

-2024-

23/08/24

passar a lista

Resumo da aula anterior

Teoria Cinética dos Gases

• Número de Avogadro $N_A = 6,02 \times 10^{23}$

Todos os gases contêm o mesmo número de moléculas ou átomos quando ocupam um mesmo volume nas mesmas condições de temperatura e pressão (CNTP)

• Número de moles $n = N/N_A$

• Equação de gases ideais

$$PV = nRT \Rightarrow PV = \frac{N}{N_A} RT \Rightarrow \boxed{PV = NkT}$$

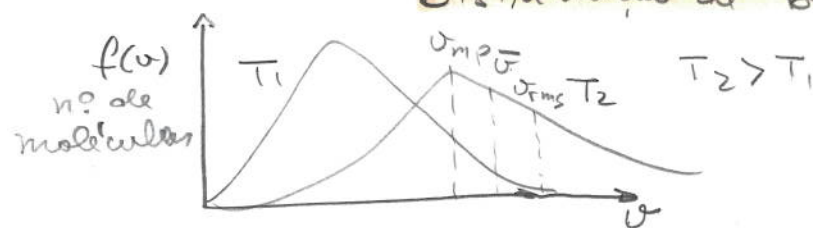
$k = \frac{R_0}{N_A}$ é a cte de Boltzmann

• Livre caminho médio

$$\lambda = \frac{V}{4\pi\sqrt{2}r^2N} \rightarrow \lambda = \frac{kT}{P4\pi\sqrt{2}r}$$

$$\begin{aligned} N_2 T &= 300K \\ \lambda &= \frac{5 \times 10^{-3} \text{ (cm)}}{P \text{ (Torr)}} \end{aligned}$$

Distribuição de Boltzmann



$$v_{mp} = \sqrt{\frac{2kT}{m}}$$

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}$$

$$v_{rms} = \sqrt{\bar{v}^2} = \sqrt{\frac{3kT}{m}}$$

Fluxo de moléculas

$$\gamma = \frac{1}{4} n \bar{v}$$

$$\gamma = \frac{\text{nº de moléculas incidentes}}{\text{area tempo}}$$

$$\boxed{\gamma = 3,5 \times 10^{22} P \text{ (Torr)} (1/T)^{1/2} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}}$$

Exercícios (lista 1)

(11) Quanto tempo leva para formar uma monocamada em função da pressão?

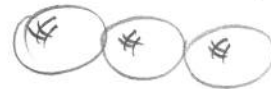
⇒ Quantas moléculas de N_2 cabem em 1 cm^2 ?

$$\delta_{N_2} = 3,7 \times 10^{-8} \text{ cm} \quad \text{diâmetro da molécula de } N_2$$

Área de uma molécula

$$A = \pi R^2 = \frac{\pi \delta^2}{4}$$

Modelo Simples



Regra de 3

$$\begin{array}{l} 1 - \pi \delta_{N_2}^2 \text{ área} \\ N - 1 \text{ cm}^2 \end{array}$$

$$N = \frac{\text{número de partículas}}{\text{área}} = \frac{1}{A} = \frac{4}{\pi \delta^2} = 9,0 \times 10^{14} \sim 10^{15} \frac{\text{partículas}}{\text{cm}^2}$$

- Pela teoria cinética dos gases o fluxo é dado por:

$$V = \frac{1}{4} n \bar{u} = \frac{\text{n.º de moléculas}}{\text{área tempo}}$$

Sabendo que $PV = NkT$ e $n = \frac{N}{V} = \frac{P}{kT}$ e $\bar{u} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}$

$$V = 3,5 \times 10^{22} P(\text{Torr}) (19T)^{-1/2}$$

Para N_2 a $T = 300 \text{ K}$ e $19 = 28$ uma, um

$$V = 3,8 \times 10^{20} P(\text{Torr}) \frac{\text{moléculas}}{\text{cm}^2 \text{ s}}$$

$$\begin{array}{l} \text{em } 1 \text{ s} - 3,8 \times 10^{20} P(\text{Torr}) \\ \theta - 10^{15} \text{ moléculas} \end{array}$$

então

$$\boxed{\theta = \frac{2,6 \times 10^{-6}}{P(\text{Torr})}}$$

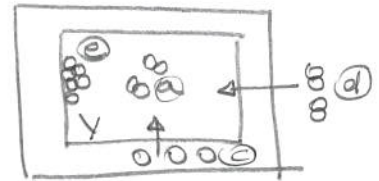
θ é o tempo de formação de uma monocamada.

