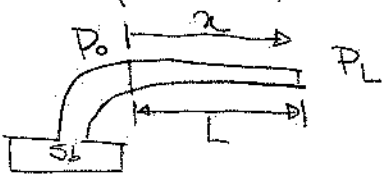


passar lista

Resumo da aula anterior

Perfil da pressão ao longo do tubo



$$P_x = P_0 + \frac{q}{2c} B \left[ \frac{x}{c} - \frac{x^2}{2Lc} \right]$$

$$P_L - P_0 = \frac{q}{2c} BL$$

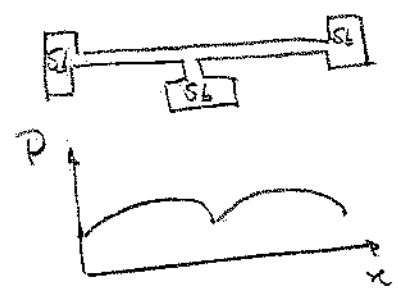
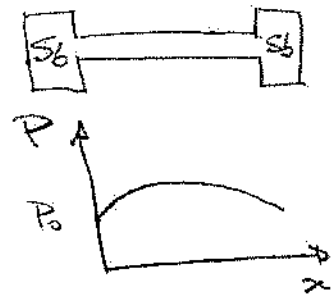
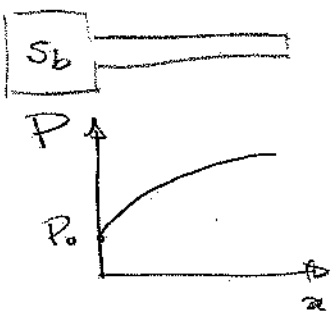
NÃO DEPENDE DA PRESSÃO

$$P_0 = \frac{q}{2c} BL$$

Condição de contorno

$$\frac{dP}{dx} \Big|_{x=L} = 0$$

$$x=0 \rightarrow P_L = P_0$$



# Estudo de vazamentos

{ Vazamento Real  
{ Vazamento Virtual

Regime viscoso

$$S_{ef} = \frac{S_b C_{viscoso}}{S_b + C_{viscoso}}$$

$$\Rightarrow \boxed{S_{ef} \sim S_b}$$

Regime molecular

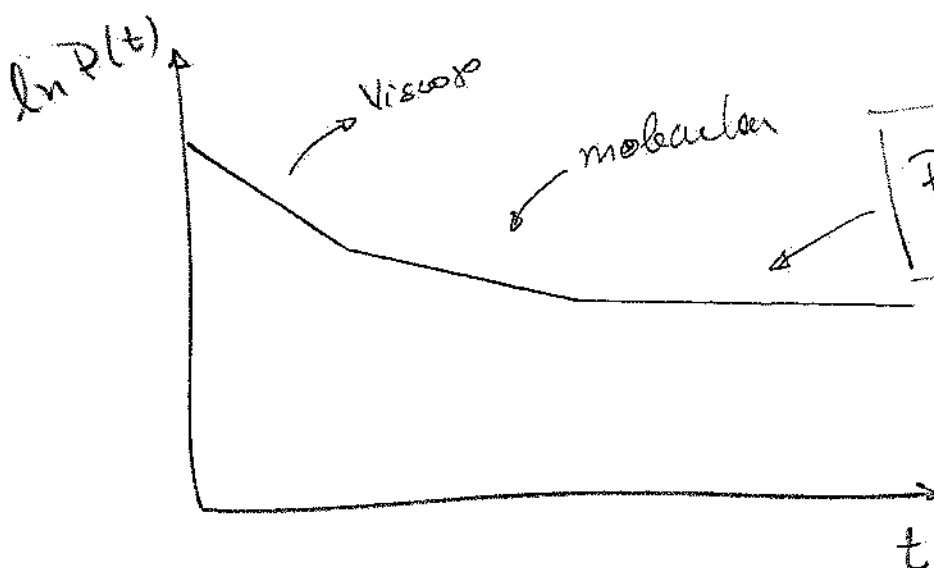
$$\boxed{S_{ef} = \frac{S_b C_{molecular}}{S_b + C_{molecular}}}$$

