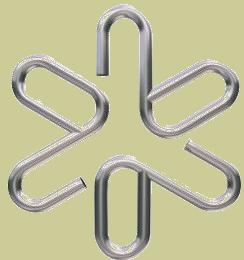


# Ciência e Tecnologia do Vácuo



2024



Uma visão geral da disciplina

Prof. Nilberto H. Medina

# Resumo

---

- Resumo Histórico
- Conceitos gerais
- Sistemas de Vácuo
- Informações gerais

# Resumo Histórico

---

- O que é VÁCUO?
  - no dicionário: *um lugar onde não contém nada; espaço imaginário ou real não ocupado por coisa alguma*
  - no cotidiano: “presença” do nada.

**É possível criar um espaço de ausência total de matéria? Existe o vazio absoluto?**

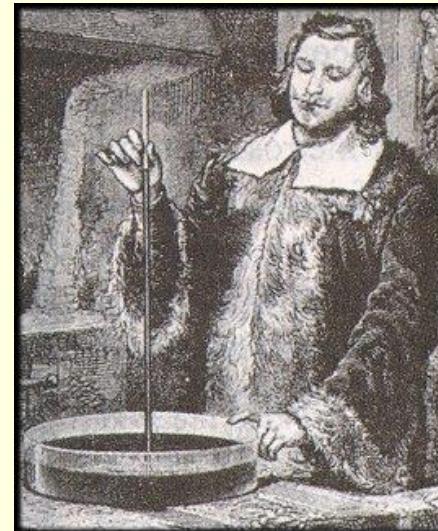
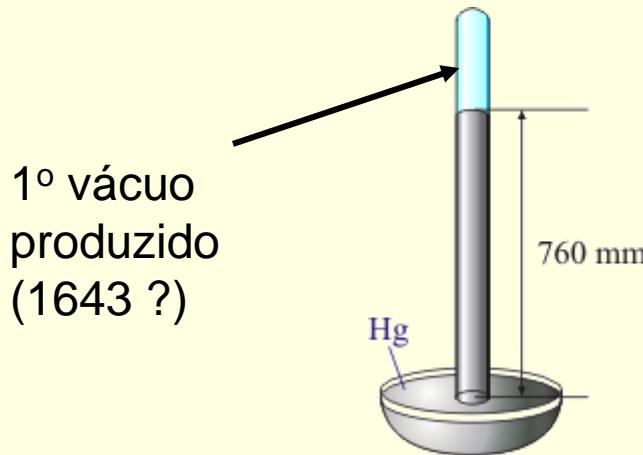
Resp.: Não, aparentemente.

**Definição dada pela American Vacuum Society:**

É um dado espaço preenchido com gás a uma pressão abaixo da atmosférica ( $< 2,5 \times 10^{19}$  moléculas/cm<sup>3</sup> ).

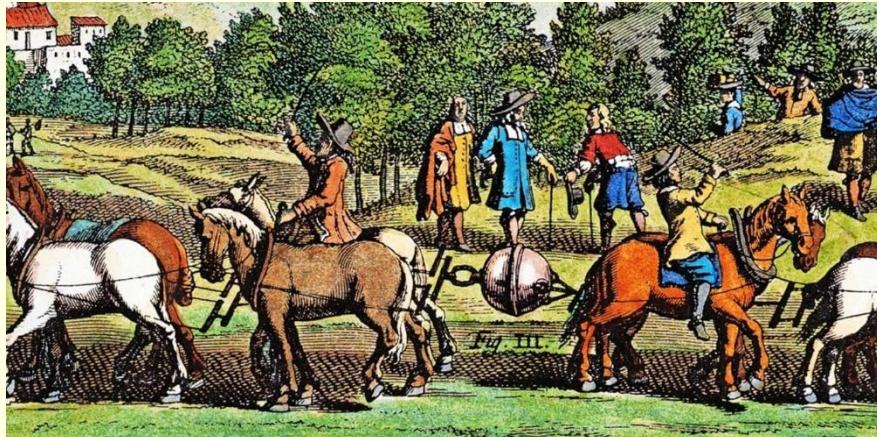
# Resumo Histórico

- Na Grécia antiga, filósofos debatiam sobre a existência do vazio absoluto.
- “A natureza tem horror ao vácuo...”  
Aristóteles (384 – 322 a.C.)
- Século XVII – Galileo Galilei, Torricelli e o barômetro de tubo fechado.



# Resumo Histórico

- Século XVII – Primeira notícia da medida de um sistema em baixa pressão (~ 6 mmHg) – Boyle
- Vácuo torna-se interesse do grande público. Desenvolvimento para o entretenimento.



Primeiros modelos de Otto von Guericke - 1640

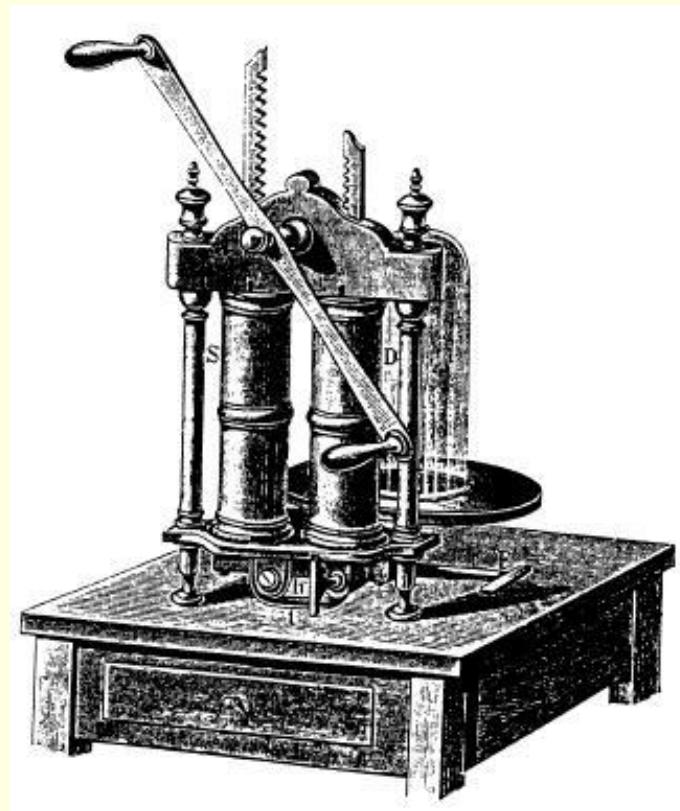




Joseph Wright's painting (1768) of a popular after-dinner demonstration of the effects of vacuum on a small animal. The effects of the lack of atmosphere on a cockatoo is being observed and air was then admitted just in time (in most cases) to save the creature's life.

# Resumo Histórico

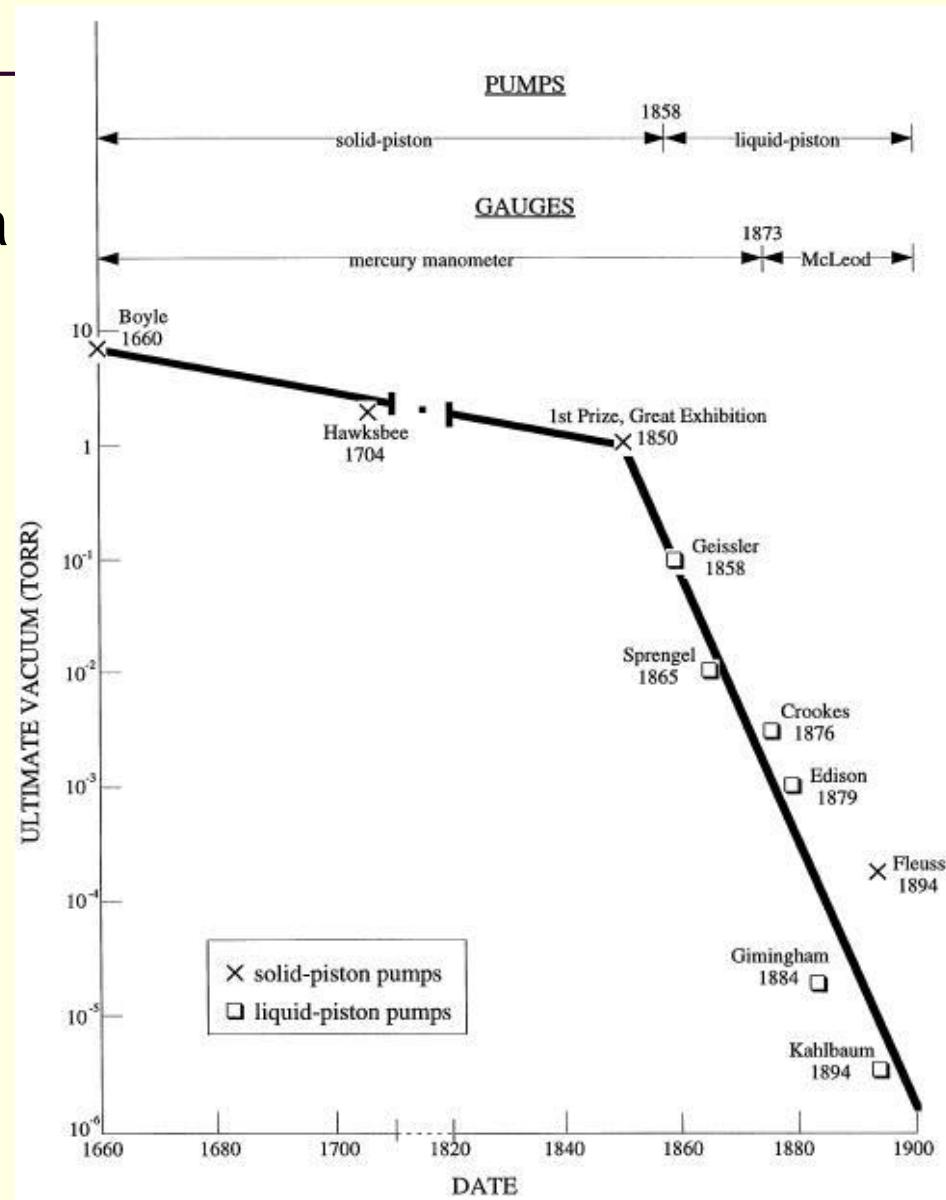
- Maiores esforços concentravam-se no desenvolvimento das bombas de vácuo
- Bombas de pistão duplo começam a ser comercializados (1850).
- Emprego da tecnologia de vácuo na indústria



Bomba de 2 pistões  
1850

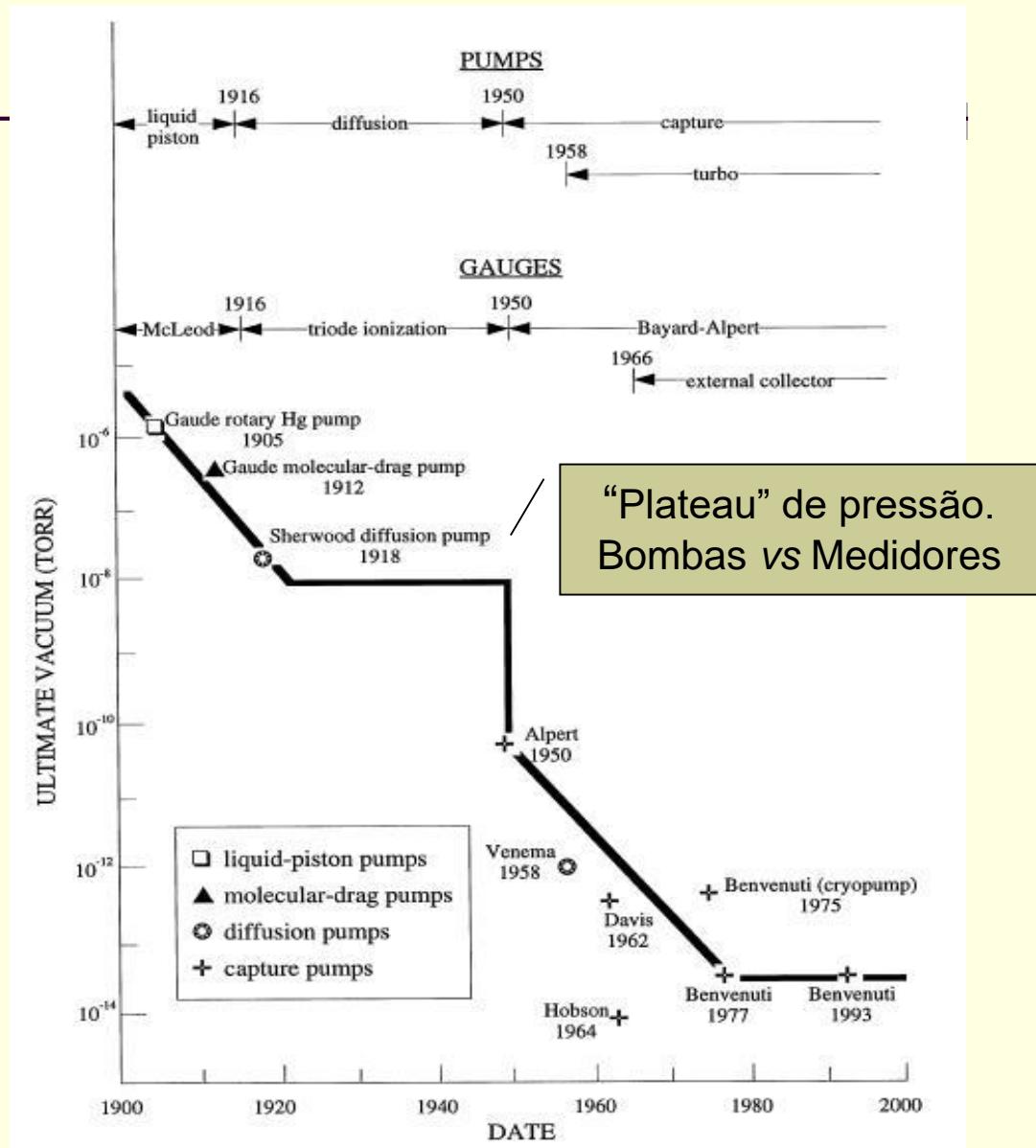
# Resumo Histórico

## ■ Panorama da evolução da tecnologia de vácuo até 1900



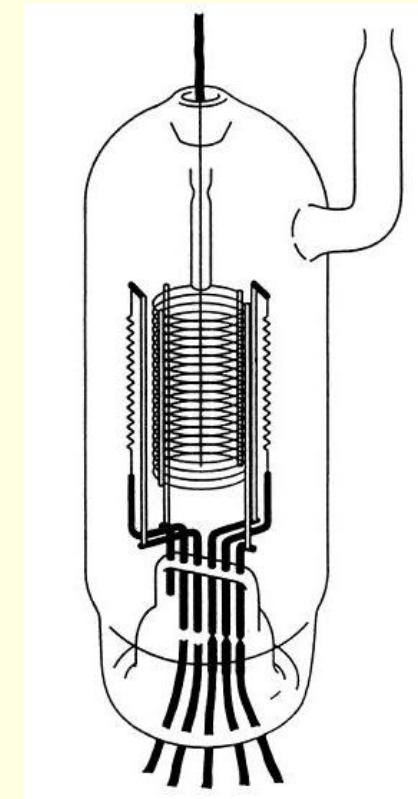
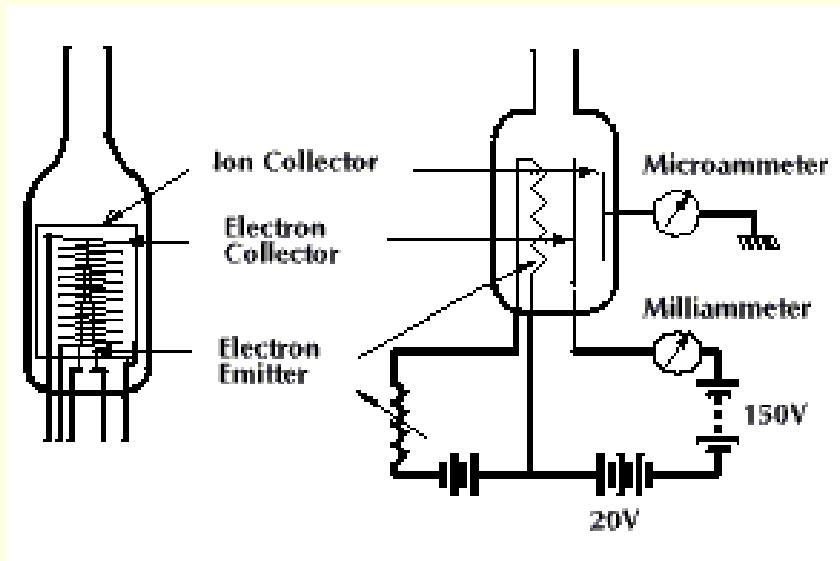
# Resumo Histórico

- Evolução da tecnologia de vácuo 1900-2000
- Desenvolvimento constante
- Era dos grandes aceleradores



# Resumo Histórico

- 1950 – Tríodo de ionização e o manômetro Bayard-Alpert



Limitação inferior na medida de pressão ( $10^{-8}$  Torr)

# Conceitos Gerais

---

- Pressão: **força exercida por unidade de área.**  
Unidades de medidas de pressão.

Unidades: atm, mmHg, torr, bar (dina/cm<sup>2</sup>) e Pa (N/m<sup>2</sup>)

$$1 \text{ atm} = 760 \text{ mmHg}$$

$$1 \text{ mmHg} = 1 \text{ Torr}$$

$$1 \text{ bar (dina/cm}^2\text{)} = 100000 \text{ Pa}$$

Pré-vácuo:  $> 10^{-3}$  Torr

Alto-vácuo: até  $10^{-7}$  Torr

Ultra-alto-vácuo:  $< 10^{-8}$  Torr

# Livre caminho médio

---

$$\lambda = \frac{5 \times 10^{-3} \text{ cm}}{P(\text{Torr})}$$

Pré-vácuo:  $\approx 10^{-3}$  Torr  $\rightarrow$  5 cm

Alto-vácuo:  $\approx 10^{-5}$  Torr  $\rightarrow$  5 m

Ultra-alto-vácuo:  $\approx 10^{-8}$  Torr  $\rightarrow$  5 km

# Unidades

## Tabela de conversão

	bar	mbar	Pa (N/m <sup>2</sup> )	atm	torr
bar	1	$10^3$	$10^5$	0,986923	750,062
mbar	$10^{-3}$	1	$10^2$	$0,9869 \times 10^{-3}$	0,750062
Pa	$10^{-5}$	$10^{-2}$	1		$0,75 \times 10^{-2}$
atm	1,0132	$1,0132 \times 10^3$	$1,0132 \times 10^5$	1	760
torr	$1,3332 \times 10^{-3}$	1,33322	$1,33322 \times 10^2$	$1,3158 \times 10^{-3}$	1

# Conceitos Gerais

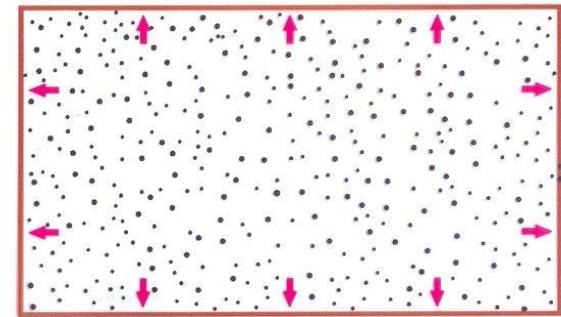
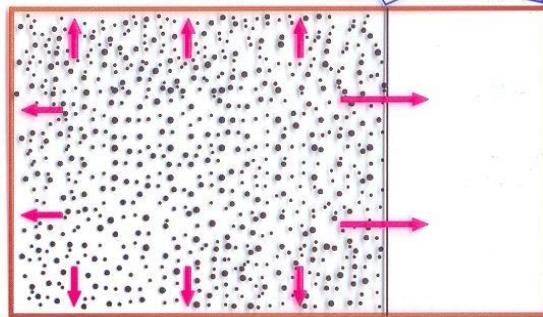
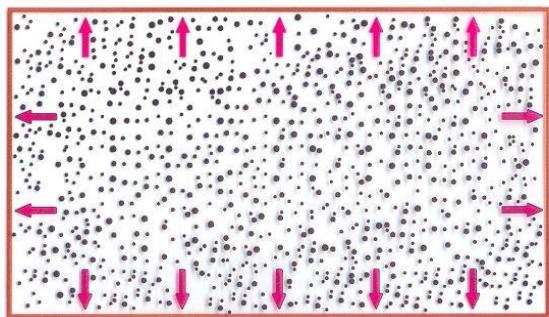
## ■ Alguns dados à temperatura ambiente

Pressão (Torr)	760	1,0E-03	1,0E-08	1,0E-10	1,0E-12	1,0E-14	1,0E-16
Caminho livre médio	7 $\mu\text{m}$	5 cm	5 km	500 km	$5 \times 10^5$ km	$5 \times 10^6$ km	$5 \times 10^8$ km
Núm. de moléculas colidindo em $\text{cm}^2/\text{s}$	$3,0 \times 10^{23}$	$3,5 \times 10^{17}$	$3,5 \times 10^{12}$	$3,5 \times 10^{10}$	$3,5 \times 10^8$	$3,5 \times 10^6$	$3,5 \times 10^4$

$$\lambda = \frac{5 \times 10^{-3} \text{ cm}}{P(\text{Torr})}$$

# Regimes de escoamento de gases

## Regime Viscoso



# Regimes de Escoamento de Gases

---

## **Regime Viscoso:**

Massa de gás, colisões entre moléculas, depende da viscosidade do gás,  
 $\lambda$  pequeno,  $\lambda \ll D$

Velocidades altas – fluxo turbulento

Velocidades baixas – fluxo laminar

$D.P \geq 1$  (cm Torr) (fluxo viscoso)

## **Regime Molecular:**

Colisões das moléculas com as paredes do sistema,  
 $\lambda$  grande,  $\lambda \gg D$

$D.P \leq 10^{-2}$  (cm Torr) ( fluxo molecular)

# Conceitos Gerais

## ■ Grandes aceleradores

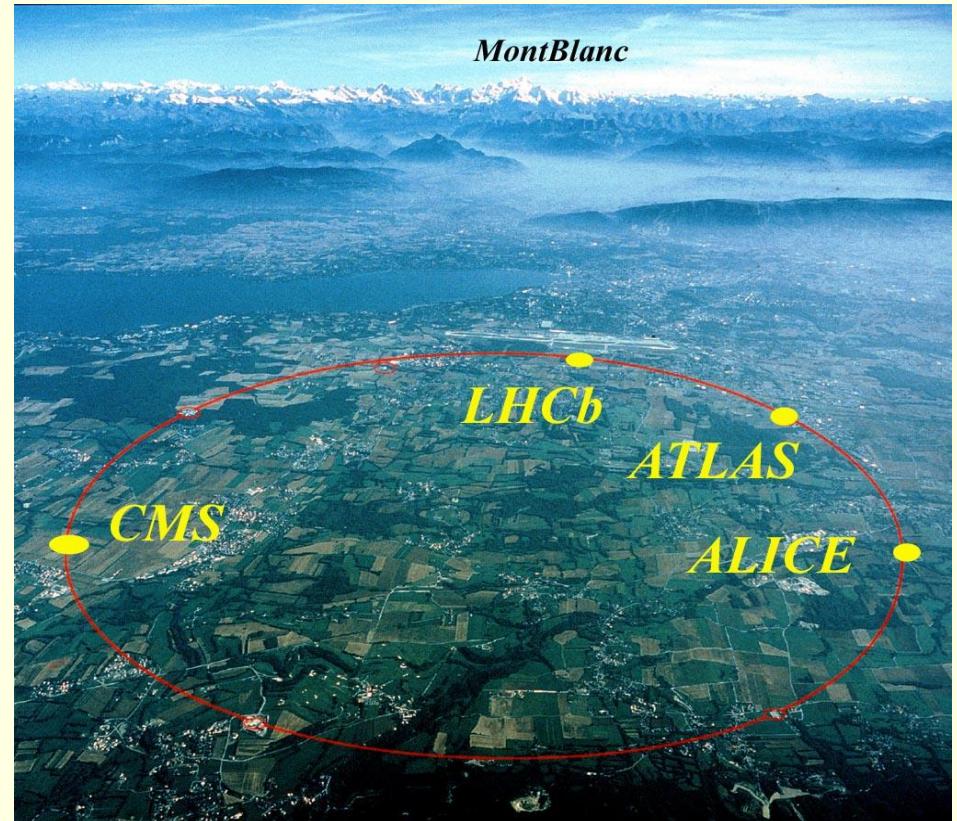
Ultra alto vácuo

CERN

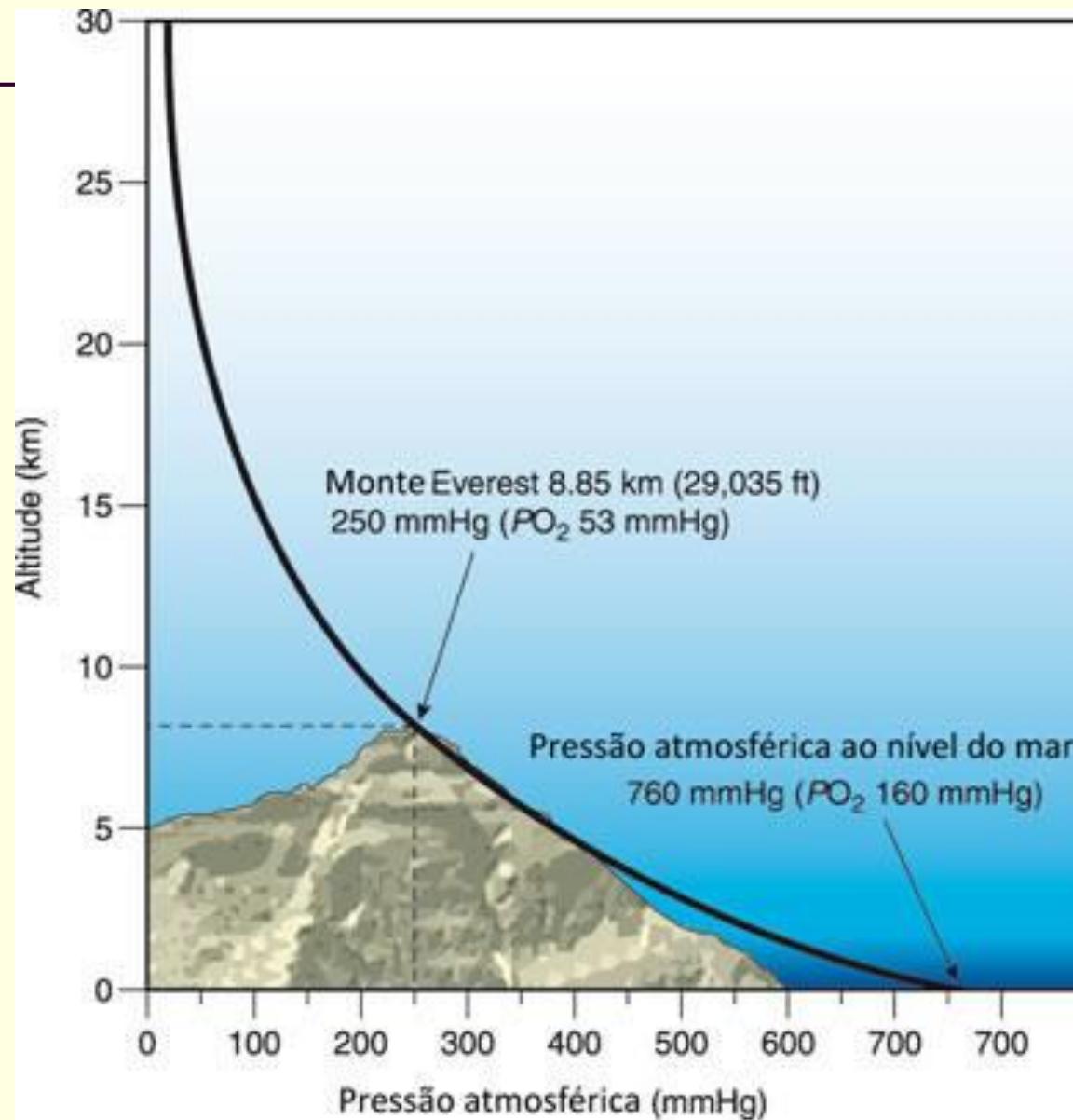
RHIC



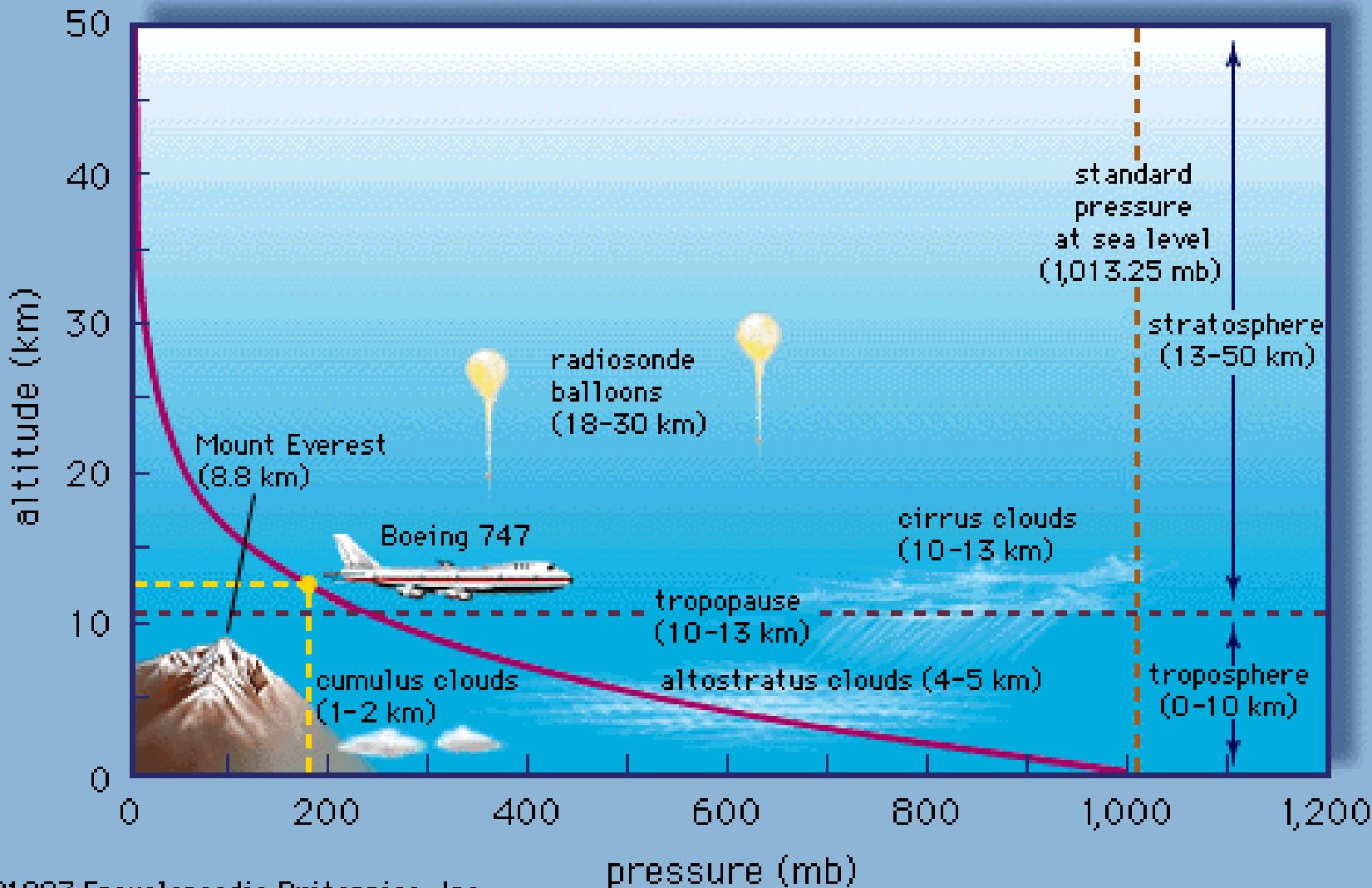
MontBlanc



# Conceitos Gerais

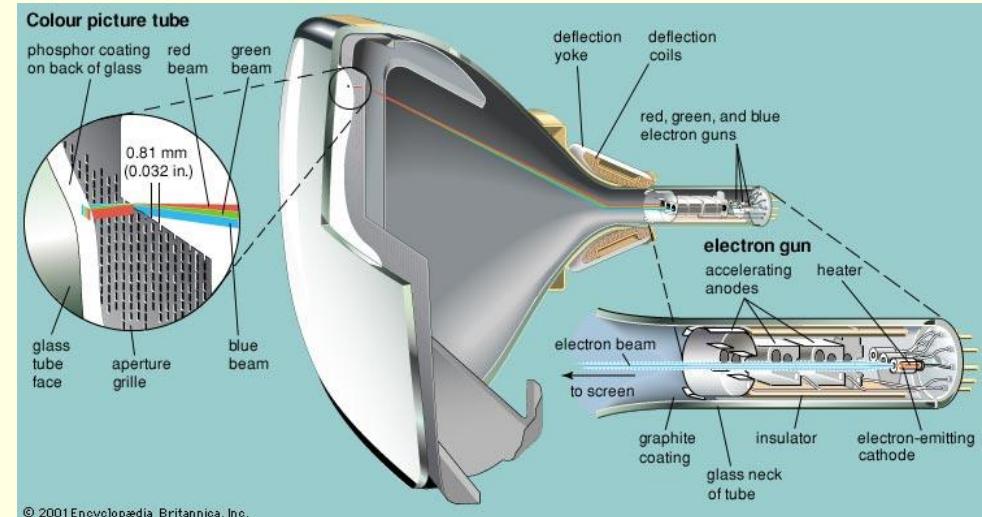


# Conceitos Gerais



# Aplicações

Physical Situation	Objective	Applications
Low pressure	Achieve pressure difference	Holding, Lifting, Transport, Forming
Low molecular density	Remove active atmospheric constituents Decrease energy transfer	Lamps, Packaging, Leak detection Thermal insulation, Electrical insulation
Large mean free path	Avoid collisions	Electron tubes, cathode ray tubes, television tubes, photomultipliers, Accelerators, Storage rings, ...



# Aplicações

Ciência Básica  
Física Aplicada

Metalurgia a vácuo  
Microeletrônica  
Aeronáutica

Embalagens  
Fontes de íons  
Microscópios eletrônicos

Física Nuclear  
Estudos de Plasma

Filmes finos  
Cristalografia  
Simulação Espacial

Espectrômetro de massa  
Aceleradores de partículas  
Secagem de plásticos

Física Atômica  
Nanotecnologia

Criogenia  
Têmpera de metais  
Cinescópios

Feixes moleculares  
Difração de elétrons  
*Sputtering* de metais

Outros Exemplos:

Produção de lâmpadas e válvulas eletrônicas

Desgaseificação de metais fundidos e líquidos

Soldas por bombardeamento eletrônico

Estudo de superfícies e de novos materiais

Secagem de alimentos e lyophilização

# Ciência e Tecnologia do Vácuo

## 4300323

---

Professor:

Nilberto Heder Medina (Teoria e Laboratório)

Laboratório Aberto de Física Nuclear, sala 206

Sala de Aula (teoria): 2003, Ala II

Laboratório: sala 1008 Ala II – Andar térreo

tel: 3091-6763

**medina@if.usp.br**

Laboratório Didático:

<http://portal.if.usp.br/tecvac> (apostilas)

Sociedade Brasileira de Vácuo:

<http://www.sbvacuo.org.br/>

edisciplinas.usp.br

<https://edisciplinas.usp.br/course/view.php?id=122032> (material didático)

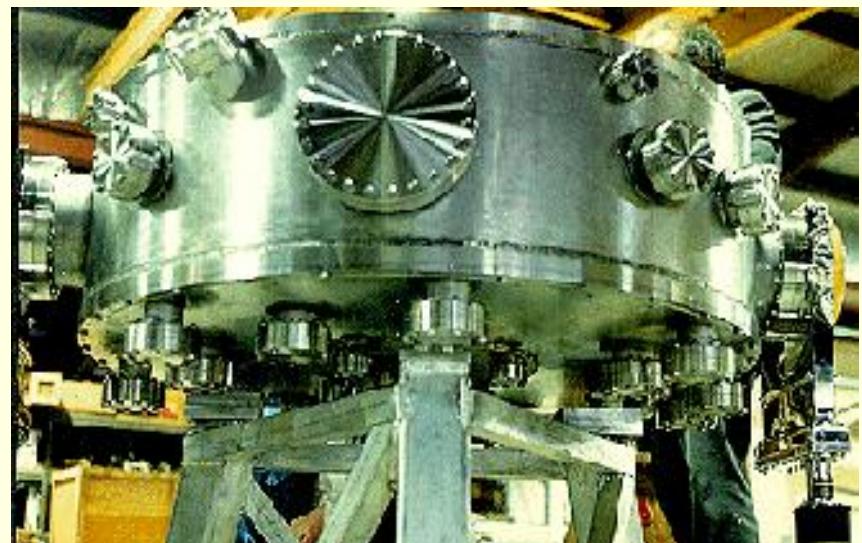
# Programa da disciplina

---

Introdução à Tecnologia do Vácuo  
Teoria Cinética dos Gases  
Bombas e Medidores  
Escoamento de gases (regimes)  
Condutâncias  
Variações da pressão  
Fontes de gases de um sistema  
Vazamentos: Modelos e Detecção  
Armadilhas  
Permeação e desgaseificação  
Evaporação  
Cálculos de Sistemas de Vácuo e Aplicações

# Sistemas de Vácuo

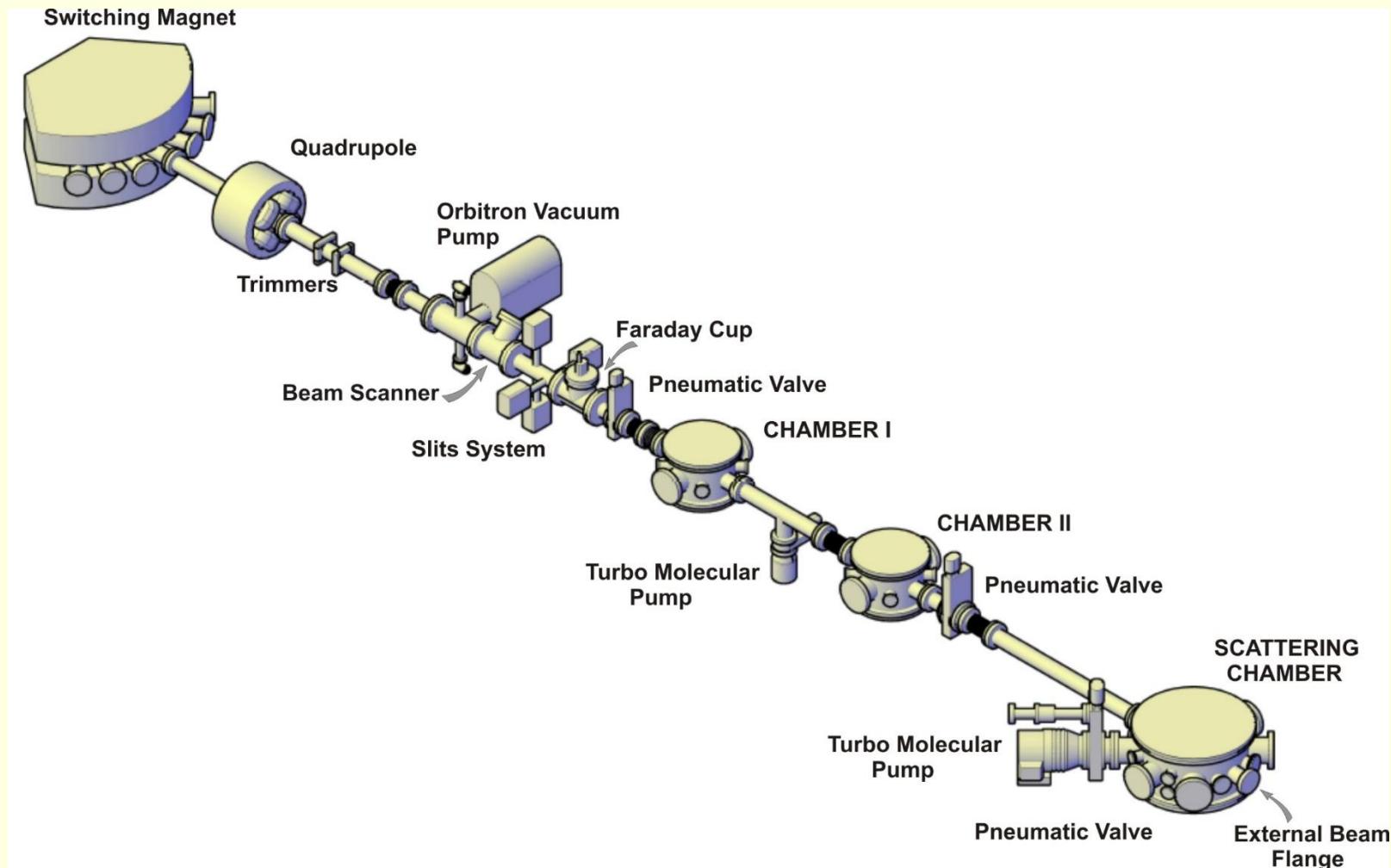
## Exemplos



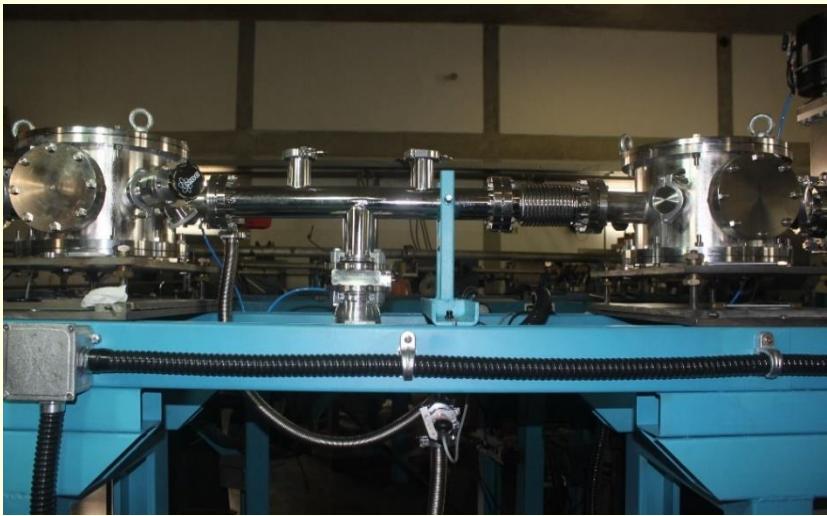
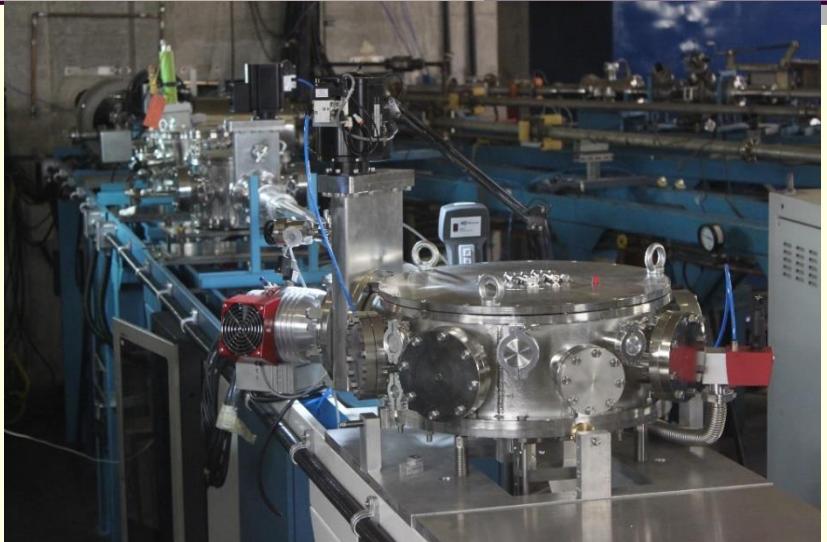
# Sala Experimental do acelerador Pelletron



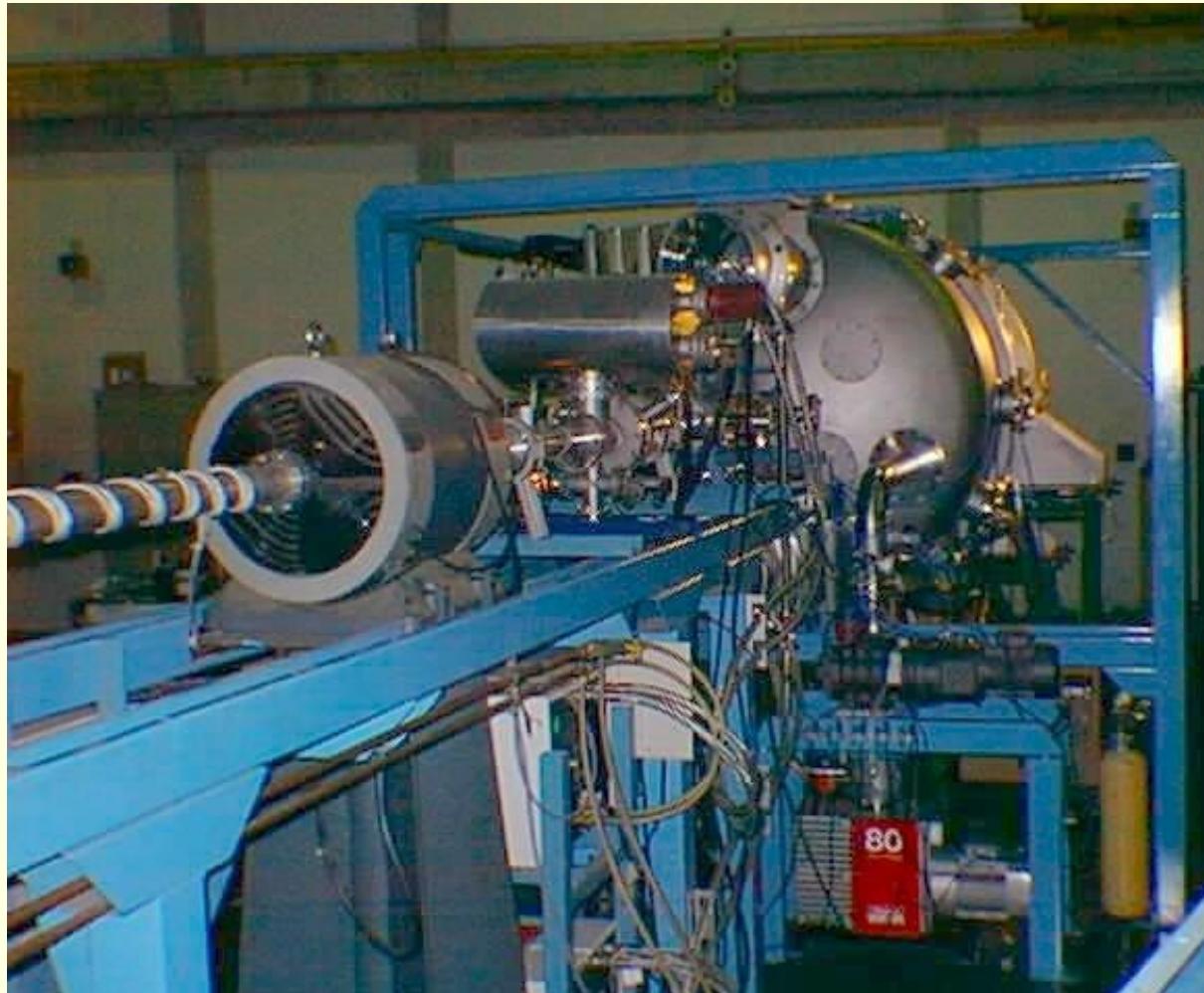
# Canalização 0° do Acelerador Pelletron



# Canalização 0° do Acelerador Pelletron



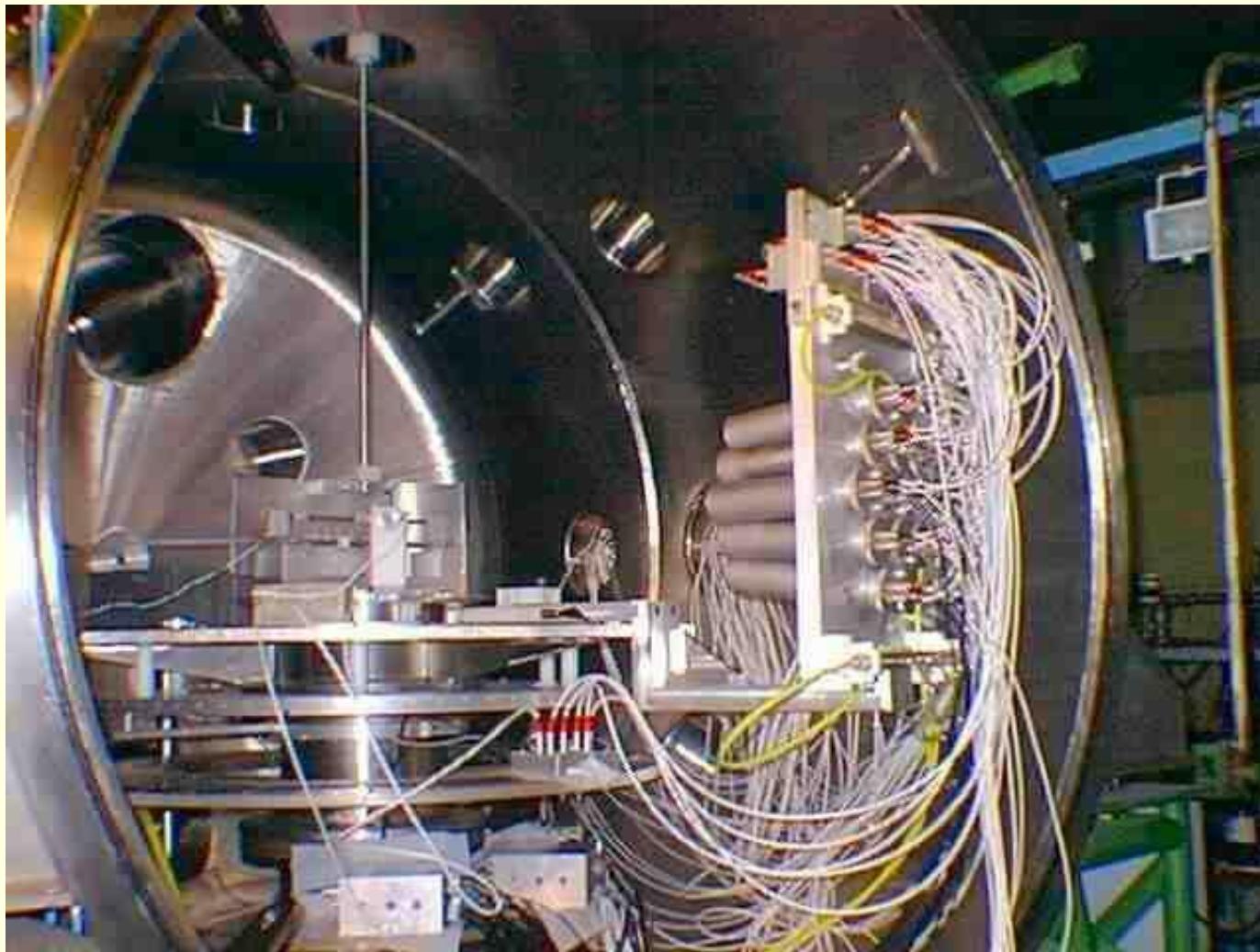
# Canalização 15º do Acelerador Pelletron



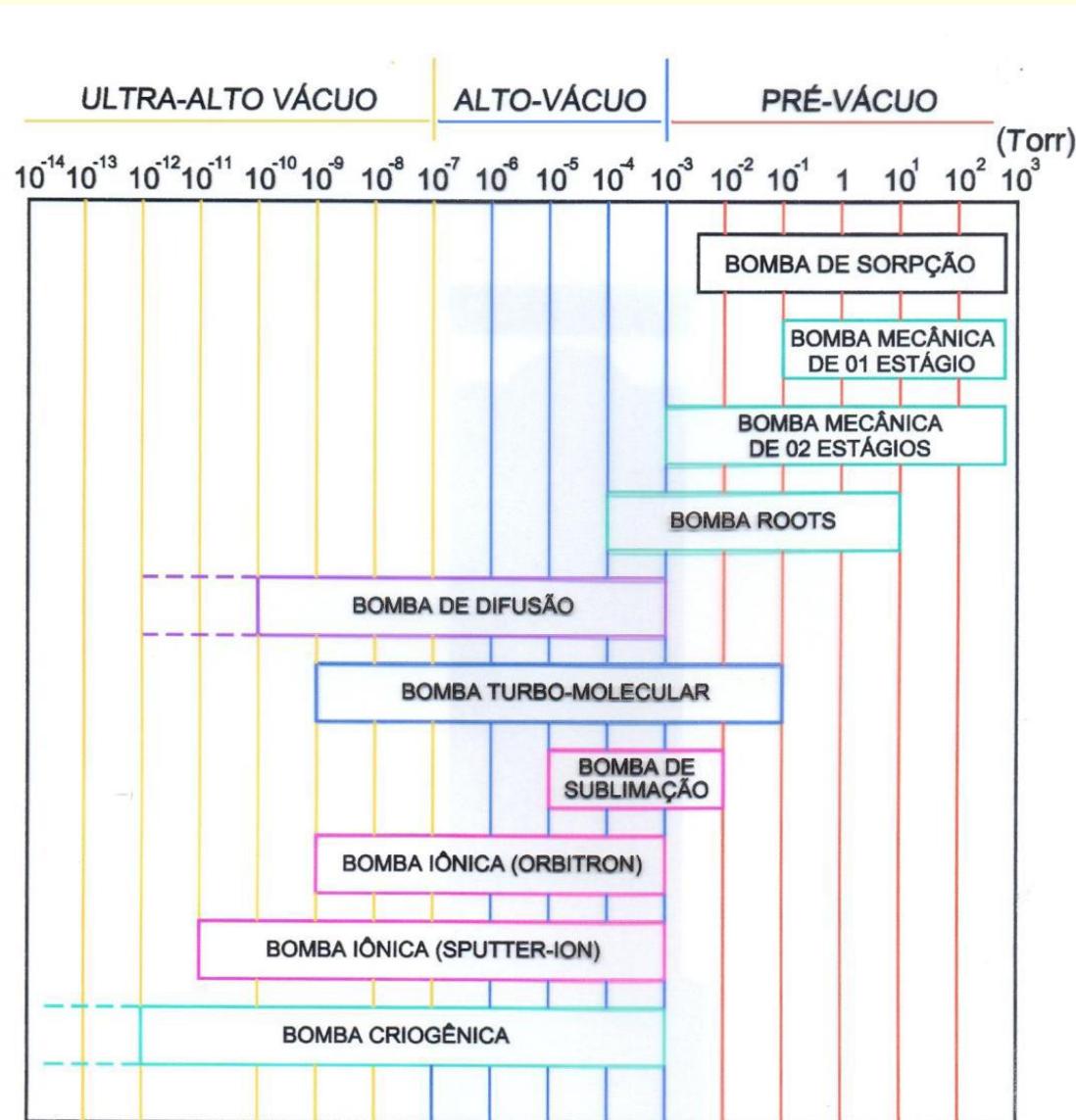
Atualmente está sendo montada no novo acelerador LINAC

# Interior de uma Câmara de Espalhamento

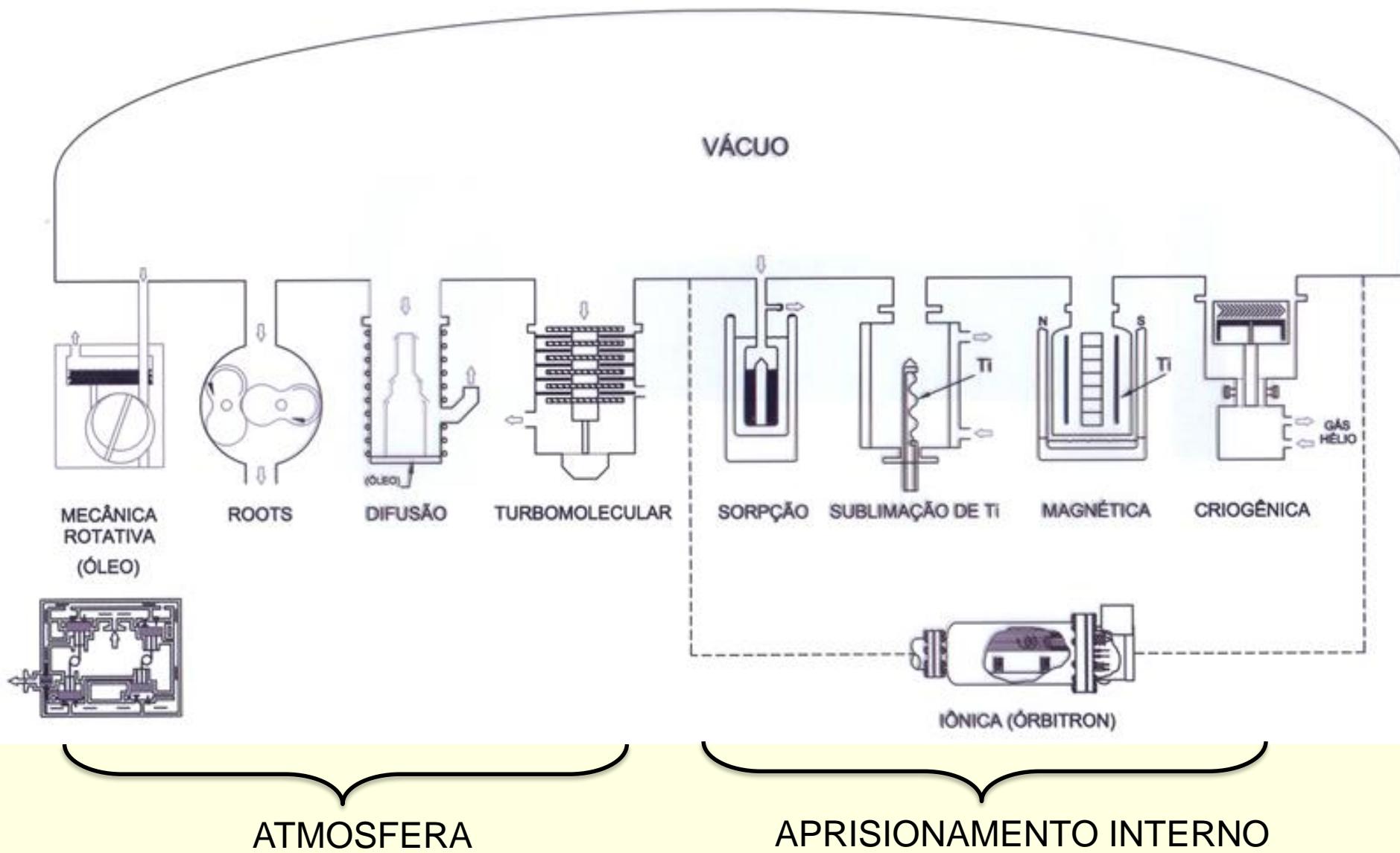
---



# Bombas de Vácuo



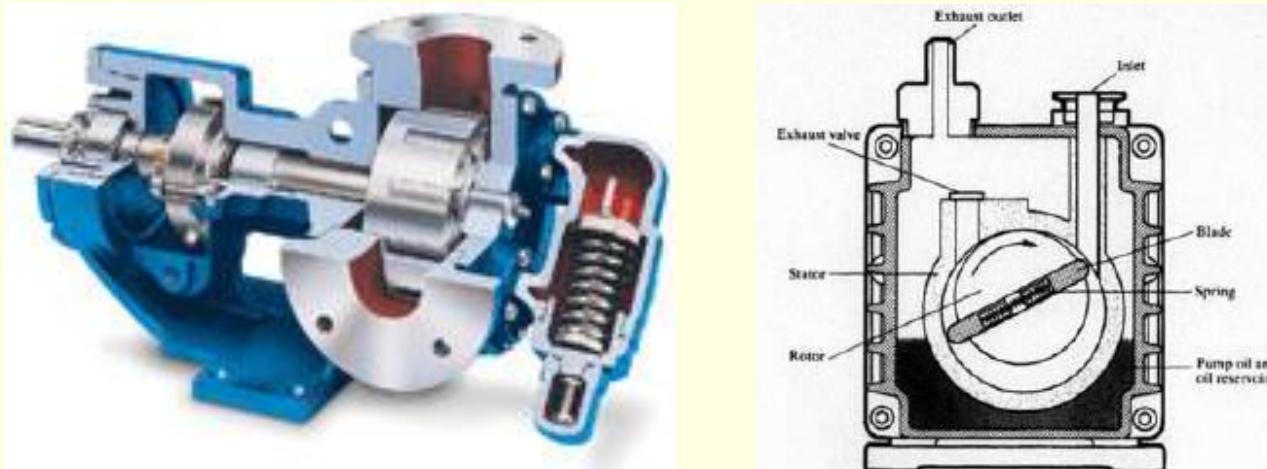
# Bombas de Vácuo



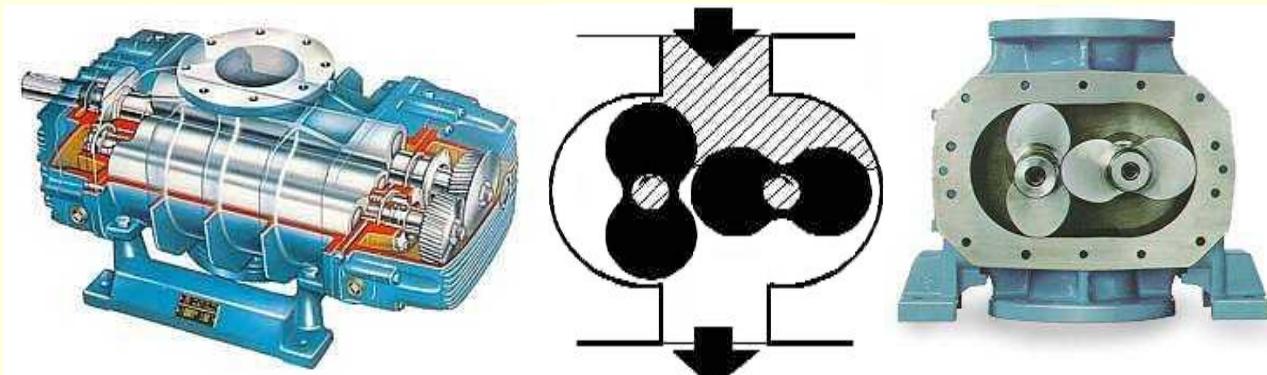
# Pré-vácuo

## Bombas mecânicas

### Bombas rotativas

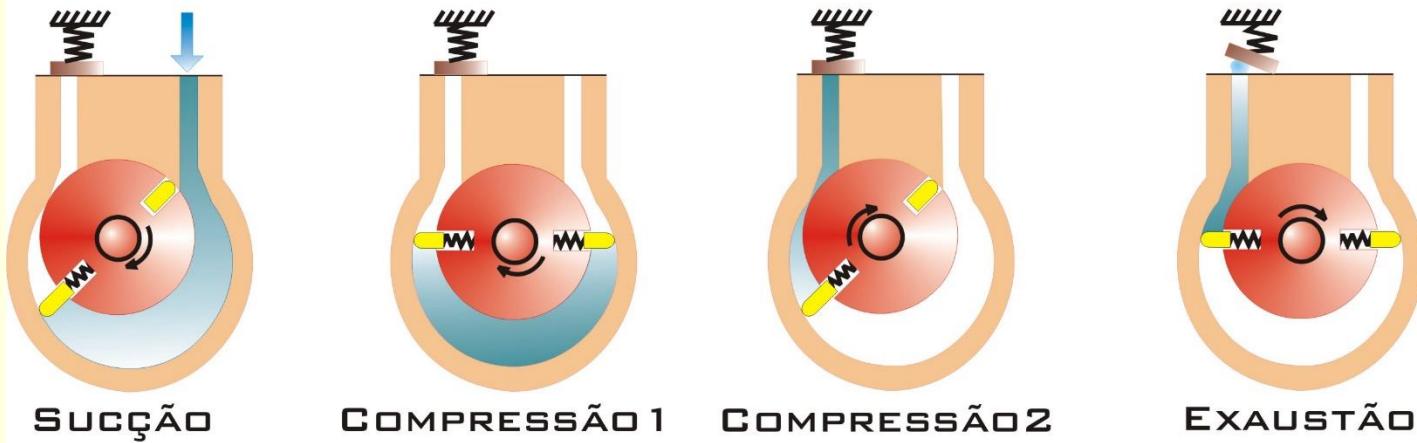


### Bombas roots

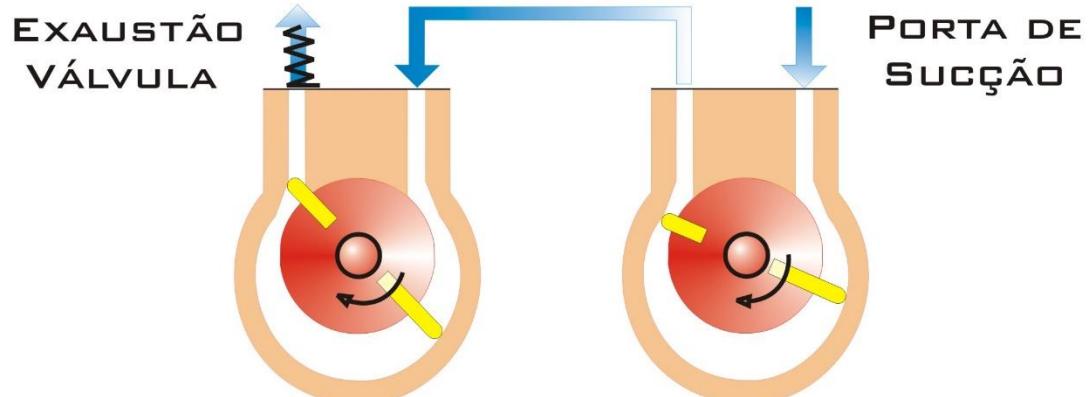


# Bomba rotativa

BOMBA ROTATIVA SELADA À ÓLEO



PROCESSO DE ESCAPE DE BOMBAS SELADAS À ÓLEO DE 2 ESTÁGIOS

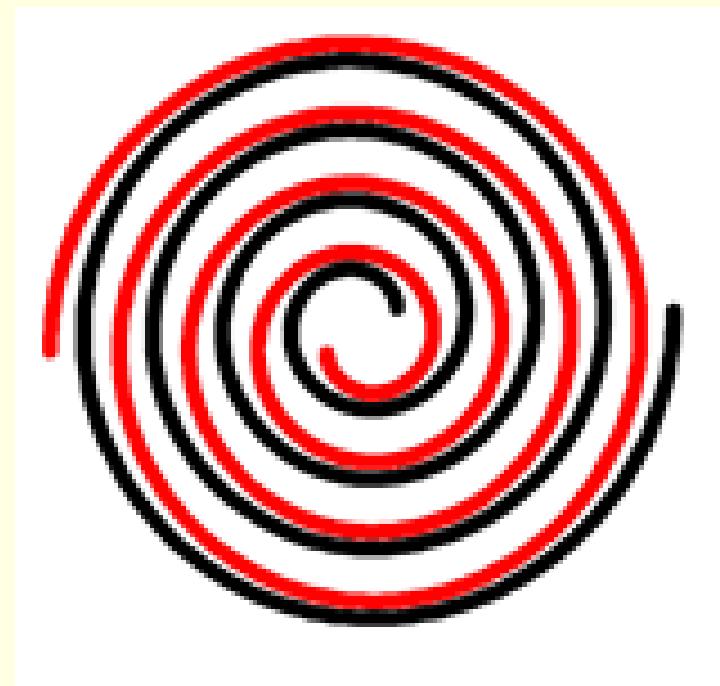


Funções do óleo:

- Vedaçāo
- Lubrificaçāo e ação anti-corrosiva
- refrigeração

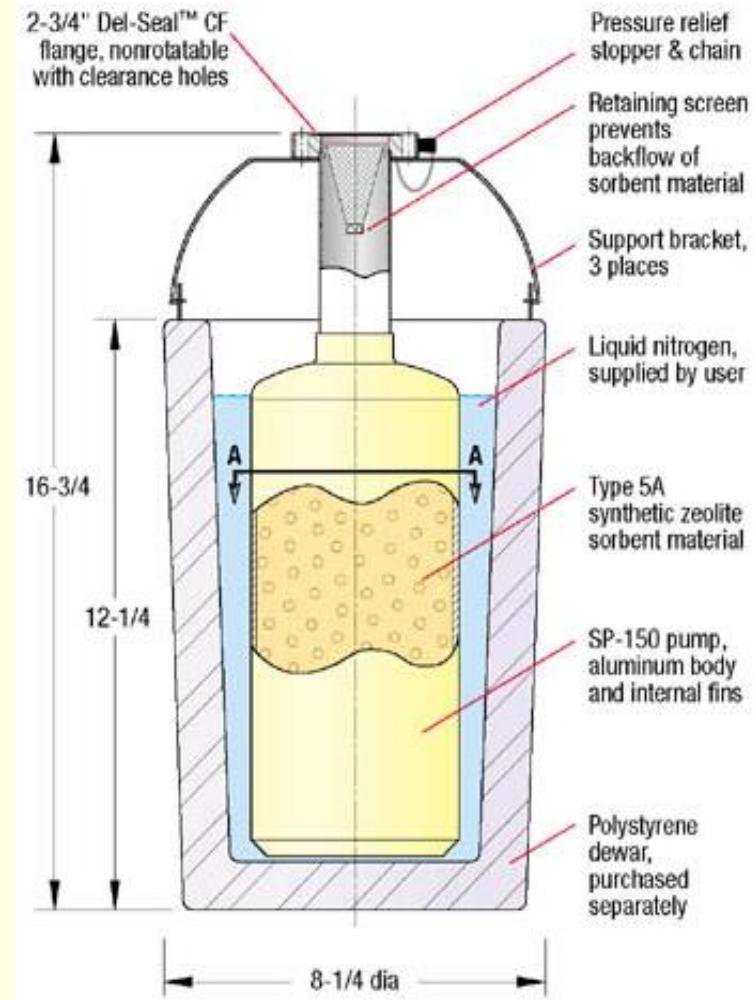
# Bomba Scroll

---



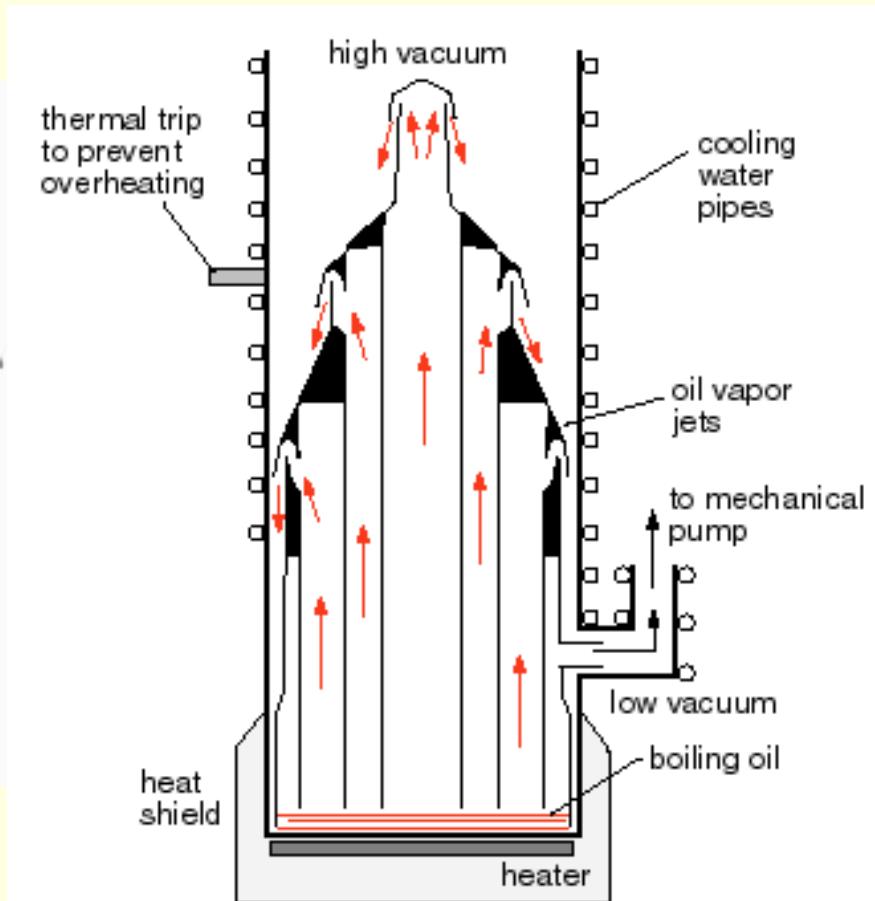
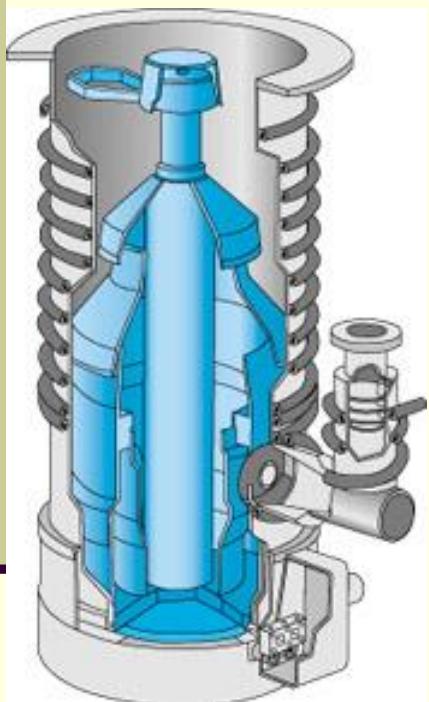
# Pré-vácuo

## Bombas de sorção



# Alto-vácuo

## Bomba Difusora



# Exemplos de Bombas Difusoras



Acelerador de Partículas

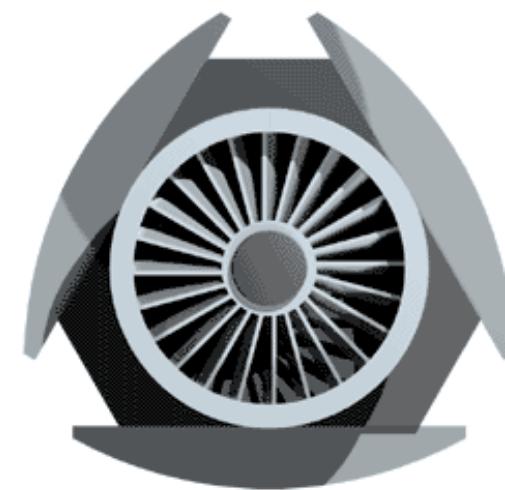
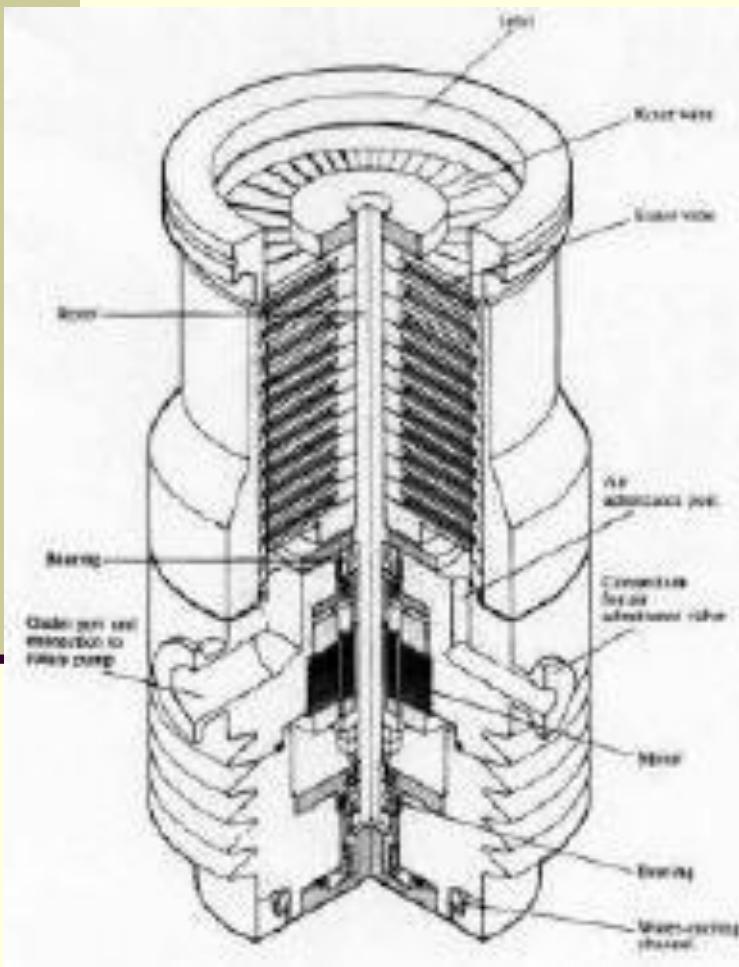
Joint Institute for Nuclear Research, Dubna, Russia



<https://www.ivicorp.com/diffusion-pumps/>

# Alto-vácuo

## Bomba Turbo-molecular



# Bomba Turbo Molecular - Pfiffer

PFEIFFER VACUUM



<https://www.youtube.com/user/PfeifferVacuum>

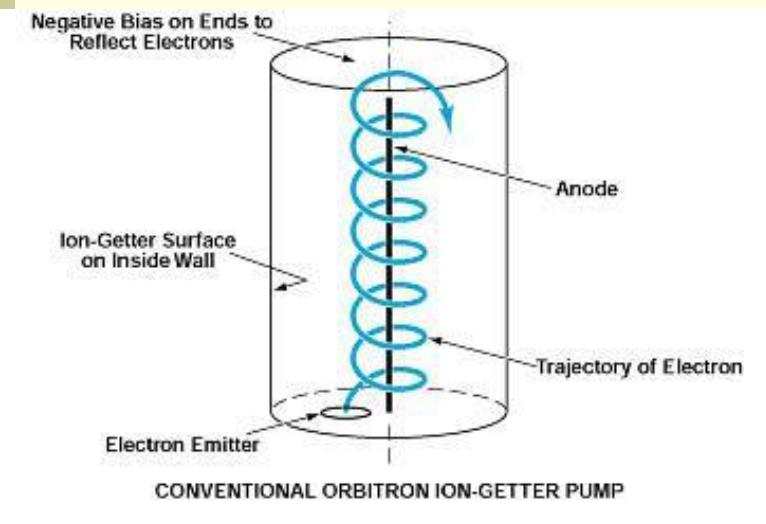
# Alto-vácuo

Bomba criogênica

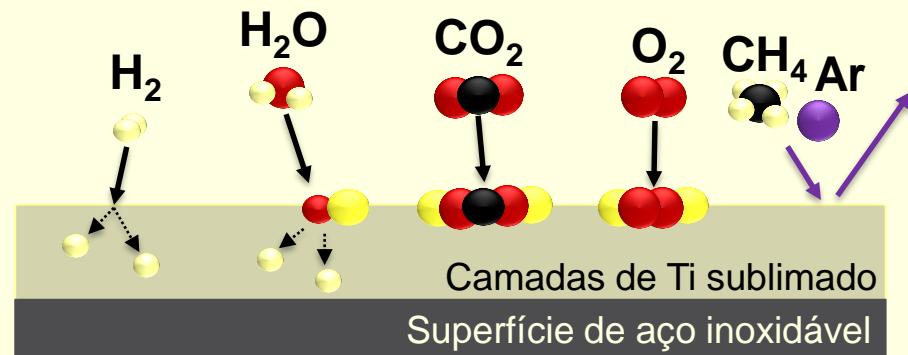
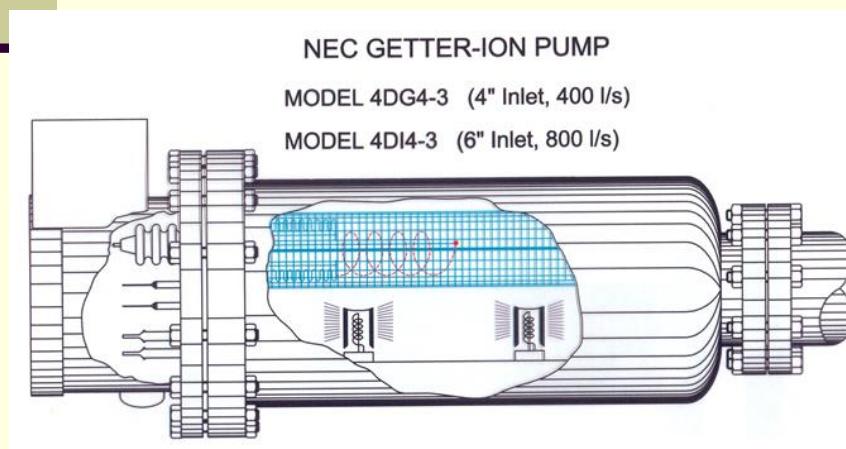
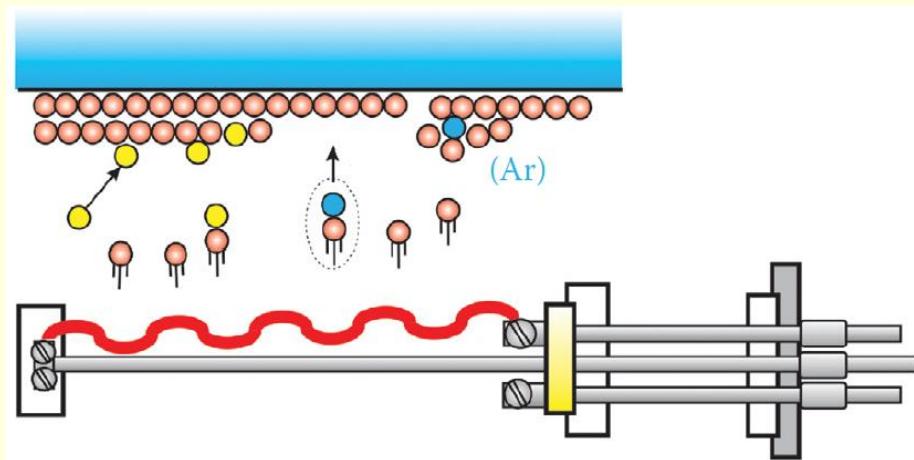


# Alto-vácuo

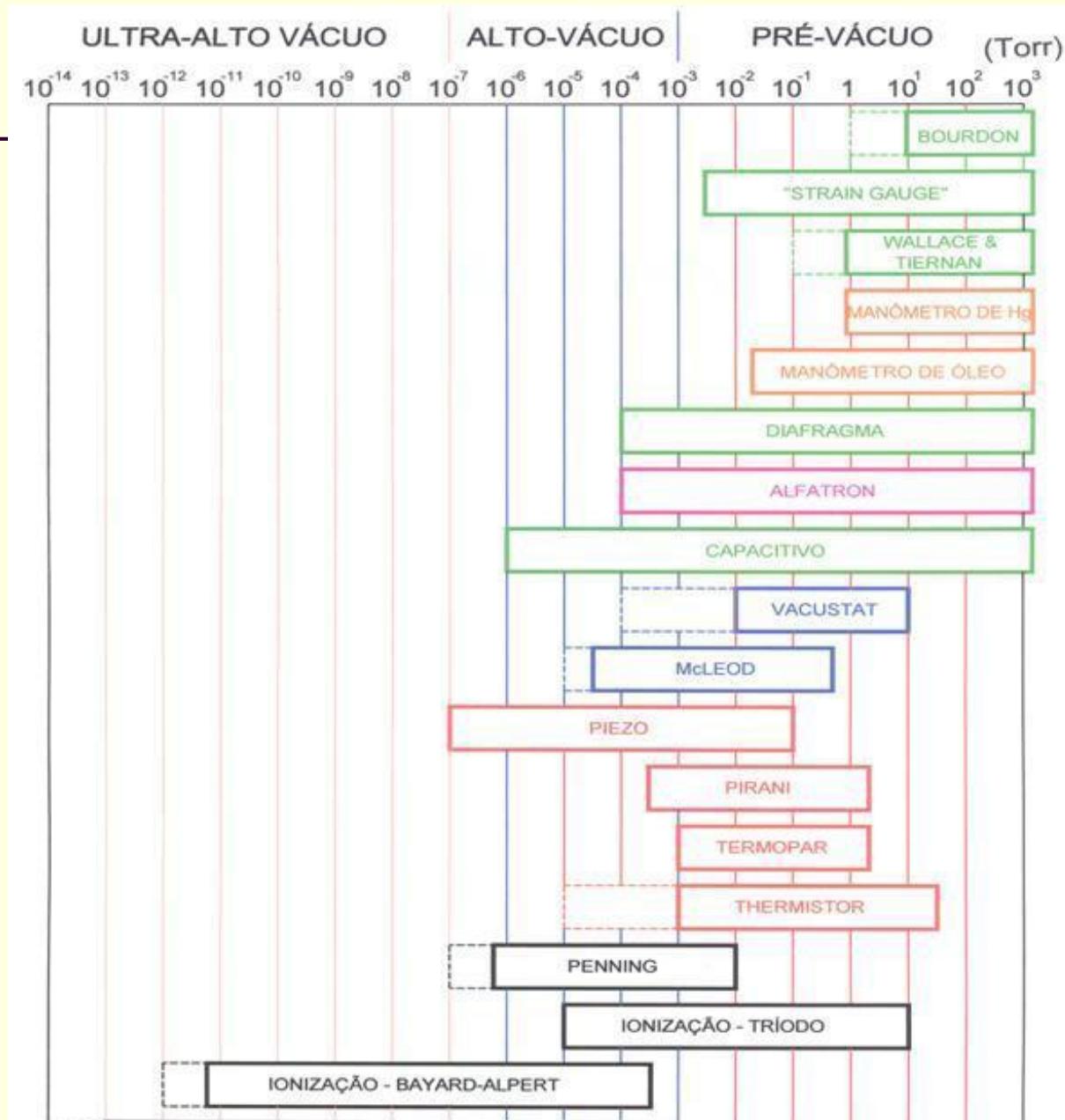
## Bomba iônica (orbitron)



## Bomba de sublimação



# Medidores de Pressão



# Manômetros mecânicos

---

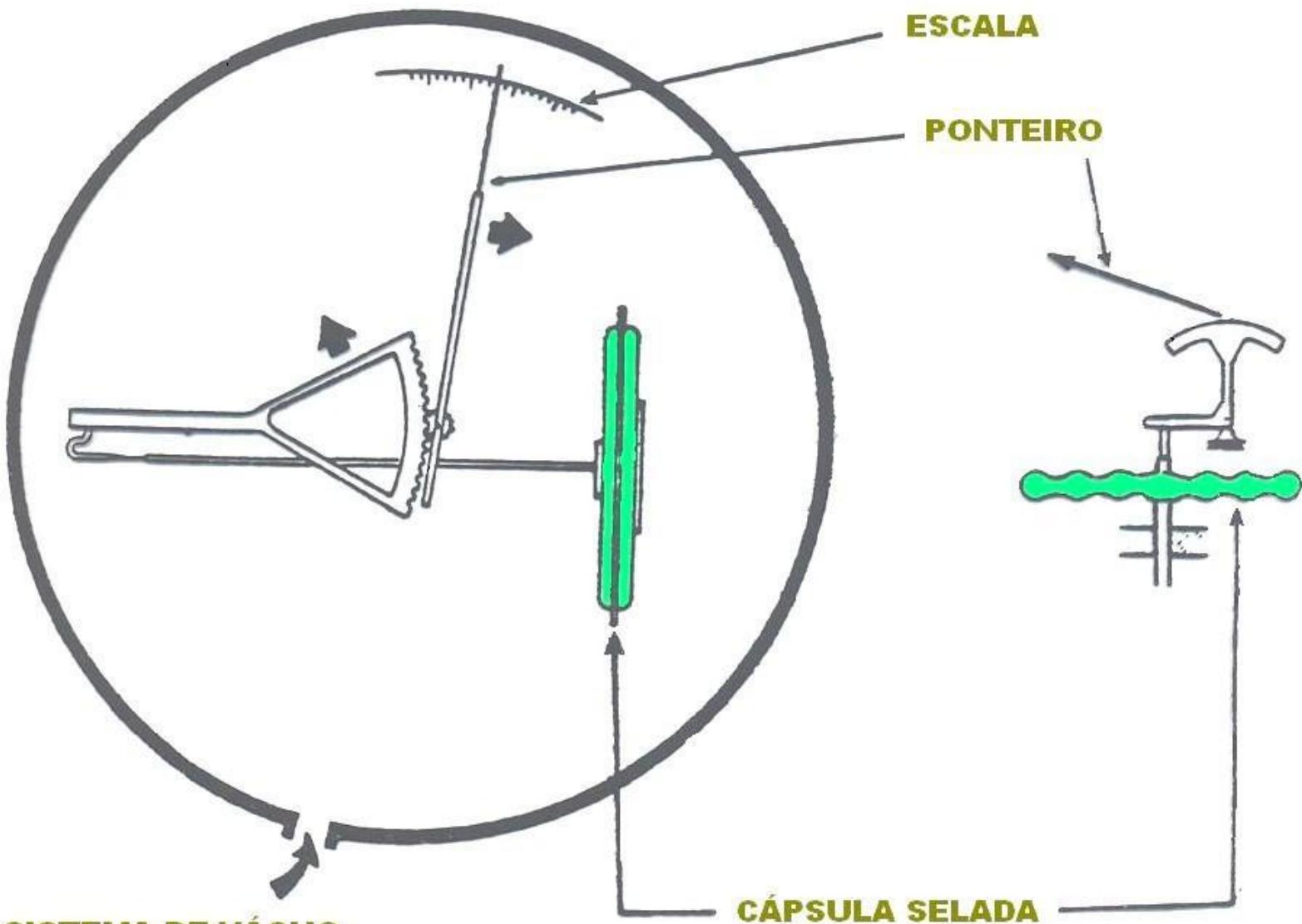
Bourdon



Wallace-Tiernan

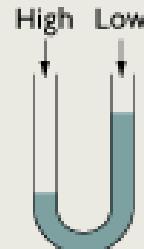
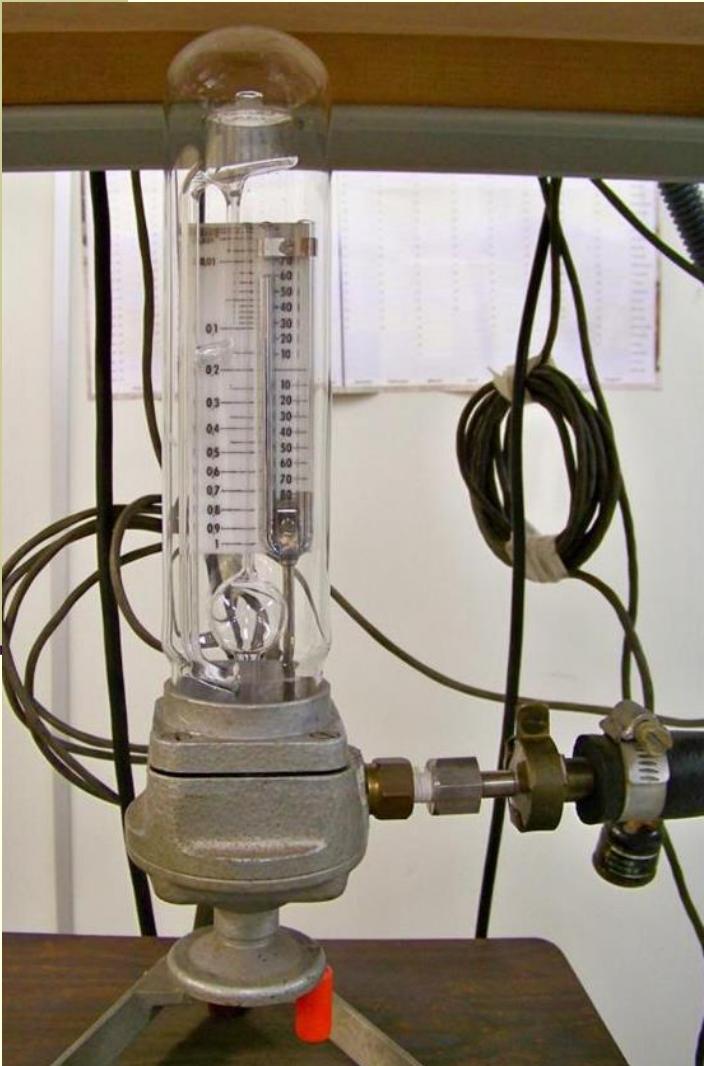


# Wallace-Tiernan

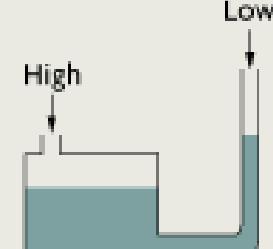


# Manômetros de mercúrio

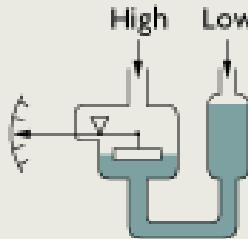
Kammerer (McLeod + Tubo em U)



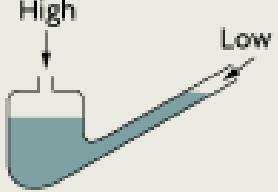
A) U-Tube Manometer



B) Well (Reservoir) Manometer

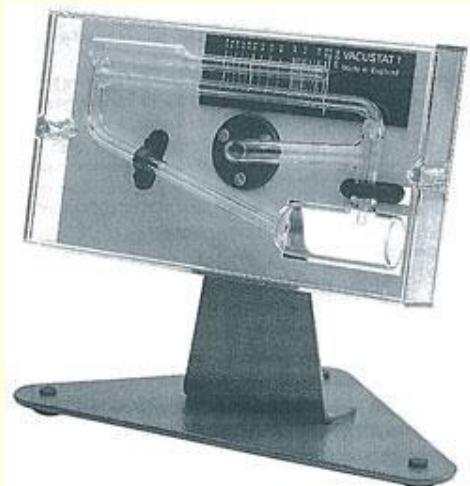


C) Float Manometer



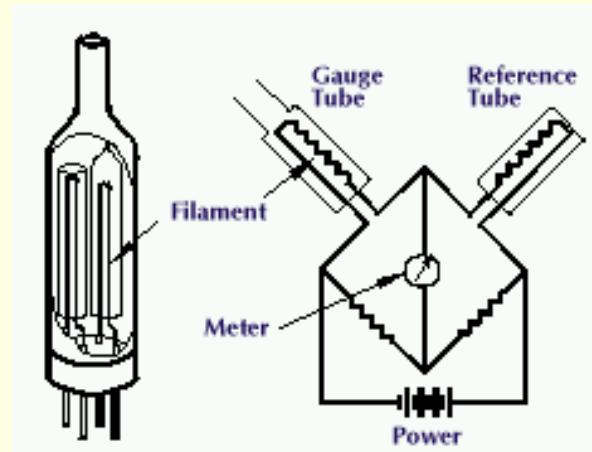
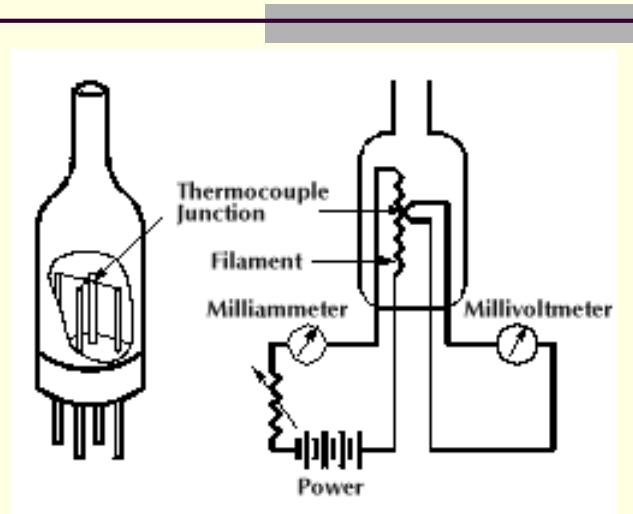
D) Inclined Manometer

## Vacustat

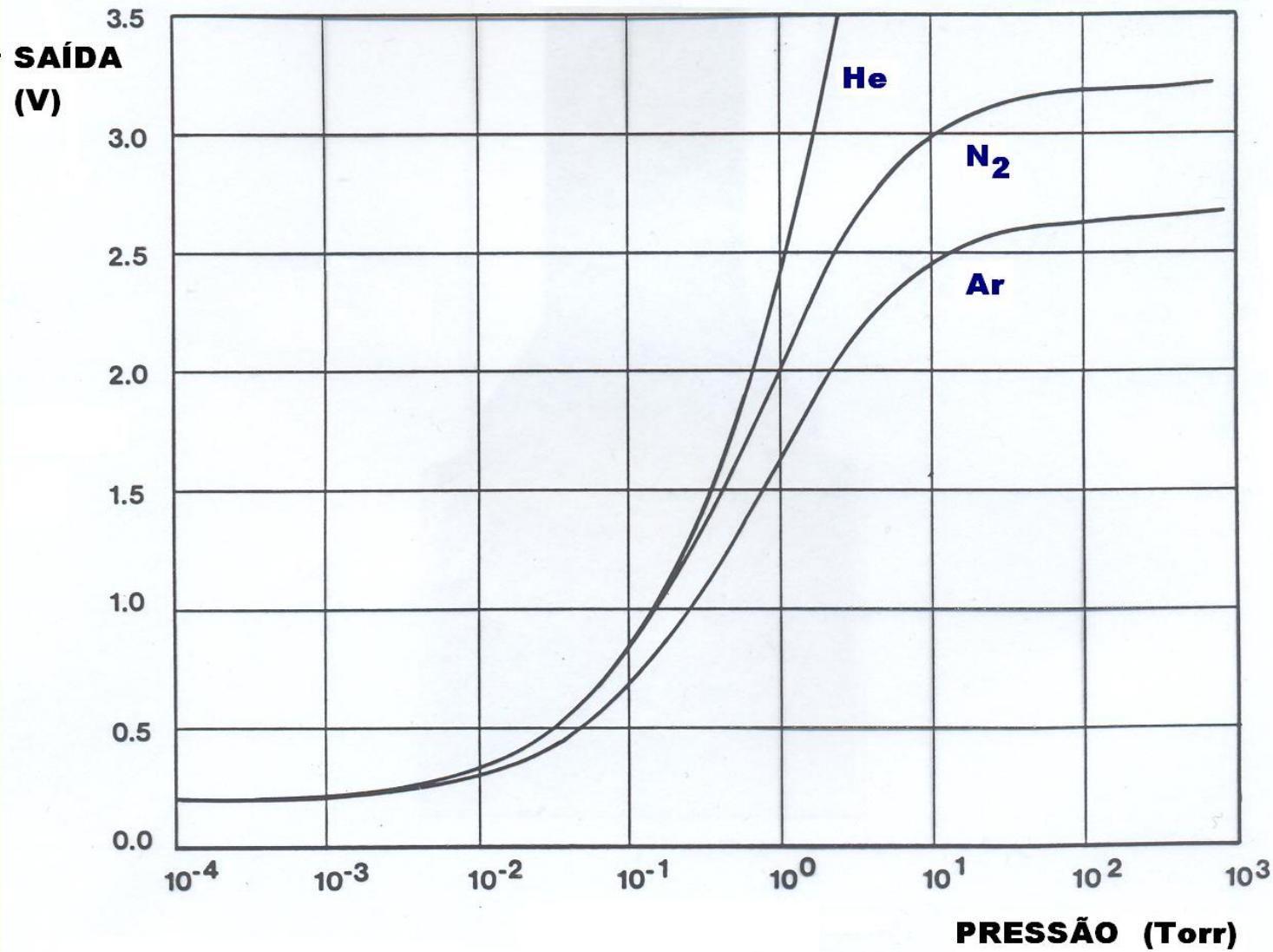


# Manômetros de termo-condutividade

Termopar, Pirani e thermistor

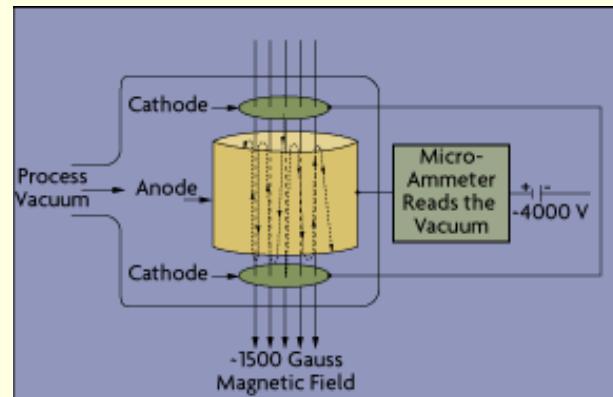
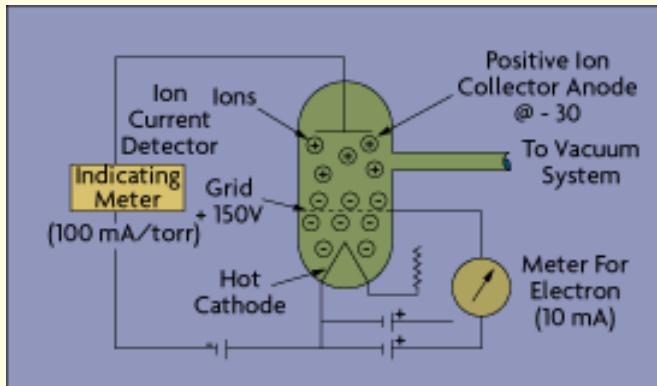


## PIRANI – CURVA DE RESPOSTA

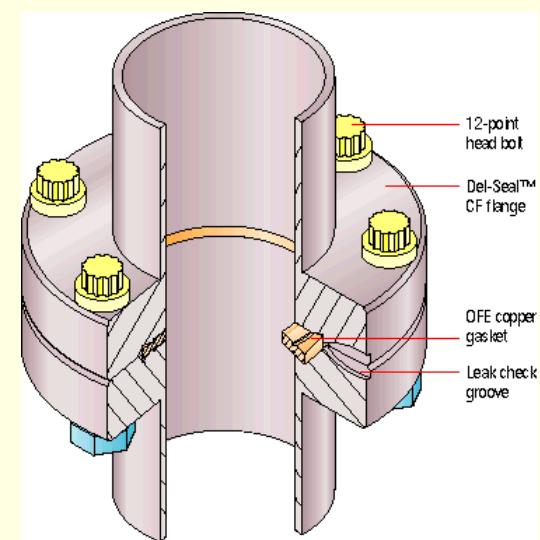
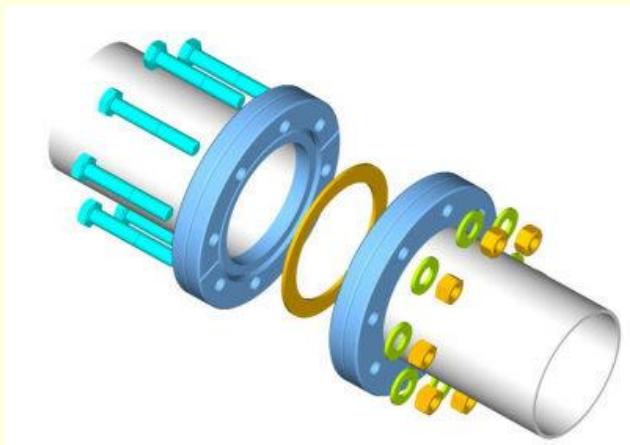


# Manômetros de ionização

## Triodo, Bayard-Alpert e Penning

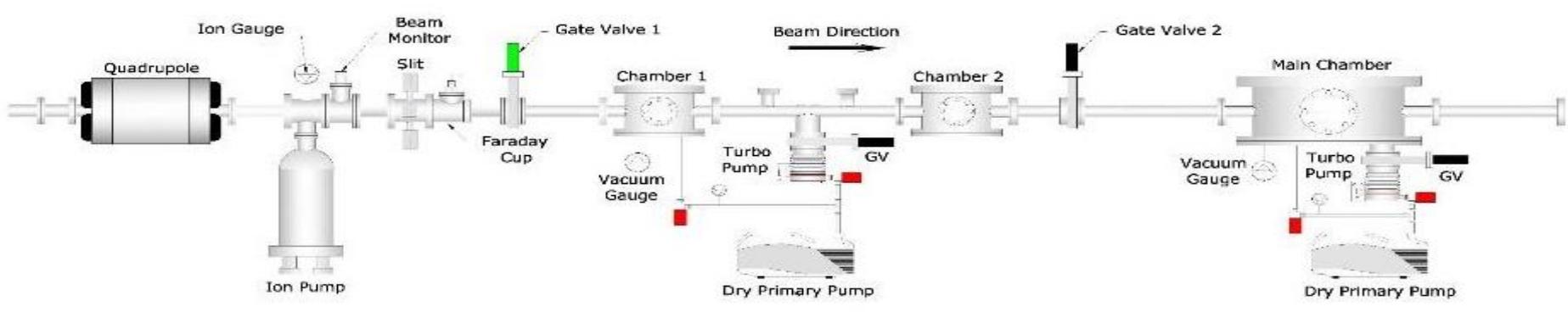


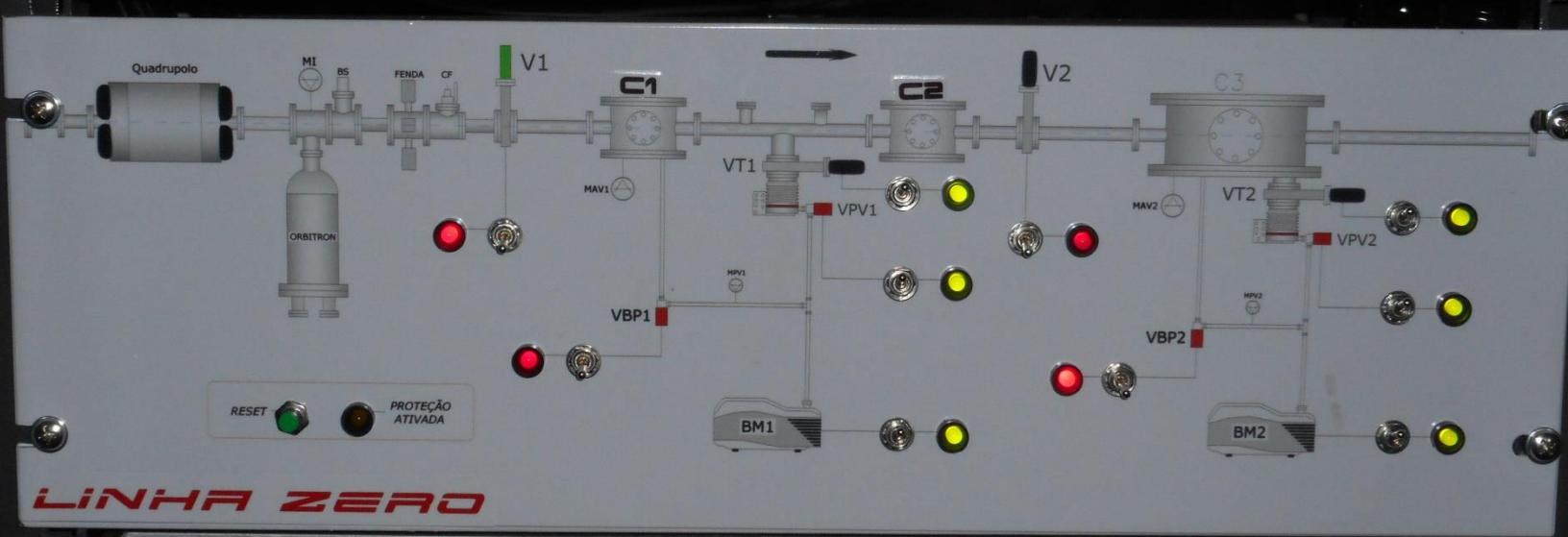
# Selagem com o-rings, gasket ou conflat



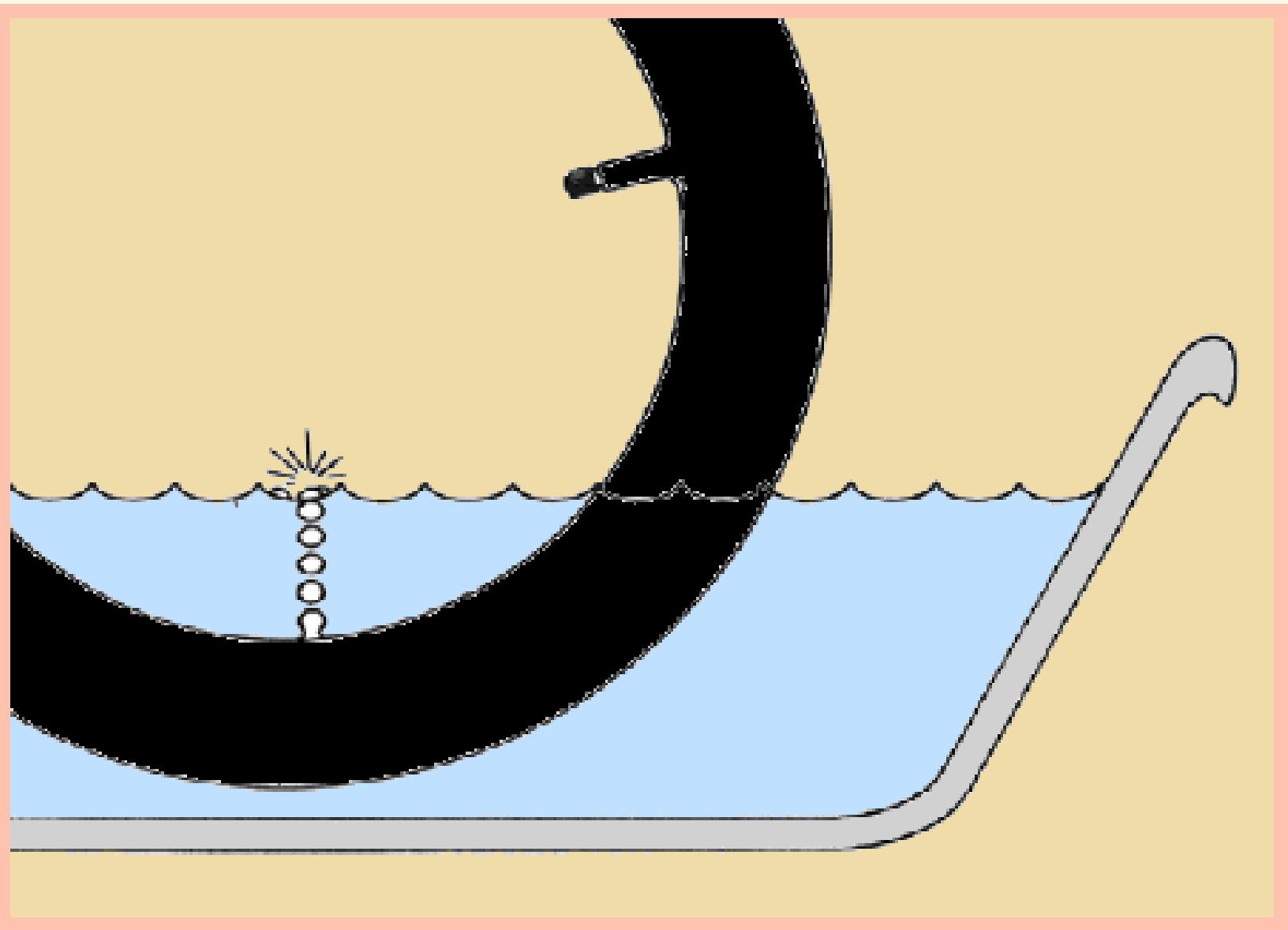
Escolha do material para a construção das câmaras:  
Alumínio, inox, latão, nylon, teflon, cobre, etc.

# Sistema de vácuo SAFIIRA



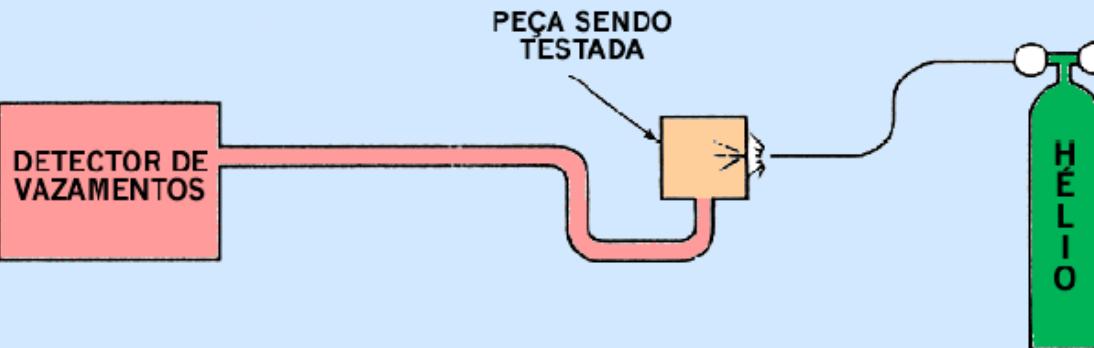


# Detecção de Vazamentos

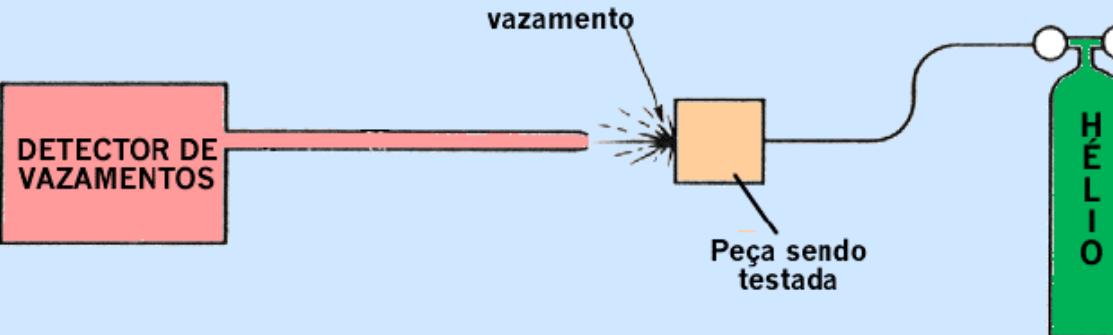


# Sistemas para detecção de vazamentos

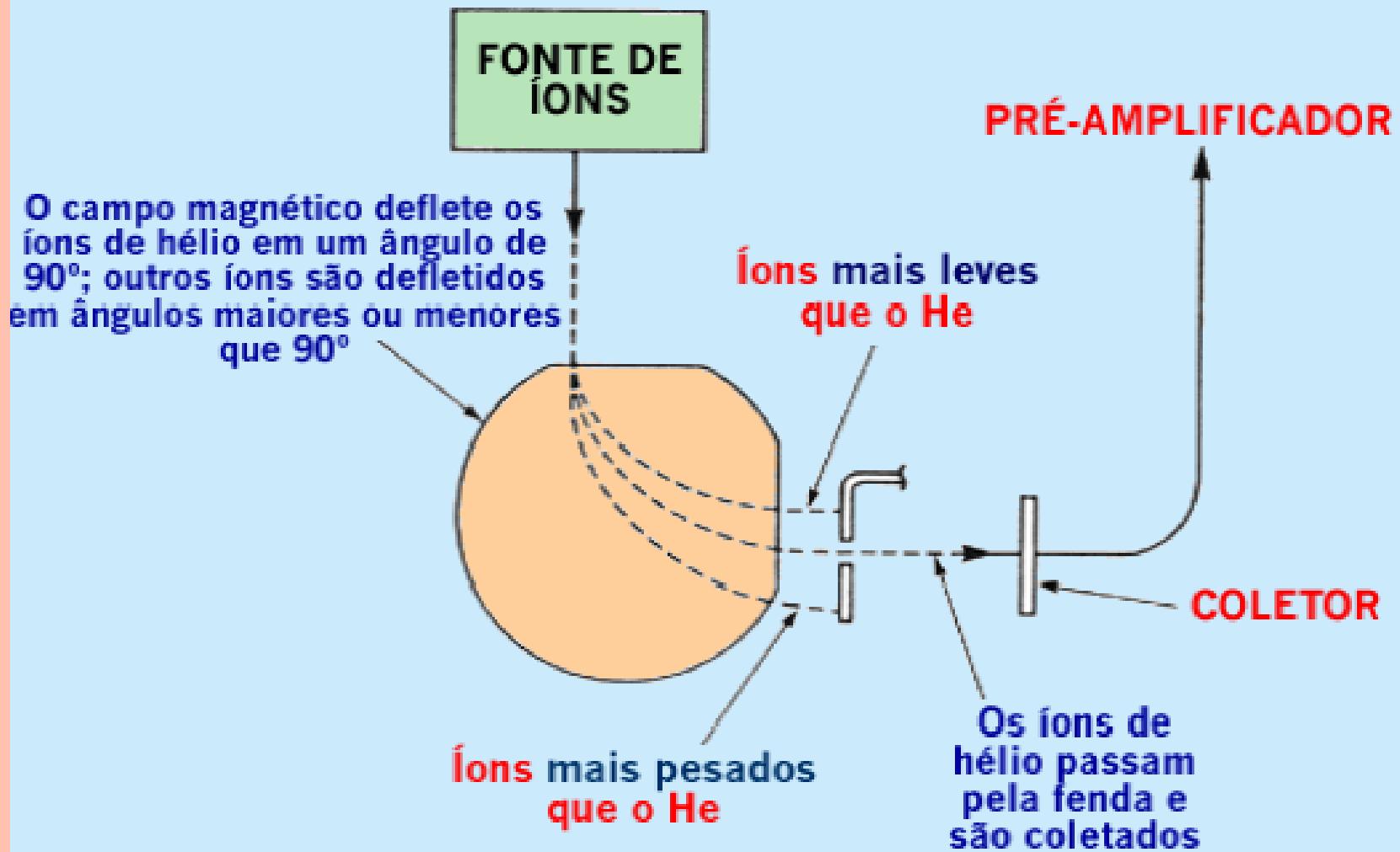
## TESTE COM O INTERIOR DA PEÇA EM VÁCUO

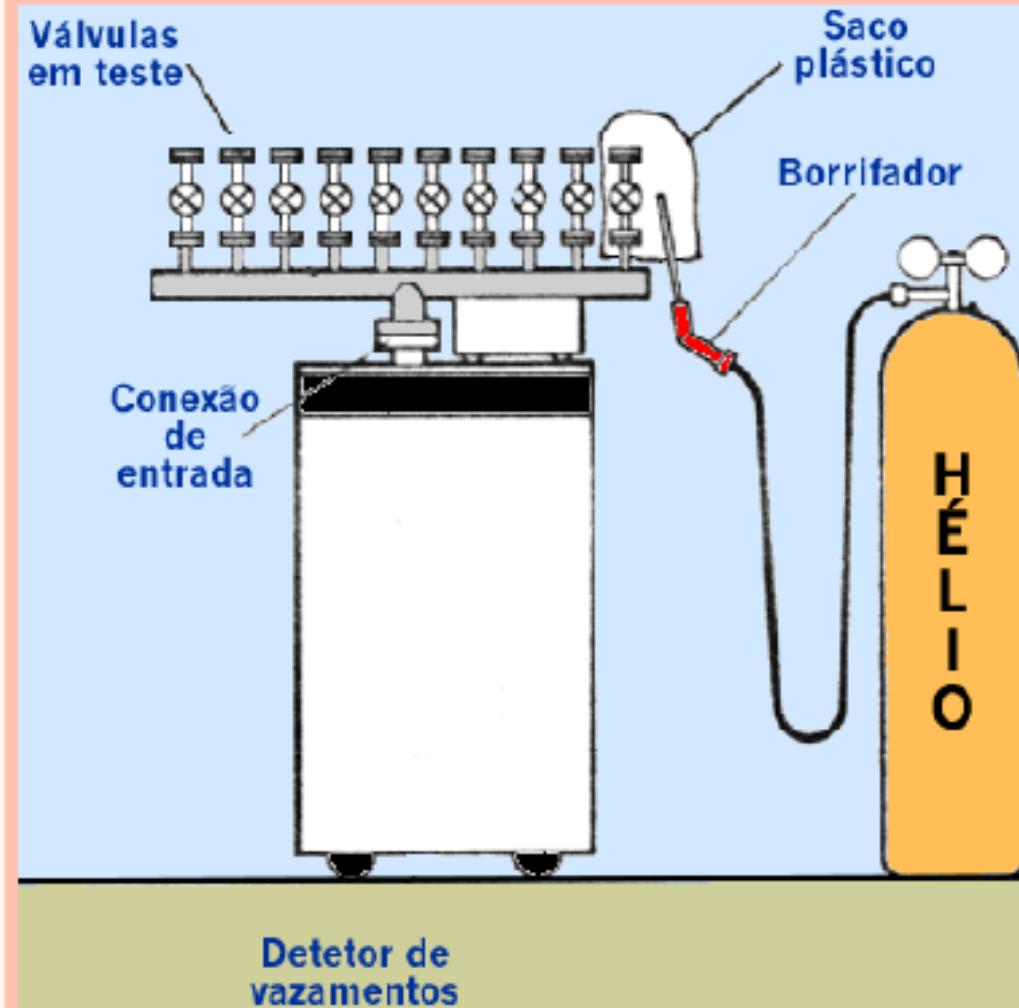


## TESTE COM O INTERIOR DA PEÇA PRESSURIZADO COM HÉLIO

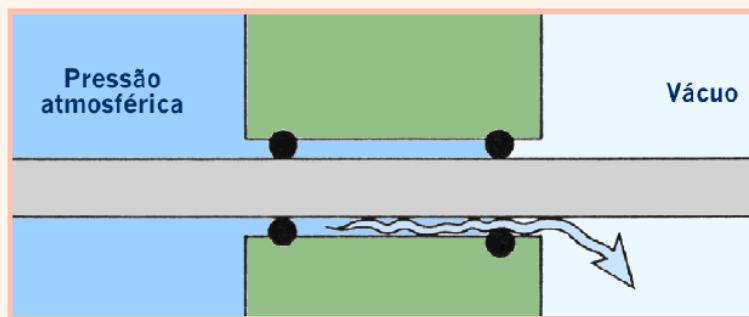
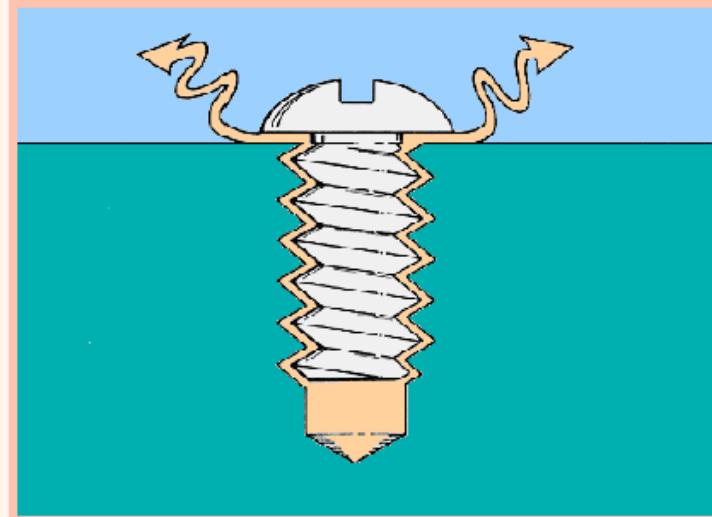


# PRINCÍPIO DA SEPARAÇÃO DE ÍONS POR CAMPO MAGNÉTICO



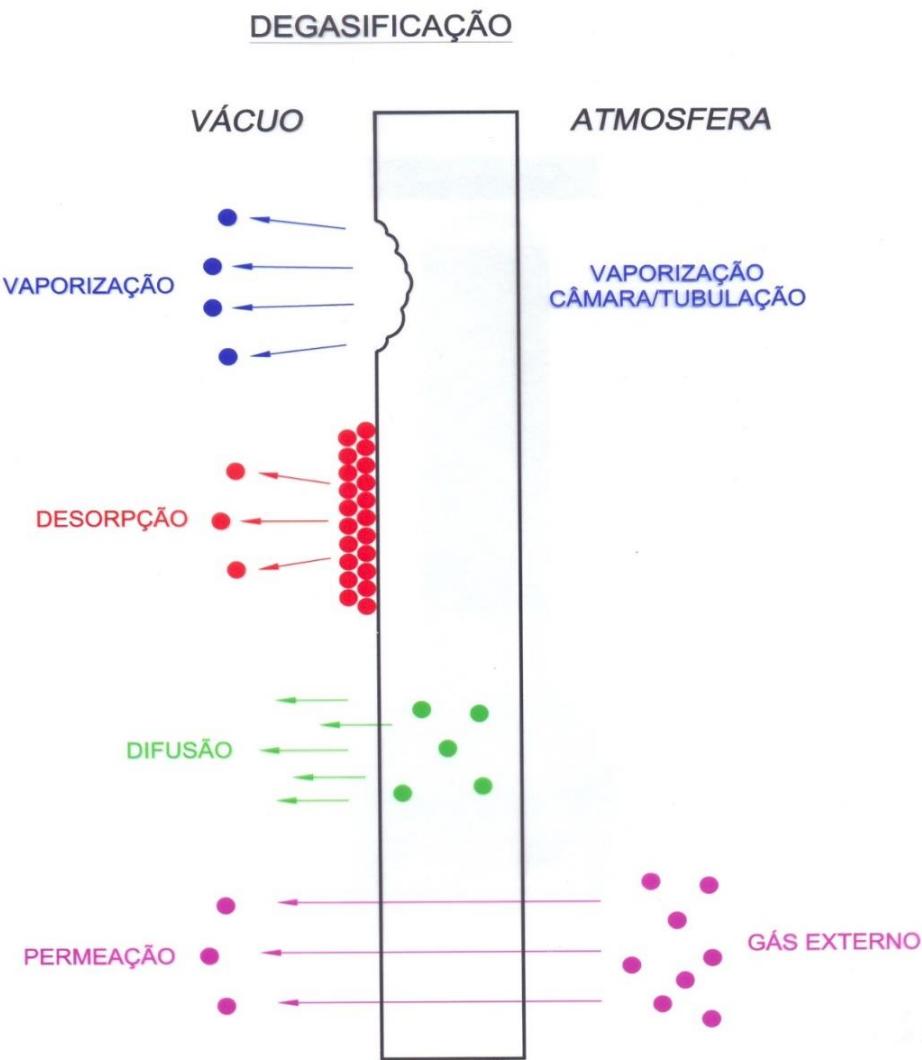
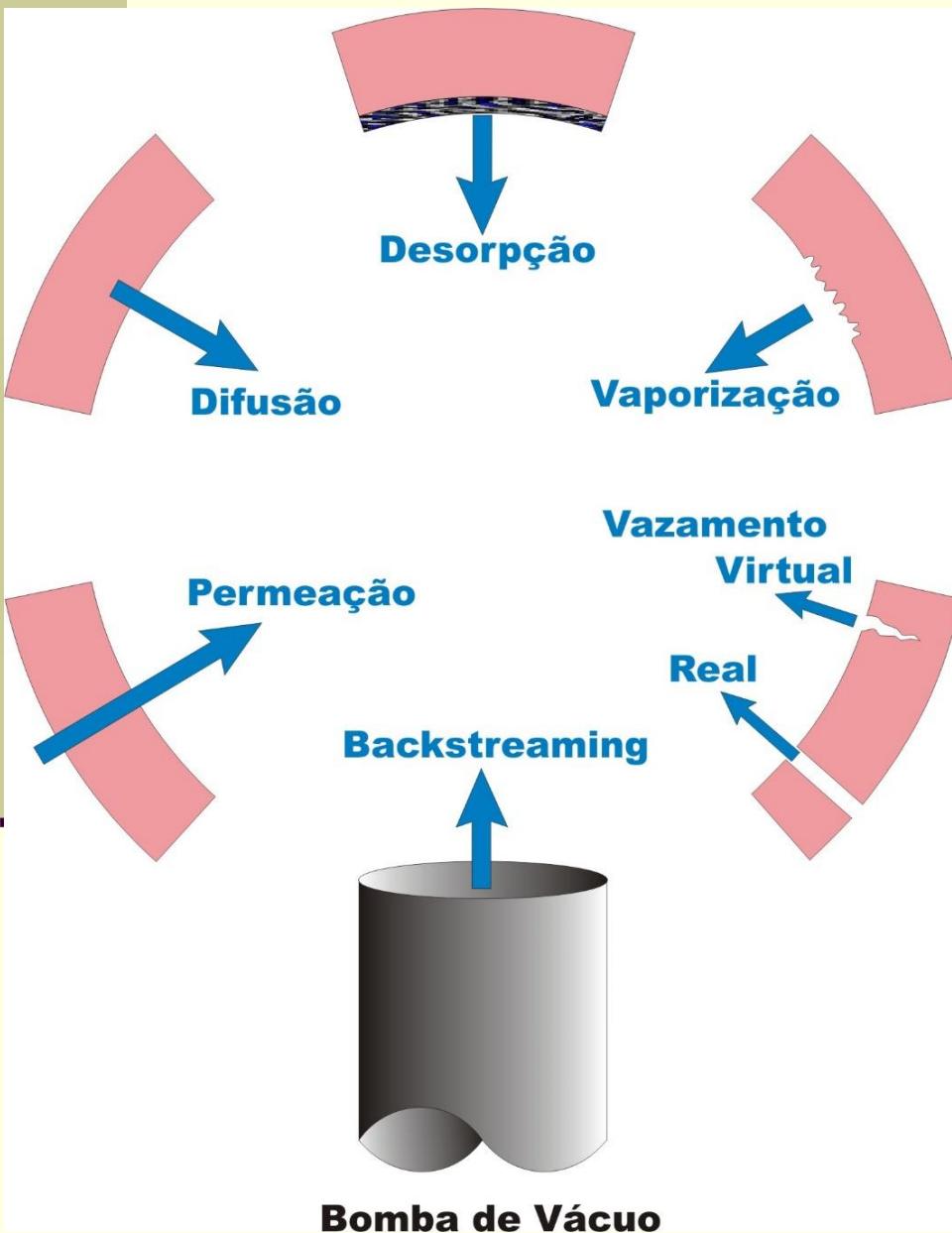


# Vazamento Virtual



# Principais fontes de gases e vapores em um sistema de vácuo

$$\text{Fluxo de Massa } Q_T = \sum Q_i$$



# Modelos de Fontes de gases

Fonte de gás	Característica	Comentário
Volume	$P = P_o e^{-\frac{S}{V}t}$	Pressão cai exponencialmente dependendo de S e V
Vazamento Real	$P_{res} = \frac{Q_{vr}}{S}; Q_{vr} \approx C_{vr} P_{atm}$	Fluxo constante. Utilizar detector de vazamentos. Deve ser eliminado
Vazamento Virtual	$Q_{vv} = C_v P_o e^{-\frac{C_v}{V_c}t}$	$C_v \ll S_b$ Queda da pressão depende de $C_v$ e $V_c$ . Evitar no projeto
Difusão	$Q(t) = c_o \frac{\sqrt{D}}{\sqrt{\pi t}}$	$Q(t)$ é proporcional a $\frac{1}{\sqrt{t}}$
Permeação	$Q = \frac{K(P_e^n - P_i^n)}{d}$	$N=1$ para não metais; $n=1/2$ para moléculas diatômicas em metais. Constante de permeação $K(T)$ é proporcional a $10^3/T$
Evaporação	$W = 0.058 P_v \sqrt{\frac{M}{T}} \frac{g}{cm^2 s}$ $Q = WA$ (g/s) $Q = \frac{\Delta N}{\Delta t} kT \frac{Torrl}{s}$	Crescimento de $P_v$ em função da temperatura é exponencial e por isso mais rápido do que $\frac{1}{\sqrt{T}}$
Desorpção Térmica (desgasificação)	Primeira ordem: $\frac{dc}{dt} = c_o k_1 e^{-\frac{t}{\tau_{res}}}$ $\frac{1}{k_1} = \tau_{res} = \tau_o e^{\frac{E_d}{N_o kT}}$	Rápido $\tau_{res} = 10^{-12} s$
Temperatura (cozimento)	Segunda ordem: $\frac{dc}{dt} = \frac{-k_2 C_o^2}{(1 + C_o K_2 t)^2}$	Cai lentamente A molécula de $H_2$ se dissocia na adsorção e recombina na desorpção
Superfícies Reais	$q_n = \frac{q}{t^\alpha}$ $0.7 \leq \alpha \leq 2$	Fórmula geral $q_n = qt^{-1}$ Adsorção química Adsorção física

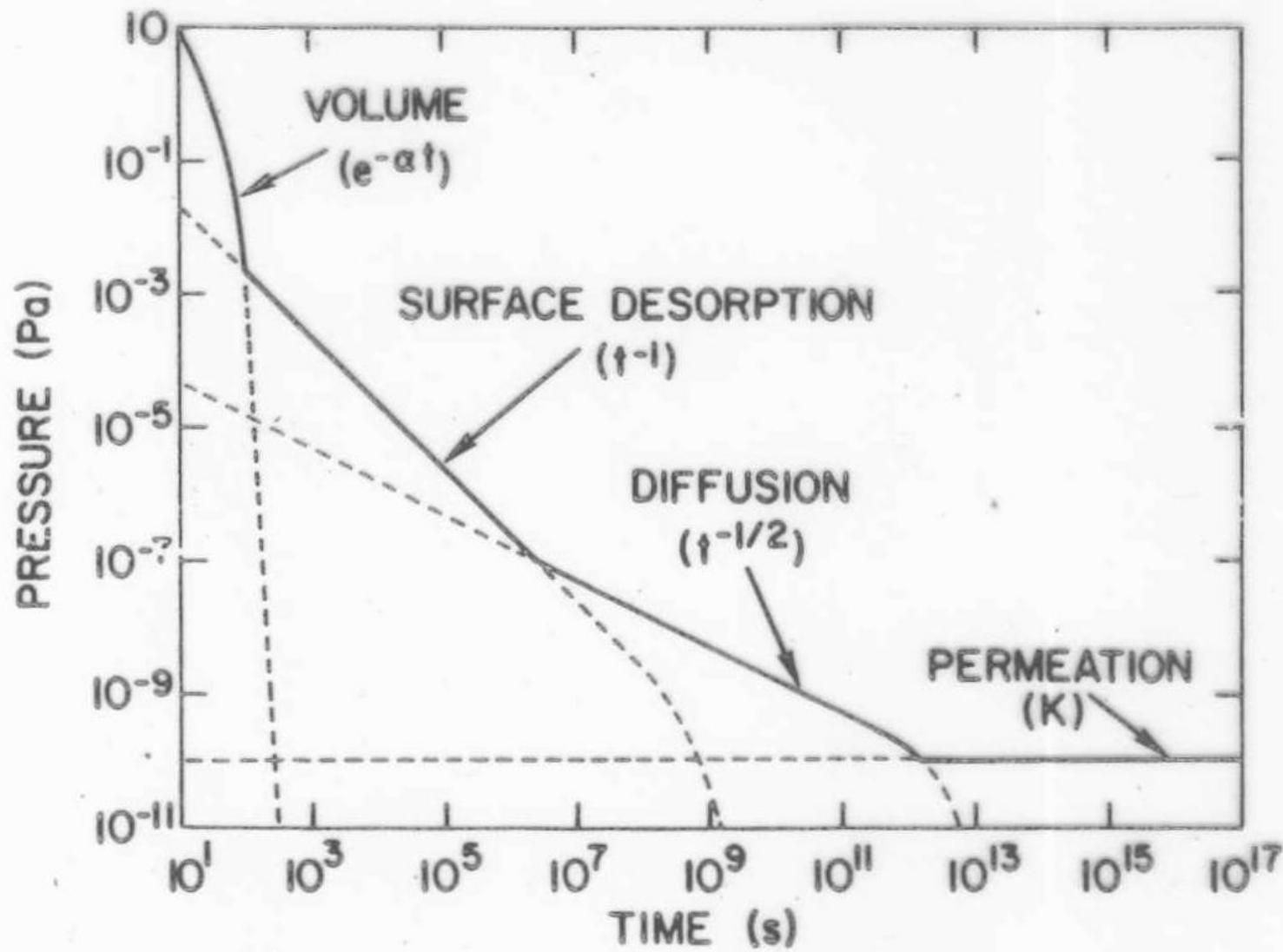
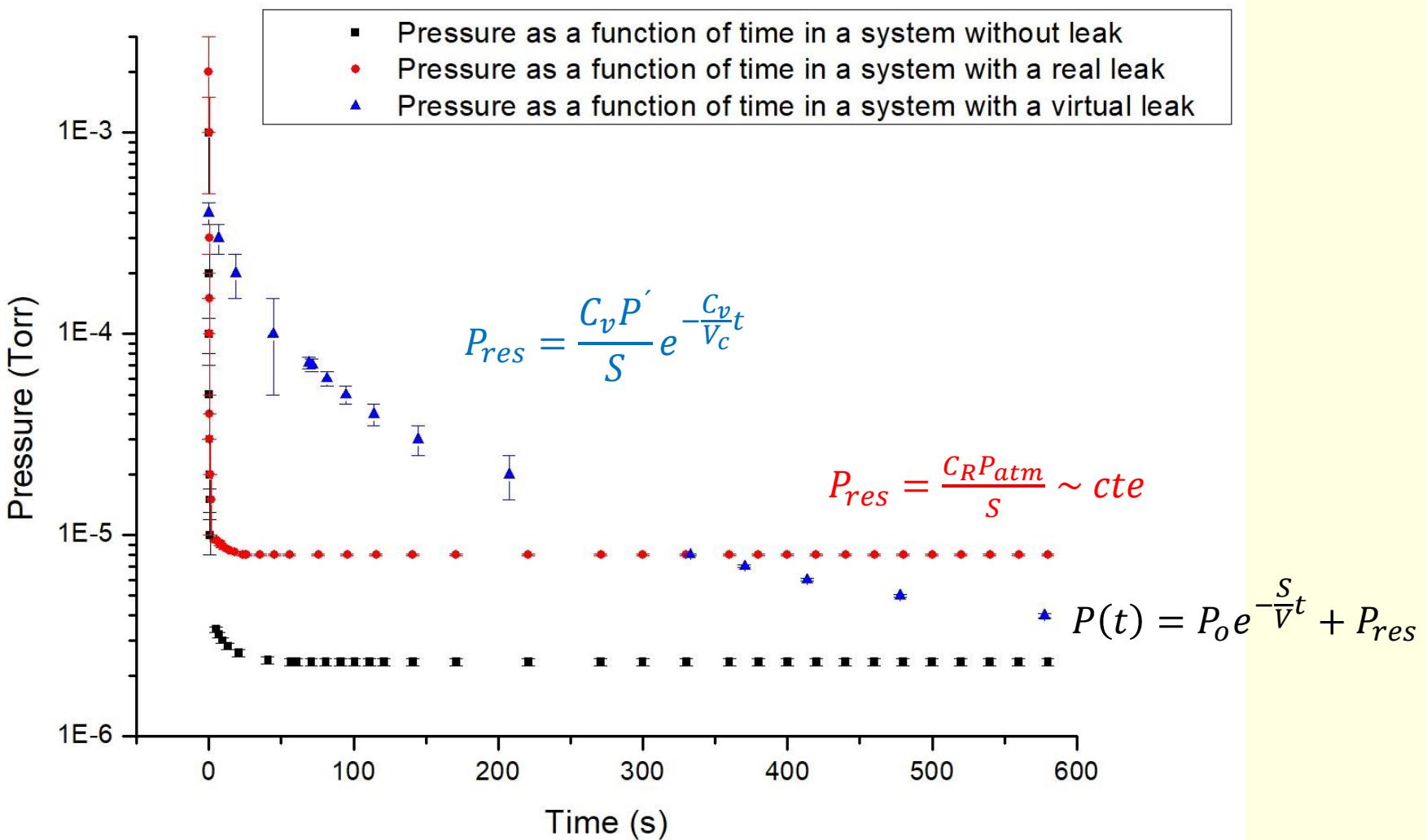
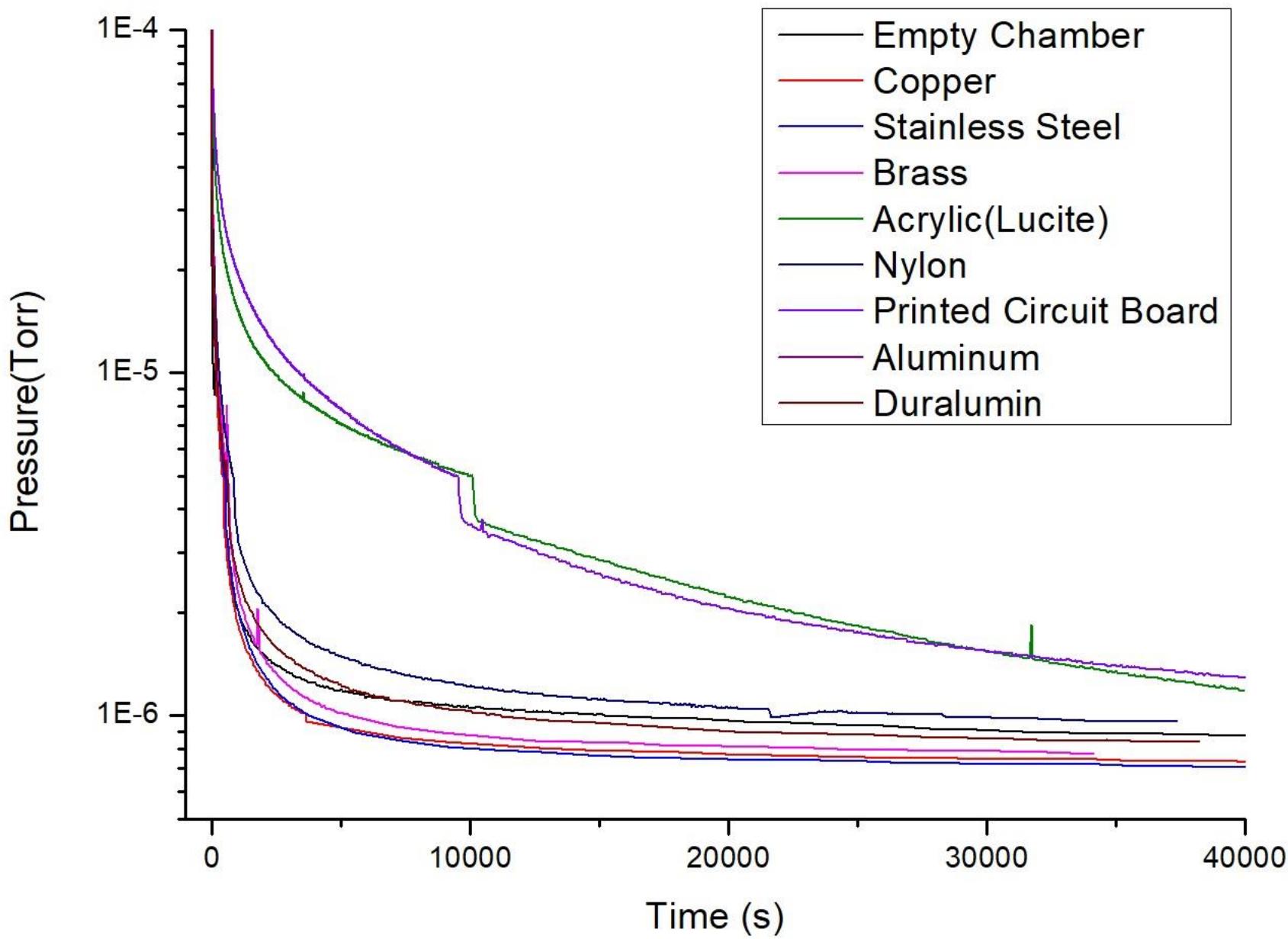


Fig. 4.6 Rate limiting steps during the pumping of a vacuum chamber.