P (Torr)	τ (s)
1 atm	10^{-10}
10^{-3}	10^{-3}
10^{-6}	3
10^{-8}	5 min
10^{-10}	7,5 horas
10^{-14}	9 anos

Lista 1, Ex 10

Fontes de gases

- (a) gás do volume
- (b) molécula na superfície
- (c) moléculas absorvidas no metal (difusão)
- (d) moléculas do exterior (permeação)
- (e) Desorção térmica (superfície)



SLIDE 1

Lista 1, Ex 12 Qual a pressão em que $N_{VOL} \approx N_{superfície}$?

Se a pressão for alta as moléculas se aprisionam na superfície. As moléculas ficam aprisionadas (COESAS) devido a forças físicas e químicas.

- Moléculas fracamente ligadas à superfície
- Moléculas pouco ligadas
- Moléculas fortemente ligadas à superfície

Em $P = 1 \text{ atm}$ (760 Torr) as moléculas ficam fixas inclusive pelas moléculas que blindam essas moléculas na parede.

Para responder quando $N_V = N_S$ vamos iniciar pela lei dos gases ideais.

$$PV = NkT$$

$$N_V = \frac{PV}{kT} \quad \left\{ \begin{array}{l} V_{esfera} = \frac{4}{3} \pi R^3 \\ A_{esfera} = 4\pi R^2 \end{array} \right.$$

$$N_V = \frac{P}{kT} \frac{4}{3} \pi R^3$$

$$N_s = \frac{4\pi R^2}{\text{área ocupada por uma molécula}}$$

$$N_s = \frac{4\pi R^2}{\frac{\pi \delta^2}{4}} = \frac{16 R^2}{\delta^2}$$

Queremos $N_v = N_s$, então:

$$\frac{16 R^2}{\delta^2} = \frac{P}{kT} \frac{4\pi R^3}{3} \Rightarrow \boxed{P = \frac{12 kT}{\pi R \delta^2}}$$

Para N_2 $\delta_{N_2} = 3,7 \times 10^{-8}$ em $k = 10^{-22} \frac{\text{Torr} \cdot \text{l}}{\text{K}} = 10^{-19} \frac{\text{Torr} \cdot \text{cm}^3}{\text{K}}$

Para $T = 300 \text{ K} \Rightarrow \boxed{P = \frac{0,167 (\text{Torr})}{D (\text{cm})}} \quad \textcircled{D = 2R}$

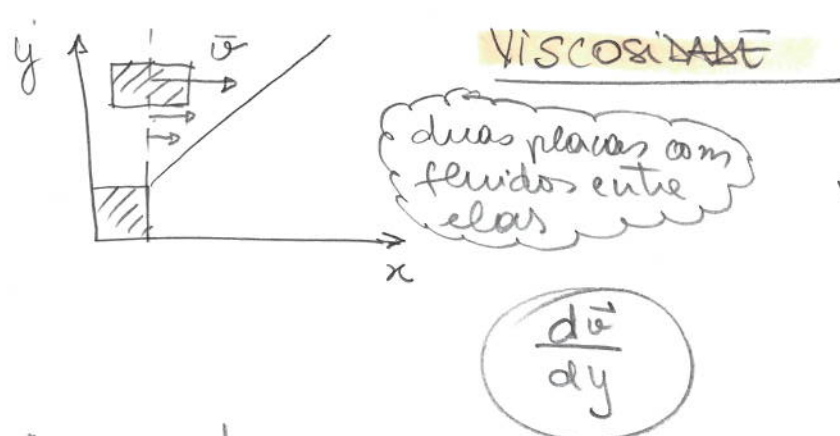
Considerando uma câmara de vácuo de $D \approx 20 \text{ cm}$

$$\boxed{P = 8,5 \times 10^{-3} \text{ Torr}}$$

A molécula proveniente da superfície da câmara de vácuo torna-se importante a partir de 10^{-2} Torr .