Valor depende  
da condutância

Constante de decaimento

$$\boxed{\delta = 1/S}$$

depende de S, logo:



## Vazamento real

(2)



$$Q_v = CAP = C_v (P_{ext} - P_{int})$$

$P_{ext} \gg P_{int}$

$$P_{res} = \frac{\sum Q_i}{S}$$

$$P_{res} = \frac{Q_v}{S} = \frac{C_v P_{ext}}{S} \quad \text{mas } P_{ext} \sim P_{atm}$$

então 
$$P_{res} = \frac{C_v P_{atm}}{S}$$

## Vazamento virtual



CAVIDADE + ORIFÍLIO PEQUENO  $\equiv$  VAZAMENTO VIRTUAL

$$C_{vr} \ll S_b$$

equação geral

$$-V \frac{dP}{dt} = P S - \sum Q_i$$

Analogamente, podemos escrever

$$-V \frac{dP_c}{dt} = Q_{vr}$$

$$Q_{vr} = C_{vr} (P_c - P_{int})$$

$P_c \gg P_{int}$ , logo:

$$Q_{vr} = C_{vr} P_c$$

então,

$$-V_c \frac{dP_c}{dt} = C_{vr} P_c$$

Equação diferencial

$$\frac{dP_c}{dt} = - \frac{C_{vv}}{V_c} P_c$$

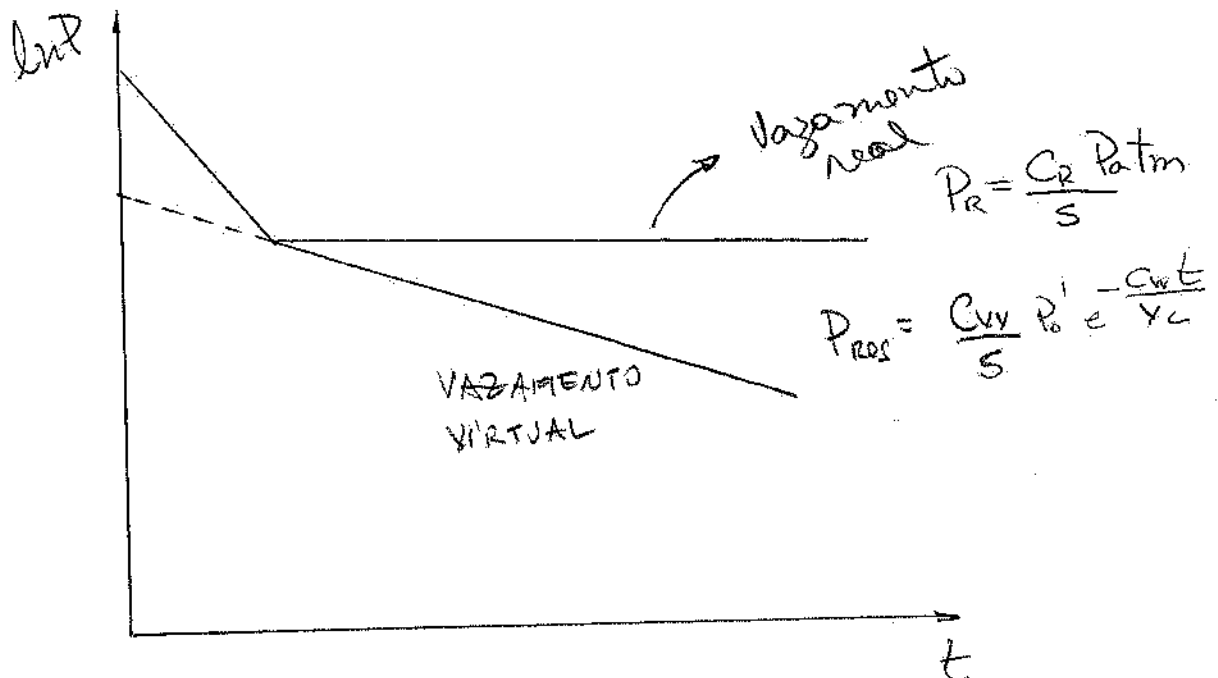
Solução  $P_c = P_0' e^{-\frac{C_{vv}}{V_c} t}$