# Queda da pressão em função do tempo num sistema real



# Desgaseificação de diferentes materiais



# Bibliografia

---

- B. Suurmeijer, T. Mulder and J. Verhoeven, *Vacuum Science and Technology*, The High Tech Institute and Settels Savenije Van Amelsvoort, 2016
- David M. Hata, *Introduction to Vacuum Technology*, Prentice Hall, 2007
- Nagamitsu Yoshimura, Vacuum technology: practice for scientific instruments, Springer, 2008
- J.F. O'Hanlon – A User's Guide to Vacuum Technology – John Wiley & Sons, 2003
- M. H. Hablanian – High-Vacuum Technology, A Practical Guide – CRC Press, 1997
- **A. Roth – Vacuum Technology – North-Holland, 1990**
- N.S. Harris – Modern Vacuum Practice – McGraw-Hill, 1989
- G. Lewin – Fundamentals of Vacuum Science and Technology – McGraw-Hill, 1965
- A. Guthrie – Vacuum Technology – John Wiley & Sons, 1965
- S. Dushman & J.M. Lafferty – Scientific Foundations of Vacuum Techniques, John Wiley & Sons, 1966

# AVALIAÇÃO

---

**Teoria:** Serão realizadas duas Provas Gerais (P) e mais uma Substitutiva. A prova substitutiva é uma prova optativa, única, versando sobre toda a matéria do semestre. Sua nota pode substituir a P<sub>1</sub> ou P<sub>2</sub>. Não haverá prova individual, em separado, por qualquer motivo.

**Laboratório:** Serão cobrados 2 relatórios referentes às 6 atividades experimentais.

**Não se aceitam relatórios fora do prazo de entrega estipulado.**

# REGIME DE APROVAÇÃO

- Será aprovado o aluno que obtiver uma Média Final (MF) maior ou igual a 5 (cinco), calculada da seguinte forma:

- $M_p = (P_1 + P_2) / 2$  média das provas.
- $M_R = (2R_1 + 3R_2) / 5$  média dos relatórios e lista de simulação.
- R1 = Relatório I (peso 2,0)
- R2 = Relatório II (peso 3,0)

**É obrigatória a entrega dos relatórios e da lista do programa Molflow dentro dos prazos estabelecidos.**

Se  $M_f \geq 5,0$  o estudante está **APROVADO**



Se  $3 \leq M_p < 5$  ou  $3 \leq M_R < 5$  a média final será a menor das duas notas e o estudante deverá fazer a segunda avaliação, que consiste em uma entrevista (se  $3 \leq M_R < 5$ ) ou uma prova escrita (se  $3 \leq M_p < 5$ ). Neste caso a nota da segunda avaliação será dada por:  $N_f = ((M_f + 2R) / 3)$

Se  $M_p < 3$  ou  $M_R < 3$  o estudante estará **reprovado**.



# Calendário

---

## CALENDÁRIO DOS FERIADOS

02 a 06/09 Semana da Pátria – não haverá aulas

15/11 Proclamação da República – não haverá aulas.

## DATAS DAS PROVAS

01/10 1<sup>a</sup> Prova, P<sub>1</sub>, terça-feira

19/11 2<sup>a</sup> Prova, P<sub>2</sub>, terça-feira

26/11 Prova Substitutiva, P<sub>S</sub>, terça-feira

**Local das Provas: Sala 2003 do IFUSP.**

---

## DATAS PARA ENTREGA DOS RELATÓRIOS – Até às 12h00 min

Relatório 1 - 16/09

Relatório 2 - 29/10

# Seminários

---

- 20/08 – Medidores de pressão
- 17/09 – Bombas de vácuo 1
- 08/10 – Bombas de vácuo 2
- 29/10 – Materiais e componentes de vácuo.  
Local: Sala 2003
- 11/11 – Filmes finos  
Local: Sala de seminários do LINAC

Horário das 19:00 às 21:00 horas

Palestrantes: Prof. Luiz Marcos Fagundes

Prof. José Fernando Diniz Chubaci

# Cronograma do Laboratório

Sala 1008 – Ala II – Andar Térreo

DATA	ATIVIDADE
09/08/24	Aula Introdutória
12/08/24	1º Ciclo de Experimentos – aula 1/3
19/08/24	1º Ciclo de Experimentos – aula 2/3
26/09/24	1º Ciclo de Experimentos – aula 3/3
16/09/24	ENTREGA DO RELATÓRIO 1
30/09/24	2º Ciclo de Experimentos – aula 1/3
07/10/24	2º Ciclo de Experimentos – aula 2/3
14/10/24	2º Ciclo de Experimentos – aula 3/3
29/10/24	ENTREGA DO RELATÓRIO 2
04/11/24	Componentes, Materiais e Vazamentos – Acelerador Pelletron
11/11/24	Fabricação de Filmes Finos

# Visita ao INPE 2005



'05 06 03

# 2007

---



# 2009



# Visita ao INPE 2024

---

Talvez em 21 de novembro de 2024  
Quinta-feira !

Partida às 7 horas do IFUSP  
Volta às 18 horas



**Nilberto H. Medina**  
**Universidade de São Paulo**  
**Instituto de Física**



**Obrigado pela Atenção**



# **Laboratório de Ciência e Tecnologia do Vácuo**

**1º SEMESTRE DE 2024**

**Nilberto H. Medina**  
[medina@if.usp.br](mailto:medina@if.usp.br)



# Resumo Histórico

- O que é VÁCUO?
  - no dicionário: *um lugar onde não contém nada; espaço imaginário ou real não ocupado por coisa alguma*
  - no cotidiano: “presença” do nada.

**É possível criar um espaço de ausência total de matéria? Existe o vazio absoluto?**

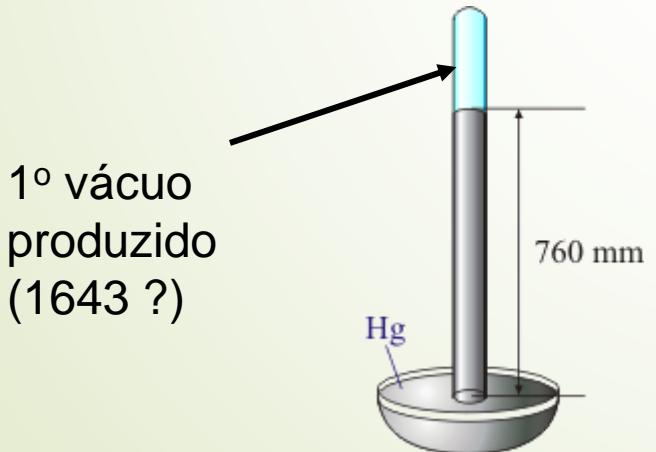
Resp.: Não, aparentemente.

**Definição dada pela American Vacuum Society:**

É um dado espaço preenchido com gás a uma pressão abaixo da atmosférica ( $< 2,5 \times 10^{19}$  moléculas/cm<sup>3</sup> ).

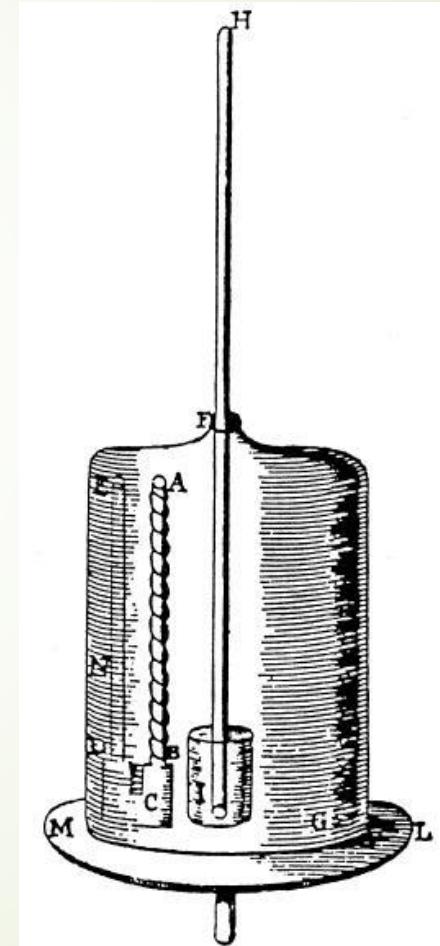
# Resumo Histórico

- ▶ Na Grécia antiga, filósofos debatiam sobre a existência do vazio absoluto.
- ▶ “A natureza tem horror ao vácuo...”  
Aristóteles (384 – 322 a.C.)
- ▶ Século XVII – Galileo Galilei, Torricelli e o barômetro de tubo fechado.



# Resumo Histórico

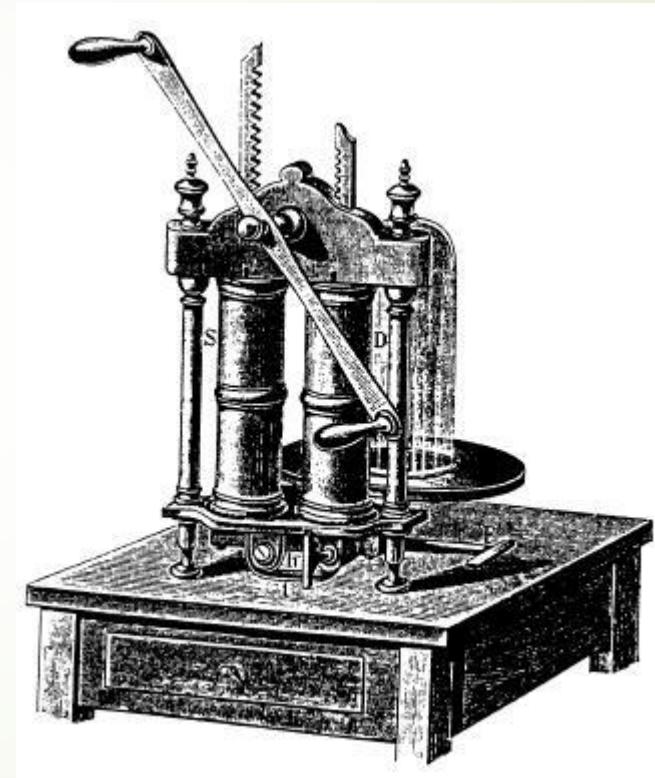
- 1660 – Primeira notícia da medida de um sistema em baixa pressão (~ 6 Torr) – Boyle
- Vácuo torna-se interesse do grande público.  
Desenvolvimento para o entretenimento.



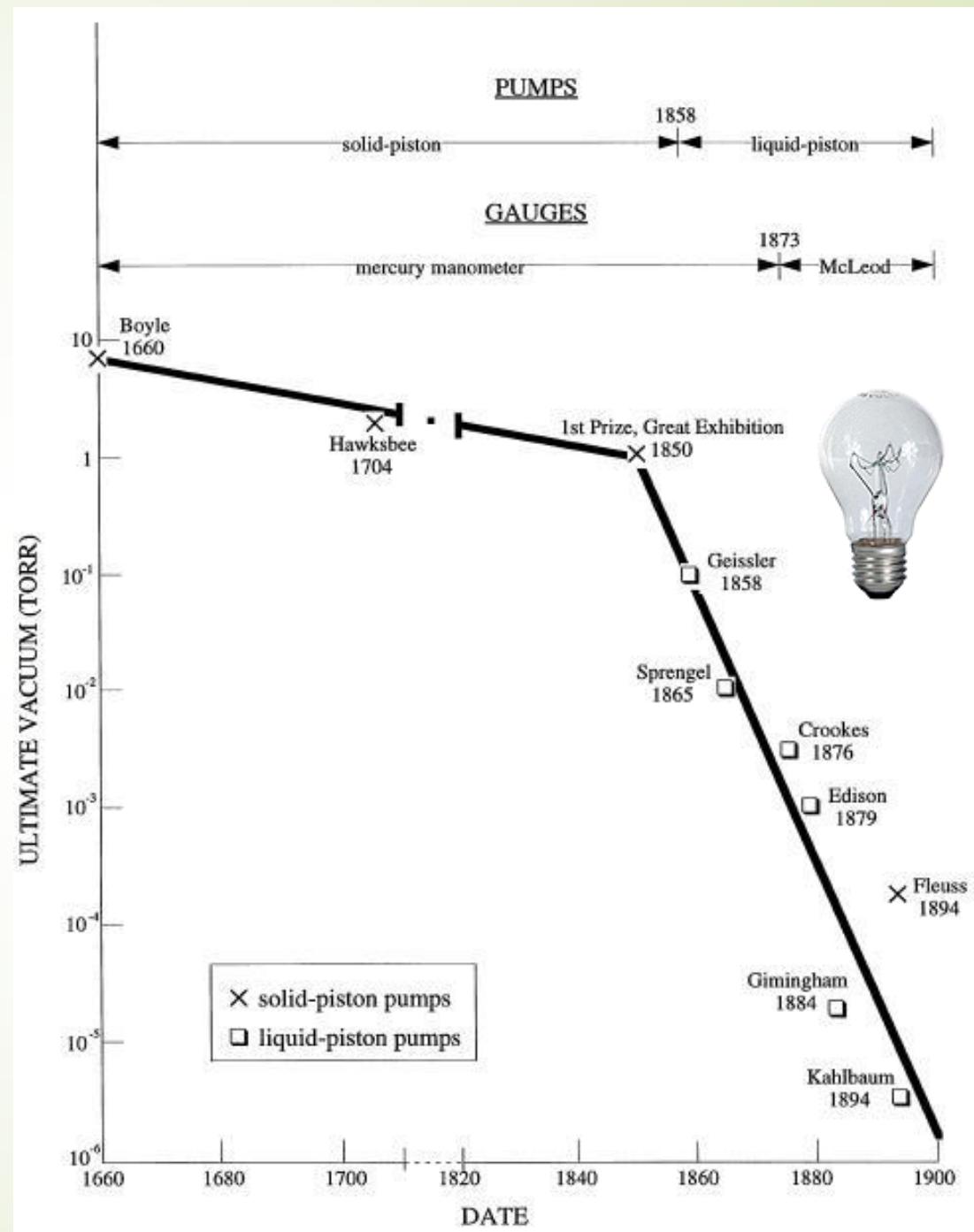
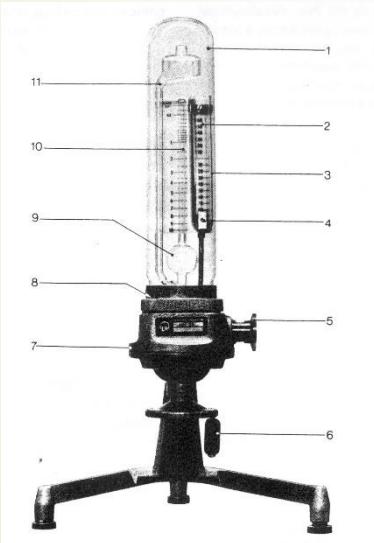


Joseph Wright's painting (1768) of a popular after-dinner demonstration of the effects of vacuum on a small animal. The effects of the lack of atmosphere on a cockatoo is being observed and air was then admitted just in time (in most cases) to save the creature's life.

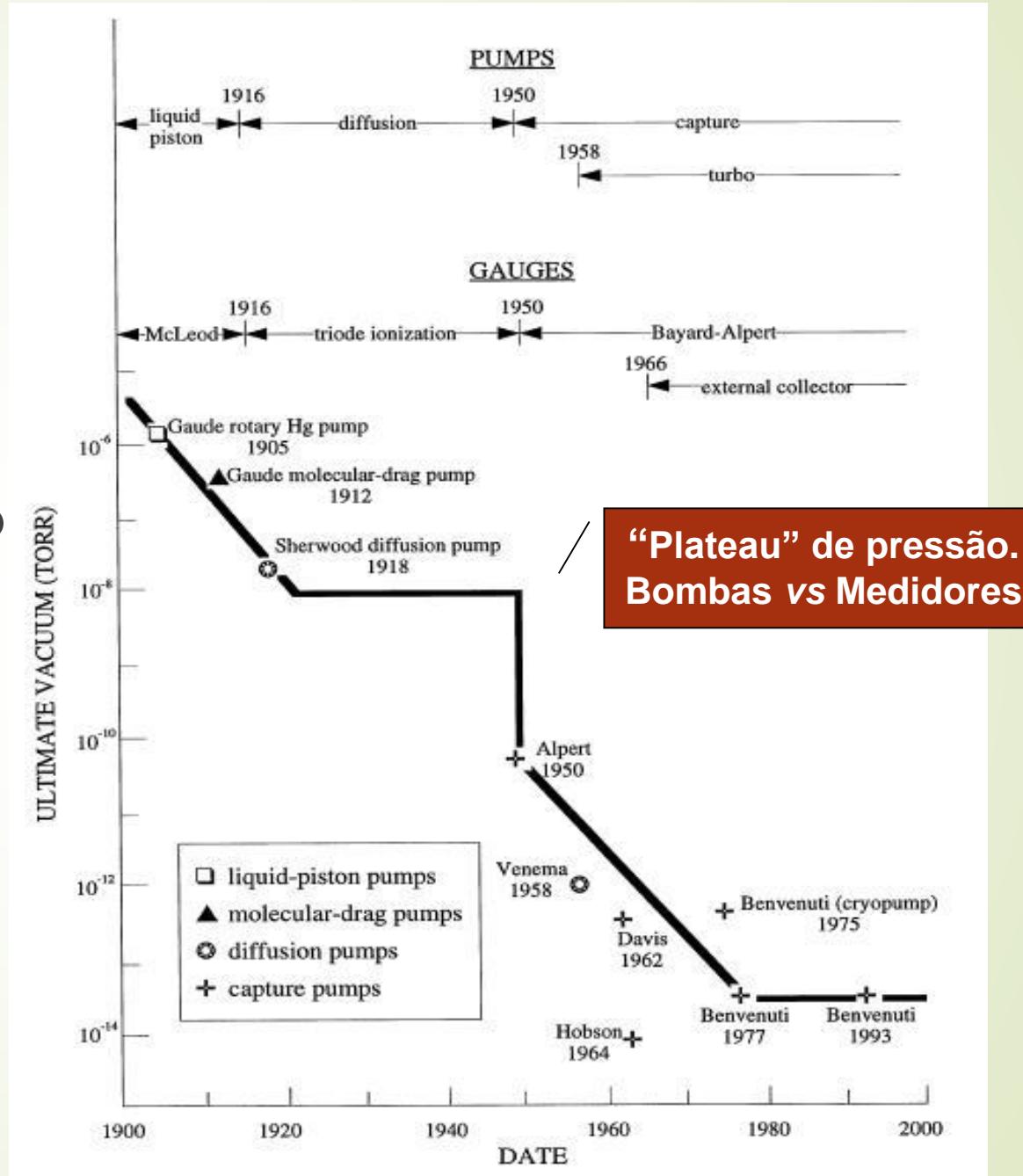
- Maiores esforços concentravam-se no desenvolvimento das bombas de vácuo
- 1850 – Bombas de pistão duplo começam a ser comercializados.
- Emprego da tecnologia de vácuo na indústria



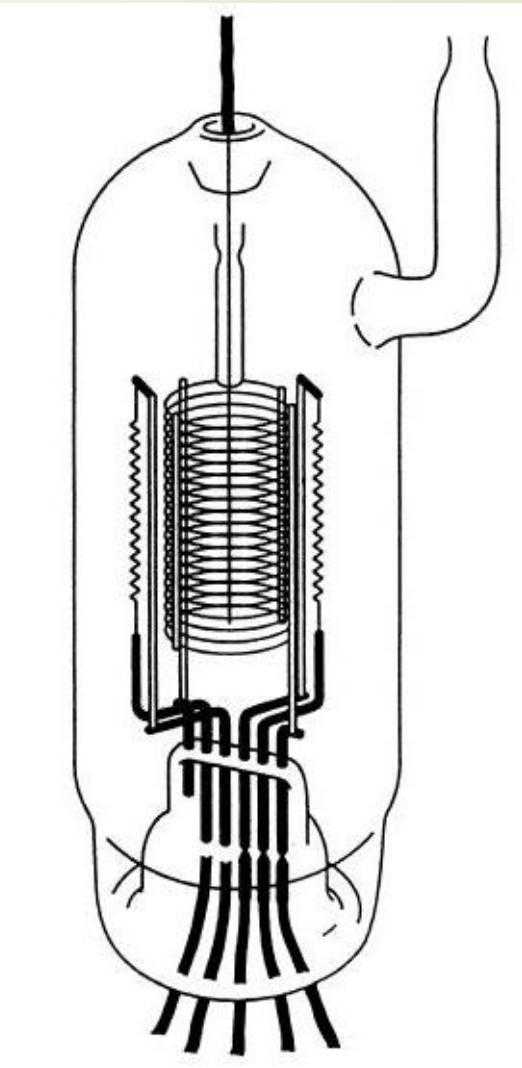
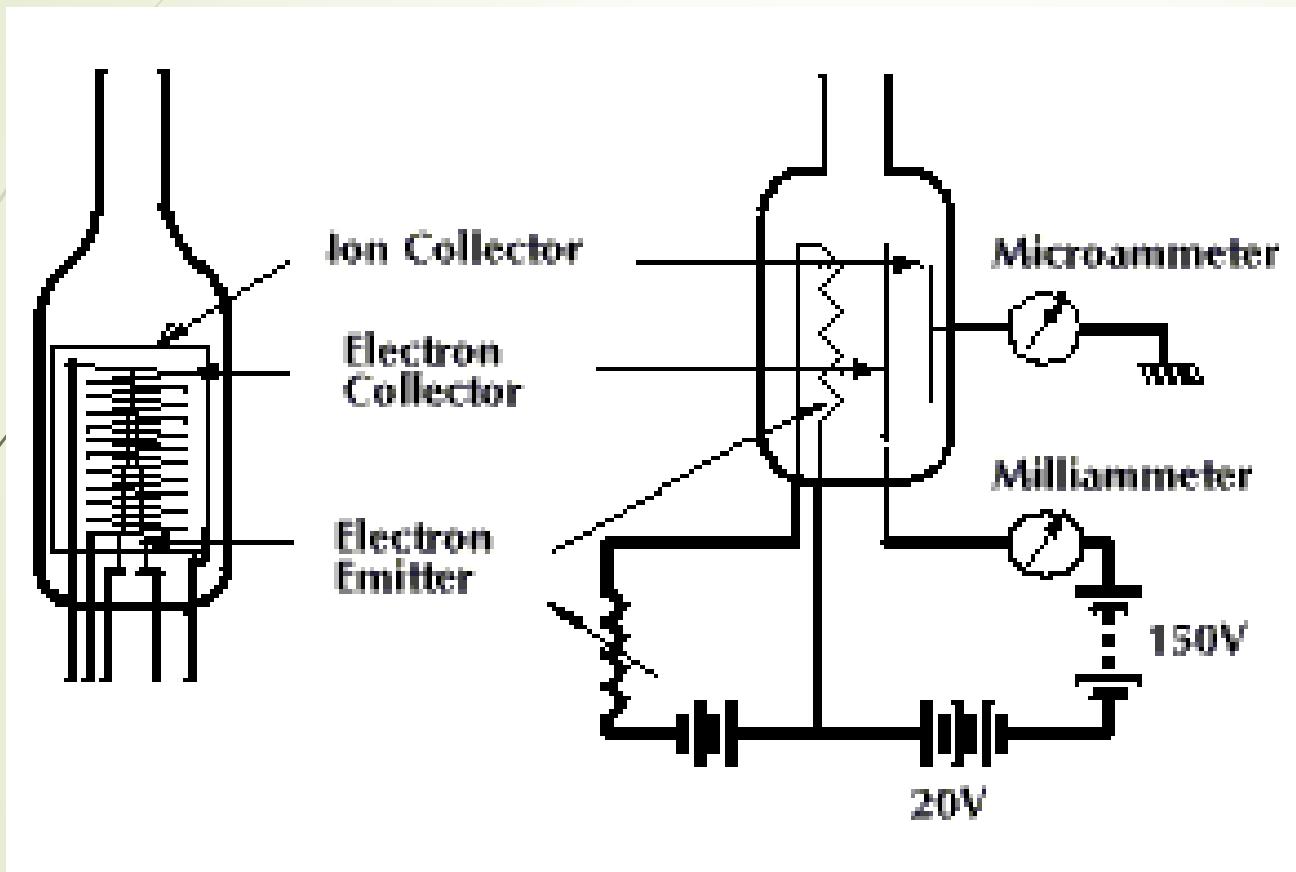
► Panorama da evolução da tecnologia de vácuo até 1900



- ▶ Evolução da tecnologia de vácuo 1900-2000
- ▶ Desenvolvimento constante
- ▶ Era dos grandes aceleradores



► 1950 – Tríodo de ionização e o manômetro Bayard-Alpert



Limitação inferior na medida de pressão ( $10^{-8}$  Torr)

# Tecnologia do Vácuo

## 4300323

Professores:

Nilberto Heder Medina (Teoria)

Laboratório Aberto de Física Nuclear, sala 206

Sala de Aula (teoria): 2003, Ala II

tel: 3091-6763

**medina@if.usp.br**

Luiz Marcos Fagundes (Seminários)

# Seminários

- ▶ 20/08 – Medidores de pressão
- ▶ 17/09 – Bombas de vácuo 1
- ▶ 08/10 – Bombas de vácuo 2
- ▶ 29/10 – Materiais e componentes de vácuo.

Local: Sala 2003

- ▶ 11/11 – Filmes finos

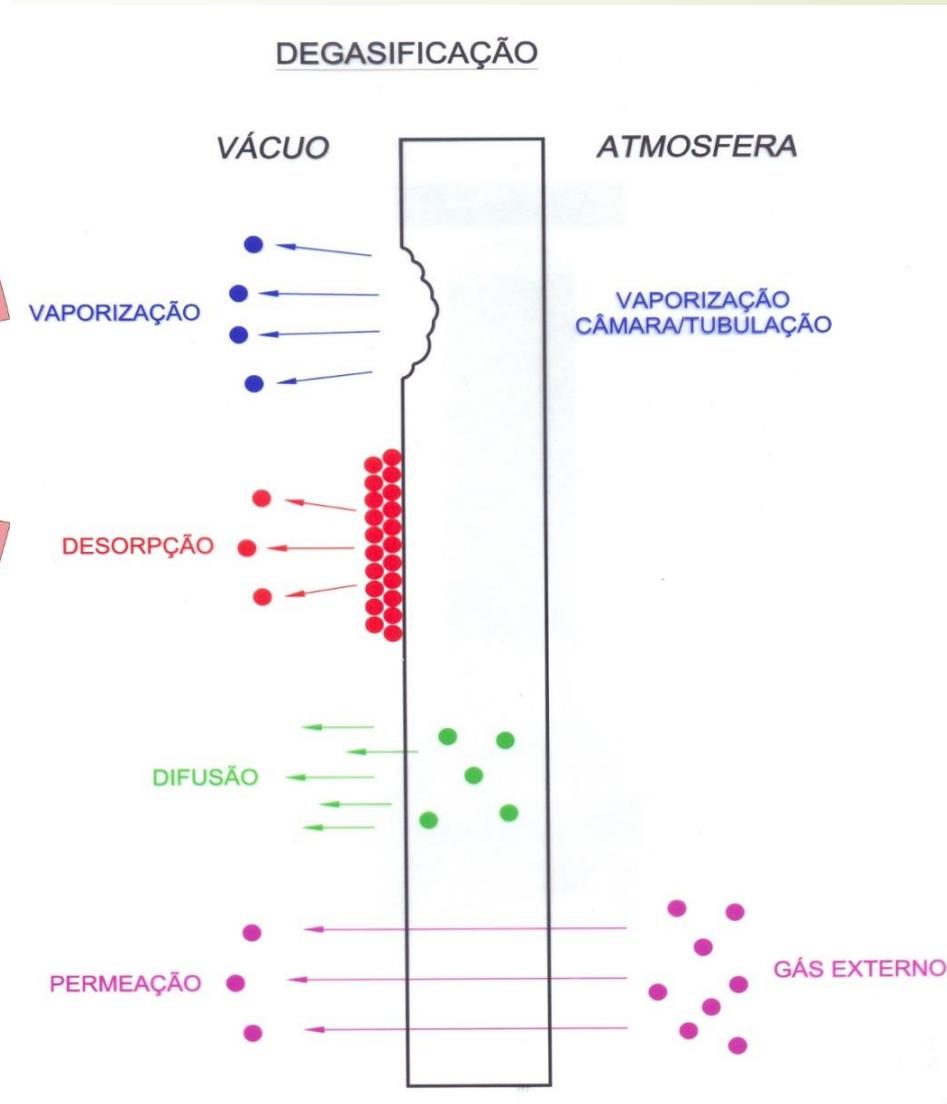
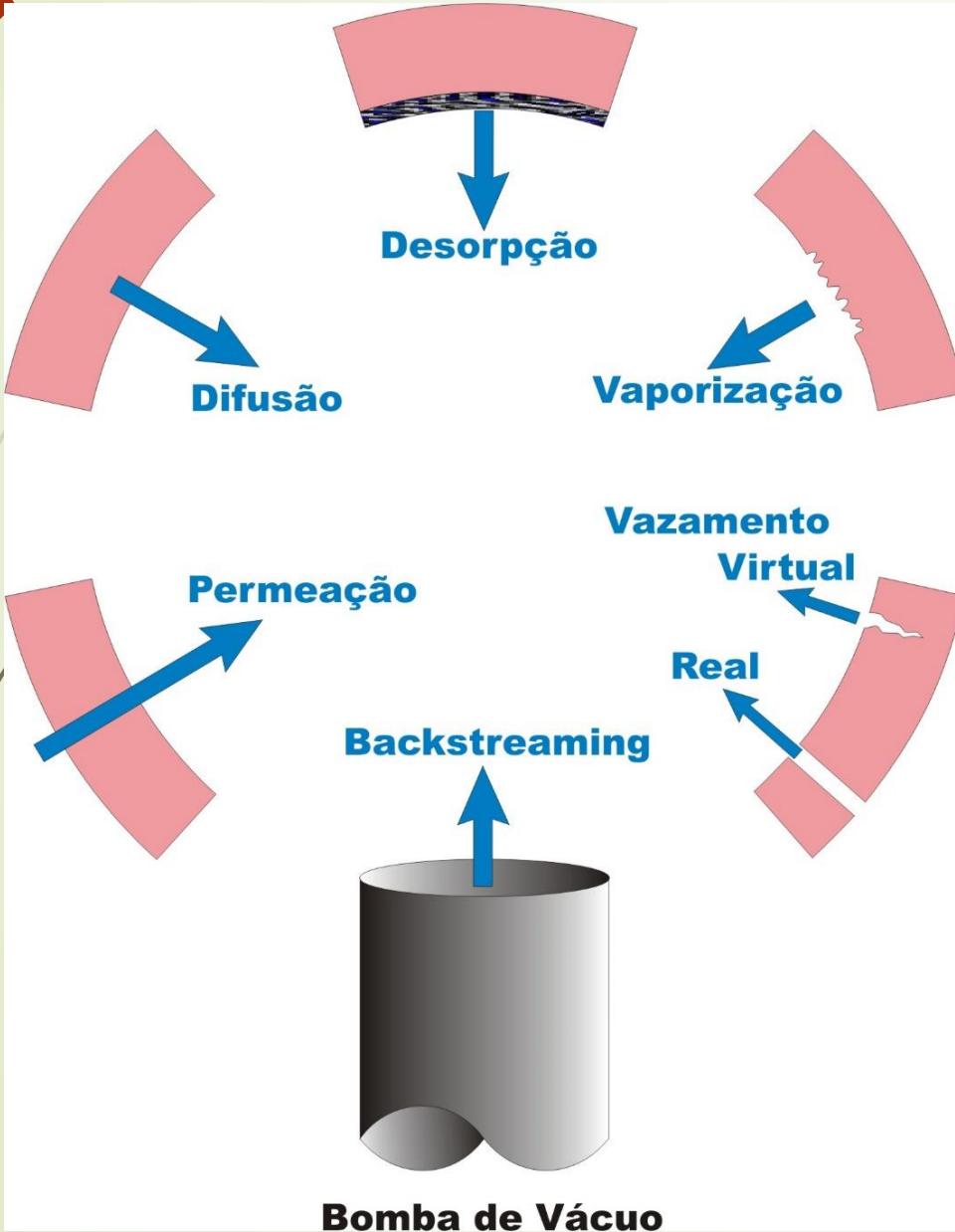
Local: Sala de seminários do LINAC

Horário das 19:00 às 21:00 horas

Palestrantes: Prof. Luiz Marcos Fagundes  
Prof. José Fernando Diniz Chubaci

# Principais fontes de gases e vapores em um sistema de vácuo

$$\text{Fluxo de Massa } Q_T = \sum Q_i$$



# Modelos de Fontes de gases

Fonte de gás	Característica	Comentário
Volume	$P = P_o e^{\frac{-S}{V}t}$	Pressão cai exponencialmente dependendo de S e V
Vazamento Real	$P_{res} = \frac{Q_{vr}}{S}; Q_{vr} \approx C_{vr} P_{atm}$	Fluxo constante. Utilizar detector de vazamentos. Deve ser eliminado
Vazamento Virtual	$Q_{vv} = C_v P_o' e^{\frac{-C_v}{V_c}t}$	$C_v \ll S_b$ Queda da pressão depende de $C_v$ e $V_c$ . Evitar no projeto
Difusão	$Q(t) = c_o \frac{\sqrt{D}}{\sqrt{\pi t}}$	$Q(t)$ é proporcional a $\frac{1}{\sqrt{t}}$
Permeação	$Q = \frac{K(P_e^n - P_i^n)}{d}$	$N=1$ para não metais; $n=1/2$ para moléculas diatômicas em metais. Constante de permeação $K(T)$ é proporcional a $10^3/T$
Evaporação	$W = 0.058 P_v \sqrt{\frac{M}{T}} \frac{g}{cm^2 s}$ $Q = WA$ (g/s) $Q = \frac{\Delta N}{\Delta t} kT \frac{Torr l}{s}$	Crescimento de $P_v$ em função da temperatura é exponencial e por isso mais rápido do que $\frac{1}{\sqrt{T}}$
Desorpção Térmica (desgaseificação)	Primeira ordem: $\frac{dc}{dt} = c_o k_1 e^{-\frac{t}{\tau_{res}}}$ $\frac{1}{k_1} = \tau_{res} = \tau_o e^{\frac{E_d}{N_o kT}}$	Rápido $\tau_{res} = 10^{-12} s$
Temperatura (cozimento)	Segunda ordem: $\frac{dc}{dt} = \frac{-k_2 C_o^2}{(1 + C_o K_2 t)^2}$	Cai lentamente A molécula de $H_2$ se dissocia na adsorção e recombina na desorpção
Superfícies Reais	$q_n = \frac{q}{t^\alpha}$ $0.7 \leq \alpha \leq 2$	Fórmula geral $q_n = qt^{-1}$ Adsorção química Adsorção física

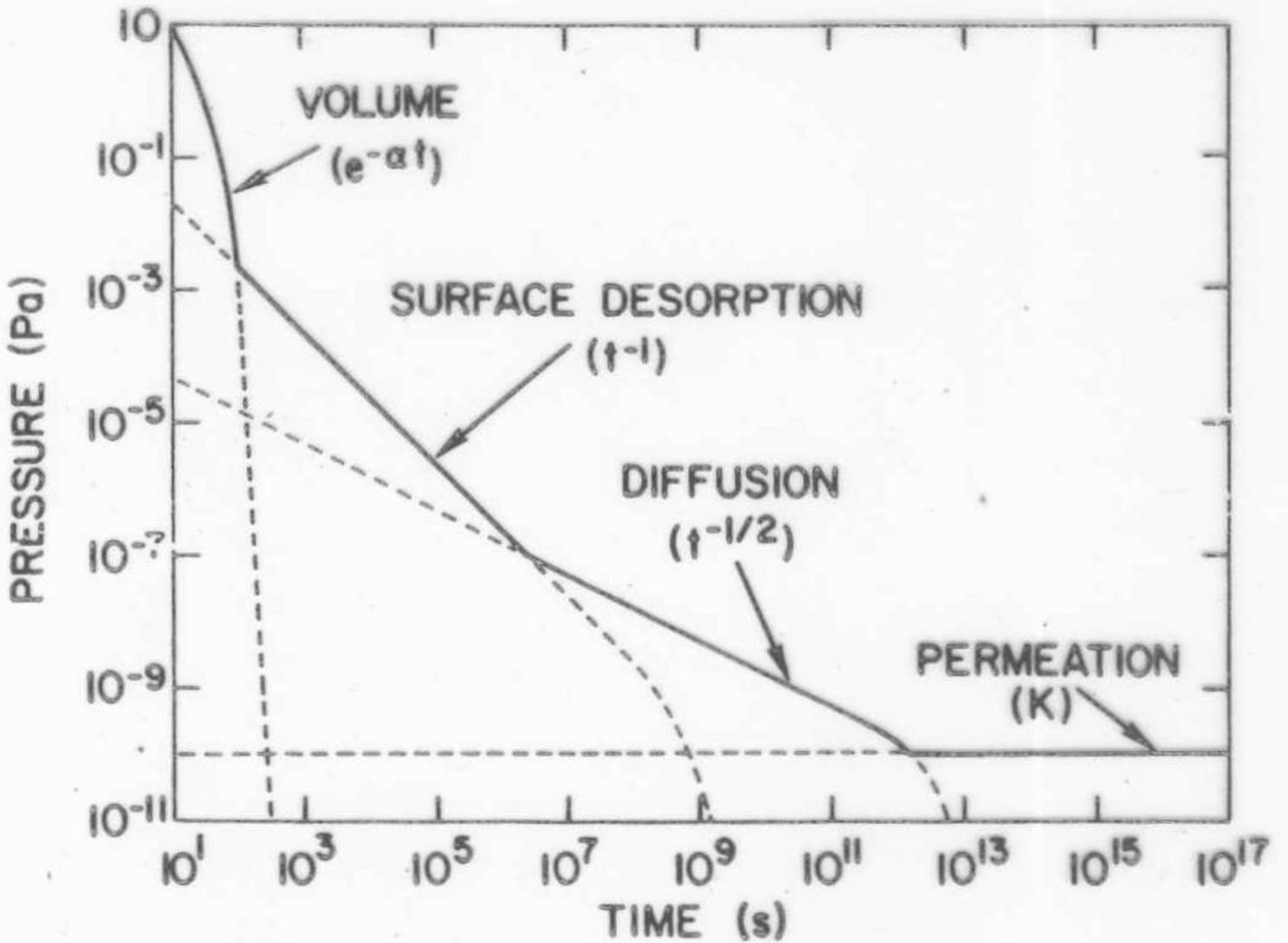
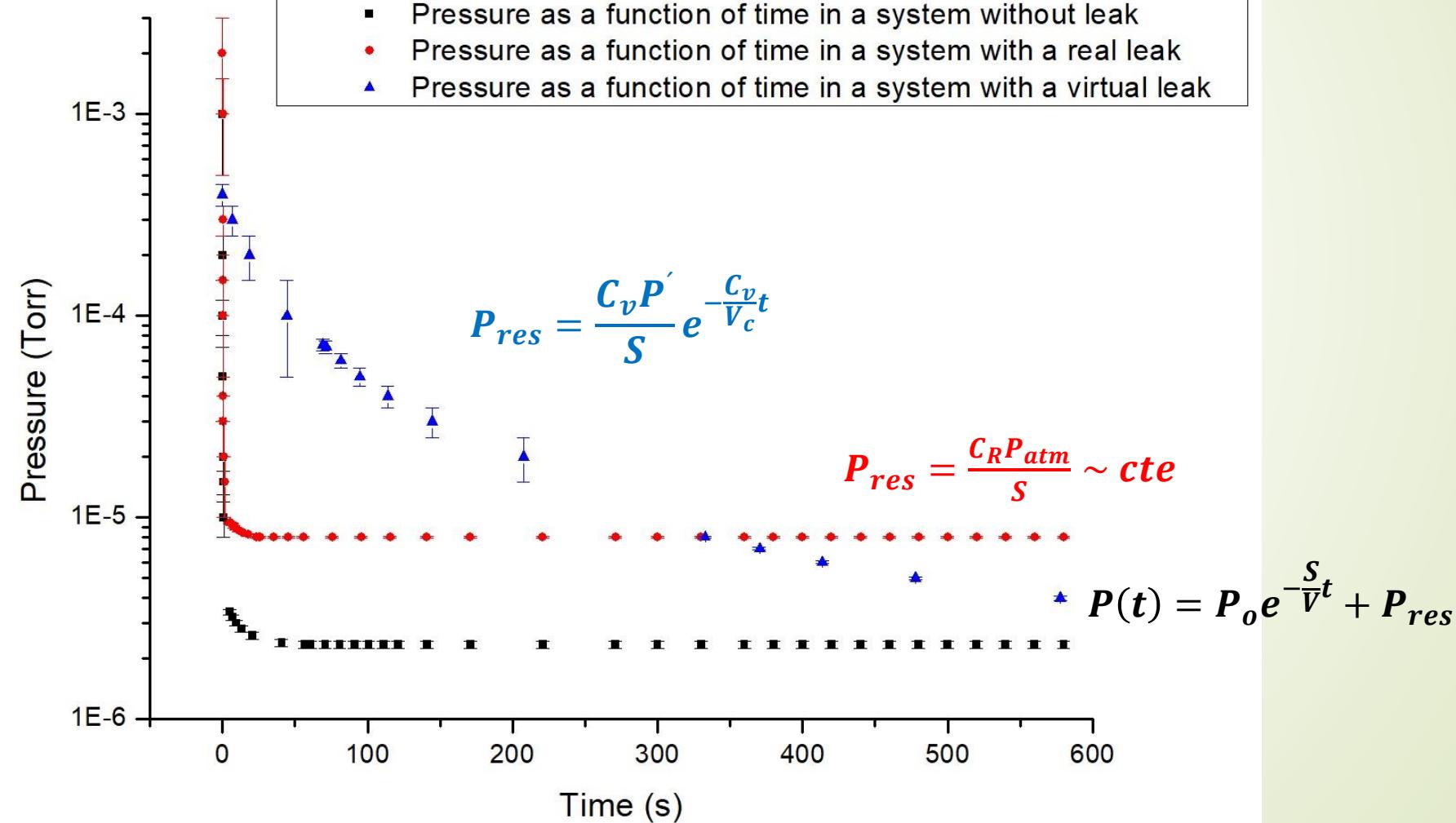
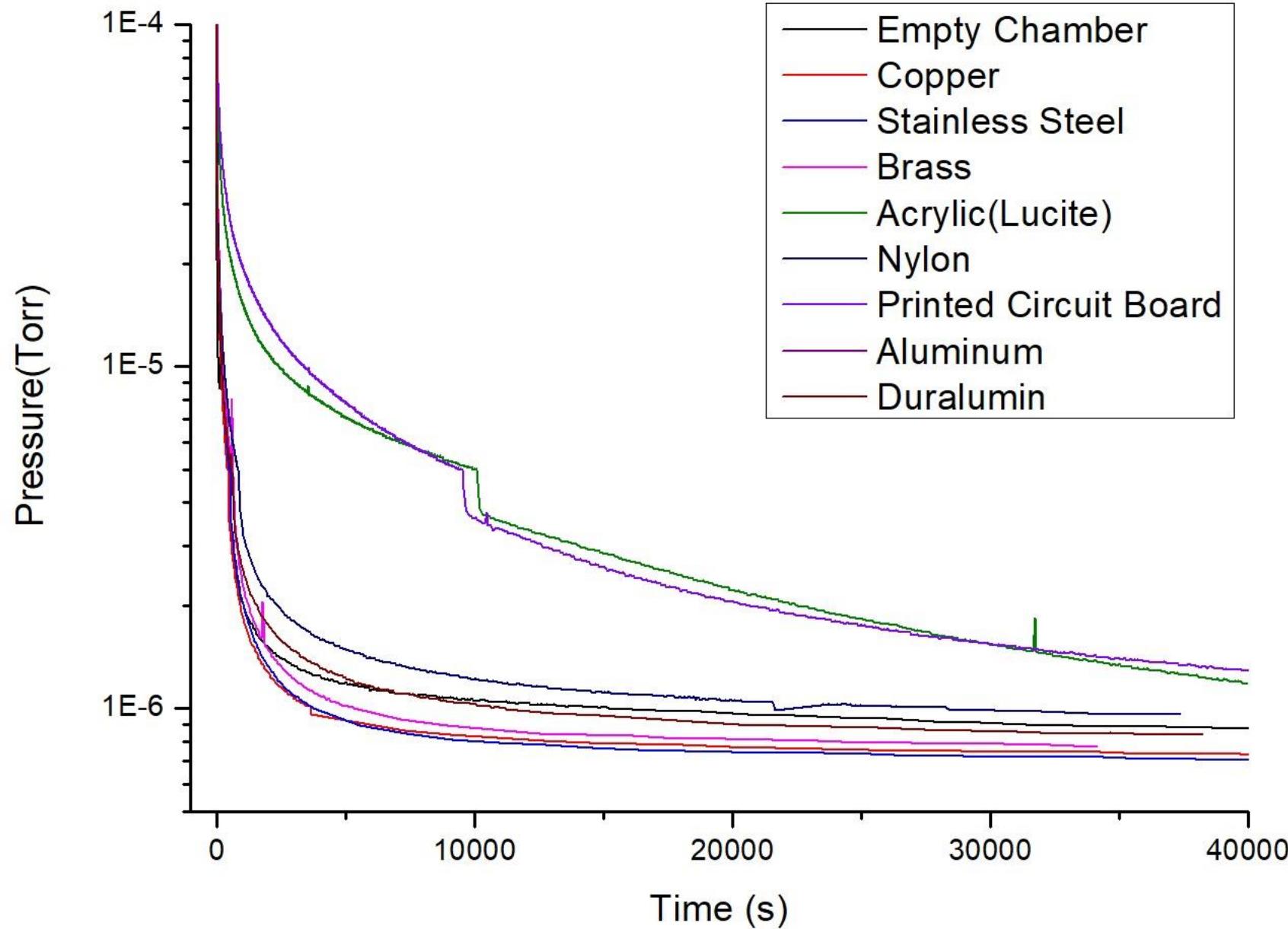


Fig. 4.6 Rate limiting steps during the pumping of a vacuum chamber.

# Queda da pressão em função do tempo num sistema real



# Desgaseificação de diferentes materiais





# Laboratório de Ciência e Tecnologia do Vácuo

- Conjunto de 7 experimentos, divididos em três ciclos

**Se possível, trazer seus laptops para a aula de laboratório**

- 1º ciclo de experimentos: estudo de medidores de pressão
  - 2º ciclo de experimentos : bombas de vácuo e condutâncias
  - 3º ciclo de experimentos:
    - Detecção de Vazamentos, Vedações e Componentes
    - Fabricação de Filmes Finos
- Local: Acelerador de partículas Pelletron**

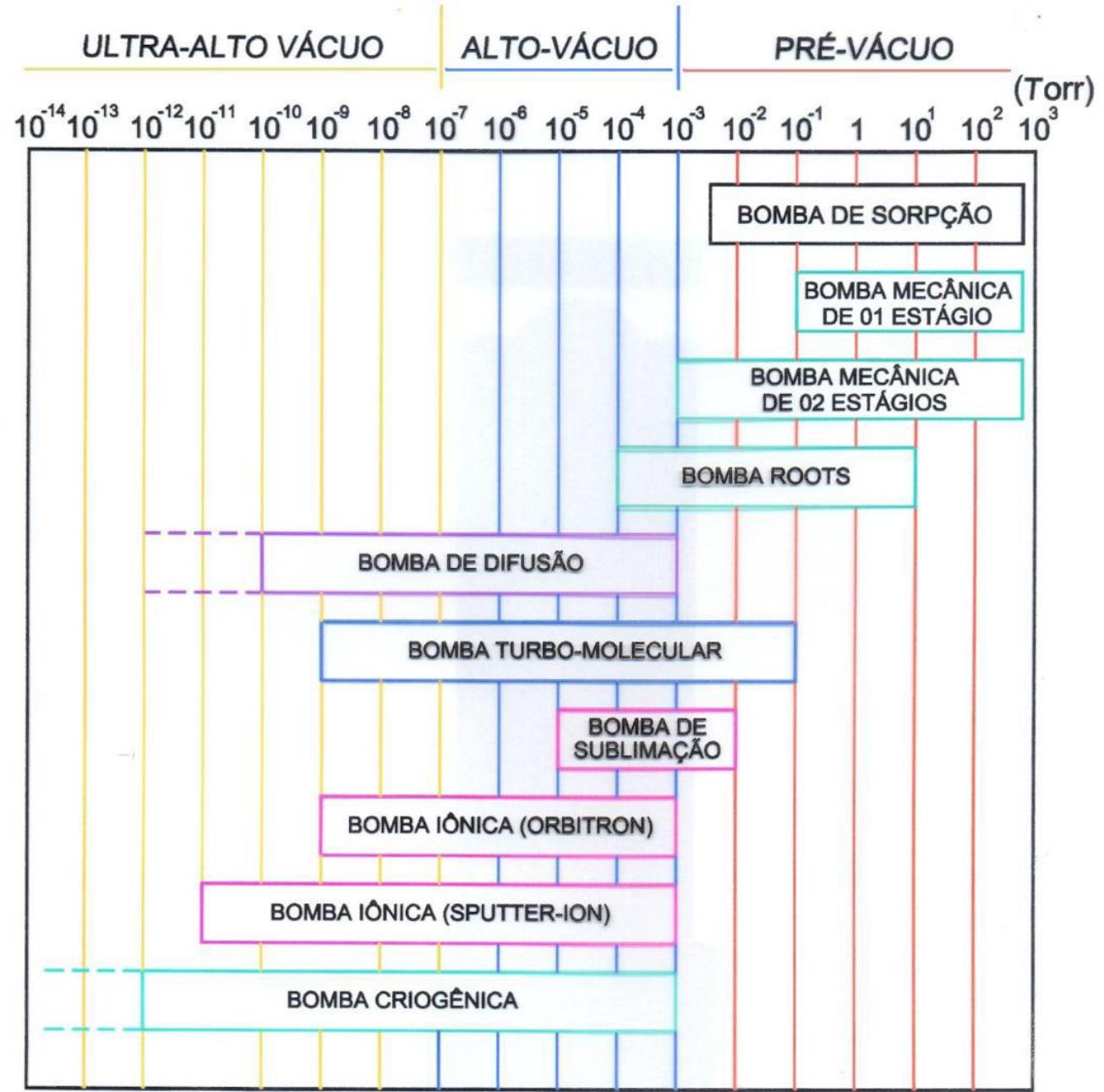


# Laboratório de Ciência e Tecnologia do Vácuo

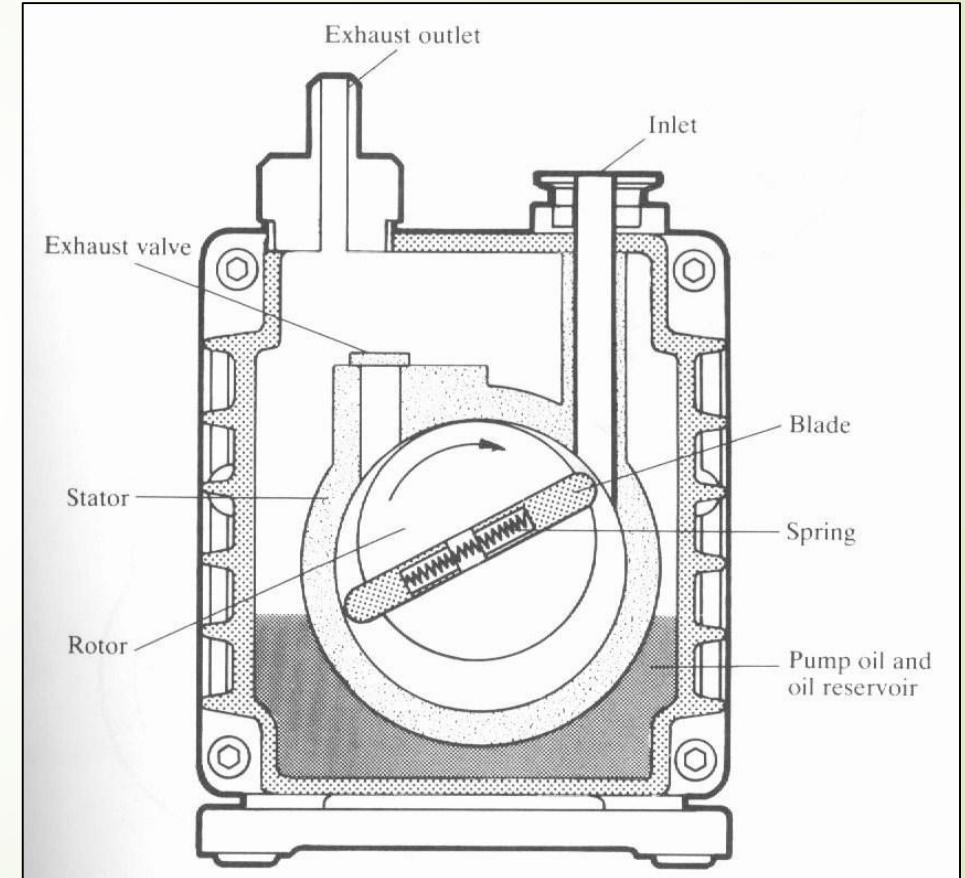
- Segurança: cuidado com as correias das bombas mecânicas, temperatura da bomba difusora, alta tensão no medidor *penning*, temperatura do nitrogênio líquido, etc.
- Cuidados com os equipamentos: medidores sensíveis e/ou de vidro, evitar a entrada de óleo na câmara, atentar para o resfriamento da bomba difusora.
- Independência por parte do aluno é fundamental

## Bombas de vácuo

- Bomba mecânica de 2 estágios
- Bomba de difusão

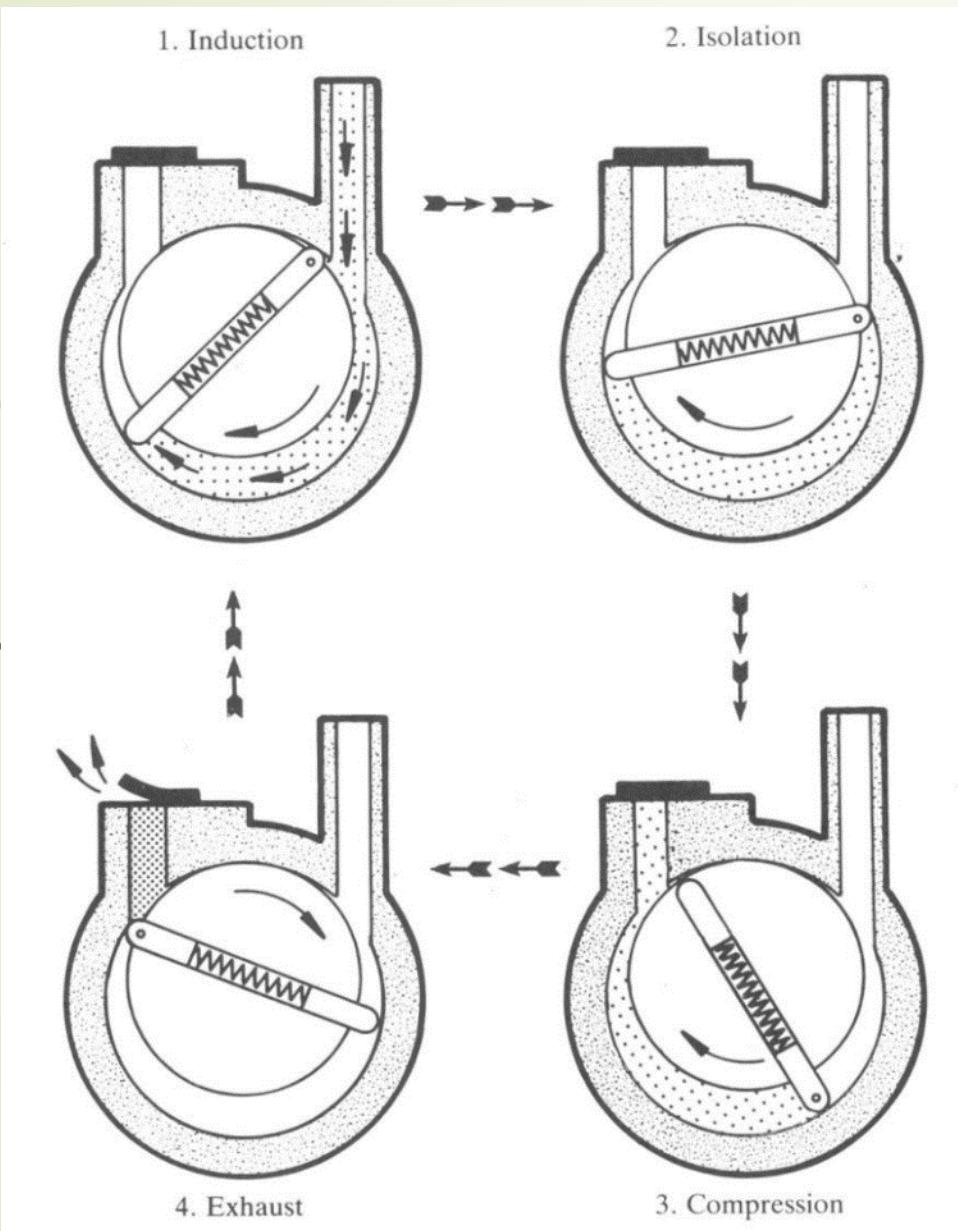


# Bomba Mecânica



$$S = 5 \text{ m}^3/\text{h} \sim 1,4 \text{ l/s}$$

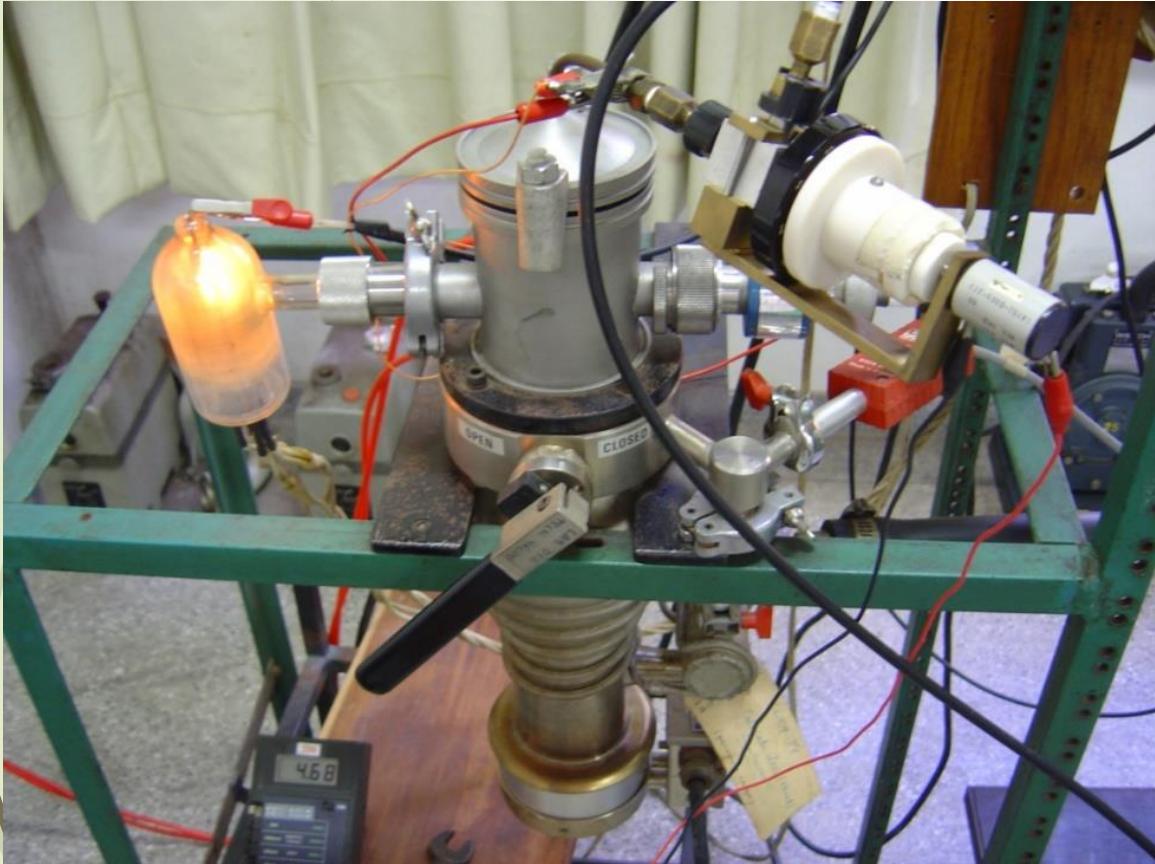
# Bomba Mecânica



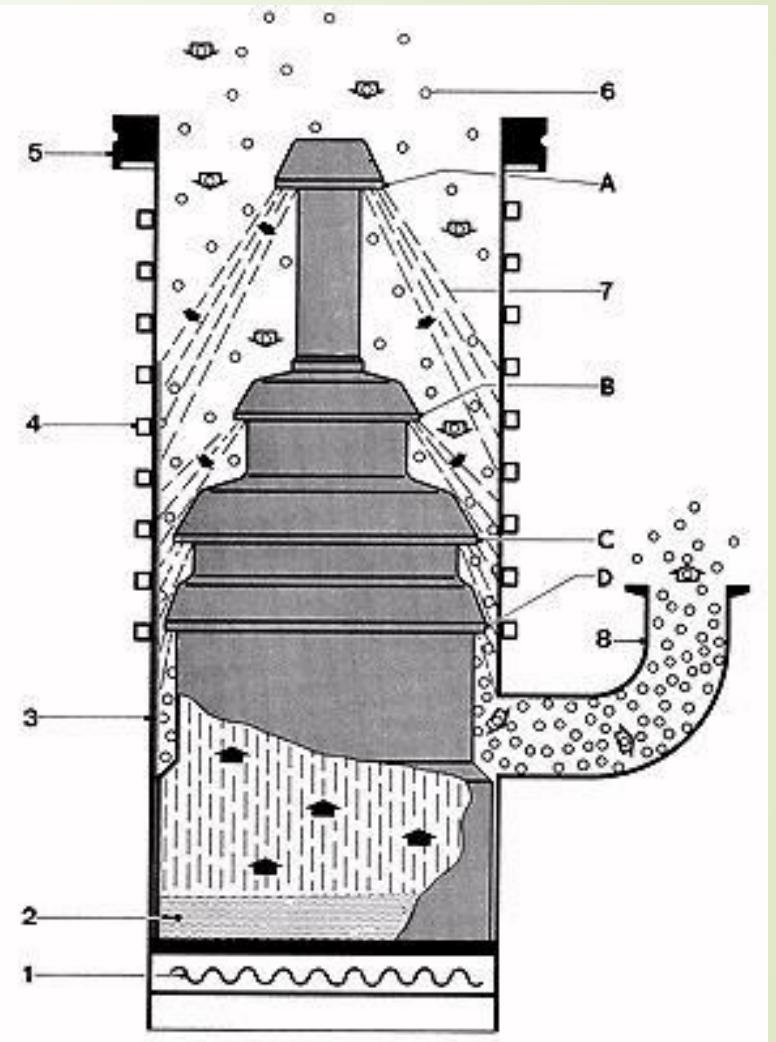
Funções do óleo:

