Ciência e Tecnologia do Vácuo

- 2024 -

30/08/24

passar lista
distribuir artigo Helcio
J. Vac. Sci. Technology 17(2) (1980) 661

Resumo da aula anterior

-Cálculo de condutâncias no regime molecular ($\lambda >> D$)

ⓐ Condutância de um orifício

$$Q = PS = P\frac{\Delta V}{\Delta t} \qquad PV = NkT$$

$$Q = kT\frac{\Delta N}{\Delta t} \qquad \boxed{Q = C\Delta P}$$

$$C = 3{,}64\left(\frac{T}{M}\right)^{1/2} A\ (\ell/s) \Rightarrow \boxed{C \propto \sqrt{\frac{T}{M}}}$$ comentar

Para N_2 $T = 293K$

$$C_{N_2} = 12A\,[\ell/s] \qquad A\,[cm^2] \quad C\,[\ell/s]$$

orifício circular $\boxed{C_{O_{N_2}} = 9D^2}$

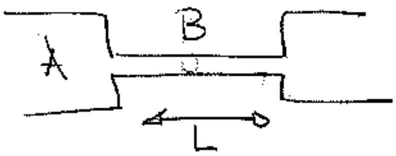
ⓑ Diafragma

$$\begin{cases} C_{ef} = 12A\left(\dfrac{A_0}{A_0 + A}\right) \\ C_{ef} = 9D^2\left(\dfrac{D_0^2}{D_0^2 + D^2}\right) \end{cases}$$

Estudo de casos

$$\begin{cases} A << A_0 & C_{ef} \sim C_A \\ A \sim A_0 & C_{ef} \to \infty \\ A = \dfrac{A_0}{2} & C_{ef} = 2C_A \end{cases}$$ efeito diafragma

(c) Condutância de um tubo (Regime molecular)



$$C = \frac{16K}{3}\sqrt{\frac{kT}{2\pi m}}\,\frac{A^2}{BL}$$

$K = 1$ p/ Tubos cilíndricos

$$\boxed{C = \frac{4}{3}\,\bar{v}\,\frac{A^2}{BL}} \qquad \boxed{C = \frac{\pi}{12}\,\bar{v}\,\frac{D^3}{L}}$$

Para N_2 num tubo cilíndrico

$$\boxed{C_{Air} = \frac{12\,D^3}{L}}$$

D (cm)
L (cm)
C (l/s)

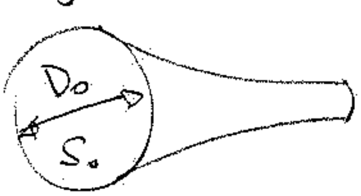
(d) condutâncias em tubos
quadrado
retangular
elíptico
triangular

Expressão geral

$$\boxed{C = K\,\frac{4}{3}\,\frac{\bar{v}}{\int_0^L \frac{B}{A^2}\,dl}}$$

Cálculo da condutância de uma Vuvuzela

Regime molecular



$$\boxed{S = S_0\, e^{-\beta x}}$$

área $\quad A = \dfrac{\pi D^2}{4} = \dfrac{\pi \cdot D_0^2 e^{-\beta x}}{4}$ $\qquad \begin{cases} D^2 = D_0^2\, e^{-\beta x} \\ D = D_0\, e^{-\frac{\beta x}{2}} \end{cases}$

Perímetro $\quad B = 2\pi R = \pi D$

$$A = \frac{\pi D^2}{4} \qquad A^2 = \frac{\pi^2 D^4}{16} \Longrightarrow \frac{B}{A^2} = \frac{\pi D}{\frac{\pi^2 D^4}{16}} = \frac{16}{\pi D^3}$$

Equação geral $\Longrightarrow$ $\boxed{C = \dfrac{4}{3} K \dfrac{\bar{v}}{\int_0^L \frac{B}{A^2}\, dl}}$

$$I = \int_0^L \frac{B}{A^2}\, dx = \int_0^L \frac{16}{\pi D^3}\, dx = \frac{16}{\pi}\int_0^L D^{-2} D^{-1}\, dx$$

substituindo D

$$I = \frac{16}{\pi}\int_0^L \left(D_0^{-2} e^{+\beta x}\right)\left(D_0^{-1} e^{+\frac{\beta x}{2}}\right) dx$$

$$I = \frac{16}{\pi D_0^3}\int_0^L e^{+\frac{3}{2}\beta x}\, dx = \frac{16}{\pi D_0^3}\,\frac{2}{3\beta}\, e^{\frac{3}{2}\beta x}\Big|_0^L =$$

$$I = \frac{32}{3\pi}\,\frac{1}{D_0^3 \beta}\left[e^{\frac{3}{2}\beta L} - e^0\right] = \frac{32}{3\pi}\,\frac{1}{D_0^3 \beta}\left[e^{\frac{3}{2}L} - 1\right]$$