A pressão residual será  $P_{res} = \frac{Q_{vv}}{S}$ , então

$$P_{res} = \frac{C_{vv} P_c}{S} \Rightarrow P_{res} = \frac{C_{vv}}{S} P_0' e^{-\frac{C_{vv}}{V_c} t}$$

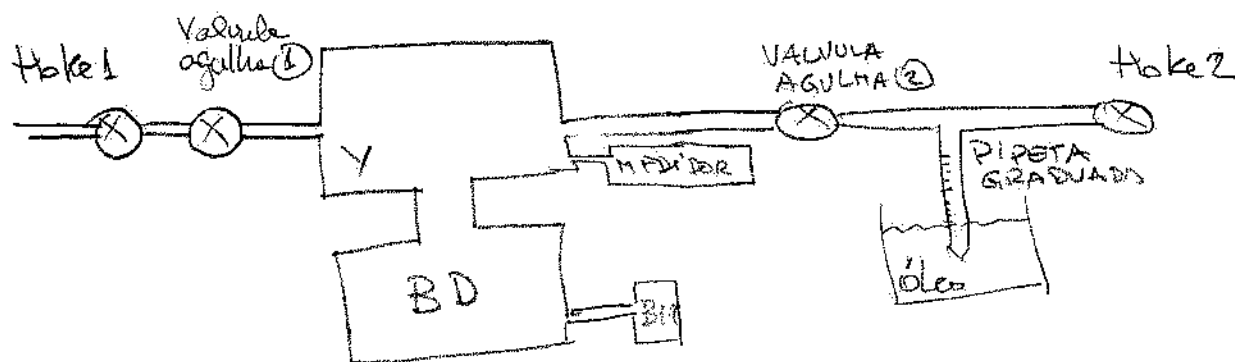
$\frac{C_{vv} P_0'}{S}$  é constante  $P_0' \sim P_{atm}$

Mostren Slide



# Sistema para o Estudo de Vazamentos

(3)



## ① Medida da pressão em função do tempo $P(t)$

- Bombeamento até  $10^{-6}$  Torr
- Todas as válvulas fechadas.
- Abindo-se a válvula agulha ①, a pressão pode ser ajustada até  $10^{-3}$  Torr. A válvula Hoke 1 deve estar aberta.
- Fechando-se a válvula agulha ① pode-se medir a pressão em função do tempo  $P(t)$ .

## ② Simulando um vazamento real

- Bombeamento até  $10^{-6}$  Torr
- Através da válvula agulha ①, eleva-se a pressão até  $10^{-5}$  Torr
- Com a válvula agulha ② aberta, a pressão pode atingir um valor de pressão muito alta ( $P \sim 10^{-3}$  Torr)
- Fechando-se a válvula agulha ② pode-se medir  $P(t)$  com a válvula Hoke ① aberta. Neste caso, estamos simulando um vazamento real.

## ③ Simulando um vazamento virtual

Nas mesmas condições do item anterior, com a válvula Hoke ② FECHADA estamos simulando um vazamento VIRTUAL

# Parâmetros do Sistema

MOstrar SLIDE

{ Sistema sem vazamento  
Vazamento real  
Vazamento virtual

② Bombearmento até  $P = 10^{-6}$  Torr

Com a válvula agulha ① a pressão é elevada até  $10^{-5}$  Torr

Com a válvula agulha ② a pressão é elevada até  $8 \times 10^{-4}$  Torr

Fechando-se a válvula agulha ② foi medida a pressão em função do tempo  $P(t)$

Com a válvula Hoke ① aberta simulamos vazamento REAL

Com a válvula Hoke ② fechada temos vazamento VIRTUAL

Ref. Apostila Helcio Onuxi e Luiz Marcos Fagundes.