- Vedaçāo
- Lubrificaçāo e ação anti-corrosiva
- refrigeraçāo

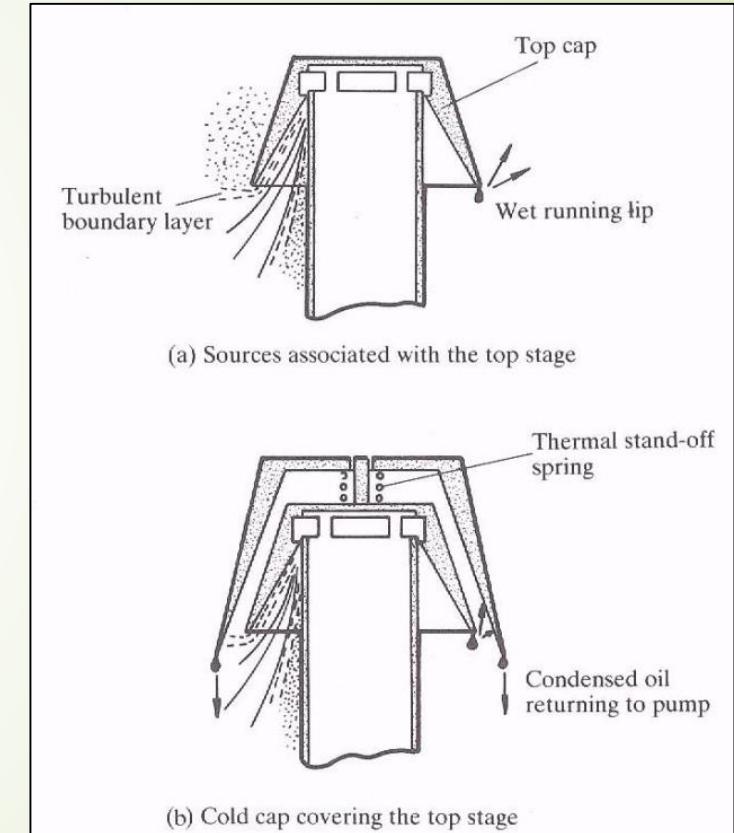
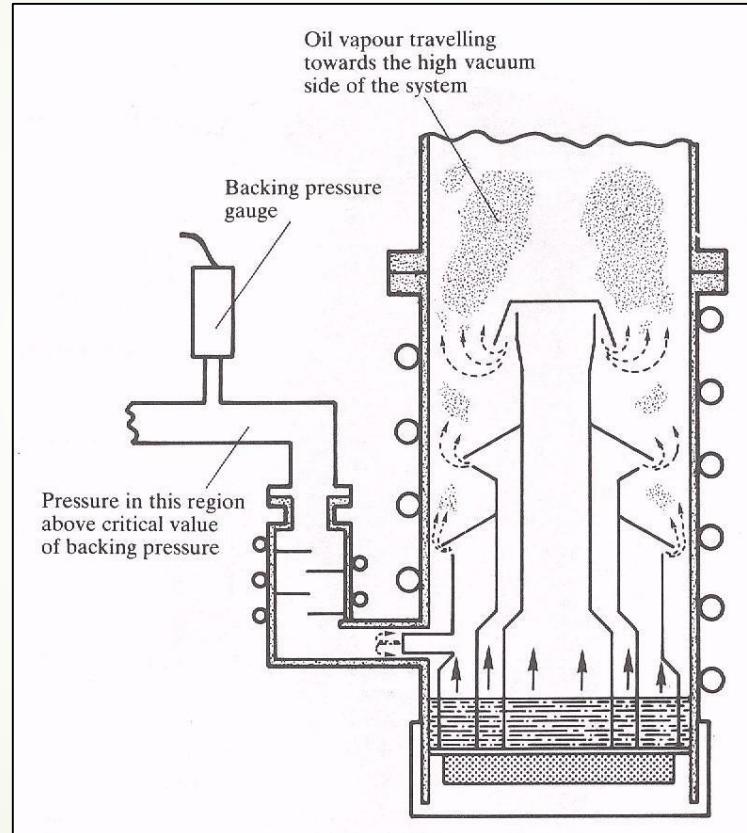
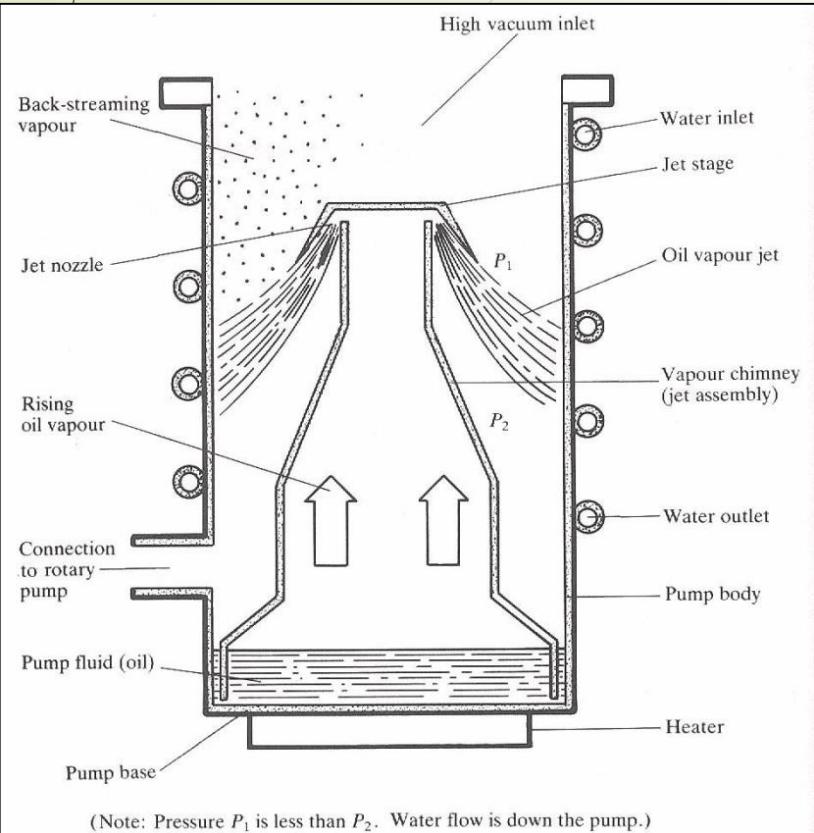
# Bomba Difusora



- 1 Heater
  - 2 Boiler
  - 3 Pump body
  - 4 Cooling coil
  - 5 High vacuum flange
  - 6 Gas molecules
  - 7 Vapor jet
  - 8 Backing vacuum connection
- A      B      C      D      } Nozzles



# Bomba Difusora





# Manutenção das Bombas

- Cuidados com a bomba rotativa

Verificar o nível de óleo da bomba

Verificar a tensão de operação

Verificar as condições da correia

- Cuidados com a bomba difusora

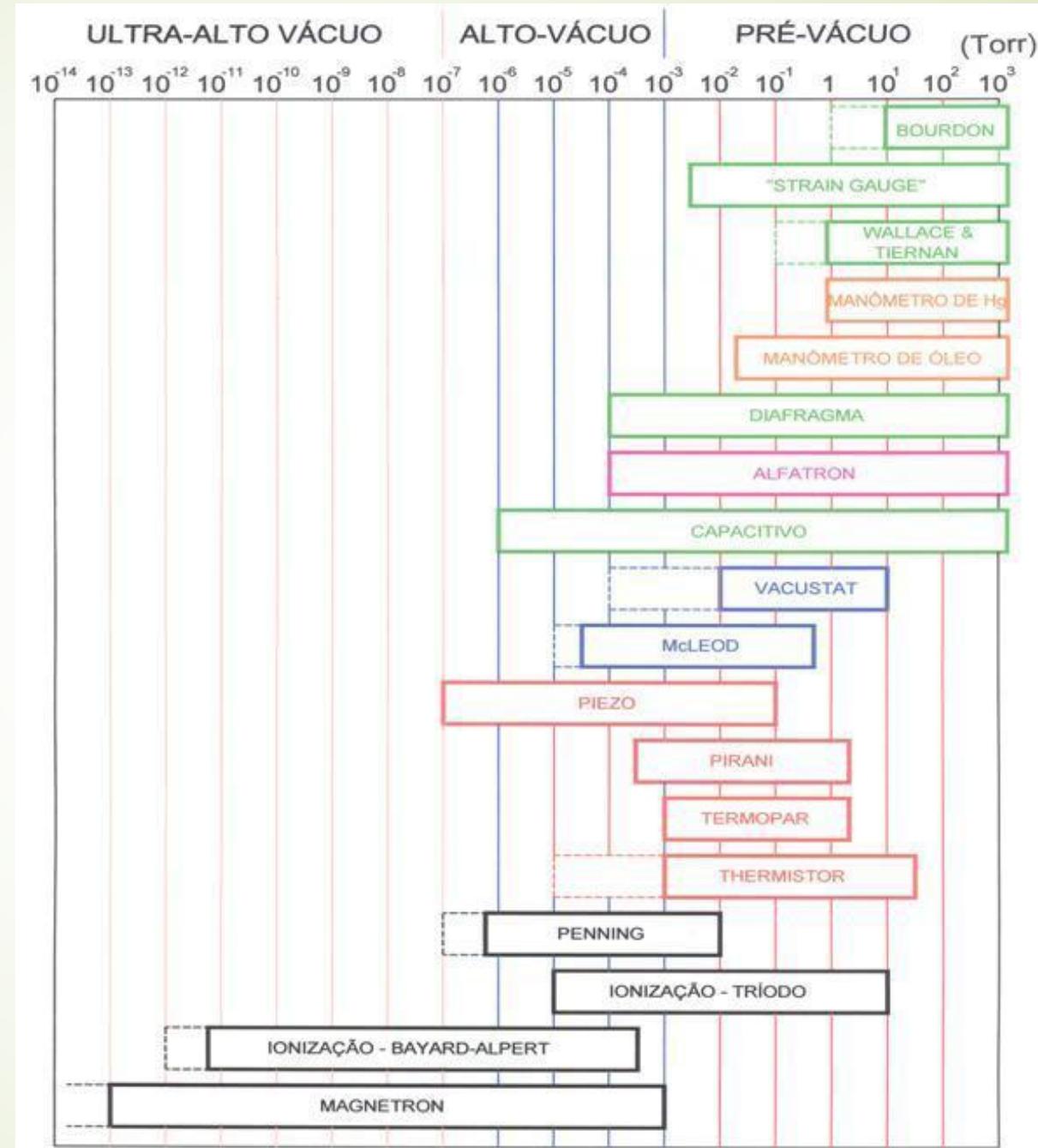
Verificar a tensão da resistência(220 V)

Verificar o fluxo de água ou o ventilador

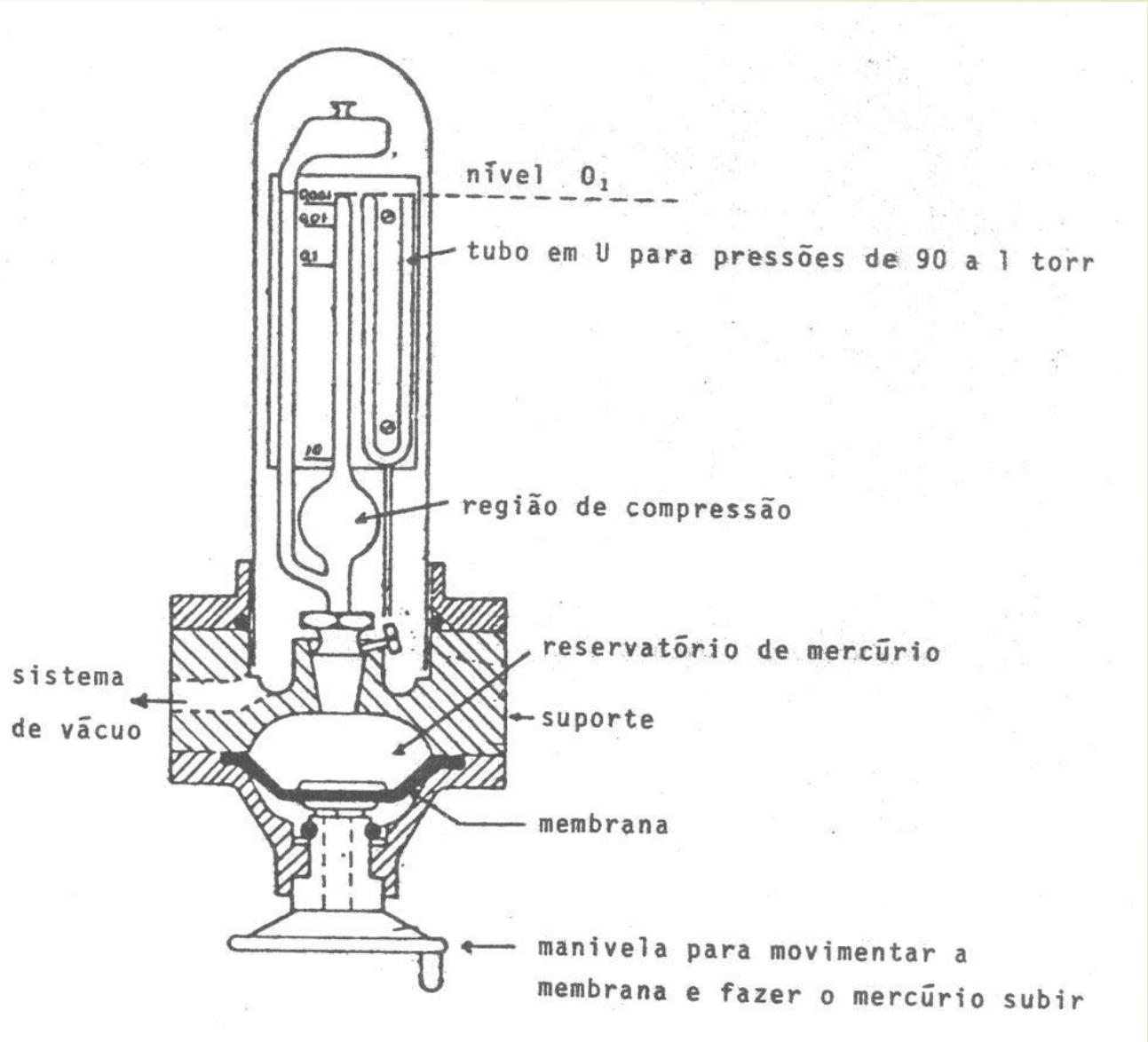
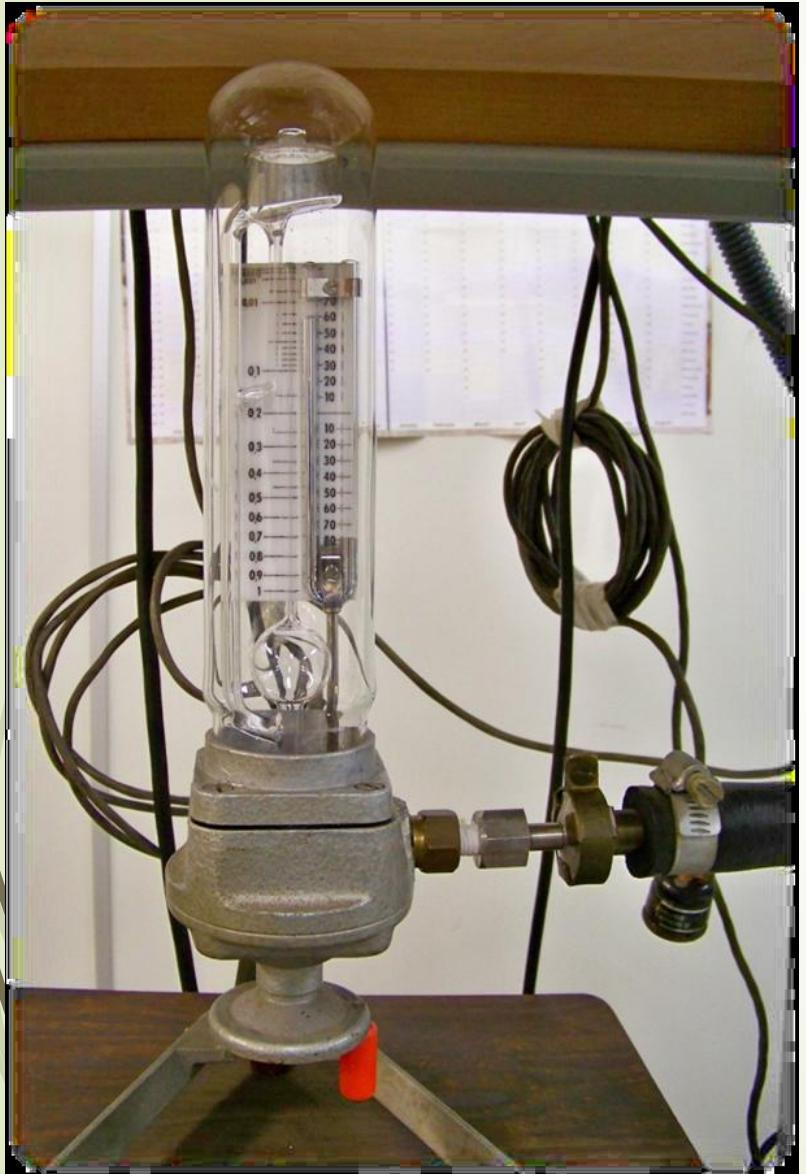
Tomar cuidado para evitar pressões maiores que  $10^{-3}$  Torr .

## Vacuômetros

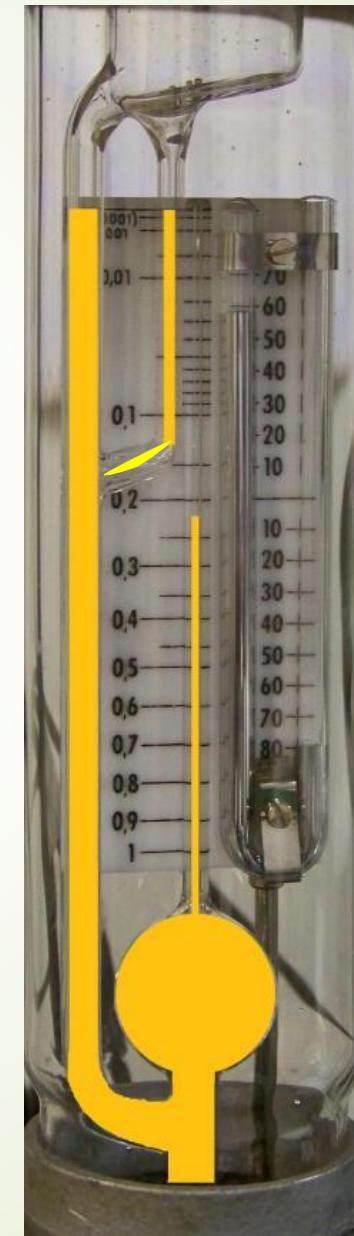
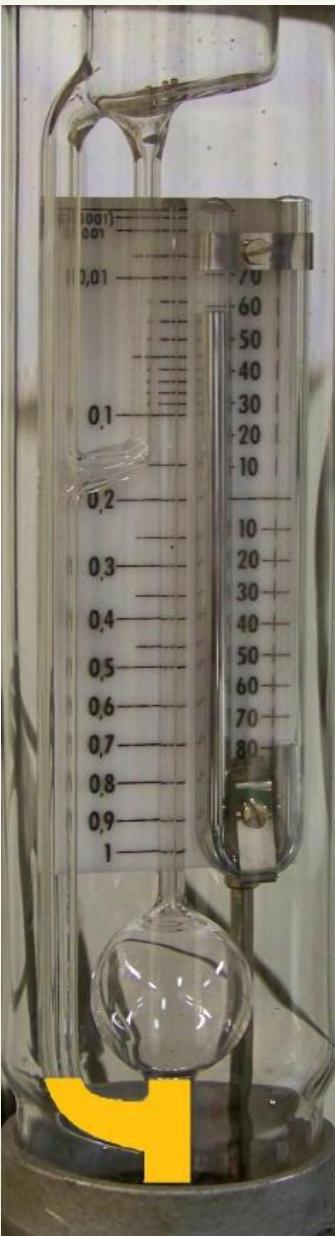
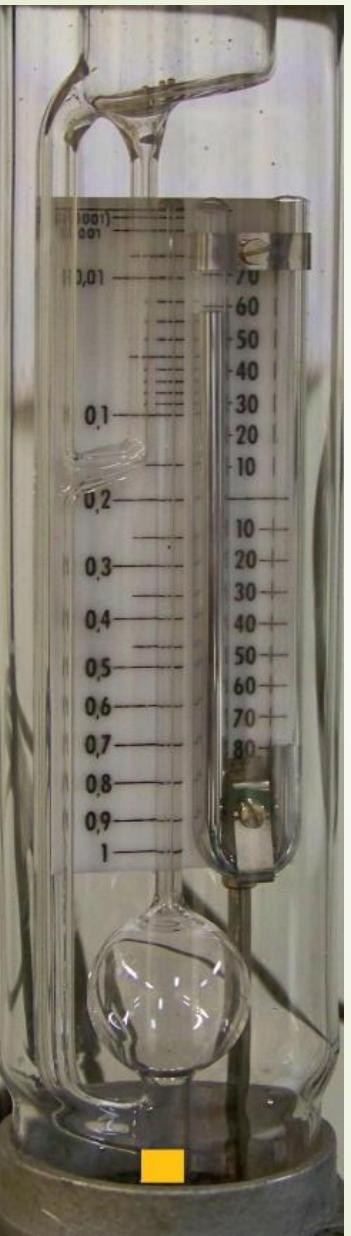
- Wallace & Tiernan
- McLeod
- Vacustat
- Strain gauge
- Pirani
- Termopar
- Thermistor
- Penning
- Bayard-Alpert



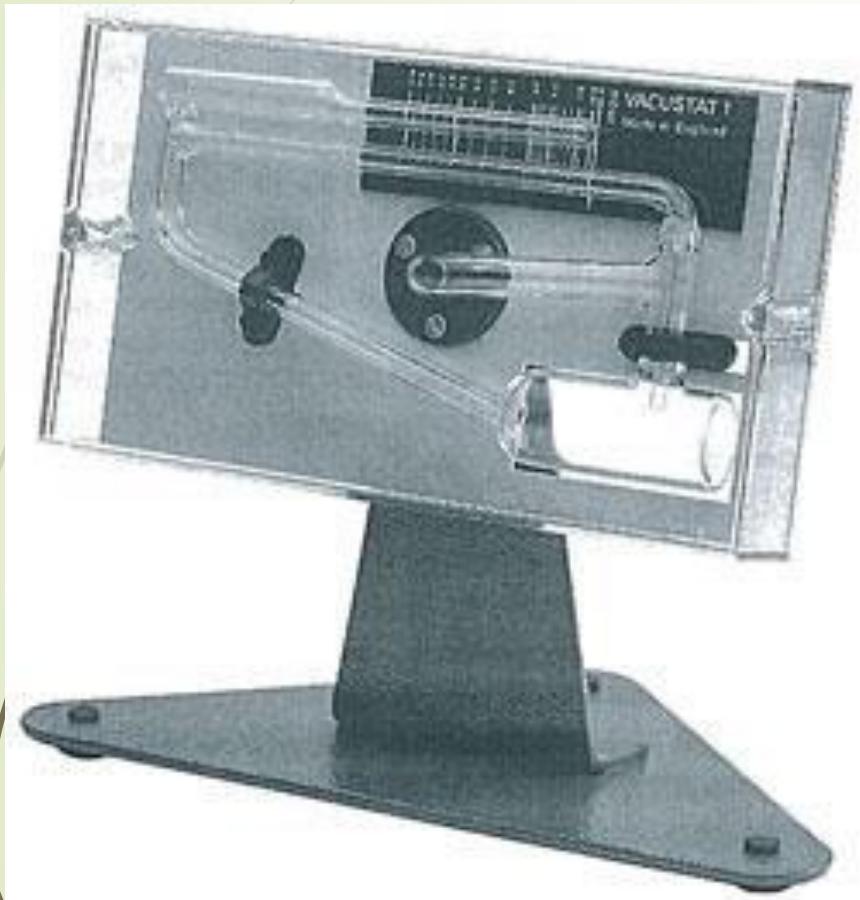
# Medidor McLeod ou Kammerer



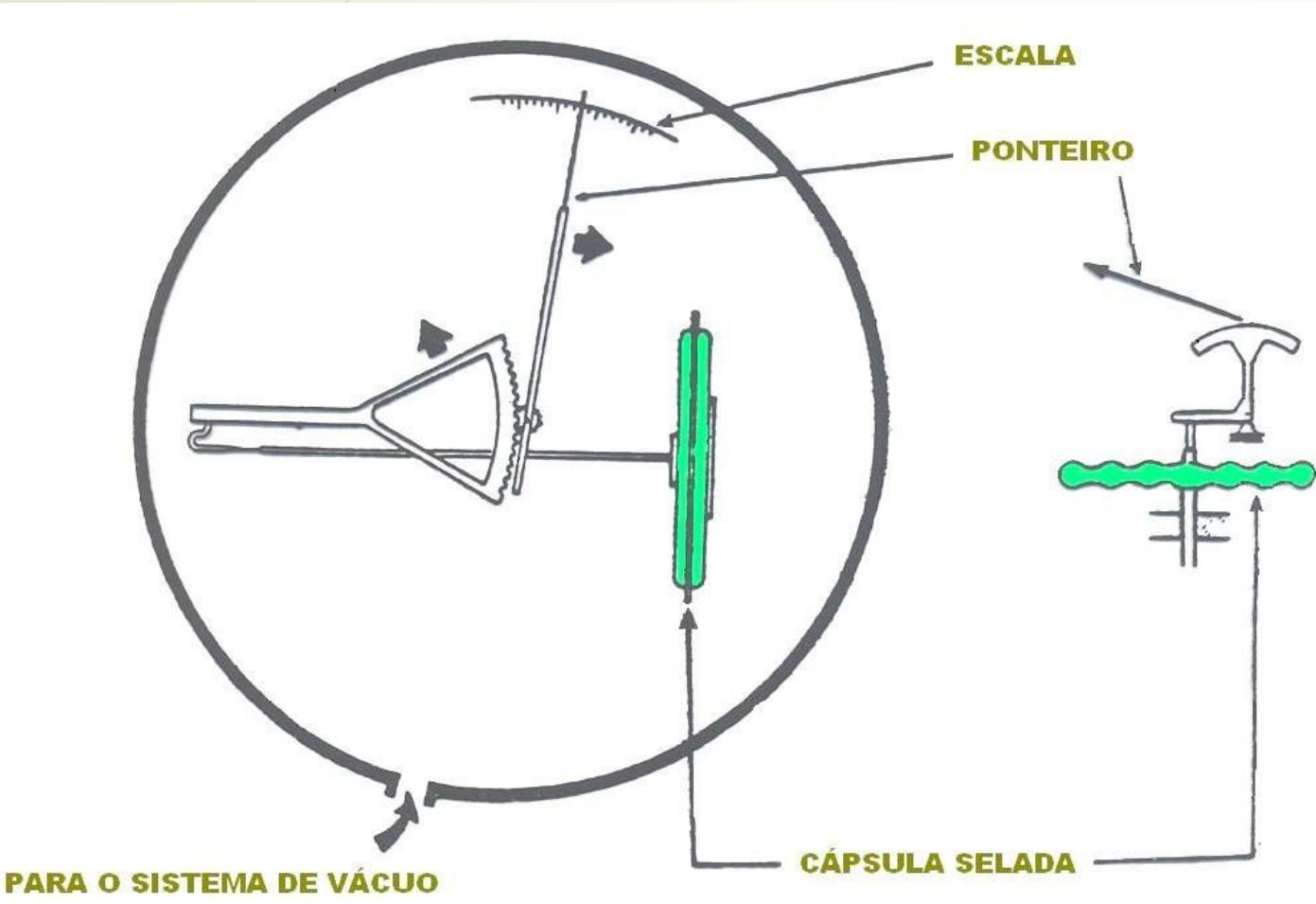
# Medidor McLeod ou Kammerer



# Medidor Vacustat

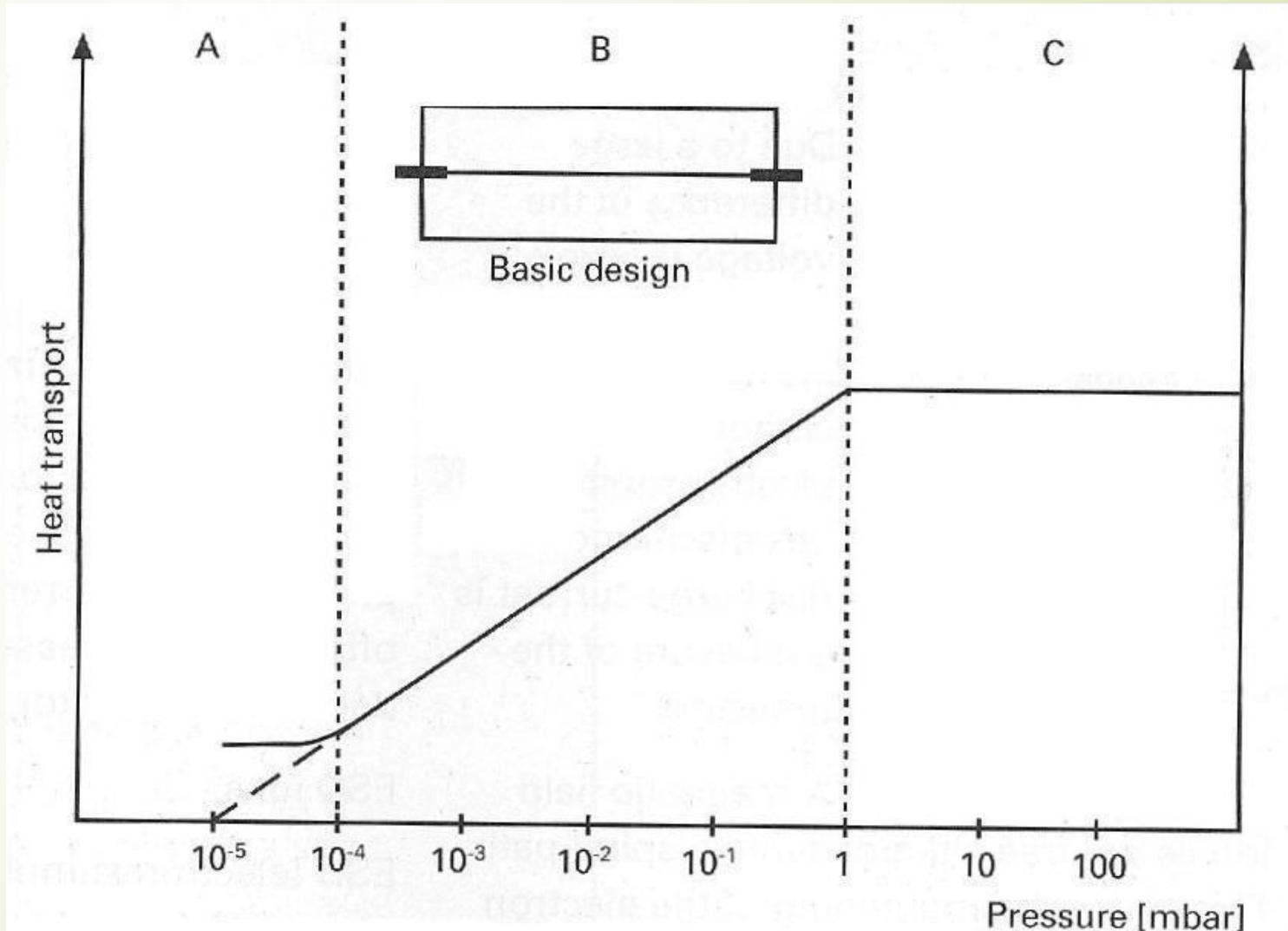


# Wallace & Tiernan

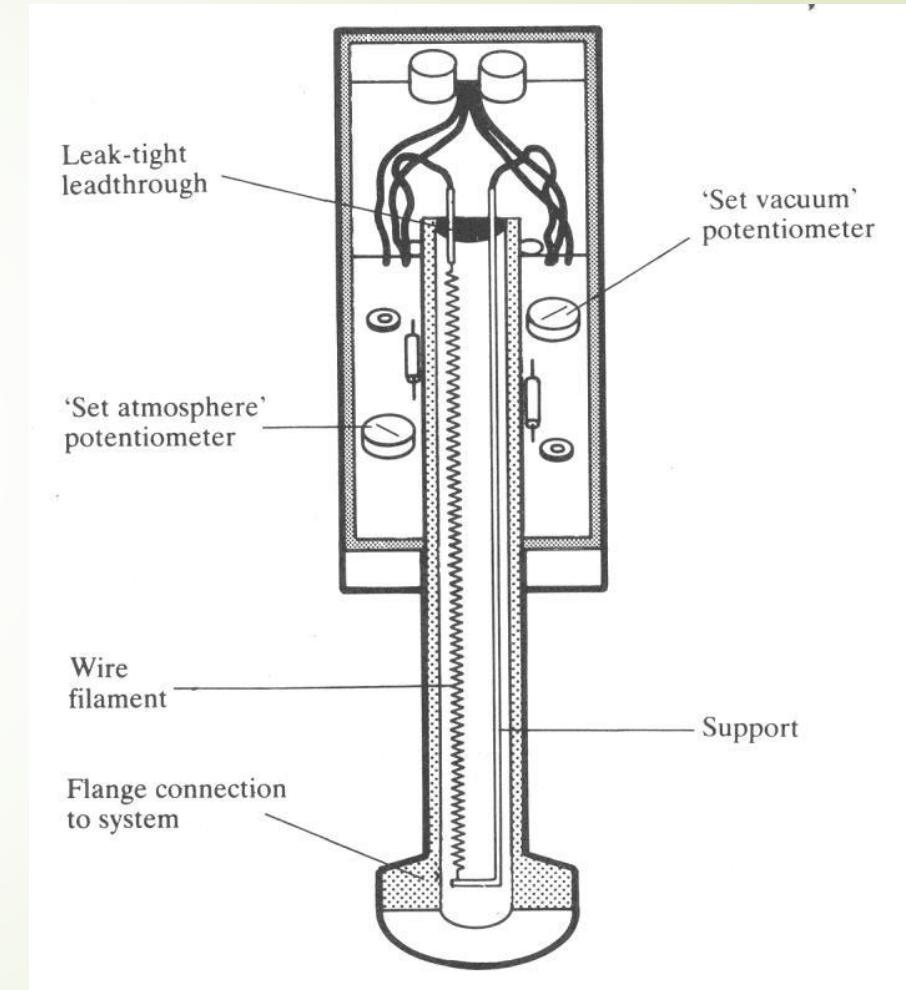
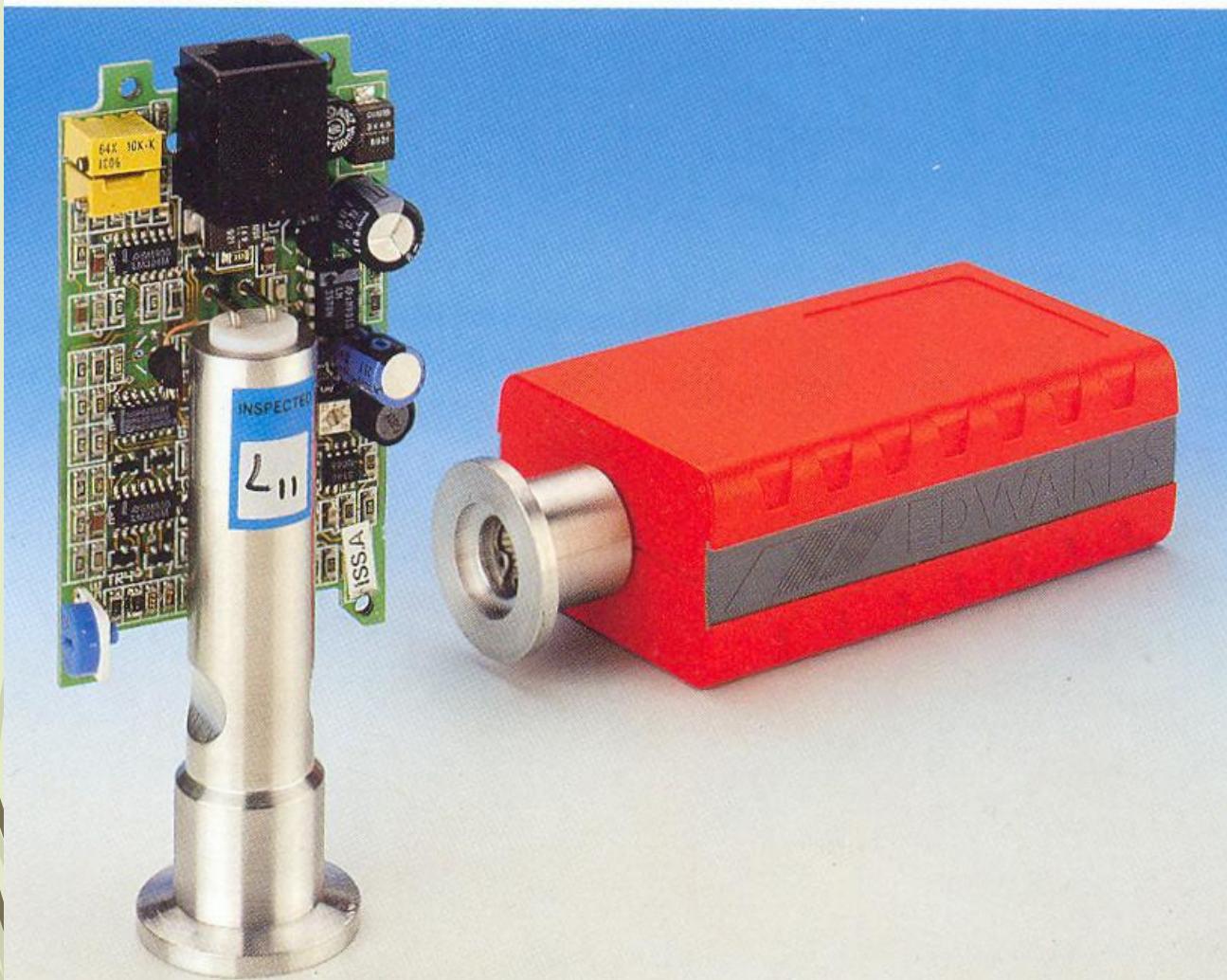


# Medidores de Termo-condutividade

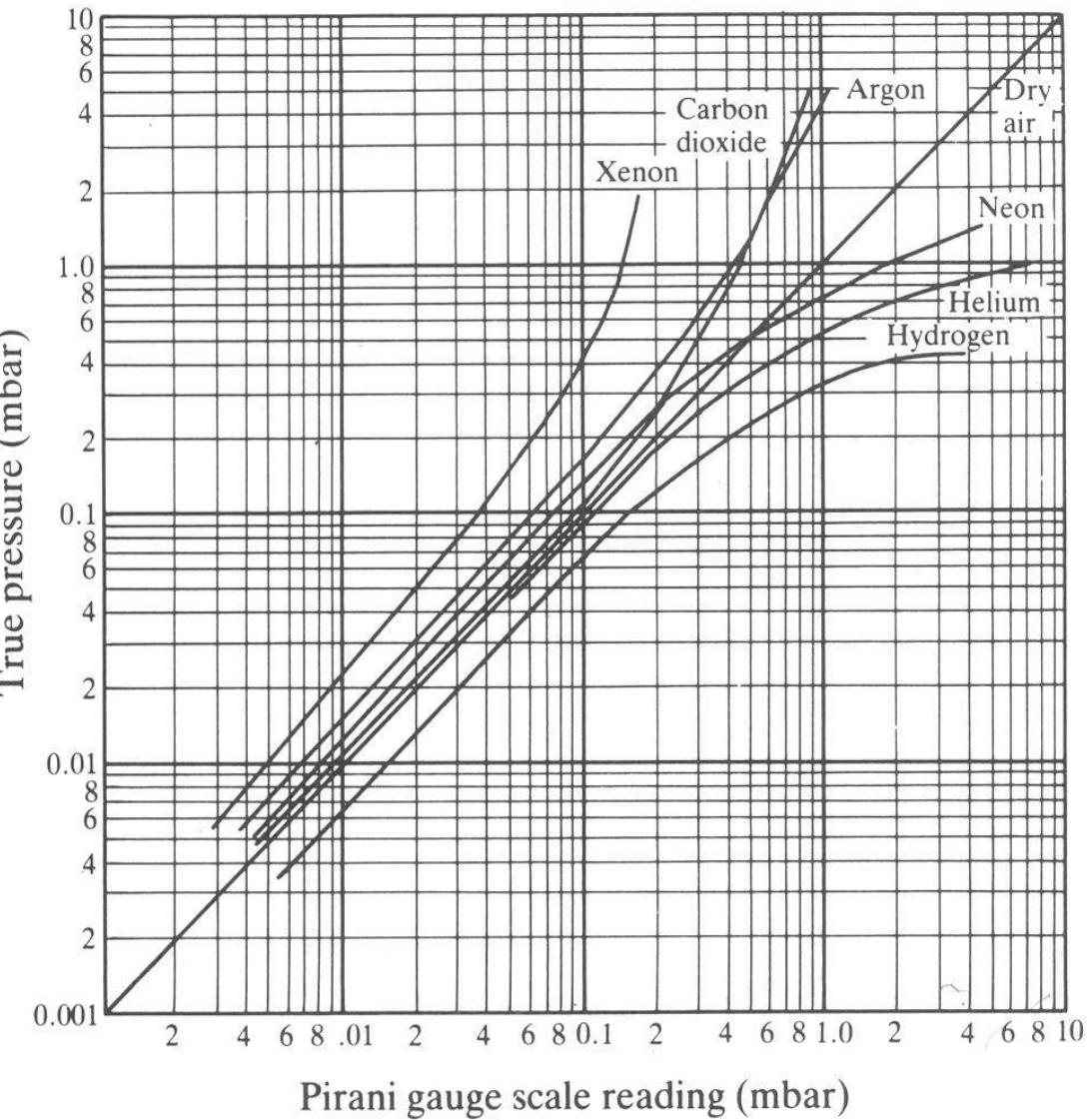
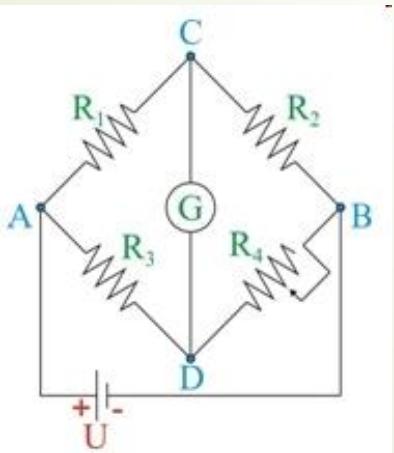
- Condução
- Convecção
- Radiação
- Pressão
- Temperatura
- Resistência



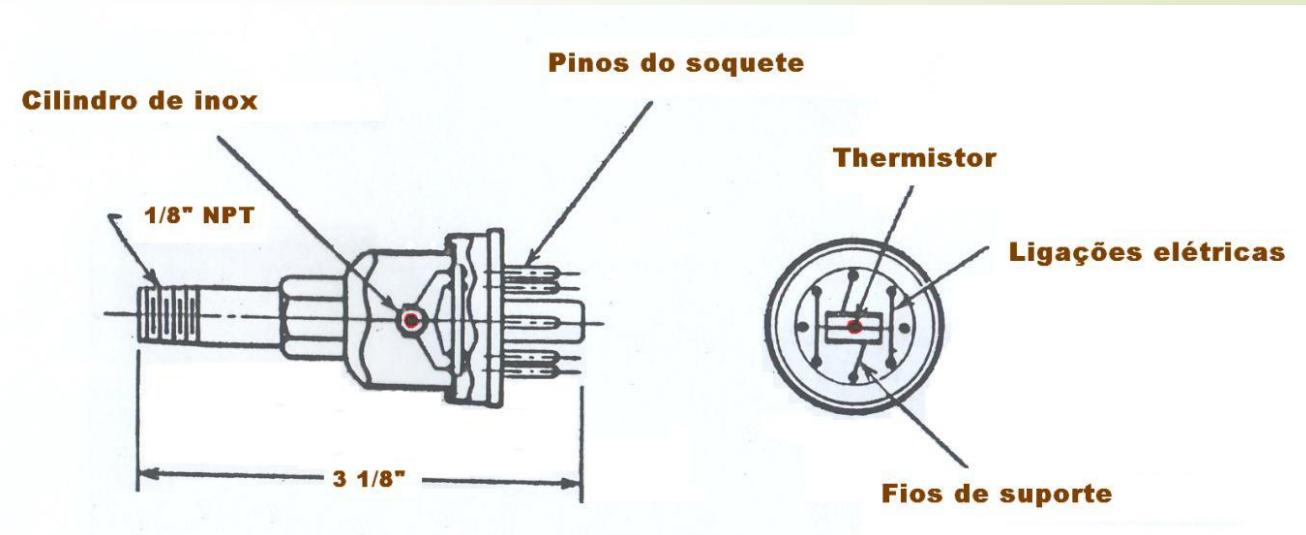
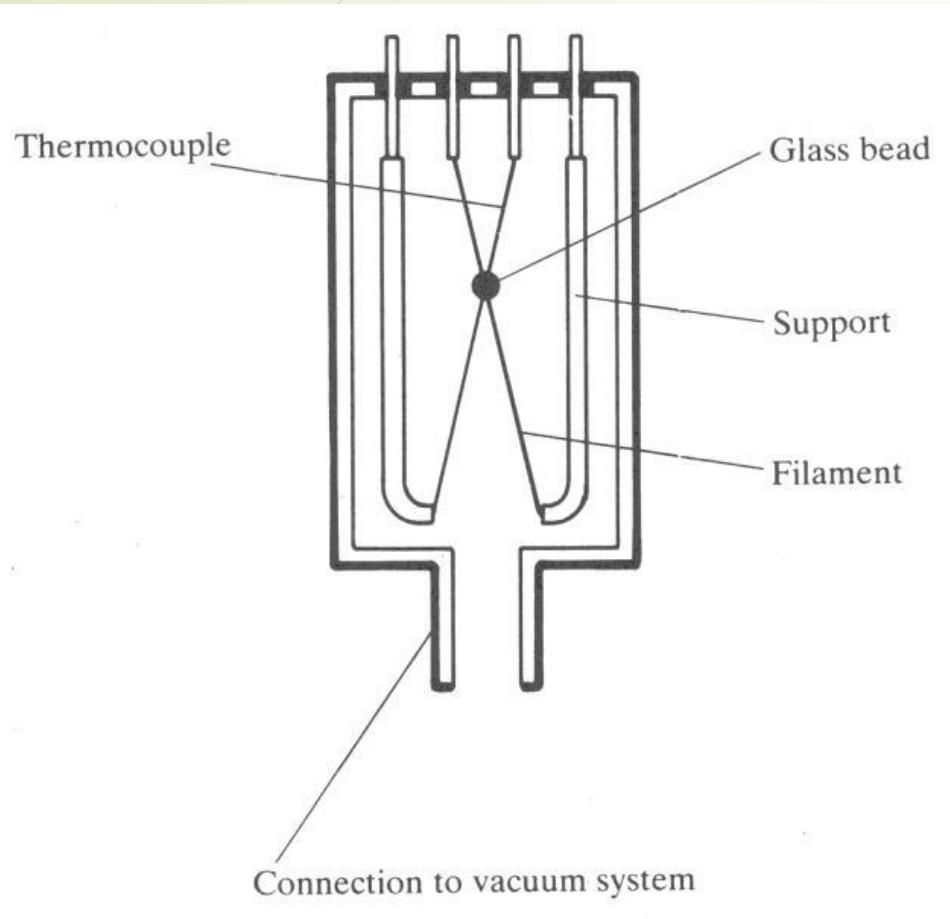
# Medidor Pirani



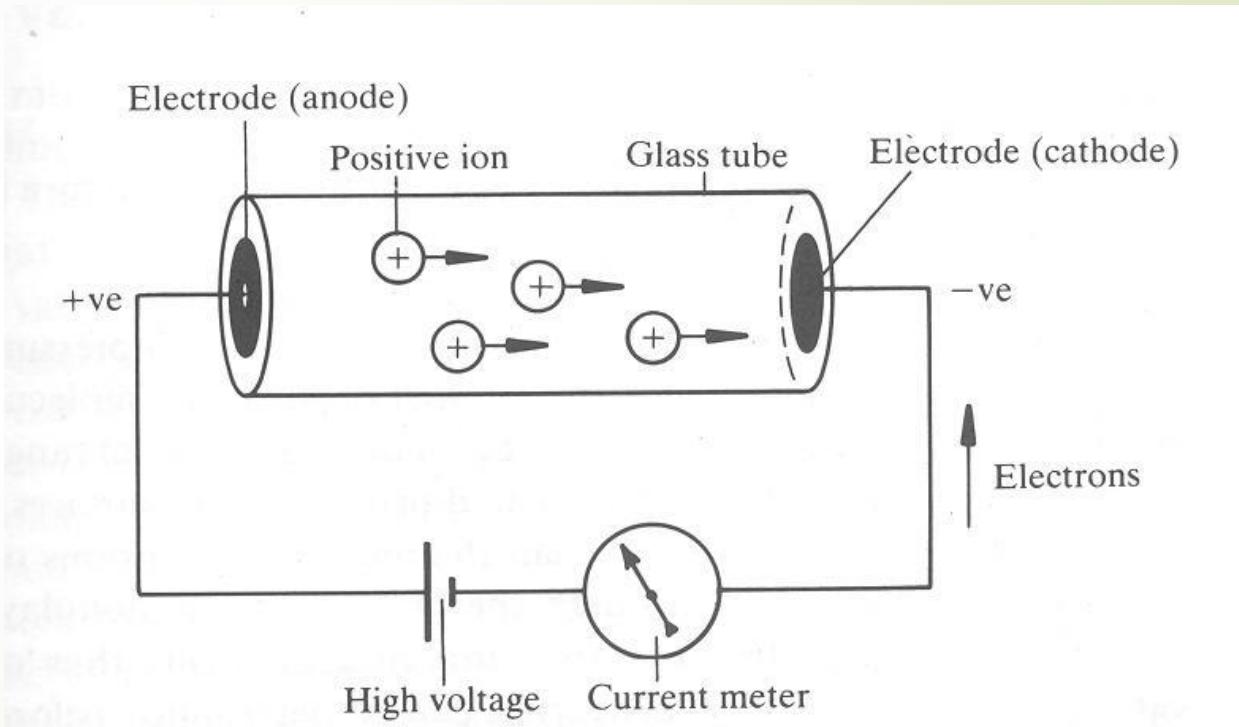
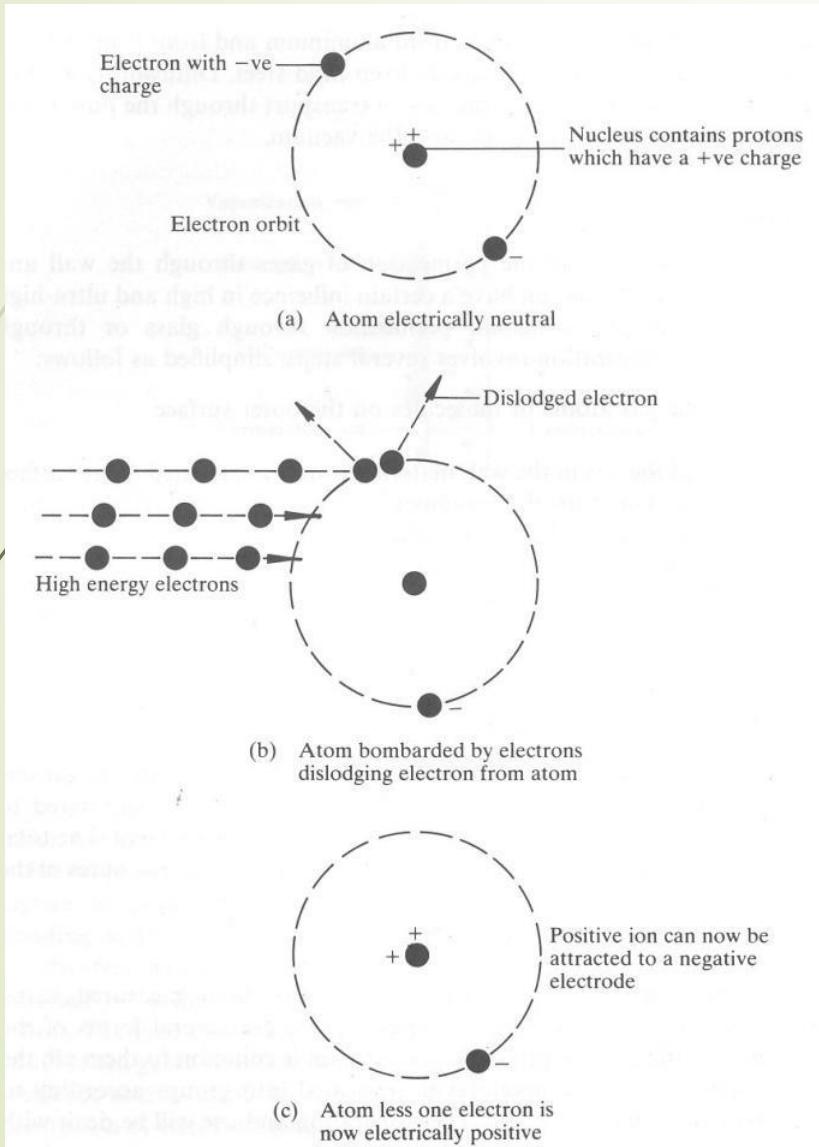
# Medidor Pirani



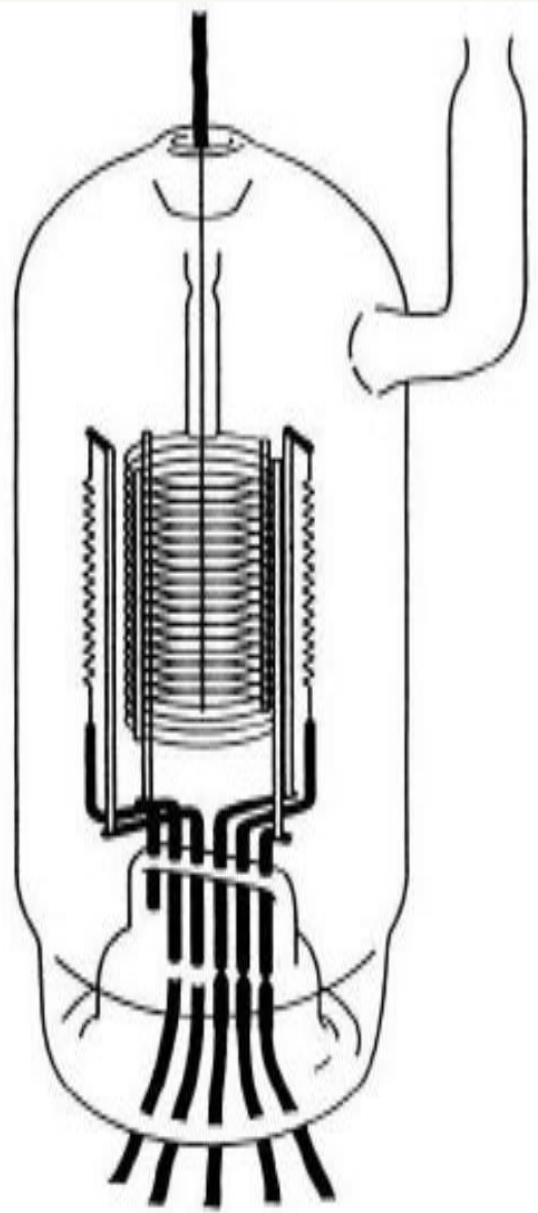
# Termopar e Thermistor



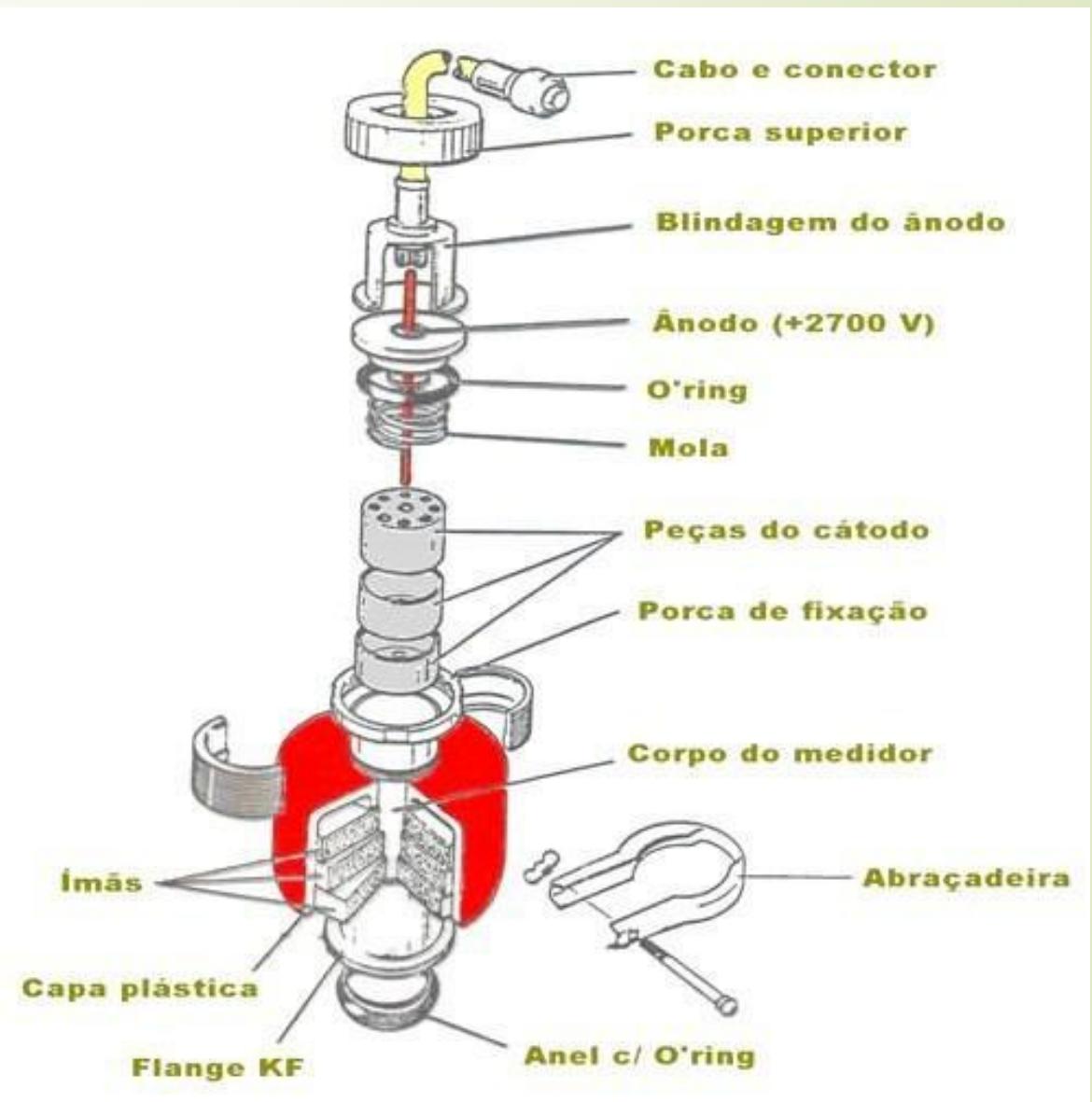
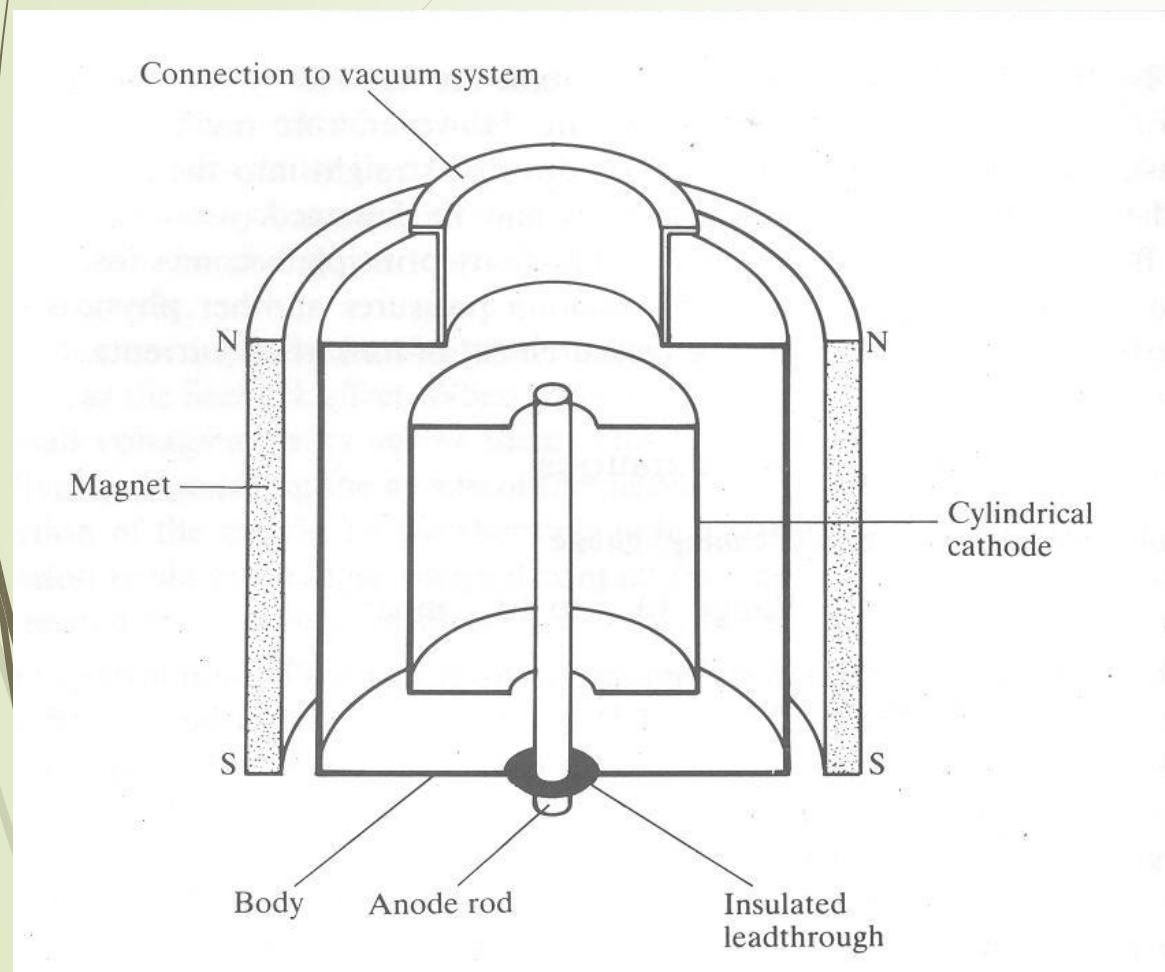
# Medidores de Ionização



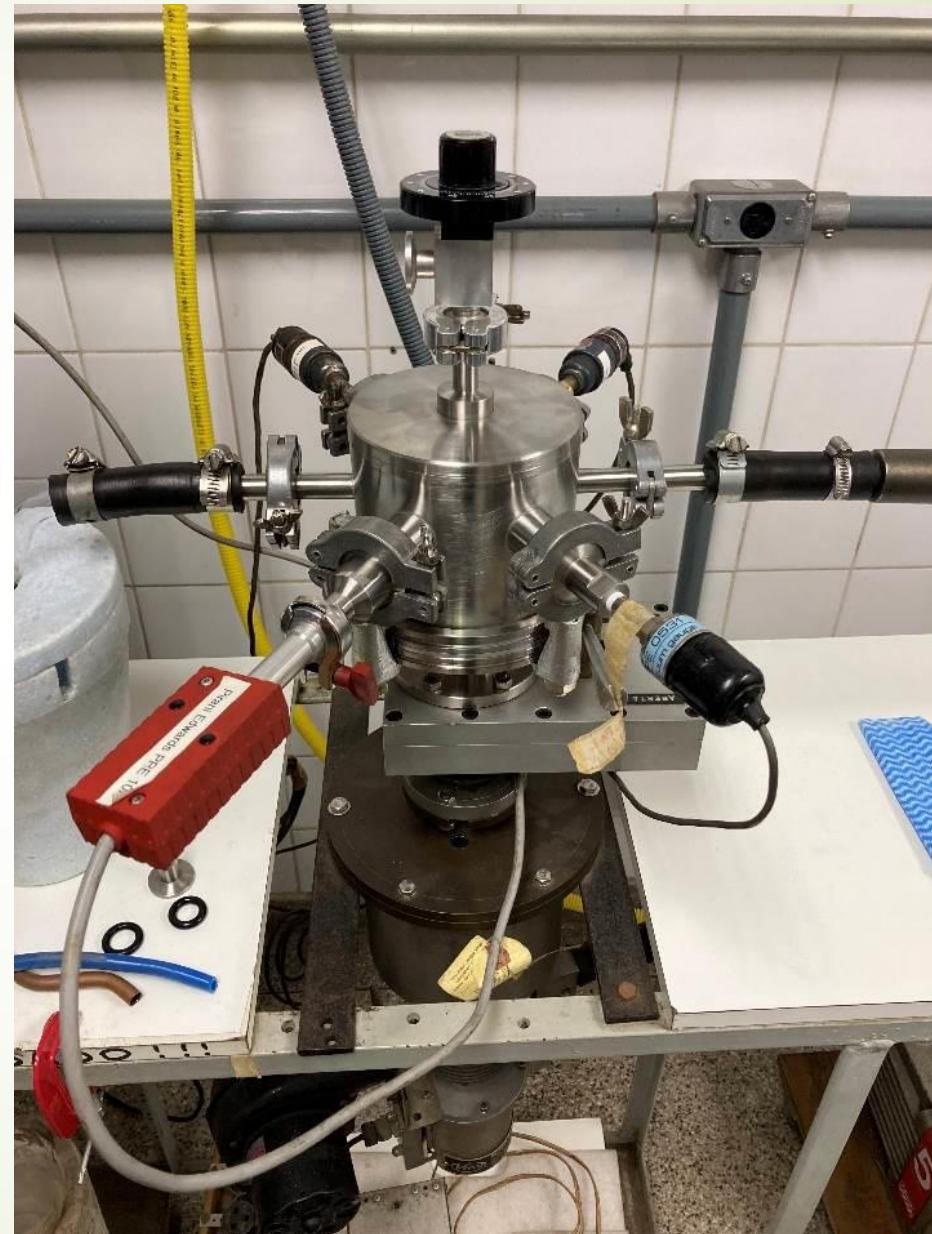
# Catodo Quente: Bayard-Alpert



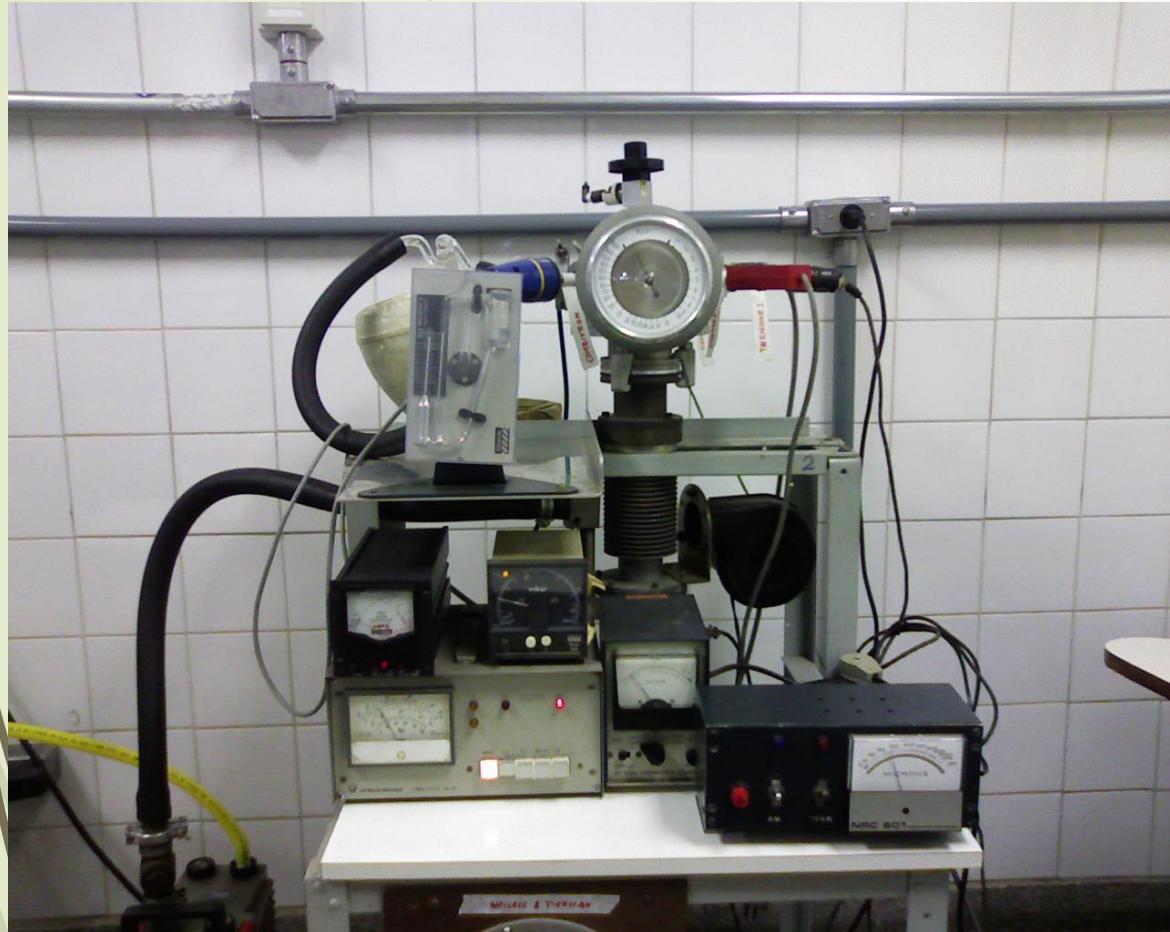
# Catodo Frio: Penning



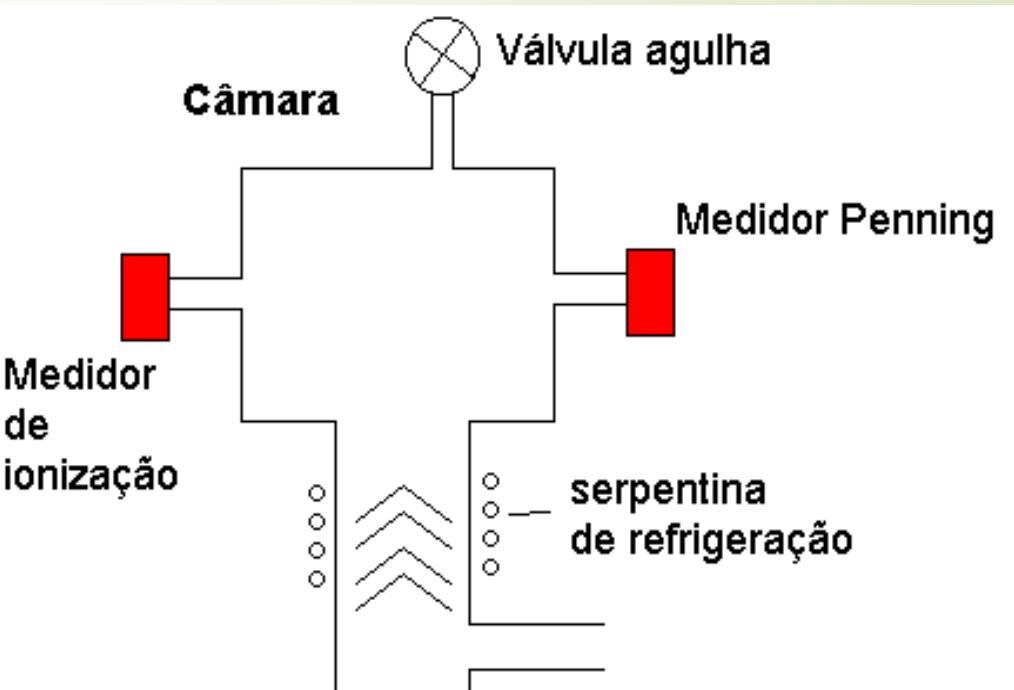
# Ciclo 1 – Experimento 1



# Ciclo 1 – Experimento 1 - complementos



# Ciclo 1 – Experimento 2



# Estudos a serem realizados no laboratório

Verificar as características de todos os medidores

Calibração com o medidor absoluto

Estudo das escalas e unidades

Utilização das válvulas

Armadilhas de nitrogênio líquido

Vedações (o'ring) e componentes

Estudo da resposta dos medidores com gases diferentes: Ar, He e CO<sub>2</sub>

# Procedimentos experimentais

## Bancada 1 (McLeod); Bancada 2 (Vacustat); Bancada 3 (Bayard-Alpert)

Identificar todos os componentes do sistema de vácuo

Fechar todas as válvulas e ligar a bomba mecânica

Verificar se todos os medidores estão ligados e funcionando

Verificar possíveis vazamentos

Verificar as escalas e unidades de todos medidores

Verificar o funcionamento de todos os medidores

Iniciar a tomada de dados

Produzir um vazamento através da válvula agulha

Anotar as pressões em todos os medidores

Gases disponíveis: Argônio, Hélio, CO<sub>2</sub>

Para caracterizar bem todos os medidores é necessário varrer todas as escalas com um número de medidas suficiente para descrever bem seus comportamentos em vários regimes.

