AULA 9

Ciência e Tecnologia do Vácuo

13/09/24

- 2024 -

Passar lista de presença

Resumo da aula anterior

- Regime Viscoso ($\lambda \ll D$)

  (a) condutância de um orifício

  mostrar slide $\boxed{C \sim 20A}$ $\frac{P_2}{P_1} < 0{,}1$

  (b) Condutância de um tubo

$$\boxed{C_{N_2} = \frac{180\, D^4 \bar{P}}{L}} \qquad \bar{P} = \frac{P_1 + P_2}{2}$$

  (c) condutância dependente do gás

$$\boxed{C = \frac{\pi\, D^4 \bar{P}}{128\, L} \frac{1}{\eta}}$$

- Regime Intermediário

$$10^{-2} \leq D\bar{P} \leq 1$$

$$\boxed{C_I' = C_m \left(0{,}0736 \frac{D}{\bar{\lambda}} + 1 \right)}$$

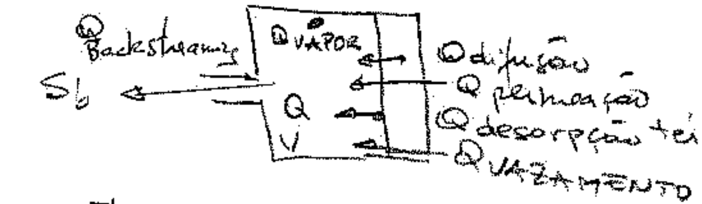
$$\bar{\lambda} = \frac{5 \times 10^{-3}}{\bar{P}\,(\text{Torr})} \quad [\text{cm}]$$

Sistemas de Vácuo

Comportamento da pressão em função do tempo

$P(t)$ { Regime Viscoso / Regime Molecular.

Variação do fluxo de massa (throughput)



Fontes de Gases

ⓐ Moleculas da atmosfera inicialmente no sistema (Q)

ⓑ Gás que penetra na câmara devido a um vazamento (Q_V)
Vazamento real (cte) ou Vazamento virtual (dependente do tempo)

ⓒ Gás proveniente da desgaseificação dos materiais do sistema (Q_D)
- Difusão ou Desorpção térmica (dependente do tempo)

ⓓ Gás ou vapor resultante da evaporação de substâncias (Q_{pv}) depende da pressão de vapor da substância (VAPORIZAÇÃO)

ⓔ Gás penetrando na câmara por permeação através das paredes ($Q_p \equiv$ cte)

ⓕ Backstreaming (Q_B)

$$Q_G = Q_V + Q_D + Q_{pv} + Q_p + Q_B \Rightarrow \boxed{Q_G = \sum_i Q_i}$$

- Todas as fontes de gases dependem de como foi projetado o sistema de vácuo e os materiais utilizados.
- A maioria dessas contribuições é constante no tempo. Por isso, Q_G é considerado constante no intervalo de tempo considerado.

Bombeamento no Regime Viscoso

Hipotese: A velocidade de bombeamento é constante no intervalo de pressões.

A velocidade de bombeamento efetiva depende da condutância do sistema

$$\boxed{S_{ef} = \frac{S_b \cdot C}{S_b + C}}$$

No regime viscoso $\quad C = \frac{\pi}{128\eta}\frac{D^4\bar{P}}{L} = E\bar{P}\,; \quad \bar{P} = \frac{P_1 + P_2}{2}$

$$S_{ef} = \frac{S_b E\bar{P}}{S_b + E\bar{P}} \Rightarrow Q = PS = \frac{P S_b E\bar{P}}{S_b + E\bar{P}}$$

$Q = P\frac{\Delta V}{\Delta t}$ mas $PV = cte$ então $P\frac{dV}{dt} + V\frac{dP}{dt} = 0$

logo $P\frac{dV}{dt} = -V\frac{dP}{dt}$

Q_G é desprezado por ser muito menor do que Q (throughput)

$$\therefore \boxed{Q = -V\frac{dP}{dt} = \frac{P S_b E\bar{P}}{S_b + E\bar{P}}} \quad (I)$$