① VAZAMENTO REAL (VIDE GRÁFICO)

$$P_{res} = \frac{C_R P_{atm}}{S}$$

$$C_R = \frac{P_{res} \times S}{P_{atm}}$$

$$C_R = \frac{10^{-5} (s)}{700}$$

sendo  $S = 50 \text{ l/s}$  (vide gráfico)

$$C_R = \frac{10^{-5} (50)}{700} \Rightarrow C_R = 7 \times 10^{-7} \text{ l/s}$$

Mas,  $C_0 = 9D^2$

$$D^2 = \frac{7 \times 10^{-7}}{9}$$

$$\therefore D \approx 2,8 \times 10^{-4} \text{ cm}$$

ou  $2,8 \mu\text{m}$

## ② VAZAMENTO VIRTUAL

Simula-se fechando a válvula H<sub>2</sub>O ①.

$S = 50 \text{ l/s}$  (valor medido)

$$P_{res} = \frac{C_{vx} P_0'}{S} e^{-\frac{C_{vx}}{V_c} t}$$

Podemos estimar o valor da cte  $\frac{C_{vx} P_0'}{S}$  diretamente do gráfico

$$\frac{C_{vx} P_0'}{S} = 10^{-5}$$

$$C_{vx} = \frac{50 \times 10^{-5}}{700} \Rightarrow \boxed{C_{vx} = 7 \times 10^{-7} \text{ l/s}}$$

$$P_{res} = \frac{C_{vx} P_0'}{S} e^{-\frac{C_{vx}}{V_c} t} \Rightarrow P_{res} = P' e^{-\frac{C_{vx}}{V_c} t}$$

$$P' = \frac{C_{vx} P_0'}{S} = 10^{-5} \text{ Torr (leitura do gráfico)}$$

$$P_{res} = 7 \times 10^{-6} \text{ Torr em } 1000 \text{ s (17 minutos)}$$

$$\ln \frac{P_{res}}{P'} = \ln e^{-\frac{C_{vx}}{V_c} t} \Rightarrow \ln \frac{P_{res}}{P'} = -\frac{C_{vx}}{V_c} t$$

$$\ln \frac{P'}{P_{res}} = \frac{C_{vx}}{V_c} t \Rightarrow V_c = \frac{C_{vx} t}{\ln \frac{P'}{P_{res}}}$$

$$V_c = \frac{7 \times 10^{-7} (1000)}{\ln \frac{10^{-5}}{7 \times 10^{-6}}} = 2 \times 10^{-3} \text{ l}$$

$$\therefore \boxed{V_c = 2 \text{ ml}}$$



## Exercício: Vazamento Virtual

(5)

@ Qual o tempo para esse sistema atingir a pressão em vazamento de  $P = 2 \times 10^{-6}$  Torr?

$$P = P_0' e^{-\frac{C_{vr}}{V_c} t}$$

$$\ln \frac{P}{P_0'} = -\frac{C_{vr}}{V_c} t \implies \text{invertendo } \ln \frac{P_0'}{P} = \frac{C_{vr}}{V_c} t$$

$$\therefore \boxed{t = \frac{V_c}{C_{vr}} \ln \frac{P_0'}{P}}$$

Substituindo os valores

$$t = \frac{2 \times 10^{-3}}{7 \times 10^{-7}} \ln \frac{10^{-5}}{2 \times 10^{-6}}$$

$$\boxed{t = 4598 \text{ s}}$$

$$\implies t \sim 1,3 \text{ horas}$$

ⓑ Qual o diâmetro da abertura equivalente?

$$C_0 = 9D^2 \quad D^2 = \frac{7 \times 10^{-7}}{9}$$

$$D = 3 \times 10^{-4} \text{ cm}$$

$$D \sim 3 \mu\text{m}$$

OBS. Os vazamentos virtuais não são fáceis de serem detectados por estarem no interior das câmaras de vácuo e acarretam uma queda de pressão muito lenta.

Deve-se sempre ter muito cuidado para se evitar a formação de cavidades internas conectadas ao sistema através de grandes impedâncias.