Substituindo na equação geral

$$C = \frac{4}{3} K \bar{v}\left[\frac{3\pi D_0^3 \beta}{32}\left\{e^{+\frac{3L}{2}} - 1\right\}^{-1}\right]$$

$$\therefore \boxed{C = \frac{K \bar{v} D_0^3 \beta}{8}\left[e^{\frac{3L}{2}} - 1\right]^{-1}}$$

Para $\beta \to 0$

$$C = \lim_{\beta \to 0} \frac{K \bar{v} \pi \beta D_0^3}{8} \left[e^{\frac{3\beta L}{2}} - 1 \right]^{-1}$$

$$C = \lim_{\beta \to 0} \frac{K \bar{v} \pi D_0^3}{8} \left[\frac{\beta}{e^{\frac{3\beta L}{2}} - 1} \right]$$

usando a regra de L'Hopital

$$C = \lim_{\beta \to 0} \frac{K \bar{v} \pi D_0^3}{8} \left[\frac{1}{\frac{3}{2} L e^{\frac{3}{2}\beta L}} \right] = \frac{K \bar{v} \pi D_0^3}{12 L}$$

Para um tubo cilíndrico $K = 1$, então

$$\boxed{C = \frac{\bar{v} \pi D_0^3}{12 L}}$$

Expressão de um tubo cilíndrico

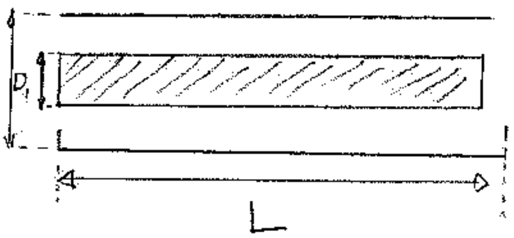
Como $\bar{v} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}$ p/ $T = 20°C$ $T = 293\,K$

$$\bar{v} = 14550 \left(\frac{T}{M} \right)^{1/2} \frac{cm}{s} = 14550 \left(\frac{293}{28} \right)^{1/2} \frac{cm}{s} = 47070 \frac{cm}{s}$$

então, $C = \frac{\pi}{12} (47070) \frac{D_0^3}{L}$ $\left[\frac{cm^3}{s} \right]$

$$\therefore \boxed{C = \frac{12{,}3\, D_0^3}{L}} \quad [\ell/s]$$

Condutância de um tubo anular (3)



Regime molecular

hipotese de Knudsen

$$P_{\text{transmissão}} \propto \frac{A}{BL}$$

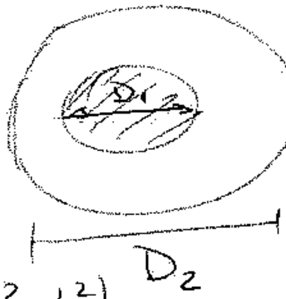
$$\boxed{C = \frac{4}{3} k \frac{\bar{v}}{\int_0^L \frac{B\,dl}{A^2}}}$$ Expressão geral

Para uma seção reta constante $$\boxed{C = \frac{4}{3} k \bar{v} \frac{A^2}{BL}}$$

Superfície de um tubo anular

$$\begin{cases} BL = \pi D_1 L + \pi D_2 L = \pi L (D_1 + D_2) \\ A = \frac{\pi}{4}(D_2^2 - D_1^2) \end{cases}$$

$$C = \frac{4}{3} k \bar{v} \frac{A^2}{BL} = \frac{4}{3} k \bar{v} \frac{\pi^2}{16} \frac{(D_2^2 - D_1^2)^2}{\pi L (D_1 + D_2)}$$



lembrando que $(a+b)(a-b) = a^2 - ab + ab - b^2 = (a^2 - b^2)$,

vem:

$$C = \frac{k \bar{v} \pi}{12 L} \frac{[(D_1 + D_2)(D_2 - D_1)]^2}{(D_1 + D_2)}$$

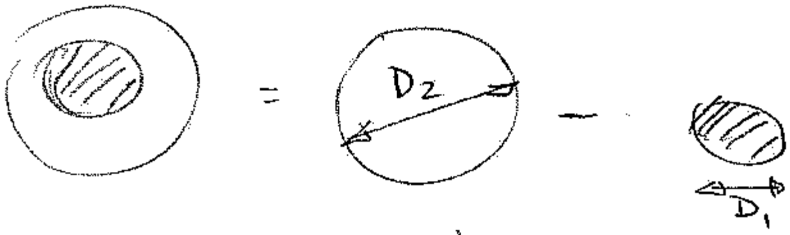
Para $T = 20°C$; N_2 e $\bar{v} = 47070$ cm/s

$$\boxed{C \approx \frac{12K}{L} (D_2 - D_1)^2 (D_1 + D_2)} \; [l/s]$$

equação I

Maneira alternativa de fazer o cálculo

H. Oursic J. Vac. Sci Tech 17(2) (1980) 661



Considerando a condutância de um duto cilíndrico

$$C = \frac{12 D^3}{L}, \text{ então:}$$

$$C_T = \frac{12 D_2^3}{L} - \frac{12 D_1^3}{L} = \frac{12}{L}(D_2^3 - D_1^3) \cdot H \quad (\text{II})$$