Por outro lado

$$Q = P_b S_b = -V\frac{dP}{dt}$$

$$\therefore \boxed{P_b = \frac{-V}{S_b}\frac{dP}{dt}} \quad (II)$$

substituindo $\bar{P}$ na equação (1), temos:

$$Q = P S_b E \left(\frac{P_1+P_b}{2}\right)\left[\frac{1}{S_b+\left(\frac{P_1+P_b}{2}\right)E}\right] = -V\frac{dP}{dt}$$

substituindo (11) em (1)

$$Q = P S_b E \left(\frac{P_1 - \frac{V}{S_b}\frac{dP}{dt}}{2}\right)\left[\frac{1}{S_b+\left(\frac{P-\frac{V}{S_b}\frac{dP}{dt}}{2}\right)E}\right] = -V\frac{dP}{dt}$$

$$P S_b E\left(\frac{P-\frac{V}{S_b}\frac{dP}{dt}}{2}\right) = -V\frac{dP}{dt}\left[S_b + E\left(\frac{P-\frac{V}{S_b}\frac{dP}{dt}}{2}\right)\right]$$

Multiplicando por 2.

$$P^2 S_b E - PEV\frac{dP}{dt} = -V\frac{dP}{dt}\left[2S_b + E\left(P-\frac{V}{S_b}\frac{dP}{dt}\right)\right]$$

dividindo por S_b

$$V\frac{dP}{dt}\frac{2S_b}{S_b} - V\cancel{\frac{dP}{dt}\frac{EP}{S_b}} - V\frac{dP}{dt}\frac{E}{S_b^2}V\frac{dP}{dt} + \frac{P^2 S_b E}{S_b} - V\cancel{\frac{dP}{dt}\frac{EP}{S_b}} = 0$$

$$2V\frac{dP}{dt} - V^2\frac{E}{S_b^2}\left(\frac{dP}{dt}\right)^2 + P^2 E = 0$$

dividindo por E

$$\boxed{\frac{2V}{E}\frac{dP}{dt} - \frac{V^2}{S_b^2}\left(\frac{dP}{dt}\right)^2 + P^2 = 0}$$

escolhendo $A = \frac{2V}{E}$ $\quad B = -\frac{V^2}{S_b^2}$, temos:

$$\boxed{-B\left(\frac{dP}{dt}\right)^2 + A\left(\frac{dP}{dt}\right) + P^2 = 0}$$

Equação do segundo grau

$$ax^2+bx+c=0$$

Raízes $x = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

$$\frac{dP}{dt} = \frac{-A \overset{\text{escolhe}}{\pm} \sqrt{A^2-4BP^2}}{-2B}$$

$\dfrac{dP}{dt} < 0$ então vamos escolher a raiz positiva

$$\frac{dP}{dt} = \frac{-A+\sqrt{A^2-4BP^2}}{-2B} \qquad \int \frac{dP}{dt}\,dt = \int -\,dt$$

$$dt = \frac{-2B}{-A+\sqrt{A^2-4BP^2}}\,dP$$

usar tabela de integrais

$$t = \frac{A}{2P} + \sqrt{B}\left[\frac{((A^2/4B)+P^2)^{1/2}}{P} - \ln\left(P+\left(\frac{A^2}{4B}+P^2\right)^{1/2}\right)\right] + C$$

Condição inicial para $t = 0s$ $P = P_{inicial}$, então:

$$C = \sqrt{B}\left[\ln\left(P_i+\left(\frac{A^2}{4B}+P_i^2\right)^{1/2}\right) - \frac{\left(\frac{A^2}{4B}+P_i^2\right)^{1/2}}{P_i}\right] - \frac{A}{2P_i}$$

Resultado Final

$$\frac{t}{V} = f\,(E, P_i, P, S_b) \quad \text{substituindo}$$

$$A = \frac{2V}{E} \quad e \quad B = \frac{V^2}{S_b^{\,2}}$$

$$\frac{t}{V} = \frac{1}{E}\left[\frac{1}{P} - \frac{1}{P_i}\right] + \frac{1}{S_b}\left[\frac{\left((S_b/E)^2 + P^2\right)^{1/2}}{P} - \frac{\left((S_b/E)^2 + P_i^2\right)^{1/2}}{P_i}\right]$$

$$+ \frac{1}{S_b}\left[\ln \frac{P_i + \left(\left(\frac{S_b}{E}\right)^2 + P_i^2\right)^{1/2}}{P + \left(\left(\frac{S_b}{E}\right)^2 - P^2\right)^{1/2}}\right] \qquad \text{III}$$

→ Apresentar o gráfico dessa função para o parâmetro $\frac{D^4}{L}$

$$\boxed{\frac{D^4}{L} = \frac{128\,\eta\,E}{\pi}}$$

Considerando $\begin{cases} P_i = 760 \text{ Torr} \\ P = 7{,}6 \times 10^{-2} \text{ Torr} \end{cases}$