Atenção: Num sistema de vácuo o gás do volume não é muito importante, pois esse gás é retirado da câmara rapidamente.

Verificar esse fato na bancada 2
Medidor diafragma



Placa se move em relação a outra

gradiente de velocidade

A camada inferior se desloca com velocidade menor e assim sucessivamente.

Experimentalmente é verificado que para manter o deslocamento é necessário aplicar uma força na direção e sentido do deslocamento, proporcional à área (A) da placa e ao gradiente de velocidade

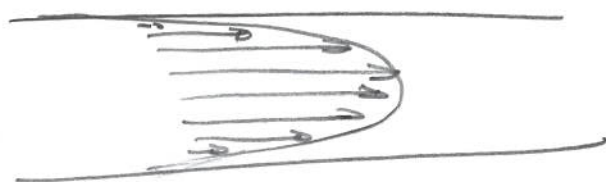
$$F = \eta A \frac{du}{dy}$$

η é o coeficiente de viscosidade do fluido

Isto equivale dizer que o gás exerce, sobre a placa, uma força de reação chamada FORÇA VISCOSA, de mesmo módulo e direção, mas com sentido oposto ao movimento

A velocidade do gás afeta o fluxo de escoamento quando o sistema está no regime viscoso

Perfil de velocidades



Velocidade máxima na parte central do tubo
velocidade nula para as moléculas da parede.

Exemplo: Folhas nas margens de um rio.

Podemos imaginar o gás deslizando em camadas longitudinais.

Cada camada exerce uma força tangencial sobre a outra camada adjacente, freando a camada de maior velocidade e tendendo a aumentar o movimento das camadas mais lentas.

No sistema CGS a unidade de viscosidade (η) é chamada poise

$$[\eta] = \left[\frac{\text{dina s}}{\text{cm}^2} \right]$$

Relação entre η e λ

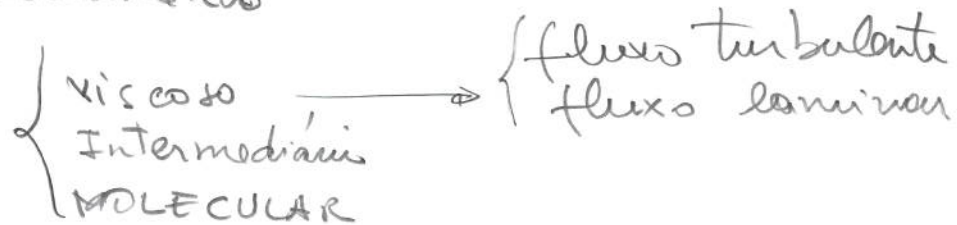
$$\eta = \frac{1}{3} \lambda n m \bar{c}$$

Regimes de Escoamento

(4)

L. Rath cap 3.

Ao diminuir a pressão desde a pressão atmosférica até pressões mais baixas, o sistema passa por vários regimes de escoamento



Viscoso

$\left\{ \begin{array}{l} \text{Movimento coletivo do gás} \\ \lambda \ll D \\ \text{colisões elásticas entre as moléculas} \\ \text{O escoamento é regido pela viscosidade do gás} \end{array} \right.$

MOLECULAR

$\left\{ \begin{array}{l} \lambda \text{ grande } (\lambda \gg D) \\ \text{Movimento independente das moléculas} \end{array} \right.$

Regime Viscoso

velocidades altas (turbulento)
velocidades baixas (laminar)

No fluxo laminar as velocidades aumentam de bordo para o centro.

O limite entre o fluxo turbulento e o laminar é dado pelo número de Reynolds, enquanto que os limites entre os regimes viscoso (laminar), intermediário e molecular são dados pelo número de Knudsen.