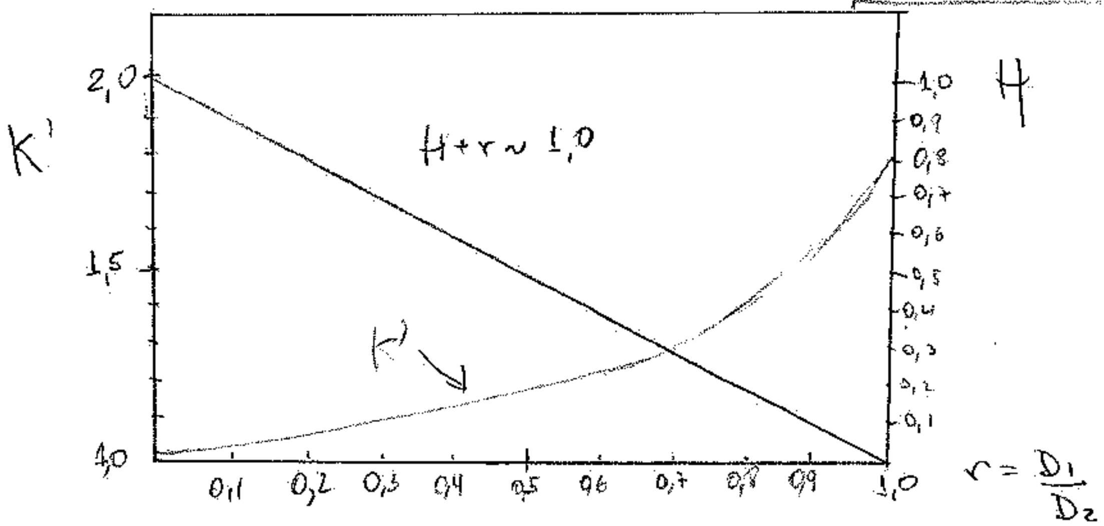
Como equação (I) deve ser igual à equação (II), então

$$H = (1 - r^2)(1 + r + r^2)^{-1} K' \qquad \text{onde } r = D_1/D_2$$

Como $H + r \sim 1{,}0$ então $\boxed{H = 1 - \frac{D_1}{D_2}}$

$$\therefore \boxed{C = \frac{12}{L}(D_2^3 - D_1^3)\left(1 - \frac{D_1}{D_2}\right)}$$

Equação mais prática por ser resultante de uma subtração e usa um fator de multiplicação simples $\boxed{H = 1{,}0 - \frac{D_1}{D_2}}$



Lista 2. Ex 15

Calcular a condutância para T = -196°C

$C \propto \sqrt{\frac{T}{M}}$ $\quad T_{N_2}$ líquido ~ $-196°C = 77K$

$$\frac{C_1}{C_2} \propto \sqrt{\frac{T_1}{T_2}} \longrightarrow \frac{C_1}{C_2} \sim \sqrt{\frac{77}{293}} \qquad \boxed{\frac{C_{77K}}{C_{293K}} \sim 0,5}$$

Lista 2 - Ex 11

Qual a velocidade de bombeamento de uma bomba difusora de 4"?

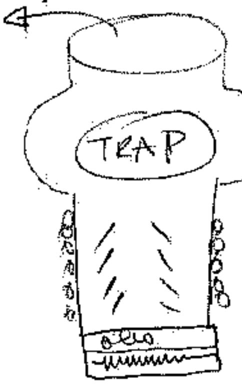
$$S_{BD} \sim 50\% \; C_{orifício} = 50\% \; 9D^2 \sim 4,5\,D^2$$

4" ~ 10 cm logo $\boxed{S = 450 \; \ell/s}$

Exercício: Bomba difusora

(a) Qual a velocidade de bombeamento efetiva (S_{ef}) ao se colocar uma armadilha de N_2 com condutância da mesma ordem de grandeza da S_{BD}?