# Tabela de conversão de unidades

	bar (dina/cm <sup>2</sup> )	mbar	Pa (N/m <sup>2</sup> )	atm	torr
bar	1	10 <sup>3</sup>	10 <sup>5</sup>	0,986923	750,062
mbar	10 <sup>-3</sup>	1	10 <sup>2</sup>	0,9869x10 <sup>-3</sup>	0,750062
Pa	10 <sup>-5</sup>	10 <sup>-2</sup>	1		0,75x10 <sup>-2</sup>
atm	1,0132	1,0132x10 <sup>3</sup>	1,0132x10 <sup>5</sup>	1	760
torr	1,3332x10 <sup>-3</sup>	1,33322	1,33322x10 <sup>2</sup>	1,3158x10 <sup>-3</sup>	1

# Ciclo 2 – Experimento 4



# Ciclo 2 – Experimento 5

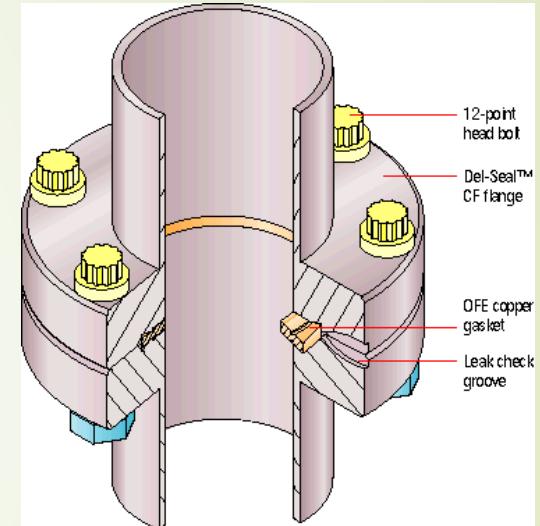


# Ciclo 2 – Experimento 6



# Experimento 7

## Leak Detector, Vazamentos e Componentes



# Cronograma do Laboratório

DATA	ATIVIDADE
09/08/24	Aula Introdutória
12/08/24	1º Ciclo de Experimentos – aula 1/3
19/08/24	1º Ciclo de Experimentos – aula 2/3
26/08/24	1º Ciclo de Experimentos – aula 3/3
16/09/24	ENTREGA DO RELATÓRIO 1
30/09/24	2º Ciclo de Experimentos – aula 1/3
07/10/24	2º Ciclo de Experimentos – aula 2/3
14/10/24	2º Ciclo de Experimentos – aula 3/3
29/10/24	ENTREGA DO RELATÓRIO 2
04/11/24	Componentes, Materiais e Vazamentos – Acelerador Pelletron
11/11/24	Fabricação de Filmes Finos

# Datas importantes

**DATAS PARA ENTREGA DOS RELATÓRIOS– Até às 12h00 min**

Relatório 1 - 16/09

Relatório 2 - 29/10

Local: Escaninho Ed. Oscar Sala

# Informações Importantes

## Folha de dados no final de cada aula.

Os dados são utilizados para uma análise geral

**Relatório I (peso 2,0)**

**Relatório II (peso 3,0)**

**É obrigatória a entrega dos 2 relatórios nos prazos estabelecidos (até o meio-dia do dia de entrega)**

**Cálculo da média final:  $M_f = (M_p + M_R) / 2$**

onde  $M_p$  é a média das provas e  $M_R$  a média dos relatórios.

**Se  $M_p < 3$  ou  $M_R < 3$  o estudante estará reprovado**

**Se  $3 \leq M_p < 5$  ou  $3 \leq M_R < 5 \rightarrow M_f$  será a menor nota e o estudante deverá fazer uma prova de recuperação (R). No caso do laboratório será feita uma entrevista. A nota final será calculada como:  $N_F = (M_f + 2R) / 3$**

# Instruções Para um Bom Relatório

## ❖ AS MEDIDAS TÊM INCERTEZAS!!!!

- ❖ Procure tirar as dúvidas em sala;
- ❖ Se possível, analise os dados de um experimento antes do próximo, para poder discutir as dúvidas em sala;
- ❖ Organização é fundamental! Ajuda a fazer melhor e mais rápido;
- ❖ Pesquisa bibliográfica pode ajudar bastante na confecção do relatório;
- ❖ Cuidado com as unidades e as ordens de grandeza (potências de 10). Elas mudam de um medidor para outro, se você não estiver atento tomará dados errados, que diminuem a nota;
- ❖ Um relatório tem começo, meio e fim. Nessa ordem.

# Instruções Para um Bom Relatório

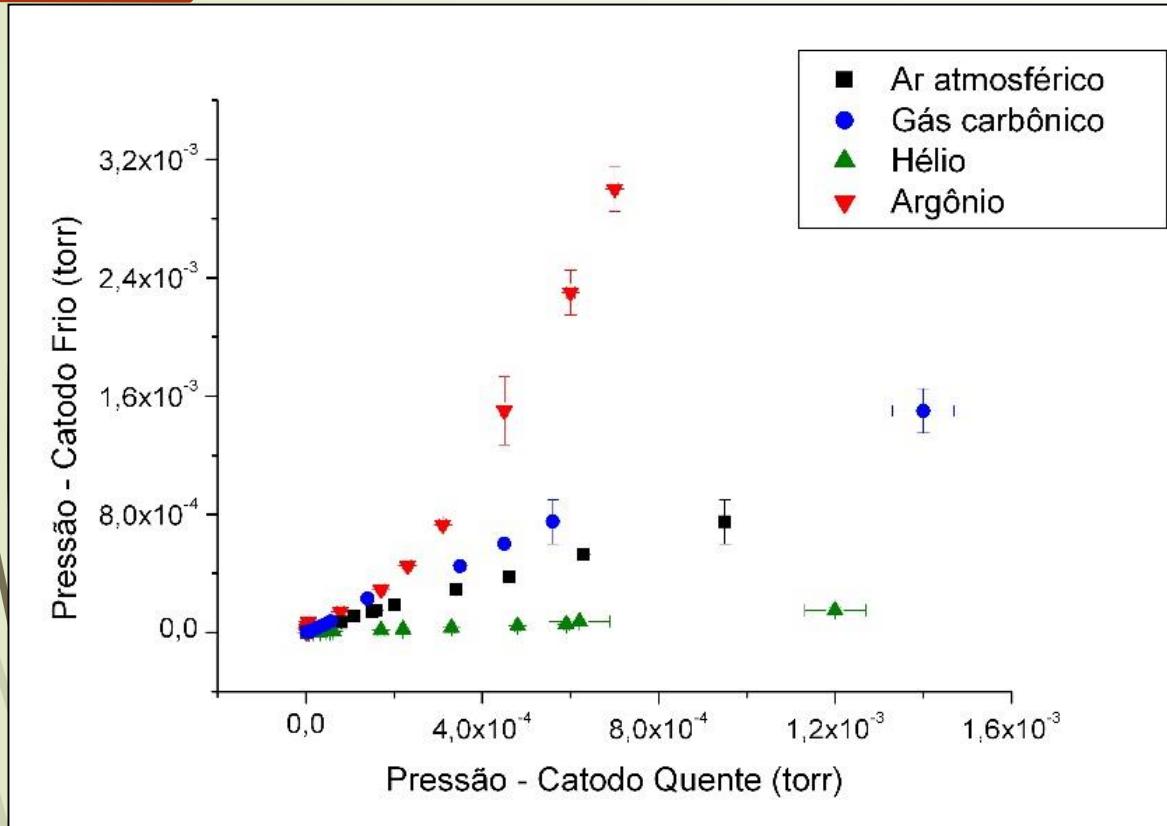


Gráfico bom

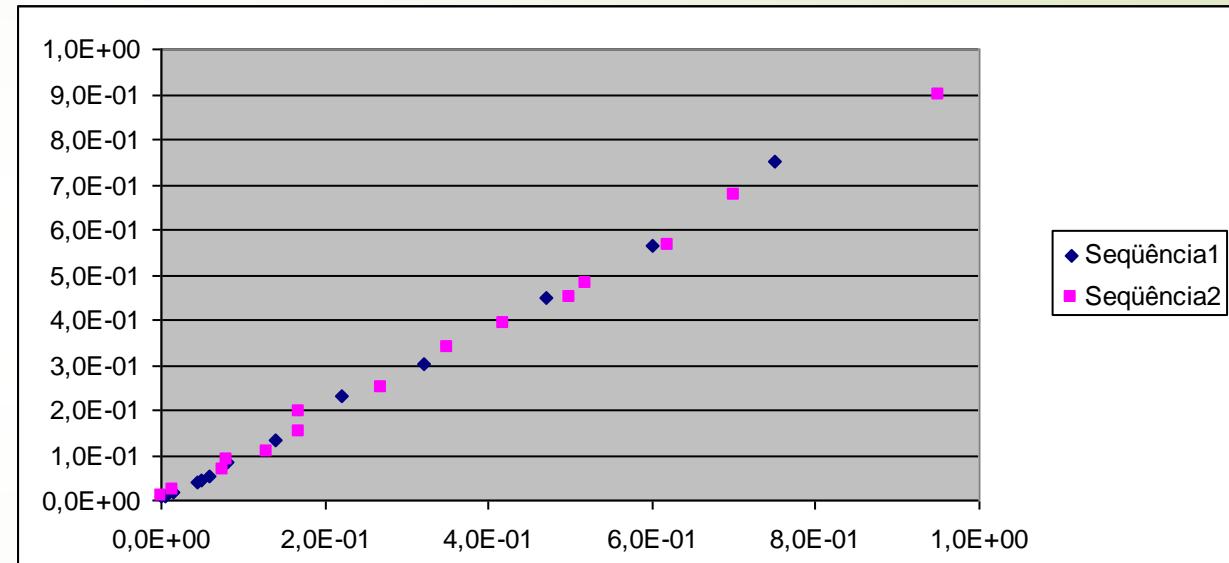
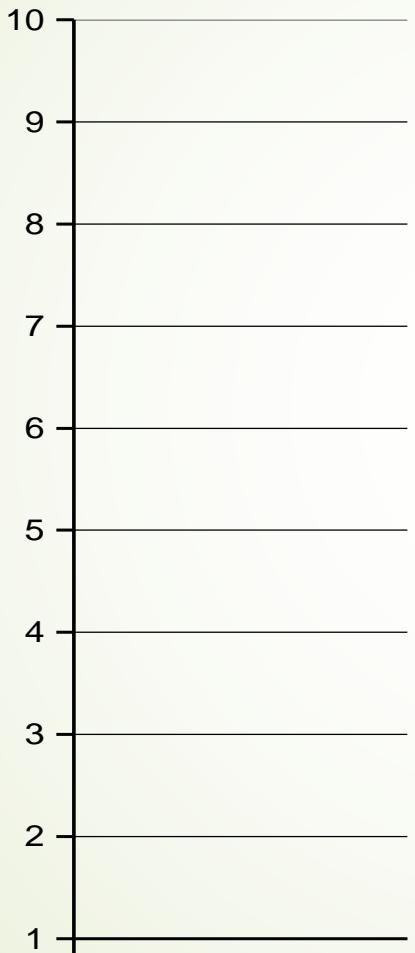


Gráfico (muito) ruim

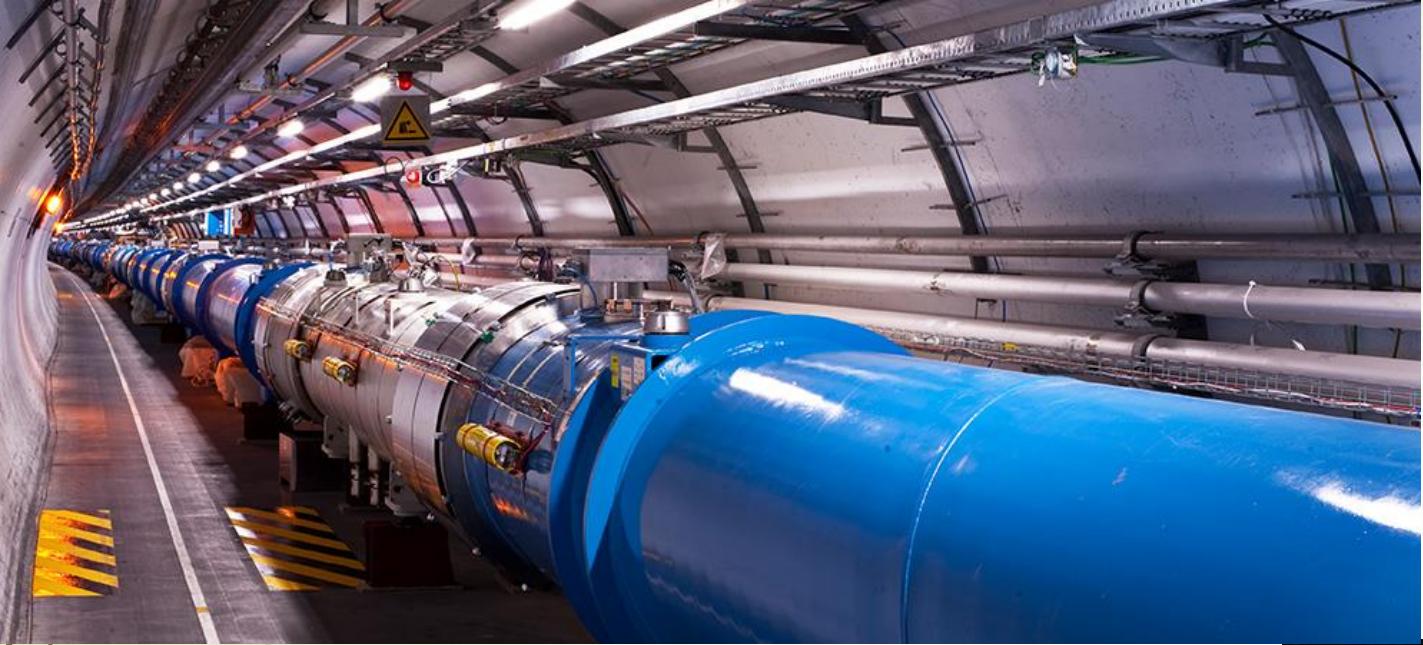
Alguns gráficos podem ficar melhores em escala logarítmica

# Escala Linear e Escala Log



Atenção: Alguns medidores de pressão têm escalas logarítmicas





[www.testbourne.com](http://www.testbourne.com)

[www.ulvac.com](http://www.ulvac.com)



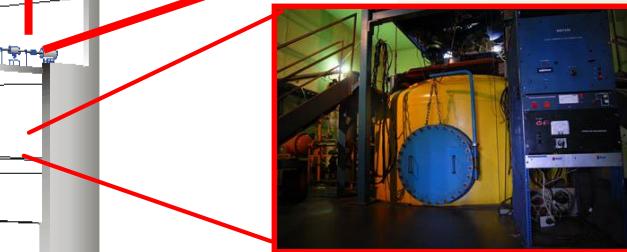
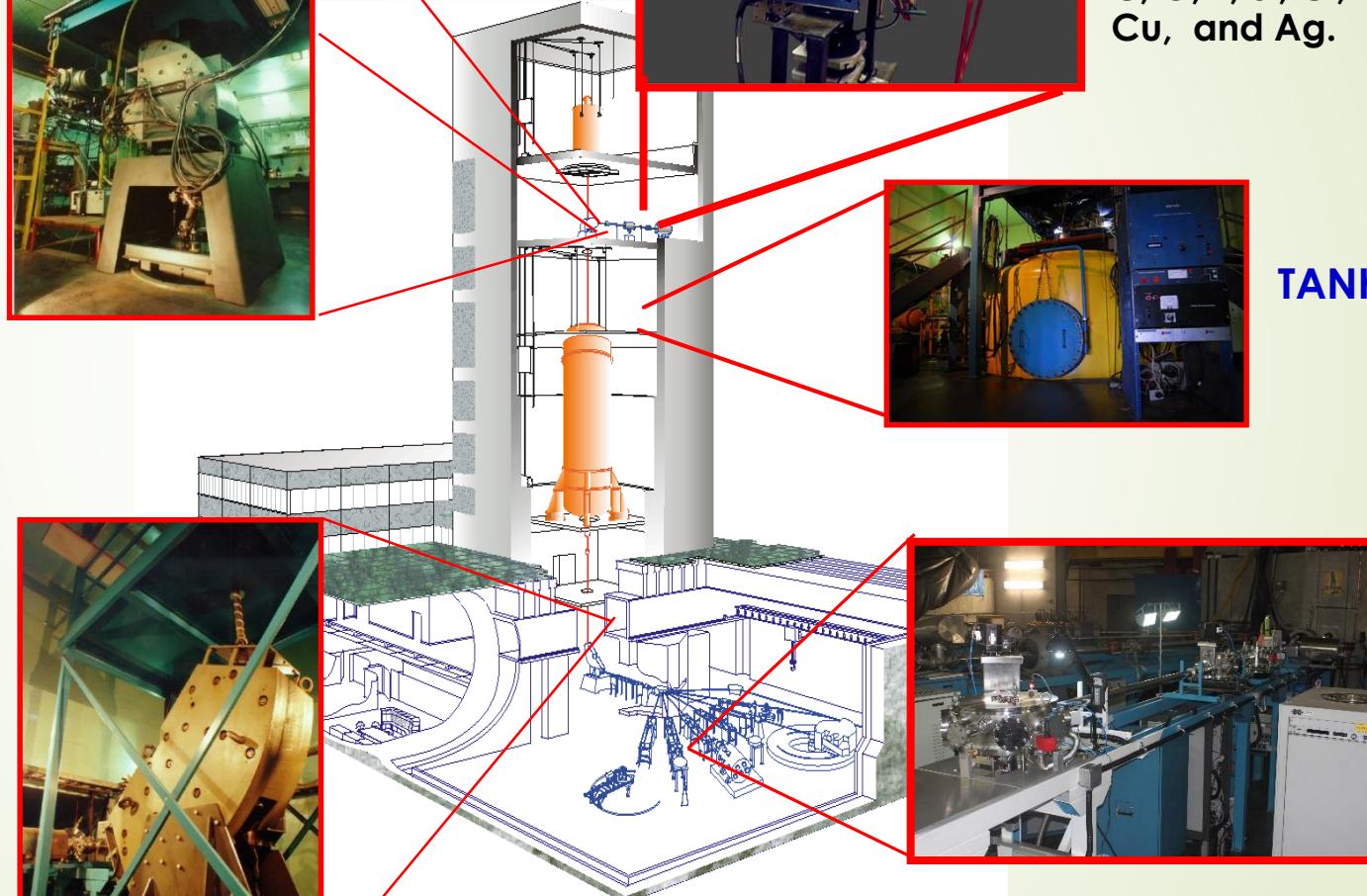
# Pelletron Acelerador, tandem, $V_{\max} = 8 \text{ MV}$ (carbon foil stripper)



LAFNA

Mass  
selection  
ME20

Energy  
Selection  
ME200

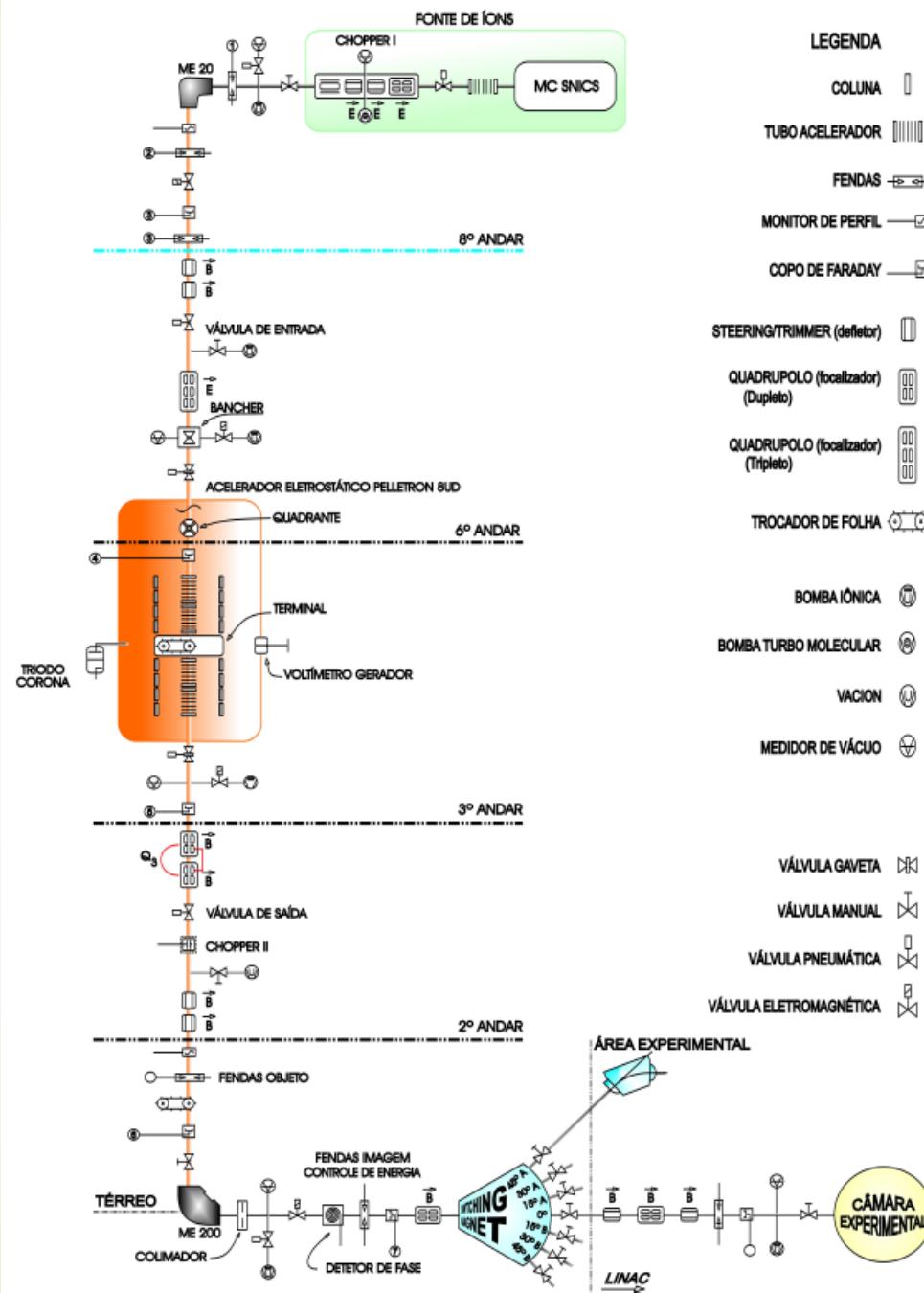


SNICS Ion  
source  
Beams: H, Li, B,  
C, O, F, Si, Cl, Ti,  
Cu, and Ag.

TANK

Dedicated beam line

# SISTEMA DE MONTAGEM





**Laboratório**

**SALA 1008 - Ala 2**



# **Boas Medidas**

e

## **Boa Sorte**

Lista de presença  
distribuir apostilas

- ) Escoamento de gases
- ) Teoria cinética

Definição de VÁCUO = Espaço que enclui só com gás em pressão abaixo da pressão atmosférica  
 $P < 2,5 \times 10^{-19}$  moleculas/cm³

Definições. Pressão =  $\frac{F}{A} \left[ \frac{N}{m^2} \right]$  MKS ;  $\left[ \frac{\text{dina}}{cm^2} \right]$  CGS

$$\text{PASCAL} = Pa = \frac{N}{m^2} ; \quad 1 \text{ bar} = 10^6 \frac{\text{dina}}{\text{cm}^2}$$

Diferentes valores de pressão correspondem a diferentes estruturas físicas!

Conceitos importantes { densidade molecular  
 correntes livre mícidas  
 tempo de formação de uma camada

Todos os conceitos estão relacionados com a pressão, ao tipo de gás e à temperatura.

### TEMPO PARA FORMAÇÃO DE UMA MONOLITA

Tempo dado pela razão entre o número de moléculas necessárias para formar uma camada compacta ( $\approx 8 \times 10^{14} \frac{\text{moléculas}}{\text{cm}^2}$ ) e a taxa de moléculas incidentes em uma superfície!!

## Transparência 1

- Pressão x tempo de formação de uma nuvem  
Pressão x densidade  
Pressão x livre caminho moléculas  
pré-vácuo - alto vácuo - ultra alto vácuo

## Transparência 2

composição do ar

- pré-vácuo - mantém a mesma composição  
alto-vácuo 70% a 90% Vapor d'água  
ultra-alto vácuo  $H_2$  (permeação)

## Aplicações dos dia-a-dia

Tubarão com-colo	pels caranguejos	300 Torr
Respiração	740 Torr	
Polvo	100 Torr	

## Pressão x Altitude

nível obs mar

760 mm Hg

São Paulo

700 mm Hg (800m)

10 km

100 mm Hg (avião)

100 km

$10^{-4}$  mm Hg

1000 km

$10^{-12}$  mm Hg

10 000 km

$10^{-14}$  mm Hg

distância média da luna

$\Delta x \sim 390\ 000\ km$

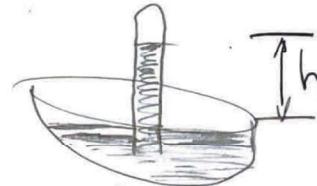
# Histórico da Tecnologia do Vácuo

(2)

## Transparência 31

1643 - Torricelli

Vácuo produzido no topo de uma coluna de Hg.



1654 - Otto von Guericke

Magdeburg hemisphere

demonstração a força da pressão atmosférica

- Vela não queime

- animais morrem.

1879 - Edison (lâmpada elétrica)

Lei dos gases

Boyle-Mariotte, Charles, Gay-Lussac

Bosevilli, Avogadro, Maxwell, Boltzman

1874 - McLeod-gauge

1879 - Tubo de raios catódicos (Crookes)

1906 - Pitot-Gauge

1915

W. Graede } Bomba difusora

1916

I. Langmuir } Bomba difusora

1940 Pesquisas em física nuclear } ciclotrón

1950  $10^{-6}$  a  $10^{-7}$  Torr } separador isotópico

1950 Bayard-Alpert gauge ultra-alto-vácuo (Tubos)

1953 R. Herber bombas iônicas (Fundador NEC)

Ciências

Ciências	Espacial
	Superfície
	Semi-condutores
	nano-tecnologia
	Física Nuclear
	Física de partículas elementares

## Definições Básicas

(3)

### Unidades de Pressão

$$\text{mmHg} \equiv \text{Torr}$$

$$1 \text{ Ba (barge)} = 1 \frac{\text{dine}}{\text{cm}^2}$$

C G S

$$1 \text{ Pa} = 1 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

$$1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa}$$

$$1 \text{ atm} = 760 \text{ mmHg}$$

$$1 \text{ mbar} = 100 \text{ Pa}$$

$$1 \text{ mbar} = 0,75 \text{ Torr}$$

$$1 \text{ Torr} = 1,33 \text{ mbar}$$

$$1 \text{ Torr} = 133,3 \text{ Pa}$$

$$1 \text{ Pa} = 10^{-2} \text{ mbar} = 10^{-5} \text{ bar}$$

$$1 \text{ atm} = 10^5 \text{ bar}$$

### Regimes de Pressão

#### • VISCOSE

massa de gás é grande  
→ fluxo laminar  
→ fluxo turbulento

#### • TRANSICÃO OU INTERMEDIÁRIO

#### • Molecular

} colisão molecular-paredes  
} grande e

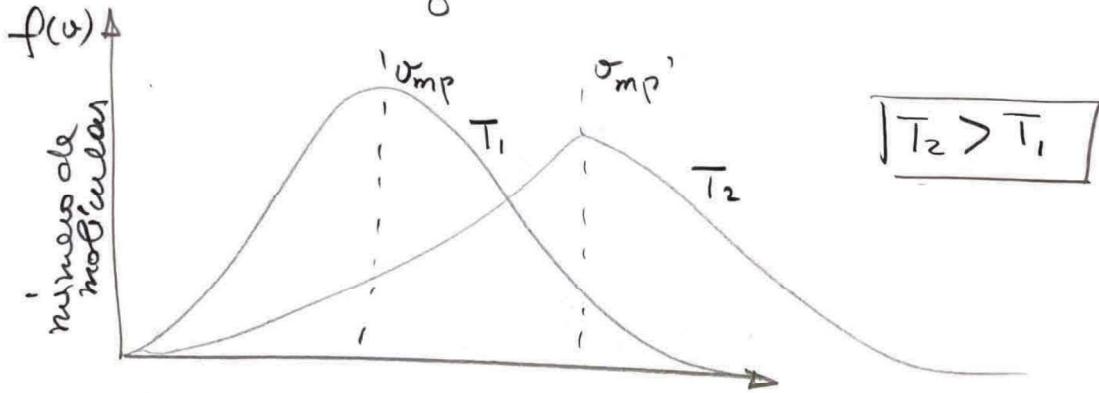
Colisões : Depende da temperatura (Movimento Browniano)

### IMPORTANTE:

Após a colisão, o ângulo de saída não depende do ângulo de incidência.



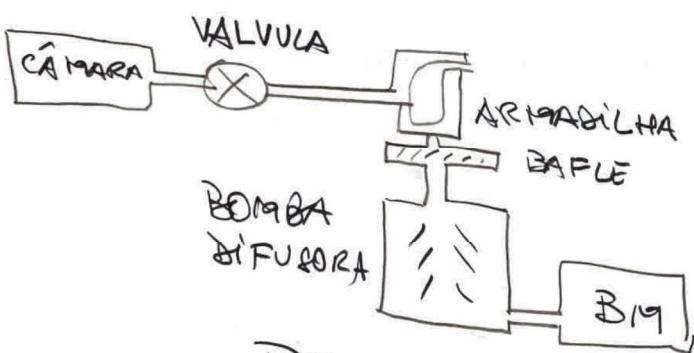
Distribuições de moléculas é regida pela distribuição de Maxwell-Boltzmann.



Teoria cinética dos gases (próxima aula)

Composição de um sistema de Vácuo básico

CÂMARA - VÁLVULAS - TUBOS E CONEXÕES - ARMADILHAS  
BAFLE - Bomba de Vácuo (turbo/difusora) - Bomba pré-vácuo  
(mecânico, sorção, membrana)

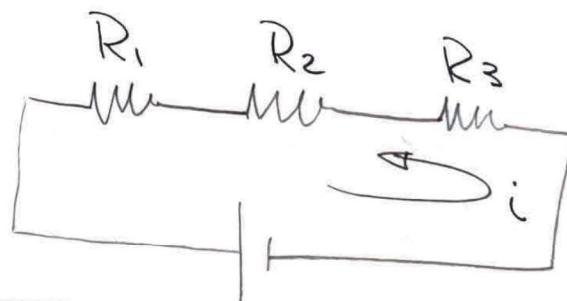


PROBABILIDADE DE TRANSMISSÃO

- { - Regime de pressão
- Geometria do sistema

ANALOGIA A UM SISTEMA ELÉTRICO

$\Delta V \approx \Delta P$   
 $R \approx$  impedância  
 $i \approx$  fluxo de massa ( $Q$ )  
throughput



$$R_{\text{eq}} = R_1 + R_2 + R_3$$

## Definições Básicas

(4)

Condutância = inverso da impedância

condutância = Velocidade de bombeamento

dependem } Regime de pressão  
geométrica do sistema

## TAXA DE ESCOAMENTO

### FLUXO DE MASSA

Quantidade de moléculas que atravessam uma seção transversal por unidade de tempo.

### THROUGHPUT

$$Q = \frac{PV}{\Delta t} = PS$$

$$S = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{Q}{P}$$

tubo } seção transversal da tubulação  
}  $\Rightarrow Q$  (throughput)

$$Q = PS \quad \text{onde } S \text{ é a velocidade de bombeamento}$$

Lei dos gases  $\Rightarrow PV = NkT$   $k$  é a cte de Boltzmann

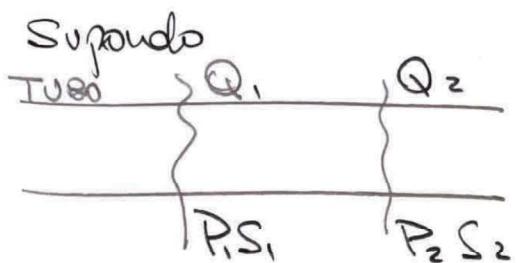


$$P \frac{\Delta V}{\Delta t} = kT \frac{\Delta N}{\Delta t}$$

corrente molecular

$$\left[ P \frac{\Delta V}{\Delta t} \right] = \text{Torr} \frac{l}{s}$$

$$\text{Unidade } [Q] = \text{Torr} \frac{l}{s}$$



Lei de conservação

$$Q_1 = Q_2$$

condição: Se não houver uma região que atraia moléculas e se não houver fluxo adicional (vazamentos) de moléculas para o sistema

throughput = fluxo de massa

$$\left. \begin{array}{l} Q \text{ de vazamento} \\ Q \text{ de difusão} \\ Q \text{ de permeação} \end{array} \right\} \Rightarrow Q_T = \sum_{i=1}^n Q_i$$

O throughput é definido como sendo a quantidade de gás, numa dada temperatura, que atravessa uma seção reta (área) por unidade de tempo.

Unidade  $\left[ \frac{\text{Torr l}}{\text{s}} \right] \quad \left[ \frac{\text{Pa m}^3}{\text{s}} \right]$

$$\begin{aligned} 1 \frac{\text{std cc}}{\text{min}} &= 1,27 \times 10^{-2} \frac{\text{Torr l}}{\text{s}} \\ &= 1,67 \times 10^{-2} \frac{\text{atm cc}}{\text{s}} \end{aligned}$$

$$1 \frac{\text{Torr l}}{\text{s}} = 1,3 \frac{\text{atm cc}}{\text{s}}$$

Equações geral de um sistema de vácuo

$$V_0 \frac{\Delta P}{\Delta t} \Rightarrow -V_0 \frac{\Delta P}{\Delta t} = Q - \sum_{i=1}^N Q_i$$

$$-V_0 \frac{\Delta P}{\Delta t} = PS - \sum Q_i$$

USANDO A LEI DOS GASES

$$PV = NkT, \text{ então } \frac{P\Delta V}{\Delta t} = kT \frac{\Delta N}{\Delta t} \quad (i)$$

$$PS = kT \frac{\Delta N}{\Delta t} \Rightarrow Q = PS = \frac{\Delta N}{\Delta t} kT$$

$$\text{então } TS = \frac{\Delta H}{\Delta t} \frac{kT}{P}$$

$\Delta N$  é o número de moléculas que escorrem por unidade de tempo.

da eq.(i), podemos escrever.

$$m \frac{\Delta N}{\Delta t} = m \frac{Q}{kT}$$

$m$  é a massa da molécula

corrente molecular = massa que escapa por unidade de tempo através de uma seção rete de tubulações.

Para uma mistura de gases

$$\text{de (i)} \quad Q = kT \sum_{i=1}^N \frac{\Delta N_i}{\Delta t}$$

## Algumas equações úteis

$$PV = NkT$$

$$k = \frac{R_0}{N_A}$$

$$N_A = 6,02 \times 10^{23}$$

$$PV = N \frac{R_0 T}{N_A} \quad \text{multiplicando por } m$$

$$PV = \frac{Nm}{m N_A} R_0 T$$

$N_A m \equiv$  massa molecular do gás

$$\boxed{N_A m = M}$$

$W = Nm \equiv$  massa do gás

então

$$\frac{P\Delta V}{\Delta t} = \frac{R_0 T \Delta W}{M \Delta t}$$

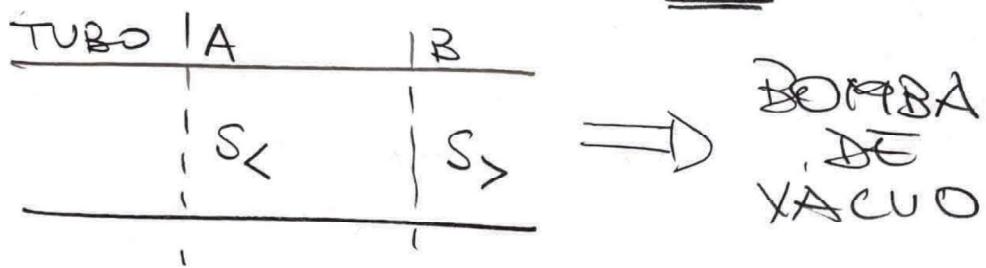
logo  $\boxed{Q = \text{cte} \frac{\Delta W}{\Delta t}}$

$Q \equiv$  fluxo de massa

# ESCOAMENTO DE GASES

6

A velocidade de bombeamento não é constante ao longo da tubulação, pois resultante das diferenças de pressão. Mas,  $P_S$  é constante!



A variação da pressão ao longo da tubulação é o resultado de uma certa impedância oferecida pela própria tubulação ao escoamento.

$$Z_{AB} = \frac{P_A - P_B}{Q}$$

Analogie com um circuito elétrico

$$X = \mathbb{R}^n$$

O inverso da impedância é a condutância

$$C_{AB} = \frac{Q}{P_A \cdot P_B}$$

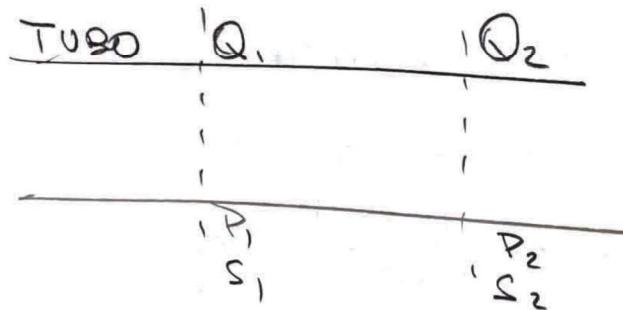
$$C = \frac{1}{2}$$

unidade [l/s]

Os colulus dependem fortemente do regime de pressão e da geometria do sistema

- Velocidade de bombeamento  $S$  [l/s]  
características de um ponto
  - Condutâncias  $C$  [e/s]  
características de 2 pontos

# Relações entre S e C



BOMBA DE  
VACUO

$$Q_1 = P_1 S_1 \quad Q_2 = P_2 S_2$$

$$\frac{1}{S_1} = \frac{P_1}{Q_1} \quad (\text{I}) \quad \frac{1}{S_2} = \frac{P_2}{Q_2} \quad (\text{II})$$

Subtraindo (I) de (II)

$$\frac{1}{S_1} - \frac{1}{S_2} = \frac{P_1}{Q_1} - \frac{P_2}{Q_2} \quad \text{com} \quad Q = \text{cte} \quad Q_1 = Q_2$$

$$\frac{1}{S_1} - \frac{1}{S_2} = \frac{P_1 - P_2}{Q} = \frac{1}{C}, \text{ então}$$

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{S_1} - \frac{1}{S_2}$$

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{S_{\text{ef}}} + \frac{1}{S_b} \Rightarrow \text{Bomba de VACUO}$$

Supondo estar na boca da bomba (2)

$$S_1 = S_{\text{ef}} \quad S_2 = S_b$$

$$\frac{1}{S_{\text{ef}}} = \frac{1}{C} + \frac{1}{S_b}$$

$$\frac{1}{S_{\text{ef}}} = \frac{C + S_b}{C S_b}$$

$$\therefore S_{\text{ef}} = \frac{C S_b}{C + S_b}$$

Exemplos de utilizações dessas equações:

(7)

a) Se  $S_b \gg C$

$$\boxed{S_{ef} = C}$$

Ou seja, não adianta comprar uma bomba de vaivém com velocidade de bombeamento muito maior do que a condutância do sistema.

b) Se  $S_b \ll C$

$$\boxed{S_{ef} = S_b} \rightarrow \text{Situação ideal}$$

Exemplos práticos:

①  $C = 100 \text{ l/s}$        $S_{ef} = \frac{S_b C}{S_b + C} = \frac{100 \times 100}{100 + 100} = 50 \text{ l/s}$   
 $S_b = 100 \text{ l/s}$

②  $S_{ef} = 60 \text{ l/s}$        $C = 50 \text{ l/s}$        $S_b = ?$

$$S_b = \frac{S_{ef} \cdot C}{C - S_{ef}} = \frac{60 \times 50}{50 - 60} < 0$$

$S_b$  negativo?

A bomba funciona mas não com essa velocidade efetiva.

## Informações úteis

- Regime molecular = condutâncias não dependem da pressão.
- Regime viscoso = As condutâncias são enormes e dependem da pressão.

## Definições de throughput (Q)

$$Q = PS; \quad Q = C \Delta P; \quad Q = \frac{P \Delta V}{\Delta t}$$

$$Q = kT \frac{\Delta N}{\Delta t}; \quad Q = V \frac{\Delta P}{\Delta t}$$

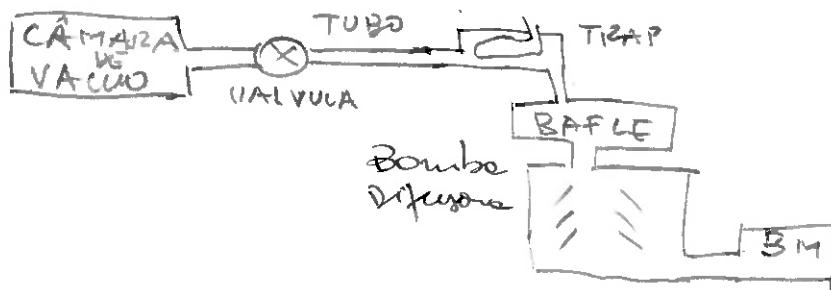
## Revistas de Tecnologia do Vácuo

- ① Le vide (France)
- ② Vacuum Pergamon Press
- ③ The Journal of vacuum science and technology
- ④ Review of Scientific Instruments (AIP)
- ⑤ Journal of scientific instruments (England)

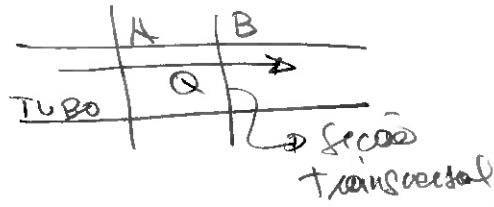
Passar lista  
distribuir lista de exercícios 1

### Teoria Cinética dos Gases

Resumo dos conceitos  
Sistemas de Vácuo



Fluxo de Massa = throughput ( $Q$ )



Lei da Conservação

$$Q_A = Q_B$$

Impedâncias

$$Z_{AB} = \frac{P_A - P_B}{Q}$$

Analogia }  $V = R_i$

$$\Delta P = Z_{AB} Q$$

condutâncias

$$C_{AB} = \frac{Q}{P_A - P_B}$$

Regimes de Escoamento

Viscoso

fluxo } laminar  
turbulento

$\lambda$  pequeno

$$\lambda \ll D$$

Intermediário

Molecular

$\lambda$  grande

$$\lambda \gg D$$

Cálculos de condutâncias dependem dos componentes da geometria e do regime de escoamento.

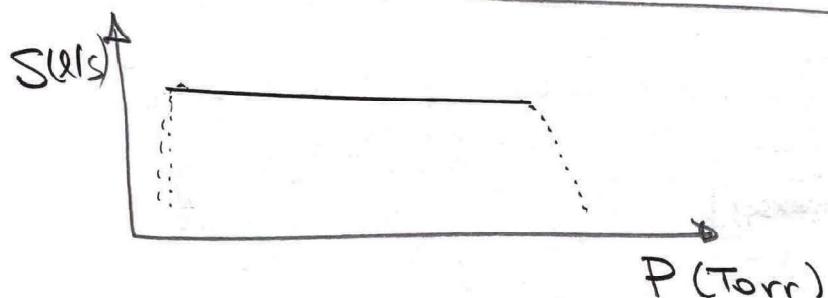
### Definições

- Velocidade de bombeamento

$$S = \frac{\Delta V}{\Delta t} \quad [S] = \text{l/s}$$

- Throughput = taxa de escoamento

$$Q = P \frac{\Delta V}{\Delta t} = P S \quad [Q] = \frac{\text{Torr l}}{\text{s}}$$

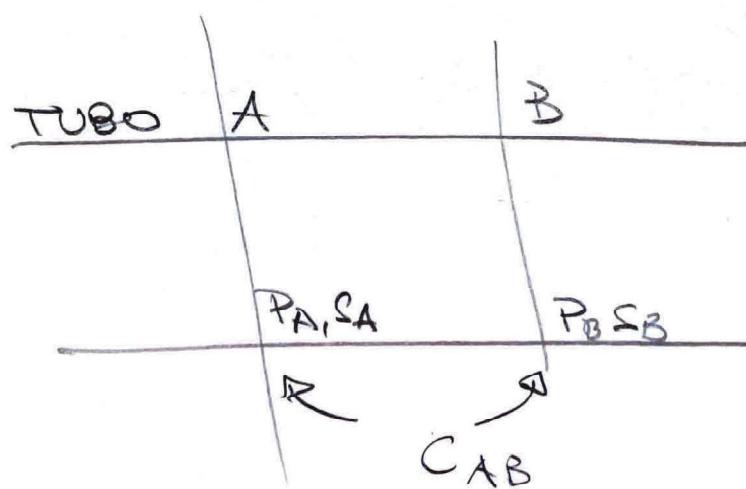


### condutância

$$C = \frac{Q}{P_A - P_B} \quad [C] = \text{l/s}$$

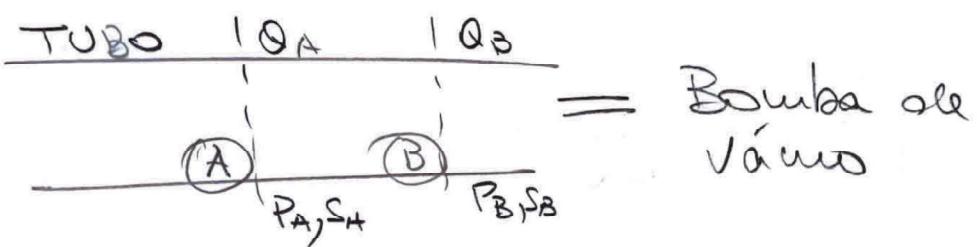
$C$  = característica entre dois pontos

$S$  = característica de um ponto



Relação entre C e S

(2)



Lei de conservação  
 $|Q_A = Q_B$

$$Q_A = P_A S_A \quad (\text{i})$$

$$Q_B = P_B S_B \quad (\text{ii})$$

Subtraindo  $\frac{1}{S_A} - \frac{1}{S_B} = \frac{P_A}{Q_A} - \frac{P_B}{Q_B} = \frac{P_A - P_B}{Q} = \frac{1}{C}$

Supondo uma bomba de vácuo no ponto B e que se queria calcular a velocidade de bombeamento efetiva no ponto A ( $S_{\text{ef}}$ ), então:

$$\frac{1}{S_{\text{ef}}} - \frac{1}{S_b} = \frac{1}{C} \Rightarrow \frac{1}{S_{\text{ef}}} = \frac{1}{C} + \frac{1}{S_b}$$

$$\frac{1}{S_{\text{ef}}} = \frac{S_b + C}{C S_b} \Rightarrow \boxed{S_{\text{ef}} = \frac{C S_b}{S_b + C}}$$

# Fluxo de Massa (throughput) ( $Q$ )

$$Q = PS$$

$$Q = P \frac{\Delta V}{\Delta t}$$

Como  $PV = NkT$ , então:

$$P \frac{\Delta V}{\Delta t} = kT \frac{\Delta N}{\Delta t} \Rightarrow Q = kT \frac{\Delta N}{\Delta t}$$

Pela definição de condutância

$$Q = C \Delta P$$

$$Q = V \frac{\Delta P}{\Delta t}$$

Sendo  $PV = NkT$

$$k = \frac{R_0}{N_A}$$

$R_0$  é a cte Universal dos gases.

$$PV = \frac{N R_0 T}{N_A}$$

multiplicando pela massa da molécula  $m$

$$PV = \frac{m N R_0 T}{m N_A}$$

$$Nm \equiv \text{massa do gás} = W$$

$$N_A m = \text{massa molecular} \equiv M$$

então

$$P \frac{\Delta V}{\Delta t} = \text{cte} \frac{R_0 T}{M} \frac{\Delta W}{\Delta t} = Q \equiv \text{fluxo ab mass}$$

$$Q = \text{cte} \frac{\Delta W}{\Delta t}$$

## Teoria Clássica dos Gases

(3)

Halliday, Resnick, Walker 2.ª edição cap 21.

- Número de Avogadro

Movimento Browniano (1827)

$$| N_A = 6,02 \times 10^{23} | \text{ CNTP}$$

Todos os gases contém o mesmo número de moléculas ou átomos quando ocupam o mesmo volume nas mesmas condições de temperatura e pressão (CNTP)

- Número de moles

$$| n = \frac{N}{N_A} |$$

- Equações dos gases ideais

$$PV = n R_0 T \quad R_0 \text{ é a cte universal dos gases}$$

$$PV = \frac{N}{N_A} R_0 T \quad : \quad | PV = N k T | \quad k = \frac{R_0}{N_A} \quad \text{cte de Boltzmann}$$

$$R_0 = 8,314 \text{ J/mol K}$$

$$R_0 = 8,314 \times 10^7 \text{ erg/mol K}$$

$$k = \frac{8,314 \times 10^7}{6,02 \times 10^{23}} = 1,38 \times 10^{-16} \frac{\text{erg}}{\text{K}}$$

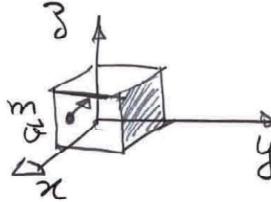
$$| R_0 = 6,236 \times 10^4 \frac{\text{Torr cm}^3}{\text{K mol}} |$$

O gás ideal não existe, mas o comportamento de todos os gases à baixa pressão se aproxima de um gás ideal.

# Pressão e Temperatura

(4)

Qual a relação entre pressão e a velocidade das moléculas?



$$\vec{p} = m\vec{v}$$

$$p_x = mv_x$$

Impulso  $\vec{J} = \int \vec{F} dt$

$$|\vec{J}| = \Delta p$$

$$|\vec{F}| = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

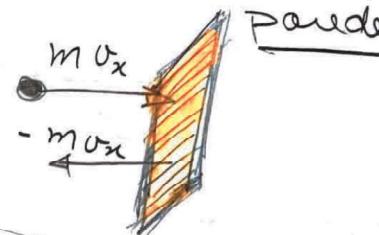
2º Lei de Newton

$$J_x = \Delta p_x = p_{xf} - p_{xi}$$

$$J_x = -mv_x - mv_x = -2mv_x$$

$$|J_x \text{ partícula} = -J_x \text{ parede}|$$

Ação e reação



3º Lei de Newton.

∴ O impulso transferido à parede por uma molécula de massa m é  $|\Delta p_x| + 2mv_x$

A distância entre as paredes é L

O tempo para uma partícula percorrer todo o percurso de ir e vir até o ponto inicial, seja:

$$S = S_0 + vt \quad |\Delta t = \frac{2L}{v_x}$$

Então a taxa de transmissão do momento, seja:

$$\frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{2mv_x}{2L} = \frac{mv_x^2}{L}$$

$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{mv_x^2}{L}$$

Este é a força sobre a parede devida a colisão de uma molécula de massa m

Somando-se todas as moléculas e dividindo pelo área da parede, encontra-se a pressão devida a todas as moléculas.

$$P = \frac{F}{A} = \frac{m v_{x_1}^2}{L} + \frac{m v_{x_2}^2}{L} + \dots + \frac{m v_{x_n}^2}{L}$$

$$\therefore P = \frac{m}{L^3} (v_{x_1}^2 + v_{x_2}^2 + \dots + v_{x_n}^2)$$

Como  $N = n N_A$ , vamos ter  $n N_A$  termos na soma, então:

$$P = \frac{m}{L^3} n N_A \bar{v_x^2}$$

$\bar{v^2}$  é a velocidade quadrática média

Para qualquer molécula

$$\therefore v_x^2 = \frac{1}{3} v^2, \text{ logo:}$$

$$\bar{v^2} = v_x^2 + v_y^2 + v_z^2$$

$$P = \frac{m}{L^3} n N_A \frac{1}{3} \bar{v^2}$$

Onde  $L^3$  é o volume da caixa,  $n N_A$  é a massa molar ( $M = m N_A$ )

$$\therefore P = \frac{n M \bar{v^2}}{3V}$$

Pelo distribuição de Boltzmann

$$\bar{v^2} = \frac{3RT}{M}$$

a ser deduzido

(5)

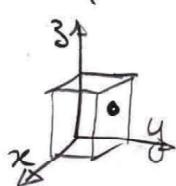
$$\text{Então } P = \frac{n}{3V} \frac{M}{M} \cancel{3RT}$$

$$\therefore \boxed{PV = nRT} \text{ cqd.}$$

$$\bar{\omega}^2 \Rightarrow \sqrt{\bar{\omega}^2} = v_{rms} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$$

Exemplo:  $H_2$  a  $T = 300\text{ K}$   $v_{rms} = 1920\text{ m/s} \approx 6800\frac{\text{km}}{\text{h}}$

$$\left\{ \begin{array}{l} v_{rms} = \sqrt{\frac{3RT}{M}} = \sqrt{\frac{3(8,31\text{ J/mol K}) \times (300\text{ K})}{2 \times 10^{-3}\text{ kg/mol}}} \\ v_{rms}(O_2) = 483\text{ m/s} \end{array} \right.$$



### ENERGIA CINÉTICA DE TRANSLAÇÃO

$$K = \frac{1}{2}mv^2$$

$$\bar{K} = \frac{1}{2}m\bar{\omega}^2 = \frac{1}{2}m v_{rms}^2$$

$$\bar{K} = \frac{1}{2}m \frac{3RT}{M} = \frac{3}{2}m \frac{RT}{M}$$

$v_{rms}$  Raiz quadrada da velocidade quadrática média  
mas  $M = m N_A$   
(massa molar)

$$\bar{K} = \frac{3}{2} \frac{RT}{N_A} \Rightarrow \boxed{\bar{K} = \frac{3}{2} kT}$$

$k = \frac{R}{N_A}$  é a cte de Boltzmann

A uma dada temperatura as moléculas de qualquer gás têm a mesma energia cinética de translacão.

EXEMPLO

$$\bar{K} = \frac{3}{2} kT = \frac{3}{2} (1,38 \times 10^{-16} \frac{\text{erg}}{\text{K}}) \times 300\text{ K}$$

$$1\text{ J} = 10^7\text{ erg}$$

$$1\text{ erg} = 6,24 \times 10^{-11}\text{ eV}$$

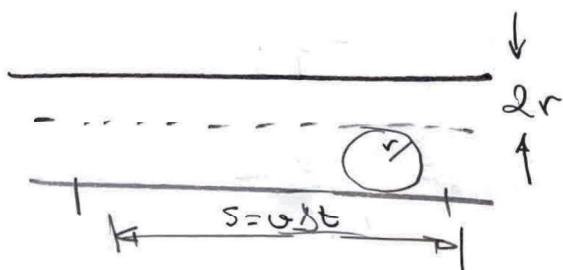
$$1\text{ eV} = 1,602 \times 10^{-19}\text{ J}$$

$$\Rightarrow 1\text{ J} = 6,24 \times 10^{18}\text{ eV}$$

$$\text{então } \bar{K} = 6,21 \times 10^{-14} \times 6,24 \times 10^{11}\text{ eV} = 39\text{ meV}$$

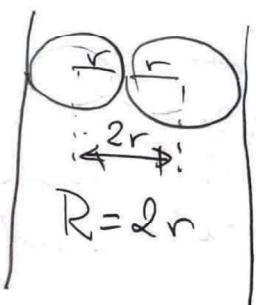
## Livre Caminho Médio (x)

Distância média percorrida pelas moléculas entre duas colisões sucessivas.



$N$  moléculas de raio  $r$  e volume  $V$

⇒ Supondo apenas uma molécula se movendo  
Seu raio é  $r$ .  
Seu diâmetro é  $2r$ .  
Seu centro é  $s = v\Delta t$ .



Cilindro com  $R = 2r$   
comprimento =  $v\Delta t$

$$\text{Volume do cilindro} \quad V = \pi R^2 \cdot v\Delta t = \pi (2r)^2 v\Delta t \\ V = 4\pi r^2 v\Delta t$$

Como existem  $\frac{N}{V}$  moléculas por unidade de volume,  
o número de colisões vai ser  $\frac{N}{V} * \text{Volume do cilindro}$

ou seja

$$\boxed{\frac{N}{V} 4\pi r^2 v\Delta t}$$

O livre caminho médio é o comprimento da trajetória dividido pelo número de colisões

$$\lambda = \frac{\text{extensão do caminho}}{\text{nº de colisões}} = \frac{v \Delta t}{\frac{N}{V} 4\pi r^2 v \Delta t}$$

então

$$\lambda = \frac{V}{N 4\pi r^2}$$

ou seja, o livre caminho médio é inversamente proporcional à seção neta de uma molécula e inversamente proporcional a  $\frac{N}{V}$ .

Note que  $\lambda$  não depende da velocidade da molécula.