## Exercício 2: Vazamento Virtual

- ② Suponha  $V_c = 10^{-5} \text{ l}$  conectado a um capilar de diâmetro  $D = 10^{-4} \text{ cm}$  ( $1 \mu\text{m}$ ) e comprimento  $L = 2 \text{ cm}$

Qual o tempo necessário para a pressão cair por um fator 10 no regime molecular?

$$P = P_0' e^{-\frac{C_{vx}}{V_c} t} \quad \left| \quad t = \frac{V_c}{C_{vx}} \ln \frac{P_0'}{P} \right|$$

$$C_{vx} = \frac{12 D^3}{L} = 6 \times 10^{-12} \text{ l/s}$$

$$V_c = 10^{-5} \text{ l} \quad \text{então} \quad t = \frac{10^{-5}}{6 \times 10^{-12}} \ln 10 \Rightarrow \boxed{t = 44 \text{ dias}}$$

- ③ Na pressão atmosférica, qual o número de moléculas nessa cavidade a  $T = 300 \text{ K}$ ?

$$P V = N k T \quad N_v = \frac{P V}{k T} \quad V_c = \frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{4}{3} \frac{\pi D^3}{8} = \frac{\pi D^3}{6}$$

$$\begin{cases} k = 10^{-22} \frac{\text{Torr l}}{\text{K}} \\ k = 10^{-19} \frac{\text{Torr cm}^3}{\text{K}} \end{cases} \quad N_v = \frac{700 \text{ Torr} (10^{-5})^3}{10^{-22} 300} \Rightarrow N_v = 2 \times 10^{17} \text{ moléculas}$$

- ④ Qual a área equivalente que teria esse número de moléculas em uma monocamada?  $\sigma_{N_2} = 3,7 \times 10^{-8} \text{ cm}$

Área ocupada por uma molécula  $A = \frac{\pi \sigma^2}{4}$

Monocamada  $\frac{\text{n}^\circ \text{ de partículas}}{\text{cm}^2} = \frac{1}{A} = \frac{4}{\pi \sigma^2} \sim 10^{15} \text{ moléculas/cm}^2$

A área total equivalente para ter  $2 \times 10^{17}$  moléculas seria então uma área de  $200 \text{ cm}^2$

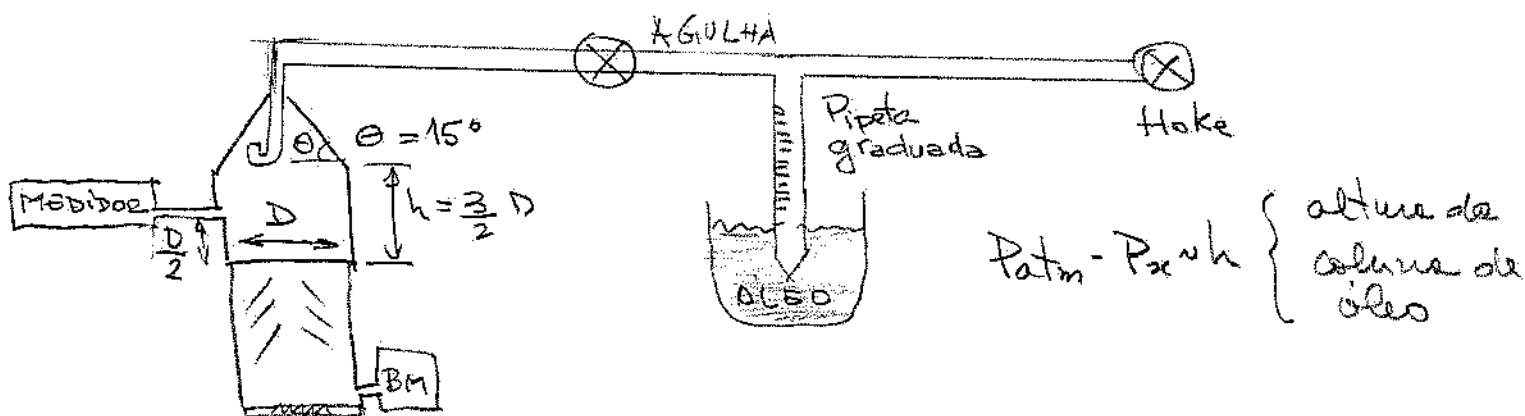
ou seja uma placa de  $(20 \times 10) \text{ cm}^2$  !!

# Método da Pipeta

(6)

Método utilizado para a medição da viscosidade de bombamentos e condutâncias.