$S_{ef} = ?$



$C_{TRAP} \cong 450 \; \ell/s$

$$\boxed{S_{ef} = \frac{S_b \, C}{S_b + C}}$$

Esta equação só é válida quando o throughput (Q) for constante!

$$S_{ef} = \frac{450\,(450)}{450+450} = 225 \; \ell/s$$

A velocidade de bombeamento cai pela metade

(b) Se for adicionado N_2 líquido ($T = 77\,K$), então:

$$\underset{T = 300\,K}{C_{TRAP}} \simeq 450\ \ell/s \implies \underset{77K}{C_{TRAP}} \simeq 0{,}5 \times 450 = 230\ \ell/s$$

Neste caso, temos:

$$S_{ef} = \frac{450 \times 230}{230 + 450} = 150\ \ell/s$$

Redução para 1/3 do valor inicial

$$\begin{cases} S_{inicial} = 450\ \ell/s \\ S_{ef}\ (300\,K) = 225\ \ell/s \\ S_{ef}\ (77\,K) = 150\ \ell/s \end{cases}$$

Ao se colocar N_2 líquido na armadilha, a velocidade de bombeamento cai de 225 l/s para 150 l/s, mas a pressão do sistema diminui!!

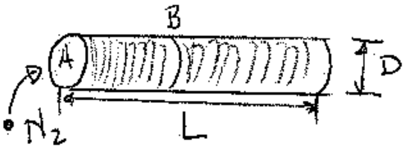
A armadilha de N_2 líquido aprisiona vapor de água e moléculas do ar e evita o "backstreaming".

A armadilha de N_2 líquido funciona como uma outra bomba de vácuo

bomba criogênica

lista 2. Ex 17.

S. Dushman propôs que a condutância de um tubo pode ser descrita como a associação em série de um orifício com um tubo. Obtenha a expressão para a condutância neste caso. Considere N_2 a $T = 300K$ no regime molecular.



Primeiro a molécula de N_2 deve encontrar a abertura e depois atravessar o tubo.

$$P_{trans} \propto A \quad e \quad P_{trans} \propto \frac{1}{BL}$$

$$Z_{total} = Z_{orifício} + Z_{tubo}$$

$$\frac{1}{C_T} = \frac{1}{C_0} + \frac{1}{C_{tubo}} \qquad \begin{cases} C_0 = 9D^2 \\ C_{tubo} = \dfrac{12D^3}{L} \end{cases}$$

então $$\frac{1}{C_T} = \frac{1}{9D^2} + \frac{1}{\frac{12D^3}{L}} = \frac{\frac{12D^3}{L} + 9D^2}{9D^2\left(\frac{12D^3}{L}\right)}$$

$$C_T = \frac{9D^2\left(\frac{12D^3}{L}\right)}{\frac{12D^3}{L} + 9D^2} = \frac{12D^3}{L}\left(\frac{9D^2}{\frac{12D^3}{L} + 9D^2}\right)$$ dividindo e multiplicando por $3D^2$.

$$C_T = \frac{12D^3}{L}\,\cancel{\frac{3D^2}{3D^2}}\left(\frac{9\cancel{D^2}}{\frac{12D^{\cancel{3}}}{L} + 9\cancel{D^2}}\right) = \frac{12D^3}{L}\left(\frac{3}{\frac{4D}{L} + 3}\right)$$

$$C_T = \frac{12D^3}{L}\left[\frac{3 + \frac{4D}{L}}{3}\right]^{-1}$$

$$\boxed{C_{TOTAL} = C_{TUBO}\left(1 + \frac{4D}{3L}\right)^{-1}}$$

Estudo de casos:

- Para $L >> D$

$$\boxed{C_{TOTAL} = C_{TUBO}}$$

- Para $L << D$

$$C_{TOTAL} \cong C_{TUBO} \frac{3L}{4D} = \frac{12D^3}{L} \frac{3L}{4D} = 9D^2 \equiv \boxed{C_{orifício}}$$

Reescrevendo em relação à condutância do orifício.

αC_o onde α é uma proporção.

$$\alpha C_o = C_{TOTAL} = \frac{12D^3}{L}\left(1 + \frac{4}{3}\frac{D}{L}\right)^{-1}$$

então $$\alpha = \frac{12D^3}{L}\left(1+\frac{4}{3}\frac{D}{L}\right)^{-1}\frac{1}{C_o} = \frac{12D^3}{L}\left(1+\frac{4}{3}\frac{D}{L}\right)^{-1}\frac{1}{9D^2}$$

$$\alpha = \frac{4D}{3L}\left(\frac{1}{1+\frac{4D}{3L}}\right) = \frac{4D}{\cancel{3L}}\left(\frac{\cancel{3L}}{3L+4D}\right) = \frac{4D}{3L+4D}$$

$$\alpha = \frac{1}{1+\frac{3L}{4D}}$$

Estudo de casos

(a) $L >> D$ $\qquad \alpha = \frac{4D}{3L}$

(b) $L << D$ $\qquad \alpha = 1$