No regime viscoso $\therefore \boxed{D\bar{P} \geq 1}$

EXEMPLO 1

Considere uma câmara de $V = 100\,\ell$ bombeada por uma bomba de vácuo de $S_b = 2{,}0\,\ell/s$, através de um tubo de $D = 2{,}0$ cm e comprimento $L = 200$ cm. Neste caso o parâmetro geométrico é

$$\frac{D^4}{L} = \frac{2^4}{200} = \underline{8 \times 10^{-2}\, cm^3}$$

observando a função $\frac{t}{V}$ com $\frac{D^4}{L} = 8{,}0 \times 10^{-2}\, cm^3$ para $S_b = 2{,}0\,\ell/s$ $\quad \frac{t}{V} = 6\, \frac{seg}{\ell}$ então o tempo necessário para bombear $100\,\ell$ será $\boxed{t = 600\, s}$

EXEMPLO 2

Se o mesmo volume for conectado diretamente na bomba ($L = 0$m), então $\frac{D^4}{L} \to \infty$

Com isso, $\frac{t}{V} = 4{,}5\, \frac{seg}{\ell}$

Neste caso, o tempo para o escoamento de $100\,\ell$ será de $\boxed{t = 450\, s}$

EXEMPLO 3

Se a bomba de vácuo estiver conectada diretamente na câmara ($L = 0$ cm)

$$E = \frac{\pi}{128\eta} \frac{D^4}{L}$$

Para $E \to \infty$ vide equação ($\underline{III}$)

$$\frac{t}{V} = \frac{1}{S_b}[1-1] + \frac{1}{S_b}\left[\ln \frac{P_i + P_i}{P + P}\right]$$

$$\boxed{\frac{t}{V} = \frac{1}{S_b} \ln \frac{P_i}{P}}$$

Equação que rege o bombeamento no regime molecular!

$$\frac{t S_b}{V} = \ln \frac{P_i}{P}$$

$$e^{\frac{S_b}{V}t} = e^{\ln \frac{P_i}{P}} \Longrightarrow \frac{P_i}{P} = e^{\frac{S_b}{V}t}$$

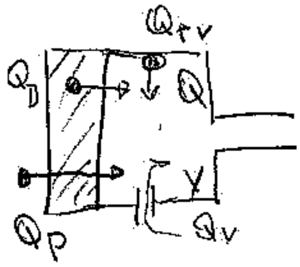
então $P = P_i e^{-\frac{S_b}{V}t}$

$$\therefore \boxed{P(t) = P_0 e^{-\frac{S_b}{V}t}}$$

Bombeamento no Regime Molecular

Comportamento da pressão em função do tempo. $P(t)$

Fontes de gases:



- Q moléculas do gás do sistema
- Q_V Vazamentos (Virtual e Real)
- Q_D Difusão e Desorpção térmica
- Q_{PV} Vaporização
- Q_P Permeação
- Q_B Backstreaming

$$\boxed{Q_G = Q_V + Q_D + Q_{PV} + Q_B + Q_P} \qquad \boxed{Q_G = \sum_i Q_i}$$

Variação do throughput

$$-V\frac{dP}{dt} = PS - \underbrace{(Q_V + Q_D + Q_{PV} + Q_P + Q_B)}_{\sum_i Q_i}$$

pressão diminuindo

$$\frac{dP}{dt} < 0 \therefore Q > 0$$

Equação geral que rege o escoamento de gases.

$$\boxed{-V\frac{dP}{dt} = PS - \sum_i Q_i}$$

Após decorrido um certo tempo, que depende do sistema, o arranjo experimental entra em equilíbrio, ou seja, $\frac{dP}{dt} \sim 0$. Neste estágio, o sistema de vácuo mantém uma pressão residual (P_{res}), então:

$$\boxed{S P_{res} - \sum_i Q_i = 0}$$

$$S P_{res} = \sum_i Q_i \Longrightarrow \boxed{P_{res} = \frac{\sum_i Q_i}{S}}$$

Compare as pressões finais atingidas pelas bancadas 1 e 2

$S = 5 \frac{m^3}{h}$ e $S = 8 \frac{m^3}{h}$

É importante ficar atento a todas as fontes de gases, principalmente com os vazamentos, materiais e projeto.

A pressão final atingida depende dessas fontes!!

- Limpeza do sistema (aquecer p/ limpar)
- Reduzir vazamentos
- Escolher materiais adequados
- As fontes de gases devem ser conhecidas

A pressão final do sistema de vácuo é o resultado da razão: $\boxed{P_{res} = \frac{\sum_i Q_i}{S}}$

Para reduzir a pressão residual é necessário reduzir as fontes de gases e/ou aumentar a velocidade de bombeamento da bomba de vácuo. Mas, nem sempre é possível!

A escolha de materiais e o tipo de vedação também é muito importante para atingir Pres baixa.