Norma internacional



Fluxo de massa ou throughput é constante ao longo do sistema.  $[Q = PS]$

$$Q = P_s S = P_x \frac{\Delta V}{\Delta t}$$

$$P_{atm} - P_x = h$$

$$P_{atm} \sim 760 \text{ Torr (em São Paulo)}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho_{Hg} = 13,6 \text{ g/cm}^3 \\ \rho_{oleo} = 0,84 \text{ g/cm}^3 \end{array} \right.$$

$$2 \text{ cm oleo} \sim 0,1 \text{ cm de Hg}$$

$$\rho_{oleo} \times h_{oleo} = \rho_{Hg} \times h_{Hg}$$

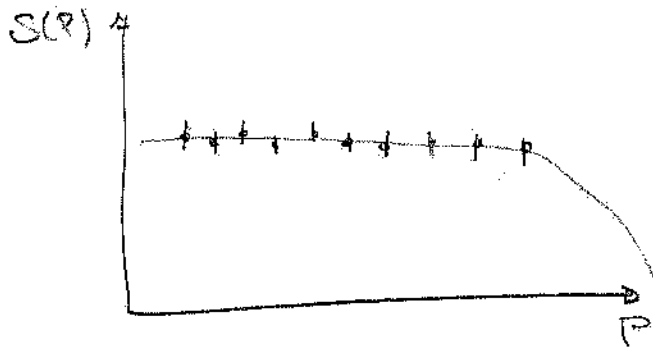
$$\frac{\rho_{Hg}}{\rho_{oleo}} \sim 20$$

$$\text{então } h_{Hg} \sim 0,1 \text{ cm ou } 1 \text{ mm Hg}$$

$$P_{ATM} = 11,25 \text{ m de oleo}$$

$$Q = P_s S = P_{atm} \frac{\Delta V}{\Delta t} \quad Q = \text{cte}$$

Velocidade de bombeamento  $S(P)$



$$S_b = \frac{P_{atm}}{P_s} \frac{\Delta V}{\Delta t}$$

Mas,  $P_{res} = \frac{Q_G}{S} \quad \therefore \quad Q_G = P_{res} S$

então  $Q = P_s S = P_{atm} \frac{\Delta V}{\Delta t} + P_{res} S$

$$S(P_s - P_{res}) = P_{atm} \frac{\Delta V}{\Delta t}$$

$$\therefore \quad S = \frac{P_{atm}}{(P_s - P_{res})} \frac{\Delta V}{\Delta t}$$

No laboratório deve-se medir  $P_{res}$  com todas as válvulas fechadas antes e depois das medidas!