Osborne Reynolds (1842-1912)

Número de Reynolds

$$Re = \frac{\rho v D}{\eta}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho \text{ é a densidade do gás} \\ v \text{ é a velocidade das moléculas} \\ \eta \text{ é a viscosidade do gás} \\ D \text{ é o diâmetro do tubo} \end{array} \right.$$

$$Re > 2100 \quad \text{fluxo turbulento}$$

$$Re < 1100 \quad \text{fluxo laminar}$$

Análise dimensional

$$Q = PS = P \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{P \Delta L A}{\Delta t} = \frac{P v D^2}{4}$$

então $Q = \frac{P v \pi D^2}{4}$ ou $v = \frac{4Q}{P \pi D^2} \quad (1)$

$$\rho = \frac{W}{V} = \frac{Nm}{V} = nm \quad \text{mas } n = \frac{n^\circ \text{ de moléculas}}{V}$$

Pela lei dos gases $n = \frac{P N_A}{RT}$, então:

$$\rho = \frac{P N_A}{RT} m \quad \text{lembrando que } N_A m = M \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{massa} \\ \text{molar} \end{array} \right.$$

logo $\rho = \frac{PM}{RT}$ ou seja $Re = \frac{PM}{RT} \frac{v D}{\eta}$

$$Re = \frac{PM}{RT} \left(\frac{4Q}{P \pi D^2} \right) \frac{D}{\eta}$$

$$\therefore Re = \frac{4QM}{\pi D R T \eta}$$

Para o ar seco

$$T = 20^{\circ}\text{C} \Rightarrow T = 293\text{K} \quad (5)$$

$$\eta = 1,829 \times 10^{-4} \text{ poise}$$

$$R = 62,364 \frac{\text{Torr l}}{\text{K}}$$

$$M = 28,98$$

$$Q_{\text{air}} = 9,06 \times 10^{-2} \text{ Re } D$$

fluxo turbulento

$$Q > 200 D \text{ (cm)}$$

fluxo laminar

$$Q < 100 D \text{ (cm)}$$

Número de Knudsen

$$N_k = \frac{1}{D}$$

Martin Knudsen
(1871-1949)
Dinamarquês.

$$\frac{D}{\lambda} > 100$$

Regime Viscoso

$$1 < \frac{D}{\lambda} < 100$$

intermediário

$$\frac{D}{\lambda} < 1$$

Regime molecular

$$\text{Como } \lambda = \frac{5 \times 10^{-3}}{P \text{ (Torr)}} \text{ [cm]}$$

então

$$\left\{ \begin{array}{ll} DP \geq 1 & \text{Regime viscoso} \\ 10^{-2} < DP < 1 & \text{Intermediário} \\ DP \leq 10^{-2} & \text{Molecular} \end{array} \right.$$

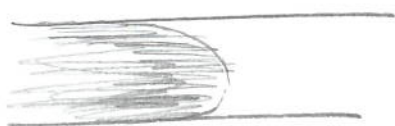
$$\bar{P} = \frac{P_1 + P_2}{2}$$

Essas definições são feitas apenas para se ter uma ordem de grandeza. Mas, o regime determina as aproximações que devem ser feitas para o cálculo das condutâncias, uma vez que descrevem situações físicas muito diferentes.

Fluxo turbulento Situações com dimensões pequenas (diâmetros). As linhas de campo não são retas e nem regulares - formam-se redemoinhos.

Esse tipo de fluxo aparece nos primeiros instantes do bombeamento. Em geral, não nos preocupamos com esse regime - a não ser com filmes finos na câmara.

Fluxo laminar



Perfil da velocidade das moléculas

Lei de Poiseuille

As linhas de campo, neste caso, tornam-se retas, tendendo a serem constantes no tempo.

VER Van Atta pag 26-30

Movimento coletivo das moléculas

(6)

A figura das linhas de fluxo é razoavelmente regular. A velocidade das moléculas aumenta desde a proximidade da superfície do tubo até o centro, onde é máxima.

