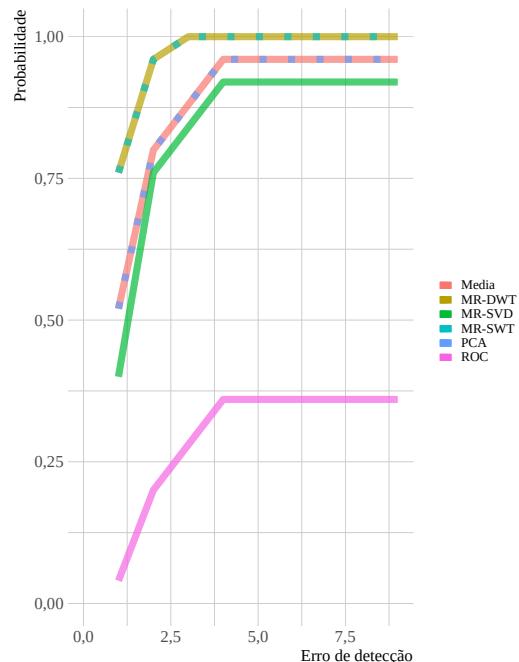


Figura 2.24: Métricas para a fusão de evidências de bordas na região SF-ROI

Referências Bibliográficas

- Anfinsen et al.(2009)** Stian Normann Anfinsen, Anthony P Doulgeris e Torbjón Eltoft. Estimation of the equivalent number of looks in polarimetric synthetic aperture radar imagery. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 47(11):3795–3809. Citado na pág. 1, 14
- Deng et al.(2017)** Xinpeng Deng, Carlos López-Martínez, Jinsong Chen e Pengpeng Han. Statistical modeling of polarimetric sar data: A survey and challenges. *Remote Sensing*, 9(4). ISSN 2072-4292. doi: 10.3390/rs9040348. URL <https://www.mdpi.com/2072-4292/9/4/348>. Citado na pág. 11
- Feng et al.(2016)** Y. Feng, M. Wen, J. Zhang, F. Ji e G. Ning. Sum of arbitrarily correlated gamma random variables with unequal parameters and its application in wireless communications. Em *2016 International Conference on Computing, Networking and Communications (ICNC)*, páginas 1–5. Citado na pág. 12
- Frery et al.(2010)** A. C. Frery, J. Jacobo-Berlles, J. Gambini e M. Mejail. Polarimetric SAR image segmentation with B-Splines and a new statistical model. *Multidimensional Systems and Signal Processing*, 21:319–342. doi: 10.1007/s11045-010-0113-4. Citado na pág. 24, 33
- Frery et al.(2011)** Alejandro C Frery, Abraao DC Nascimento e Renato J Cintra. Information theory and image understanding: An application to polarimetric SAR imagery. *Chilean Journal of Statistics*, 2(2):81–100. Citado na pág. 1, 16
- Gambini et al.(2006)** J. Gambini, M. Mejail, J. Jacobo-Berlles e A. C. Frery. Feature extraction in speckled imagery using dynamic B-spline deformable contours under the G0 model. *International Journal of Remote Sensing*, 27(22):5037–5059. doi: 10.1080/01431160600702616. Citado na pág. 16, 23
- Gomez et al.(2017)** Luis Gomez, Luis Alvarez, Luis Mazorra e Alejandro C Frery. Fully PolSAR image classification using machine learning techniques and reaction-diffusion systems. *Neurocomputing*, 255:52–60. Citado na pág. 23
- Goodman(1985)** J.W. Goodman. *Statistical Optics*. A Wiley-Interscience publication. Wiley. ISBN 9780471015024. URL <https://books.google.com.br/books?id=2VTwAAAAMAAJ>. Citado na pág. 14
- Goodman(1963)** N. R. Goodman. The distribution of the determinant of a complex Wishart distributed matrix. *Ann. Math. Statist.*, 34(1):178–180. doi: 10.1214/aoms/1177704251. URL <http://dx.doi.org/10.1214/aoms/1177704251>. Citado na pág. 14, 15

- Henningsen e Toomet(2011)** Arne Henningsen e Ott Toomet. maxlik: A package for maximum likelihood estimation in R. *Computational Statistics*, 26(3):443–458. doi: 10.1007/s00180-010-0217-1. Citado na pág. 21
- Lee et al.(1994)** J. S. Lee, K. W. Hoppel, S. A. Mango e A. R. Miller. Intensity and phase statistics of multilook polarimetric and interferometric SAR imagery. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 32(5):1017–1028. doi: 10.1109/36.312890. Citado na pág. 11, 15
- Lee e Pottier(2009)** Jong-Sen Lee e Eric Pottier. *Polarimetric radar imaging: from basics to applications*. CRC press. Citado na pág. 1, 2, 4
- Nascimento et al.(2014)** Abraão Nascimento, Michelle Horta, Alejandro Frery e Renato Cintra. Comparing edge detection methods based on stochastic entropies and distances for PolSAR imagery. *Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing*, 7(2):648–663. Citado na pág. 16, 23
- Sarabandi(1992)** K Sarabandi. Derivation of phase statistics from the mueller matrix. *Radio Science*, 27. doi: 10.1029/92RS00195. Citado na pág. 15
- Xiang et al.(2013)** Y. Xiang, S. Gubian, B. Suomela e J. Hoeng. Generalized Simulated Annealing for Global Optimization: The GenSA Package. *The R Journal*, 5(1):13–28. Citado na pág. 20, 22, 24
- Yue et al.(2020a)** D.-X. Yue, F. Xu, A. C. Frery e Y.-Q. Jin. A generalized Gaussian coherent scatterer model for correlated SAR texture. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 58(4):2947–2964. doi: 10.1109/TGRS.2019.2958125. Citado na pág. 8
- Yue et al.(2020b)** D.-X. Yue, F. Xu, A. C. Frery e Y.-Q. Jin. SAR image statistical modeling Part I: Single-pixel statistical models. *IEEE Geoscience and Remote Sensing Magazine*. doi: 10.1109/MGRS.2020.3004508. Citado na pág. 8