Resolução da Equação Diferencial

$$\boxed{-V\frac{dP}{dt} = PS - \sum_i Q_i}$$

Supondo que S seja constante e que o fluxo de massa seja constante ou varie lentamente.

$$-\frac{dP}{dt} = \frac{PS-Q}{V} \quad \text{onde} \quad Q = \sum_i Q_i$$

$$\frac{dP}{PS-Q} = -\frac{dt}{V} \qquad \begin{cases} u = PS - Q \\ du = S\,dP \end{cases}$$

$$\frac{du}{Su} = -\frac{dt}{V} \Rightarrow \frac{du}{u} = -\frac{S}{V}dt; \quad \text{integrando}$$

$$\int_{u_0}^{u}\frac{du}{u} = -\frac{S}{V}\int_{t_0}^{t} dt \longrightarrow \ln u \Big|_{u_0}^{u} = -\frac{S}{V}(t-t_0)$$

$$\ln\frac{u}{u_0} = -\frac{S}{V}(t-t_0) \longrightarrow e^{\ln\frac{u}{u_0}} = e^{-\frac{S}{V}(t-t_0)} \Rightarrow \frac{u}{u_0} = e^{-\frac{S}{V}(t-t_0)}$$

mas $u = PS - Q$, então: $\dfrac{PS-Q}{P_0S-Q} = e^{-\frac{S}{V}(t-t_0)}$ $\boxed{Q = P_{res}S}$ logo

$$PS - P_{res}S = (P_0S - P_{res}S)\,e^{-\frac{S}{V}(t-t_0)}$$

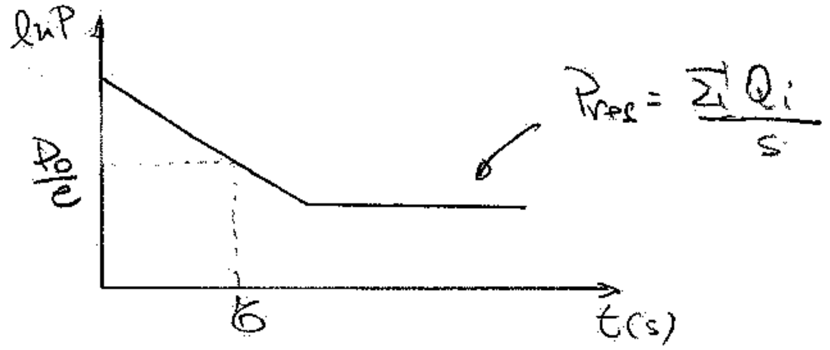
$$(P-P_{res})S = (P_0-P_{res})S\,e^{-\frac{S}{V}(t-t_0)} \Longrightarrow P - P_{res} = (P_0 - P_{res})\,e^{-\frac{S}{V}(t-t_0)}$$

Como $P_0 \gg P_{res}$, temos: $P - P_{res} = P_0\,e^{-\frac{S}{V}(t-t_0)}$

$$P = P_0\,e^{-\frac{S}{V}(t-t_0)} + P_{res} \Longrightarrow \text{Para } t_0 = 0\,s, \text{ vem:}$$

$$\boxed{P = P_0\,e^{-\frac{S}{V}t} + P_{res}}$$

GRÁFICO



$P = \frac{P_0}{e}$ $\quad \frac{P_0}{e} = P_0 e^{-\frac{S}{V}t} \longrightarrow \frac{1}{e} = e^{-\frac{S}{V}t}$

$e^{-1} = e^{-\frac{S}{V}t} \quad \ln e^{-1} = \ln e^{-\frac{S}{V}t} \longrightarrow -1 = -\frac{S}{V}t$

$t = \frac{V}{S} \Longrightarrow t = \tau = \frac{V}{S}$ é a constante de bombeamento do sistema

Constante de tempo do sistema (τ)

—/—

$Q = C\Delta P = C(P_0 - P_{res})$ → desprezível

$Q = C P_0$

$\therefore Q = \text{cte}$

Exercício

Qual o tempo para se reduzir a pressão de um sistema de vácuo por um fator 100?

Considere uma bomba mecânica de $S_b = 60\ \ell/min$ bombeando uma câmara de $D = 30\ cm$, conectada à bomba por um tubo de $L = 80\ cm$ e $D = 2{,}5\ cm$.