O fluxo apresenta características de camadas (laminares) e viscosidade entre as camadas.

O livre caminho médio (λ) é pequeno comparado com as dimensões do sistema.

As moléculas chocam-se entre si.

A impedância depende do tamanho e das formas das irregularidades do tubo, da velocidade e da PRESSÃO do gás.

Regime Intermediário (TRANSIÇÃO)

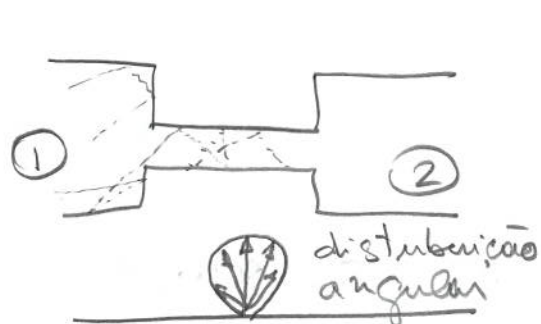
A pressão diminui e o λ aumenta ($\lambda \sim D$)

O fluxo deixa de ser totalmente viscoso

O número de choques com as paredes do sistema é da mesma ordem de grandeza do número de choques com as outras moléculas.

Regime Molecular

Neste regime as moléculas chocam-se principalmente com as paredes do tubo. As moléculas movem-se independentemente uma das outras.



Em pressões baixas, os resultados experimentais indicam que as moléculas condensam na superfície, entram em repouso e são re-evaporadas numa direção independente do ângulo de incidência

A transmissão não é 100%

A colisão com a parede não tem o mesmo ângulo de reflexão e o ângulo de incidência.

A distribuição angular das partículas é máxima em 90° e é simétrica!!

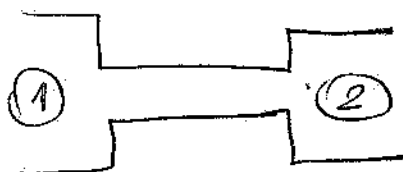
A quantidade máxima que atravessa o tubo é igual ao número de moléculas incidentes.

$$H_0 = P_{1-2}$$

P_{1-2} é a probabilidade de transmissão 1-2

- P_{1-2} depende da geometria do sistema
- Independente da pressão
- Depende do gás
- Depende da temperatura
- Nesse regime as condutâncias são pequenas!
- Neste regime a eficiência das bombas de vácuo é muito pequena

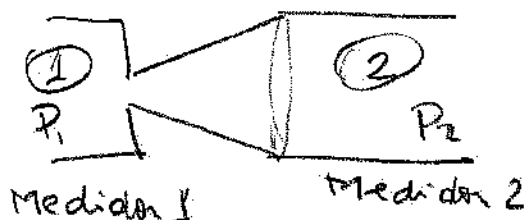
CASO A



Simétrico ⑦

A probabilidade de transmissão é a mesma das moléculas passarem de $1 \rightarrow 2$ e $2 \rightarrow 1$

CASO B



Assimétrico

As impedâncias são as mesmas $1 \rightarrow 2$ e $2 \rightarrow 1$

Os dois caminhos oferecem a mesma impedância.

$$\therefore \boxed{N_1 P_1 \equiv N_2 P_2}$$

Com a bomba de vácuo desligada os dois medidores vão indicar as mesmas pressões.

Não existe preferência

Com essas definições, vamos continuar nas próximas aulas:

Condutância

orifício
 orifício anular
TUBOS
 duto circular
 duto quadrado
 duto anular

Densidade Molecular

$$N_A = 6,02 \times 10^{23}$$

Todos os gases têm o mesmo n.º de moléculas quando estão num mesmo volume sob as mesmas condições de pressão e temperatura (CNTP)

$$PV = NkT = \frac{N}{N_A} R T = \frac{Nm}{NA} R T = \frac{W}{M} R T \quad \text{masse do gás} \quad \text{massa molar}$$