Neste cálculo foi considerado apenas uma molécula movimentando, mas como todos as moléculas movimentam  $\lambda$  é um pouco menor por um fator  $\sqrt{2}$ .

$$\therefore \lambda = \frac{V}{4\pi r^2 \sqrt{2} N}$$

Se  $PV = NkT$  então:  $\lambda = \frac{NkT}{P 4\pi \sqrt{2} r^2 N}$

$$\therefore \lambda = \frac{kT}{P 4\pi \sqrt{2} r^2}$$

Para a temperatura ambiente

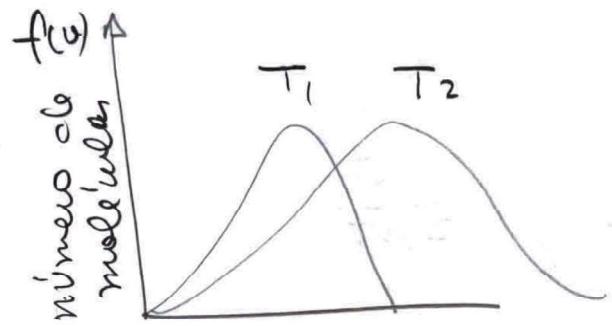
$$\lambda \approx \frac{5 \times 10^{-3} \text{ (cm)}}{P \text{ (Torr)}}$$

$P$ (Torr)	$\lambda$ (cm)
760	$6,5 \times 10^{-6}$ cm
1	$5 \times 10^{-3}$ cm
$10^{-3}$	5 cm
$10^{-6}$	50 m
$10^{-8}$	5 km

# Distribuição de Maxwell-Boltzmann

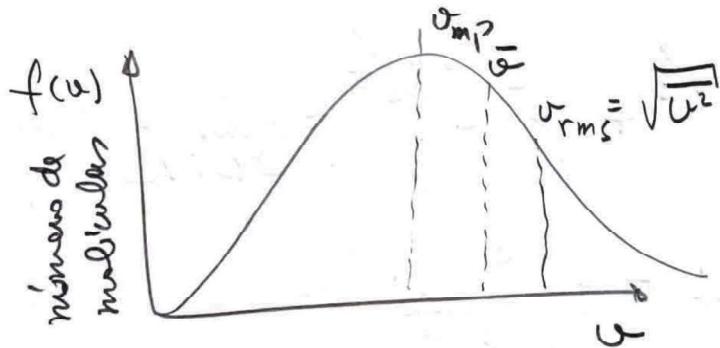
7

Funções que descreve a distribuição real da velocidade das moléculas



$$\boxed{T_2 > T_1 \quad \text{experimental}}$$

$$\boxed{f(v) = 4\pi \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} v^2 e^{-\frac{mv^2}{2kT}}}$$



$$\boxed{\int f(v) dv = N}$$

Como  $E = \frac{1}{2}mv^2$ , podemos escrever

$$\boxed{f(E) = \frac{8\pi}{m} \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} e^{-\frac{E}{kT}}}$$

$v_{mp} \equiv$  velocidade mais provável

$\bar{v} =$  velocidade média

$$v_{rms} = \sqrt{\bar{v}^2} \equiv \sqrt{\text{velocidade quadrática média}}$$

a) Velocidade mais provável ( $v_{mp}$ )

máximo da curva

$$\boxed{\frac{d}{dv} f(v) = 0}$$

$$f(v) = 4\pi \left( \frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} v^2 e^{-\frac{mv^2}{2kT}}$$

$$\frac{df(v)}{dv} = 4\pi \left( \frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} \left[ 2v e^{-\frac{mv^2}{2kT}} + v^2 e^{-\frac{mv^2}{2kT}} \left( -\frac{2mv}{2kT} \right) \right] = 0$$

$$\frac{df}{dv} = 4\pi \left( \frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} e^{-\frac{mv^2}{2kT}} \left[ 2v - \frac{v^2 mv}{kT} \right] = 0$$

$$2v = \frac{v^3 m}{kT}$$

$$v^2 = \frac{2kT}{m}$$

$$\therefore \boxed{v_{mp} = \sqrt{\frac{2kT}{m}}}$$

(b) Velocidade média autotática

Para um número discreto de partículas

$$\bar{v} = \frac{N_1 v_1 + N_2 v_2 + \dots + N_n v_n}{N} \quad \text{onde } N = \sum_{i=1}^n N_i$$

No caso contínuo

$$\bar{v} = \frac{\sum N_i v_i}{N} \Rightarrow \bar{v} = \int_0^\infty v f(v) dv$$

$$f(v) = a v^2 e^{-\frac{mv^2}{2kT}} \quad \text{onde } a = 4\pi \left( \frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2}$$

$$\bar{v} = \int_0^\infty v \left( a v^2 e^{-\frac{mv^2}{2kT}} \right) dv$$

substituindo  $v^2 = x \quad dx = 2v dv$

$$\bar{v} = \int \frac{a}{2} x e^{-\frac{mx}{2kT}} dx \quad \text{integrando por partes}$$

$$u = x \quad du = dx \\ dv = e^{-\frac{mx}{2kT}} \quad v = e^{-\frac{mx}{2kT}} \left( \frac{-2kT}{m} \right)$$

Lembando de integração por partes:

$$\int u dv = uv - \int v du$$

$$\bar{v} = \frac{a}{2} \left[ x e^{-\frac{mx}{2kT}} \left( -\frac{2kT}{m} \right) \right]_0^\infty - \int_0^\infty e^{-\frac{mx}{2kT}} \left( -\frac{2kT}{m} \right) dx$$

$$\bar{v} = \frac{a}{2} \left( \frac{2kT}{m} \right) \int_0^\infty e^{-\frac{mx}{2kT}} dx$$

$$\bar{v} = \frac{a kT}{m} \left( \frac{-2kT}{m} \right) e^{-\frac{mx}{2kT}} \Big|_0^\infty = 2a \left( \frac{kT}{m} \right)^2 //$$

substituindo o valor de  $a$

$$a = 4\pi \left( \frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2}, \text{ vcm}$$

$$\bar{v} = 2 \times 4\pi \left( \frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} \left( \frac{kT}{m} \right)^2$$

$$\bar{v} = 2^3 \pi (kT)^{1/2} \frac{1}{m^{1/2} (2\pi)^{3/2}} = \frac{2^{3/2}}{\pi^{1/2}} \frac{(kT)^{1/2}}{m^{1/2}}$$

$$\therefore \boxed{\bar{v} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}}$$

A velocidade média é muito importante em tecnologia de vacuo.

(9)

c) Velocidade Quântica módio

$$\boxed{\overline{v^2} = \int_0^{\infty} v^2 f(v) dv}$$

$$\overline{v^2} = \int_0^{\infty} v^2 a v^2 e^{-\frac{mv}{2kT}} dv$$

$$\left\{ \begin{array}{l} a = 4\pi \left( \frac{m}{2kT} \right)^{3/2} \\ b = \frac{m}{2kT} \end{array} \right.$$

Tabelas de integrais

$$\int_0^{\infty} v^4 a e^{-bv^2} dv = \frac{3}{8b^2} \sqrt{\frac{\pi}{b}}$$

então

$$\boxed{\overline{v^2} = \frac{3kT}{m}}$$

$$\boxed{\overline{v^2} = \frac{3R_o T}{M}}$$

$$k = \frac{R_o}{N_A}$$

$$v_{rms} = \sqrt{\overline{v^2}} = \sqrt{\frac{3kT}{m}}$$

$$\boxed{v_{rms} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}}$$

## Fluxo de Moléculas

Número de moléculas incidentes por unidade de área e por unidade de tempo

$$J = \frac{1}{4} n \bar{v} \quad (\text{I})$$

$$n = \frac{N}{V} = \frac{P}{kT}$$

equações  
dos  
gases  
ideais

$$J = \frac{N}{L^2 \Delta t} = \frac{N \times L}{L^2 \Delta t \times L} = \frac{N}{V} \frac{L}{\Delta t} \stackrel{(\text{II})}{=} \frac{N}{\text{área tempo}}$$

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}$$

Mas

$$\begin{cases} \frac{N}{V} = \frac{P}{kT} \\ \frac{L}{\Delta t} = \bar{v} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}} \end{cases}$$

$$\text{de } (\text{I}) \text{ e } (\text{II}) \stackrel{(\text{II})}{=} J = \frac{P}{4kT} \times \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}$$

$$J = 3,5 \times 10^{22} P(\text{Torr}) (MT)^{-1/2} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$$

### Problemas para o Lar

① Quantos tempos leva para formar uma monomade?

② Quantas moléculas cabem em  $1\text{cm}^2$ ?

$$S_{N_2} = 3,7 \times 10^{-8} \text{ cm} \equiv \text{diâmetro da molécula de N}_2$$

③ Estime em que pressão o número de moléculas no volume é igual ao número de moléculas na superfície.

- 2024 -

23/08/24

passar a listaResumo da aula anteriorTeoria Cinética dos Gases

- Número de Avogadro

$$N_A = 6,02 \times 10^{23}$$

Todos os gases contêm o mesmo número de moléculas ou átomos quando ocupam um mesmo volume nas mesmas condições de temperatura e pressão (CNTP)

- Número de moles  $n = N/N_A$
- Equação de gases ideais

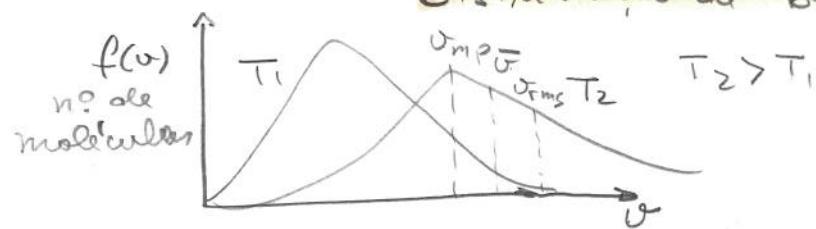
$$PV = nRT \Rightarrow PV = \frac{N}{N_A} RT \Rightarrow PV = NkT$$

$$k = \frac{R_0}{N_A} \text{ é a cte de Boltzmann}$$

- Livre caminhos médios

$$\lambda = \frac{V}{4\pi\sqrt{2}r^2 N} \rightarrow \lambda = \frac{kT}{P 4\pi\sqrt{2}r}$$

$$\begin{aligned} N_2 T = 300K \\ \lambda = \frac{5 \times 10^{-3}}{P(\text{Torr})} \text{ (cm)} \end{aligned}$$

Distribuição de Boltzmann

$$\begin{aligned} v_{mp} &= \sqrt{\frac{2kT}{m}} \\ \bar{v} &= \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}} \\ v_{rms} &= \sqrt{\bar{v}^2} = \sqrt{\frac{3kT}{m}} \end{aligned}$$

Fluxo de moléculas

$$\dot{N} = \frac{1}{4} n \bar{v}$$

$$\dot{N} = \frac{n \text{ de moléculas incidentes}}{\text{área tempo}}$$

$$\dot{N} = 3,5 \times 10^{22} P(\text{Torr}) (19T)^{-1/2} \text{ cm}^{-2} \text{s}^{-1}$$

## Exercícios (lista 1)

(11) Quanto tempo leva para formar uma monocamada em função da pressão?

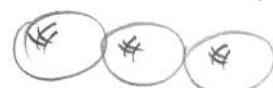
⇒ Quantas moléculas de  $N_2$  cabem em  $1\text{cm}^2$ ?

$$\delta_{N_2} = 3,7 \times 10^{-8}\text{cm} \quad \text{diâmetro da molécula de } N_2$$

Área de uma molécula

$$A = \pi R^2 = \frac{\pi \delta^2}{4}$$

Modelo simples



Regra de 3

$$1 - \frac{\pi \delta_{N_2}^2}{\text{área}} \text{ cm}^2$$

$$N - 1\text{cm}^2$$

$$N = \frac{\text{número de partículas}}{\text{áreas}} = \frac{1}{A} = \frac{4}{\pi \delta^2} = 9,0 \times 10 \sim 10^{15} \frac{\text{partículas}}{\text{cm}^2}$$

- Pela teoria cinética dos gases o fluxo é dado por:

$$V = \frac{1}{4} n \bar{v} = \frac{\text{nº de moléculas}}{\text{áreas tempo}}$$

Sabendo que  $\boxed{PV = NkT}$  e  $\boxed{n = \frac{N}{V} = \frac{P}{kT}}$  e  $\bar{v} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}$

$$V = 3,5 \times 10^{22} \frac{\text{P(Torr)}}{\text{(kT)}^{-1/2}}$$

Para  $H_2$  a  $T = 300\text{K}$  e  $k = 2 \times 10^{-21}$  uma, um

$$V = 3,8 \times 10^{20} \frac{\text{P(Torr)}}{\text{cm}^2 \text{s}} \frac{\text{moléculas}}{\text{moléculas}}$$

$$\text{em} \quad 1\text{s} - 3,8 \times 10^{20} \text{P(Torr)}$$

$$1\text{s} - 10^{15} \text{moléculas}$$

então

$$\boxed{\delta = \frac{2,6 \times 10^{-6}}{\text{P(Torr)}}}$$

$\delta$  é o tempo de formação de uma monocamada.

## TABELA 6 x P

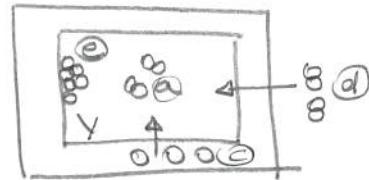
(2)

P (Torr)	t (s)
1 atm	$10^{-10}$
$10^{-3}$	$10^{-3}$
$10^{-6}$	3
$10^{-8}$	5 min
$10^{-10}$	7,5 horas
$10^{-14}$	9 anos

### Lista 1, Ex 10

Fontes de gases

- (a) gás do volume
- (b) moléculas na superfície
- (c) moléculas adsorvidas no metal (difusão)
- (d) moléculas do exterior (permeação)
- (e) Desorção térmica (superfície)



SLIDES

### Lista 1, Ex 12 Qual a pressão em que $N_{VOL} = N_{superfície}$ ?

Se a pressão for alta as moléculas se atraem na superfície

As moléculas ficam atraídas (coesas) devido a forças físicas e químicas

- Moléculas fracamente ligadas à superfície
- Moléculas pouco ligadas
- Moléculas fortemente ligadas à superfície

Em  $P = 1 \text{ atm}$  (760 Torr) as moléculas ficam fixas  
inclusive pelas moléculas que blindam essas moléculas na parede

Para responder quando  $N_V = N_S$  vamos iniciar pelo  
lei dos gases ideais.

$$PV = NkT$$

$$N_V = \frac{PV}{kT} \quad \left\{ \begin{array}{l} V_{sfra} = \frac{4}{3} \pi R^3 \\ A_{sfra} = 4\pi R^2 \end{array} \right.$$

$$\boxed{N_V = \frac{P}{kT} \frac{4}{3} \pi R^3}$$

$$N_S = \frac{4\pi R^2}{\text{área ocupada por uma molécula}}$$

$$N_S = \frac{\frac{4\pi R^2}{\pi S^2}}{4} = \frac{16 R^2}{S^2}$$

Queremos  $N_V = N_S$ , então:

$$\frac{16 R^2}{S^2} = \frac{P}{kT} \frac{4\pi R^3}{3} \Rightarrow P = \frac{12 kT}{\pi R S^2}$$

Para  $H_2$   $S_{H_2} = 3,7 \times 10^{-8} \text{ cm}^2$   $k = 10^{-22} \frac{\text{Torr}}{\text{K}} = 10^{-19} \frac{\text{Torr cm}^3}{\text{K}}$

Para  $T = 300 \text{ K} \Rightarrow P = \frac{0,167 \text{ (Torr)}}{D \text{ (cm)}}$

$$D = 2R$$

Considerando uma câmara de volume de  $D = 20 \text{ cm}$

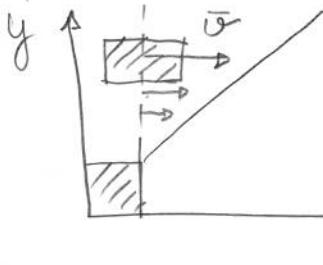
$$P = 8,5 \times 10^{-3} \text{ Torr}$$

A molécula proveniente da superfície da câmara de volume torna-se importante a partir de  $10^{-2} \text{ Torr}$ .

Atenção: Num sistema de vácuo o gás do volume não é muito importante, pois esse gás é retirado da câmara rapidamente.

Verificar esse fato na bancada 2

Medidor diafragma



## VISCOSIDADE

duas placas com fluidos entre elas

$$\frac{du}{dy}$$

Placa se move neta em relação a outra

gradiente de velocidade

A camada inferior se desloca com velocidade menor e assim sucessivamente.

Experimentalmente é verificado que para manter o deslocamento é necessário aplicar uma força na direção e sentido do deslocamento, proporcional à área ( $A$ ) da placa e ao gradiente de velocidade

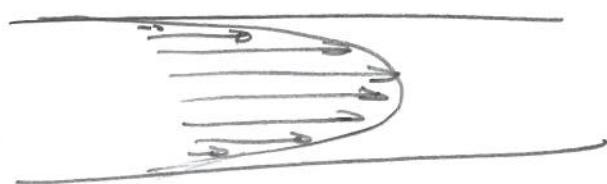
$$F = \eta A \frac{du}{dy}$$

$\eta$  é o coeficiente de viscosidade do fluido

Isto equivale dizer que o gás exerce, sobre a placa, uma força de natureza chamada **FORÇA VISCOSA**, de mesmo módulo e direção, mas com sentido oposto ao movimento

A velocidade do gás afeta o fluxo de escoamento quando o sistema está no regime viscoso

### Perfil de velocidades



} Velocidade máxima na parte central do tubo  
 } velocidade nula para as moléculas da parede.

Exemplo: Folhas nas margens de um rio.

Podemos imaginar o gás deslizando em camadas longitudinais.

Cada camada exerce uma força tangencial sobre a outra camada adjacente, freando a camada de maior velocidade e tendendo a aumentar o movimento das camadas mais lentas.

No sistema CGS a unidade de viscosidade ( $\eta$ ) é chamada Poise

$$[\eta] = \left[ \frac{\text{dina s}}{\text{cm}^2} \right]$$

Relação entre  $\eta$  e  $\lambda$

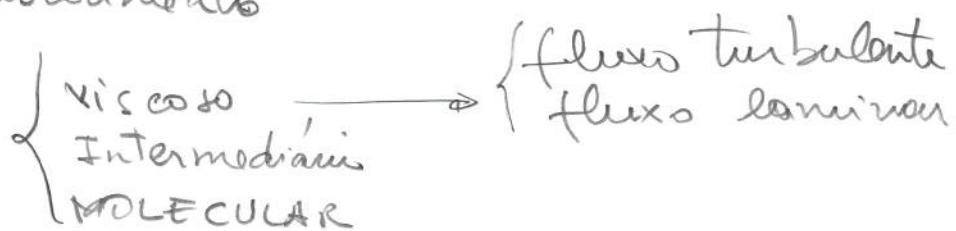
$$\boxed{\eta = \frac{1}{3} \lambda nm \bar{v}}$$

## Regimes de Escoamento

(4)

2. Roth cap 3.

Ao diminuir a pressão desde a pressão atmosférica até pressões mais baixas, o sistema passa por vários regimes de escoamento



### Viscoso

Movimento coletivo do gás

$$\lambda \ll D$$

colisões elásticas entre as moléculas

O escoamento é regido pela viscosidade do gás

### MOLECULAR

- }  $\lambda$  grande ( $\lambda \gg D$ )

} Movimento independente das moléculas

### Regime Viscoso

Velocidades altas (turbulento)

Velocidades baixas (laminar)

No fluxo laminar as velocidades aumentam de borda para o centro.

O limite entre o fluxo turbulento e laminar é dado pelo número de Reynolds, enquanto que os limites entre os regimes viscoso (laminar), intermediário e molecular são dados pelo número de Knudsen.

Osborne Reynolds (1842-1912)

## Números de Reynolds

$$Re = \frac{\rho v D}{\eta}$$

{ 
  $\rho$  é a densidade do gás  
 $v$  é a velocidade das moléculas  
 $\eta$  é a viscosidade do gás  
 $D$  é o diâmetro do tubo

$Re > 2100$  fluxo turbulento

$Re < 1100$  fluxo laminar

Análise dimensional

$$Q = PS = P \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{P \Delta L A}{\Delta t} = \frac{P v D^2}{4}$$

então 
$$\boxed{Q = \frac{P v \pi D^2}{4}}$$
 ou 
$$\boxed{v = \frac{4Q}{P \pi D^2}} \quad (+)$$

$$\rho = \frac{W}{V} \xrightarrow{\text{massa do gás}} = \frac{Nm}{V} = nm \quad \text{mas } n = \frac{n^{\circ} \text{ de moléculas}}{V}$$

Pela lei dos gases  $n = \frac{P N_A}{RT}$ , então:

$$\rho = \frac{P N_A}{RT} m \quad \text{lembrando que } \frac{N_A m}{M} = M \left\{ \begin{array}{l} \text{massa} \\ \text{molar} \end{array} \right.$$

logo  $\rho = \frac{PM}{RT}$  ou seja  $Re = \frac{P \nu}{RT} \frac{v D}{\eta}$

$$Re = \frac{P \nu}{RT} \left( \frac{4Q}{P \pi D^2} \right) \frac{D}{\eta}$$

∴ 
$$\boxed{Re = \frac{4 Q M}{\pi D R T \eta}}$$

(5)

Para  $\circ$  ar  $18^{\circ}\text{C}$ 

$$T = 20^{\circ}\text{C} \Rightarrow T = 293\text{ K}$$

$$\eta = 1,829 \times 10^{-4} \text{ poise}$$

$$R = 62,364 \frac{\text{Torr l}}{\text{K}}$$

$$M = 28,98$$

$$Q_{\text{air}} = 9,06 \times 10^{-2} \text{ Re D}$$

fluxo turbulento

$$Q > 200 D \text{ (cm)}$$

fluxo laminar

$$Q < 100 D \text{ (cm)}$$

### Número de Knudsen

$$N_k = \frac{1}{D}$$

Martin Knudsen

(1871-1949)

Dinamarquês.

$$\frac{D}{\lambda} > 100 \quad \text{Regime Viscoso}$$

$$1 < \frac{D}{\lambda} < 100 \quad \text{intermediário}$$

$$\frac{D}{\lambda} < 1 \quad \text{Regime molecular}$$

$$\text{Como } \lambda = \frac{5 \times 10^{-3}}{P (\text{Torr})} \text{ [cm]}$$

então

$$\left\{ \begin{array}{ll} DR \gg 1 & \text{Regime viscoso} \\ 10^{-2} < DR < 1 & \text{Intermediário} \\ DR \leq 10^{-2} & \text{Molecular} \end{array} \right.$$

$$\bar{P} = \frac{P_1 + P_2}{2}$$

Essas definições são feitas apenas para se ter uma ordem de grandeza. Mas, o regime determina as aproximações que devem ser feitas para o cálculo das condutâncias, uma vez que descobrem situações físicas muito diferentes.

**Fluxo turbulento** Situações com dimensões pequenas, As linhas de campo não são retas e nem regulares - formam-se redemoinhos (diâmetros)

Esse tipo de fluxo aparece nos primeiros instantes do bombeamento. Em geral, não nos preocupa com esse regime - a não ser com filmes finos na câmara.

**Fluxo laminar**



Perfil da velocidade dos moléculas

**Lei de Poiseuille**

As linhas de campo, neste caso, tornam-se retas, tendendo a serem constantes no tempo.

VÍDEO Van Atta pag 26-30

## Movimento coletivo das moléculas

(6)

A figura das linhas de fluxo é razoavelmente regular. A velocidade das moléculas aumenta desde a proximidade da superfície do tubo até o centro, onde é máxima.

O fluxo apresenta características de camadas (laminar) e viscosidade entre as camadas.

O livre caminho médio ( $\lambda$ ) é pequeno comparado com as dimensões do sistema.

As moléculas chocam-se entre si.

A impedância depende do tamanho e das formas das irregularidades do tubo, da velocidade e da PRESSÃO do gás.

## Régime Intermediário (Transition)

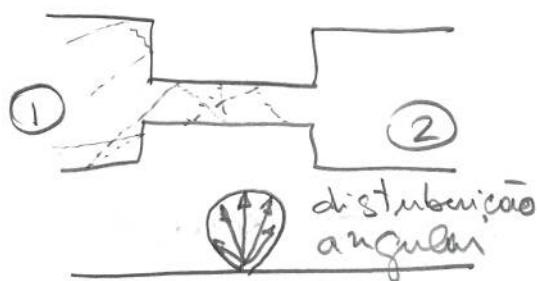
A pressão diminui e o  $\lambda$  aumenta ( $\lambda \sim D$ )

O fluxo deixa de ser totalmente viscoso

O número de choques com as paredes do sistema é da mesma ordem de grandeza do número de choques com as outras moléculas.

## Regime Molecular

Neste regime as moléculas chocam-se principalmente com as paredes do tubo. As moléculas movem-se independentemente uma das outras.



} Em pressões baixas, os resultados experimentais indicam que as moléculas condensam na superfície, entram em repouso e são re-evaporadas numa direção independente dos ângulos de incidência

A transmissão não é 100%

A colisão com a parede não tem o mesmo ângulo de reflexão e o ângulo de incidência.

\* distribuição angular das partículas é máxima em  $90^\circ$  e é simétrica !!

A quantidade máxima que atravessa o tubo é igual ao número de moléculas incidentes.

$$| H_0 \cdot P_{1-2} |$$

$P_{1-2}$  é a probabilidade de transmissão  $1 \rightarrow 2$

- $P_{1-2}$  depende da geometria do sistema
- Independente da pressão
- Depende do gás
- Depende da temperatura
- Nesse regime as condutâncias são pequenas!
- Neste regime a eficiência das bombas de vácuo é muito pequena

Simétrico

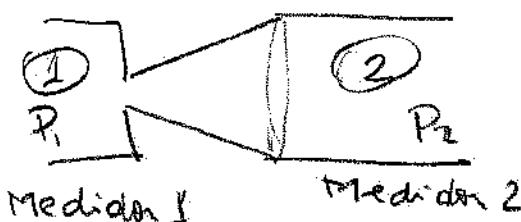
(7)

CASO A



A probabilidade de transmissão é a mesma das moléculas passarem de  $1 \rightarrow 2$  e  $2 \rightarrow 1$

CASO B



Assimétrico

As impedâncias são as mesmas  $1 \rightarrow 2$  e  $2 \rightarrow 1$

Os dois caminhos oferecem a mesma impedância.

$$\therefore \boxed{N_1 P_1 = N_2 P_2}$$

Com a bomba de vácuo desligada os dois medidores vão indicar as mesmas pressões

Não existe preferência

Com essas definições, vamos calcular nas próximas aulas:

Condutância

órfãos  
órfão anular

TUBOS

duto circular  
duto quadrado  
duto anular

## Densidade Molecular

$$\boxed{N_A = 6,02 \times 10^{23}}$$

Todos os gases têm o mesmo nº de moléculas quando estão num mesmo volume sob as mesmas condições de pressão e temperatura (CNDP)

$$PV = NkT = N \frac{R_0}{N_A} T = \frac{Nm}{m N_A} R_0 T = \frac{W \frac{R_0 T}{M}}{M}$$

massa das gás  
massa molar

$$\frac{W}{M} \text{ é o número de moles } \frac{W}{M} \frac{N_A}{V} = n \equiv \text{nº de moléculas por unidade de volume}$$

$$n = N_A \frac{W}{M} \frac{1}{V} = N_A \frac{W}{M} \frac{\frac{P}{W R T}}{\cancel{W R T}} = \frac{N_A P}{R T}$$

$$\boxed{n = \frac{N}{V} = \frac{Nm}{m N_A V}}$$

$$\boxed{n = \frac{W N_A}{M V}}$$

então  $n = \frac{6,02 \times 10^{23}}{6,236 \times 10^4} \left( \frac{P}{T} \right) \Rightarrow \boxed{n = 9,656 \times 10^{18} \frac{P}{T}}$

Para  $P = 760$  Torr e  $T = 273$  K

$$\boxed{n = 2,687 \times 10^{19} \text{ moléculas/cm}^3}$$

ou

$$PV = NkT ; \quad \boxed{n = \frac{N}{V} = \frac{P}{kT}}$$

$$\boxed{n = 9,6 \times 10^{18} \frac{P}{T}}$$

$P = 760$  Torr       $T = 273$  K

$$\boxed{n = 2,687 \times 10^{19} \frac{\text{moléculas}}{\text{cm}^3}}$$

definição de vacuo  $\equiv n < 2,687 \times 10^{19} \frac{\text{moléculas}}{\text{cm}^3}$

EXEMPLOS

① Considere um sistema de vãos sendo bombeados por uma bomba mecânica  $S = 60 \text{ l/min} = 1 \text{ l/s}$  em uma tubulação de  $2'' \sim 5\text{cm}$  de diâmetro ( $D$ )

Seja inicialmente  $P \approx 500 \text{ Torr}$

$$Q = PS = 500 \times 1 = 500 \text{ Torrl/s}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{limites} \\ \text{fluxo turbulento} \end{array} \right) 200D \rightarrow 200 \times 5 = 1000 \frac{\text{Torr}}{\text{s}}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{fluxo laminar} \end{array} \right) 100D \rightarrow 100 \times 5 = 500 \frac{\text{Torr}}{\text{s}}$$

Estamos num caso limite!

② a) Considere uma bomba difusora de  $10'' \sim 25\text{cm}$

$$S_{BD} \approx 50\% \times \text{Condutância de um orifício} \quad S_{BD} = \frac{1}{2} Q D^2 = 4,5 D^2$$

$$\boxed{S_{BD} \approx 4,5 D^2} \quad D [\text{cm}] \quad [S_{BD}] = [\text{l/s}]$$

$$\text{Se } P \approx 10^{-3} \text{ Torr} \quad Q = PS = 2812 \times 10^{-3} \approx 2,8 \frac{\text{Torr}}{\text{s}}$$

Condição de fluxo turbulento  $\boxed{Q > 200D}$

$$2,8 > 200D \quad \text{então} \quad D < \frac{2,8}{200}$$

$$\boxed{D < 0,01 \text{ cm}}$$

b) Considere agora uma bomba rotativa

$$\left. \begin{array}{l} P \approx 600 \text{ Torr} \\ S_b \approx 50 \text{ l/s} \end{array} \right) \quad Q = PS = 600 \times 50 = 3000 \frac{\text{Torr}}{\text{s}}$$

Condição  $Q > 200D$

$$3000 > 200D$$

$$D < \frac{3000}{200} \Rightarrow D = 15 \text{ cm}$$

## Exercícios nº de Knudsen

- a) Qual o regime de uma câmara de vácuo de 20 cm de diâmetro em uma pressão  $P = 10^{-2}$  Torr?

$$DP = 20 \times 10^{-2} = 0,2 \text{ Torr cm}$$

Recordando

$$[DP] = [\text{cmTorr}]$$

$$\left\{ \begin{array}{l} DP \geq 1 \text{ Viscoso} \\ DP \leq 10^{-2} \text{ molecular} \\ 10^{-2} < DP < 1 \text{ intermediário} \end{array} \right.$$

Resposta: Regime intermediário

- b) Qual o regime de uma câmara de vácuo de  $D = 20 \text{ cm}$  com pressões de  $P = 10^{-4}$  Torr?

$$DP = 20 \times 10^{-4} = 2 \times 10^{-3} \text{ Torr.cm}$$

Resposta = Regime molecular

Lista de presença  
distribuir lista 2

### Resumo da aula anterior

$$\textcircled{a} \quad D = \frac{1}{4} n \bar{v} \equiv \frac{\text{nº de moléculas}}{\text{área tempo}} \quad \bar{v} = \sqrt{\frac{8 k T}{\pi m}} ; \quad n = \frac{P}{k T}$$

$$D = \frac{3,5 \times 10^{22}}{(k T)^{1/2}} P(\text{Torr}) \quad \begin{matrix} \text{moléculas incidentes} \\ \text{cm}^2 \text{ s} \end{matrix}$$

Para  $N_2$  e  $T = 300 \text{ K}$   $\bar{v} = 3,8 \times 10^{20} P(\text{Torr}) \frac{\text{moléculas incidente}}{\text{cm}^2 \text{ s}}$

SCIDE  $D = \frac{2,7 \times 10^{-6}}{P(\text{Torr})}$  tempo de formação de uma nova camada

b cálculo  $N_c \equiv N_v$

$$P = \frac{12 k T}{\pi S^2 R_0} \quad \left\{ \begin{array}{l} \epsilon_{N_2} = 3,7 \times 10^{-8} \text{ cm} \\ K = 10^{-19} \frac{\text{Torr cm}^3}{\text{K}} \end{array} \right.$$

$N_v \equiv N_s$  para  $P \approx 10^{-2} \text{ Torr}$

c Viscosidade  $\eta = \frac{1}{3} \lambda n m \bar{v}$

### d Regimes de escoamento

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Regime viscoso} \quad (\lambda \ll D) - \text{movimento coletivo} \\ \quad \text{fluxo turbulento} \\ \quad \text{fluxo laminar} \\ \text{Regime intermediário} \\ \text{Regime molecular} \quad (\lambda \gg D) \end{array} \right.$$

## Definições

nº de Reynolds

$$Re = \frac{\rho v D}{\eta}$$

$Q > 2000 D$  (cm) turbulento  
 $Q < 1000 D$  (cm) laminar

nº de Knudsen

$$N_k = \frac{\lambda}{D}$$

$DP \geq 1$  viscoso  
 $10^{-2} < DP < 1$  intermediário  
 $DP \leq 10^{-2}$  molecular

exemplos:

Bancadas 1 e 2

$$P \approx 10^{-2} \text{ Torr} \quad D = 10 \text{ cm} \quad DP = 10^1 \text{ cm Torr}$$

Intermediário

$$P = 1 \text{ Torr} \quad D = 10 \text{ cm} \quad DP = 10 \text{ cm Torr}$$

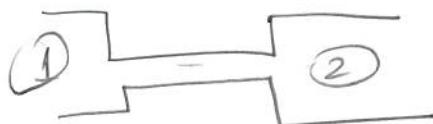
Viscoso

Bancada 3

$$P = 10^{-6} \text{ Torr} \quad D = 10 \text{ cm} \quad DP = 10^{-5} \text{ cm Torr}$$

Molecular

## Regime Molecular



Probabilidade de Transmissão

$$N_0 \times P_{1,2}$$

Simétrico

$① \rightarrow ②$  e  $② \rightarrow ①$  são iguais

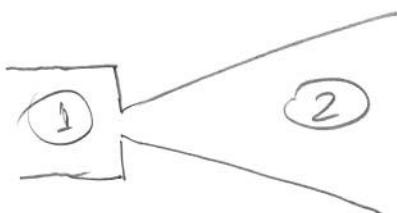
Assimétrico

$① \rightarrow ②$  e  $② \rightarrow ①$  também são iguais

Argumento:

sem bombeamento

$$P_1 = P_2$$

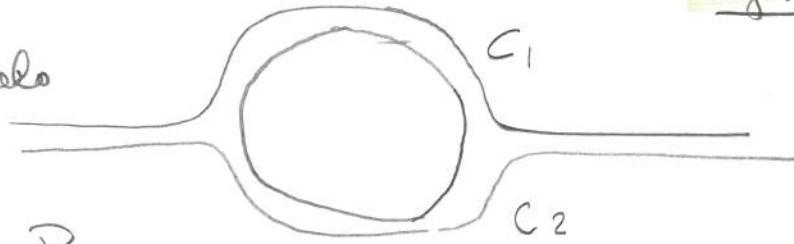


## Cálculo de Condutâncias

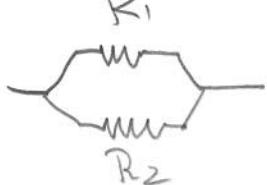
(2)

Regime molecular

Tubos em paralelo



Analogia



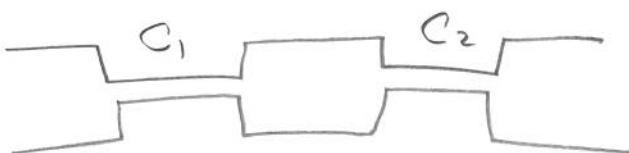
$$\frac{1}{Z_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

Para tubos no regime molecular

$$\frac{1}{Z_{eq}} = \frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2}$$

$$C_{eq} = C_1 + C_2$$

Tubos em série



Analogia



$$R_{eq} = R_1 + R_2$$

Para tubos no regime molecular

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

## Aula de hoje

Regime molecular (Banco de 3 - bombe difusora)

- ① condutância de um orifício
- ② condutância de um diafragma
- ③ tubo circular
- ④ duto com seção reta retangular

## Leitura recomendada

} P. A. Redhead "The ultimate vacuum"  
 VACUUM 53 (1999) 137-149

—1—

Impedância  $Z_{AB} = \frac{P_A - P_B}{Q}$  analogia  $\begin{cases} V = R_i \\ \Delta P = Z_{AB} Q \end{cases}$

## Condutâncias

$$C_{AB} = \frac{Q}{P_A - P_B}$$

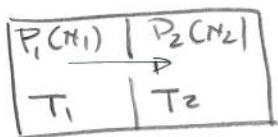
ou

$$Q = C \Delta P$$

## Condutâncias de um orifício

(3)

### Regime molecular



As dimensões da câmara de vácuo devem ser maiores do que as do orifício.

Suposições: As moléculas colidem apenas com as paredes da câmara de vácuo.

Fluxo de gás (throughput - Q)

Lembando  $\boxed{PV = NkT}$

$$Q = PS = P \frac{dV}{dt} = kT \frac{dN}{dt}$$

$$\boxed{J = \frac{1}{4} n \bar{v}}$$

onde  $J = \frac{\text{nº de moléculas}}{\text{área tempo}}$

$\frac{dN}{dt} = J A$ , então:

$$Q = kT J A = kT \left( \frac{1}{4} n \bar{v} \right) A$$

$$Q = kT \frac{1}{4} \frac{P}{kT} \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}} A$$

$$\boxed{Q = PA \sqrt{\frac{kT}{2\pi m}}}$$

$$\boxed{\bar{v} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}}$$

$$n = \frac{N}{V} = \frac{P}{kT}$$

$$Q_T = Q_1 - Q_2 = A \sqrt{\frac{kT}{2\pi m}} (P_1 - P_2)$$

O que nos interessa é o fluxo de massa total que é exatamente a diferença entre os dois componentes. então

$$\boxed{Q_T = A \sqrt{\frac{kT}{2\pi m}} \Delta P}$$

Mas, por definição  $Q = C(P_1 - P_2)$

logo

$$C = A \sqrt{\frac{kT}{2\pi m}}$$

condutância de um  
órfício.

Rescrevendo em unidades úteis:

$$C = 3,64 \left( \frac{T}{M} \right)^{1/2} A \text{ l/s}$$

Para  $N_2$   $T = 20^\circ C$  ( $T = 293 K$ )

$$C_{N_2} = 12 A \text{ l/s}$$

A ( $\text{cm}^2$ )

C ( $\text{l/s}$ )

Para um órficio circular  $A = \frac{\pi D^2}{4}$ , logo

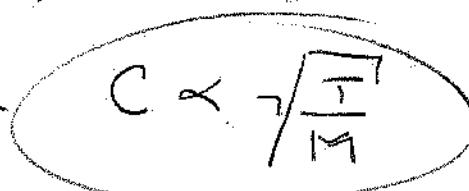
$$C_{o_{N_2}} = \frac{12 \pi D^2}{4} \Rightarrow C_{o_{N_2}} = 9 D^2$$

D ( $\text{cm}$ )

C<sub>o</sub> ( $\text{l/s}$ )

Importante notar que

$$C \propto \sqrt{\frac{T}{M}}$$



- No regime molecular a condutância não depende das pressões.
- Quanto maior a temperatura, maior a condutância
- Quanto menor a temperatura, menor a condutância
- A condutância é inversamente proporcional à massa molecular  $M$

## Condutâncias de um diafragma

Condutâncias de orifícios com áreas diferentes ligados por um tubo de comprimento L.



$$\boxed{v = \frac{1}{4} n \bar{v}}$$

Considerando a impedância na direção 1 para 2

A molécula de gás deve encontrar o orifício do tubo e depois vencer a superfície do tubo

$$Z_{12} = Z_{A_o} + Z_L + Z_{ef}$$

Na direção contrária ② → 1

$$Z_{21} = Z_A + Z_L$$

Sabendo que:  $Z_{21} = Z_{12}$

Vamos supor que o sistema esteja sendo bombeado e que se estabeleça um fluxo de massa.

Desligando-se as bombas de vácuo, as pressões  $P_1$  e  $P_2$  devem se igualar, logo  $Z_{21} = Z_{12}$

Então  $Z_{A_o} + Z_L + Z_{ef} = Z_A + Z_L$

$$\boxed{Z_{ef} = Z_A - Z_{A_o}}$$

$$\frac{1}{C_{ef}} = \frac{1}{C_A} - \frac{1}{C_{A_o}} \Rightarrow$$

$$\boxed{C_{ef} = \frac{C_A C_{A_o}}{C_{A_o} - C_A}}$$

Lembrando que  $C_0 = 12A = 9D^2$  para  $N_2$   
 $T = 293K$

$$C_{ef} = 12A \left[ \frac{A_0}{A_0 - A} \right] \quad \text{ou}$$

$$C_{ef} = 9D^2 \left[ \frac{D_0^2}{D_0^2 - D^2} \right]$$

### Estudo de Casos:

CASO 1

Para  $A \ll A_0$

$$C_{ef} = 12A \quad \text{ou} \quad C_{ef} = 9D^2$$

i.e.  $\boxed{C_{ef} = C_A}$

Caso 2

Para  $A \sim A_0$

$$C_{ef} \rightarrow \infty \quad \text{i.e.} \quad \boxed{Z_{ef} = 0}$$

CASO 3

$$A = \frac{A_0}{2}$$

$$\boxed{C_{ef} = 2C_A}$$

efeito diafragma

# Condutância de um tubo circular

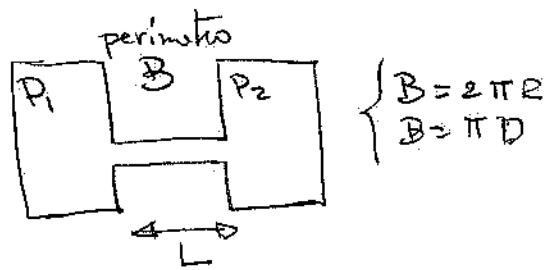
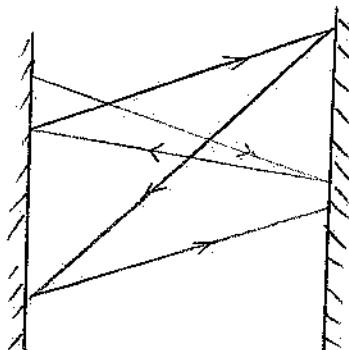
(5)

Regime molecular - deduzido por Knudsen

No regime molecular as moléculas descrevem trajetórias em linhas retas aleatórias entre as paredes.

$$J = \frac{1}{4} n \bar{v}$$

nº de moléculas  
cm<sup>-2</sup>s



Hipótese de Knudsen

$$P_{\text{transmissão}} \propto \frac{A}{BL}$$

Nem todas as moléculas que penetraram no tubo conseguem chegar ao outro lado.

→ A transmissão não é 100%

Algumas moléculas vão para frente e outras voltam  
A probabilidade de transmissão é proporcional à seçãoreta do tubo e inversamente proporcional à superfície do tubo.

$$\left. \begin{array}{l} A = \text{área (seçãoreta)} \\ B = \text{perímetro } (2\pi R = \pi D) \\ L = \text{comprimento do tubo} \end{array} \right\}$$

Ref. A. Roth pag 82 - 85 seções 3.3.3

Condutâncias  $\propto N_{\text{moleculas}} \times P_{\text{transmissão}}$

$N_{\text{moleculas}} \propto Q$  (proporcional ao throughput)

$$Q = P \frac{DV}{dt} = kT \frac{\Delta N}{\Delta t}$$

$$\boxed{\frac{dN}{dt} = v A}$$

$$v = \frac{1}{4} n \bar{v}$$

$$Q = kT v A = kT \left( \frac{1}{4} n \bar{v} \right) A$$

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}$$

$$Q = kT \left( \frac{1}{4} \frac{P}{kT} \right) \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}} A$$

$$n = \frac{N}{V} = \frac{P}{kT}$$

$$Q = PA \sqrt{\frac{kT}{2\pi m}}$$

$$\text{então } Q_1 = P_1 A \sqrt{\frac{kT}{2\pi m}} \quad \text{e} \quad Q_2 = P_2 A \sqrt{\frac{kT}{2\pi m}}$$

Hipótese de Knudsen

$$P_{\text{transmissão}} \propto \frac{\lambda}{BL}$$

Sendo  $C \propto P_{\text{transmissão}} \propto N_{\text{moleculas}}$ .

$N \propto Q$ , então:

$$Q_T \propto \sqrt{\frac{kT}{2\pi m}} A (P_1 - P_2) \times \frac{A}{BL}$$

$$\boxed{Q_T \propto \sqrt{\frac{kT}{2\pi m}} (P_1 - P_2) \frac{A^2}{BL}}$$

(6)

Nessa expressão é necessário incluir uma constante de proporcionalidade devida à correção de velocidades  $\frac{16k}{3}$

$$Q = C \Delta P = C (P_1 - P_2)$$

$$\therefore C_{\text{tubo}} = \frac{16k}{3} \sqrt{\frac{kI}{2\mu m}} \cdot \frac{A^2}{BL}$$

Equação  
Geral

- Para tubos cilíndricos  $k = 1$
- Para tubos de seçãoreta retangular, o fator  $k$  depende da relação entre os lados do tubo ( $b/a$ ).

Sendo  $\bar{\omega} = \sqrt{\frac{8kI}{\mu m}}$ , vem:

$$C = \frac{4}{3} k \bar{\omega} \frac{A^2}{BL}$$

Para um tubo circular, temos  $A = \frac{\pi D^2}{4}$

$$B = 2\pi R = \pi D$$

Logo  $C = \frac{\pi}{12} \bar{\omega} D^3$

## Influência de temperatura

$$C \propto \bar{v} \quad e \quad \bar{v} \propto \sqrt{\frac{T}{M}}$$

$$\frac{C_1}{C_2} = \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^{1/2} \left(\frac{M_2}{M_1}\right)^{1/2}$$

Para  $T_1 = 293\text{ K}$  ( $20^\circ\text{C}$ ) e  $T_2 = 77\text{ K}$  ( $\text{N}_2$  líquido)

$$C \propto \sqrt{\frac{293}{77}} \approx 2 \Rightarrow \text{fator 2 na temperatura ambiente}$$

$\Rightarrow$  Ao se colocar  $\text{N}_2$  líquido a condutância diminui um fator 2, mas a pressão também diminui, porque as moléculas quedam nas paredes do tubo.

Condutância de um tubo cilíndrico para  $\text{N}_2$

$$C = \frac{\pi}{12} \bar{v} D^3 \quad T = 300\text{ K} \\ M = 28 \text{ u.m.s.}$$

$$\bar{v} = \left(\frac{8kT}{\pi M}\right)^{1/2} = \left(\frac{8RT}{\pi N_A m}\right)^{1/2} = \left(\frac{8R}{\pi}\right)^{1/2} \left(\frac{T}{m}\right)^{1/2}$$

$$C = 3,8 \left(\frac{T}{M}\right)^{1/2} \frac{D^3}{L} \quad \text{Roth pag 84}$$

Para  $T = 293\text{ K}$

$M = 28 \text{ u.m.s.}$

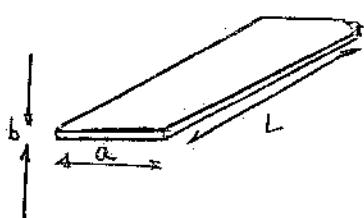
$$C_{\text{Air}} \approx 12 D^3 \quad \cancel{L}$$

D (cm)  
L (cm)  
c (l/s)

Independe  
da  
Pressão

# Condutância de um tubo retangular

7



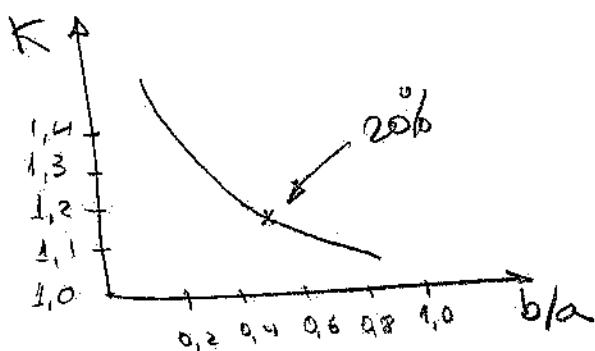
$$\begin{aligned} b &< a \\ \left\{ \begin{array}{l} A = a \cdot b \quad \text{área} \\ B = 2(a+b) \quad \text{perímetro} \end{array} \right. \end{aligned}$$

Lembando

$$C = \frac{4}{3} \pi \frac{A^2}{BL} k$$

$$C = \frac{4}{3} \pi \frac{(ab)^2}{2(a+b)L} k = \frac{2}{3} \pi \frac{a^2 b^2}{(a+b)L} k$$

Valores de  $k$



mostrar slide

para  $a = 2b$   
correção de 20%

## Estudo de casos

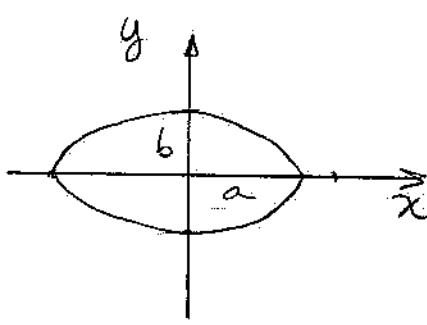
(a) Para  $a \gg b$

$$C = \frac{2k}{3} \pi \frac{ab^2}{L}$$

(b) Para  $a = b$  quadrado

$$C = \frac{k}{3} \pi \frac{a^2}{L}$$

③ Elipse



semi-eixos  $a$  e  $b$

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

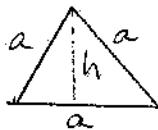
$$A = \pi ab$$

$$B = 2\pi \left( \frac{a^2+b^2}{2} \right)^{\frac{1}{2}}$$

$$C = k \frac{2\sqrt{2}}{3} \frac{\pi}{L} \frac{a^2 b^2}{(a^2+b^2)^{\frac{1}{2}}} \bar{v}$$

④ Tubo triangular

triângulos equiláteros  
de lados  $a$



$$k = 1,24$$

$$A = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 ; B = 3a$$

$$a^2 = h^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 \Rightarrow \boxed{h = \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2} a}$$

deduções  $h^2 = a^2 - \frac{a^2}{4} = \frac{4a^2 - a^2}{4} = \frac{3a^2}{4}$

$$\therefore h = \frac{\sqrt{3}}{2} a \Rightarrow A = \frac{a \cdot h}{2} = \frac{a}{2} \frac{\sqrt{3}}{2} a = \frac{\sqrt{3} a^2}{4}$$

$$\boxed{C = 0,43 \left( \frac{kT}{2\pi m} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{a^3}{L}}$$

em CGS

Para o ar seco a  $20^\circ C$

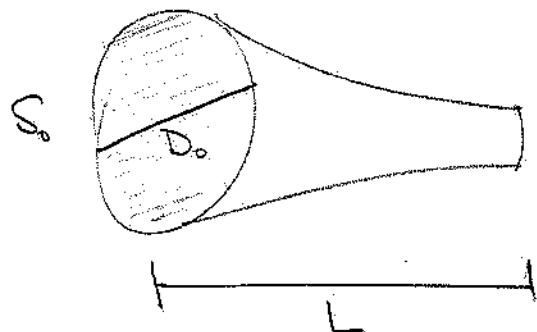
$$\boxed{C = \frac{4,8 a^3}{L}}$$

(8)

Expressão geral para o cálculo da condutância de tubos.

$$C = K \frac{4}{3} \frac{\bar{v}}{\int_0^L \frac{B}{A} dl}$$

Exemplo: Trombeta (Vivoglio)



Seção circular

$$S = S_0 e^{-\beta x}$$

$$0 \leq x \leq L$$

$$S = \frac{\pi D^2}{4} = \frac{\pi}{4} D_0^2 e^{-\beta x} \quad \left\{ \begin{array}{l} D^2 = D_0^2 e^{-\beta x} \\ D = D_0 e^{-\frac{\beta x}{2}} \end{array} \right.$$

O problema se reduz ao cálculo de integral

$$I = \int_0^L \frac{B}{A^2} dl$$

Será feito na próxima aula



- 2024 -

passar lista

distribuir artigo Helcio

J. Vac. Sci. Technology 17(2) (1980) 661

Resumo da aula anterior:

- Cálculo de condutâncias no regime molecular ( $\lambda \gg D$ )

### a) Condutâncias de um orifício

$$Q = PS = R \frac{\Delta V}{\Delta t} \quad PV = N k T$$

$$Q = k T \frac{\Delta N}{\Delta t} \quad \boxed{Q = C \Delta P}$$

$$C = 3,64 \left( \frac{T}{M} \right)^{1/2} A \text{ (l/s)} \Rightarrow$$

$$\boxed{C \propto \sqrt{\frac{T}{M}}}$$

comentar

Para  $N_2 \quad T = 293K$

$$C_{N_2} = 12 A \text{ [l/s]} \quad \begin{matrix} A \text{ [cm}^2] \\ C \text{ [l/s]} \end{matrix}$$

orifício circular

$$\boxed{C_{O_{H_2}} = 9 D^2}$$

### b) Diâfragma

$$A_0 = \underline{\underline{A}}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} C_{ef} = 12 A \left( \frac{A_0}{A_0 + A} \right) \\ C_{ef} = 9 D^2 \left( \frac{D_0^2}{D_0^2 + D^2} \right) \end{array} \right.$$

Estudo de casos

$$\left\{ \begin{array}{l} A \ll A_0 \\ A \sim A_0 \\ A = \frac{A_0}{2} \end{array} \right.$$

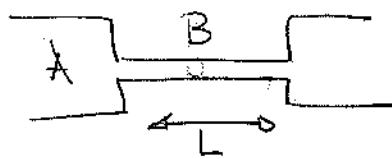
$$C_{ef} \sim CA$$

$$C_{ef} \rightarrow \infty$$

$$C_{ef} = 2 C_A$$

efeito diafragma

③ Condutâncias de um tubo (Regime molecular)



$$C = \frac{16K}{3} \sqrt{\frac{kT}{2\pi m}} \frac{A^2}{BL}$$

$K = 1$  p/ tubos cilíndricos

$$C = \frac{4}{3} \bar{A}^2 \frac{BL}{BL}$$

$$C = \frac{\pi}{12} \bar{D}^3 \frac{L}{L}$$

Para  $N_2$  num tubo cilíndrico

$$C_{Air} = \frac{12D^3}{L}$$

D (cm),  
L (cm),  
C (l/s)

④ Condutâncias em tubos

quadradinhos  
retangular  
elipticos  
triangular

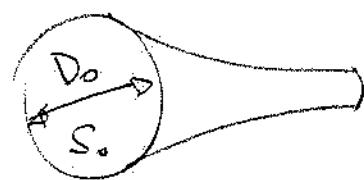
Expressões gerais

$$C = K \frac{4}{3} \int_0^L \frac{A}{\frac{B}{A^2} dl}$$

(2)

# Calculo da condutância de uma Vuvuzela

Régime molecular



$$S = S_0 e^{-\beta x}$$

área  $A = \frac{\pi D^2}{4} = \frac{\pi \cdot D_0^2 e^{-\beta x}}{4}$

$$\left\{ \begin{array}{l} D^2 = D_0^2 e^{-\beta x} \\ D = D_0 e^{-\frac{\beta x}{2}} \end{array} \right.$$

Perímetro  $B = 2\pi R = \pi D$

$$A = \frac{\pi D^2}{4} \quad A^2 = \frac{\pi^2 D^4}{16} \Rightarrow \frac{B}{A^2} = \frac{\pi D}{\frac{\pi^2 D^4}{16}} = \frac{16}{\pi D^3}$$

Equação geral  $\Rightarrow$

$$C = \frac{4}{3} K \frac{1}{\int_0^L \frac{B}{A^2} dx}$$

$$I = \int_0^L \frac{B}{A^2} dx = \int_0^L \frac{16}{\pi D^3} dx = \frac{16}{\pi} \int_0^L D^{-2} D^{-1} dx$$

Substituindo

$$I = \frac{16}{\pi} \int_0^L \left( D^{-2} e^{+\beta x} \right) \left( D_0^{-1} e^{-\frac{\beta x}{2}} \right) dx$$

$$I = \frac{16}{\pi D_0^3} \int_0^L e^{+\frac{3}{2}\beta x} dx = \frac{16}{\pi D_0^3} \frac{2}{3\beta} e^{\frac{3}{2}\beta x} \Big|_0^L =$$

$$I = \frac{32}{3\pi} \frac{1}{D_0^3 \beta} \left[ e^{\frac{3}{2}\beta L} - e^0 \right] = \frac{32}{3\pi} \frac{1}{D_0^3 \beta} \left[ e^{\frac{3}{2}L} - 1 \right]$$

Substituindo na equação geral

$$C = \frac{4}{3} K \frac{1}{I} \left[ \frac{32 \pi D_0^3 \beta}{32} \left\{ e^{\frac{3L}{2}} - 1 \right\}^{-1} \right]$$

$$\therefore C = \frac{\pi D_0^3 \beta}{8} \left[ e^{\frac{3L}{2}} - 1 \right]^{-1}$$

Pra  $\beta = 0$

$$C = \lim_{\beta \rightarrow 0} \frac{k \bar{G} \pi D_o^3}{8} \left[ e^{\frac{3fL}{2}} - 1 \right]^{-1}$$

$$C = \lim_{\beta \rightarrow 0} \frac{k \bar{G} \pi D_o^3}{8} \left[ \frac{\beta}{e^{\frac{3fL}{2}} - 1} \right]$$

Usando a  
regra de  
L'Hopital

$$C = \lim_{\beta \rightarrow 0} \frac{k \bar{G} \pi D_o^3}{8} \left[ \frac{1}{\frac{3fL}{2} e^{\frac{3fL}{2}}} \right] = \frac{k \bar{G} \pi D_o^3}{12L}$$

Pra um tubo cilíndrico  $f=1$ , então

$$\boxed{C = \frac{\bar{G} \pi D_o^3}{12L}}$$

Expressão de um  
tubo cilíndrico

Como  $\bar{G} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}$  p/  $T = 20^\circ C$   $T = 293 K$

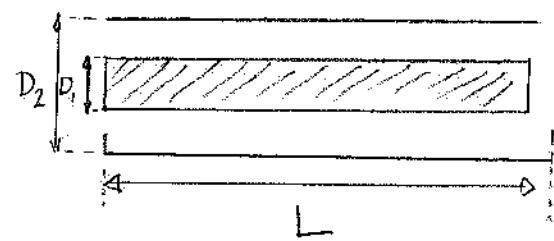
$$\bar{G} = 14550 \left( \frac{T}{m} \right)^{1/2} \frac{cm}{s} = 14550 \left( \frac{293}{28} \right)^{1/2} \frac{cm}{s} = 47070 \frac{cm}{s}$$

então,  $C = \frac{\pi}{12} (47070) \frac{D_o^3}{L} \quad \left[ \frac{cm^3}{s} \right]$

$$\therefore \boxed{C = \frac{12,3 D_o^3}{L}} \quad [l/s]$$

# Condução de um tubo anular

(3)



Regime molecular

Hipótese de Knudsen

$$\text{Transmissão} \propto \frac{A}{BL}$$

$$C = \frac{4}{3} k \bar{v} \int_0^L \frac{B dR}{A^2}$$

Expressão  
final

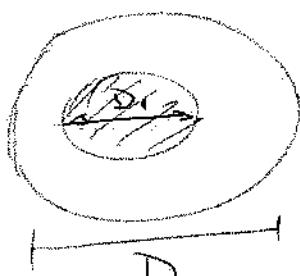
Para uma seção neta constante

$$C = \frac{4}{3} k \bar{v} \frac{A^2}{BL}$$

Superfície de um tubo anular

$$\left\{ \begin{array}{l} BL = \pi D_1 L + \pi D_2 L = \pi L (D_1 + D_2) \\ A = \frac{\pi}{4} (D_2^2 - D_1^2) \end{array} \right.$$

$$C = \frac{4}{3} k \bar{v} \frac{A^2}{BL} = \frac{4}{3} k \bar{v} \frac{\pi^2}{16} \frac{(D_2^2 - D_1^2)^2}{\pi L (D_1 + D_2)}$$



Lembando que  $(a+b)(a-b) = a^2 - ab + ab - b^2 = (a^2 - b^2)$ ,

temos:

$$C = \frac{k \bar{v} \pi}{12 L} \left[ \frac{(D_1 + D_2)(D_2 - D_1)}{(D_1 + D_2)} \right]^2$$

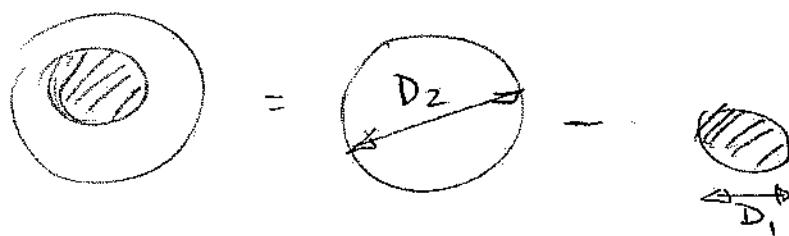
Para  $T = 20^\circ C$ ;  $N_2 \Rightarrow \bar{v} = 47070 \text{ cm/s}$

$$C \approx \frac{12k}{L} (D_2 - D_1)^2 (D_1 + D_2) [\text{L/s}]$$

equação I

Maneira alternativa de fazer o cálculo

H. Owscic J. Vac. Sci. Tech. 17(2) (1980) 661



Considerando a condutância de um tubo cilíndrico

$$C = \frac{12D^3}{L}, \text{ então:}$$

$$C_T = \frac{12D_2^3}{L} - \frac{12D_1^3}{L} = \frac{12}{L} (D_2^3 - D_1^3) \times H \quad (\text{II})$$

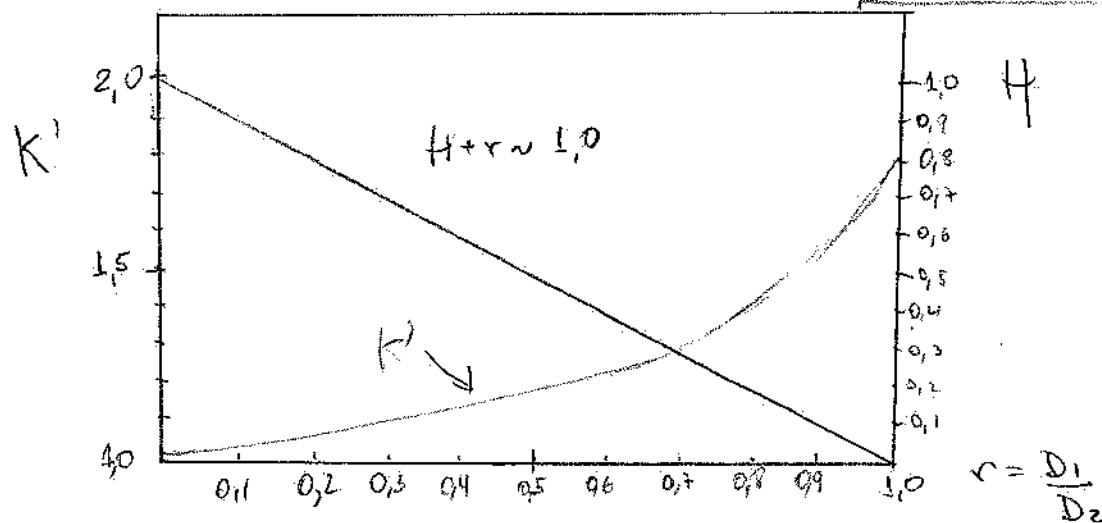
Como equações (I) deve ser igual à equações (II), então

$$H = (1 - r^2)(1 + r + r^2)^{-1} K' \quad \text{onde } r = D_1/D_2$$

Como  $H + r \approx 1,0$  então  $\boxed{H = 1 - \frac{D_1}{D_2}}$

$$\therefore C = \frac{12}{L} (D_2^3 - D_1^3) \left( 1 - \frac{D_1}{D_2} \right)$$

Equação mais prática por ser resultante de uma subtração e uso um fator de multiplicação simples  $\boxed{H = 1,0 - \frac{D_1}{D_2}}$



Lista 2. Ex 15

(4)

Calcular a condutância para  $T = -196^\circ\text{C}$

$$C \propto \sqrt{\frac{T}{M}}$$

$T_{N_2}$  líquido  $\approx -196^\circ\text{C} = 77\text{ K}$

$$\frac{C_1}{C_2} \propto \sqrt{\frac{T_1}{T_2}}$$

$$\Rightarrow \frac{C_1}{C_2} \approx \sqrt{\frac{77}{293}}$$

$$\boxed{\frac{C_{77\text{K}}}{C_{293\text{K}}} \approx 0,5}$$

Lista 2 - Ex 11

Qual a velocidade de bombreamento de uma bomba difusora de 4"?

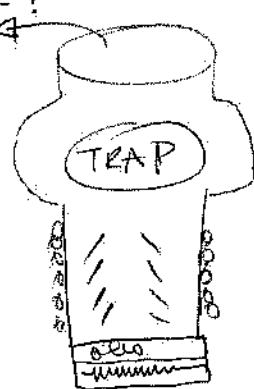
$$S_{BD} \approx 50\% \text{ Corfato} = 50\% \pi D^2 \approx 4,5 D^2$$

$$4'' \approx 10\text{ cm} \quad \text{logo} \quad \boxed{TS = 450 \text{ l/s}}$$

Exercício: Bomba difusora

a) Qual a velocidade de bombreamento efetiva ( $S_{ef}$ ) ao se colocar uma armadilha de  $N_2$  com condutância da mesma ordem de grandeza da  $S_{BD}$ ?

$$S_{ef} = ?$$



$$C_{TRAP} \approx 450 \text{ l/s}$$

$$\boxed{S_{ef} = \frac{S_B C}{S_B + C}}$$

Este equação só é válida quando o throughput ( $C$ ) for constante!

$$S_{ef} = \frac{450 (450)}{450 + 450} = 225 \text{ l/s}$$

A velocidade de bombreamento vai pôr metade

⑥ Se for adicionado N<sub>2</sub> líquido (T=77 K), então:

$$C_{\text{TRAP}} \approx 450 \text{ l/s} \quad \Rightarrow \quad C_{\text{TRAP}} \approx 0,5 \times 450 = 230 \text{ l/s}$$

$T = 300 \text{ K}$      $77 \text{ K}$

Neste caso, temos:

$$S_{\text{ef}} = \frac{450 \times 230}{230 + 450} = 150 \text{ l/s}$$

Redução  
para  $\frac{1}{3}$   
do valor  
 inicial

$$\left\{ \begin{array}{l} S_{\text{initial}} = 450 \text{ l/s} \\ S_{\text{ef}}(300 \text{ K}) = 225 \text{ l/s} \\ S_{\text{ef}}(77 \text{ K}) = 150 \text{ l/s} \end{array} \right.$$

Ao se colocar N<sub>2</sub> líquido na armadilha, a velocidade de bombeamento cai de 225 l/s para 150 l/s, mas a pressão do sistema diminui!!

A armadilha de N<sub>2</sub> líquido aprisiona vapor de água e moléculas do ar e entra o "backstreaming".

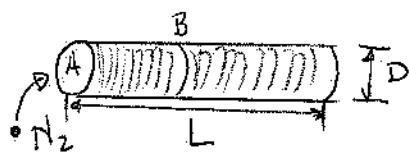
A armadilha de N<sub>2</sub> líquido funciona como uma outra bomba de vácuo

bomba criogênica

(5)

lista 2. Ex 17.

S. Dushman propôs que a condutância de um tubo pode ser descrita como a associação em série de um orifício com um tubo. Obtenha a expressão para a condutância neste caso. Considere  $N_2$  a  $T=300K$  no regime molecular.