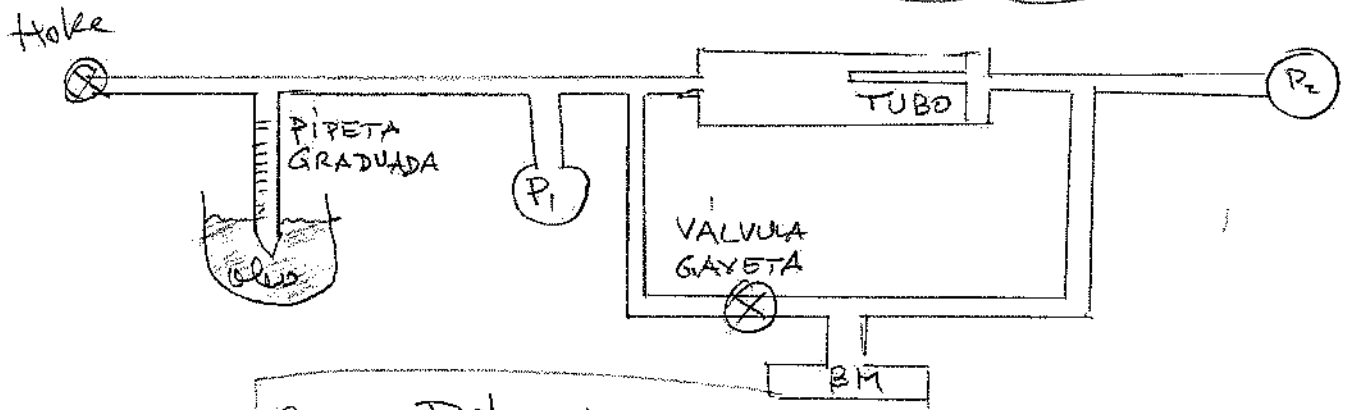
# Medidas da Condutância

7

## Método da Pipeta

$$C_{AB} = \frac{I}{Z_{AB}} = \frac{Q}{P_A - P_B}$$

$$C_{exp} = \frac{PS}{P_A - P_B}$$



$$C_{exp} = P_{atm} \frac{\Delta V}{\Delta t} \frac{1}{P_1 - P_2}$$

$$P_1 \text{ res} \neq P_2 \text{ res}$$

a) O que significa a condutância

$$Q = C \Delta P = C (P_{atm} - P_c) \overset{\text{pequeno}}{=} \frac{\Delta X}{\Delta t} P_c$$

$$Q = C P_{atm} = \frac{\Delta X}{\Delta t} P_c$$

$$C = \frac{\Delta X}{\Delta t} \frac{P_c}{P_{atm}}$$

mas  $P_c \sim P_{atm}$

então

$$C \sim \frac{\Delta X}{\Delta t}$$

⑥ Por que o método funciona?

$$\frac{\Delta V}{\Delta t} \approx \frac{10^{-3} \text{ l}}{700 \text{ Torr s}} \approx 10^{-6} \text{ l/s}$$

$$10^{-6} \text{ l/s} \sim 10^{-3} \frac{\text{ml}}{\text{s}} \sim 10^{-3} \text{ ml} \times \frac{60}{\text{min}}$$

$$\frac{\Delta V}{\Delta t} \sim 0,1 \text{ ml/min}$$

quantidade mensurável

A válvula agulha estrangula o sistema!

Condutâncias

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Regime viscoso} \quad C_{N_2} = \frac{180 D^4 \bar{P}}{L} \\ \text{Regime molecular} \quad C_{N_2} = \frac{12 D^3}{L} \end{array} \right.$$

Intermediária

$$C_{int} = C_v + \alpha C_m$$

$$C_{int} = C_m \left( \frac{0,074 D}{\bar{\lambda}} + 1 \right)$$

$$\alpha = \frac{1 + \frac{1,25 D}{\bar{\lambda}}}{1 + \frac{1,55 D}{\bar{\lambda}}}$$

$$\bar{\lambda} = \frac{5 \times 10^{-3}}{P(\text{Torr})} \quad [\text{cm}]$$

# Lista 2 - Ex. 13

8

Determine a expressão da condutância de um orifício para temperaturas diferentes

$P_1$	$P_2$
$T_1$	$T_2$

$$T_1 \neq T_2$$

$$Q = \frac{P \Delta V}{\Delta t} = kT \frac{\Delta N}{\Delta t}$$

$$v = \frac{n^{\circ} \text{ de moléculas}}{\text{área} \times \text{tempo}} = v = \frac{1}{4} n \bar{v}$$

$$\frac{\Delta N}{\Delta t} = v A \quad \therefore \quad Q = kT v A = kT \frac{1}{4} n \bar{v} A \quad \left\{ \begin{array}{l} \bar{v} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}} \\ n = \frac{P}{kT} \end{array} \right.$$

$$Q_T = Q_1 - Q_2$$

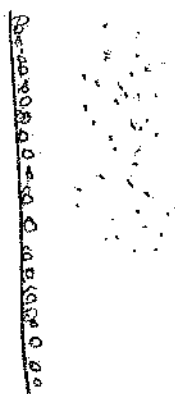
$$Q_T = \sqrt{\frac{k}{2\pi m}} A \left( \sqrt{T_1} P_1 - \sqrt{T_2} P_2 \right)$$

$$Q_T = C \Delta P \implies Q = C (P_1 - P_2)$$

$$C = A \sqrt{\frac{k}{2\pi m}} \left( \frac{\sqrt{T_1} P_1 - \sqrt{T_2} P_2}{P_1 - P_2} \right)$$

$P_{\text{VAPOR}}$

$T_{\text{pared}}$



$P_{\text{sistema}}$

$T_{\text{sistema}}$

É possível estimar o bombeamento de superfícies frias

$\implies$  Envolve a probabilidade de adesão