ⓐ Regime molecular $(DP \leq 10^{-2}\ Torr\ cm)$

$$P = P_0 e^{-\frac{S}{V}t}$$

$$\ln P = \ln P_0 - \frac{S}{V}t \Longrightarrow \boxed{t = \frac{V}{S}\ln\frac{P_0}{P}}$$ deduzido

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi\left(\frac{30}{2}\right)^3 = 14\,130\ cm^3 \Longrightarrow \boxed{V = 14{,}1\ \ell}$$

$$S_{ef} = \frac{S_b C}{S_b + C} \Longrightarrow S_b = 1\ \ell/s$$

$$C_{tubo} = \frac{12 D^3}{L} \qquad N_2,\ T = 300\,K \qquad D\ (cm),\ L\ (cm)$$

$$C_{tubo} = \frac{12(2{,}5)^3}{80} = 2{,}3\ \ell/s$$

Podemos usar a condutância do tubo?

Resposta: Sim

Lembrando Dushman

$$\frac{1}{C_{total}} = \frac{1}{C_0} + \frac{1}{C_{tubo}} \quad \begin{cases} C_0 = 9D^2 = 9(2{,}5)^2 = 56\ \ell/s \\ C_{tubo} = \dfrac{12D^3}{L} = 2{,}3\ \ell/s \end{cases}$$

Portanto $C_o >> C_{tubo}$

Então, podemos usar a condutância menor, ou seja, a de maior impedância.

$$S_{ef} = \frac{1 \times 2,3}{1 + 2,3} \simeq 0,7 \ \ell/s$$

$$t = \frac{V}{S_{ef}} \ln \frac{P_o}{P} = \frac{14}{0,7} \ln \frac{100}{1} = 93 \ s$$

ⓑ Regime Viscoso

Pressão alta

$\lambda << D \quad D\bar{P} \geq 1$ Torr cm

choque entre as moléculas.

$$C_{tubo} = \frac{180 \ D^4 \bar{P}}{L} \quad \text{para } N_2, \ T = 300 K$$

$$C_{tubo} = \frac{180 \ D^3 \overbrace{D\bar{P}}^{=1}}{L}$$

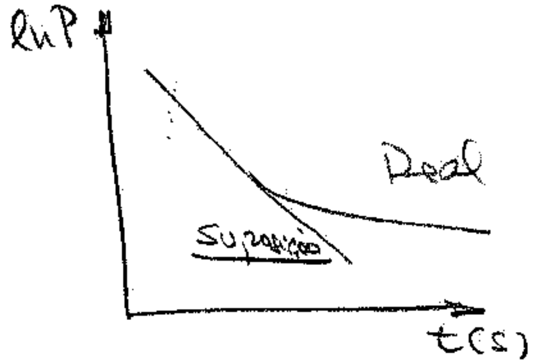
logo $$C_{viscoso} = \frac{180 \ (2,5)^3 \times 1}{80} = 35 \ \ell/s$$

$$S_{ef} = \frac{S_b C}{S_b + C} = \frac{1 \times 35}{1 + 35} \sim 0,98 \ \ell/s$$

$$S_b \sim S_{ef} \sim 1 \ \ell/s$$

No regime viscoso a perda da capacidade de bombeamento é praticamente desprezível!

$$t = \frac{V}{S} \ln \frac{P_0}{P} = \frac{14.1}{1} \ln \frac{100}{1} = 64\,s$$



Neste cálculo foi desprezado o termo $P_{res} = \frac{\sum_i Q_i}{S}$

Esta suposição é válida principalmente nos regimes viscoso e intermediário.

Vamos considerar 760 Torr ⟶ $7{,}6 \times 10^{-2}$ Torr

Para usar o gráfico do início da aula

$$\frac{D^4}{L} = \frac{(2{,}5)^4}{80} = 0{,}5$$

$V = 14{,}1\ l$ $\quad S_b = 1\ l/s$ $\quad D = 2{,}5\ cm$ $\quad L = 80\ cm$

$$\frac{t}{V} = 9\ \frac{s}{l} \quad \text{então} \quad \boxed{t = 127\,s}$$

Usando a expressão acima $t = \frac{V}{S} \ln \frac{P_0}{P}$, vem

$$t = \frac{14{,}1}{1} \ln \frac{760}{7{,}6 \times 10^{-2}} \simeq 130\ l/s$$

FATOR DE SERVIÇO

O fator de serviço é um fator empírico igual ou maior do que 1, o qual é especificado para uma dada faixa de pressão, sendo um valor multiplicativo para o escoamento calculado pelas fórmulas para as bombas mecânicas, devido à desgaseificação e outras condições reais em sistemas industriais.

FAIXA DE PRESSÃO (Torr)	FATOR DE SERVIÇO
760 - 100	1,0
100 - 10	1,25
10 - 0,5	1,5
0,5 - 0,05	2,0
0,05 - 0,0002	4,0