Primeiro a molécula de  $N_2$  deve encontrar a abertura e depois atravessar o tubo.

$$P_{trans} \propto A \quad \text{e} \quad P_{trans} \propto \frac{1}{BL}$$

$$Z_{total} = Z_{orificio} + Z_{tubo}$$

$$\frac{1}{C_T} = \frac{1}{C_0} + \frac{1}{C_{tubo}}$$

$$\begin{cases} C_0 = 9D^2 \\ C_{tubo} = \frac{12D^3}{L} \end{cases}$$

$$\text{então } \frac{1}{C_T} = \frac{1}{9D^2} + \frac{1}{\frac{12D^3}{L}} = \frac{\frac{12D^3}{L} + 9D^2}{9D^2 \left( \frac{12D^3}{L} \right)}$$

$$C_T = \frac{9D^2 \left( \frac{12D^3}{L} \right)}{\frac{12D^3 + 9D^2}{L}} = \frac{12D^3}{L} \left( \frac{9D^2}{\frac{12D^3 + 9D^2}{L}} \right) \quad \text{dividindo e multiplicando por } 3D^2.$$

$$C_T = \frac{12D^3}{L} \cdot \frac{3D^2}{3D^2} \left( \frac{9D^2}{\frac{12D^3 + 9D^2}{L}} \right) = \frac{12D^3}{L} \left( \frac{3}{\frac{4D}{L} + 3} \right)$$

$$C_T = \frac{12D^3}{L} \left[ \frac{3 + 4D}{L} \right]^{-1}$$

$$C_{TOTAL} = C_{TUBO} \left( 1 + \frac{4D}{3L} \right)^{-1}$$

## Estudos de casos:

- Para  $L \gg D$

$$\boxed{C_{\text{TOTAL}} = C_{\text{TUBO}}}$$

- Para  $L \ll D$

$$C_{\text{TOTAL}} \approx C_{\text{TUBO}} \frac{3L}{4D} = \frac{12D^3}{2} \frac{3L}{4D} = 9D^2 \equiv \text{Condição}$$

Reservando em relação à condutância dos outros.

$\propto C_0$  onde  $\propto$  é uma proporção.

$$\propto C_0 = C_{\text{TOTAL}} = \frac{12D^3}{L} \left( 1 + \frac{4D}{3L} \right)^{-1}$$

$$\text{então } \propto = \frac{12D^3}{L} \left( 1 + \frac{4D}{3L} \right)^{-1} \frac{1}{C_0} = \frac{12D^3}{L} \left( 1 + \frac{4D}{3L} \right)^{-1} \frac{1}{9D^2}$$

$$\propto = \frac{4D}{3L} \left( \frac{1}{1 + \frac{4D}{3L}} \right) = \frac{4D}{3L} \left( \frac{3L}{3L + 4D} \right) = \frac{4D}{3L + 4D}$$

$$\boxed{\propto = \frac{1}{1 + \frac{3L}{4D}}}$$

## Estudos de casos

a)  $L \gg D$        $\propto = \frac{4D}{3L}$

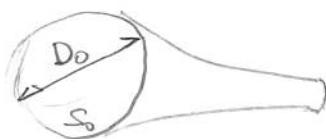
b)  $L \ll D$        $\propto = 1$

- 2024 -

09/09/24

Passar lista de resumo

Resumo da aula passada

Condutâncias no Regime molecular ( $\lambda \gg D$ )(a) Vuvuzela

$$S = S_0 e^{-\beta x}$$

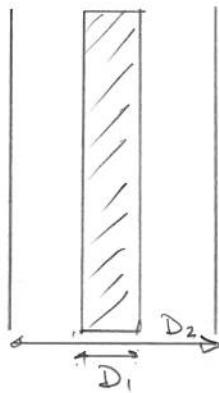
$$C = \frac{4}{3} k \frac{\pi}{\int_0^L \frac{D(x)}{A^2}}$$

Equações gerais.

$$C = k \frac{\pi D_0^3 \beta}{8} \left[ e^{\beta/2 \beta L} - 1 \right]^{-1}$$

Para  $\beta \rightarrow 0$  tubo cilíndrico  $N_2$  e  $T = 293 \text{ K}$ 

$$C = \frac{12,3}{L} D_0^3 [l/s]$$

 $D \text{ (cm)}$   
 $L \text{ (cm)}$   
 $e \text{ (l/s)}$ 
(b) Duto anular

$$C = \frac{12 k}{L} (D_2 - D_1)^2 (D_1 + D_2)$$

Aproximação do prof. Hélio Onseck

$$C = \frac{12}{L} (D_2^3 - D_1^3) \left( 1 - \frac{D_1}{D_2} \right)$$

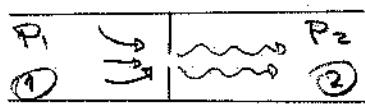
(c) Soluções de exercícios



## Condutâncias no Regime Viscoso

( $\lambda \ll D$ ); movimento coláltico, colisões eléticas.

Condutância de um orifício



Velocidades altas

$v \approx 1 \text{ mach}$

$v \approx 340 \text{ m/s}$

Hipóteses

- ①  $P_1 \approx \text{atm}$
- ②  $P_2 < P_1$
- ③  $\lambda$  é menor que as dimensões do orifício

- Nessas condições o gás flui do compartimento ① para o ②
- O gás tem a maior seção transversal ao atravessar o orifício.
- Depois dessa contração (compressão) o gás passa por várias contrações e expansões até finalmente se difundir na massa do gás em ②

### Expansão adiabática

Não há troca de energia térmica

Expansões e contrações tão rápidas que não há transferência de calor.

$$Q(\text{Calor}) = 0$$

$$\text{Equação } [P V^\gamma = Cte]$$

Num processo adiabático

$$[P_1 V_1^\gamma = P_2 V_2^\gamma]$$

Gasos mono-atômicos

$$[C_p - c_v = R]$$

$$c_v = \frac{3}{2} R$$



$\gamma = \frac{C_p}{C_v}$    
 C<sub>p</sub> calor específico P constante   
 C<sub>v</sub> calor específico V constante   
 Variação térmica de uma substância ao receber certa quantidade de calor

$$[\text{J/kgK}] [\frac{\text{cal}}{\text{g}^\circ\text{C}}]$$

$$\left\{ \begin{array}{l} c_v = 12,5 \frac{\text{J}}{\text{molK}} \quad (\text{He}) \\ c_v = 20,0 \frac{\text{J}}{\text{molK}} \quad (\text{H}_2) \end{array} \right.$$

Calor específico é a quantidade de calor necessária para aumentar em 1 grau 1 mol de moléculas { c<sub>v</sub> a volume constante c<sub>p</sub> a pressão constante

$$Q = A P_1 \left( \frac{P_2}{P_1} \right)^{1/\gamma} \left\{ \frac{2 \gamma}{\gamma - 1} \frac{R_0 T_1}{M} \left[ 1 - \left( \frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right] \right\}^{1/2} \quad (I)$$

No sistema CGS

$$\gamma = \frac{C_p}{C_V}, \quad R_0, \quad M \text{ massa molar}, \quad T \text{ temperatura}$$

$P_1$  ≡ Pressão no compartimento ①

Como  $Q = C \Delta P$ , então:

$$C = \frac{9,13 A}{1 - \left(\frac{P_2}{P_1}\right)} \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{1}{\gamma}} \left\{ \frac{25}{\gamma-1} \left( \frac{T_1}{M} \right) \left[ 1 - \left( \frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right] \right\}^{\frac{1}{2}}$$

A em  $\text{cm}^2$  C(l/s) T(K) M(g)

Para o ar 80%  $\text{N}_2$  20%  $\text{O}_2$  M=29 T=293K  $\gamma=1,4$

$$C = \frac{76,6 A}{1 - \left(\frac{P_2}{P_1}\right)} \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{0,712} \left[ 1 - \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{0,288} \right]^{\frac{1}{2}} \quad \text{II}$$

Para  $P_1 = P_2 \quad Q = 0$

VÍDE eq ①

e seu máximo para  $\left(\frac{P_2}{P_1}\right) = \left(\frac{2}{\gamma-1}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} = r_c$

$r_c$  é um valor crítico

(3)

Para  $T = 293\text{ K}$   $r_c = 0,525$ 

$$\boxed{Q_c = 20 A P_1} \quad A (\text{cm}^2) \quad P (\text{Torr}) \quad Q \left( \frac{\text{Torr s}}{\text{s}} \right)$$

Para  $\frac{P_2}{P_1} \ll r_c$ 

Lembrando que  $Q = C \Delta P$   
 $Q = C (P_1 - P_2)$

$$C = \frac{Q}{P_1 - P_2} = \frac{20 A P_1}{P_1 - P_2}$$

então

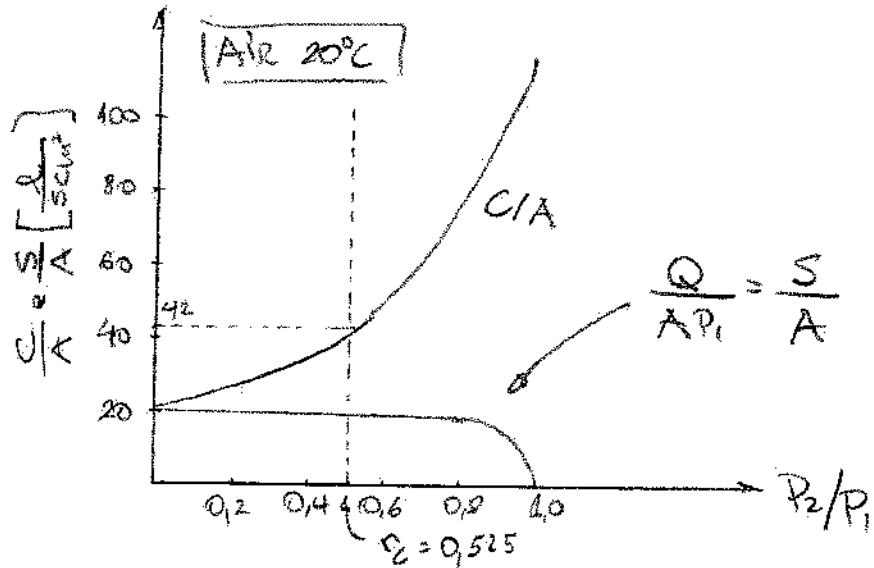
$$\boxed{C = \frac{20 A}{1 - P_2/P_1}}$$

ou seja para  $P_2 < 0,1 P_1$ ;  $\frac{P_2}{P_1} < 0,1$ 

$$C \approx 20 A$$

Velocidade de bombreamento ( $S$ ) através de um orifício  
 $Q = P S \Rightarrow S = \frac{Q}{P} = \frac{C (P_1 - P_2)}{P_1} \rightarrow S = C \left( 1 - \frac{P_2}{P_1} \right)$

Sobre



$\frac{S}{A}$  é constante até  $r_c$  e cai a zero para  $P_1 \approx P_2$

$\frac{C}{A}$  tende a infinito para  $P_1 \approx P_2$



## Regime Viscoso

⑥ Condutância de um tubo

Lei de Poiseuille

- Em um tubo longo o fluxo de gás passa da região de alta pressão ( $P_1$ ) para a região de baixa pressão ( $P_2$ )
- O perfil de velocidade do fluxo de moléculas é constante.
- Não tem movimento turbulento
- A velocidade do fluxo de moléculas nas paredes é nula!

$$\left( P_1 \pi r^2 - P_2 \pi r^2 \right)$$

FORÇAS VISCOSEAS

Supondo um pequeno cilindro de raio  $r$  em equilíbrio

→ Velocidade constante

$$P = F/A$$

Forças atuando no cilindro

$$\textcircled{1} \text{ Diferença de pressão} = dP \pi r^2$$

$$\textcircled{2} \text{ Força viscosa} = \text{oposta ao fluxo}$$

$$F = -\eta A \frac{du}{dr}$$

$$F = -\eta \underbrace{2\pi r dx}_{\text{Área da}} \frac{du}{dr}$$

Área da  
superfície do  
cilindro

Igualando as duas forças

$$-\eta 2\pi r dx \frac{du}{dr} = dP \pi r^2$$

$$-du = \frac{dP}{dx} \frac{1}{2\eta} r dr$$

integrando, temos

$$- \int du = \frac{dP}{dx} \frac{1}{2\eta} \int_0^r r dr$$

$$-u = \frac{dP}{dx} \frac{1}{2\eta} \frac{r^2}{2} + C$$

A constante C pode ser obtida das condições de contorno:  $v=0$  para  $r=R$

$$0 = \frac{dP}{dx} \frac{1}{2\eta} \frac{R^2}{2} + C \Rightarrow C = -\frac{dP}{dx} \frac{R^2}{4\eta}$$

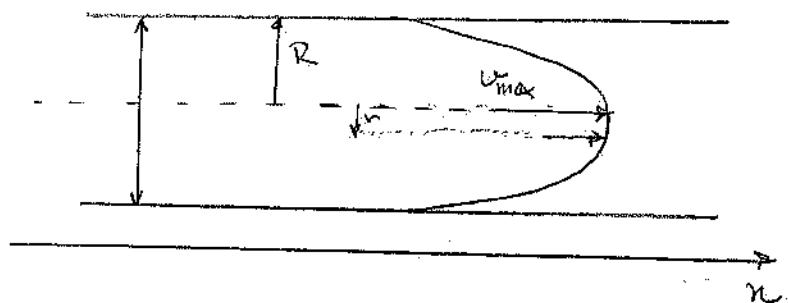
O perfil da velocidade dos moleculas será:

$$v = -\frac{1}{4\eta} \frac{dP}{dx} (R^2 - r^2)$$

O fluxo de gás (velocidades) vai na direção de queda da pressão

Tem perfil parabólico

Distribuição das velocidades no regime viscoel



## Cálculo do Throughput

$$Q = PS$$

$$Q = P \frac{dV}{dt}$$

$$dV = \underline{\underline{\underline{\omega dt}} dA}$$

análise dimensional  
 $\frac{\text{cm. s. cm}^2}{\text{s}} = \frac{\text{cm}^3}{\text{s}}$

$$\left. \begin{array}{l} A = \pi R^2 \\ dA = 2\pi r dr \\ \frac{dy}{dt} = \omega dA \end{array} \right\}$$

substituindo na equações da distribuição de velocidades, temos:

$$\omega = -\frac{1}{4\eta} \frac{dP}{dx} (R^2 - r^2)$$

$$\frac{dV}{dt} = \left( -\frac{1}{4\eta} \frac{dP}{dx} (R^2 - r^2) \right) 2\pi r dr$$

O volume total do gás fluindo através da seção reta de um tubo por unidade de tempo é obtido integrando de  $r=0$  a  $r=R$

$$\frac{dV}{dt} = - \int_0^R \frac{2\pi}{4\eta} \frac{dP}{dx} (R^2 - r^2) r dr = - \frac{\pi}{4\eta} \frac{dP}{dx} \int_0^R (R^2 r - r^3) dr$$

$$\frac{dV}{dt} = - \frac{2\pi}{4\eta} \frac{dP}{dx} \left[ \frac{R^2 r^2}{2} - \frac{r^4}{4} \right]_0^R = - \frac{\pi}{4\eta} \frac{dP}{dx} \left[ \frac{R^4}{2} - \frac{R^4}{4} \right]$$

$$\frac{dV}{dt} = - \frac{2\pi}{4\eta} \frac{dP}{dx} \frac{R^4}{4} = - \frac{\pi}{8\eta} \frac{dP}{dx} R^4$$

$$\boxed{\frac{dV}{dt} = - \frac{\pi}{8\eta} \frac{dP}{dx} R^4}$$

Depende inversamente da viscosidade

essa equação só tem sentido no regime viscoso !!

$$Q = P \frac{dV}{dt} = P \left[ -\frac{\pi}{8\eta} R^4 \frac{dP}{dx} \right]$$

$$Q = -\frac{\pi}{8\eta} R^4 P \frac{dP}{dx}$$

Integrando de  $P_1$  a  $P_2$  e de 0 a L, temos:

Como não sabemos  $P(x)$ , é feita uma estimativa da média do throughput ao longo do tubo.

$$\langle Q \rangle = \int_0^L \frac{Q dx}{L} = -\frac{\pi}{8\eta} \frac{R^4}{L} \int_0^L P \frac{dP}{dx} dx$$

$$\langle Q \rangle = -\frac{\pi}{8\eta} \frac{R^4}{L} \int_{P_1}^{P_2} P dP$$

$$\langle Q \rangle = -\frac{\pi}{8\eta} \frac{R^4}{L} \frac{P^2}{2} \Big|_{P_1}^{P_2} = -\frac{\pi}{16\eta} \frac{R^4}{L} (P_2^2 - P_1^2)$$

$$\langle Q \rangle = -\frac{\pi}{16\eta} \frac{R^4}{L} (P_2 - P_1)(P_2 + P_1)$$

definindo  $\bar{P} = \frac{P_2 + P_1}{2}$ , temos:

$$Q = \frac{\pi}{16\eta} \frac{R^4}{L} 2\bar{P}(P_1 - P_2)$$

Mas,  $Q = C \Delta P$

(6)

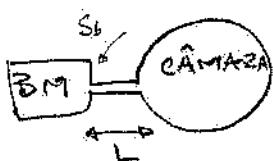
então  $C = \frac{\pi R^4}{8 \eta L} \bar{P}$

ou  $C = \frac{\pi D^4}{128 \eta L} \bar{P}$  onde  $D = 2R$

No regime viscoso a condutância depende da pressão para  $N_2$ ,  $T = 293 K$  e  $\eta = 175 \mu$  Poise

$$C_{N_2} = \frac{180 D^4}{L} \bar{P} \quad \left\{ \begin{array}{l} P (\text{Torr}) \\ D (\text{cm}) \end{array} \right. ; \bar{P} = \frac{P_1 + P_2}{2}$$

listal - Ex 16



$$\left\{ \begin{array}{l} S_b = 60 \text{ l/min} = 1 \text{ l/s} \\ L = 80 \text{ cm} \\ D = 1'' = 2,54 \text{ cm} \end{array} \right.$$

Qual a velocidade de bombeamento efetiva ( $S_{ef}$ )?

$N_2$ ,  $T = 300 K$

a) No regime molecular

$$C_{N_2} = \frac{12 D^3}{L} (\text{l/s})$$

$$C_{N_2} = \frac{12 (2,5)^3}{80} = 2,3 \text{ l/s}$$

$$S_{ef} = \frac{S_b C}{S_b + C} \Rightarrow S_{ef} = \frac{1 \cdot 2,3}{2,3 + 1} = 0,7 \text{ l/s}$$

No Regime Viscoso

$$C_{N_2, \text{viscoso}} = \frac{180 D^4 \bar{P}}{L}$$

Depende da  
pressão!

$\Delta P < 10^{-2}$  cm Torr  $\longrightarrow$  Regime molecular

$\Delta P \geq 1$  cm Torr  $\longrightarrow$  Regime viscoso

$$C_{N_2, \text{viscoso}} = \frac{180 D^3 \bar{P}}{L} \quad \Delta P \geq 1 \text{ condição limite}$$

$$C_{N_2, \text{viscoso}} = \frac{180 (2,5)^3}{80} = 35 \text{ l/s}$$

Neste caso  $S_{ef} = \frac{S_b c}{S_b + c} \sim S_b = 1 \text{ l/s}$

Comparação das condutâncias

$$\frac{C_{\text{viscoso}}}{C_{\text{resistiva}}} = \frac{180 D^3 \bar{P}}{K} \cdot \frac{1}{12 D^3} \approx 15$$

No início do bombeamento as condutâncias  
são ENORMES!!

ou seja IMPEDÂNCIAS pequenas.

# Condutâncias dependentes do gás

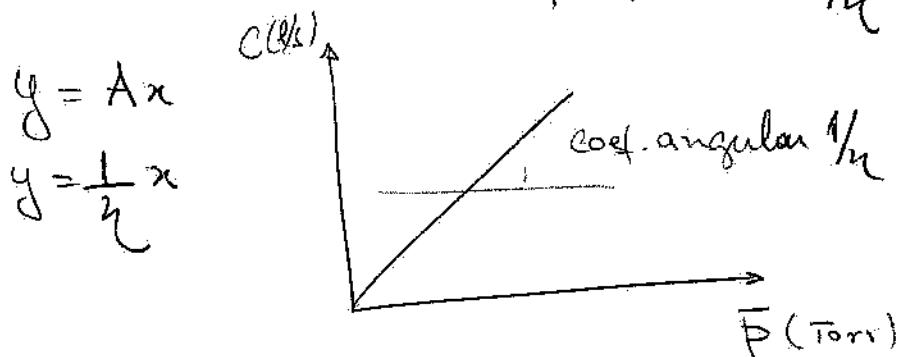
(7)

Regime viscoso

$$C = \frac{1}{\eta} \frac{\pi D^4 P}{128 L}$$

gases diferentes  
=  
 $\eta$  diferentes

Condutância em função de  $1/\eta$



Pode-se extrair a  
o valor de viscosidade  
do gás experimentalmente  
a partir dessa medida

$$\eta = \frac{n m \bar{v} \lambda}{2}$$

$$n = \frac{P}{kT}$$

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}$$

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2} \pi \eta \delta^2} = \frac{kT}{\sqrt{2} \pi \delta^2 P}$$

$$\therefore \lambda = 2,3 \times 10^{-20} \frac{T}{\delta^2 P} \quad [\text{cm}]$$

Para T em K

$\delta$  em cm  
P em Torr

CGS       $1 \text{ Poise} = \frac{1 \text{ g}}{\text{cm s}} = \frac{\text{dina s}}{\text{cm}^2}$

SI             $10 \text{ Poise} = 1 \frac{\text{kg}}{\text{ms}} = \text{Pa s}$

$$\eta = \frac{n m \bar{v} \lambda}{2} = \frac{R}{kT} \frac{m}{2} \sqrt{\frac{kT}{\sqrt{2} \pi \delta^2 P}} = \frac{m \bar{v}}{2 \sqrt{2} \pi \delta^2}$$

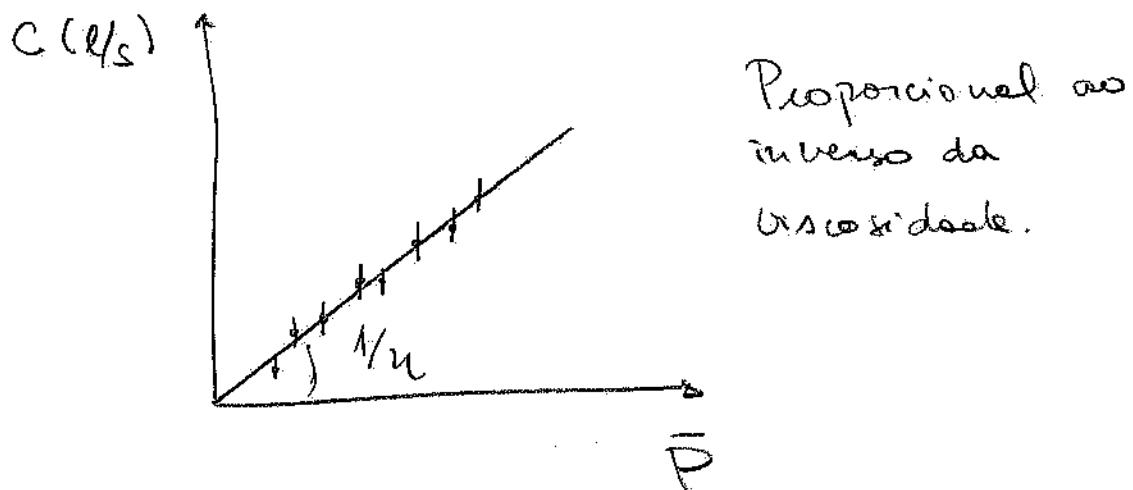
$$\therefore \boxed{\eta = \frac{1}{R \delta^2} \sqrt{\frac{m k T}{\pi}}}$$

$$\lambda = \frac{5 \times 10^{-3}}{P (\text{Torr})} \quad [\text{cm}]$$

gas	$\eta$ ( $\mu$ Poise a 20°C)	$C_{\text{gas}}$
N <sub>2</sub>	175	C <sub>N<sub>2</sub></sub>
O <sub>2</sub>	203	1,0
Ar	182	0,86
H <sub>2</sub>	88	0,96
He	196	2,0
H <sub>2</sub> O	94	0,89
		1,9

$$C_{\text{viscoso}} = \frac{\pi}{180} \frac{D^4}{L} \frac{1}{\eta} \bar{P}$$

E' possivel medir no laboratorio



## Regime Intermediário

$$10^{-2} < \overline{DP} < 1$$

$$C_I = C_V + \alpha C_m$$

$$f(x) = a + bx$$

$C_I$  = condutância no regime intermediário

$C_V$  =  $C$  no regime viscoso e  $C_m$  é a condutância no regime molecular

$$\alpha = 1 + \left( \frac{m}{kT} \right)^{1/2} \frac{\overline{DP}}{\eta}$$

$$1 + 1,24 \left( \frac{m}{kT} \right)^{1/2} \frac{\overline{DP}}{\eta}$$

$$\eta = \lambda P \sqrt{\frac{2m}{\pi kT}}$$

$$\eta = \frac{n m \bar{v} \lambda}{2} ; \quad n = \frac{P}{kT} ; \quad \bar{v} = \sqrt{\frac{8 kT}{\pi m}}$$

$$\eta = \frac{P}{kT} \frac{m \lambda}{2} \sqrt{\frac{8 kT}{\pi m}} = P \lambda \sqrt{\frac{2m}{kT \pi}}$$

$$\alpha = \frac{1 + 1,25 \frac{D}{\lambda}}{1 + 1,55 \frac{D}{\lambda}}$$

$$\bar{\lambda} = \frac{5 \times 10^{-3}}{P(\text{Torr})} [\text{cm}]$$

Equações aproximadas

$$C_I = C_m \left( 0,0736 \frac{D}{\lambda} + 1 \right)$$



- 2024 -

Passar lista de presença

Resumos da aula anterior

- Regime Viscoso. ( $\lambda \ll D$ )

(a) condutância de um orifício  
mostrar slide

$$C \approx 20A$$

$$\frac{P_2}{P_1} < 0,1$$

(b) condutância de um tubo

$$C_{N_2} = \frac{180 D^4 \bar{P}}{L}$$

$$\bar{P} = \frac{P_1 + P_2}{2}$$

(c) condutância dependente do gás

$$C = \frac{\pi D^4 \bar{P}}{128 L} \frac{1}{\eta}$$

- Regime Intermediário

$$10^{-2} \leq DP \leq 1$$

$$C_I = C_m \left( 0,0736 \frac{D}{\lambda} + 1 \right)$$

$$\lambda = \frac{5 \times 10^{-3}}{\bar{P} (\text{Torr})} \quad [\text{cm}]$$

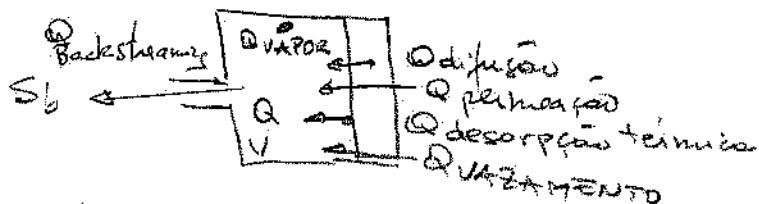


# Sistemas de Vácuo

Comportamento da pressão em função do tempo

$$P(t) \left\{ \begin{array}{l} \text{Regime Viscoso} \\ \text{Regime Molecular.} \end{array} \right.$$

Variação do fluxo de maneira (throughput)



## Fontes de Gases

- Ⓐ Moleculas da atmosfera que inicialmente no sistema ( $Q$ )
- Ⓑ Gás que penetra na câmara devido a um vazamento ( $Q_V$ )  
Vazamento real (cte) ou Vazamento virtual (dependente do tempo)
- Ⓒ Gás proveniente da desgasificação dos materiais do sistema ( $Q_D$ )
  - Difusão ou Desorção térmica (dependente do tempo)
- Ⓓ Gás ou vapor resultante da evaporação de substâncias ( $Q_{PV}$ ) depende da pressão de vapor de substâncias (Vaporização)
- Ⓔ Gás penetrando na câmara por permeação através das paredes ( $Q_P \equiv \text{cte}$ )
- Ⓕ Backstreaming ( $Q_B$ )

$$Q_G = Q_V + Q_D + Q_{PV} + Q_P + Q_B \Rightarrow \boxed{Q_G = \sum_i Q_i}$$

- Todas as fontes de gases dependem de como foi projeto o sistema de vácuo e os materiais utilizados.
- A maioria dessas contribuições é constante no tempo.  
Por isso,  $Q_G$  é considerado constante no intervalo de tempo considerado.



## Bombreamento no Regime Viscoso

Hipótese: A velocidade de bombreamento é constante nos intervalos de pressões.

A velocidade de bombreamento efetiva depende da condutância do sistema

$$\boxed{S_{ef} = \frac{S_b \cdot C}{S_b + C}}$$

No regime viscoso

$$C = \frac{\pi}{128\eta} \frac{D^4 \bar{P}}{L} = E \bar{P}; \quad \bar{P} = \frac{P_1 + P_2}{2}$$

$$S_{ef} = \frac{S_b E \bar{P}}{S_b + E \bar{P}} \Rightarrow Q = \bar{P} S = \frac{\bar{P} S_b E \bar{P}}{S_b + E \bar{P}}$$

$$Q = \bar{P} \frac{dV}{dt} \quad \text{mas} \quad PV = \text{cte} \quad \text{então} \quad \bar{P} \frac{dV}{dt} + V \frac{d\bar{P}}{dt} = 0$$

$$\text{logo} \quad \bar{P} \frac{dV}{dt} = -V \frac{d\bar{P}}{dt}$$

$Q_b$  é despejado por seu m亲手 menor do que  $Q$  (throughput)

$$\therefore \boxed{Q = -V \frac{d\bar{P}}{dt} = \frac{\bar{P} S_b E \bar{P}}{S_b + E \bar{P}}} \quad (\text{I})$$

Por outro lado

$$\Theta = P_b S_b = -V \frac{d\bar{P}}{dt}$$

$$\therefore \boxed{P_b = \frac{-V}{S_b} \frac{d\bar{P}}{dt}} \quad (\text{II})$$

Substituindo  $\bar{P}$  na equação (1), temos:

$$Q = PS_b E \left( \frac{P_1 + P_b}{2} \right) \left[ \frac{1}{S_b + \left( \frac{P_1 + P_b}{2} \right) E} \right] = -V \frac{dP}{dt}$$

substituindo (11) em (1)

$$Q = PS_b E \left( P_1 - \frac{V \frac{dP}{dt}}{S_b} \right) \left[ \frac{1}{S_b + \left( P - \frac{V \frac{dP}{dt}}{S_b} \right) E} \right] = -V \frac{dP}{dt}$$

$$PS_b E \left( P - \frac{V \frac{dP}{dt}}{S_b} \right) = -V \frac{dP}{dt} \left[ S_b + E \left( P - \frac{V \frac{dP}{dt}}{S_b} \right) \right]$$

Multiplicando por 2.

$$\boxed{PS_b^2 E - PEV \frac{dP}{dt} = V \frac{dP}{dt} \left[ 2S_b + E \left( P - \frac{V \frac{dP}{dt}}{S_b} \right) \right]}$$

dividindo por  $S_b$

$$\cancel{V \frac{dP}{dt} \frac{2S_b}{S_b}} - \cancel{V \frac{dP}{dt} \frac{EP}{S_b}} - \cancel{V \frac{dP}{dt} \frac{E}{S_b^2} \frac{V \frac{dP}{dt}}{dt}} + \boxed{\frac{PS_b E}{S_b}} - \cancel{V \frac{dP}{dt} \frac{EP}{S_b}} = 0$$

$$2V \frac{dP}{dt} - \frac{V^2 E}{S_b^2} \left( \frac{dP}{dt} \right)^2 + P^2 E = 0 \quad \text{dividindo por } E$$

$$\boxed{\frac{2V}{E} \frac{dP}{dt} - \frac{V^2}{S_b^2} \left( \frac{dP}{dt} \right)^2 + P^2 = 0}$$

escolhendo  $A = \frac{2V}{E}$      $B = -\frac{V^2}{S_b^2}$ , temos:

$$\boxed{-B \left( \frac{dP}{dt} \right)^2 + A \left( \frac{dP}{dt} \right) + P^2 = 0}$$

Equações do segundo grau

(4)

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Raízes  $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$$\frac{dP}{dt} = -\frac{A \oplus \frac{\text{exclue}}{\sqrt{A^2 - 4BP^2}}}{-2B}$$

$$\frac{dP}{dt} < 0$$

então vamos  
escolher a  
raiz positiva

$$\frac{dP}{dt} = -\frac{A + \sqrt{A^2 - 4BP^2}}{-2B}$$

$$\int \frac{dP}{dt} dt = \int -dt$$

$$dt = \frac{-2B}{-A + \sqrt{A^2 - 4BP^2}} dP$$

user tabela de integrais

$$t = \frac{A}{2P} + \sqrt{\frac{B}{P}} \left[ \frac{(A^2/4B) + P^2}{P} \right]^{1/2} \ln \left( P + \left( \frac{A^2}{4B} + P^2 \right)^{1/2} \right) + C$$

Condição inicial para  $t = 0$ :  $P = P_{\text{initial}}$ , então:

$$C = \sqrt{B} \left[ \ln \left( P_i + \left( \frac{A^2}{4B} + P_i^2 \right)^{1/2} \right) - \left( \frac{A^2}{4B} + P_i^2 \right)^{1/2} \right] - \frac{A}{2P_i}$$

# Resultado Final

$$\frac{t}{\sqrt{V}} = f(E, P_i, R, S_b) \quad \text{substituindo}$$

$$A = \frac{2V}{E} \quad e \quad B = \frac{V^2}{S_b^2}$$

$$\frac{t}{\sqrt{V}} = \frac{1}{E} \left[ \frac{1}{P} - \frac{1}{P_i} \right] + \frac{1}{S_b} \left[ \frac{\left( \left( \frac{S_b}{E} \right)^2 + R^2 \right)^{1/2}}{P} - \frac{\left( \left( \frac{S_b}{E} \right)^2 + P_i^2 \right)^{1/2}}{P_i} \right]$$

$$+ \frac{1}{S_b} \left[ \ln \frac{P_i + \left( \left( \frac{S_b}{E} \right)^2 + P_i^2 \right)^{1/2}}{P + \left( \left( \frac{S_b}{E} \right)^2 - P^2 \right)^{1/2}} \right] \quad \text{(III)}$$

→ Apresentar o gráfico dessa função para o parâmetro  $\frac{D^4}{L}$

$$\boxed{\frac{D^4}{L} = 128 \pi E}$$

Considerando  $\begin{cases} P_i = 760 \text{ Torr} \\ P = 7,6 \times 10^{-2} \text{ Torr} \end{cases}$

No regime viscoso  $\therefore \boxed{DP > 1}$

## EXEMPLO 1:

Considere uma câmara de  $V = 100 \text{ l}$  bombeada por uma bomba de vazão de  $S_b = 2,0 \text{ l/s}$ , através de um tubo de  $D = 2,0 \text{ cm}$  e comprimento  $L = 200 \text{ cm}$ . Neste caso o parâmetro geométrico é

$$\frac{D^4}{L} = \frac{2^4}{200} = \underline{\underline{8 \times 10^{-2} \text{ cm}^3}}$$

Observando a função  $\frac{t}{V}$  com  $\frac{D^4}{L} = 8,0 \times 10^{-2} \text{ cm}^3$  para  $S_b = 2,0 \text{ l/s}$

$$\frac{t}{V} = 6 \frac{\text{seq}}{\text{l}}$$

então o tempo necessário para bombear 100 l será

$$\boxed{t = 600 \text{ s}}$$

## EXEMPLO 2:

Se o mesmo volume for conectado diretamente na bomba ( $L = 0 \text{ m}$ ), então  $\frac{D^4}{L} \rightarrow \infty$

Com isso,

$$\frac{t}{V} = 4,5 \frac{\text{seq}}{\text{l}}$$

Neste caso, o tempo para o escoamento de 100 l será de

$$\boxed{\underline{\underline{t = 450 \text{ s}}}}$$

### EXEMPLO 3

Se a bomba de vácuo estiver conectada diretamente na câmara ( $L=0 \text{ m}$ )

$$E = \frac{\pi}{128 \eta} \frac{D^4}{L}$$

Para  $E \rightarrow \infty$  valem equações (III)

$$\frac{t}{\nu} = \frac{1}{S_b} [1 - 1] + \frac{1}{S_b} \left[ \ln \frac{P_i + P_f}{P + P_f} \right]$$

$$\boxed{\frac{t}{\nu} = \frac{1}{S_b} \ln \frac{P_i}{P}}$$

Equações que rege o bombeamento no regime molecular!

$$\frac{t S_b}{\nu} = \ln \frac{P_i}{P}$$

$$e^{\frac{S_b t}{\nu}} = e^{\ln \frac{P_i}{P}} \Rightarrow \frac{P_i}{P} = e^{\frac{S_b t}{\nu}}$$

$$\text{então } P = P_i e^{-\frac{S_b t}{\nu}}$$

$$\therefore \boxed{P(t) = P_0 e^{-\frac{S_b t}{\nu}}}$$

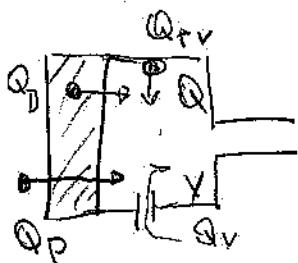
# Bombreamento no Regime Molecular

(6)

Comportamento da pressão em função do tempo.  $P(t)$

Fontes de gases:

- $Q$  moléculas do gás do sistema
- $Q_v$  Vazamentos (Virtual e Real)
- $Q_d$  Difusão e desorção térmica
- $Q_{pv}$  Vaporização
- $Q_p$  Permeação
- $Q_b$  Backstreaming



$$Q_G = Q_v + Q_d + Q_{pv} + Q_b + Q_p$$

$$Q_G = \sum Q_i$$

Variações do throughput

$$\Rightarrow \frac{dP}{dt} = PS - \underbrace{(Q_v + Q_d + Q_{pv} + Q_b + Q_p)}_{\sum Q_i}$$

Pressão diminuindo

$$\frac{dP}{dt} < 0 \therefore Q > 0$$

Equação igual que rege o escoamento de gases.

$$-\nabla \frac{dP}{dt} = PS - \sum Q_i$$

Após decorridos um certo tempo, que depende do sistema, o arranjo experimental entra em equilíbrio, ou seja,  
 $\frac{dP}{dt} \approx 0$ . Neste estágio, o sistema de vácuo mantém  
uma pressão residual ( $P_{res}$ ), então:

$$SP_{res} - \sum Q_i = 0$$

$$S P_{res} = \sum_i Q_i \Rightarrow \boxed{P_{res} = \frac{\sum_i Q_i}{S}}$$

Compare as pressões finais atingidas pelas bancadas ① e ②

$$S = 5 \frac{m^3}{h}$$

$$S = 8 \frac{m^3}{h}$$

E' importante ficar atento a todas as fontes de gases, principalmente com os vazamentos, materiais e projeto.

A pressão final atingida depende dessas fontes !!

- Limpeza do sistema (água p/ limpar)
- Reduzir vazamentos
- Escolher materiais adequados
- As fontes de gases devem ser conhecidas

A pressão final do sistema de vácuo é o resultado da regra:

$$\boxed{P_{res} = \frac{\sum_i Q_i}{S}}$$

Para reduzir a pressão residual é necessário reduzir as fontes de gases e/ou aumentar a velocidade de bombeamento da bomba de vácuo. Mas, nem sempre é possível!

A escolha de materiais e o tipo de vedação também é muito importante para atingir  $P_{res}$  baixa.

# Resolução da Equação Diferencial

⑦

$$\boxed{-V \frac{dP}{dt} = PS - \sum Q_i}$$

Supondo que  $S$  seja constante e que o fluxo de massa seja constante ou varia lentamente.

$$\frac{-dP}{dt} = \frac{PS - Q}{V} \quad \text{onde } Q = \sum Q_i$$

$$\frac{dP}{PS-Q} = -\frac{dt}{V} \quad \begin{cases} u = PS - Q \\ du = SDP \end{cases}$$

$$\frac{du}{Su} = -\frac{dt}{V} \Rightarrow \frac{du}{u} = -\frac{S}{V} dt; \quad \text{integrandos}$$

$$\int_{u_0}^u \frac{du}{u} = -\frac{S}{V} \int_{t_0}^t dt \rightarrow \ln u \Big|_{u_0}^u = -\frac{S}{V} (t-t_0)$$

$$\ln \frac{u}{u_0} = -\frac{S}{V} (t-t_0) \rightarrow e^{\ln \frac{u}{u_0}} = e^{-\frac{S}{V} (t-t_0)} \Rightarrow \frac{u}{u_0} = e^{-\frac{S}{V} (t-t_0)}$$

mas  $u = PS - Q$ , então:  $\frac{PS - Q}{P_0 S - Q} = e^{-\frac{S}{V} (t-t_0)}$   $(Q = Pres S)$  logo

$$PS - Pres S = (P_0 S - Pres S) e^{-\frac{S}{V} (t-t_0)}$$

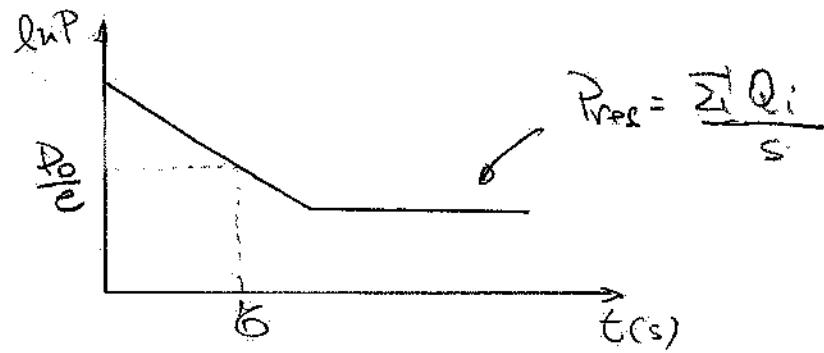
$$(P - Pres) S = (P_0 - Pres) S e^{-\frac{S}{V} (t-t_0)} \Rightarrow P - Pres = (P_0 - Pres) e^{-\frac{S}{V} (t-t_0)}$$

(Como  $P_0 \gg Pres$ , temos:  $P - Pres = P_0 e^{-\frac{S}{V} (t-t_0)}$ )

$$P = P_0 e^{-\frac{S}{V} (t-t_0)} + Pres \Rightarrow \text{Para } t_0 = 0 \text{ s, tem:}$$

$$\boxed{P = P_0 e^{-\frac{S}{V} t} + Pres}$$

GRÁFICO



$$P = \frac{P_0}{e^{\frac{t}{\tau}}} \quad \frac{P_0}{e^{\frac{t}{\tau}}} = P_0 e^{-\frac{s}{\tau}t} \rightarrow \frac{1}{e^{\frac{t}{\tau}}} = e^{-\frac{s}{\tau}t}$$

$$e^{-\frac{t}{\tau}} = e^{-\frac{s}{\tau}t} \quad \ln e^{-\frac{t}{\tau}} = \ln e^{-\frac{s}{\tau}t} \rightarrow -\frac{t}{\tau} = -\frac{s}{\tau}t$$

$$t = \frac{X}{S} \quad \rightarrow \quad t = \xi = \frac{X}{S} \quad \text{é a constante de bombeamento do sistema}$$

Constante de tempo do sistema ( $\xi$ )

$$\dot{Q} = C \Delta P = C (P_0 - P_{res}) \quad \xrightarrow{\text{desprezinf}}$$

$$\dot{Q} = C P_0$$

$$\therefore \dot{Q} = Cte$$

Exercício

Qual o tempo para se reduzir a pressão de um sistema de vácuo por um fator 100?

Considere uma bomba mecânica de  $S_b = 60 \text{ l/min}$  bombeando uma câmara de  $D = 30 \text{ cm}$ , conectada à bomba por um tubo de  $L = 80 \text{ cm}$  e  $D = 2,5 \text{ cm}$ .

a) Regime molecular ( $\Delta P < 10^{-2} \text{ Torr cm}$ )

$$P = P_0 e^{-\frac{S}{V} t}$$

$$\ln P = \ln P_0 - \frac{S}{V} t \Rightarrow \boxed{t = \frac{V}{S} \ln \frac{P_0}{P}} \quad \text{de degrado}$$

$$V = \frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{4}{3} \pi \left(\frac{30}{2}\right)^3 = 14130 \text{ cm}^3 \Rightarrow \boxed{V = 14,1 \text{ l}}$$

$$S_{ef} = \frac{S_b C}{S_b + C} \Rightarrow S_b = 1 \text{ l/s}$$

$$C_{tubo} = \frac{12 D^3}{L} \quad N_2, T = 300 \text{ K} \quad \begin{matrix} D (\text{cm}) \\ L (\text{cm}) \end{matrix}$$

$$C_{tubo} = \frac{12 (2,5)^3}{80} = 2,3 \text{ l/s}$$

Poderemos usar a condutância do tubo?

Resposta: Sim

Lembmando Dushman

$$\frac{1}{C_{total}} = \frac{1}{C_0} + \frac{1}{C_{tubo}} \quad \left\{ \begin{array}{l} C_0 = Q D^2 = 9 (2,5)^2 = 56 \text{ l/s} \\ C_{tubo} = \frac{12 D^3}{L} = 2,3 \text{ l/s} \end{array} \right.$$

Portanto  $C_0 \gg C_{tubo}$

Então, podemos usar a condutância menor, ou seja, a de maior impedância.

$$S_{ef} = \frac{1 \times 2,3}{1 + 2,3} \approx 0,7 \text{ l/s}$$

$$t = \frac{V}{S_{ef}} \ln \frac{P}{P'} = \frac{14}{0,7} \ln \frac{100}{1} = 93 \text{ s} \quad \boxed{\quad}$$

### ⑥ Regime Viscoso

Pressão alta  
 $\lambda \ll D$   $DP \geq 1 \text{ Torr cm}$   
choque entre os moléculas.

$$C_{tubo} = \frac{180 D^4 P}{L} \quad \text{para } N_2, T = 300 \text{ K}$$

$$C_{tubo} = \frac{180 D^3 \overline{DP}}{L} = 1$$

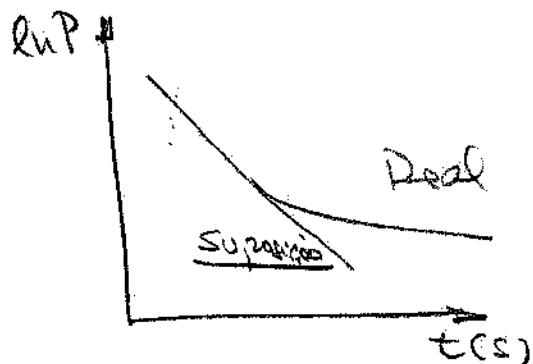
Logo  $C_{viscoso} = \frac{180 (2,5)^3 \times 1}{80} = 35 \text{ l/s} \quad \boxed{\quad}$

$$S_{ef} = \frac{S_b C}{S_b + C} = \frac{1 \times 35}{1 + 35} \approx 0,98 \text{ l/s}$$

$$S_b \approx S_{ef} \approx 1 \text{ l/s}$$

No regime viscoso a perda da capacidade de bombeamento é praticamente desprecível!

$$t = \frac{V}{S} \ln \frac{P_0}{P} = \frac{14,1}{1} \ln \frac{100}{1} = 64 \text{ s}$$



Neste cálculo foi desconsiderado o termo  $P_{res} = \frac{\sum Q_i}{S}$

Essa suposição é válida principalmente nos regimes viscoso e intermediário.

Vamos considerar 760 Torr  $\rightarrow 7,6 \times 10^{-2}$  Torr

Para usar o gráfico do início da aula

$$\frac{D^4}{L} = \frac{(2,5)^4}{80} = 0,5$$

$$V = 14,1 \text{ l} \quad S_b = 1 \text{ l/s} \quad D = 2,5 \text{ cm} \quad L = 80 \text{ cm}$$

$$\frac{t}{V} = 9 \frac{\text{s}}{\text{l}} \quad \text{então} \quad \boxed{t = 127 \text{ s}}$$

Usando a expressão acima  $t = \frac{V}{S} \ln \frac{P_0}{P}$ , temos

$$t = \frac{14,1}{1} \ln \frac{760}{7,6 \times 10^{-2}} \approx 130 \text{ l/s}$$

## FATOR DE SERVIÇO

O fator de serviço é um fator empírico igual ou maior do que 1, o qual é especificado para uma dada faixa de pressão, sendo um valor multiplicativo para o escoamento calculado pelas fórmulas para as bombas mecânicas, devido à desgasificação e outras condições reais em sistemas industriais.

FAIXA DE PRESSÃO (Torr)	FATOR DE SERVIÇO
760 - 100	1,0
100 - 10	1,25
10 - 0,5	1,5
0,5 - 0,05	2,0
0,05 - 0,0002	4,0

- 2024 -

Passar lista de preencher  
 distribuir lista 3.  
 perguntas sobre relatórios

Resumo da aula anterior:

### Bombamento no Regime Viscoso

$$\textcircled{1} = -\frac{\gamma dP}{dt} \quad Q = C \Delta P \quad C = \frac{\pi}{128 \eta} \frac{D^4 \bar{P}}{L} = E \bar{P}$$

$$S_{ef} = \frac{S_b C}{S_b + C} \quad Q = P S_{ef} = \frac{\bar{P} S_b E \bar{P}}{S_b + E \bar{P}} \quad \bar{P} = \frac{P_i + P_2}{2}$$

APÓS UM BREVE  
DESENVOLVIMENTO

$$\Rightarrow \boxed{-\frac{\gamma^2 E}{S_b^2} \left( \frac{dP}{dt} \right)^2 + \frac{2\gamma}{E} \left( \frac{dP}{dt} \right) + P^2 = 0}$$

eq. 2º grau

$$\begin{aligned} \frac{t}{v} &= \frac{1}{E} \left[ \frac{1}{P} - \frac{1}{P_i} \right] + \frac{1}{S_b} \left[ \frac{\left( \left( S_b/E \right)^2 + P^2 \right)^{1/2}}{P} - \frac{\left( \left( S_b/E \right)^2 + P_i^2 \right)^{1/2}}{P_i} \right] + \\ &+ \frac{1}{S_b} \left[ \ln \frac{P_i + \left( \left( S_b/E \right)^2 + P_i^2 \right)^{1/2}}{P_i - \left( \left( S_b/E \right)^2 + P^2 \right)^{1/2}} \right] \end{aligned}$$

MOSTRAR GRÁFICO:  $[S_b \times t/v]$

parâmetro geométrico  $\frac{D^4}{L} = 128 \eta E$

Para  $L \rightarrow 0$  cm  $E \rightarrow \infty$ , então

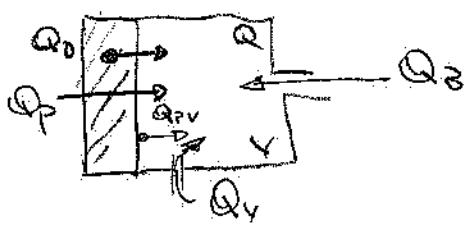
$$\frac{t}{v} = \frac{1}{S_b} \ln \frac{P_i + P}{P_i - P} \Rightarrow \boxed{\frac{t}{v} = \frac{1}{S_b} \ln \frac{P_i}{P}}$$

$$\boxed{P = P_i e^{-\frac{S_b}{v} t}}$$

# Bombreamento no Regime Molecular

$$DP \leq 10^{-2} \text{ Torr cm}$$

Fontes de Gases



$$Q_G = Q_V + Q_{pV} + Q_B + Q_D + Q_P$$

$$\boxed{Q_G = \sum Q_i}$$

Equações Gerais

$$\boxed{-V \frac{dP}{dt} = PS - \sum Q_i}$$

Depois de um longo tempo

$$\frac{dP}{dt} \approx 0 \quad \text{então}$$

$$\boxed{PS = \sum Q_i}$$

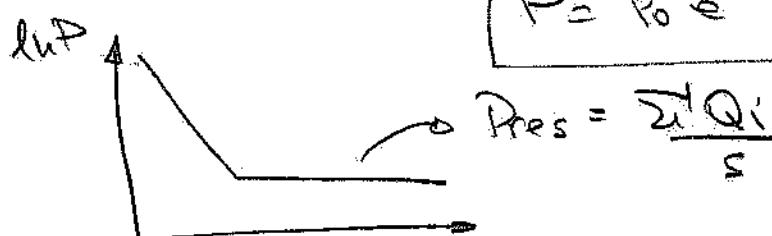
Logo

$$\boxed{Pres = \frac{\sum Q_i}{S}}$$

Fontes de gases X velocidade de bombreamento

Resolvendo a equação diferencial

$$\boxed{P = P_0 e^{-\frac{S}{V}t} + Pres}$$



$$\text{constante de bombreamento } \boxed{\beta = V/S}$$

$$T_{1/2} \quad P = \frac{P_0}{2} \quad \text{substituindo} \quad \frac{P_0}{2} = P_0 e^{-\frac{S}{V}t} \equiv \frac{1}{2} = e^{-\frac{S}{V}t}$$

$$\text{então} \quad \ln 2 = \ln e^{-\frac{S}{V}t} \quad -\ln 2 = -\frac{S}{V}t \quad \text{(lue)}$$

$$t = \frac{V}{S} \ln 2 \equiv t = \beta \ln 2$$

$$\therefore \boxed{T_{1/2} = \beta \ln 2}$$

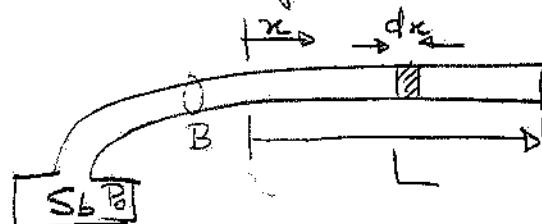
## Pressão ao longo do tubo

(2)

A. Roth

Na condições estacionárias  $P_{res} = \sum Q_i$ ;  $Q_G = \sum Q$

A condições estacionárias é caracterizada por um gradiente de pressão ao longo do tubo.



Suponha uma bomba de vácuo bombando um tubo longo, de condutância C, fechado na outra extremidade.

Considere q a taxa de desgaseificação  $\left[ \frac{\text{Torr}}{\text{s}} \frac{1}{\text{cm}^2} \right]$

$$(-dQ = qBdx \quad (I)) \quad B \text{ é o perimetro do tubo}$$

O sinal negativo indica que o fluxo de massa se desloca para valores negativos de x.

O fluxo de massa (Q) que passa por um elemento de comprimento dx é dado por:

$$\text{Como } Q = C \Delta P \rightarrow \boxed{Q = C dP \frac{L}{dx}}$$

Podemos escrever a relação:

$$dQ = CL \frac{d^2P}{dx^2} dx \quad (II)$$

$$\frac{dP^2}{dx^2} = \frac{dQ}{dx} \frac{1}{CL}, \text{ mas } \frac{dQ}{dx} = -qB \quad (\text{equação I})$$

então

$$\boxed{\frac{d^2P}{dx^2} = -\frac{qB}{CL}}$$

integrandos

$$\frac{dP}{dx} = -\frac{\rho B}{CL} x + k_1$$

Condições de contorno para calcular  $k_1$

No final do tubo  $\left. \frac{dP}{dx} \right|_{x=L} = 0$  em  $x=L$

então  $k_1 = \frac{\rho B}{C}$

logo  $\frac{dP}{dx} = -\frac{\rho B}{CL} x + \frac{\rho B}{C}$  integrando novamente

$$P(x) = -\frac{\rho B x^2}{2CL} + \frac{\rho B}{C} x + k_2$$

Condições de contorno para calcular  $k_2$

Na base do tubo  $x=0 \rightarrow P = P_0$

então  $k_2 = P_0$

Mas,  $Q = PS$  e  $Q = \rho A$  → área do tubo  
 $A = BL$

então  $P_0 = \frac{Q}{S} = \frac{\rho A}{S} = \frac{\rho BL}{S}$

$$\boxed{P_0 = \frac{\rho BL}{S}}$$

Reescrevendo

$$\boxed{P(x) = \rho B \left[ \frac{L}{S_b} + \frac{x}{C} - \frac{x^2}{2CL} \right]}$$

Perfil da pressão em um tubo segue uma parábola com concavidade para baixo.

Os valores da pressão em um tubo são dados por: (3)

$$P_x - P_0 = \frac{q}{c} B \left[ \frac{x}{c} - \frac{x^2}{2Lc} \right]$$

$$P_0 = \frac{q}{c} \frac{BL}{S_b}$$

Para  $P(L)$ , temos

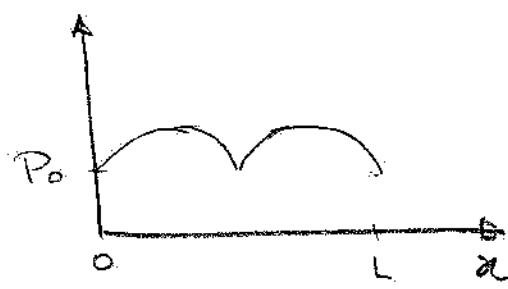
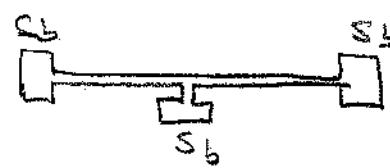
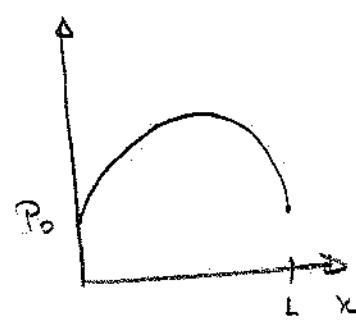
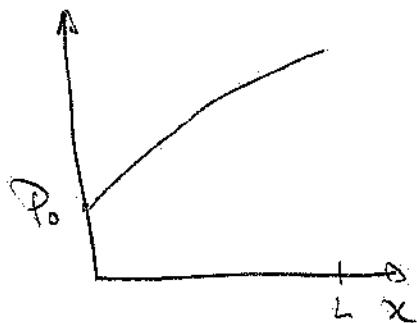
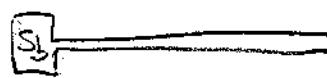
$$P_L - P_0 = \frac{q}{c} B \left[ \frac{L}{c} - \frac{L^2}{2Lc} \right] = \frac{q}{c} \frac{BL}{2c}$$

$$\therefore \boxed{P_L - P_0 = \frac{q}{c} \frac{BL}{2c}}$$

Independente  
de  
pressão.

Devido a esse resultado, para se bombear tubos muito longos, como aulas solares de partículas, (ex. Belletron, RHIC, LHC, etc) deve-se colocar um grande número de bombas de vácuo ao longo do tubo !!

SLIDES





# ESTUDO DE VÁZAMENTOS

(4)

Tópicos

- (a) Vazamento REAL (etc)
- (b) Vazamento VIRTUAL (dependente do tempo)
- (c) Dimensão dos VÁZAMENTOS
- (d) Outras fontes de gases } Q permeação  
Q difusão  
Q desgasificação

## Régime Viscoso

$\lambda \ll D$

$$S_{ef} = \frac{S_b C_{viscoso}}{S_b + C_{viscoso}} \rightarrow S_{ef} \approx S_b$$

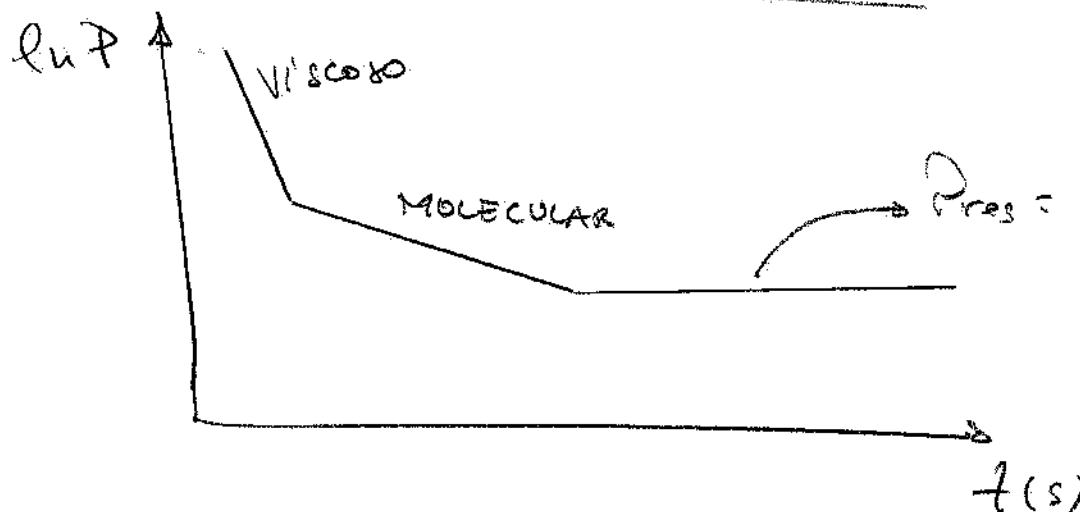
## Régime Molecular

$\lambda \gg D$

$$S_{ef} = \frac{S_b C_{molecular}}{S_b + C_{molecular}} \rightarrow \begin{cases} \text{Depende da} \\ \text{condutância} \end{cases}$$

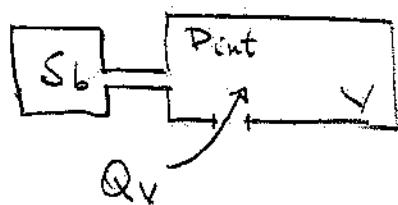
Como a velocidade de bombeamento efetiva muda com o regime de escoamento, então o gráfico  $\ln P(t)$  que descreve  $P(t)$  deve apresentar retas com constantes de tempo diferentes ( $G = V/s$ )

$$P = P_0 e^{-\frac{S}{V} t}$$





## VAZAMENTO REAL



Suponha um sistema de vazio conectado à pressão externa através de uma abertura de geometria variável.

O fluxo de massa ( $Q$ ) pode estar relacionado com a condutância dessa abertura ou vazão através de equações:

$$Q = C \Delta P \rightarrow Q = C (P_{ext} - P_{int})$$

Supondo um único vazamento no sistema, temos que a pressão residual seja:

$$P_{res} = \frac{\sum Q_i}{S} \rightarrow P_{res} = \frac{Q_v}{S}; \quad [Q_v = C P_{ext}]$$

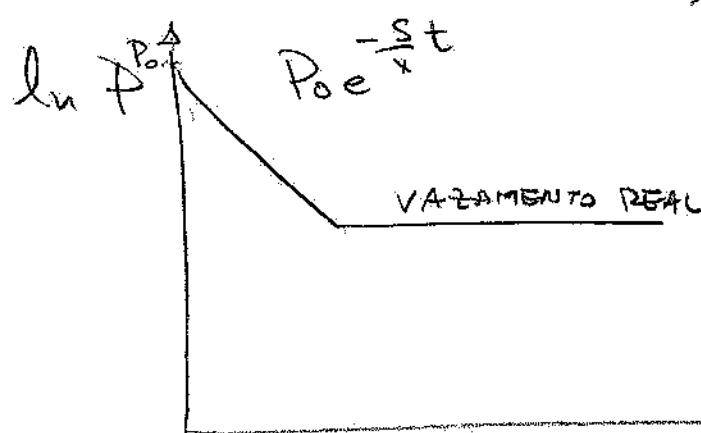
Na maioria dos casos

$$P_{res} \approx \frac{C P_{ext}}{S} \quad \text{pois } P_{ext} \gg P_{int}$$

então

$$P_{res} = \frac{C_R P_{atm}}{S}$$

$C_R$  é a condutância do vazamento real



$$\frac{C_R P_{atm}}{S}$$

EXEMPLO

Bomba difusora de 4" (10,2cm)

$$P_{\text{SISTEMA}} = 10^{-6} \text{ Torr} \quad \text{Considerando} \\ C \sim Sb$$

Suponha que devido a um vazamento real a pressão não diminui abaixo de  $10^{-5}$  Torr

Qual a abertura equivalente desse orifício?

$$P_{\text{res}} = \frac{\sum Q_i}{S}$$

desprezando as outras fontes de gases

$$P_{\text{res}} = \frac{Q_{\text{VACUUMETO}}}{S_{\text{ef}}} \\ \text{Set bomba difusora}$$

$$S_{BD} = 50\% C_0$$

$C_0$  é a condutância de uma abertura circular

$$C_0 = \pi D^2 \rightarrow S_{BD} \approx 4,5 D^2$$

$$\begin{cases} S_{BD} \approx 450 \text{ l/s} \\ C \approx 450 \text{ l/s} \end{cases}$$

Suposições do início do problema

$$S_{\text{ef}} = \frac{S_b C}{S_b + C} = \frac{450 \times 450}{450 + 450} \approx 225 \text{ l/s}$$

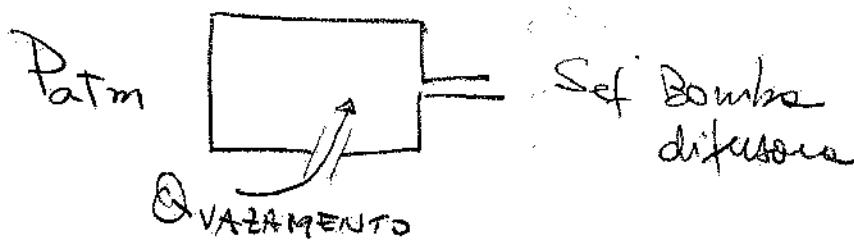
$$P_{\text{res}} = 10^{-5} \text{ Torr}$$

$$Q_V = 10^{-5} \text{ Torr} \times 225 \text{ l/s}$$

$$\boxed{Q_V = 2,3 \times 10^{-3} \frac{\text{Torr l}}{\text{s}}}$$

(6)

Supondo a seguinte situação:



$$Q_v = C_{VAZAMENTO} (P_{ATM} - P_{sistema}) \quad P_{atm} \gg P_{sistema}$$

(a) No regime molecular.

$$C = 9D^2 \text{ então } Q_v = 9D^2 P_{atm}$$

(b) No regime orçoso

$$C = 20A \quad \text{Para } P_2 < 0,1 P_1$$

$$C = 20 \frac{\pi D^2}{4} \quad \therefore C_{V1500} = 15 D^2$$

MOSTRAR SLIDE

OBS → As condutâncias nos dois regimes têm a mesma ordem de grandeza.

Substituindo:

$$Q_v = 2,25 \times 10^{-3} \frac{\text{Torr l}}{\text{s}}$$

$$2,25 \times 10^{-3} = 9D^2 \times 700 \quad \therefore D = 6 \times 10^{-4} \text{ cm}$$

TAMANHO  
DO  
FURO

$$D \approx 6 \mu\text{m}$$

comentários

Em um sistema "sujo" a taxa de emissão de moléculas por desgasificação é da ordem de  $10^{-6} \frac{\text{Torr l}}{\text{cm}^2 \text{ s}}$

A taxa de desgasificação de um sistema "limpo" pode ser da ordem de  $10^{-9} \frac{\text{Torr l}}{\text{cm}^2 \text{ s}}$

Considerando que o fluxo de massa ( $Q$ ) calculado para a abertura seja proveniente da desgasificação das paredes da câmara de  $D = 20 \text{ cm}$

$$A = 4\pi R^2 = \pi D^2 = 1256 \text{ cm}^2, \text{ então}$$

$$q_v = \frac{Q_v}{\text{área}} = \frac{2,25 \times 10^{-3}}{1256} \frac{\text{Torr l}}{\text{s cm}^2} \approx 1,8 \times 10^{-6} \frac{\text{Torr l}}{\text{s cm}^2}$$

De lá, o vazamento calculado é praticamente uma fonte de gás permanente, da mesma ordem de grandeza da taxa de desgasificação de um sistema "limpo".

EXERCÍCIO: Qual seria o vazamento equivalente de um sistema "limpo" ( $D = 20 \text{ cm}$ )

### TAXA DE DESGASESIFICACÃO

$$q = 10^{-9} \frac{\text{Torr l}}{\text{s cm}^2} \implies Q = qA = 10^{-9} \times 1256 = 1,2 \times 10^{-6} \frac{\text{Torr l}}{\text{s}}$$

$$Q_v = C \Delta P = C (P_{ext} - P_{int}) = C P_{ext} = C P_{atm}$$

$$C_v = 9D^2 / 4s \quad P_{atm} = 700 \text{ Torr}$$

$$\text{então } 1,2 \times 10^{-6} \frac{\text{Torr l}}{\text{s}} = 9D^2 \times 700$$

$$D^2 = 1,2 \times 10^{-10}$$

$$\therefore \boxed{D = 1,1 \times 10^{-5} \text{ cm}}$$

1000  $\ddagger$

Mensagem mais importante dessas estimativas

→ Os vazamentos devem ser evitados sempre.