$\frac{W}{M}$ é o número de moles $\frac{W}{M} \frac{N_A}{V} = n \equiv$ n.º de moléculas por unidade de volume

$$n = N_A \frac{W}{M} \frac{1}{V} = N_A \frac{W}{M} \left(\frac{P}{\frac{W}{M} R T} \right) = \frac{N_A P}{R T}$$

$$n = \frac{N}{V} = \frac{Nm}{NA} \frac{NA}{V}$$

$$n = \frac{W NA}{M V}$$

então $n = \frac{6,02 \times 10^{23}}{6,236 \times 10^4} \left(\frac{P}{T} \right) \Rightarrow n = 9,656 \times 10^{18} \frac{P}{T}$

Para $P = 760$ Torr e $T = 273$ K

$$n = 2,687 \times 10^{19} \text{ moléculas/cm}^3$$

ou

$$PV = NkT ; \quad n = \frac{N}{V} = \frac{P}{kT}$$

$$n = 9,6 \times 10^{18} \frac{P}{T}$$

$P = 760$ Torr $T = 273$ K

$$n = 2,687 \times 10^{19} \frac{\text{moléculas}}{\text{cm}^3}$$

definição de vácuo $\equiv n < 2,687 \times 10^{19} \frac{\text{moléculas}}{\text{cm}^3}$

EXEMPLOS

8

① Considere um sistema de vácuo sendo bombeado por uma bomba mecânica $S = 60 \text{ l/min} = 1 \text{ l/s}$ em uma tubulação de $2'' \sim 5 \text{ cm}$ de diâmetro (D)

Seja inicialmente $P \sim 500 \text{ Torr}$

$$Q = PS = 500 \times 1 = 500 \text{ Torr l/s}$$

limites } fluxo turbulento $200 D \rightarrow 200 \times 5 = 1000 \frac{\text{Torr l}}{\text{s}}$
 } fluxo laminar $100 D \rightarrow 100 \times 5 = 500 \frac{\text{Torr l}}{\text{s}}$

Estamos num caso limite!

②a Considere uma bomba difusora de $10'' \sim 25 \text{ cm}$
 $S_{BD} \sim 50\% \times \text{Condutância de um orifício}$ $S_{BD} = \frac{1}{2} 9D^2 = 4,5 D^2$

$$\boxed{S_{BD} \sim 4,5 D^2} \quad D [\text{cm}] \quad [S_{BD}] = [\text{l/s}]$$

Se $P \sim 10^{-3} \text{ Torr}$ $Q = PS = 2812 \times 10^{-3} \sim 2,8 \frac{\text{Torr l}}{\text{s}}$

Condição de fluxo turbulento $\boxed{Q > 200 D}$

$$2,8 > 200 D \quad \text{então} \quad D < \frac{2,8}{200} \quad \boxed{D < 0,01 \text{ cm}}$$

muito pequena

②b Considere agora uma bomba rotativa

$$\begin{cases} P \sim 600 \text{ Torr} \\ S_B \sim 50 \text{ l/s} \end{cases} \quad Q = PS = 600 \times 50 = 3000 \frac{\text{Torr l}}{\text{s}}$$

Condição $Q > 200 D$
 $3000 > 200 D$

$$D < \frac{3000}{200} \Rightarrow D = 15 \text{ cm}$$

Exercícios nº de Knudsen

① Qual o regime de uma câmara de vácuo de 20 cm de diâmetro em uma pressão $P = 10^{-2}$ Torr?

$$D \times P = 20 \times 10^{-2} = 0,2 \text{ Torr cm}$$

Recordando

$$[DP] = [\text{cm Torr}]$$

$$\left\{ \begin{array}{l} DP \geq 1 \text{ viscoso} \\ DP \leq 10^{-2} \text{ molecular} \\ 10^{-2} < DP < 1 \text{ intermediário} \end{array} \right.$$

Resposta: Regime intermediário

② Qual o regime de uma câmara de vácuo de $D = 20$ cm com pressão de $P = 10^{-4}$ Torr?

$$DP = 20 \times 10^{-4} = 2 \times 10^{-3} \text{ Torr cm}$$

Resposta = Regime molecular