Exemplos de vazamentos reais:

- { RANHURAS/piscos nas peças sobre os O' rings.
- { FALTAS nas soldas
- { O' rings partidos ou com ranhuras

Como ter indicações da existência de vazamentos reais

- a) Conhecimento prévio do sistema de vazão e leitura dos manômetros.
- b) Ouvir o vazamento
- c) Usar álcool isopropílico (com seringa)
  - Encanamento e fuso é tampado pelo álcool e a pressão diminui.
  - Depois o valor da leitura aumenta muito por estar num ambiente com álcool aos níveis de ar.  
(Medidores Pitot, Termopar e Thermistor se comportam de maneira diferente para gases diferentes)
- d) Para detectar vazamentos pequenos deve ser usado um detector de vazamentos (leak detector)

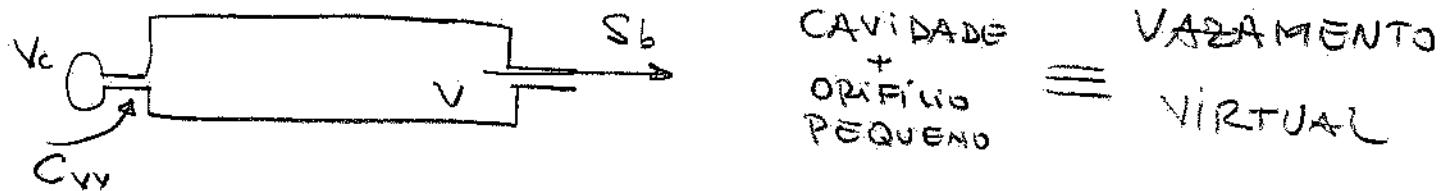
Leak detector = Espectrômetro de massa calibrado para He.



## VAZAMENTO VIRTUAL

(8)

Este vazamento consiste em um pequeno volume de gás armazenado dentro do sistema de vácuo, sendo bombeado através de uma abertura com alta impedância, contribuindo para um fluxo de massa (throughput) dependente do tempo. Desse forma a queda da pressão do sistema  $P(t)$  pode ser extremamente lenta!



Neste caso,  $C_{Vv} \ll S_b$   $C_{Vv}$  é a condutância da cavidade.

$$-\nabla_c \frac{dP}{dt} = Q - \sum_i Q_i$$

Analogamente, podemos escrever:

$$-\nabla_c \frac{dP_c}{dt} = Q_{Vv} \quad \text{onde } Q_{Vv} = C_{Vv}(P_c - P_{int})$$

Mas,  $P_c \gg P_{int}$  então  $\boxed{Q_{Vv} = C_{Vv} P_c}$

$$-\nabla_c \frac{dP_c}{dt} = C_{Vv} P_c$$

$$\frac{dP_c}{dt} = -\frac{C_{Vv}}{\nabla_c} P_c \quad \xrightarrow{\text{Solução}}$$

$$P = P_0 e^{-\frac{C_{Vv} t}{\nabla_c}}$$

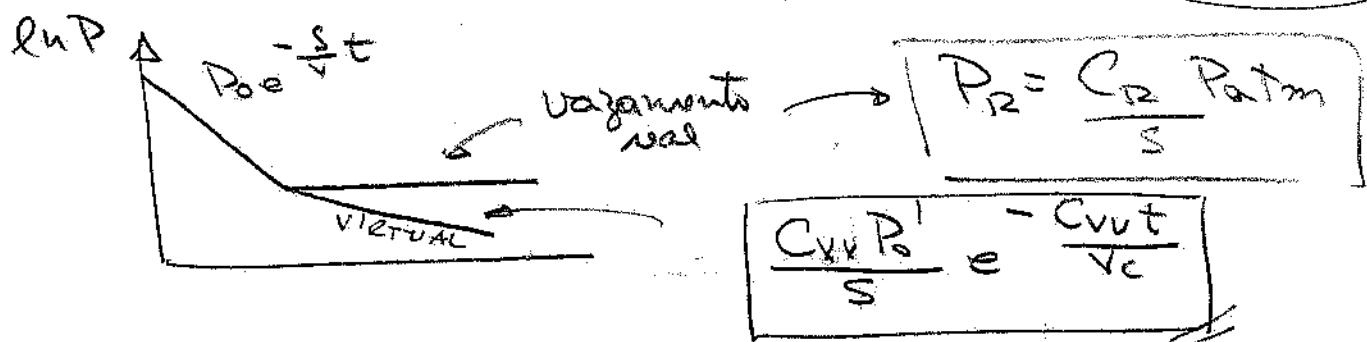
A pressão residual do sistema, será:

$$P_{res} = \frac{Q_{vv}}{S}$$

então  $P_{res} = \frac{C_{vv} P_c}{c} \Rightarrow P_{res} = \frac{C_{vv}}{S} P'_0 e^{-\frac{C_{vv} t}{V_c}}$

Note que o termo  $\frac{C_{vv} P'_0}{S}$  é constante

$P'_0$  pode ser estimado como sendo  $P'_0 = P_{atm}$



Atenção: O vazamento virtual pode "puxar" o real

Devemos evitar sempre vazamentos virtuais

No projeto deve-se evitar o aparecimento de vazamentos  
conectados ao sistema com grandes impedâncias.

SLIDES } Gráficos  $\ln P \times t$   
soldas

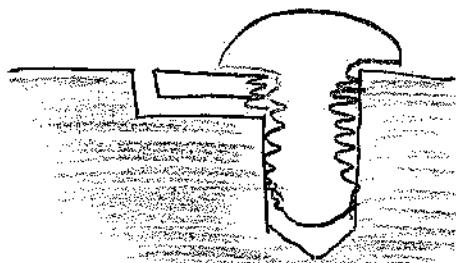
Soldas



CORRETO



INCORRETO



CORRETO



INCORRETO



FACEAR OS PARAFUSOS

- 2024 -

27/09/24

passar lista

Definição da aula anterior

Perfil da pressão ao longo do tubo



$$P_x = P_0 + \frac{q}{2} B \left[ \frac{x}{c} - \frac{x^2}{2Lc} \right]$$

$$\boxed{P_L - P_0 = \frac{q}{2} BL}$$

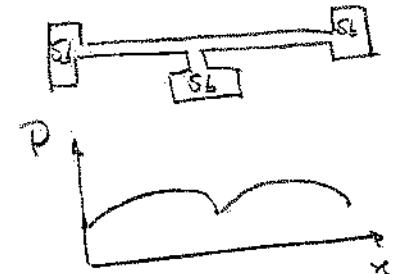
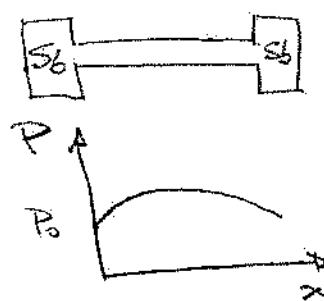
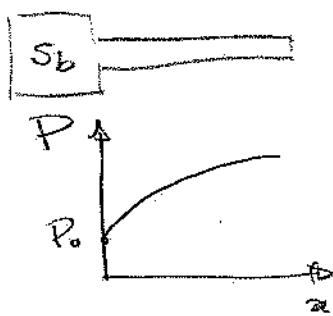
NÃO DEPENDE DA PRESSÃO

$$P_0 = \frac{q}{S_b} BL$$

Condições de contorno

$$\left. \frac{dP}{dx} \right|_{x=L} = 0$$

$$x=0 \rightarrow P_L = P_0$$



## Estudo de Vazamentos

{ Vazamento Real  
 Vazamento Virtual

Regime viscoso.

$$S_{ef} = \frac{S_b C_{viscoso}}{S_b + C_{viscoso}} \Rightarrow \boxed{S_{ef} \approx S_b}$$

Regime molecular

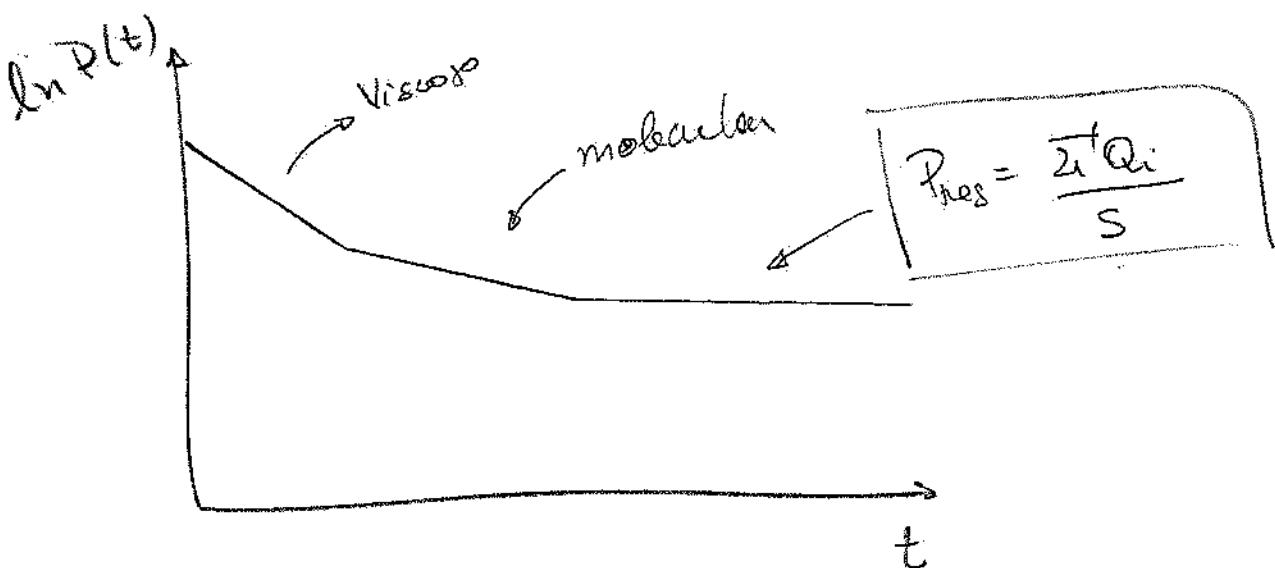
$$\boxed{S_{ef} = \frac{S_b C_{molecular}}{S_b + C_{molecular}}}$$

Valor depende das condutâncias

bastante ale decaimento

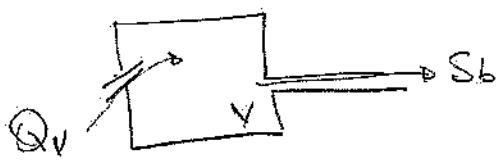
$$\boxed{\delta = \gamma s}$$

depende de  $S$ , logo:



(2)

## Vazamento real



$$Q_r = C \Delta P = C_r (P_{ext} - P_{int})$$

pequeno

 $P_{ext} \gg P_{int}$ 

$$P_{res} = \frac{\sum Q_i}{S}$$

$$P_{res} = \frac{Q_r}{S} = \frac{C_r P_{ext}}{S} \quad \text{mas } P_{ext} \approx P_{atm}$$

então 
$$\boxed{P_{res} = \frac{C_r P_{atm}}{S}}$$

## Vazamento virtual



CAVIDADE + ORIFÍCIO PEQUENO = VIRTUAL

$$C_{vv} \ll S_b$$

equações geral

$$\boxed{-V \frac{dP}{dt} = P_S - \sum Q_i}$$

Analogamente, podemos escrever

$$-V \frac{dP_c}{dt} = Q_{vv}$$

$$Q_{vv} = C_{vv} (P_c - P_{int})$$

 $P_c \gg P_{int}$ , logo:

$$Q_{vv} = C_{vv} P_c$$

então,

$$\boxed{-V_c \frac{dP_c}{dt} = C_{vv} P_c}$$

Equações diferenciais

$$\frac{dP_c}{dt} = - \frac{C_{vv}}{\gamma_c} P_c$$

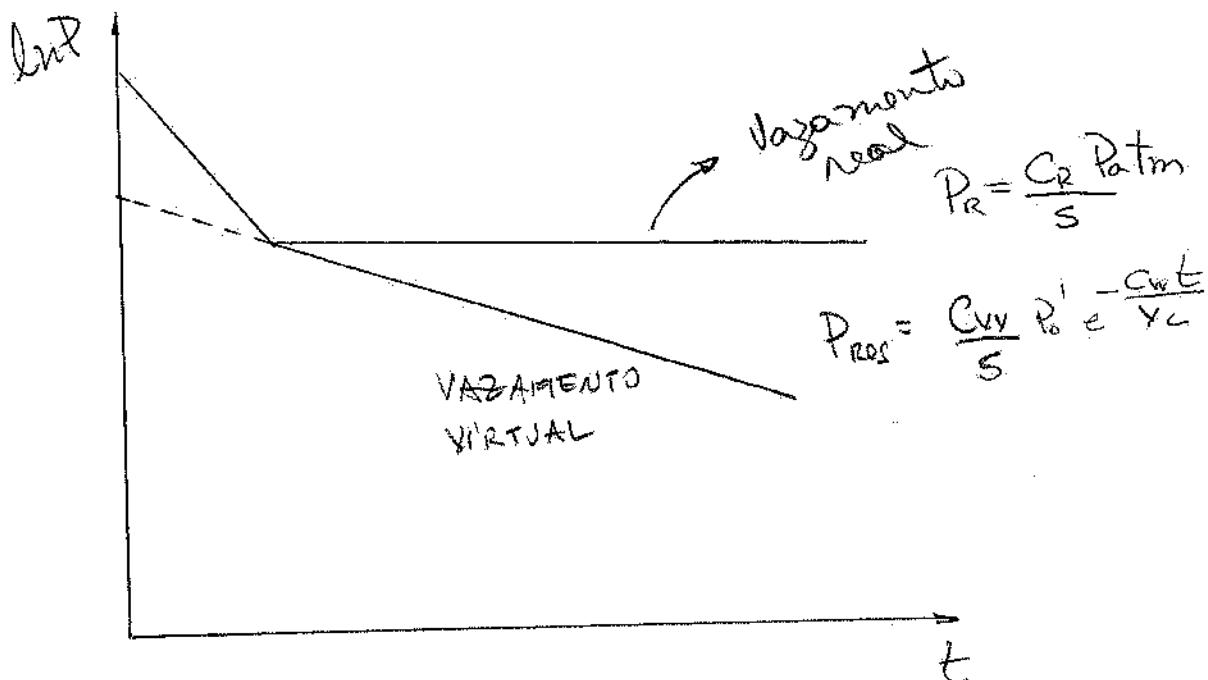
Solução  $P_c = P_0' e^{-\frac{C_{vv}}{\gamma_c} t}$

A pressão residual será  $P_{res} = \frac{Q_{vv}}{S}$ , então

$$P_{res} = \frac{C_{vv} P_c}{S} \Rightarrow P_{res} = \frac{C_{vv}}{S} P_0' e^{-\frac{C_{vv} t}{\gamma_c}}$$

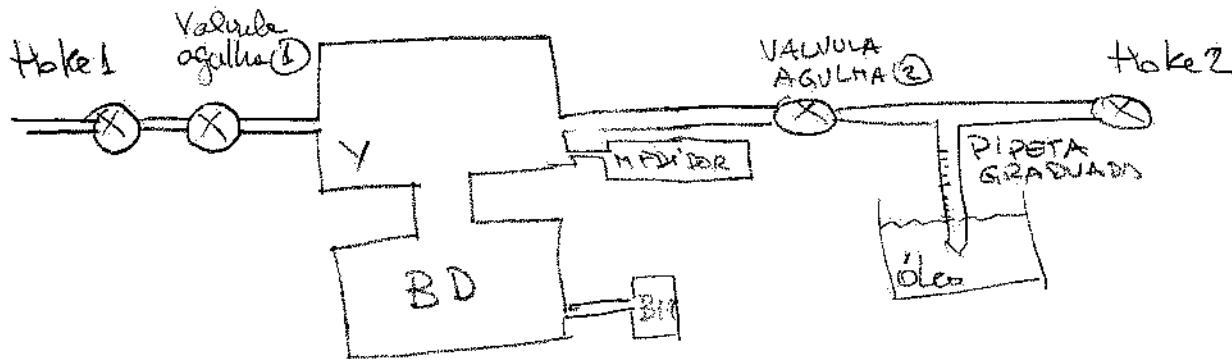
$$\frac{C_{vv} P_0'}{S} \text{ é constante} \quad P_0' \sim P_{atm}$$

Mosher slide



# Sistemas para o Estudo de Vazamentos

(3)



## ① Medindo a pressão em função do tempo $P(t)$

- ① Bombearamento até  $10^{-6}$  Torr
- ② Todas as válvulas fechadas.
- ③ Abrindo-se a válvula agulha ①, a pressão pode ser ajustada até  $10^{-3}$  Torr. A válvula Hoke 1 deve estar aberta.
- ④ Fechando-se a válvula agulha ① pode-se medir a pressão em função do tempo  $P(t)$ .

## ② Simulando um vazamento real

- ⑤ Bombearamento até  $10^{-6}$  Torr
- ⑥ Através da válvula agulha ①, eleva-se a pressão até  $10^{-5}$  Torr
- ⑦ Com a válvula agulha ② aberta, a pressão pode atingir um valor de pressão maior alto ( $P \approx 10^{-3}$  Torr)
- ⑧ Fechando-se a válvula agulha ② pode-se medir  $P(t)$  com a válvula Hoke ① aberta. Neste caso, estamos simulando um vazamento real.

## ③ Simulando um vazamento virtual

Nas mesmas condições do item anterior, com a válvula Hoke ② **FECHADA**, estamos simulando um vazamento **VIRTUAL**

## Parâmetros do Sistema

MOSTRAR SLIDE

{ Sistemas sem vazamento  
Vazamento real  
Vazamento virtual

# CÁLCULOS DE SITUAÇÕES REAIS

(4)

a) Bombearments até  $P = 10^{-6}$  torr

com a válvula agulha ① a pressão é elevada até  $10^{-5}$  torr

com a válvula agulha ② a pressão é elevada até  $8 \times 10^{-4}$  torr

Fechando-se a válvula agulha ② foi medida a pressão em função do tempo  $P(t)$

com a válvula Hoke ① aberta simulamos vazamento REAL

com a válvula Hoke ② fechada temos vazamento VIRTUAL

Ref Apostila Hélio Onuric e Loiz Marcos Fagundes.

① VAZAMENTO REAL (VIDE GRÁFICO)

$$P_{res} = \frac{C_R P_{atm}}{S}$$

$$C_R = \frac{P_{res} \times S}{P_{atm}}$$

$$C_R = \frac{10^{-5} (s)}{700} \quad \text{sendo } S = 50 \text{ l/s} \quad (\text{vide gráfico})$$

$$C_R = \frac{10^{-5} (50)}{700} \Rightarrow C_R = 7 \times 10^{-7} \text{ l/s}$$

$$\text{Mas, } C_0 = \pi D^2$$

$$D^2 = \frac{7 \times 10^{-7}}{9}$$

$$\therefore D = 2,8 \times 10^{-4} \text{ cm}$$

ou  $2,8 \mu\text{m}$

②

## VAZAMENTO VIRTUAL

Simula-se fechando a válvula t=ke<sub>1</sub>.

$$S = 50 \text{ l/s} \quad (\text{valor medido})$$

$$\boxed{P_{\text{res}} = \frac{C_{xv} P_0'}{S} e^{-\frac{C_{xv}}{V_c} t}}$$

Poderemos estimar o valor da cte  $\frac{C_{xv} P_0'}{S}$  diretamente do gráfico

$$\frac{C_{xv} P_0'}{S} = 10^{-5}$$

$$C_{xv} = \frac{50 \times 10^{-5}}{700} \implies \boxed{C_{xv} = 7 \times 10^{-7} \text{ l/s}}$$

$$P_{\text{res}} = \frac{C_{xv} P_0'}{S} e^{-\frac{C_{xv}}{V_c} t} \implies P_{\text{res}} = P' e^{-\frac{C_{xv}}{V_c} t}$$

$$P' = \frac{C_{xv} P_0'}{S} = 10^{-5} \text{ Torr} \quad (\text{leitura do gráfico})$$

$$P_{\text{res}} = 7 \times 10^{-6} \text{ Torr em } 1000 \text{ s (17 minutos)}$$

$$\ln \frac{P_{\text{res}}}{P'} = \ln e^{-\frac{C_{xv}}{V_c} t} \implies \ln \frac{P_{\text{res}}}{P'} = -\frac{C_{xv}}{V_c} t$$

$$\ln \frac{P'}{P_{\text{res}}} = \frac{C_{xv}}{V_c} t \implies V_c = \frac{C_{xv} t}{\ln \frac{P'}{P_{\text{res}}}}$$

$$V_c = \frac{7 \times 10^{-7} (1000)}{\ln \frac{10^{-5}}{7 \times 10^{-6}}} = 2 \times 10^{-3} \text{ l}$$

$$\therefore \boxed{V_c = 2 \text{ ml}}$$

## Exercício: Vazamento Virtual

(5)

- ② Qual o tempo para esse sistema atingir a pressão em vazamento de  $P = 2 \times 10^{-6}$  Torr?

$$P = P_0 e^{-\frac{C_{vv}}{V_c} t}$$

$$\ln \frac{P}{P_0} = -\frac{C_{vv}}{V_c} t \implies \text{invertendo } \ln \frac{P_0}{P} = \frac{C_{vv}}{V_c} t$$

$$\therefore t = \frac{V_c}{C_{vv}} \ln \frac{P_0}{P}$$

Substituindo os valores

$$t = \frac{2 \times 10^{-3}}{7 \times 10^{-7}} \ln \frac{10^{-5}}{2 \times 10^{-6}}$$

$$t = 4598 \text{ s}$$

$$\Rightarrow t \approx 1,3 \text{ horas}$$

- ③ Qual o diâmetro da abertura equivalente?

$$C_v = QD^2 \quad D^2 = \frac{7 \times 10^{-7}}{9}$$

$$D = 3 \times 10^{-4} \text{ cm}$$

$$D \approx 3 \mu\text{m}$$

OBS. Os vazamentos virtuais não são fáceis de serem detectados por estavam no interior das câmaras de vácuo e ocorriam com grande densidade.

Deseja-se sempre ter muita cuidado para se evitar a formação de cavidades internas contadas ao sistema através de grandes impedâncias.

## Exercício 2: Vazamentos Virtuais.

- a) Suponha  $V_c = 10^{-5} \text{ l}$  conectado a um capilar de diâmetro  $D = 10^{-4} \text{ cm}$  ( $1\mu\text{m}$ ) e comprimento  $L = 2\text{cm}$

Qual o tempo necessário para a pressão cair por um fator 10 no regime molecular?

$$P = P_0' e^{-\frac{C_{vv} t}{V_c}} \quad \boxed{t = \frac{V_c}{C_{vv}} \ln \frac{P_0'}{P}}$$

$$C_{vv} = \frac{12 D^3}{L} = 6 \times 10^{-12} \text{ l/s}$$

$$V_c = 10^{-5} \text{ l} \quad \text{então} \quad t = \frac{10^{-5}}{6 \times 10^{-12}} \ln 10 \Rightarrow \boxed{t = 44 \text{ dias}}$$

- b) Na pressão atmosférica, qual o número de moléculas nessa camada a  $T = 300 \text{ K}$ ?

$$PV = NkT \quad N_v = \frac{PV}{kT} \quad V_c = \frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{4}{3} \frac{\pi D^3}{8} = \frac{\pi D^3}{6}$$

$$\begin{cases} k = 10^{-22} \frac{\text{Torr l}}{\text{K}} \\ k = 10^{-19} \frac{\text{Torr cm}^3}{\text{K}} \end{cases} \quad N_v = \frac{700 \text{ Torr} (10^{-5})^l}{10^{-22} \text{ } 300} \Rightarrow N_v = 2 \times 10^{17} \text{ moléculas}$$

- c) Qual a área equivalente que teria esse número de moléculas em uma monocamada?  $S_{H_2} = 3,7 \times 10^{-18} \text{ cm}^2$

$$\text{Área ocupada por uma molécula} \quad A = \frac{\pi R^2}{4}$$

$$\text{Monocamada} \quad \frac{n^o \text{ de partículas}}{\text{cm}^2} = \frac{1}{A} = \frac{4}{\pi S^2} \sim 10^{15} \text{ moléculas/cm}^2$$

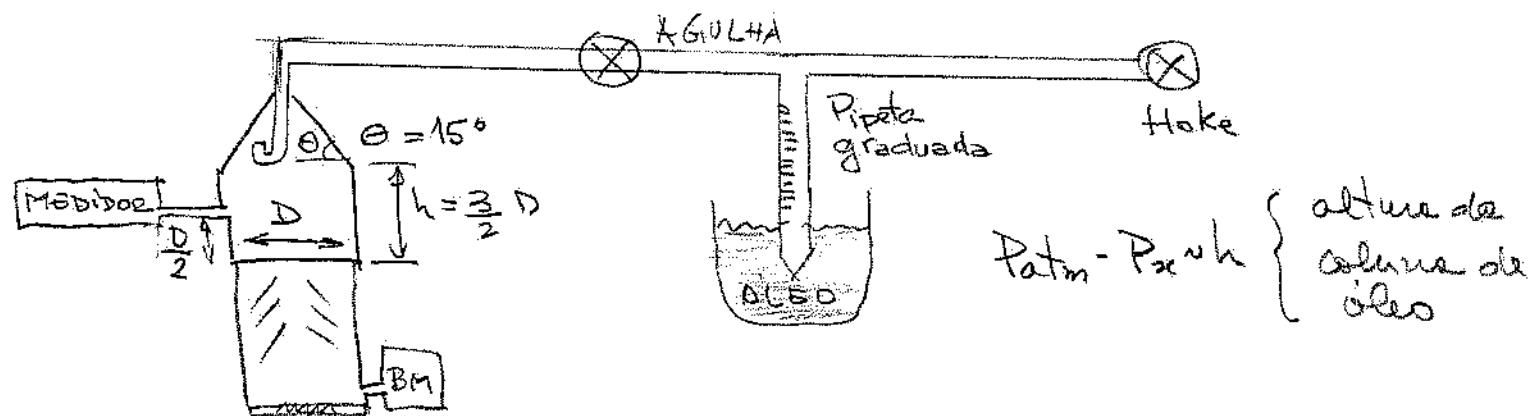
A área total equivalente para ter  $2 \times 10^{17}$  moléculas seria então uma área de  $200 \text{ cm}^2$

Ou seja uma placa de  $(20 \times 10) \text{ cm}^2$  !!

## Método da Pipeta

Método utilizado para a medida de viscosidade de combustíveis e condutâncias.

Norma internacional



$P_{atm} - P_{ext}$  } altura da coluna de óleo

Fluxo de massa ou throughput é constante ao longo do sistema.  $\boxed{Q = PS}$

$$Q = P_s S = P_a \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

$$P_{atm} - P_a = h$$

$$P_{atm} \approx 700 \text{ Torr} \text{ (em São Paulo)}$$

$$\left. \begin{array}{l} \rho_{Hg} = 13,6 \text{ g/cm}^3 \\ \rho_{óleo} = 0,84 \text{ g/cm}^3 \end{array} \right\}$$

$$2 \text{ cm óleo} \approx 0,1 \text{ cm de Hg}$$

$$\rho_{óleo} \times h_{óleo} = \rho_{Hg} P_{Hg}$$

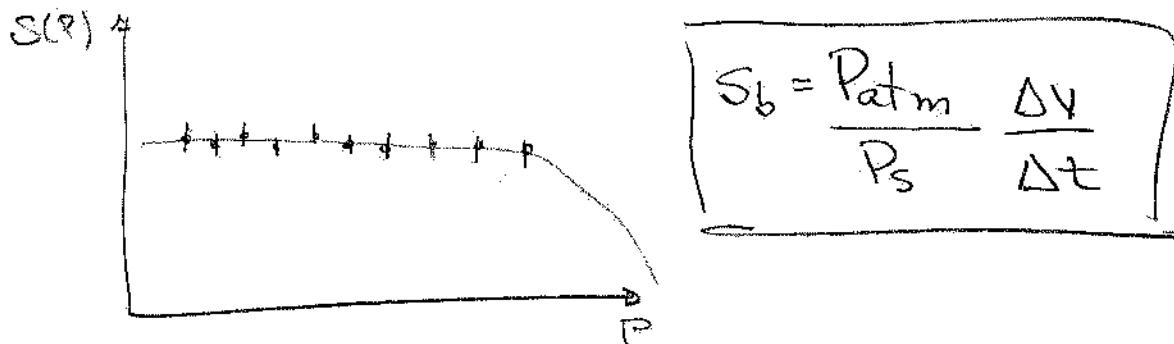
$$\frac{P_{Hg}}{\rho_{óleo}} \approx 20$$

$$\text{então } \rho_{Hg} \approx 0,1 \text{ cm ou } 1 \text{ mm Hg}$$

$$\boxed{P_{ATM} = 11,25 \text{ m de óleo}}$$

$$Q = P_s S = P_{atm} \frac{\Delta V}{\Delta t} \quad Q \equiv \text{cte}$$

Velocidade de bombeamento  $S(P)$



$$\text{Mas, } P_{res} = \frac{Q_G}{S} \quad \therefore \quad Q_G = P_{res} S$$

$$\text{então } Q = P_s S = P_{atm} \frac{\Delta V}{\Delta t} + P_{res} S$$

$$S(P_s - P_{res}) = P_{atm} \frac{\Delta V}{\Delta t}$$

$$\therefore S = \frac{P_{atm}}{(P_s - P_{res})} \frac{\Delta V}{\Delta t}$$

No laboratório deve-se medir  $P_{res}$  com todas as válvulas fechadas antes e depois das medidas!

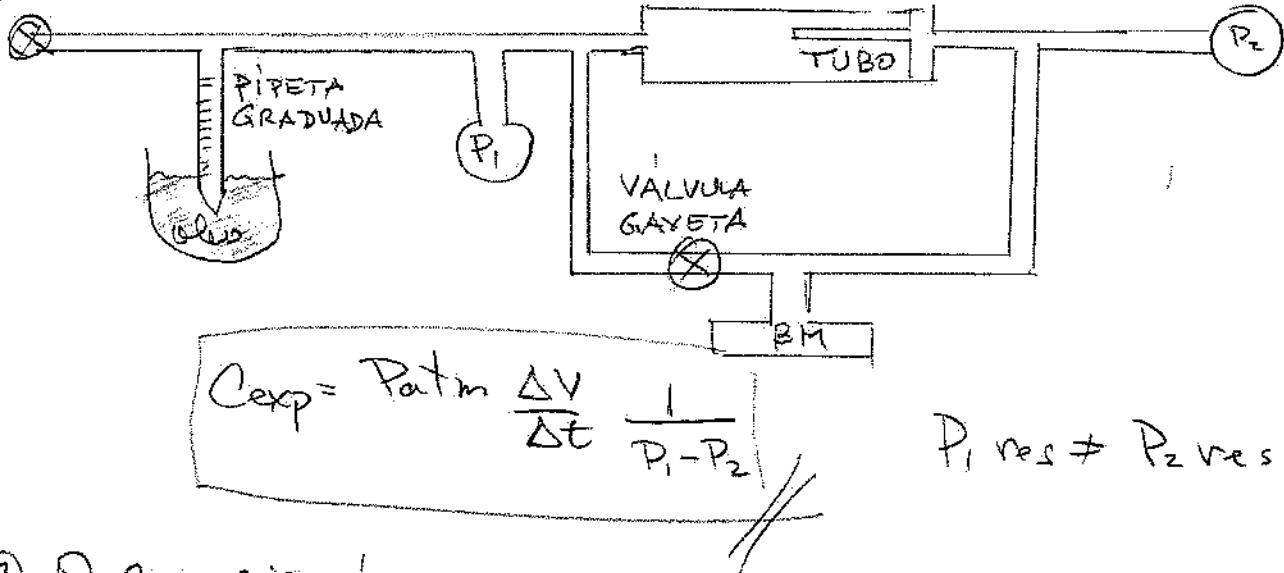
# Medidas de Condutância

## Métodos da Pipeta

$$C_{AB} = \frac{1}{Z_{AB}} = \frac{Q}{P_A - P_B}$$

$$C_{exp} = \frac{PS}{P_A - P_B}$$

Hooke



② O que significa a condutância

$$Q = C \Delta P = C (P_{atm} - P_x) \xrightarrow{\text{pequeno}} = \frac{\Delta V}{\Delta t} P_x$$

$$Q = C P_{atm} = \frac{\Delta V}{\Delta t} P_x$$

$$C = \frac{\Delta V}{\Delta t} \frac{P_x}{P_{atm}} \quad \text{mas } P_x \approx P_{atm}$$

então

$$C \approx \frac{\Delta V}{\Delta t}$$

⑥ Por que o método funciona?

$$\frac{\Delta V}{\Delta t} \approx \frac{10^{-3} l}{700 \text{ Torr s}} \approx 10^{-6} l/s$$

$$10^{-6} l/s \approx 10 \frac{-3 \text{ ml}}{s} \approx 10^{-3} \text{ ml} \times \frac{60}{\text{min}}$$

$$\frac{\Delta V}{\Delta t} \approx 0,1 \text{ ml/min}$$

quantidade  
mensurável

A válvula agulta estrangula os sistemas!

Condutâncias

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Regime viscoso } C_{N_2} = \frac{180 D^4 P}{L} \\ \text{Regime molecular } C_{N_2} = \frac{12 D^3}{L} \end{array} \right.$$

Intermediário

$$C_{int} = C_v + \alpha C_m$$

$$C_{int} = C_m \left( \frac{0,074 D}{\lambda} + 1 \right)$$

$$\alpha = 1 + \frac{1,25 D}{\lambda}$$

$$= \frac{1}{1 + \frac{1,55 D}{\lambda}}$$

$$\lambda = \frac{5 \times 10^{-3}}{P(\text{Torr})} \quad [\text{cm}]$$

# Lista 2 - Ex. 13

(8)

Determine a expressão da condutância de um  
árvore para temperaturas diferentes.

$P_1$		$P_2$
$T_1$		$T_2$

$$T_1 \neq T_2$$

$$Q = P \frac{dY}{dt} = kT \frac{\Delta N}{\Delta t}$$

$$Y = \frac{n^{\circ} \text{ de moléculas}}{\text{área} \times \text{tempo}} = Y = \frac{1}{4} n \bar{v}$$

$$\frac{\Delta N}{\Delta t} \Rightarrow A \quad : \quad Q = kT \Rightarrow A = kT \frac{1}{4} n \bar{v} A \quad \left\{ \begin{array}{l} \bar{v} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}} \\ n = \frac{P}{kT} \end{array} \right.$$

$$Q_T = Q_1 - Q_2$$

$$Q_T = -\sqrt{\frac{k}{2\pi m}} A \left( \sqrt{T_1} P_1 - \sqrt{T_2} P_2 \right)$$

$$Q_T = C \Delta P \quad \Rightarrow \quad Q = C (P_1 - P_2)$$

$$C = A \sqrt{\frac{k}{2\pi m}} \left( \frac{\sqrt{T_1} P_1 - \sqrt{T_2} P_2}{P_1 - P_2} \right)$$

$P_{VAZOR}$

$T_{paredes}$



$P_{sistema}$

$T_{sistema}$

É possível estimar o  
bombreamento de  
superfícies frias

$\Rightarrow$  Envolve a  
probabilidade  
de aderir



AULA 12

Ciência e Tecnologia do Vinho

- 2024 -

Prova P1

- 2024 -

11/10/24

Passar lista de presenças

## Detector de Vazamentos

Apresentação de slides Prof Tadeu (Fatec)

Sensibilidade do detector de vazamentos

$$\boxed{10^{-10} \frac{\text{Torr l}}{\text{s}}}$$

gás teste He (pequenas dimensões e tem muita  
densidade na natureza)

O gás é ionizado por elétrons produzidos por efeito termiônico.

$$qV = \frac{1}{2}mv^2 \quad (1) \quad \text{Campo elétrico}$$

$$qvB = \frac{mv^2}{R} \quad (2) \quad \text{desvio da órbita ao campo magnético}$$

$$\text{de (2)} \quad R = \frac{mv^2}{qvB} \quad \text{mas} \quad \frac{mv^2}{2} = qV \quad \therefore v = \sqrt{\frac{2qV}{m}}$$

$$\text{então} \quad R = \frac{mv}{qB} \rightarrow R = \frac{m}{qB} \sqrt{\frac{2qV}{m}}$$

$$\boxed{\therefore R = \frac{1}{B} \sqrt{\frac{2Vm}{q}}}$$

- {  
 v é a velocidade da partícula  
 R é a curvatura da trajetória  
 m é a massa de He  
 V é o potencial acelerador  
 q é a carga do íon

Através do potencial acelerador  $V$ , obtém-se uma curvatura específica para os íons de He. Utilizam-se fendas colimadoras para elevar os íons de He.

Exercício Qual o menor vazamento que é possível detectar com o "leak detector".

$$Q = 10^{-10} \frac{\text{Torr l}}{\text{s}}$$

$$Q_{\text{He}} = C \Delta P = C (P_{\text{ext}} - P_{\text{int}})$$

$$C \propto \sqrt{\frac{I}{M}} \quad \frac{C_{\text{He}}}{C_{\text{N}_2}} \sim \sqrt{\frac{28}{4}} \sim 2,6$$

$$\text{Se } C_0 = Q D^2 \rightarrow \boxed{C_{\text{He}} = 24 D^2}$$

Considerando  $P_{\text{ext}} = 1000 \text{ Torr}$  (barriador)

$$\text{então } 10^{-10} = C P_{\text{He ext}} \quad C = \frac{10^{-10}}{1000} \Rightarrow C = 10^{-13} \text{ l/s}$$

$$\text{mas } C = 24 D^2, \text{ então } D = \sqrt{\frac{10^{-13}}{24}} \Rightarrow D = 6,5 \times 10^{-8} \text{ cm}$$

$$\text{ou seja } \boxed{D \sim 7 \text{ \AA}}$$

# Métodos Alternativos para Medidas de Ces. ②

## ① Velocidade de bombeamento ( $S$ )

$$Q = \frac{P_1 - P_2}{C} S$$

Em condições estacionárias

$$\left\{ \begin{array}{l} Q = C \Delta P = C (P_1 - P_2) \quad (1) \\ S = \frac{Q}{P_1} = \frac{Q}{P_2} \end{array} \right.$$

$$(2)$$

Substituindo 1 em 2

$$S = \frac{Q}{P_2} = \frac{C (P_1 - P_2)}{P_2} = C \left( \frac{P_1}{P_2} - 1 \right)$$

Se a condutância for conhecida, então determina-se  $S$

No regime molecular  $C$  é constante

Se  $S \gg C$        $P_2 \ll P_1$     então

$$S = C \frac{P_1}{P_2}$$

Medida de  $S$  pela variação do fluxo de massa

(Q)

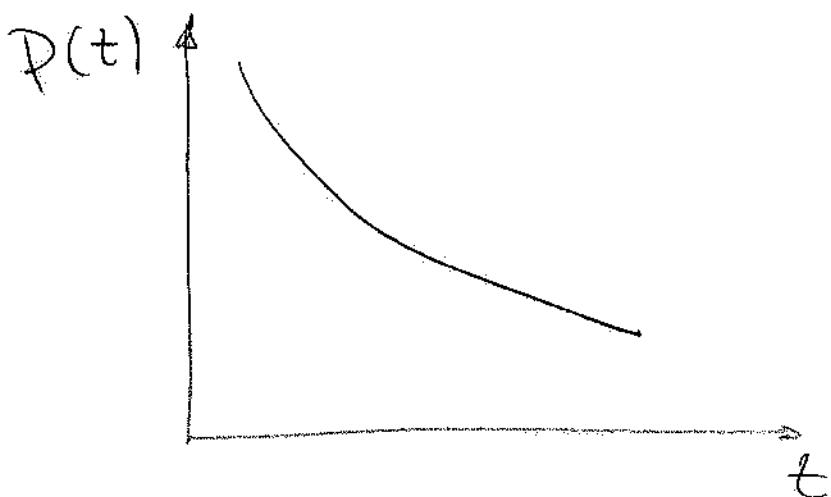
Equação geral 
$$-\nabla \frac{dP}{dt} = PS - \sum_i Q_i$$

$$P_{res} = \frac{\sum_i Q_i}{S} \quad \text{então} \quad \sum_i Q_i = S P_{res}$$

logo 
$$-\nabla \frac{dP}{dt} = PS - P_{res} S$$

$$-\nabla \frac{dP}{dt} = (P - P_{res}) S$$

logo 
$$S = \left( -\frac{\nabla}{P - P_{res}} \right) \frac{dP}{dt}$$



③ Medida de  $S$  conhecendo-se  $P(t)$

(3)

$$P = P_0 e^{-\frac{S}{V} t} + P_{res}$$

Para  $P_{res} \ll P$

então  $P = \frac{P_0}{e} = P_0 e^{-\frac{S}{V} t}$

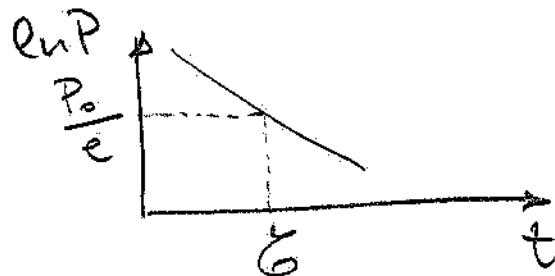
$$e^{-1} = \frac{P_0}{P_0} e^{-\frac{S}{V} t} \Rightarrow e = e^{\frac{S}{V} t}$$

$$\ln e = \ln e^{\frac{S}{V} t} \Rightarrow 1 = \frac{S}{V} t$$

$$t = \frac{V}{S} \Rightarrow \boxed{\mathcal{E} = \frac{V}{S}}$$

tempo de bombeamento  
característico do sistema

$\mathcal{E}$  é a constante de bombeamento



$$\boxed{e = 2,71828}$$

$$T_{1/2} = \mathcal{E} \ln 2$$

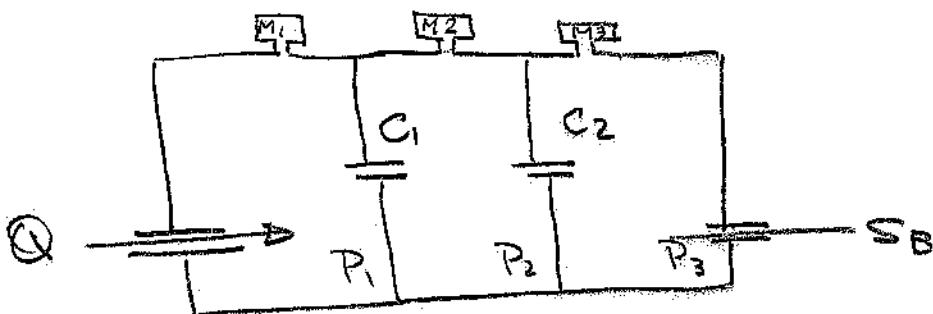
$$P = P_0 e^{-t/\mathcal{E}} \quad P = \frac{P_0}{2} ? \Rightarrow \frac{P_0}{2} = P_0 e^{-t'/\mathcal{E}}$$

$$\ln \frac{1}{2} = \ln e^{-t'/\mathcal{E}} \quad \ln 2 = t'/\mathcal{E}$$

$$\boxed{t' = T_{1/2} = \mathcal{E} \ln 2}$$

$$\boxed{\ln 2 = 0,69}$$

#### ④ Medida da Condutância



$$Q = C_1 (P_1 - P_2)$$

$$Q = C_2 (P_2 - P_3)$$

Para  $C_2$  conhecida

$$Q = C_1 (P_1 - P_2) = C_2 (P_2 - P_3)$$

$$C_2 = \frac{C_1 (P_1 - P_2)}{P_2 - P_3} \quad \text{ou} \quad C_1 = C_2 \frac{(P_2 - P_3)}{P_1 - P_2}$$

$$\text{Se } S \gg C \longrightarrow P_3 \ll P_2$$

$$\therefore C_1 = \frac{C_2 P_2}{P_1 - P_2} \Rightarrow C_1 = \boxed{\frac{C_2}{\frac{P_1 - P_2}{P_2}}}$$

$$\text{Para } C_2 \gg C_1 \longrightarrow P_2 \ll P_1$$

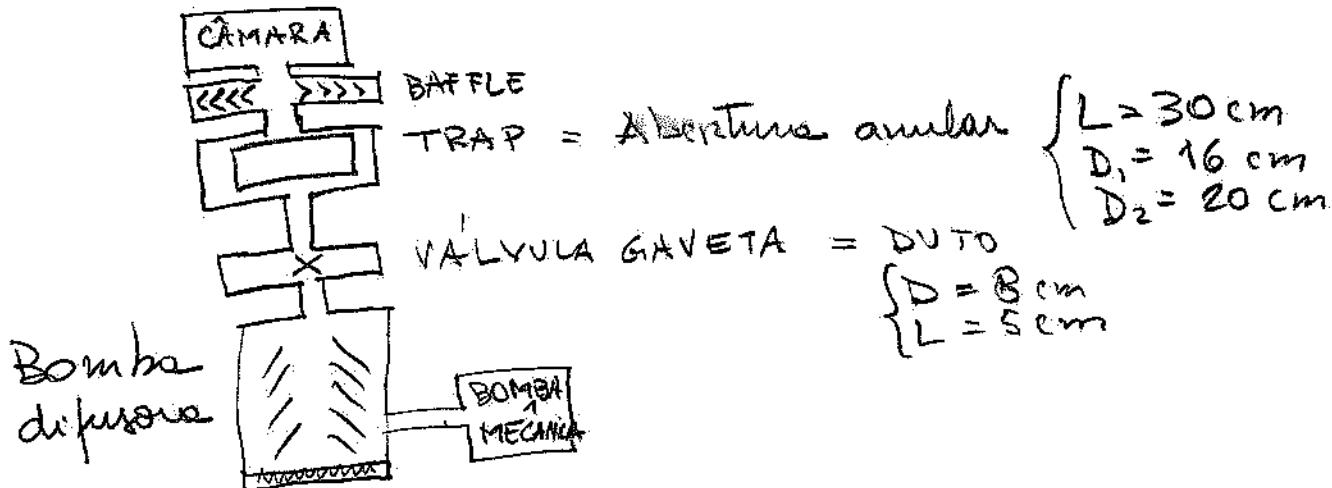
Neste caso

$$\boxed{C_1 = \frac{P_2}{P_1} C_2}$$

## Exercício 20 - lista 3

(4)

Bomba difusora  $D = 3'' \approx 7,5 \text{ cm}$



① Calcule: Sef da BD na boca do sistema sem  $N_2$

$$S_{BD} \approx 50\% C_o = 50\% QD^2 \quad \text{Condutância de um orifício}$$

$$C_{BD} = 4,5 (7,5)^2 = 253 \text{ l/s}$$

3 impedâncias em série Valvula + TRAP + BAFFLE

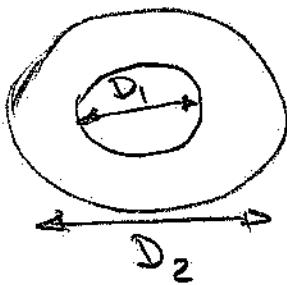
$$C_{VALVULA} = \frac{12 D^3}{L} \quad \left. \begin{array}{l} L = 5 \text{ cm} \\ D = 8 \text{ cm} \end{array} \right.$$

$$C_{VALVULA} = \frac{12 (8)^3}{5} \approx 1228 \text{ l/s}$$

$$C_{baffle} = 500 \text{ l/s}$$

$$C_{armadilha} = ?$$

$$Sef = ?$$



$$\left\{ \begin{array}{l} D_1 = 16 \text{ cm} \\ D_2 = 20 \text{ cm} \\ L = 30 \text{ cm} \end{array} \right.$$

$$C = q (D_2^2 - D_1^2)$$

$$C = q (20^2 - 16^2) = 1296 \text{ l/s} \quad \text{abertura anular}$$

$$C_{\text{duto anular}} = \frac{12}{L} (D_2^3 - D_1^3) \left( 1 - \frac{D_1}{D_2} \right)$$

$$C_{\text{duto anular}} = \frac{12}{30} (20^3 - 16^3) \left( 1 - \frac{16}{20} \right) = 312 \text{ l/s}$$

Calculo da condutância

$$\frac{1}{C_{\text{total}}} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{C_i} \Rightarrow \text{Valvula + baffle + abertura anular + duto anular.}$$

$$\frac{1}{C_{\text{total}}} = \frac{1}{1220} + \frac{1}{500} + \frac{1}{1296} + \frac{1}{312}$$

$$C = 147 \text{ l/s}$$

OBS: SEM H<sub>2</sub> líquido

$$\text{Seftivo} = \frac{S_b \times C}{S_b + C} = \frac{253 \times 147}{253 + 147} = 93 \text{ l/s}$$

⑥ Calcule  $S_{ef}$  na base do sistema com a inclusão de  $N_2$  liberado na armadilhe.

⑤

$$C \propto \sqrt{T}$$

$$\frac{C_{293}}{C_{77}} = \frac{\sqrt{293}}{\sqrt{77}} \approx 1,95 \text{ ou seja } \frac{\sqrt{77}}{\sqrt{293}} \approx 0,51$$

A condutância cai pela metade.

$$\text{abertura anular} \quad 1296 \text{ l/s} \longrightarrow 661 \text{ l/s}$$

$$\text{tubo anular} \quad 312 \text{ l/s} \longrightarrow 159 \text{ l/s}$$

então:

$$\frac{1}{C_{\text{TOTAL}}} = \sum_{i=1}^{n+1} \frac{1}{C_i} = \frac{1}{1220} + \frac{1}{500} + \frac{1}{661} + \frac{1}{159}$$

$$C_{\text{TOTAL}} = 94 \text{ l/s}$$

$$S_{ef} = \frac{S_b C_T}{C_T + S_b} = \frac{253 \times 94}{94 + 253} = \underline{\underline{68 \text{ l/s}}}$$

Neste cálculo foi admitida a conservação do throughput

Resultados: A eficiência da bomba difusora diminui !!

③ Aplicado a uma câmara de  $D = 30\text{ cm}$

com pressão de operação  $P = 10^{-6}\text{ Torr}$ , qual pode ser a máxima taxa de desgasificação ( $q$ ) dessa câmara para se manter essa pressão?

$$Q = PS = 10^{-6}(\text{Torr}) \times 6,8(\text{ls})$$

$$\therefore Q = 6,8 \times 10^{-5} \frac{\text{Torr l}}{\text{s}}$$

$$D = 30\text{ cm} \quad A = \pi R^2 = 2826\text{ cm}^2$$

$$q = \frac{Q}{A} \quad q = \frac{6,8 \times 10^{-5}}{2826} \frac{\text{Torr l}}{\text{s cm}^2}$$

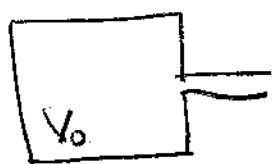
$$\therefore \boxed{q = 2,5 \times 10^{-8} \frac{\text{Torr l}}{\text{s cm}^2}}$$

## Exercício 25 lista 2 (modificado)

(6)

Qual a massa de gás retirado de um sistema de vácuo?

Considere uma câmara com volume 1 l e uma pressão de 700 Torr.



$$Q = PS = -V \frac{dP}{dt} = kT \frac{dN}{dt}$$

Regime viscoso 700 Torr até 1 Torr

$\Delta t \approx 5$  segundos na bomba 2 (entimodo)

$$\frac{\Delta P}{\Delta t} = \frac{700 - 1}{5} = 140 \text{ Torr/s}$$

$$Q = V \frac{dP}{dt} = 1 (140) = 140 \frac{\text{Torr l}}{\text{s}}$$

$$\text{Se } k = 10^{-22} \frac{\text{Torr l}}{\text{K}}$$

$T = 300 \text{ K}$ , então:

$$\frac{\Delta N}{\Delta t} = V \frac{dP}{dt} \frac{1}{kT} ; \quad n = \frac{N}{V} = \frac{P}{kT}$$

$$\frac{\Delta N}{\Delta t} = 1 (140) \frac{1}{10^{-22} \cdot 300} \sim 5 \times 10^{21} \text{ moléculas/s}$$

MASSA DA  
MOLÉCULA  $N_2 = 53,1 \times 10^{-24} \text{ g}$

$$\frac{\Delta N}{\Delta t} m = 5 \times 10^{21} \times 53,1 \times 10^{-24} = 0,3 \text{ g/s}$$

em  $\Delta t = 5 \text{ seg}$   $m_{\text{total}} \approx 1,5 \text{ g}$

Neste intervalo de tempo, qual a velocidade de bombeamento?

$$Q = PS \quad \bar{P} = 350 \text{ Torr}$$

$$S = \frac{140}{350} \cdot \frac{\frac{\text{Torr l}}{\text{s}}}{\text{Torr}} = 0,4 \text{ l/s}$$

Outras unidades.

$$S = 25 \text{ l/min} \text{ ou } S = 1,5 \frac{\text{m}^3}{\text{h}}$$

## Exercícios 2 - lista 3

(7)

A partir de qual livre caminho médio ( $\lambda$ ) pode ser considerado regime molecular?

- Considere
- Câmaras efêice  $D = 30 \text{ cm}$
  - tubo de  $2''$  ( $5 \text{ cm}$ )

Definição do regime depende do número de Knudsen

$$N_K = \frac{\lambda}{D}$$

$$\lambda = \frac{5 \times 10^{-3}}{P} \text{ [cm]} \quad P \text{ (Torr)}$$

- Regime molecular  $D P \leq 10^{-2}$  Torr cm

substituindo  $D \frac{5 \times 10^{-3}}{\lambda} \leq 10^{-2}$

$$\frac{D}{\lambda} \leq \frac{10^{-2}}{5 \times 10^{-3}}$$

$$\lambda = 5 \times 10^{-1} (D)$$

$D$  é a dimensão  
do sistema

a) Para  $D = 30 \text{ cm}$

$$\lambda = 5 \times 10^{-1} \times 30 \quad \therefore \boxed{\lambda \geq 15 \text{ cm}}$$

b) Para tubo de  $\phi = 5 \text{ cm}$

$$\lambda = 5 \times 10^{-1} \times 5$$

$$\boxed{\lambda \geq 2,5 \text{ cm}}$$

### Exercícios 3, lista 3

A partir de qual pressão pode ser considerado regime molecular?

$$DP \leq 10^{-2} \text{ Torr cm} \implies P \leq \frac{10^{-2}}{D} \text{ Torr}$$

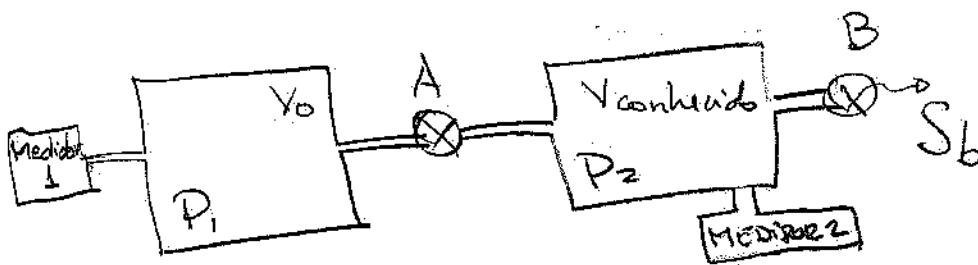
a)  $D = 30 \text{ cm}$

$$P \leq 3 \times 10^{-4} \text{ Torr}$$

b)  $D = 5 \text{ cm}$

$$P \leq 2 \times 10^{-3} \text{ Torr}$$

## Exercícios 23 - lista 2



Determinar volume  $V_0$

Temperaturas iguais

$$PV = NkT$$

$$P_1 V_0 + P_2 V = P_{final} (V_0 + V)$$

ETAPAS

- ① Bombreamento em  $V_{conhecido}$
- ② Válvula B fechada
- ③ Válvula A aberta

O número de moléculas é mantido

$$(P_1 - P_{final}) V_0 = (P_{final} - P_2) V$$

então

$$V_0 = \frac{(P_{final} - P) V}{P_1 - P_{final}}$$



### Lista 3 - Exercício 13

9

Avalie o erro cometido se houver vazamento de  $10^{-4} \text{ cm}^3 \text{ alim}$  do throughput injetado no método de pipete.

O método permite saber quanto se está injetando no sistema.

Dados:  $\left\{ \begin{array}{l} D = 1 \mu\text{m} = 10^{-3} \text{ mm} = 10^{-4} \text{ cm} \\ P_s = 3 \times 10^{-4} \text{ Torr} \\ S = 45 \text{ l/s} \end{array} \right.$

Sem vazamento

$$Q = PS = P_0 \frac{\Delta V}{\Delta t} \quad (1) \quad \text{única fonte de gás.}$$

com vazamento

$$PS = P_0 \frac{\Delta V}{\Delta t} + Q_{VAZAMENTO}$$

$$PS_v = P_0 \frac{\Delta V}{\Delta t} + C(P_{atm} - P_s) \xrightarrow{\text{pequeno}}$$

$$PS_v = P_0 \frac{\Delta V}{\Delta t} + CP_{atm} \quad (2)$$

Subtraindo (2) por (1)

$$\cancel{PS_v - PS = P_0 \frac{\Delta V}{\Delta t} + CP_{atm} - P_0 \frac{\Delta V}{\Delta t}}$$

$$P(S_v - S) = CP_{atm} \Rightarrow \left| \frac{100 \cdot \frac{S_v - S}{S}}{PS} = \frac{CP_{atm}}{PS} \times 100 \right|$$

Para um vazamento de  $10^{-4} \text{ cm}^3$

$$C = 9D^2 \text{ (regime molecular)}$$

Para o regime viscoso  $P_2 < 0,1 P_1$

$$C = 20A = 20 \frac{\pi D^2}{4} \sim 15D^2$$

(a) Então:

$$100 \left( \frac{S_v - S}{S} \right) = \left( \frac{9(10^{-4})^2 700}{3 \times 10^{-4} (45)} \right) \times 100 \sim 0,5\%$$

(b) Para uma pressão menor  $10^{-5}$  Torr, sem:

$$100 \left( \frac{S_v - S}{S} \right) = \left( \frac{9(10^{-4})^2 700}{10^{-5} 45} \right) \times 100 \approx 0,14$$

∴ Diferença de 14%

---

---

-2024-

Lista de presença  
distribuirá lista 4

- Cálculo de condutâncias } ARMAZÉM  
COTOVÉOS
- Sistemas de Vácuo

Fontes de gases

- } Permeação  
Difusão de gases  
Evaporação / vaporização  
Desorção térmica  
Adsorção química  
Surfícias reais

Cálculo de condutâncias

Dushman

$$Z_{\text{total}} = Z_0 + Z_{\text{tubo}}$$

$$\frac{1}{C_T} = \frac{1}{C_0} + \frac{1}{C_T}$$

$$C_0 = 9D^2 \quad N_2, 300K$$

$$C_T = \frac{12D^3}{L} \quad \text{Regime molecular}$$

Tubos curtos

$$\frac{1}{C_T} = \frac{1}{9D^2} + \frac{1}{\frac{12D^3}{L}} \Rightarrow$$

$$\frac{\frac{12D^3}{L} + 9D^2}{\left(\frac{12D^3}{L}\right) 9D^2}$$

$$C_T = \frac{12D^3}{L} \left[ \frac{9D^2}{9D^2 + \frac{12D^3}{L}} \right]$$

dividindo por  $3D^2$

$$C_T = \frac{12D^3}{L} \left[ \frac{3}{3 + \frac{4D}{L}} \right]$$

$$C_T = \frac{12D^3}{L} \left[ \frac{1}{1 + \frac{4D}{\frac{3}{3}L}} \right]$$

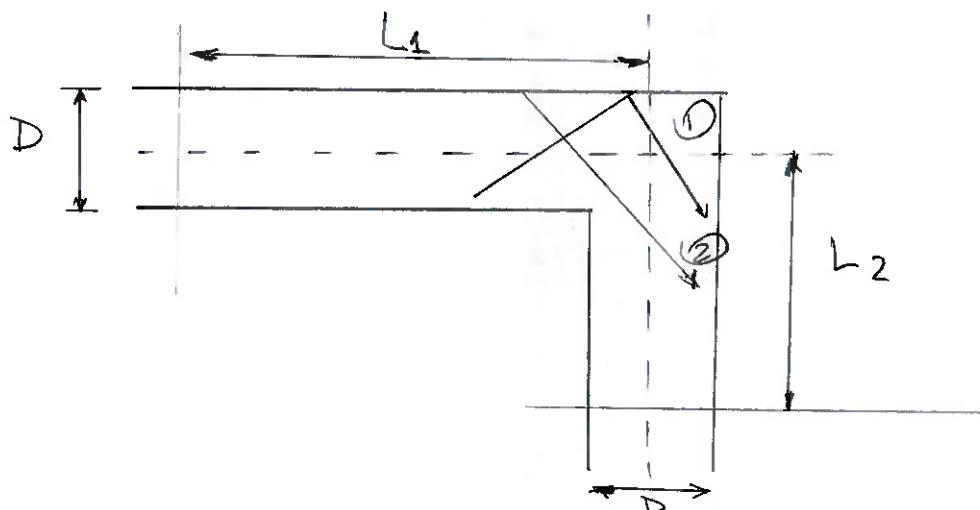
$$C_T = C_{tubo} \left[ \frac{1}{\frac{4D}{3L} + 1} \right]$$

$$C_T = \frac{12D^3}{L} \left[ \frac{1}{\frac{4D}{3L} + 1} \right] = \frac{12D^3}{L + \frac{4}{3}D}$$

$\therefore \boxed{C_{T(60)} = \frac{12D^3}{L + \frac{4}{3}D}}$

(2)

## CÁLCULO DA CONDUTÂNCIA DE COTOVELOS



DUAS TRAJETÓRIAS POSSÍVEIS

TRAJETÓRIA 1

$$C = \frac{12D^3}{L_1 + L_2 + \frac{4}{3}D}$$

$$\boxed{L = L_1 + L_2}$$

TRAJETÓRIA 2

NÃO PERCEBE O COTOVelo

$$C = \frac{12D^3}{L_1 + L_2}$$

O cotovelo pode ser aproximado por um tubo de diâmetro  $D$  e comprimento:

$$L_1 + L_2 < L_{\text{cotovel}} < L_1 + L_2 + \frac{4}{3}D$$

$$L_{\text{cotovel}} = L_1 + L_2 + \frac{4}{3} \frac{\Theta}{\pi} D$$

A. Roth pag 91



# CÁLCULO DE ARMADILHAS

(3)

Proteção dos sistemas de Vácuo

Velocidade de bombardeamento da armadilha

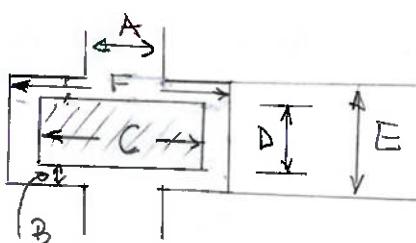
$$| S \approx 15A \text{ [cm/s]} |$$

coeficiente de adesão  
é 1,0

depois entra em  
equilíbrio

Armadilha: sucessões de dispositivos em paralelo e séries.

EXEMPLO



$$A = 10 \text{ cm}$$

$$B = 4 \text{ cm}$$

$$C = 13 \text{ cm}$$

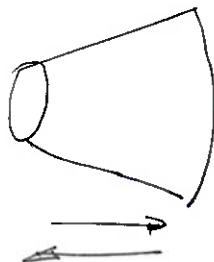
$$D = 25 \text{ cm}$$

$$E = 33 \text{ cm}$$

$$F = 20 \text{ cm}$$

A molécula deve encontrar o orifício amador

A molécula deve ter uma trajetória radial



Mesma impedância  
Não importa o caminho

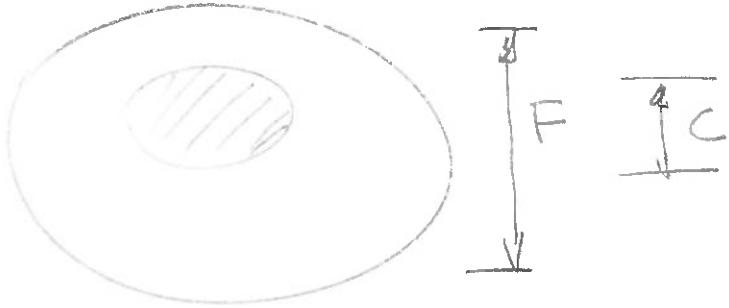
① Primeiro trecho



$$C = K \frac{4}{3} \frac{\overline{\phi}}{\int_0^L \frac{P(r) dr}{A^2}}$$

$$P(r) = 2\pi r$$

$$A(r) = 2\pi r L$$



$$C = \kappa \frac{4}{3} \bar{\omega} \frac{1}{\int_{R_1}^{R_2} \frac{2\pi r dr}{(2\pi r L)^2}} = \kappa \frac{4}{3} \bar{\omega} \frac{1}{\int_{R_1}^{R_2} \frac{dr}{2\pi r L^2}}$$

Substituindo  $\kappa = 1$ , tem:

$$C = \frac{4}{3} \bar{\omega} \frac{2\pi L^2}{\int_{R_1}^{R_2} \frac{dr}{r}} = \frac{4}{3} \bar{\omega} \frac{2\pi L^2}{\ln \frac{R_2}{R_1}} \quad \left. \begin{array}{l} L = 4 \text{ cm} \\ R_1 = 5 \text{ cm} \\ R_2 = 6,5 \text{ cm} \end{array} \right\}$$

$$C \approx 24000 \text{ l/s}$$

$$\textcircled{2} \quad C_{\text{tubo}} = \frac{12 D^3}{L} = \frac{12(20)^3}{4} = 24000 \text{ l/s}$$

Saindo dessa região a molécula deve encontrar o orifício anular

$$\textcircled{3} \quad C = q(D_2^2 - D_1^2) = q(20^2 - 13^2)$$

$$C \approx 2080 \text{ l/s}$$

(4)

## 4 - Duto Circular

$$C = \frac{12}{L} (D_2^3 - D_1^3) \left( 1 - \frac{D_1}{D_2} \right)$$

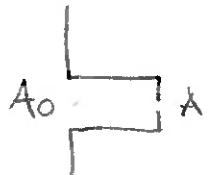
$$C = \frac{12}{25} (20^3 - 13^3) \left( 1 - \frac{13}{20} \right) \approx 975 \text{ l/s}$$

(5) Depois as moléculas devem fazer o caminho inverso aos caminhos percorridos na parte superior da armadilha

## (6) abertura circular

$$C = qD^2 = q(10)^2 = 900 \text{ l/s}$$

Condutância de um diafragma



$$C_{ef} = qD^2 \frac{D_o^2}{D_o^2 - D^2}$$

Devemos aplicar esse conceito porque as moléculas estão vindo de uma região com as mesmas dimensões do orifício

A conceito  $\frac{D_o^2}{D_o^2 - D^2}$  aumenta a condutância

$$C = qD^2 \left( \frac{D_o^2}{D_o^2 - D^2} \right) \Rightarrow qD^2 \left( \frac{20^2}{20^2 - 10^2} \right) = 1200 \text{ l/s}$$

$C = 1200 \text{ l/s}$

Colocando todos os condutâncias em série

$$\boxed{\frac{1}{C_T} = \sum_{i=1}^N \frac{1}{C_i}}$$

$$C_T = \frac{1}{24000} + \frac{1}{2080} + \frac{1}{975} + \frac{1}{24000} + \frac{1}{1200}$$

$$\boxed{C_T \approx 400 \text{ l/s}}$$

Considerando o sistema bombeado por uma bomba difusora de 4"

$$S_b = 50\% \cdot 90^2 = 460 \text{ l/s}$$

$$S_{ef} = \frac{S_b C}{C + S_b} = \frac{460 \times 400}{460 + 400} \Rightarrow \boxed{S_{ef} = 214 \text{ l/s}}$$

com  $N_2$  líquido

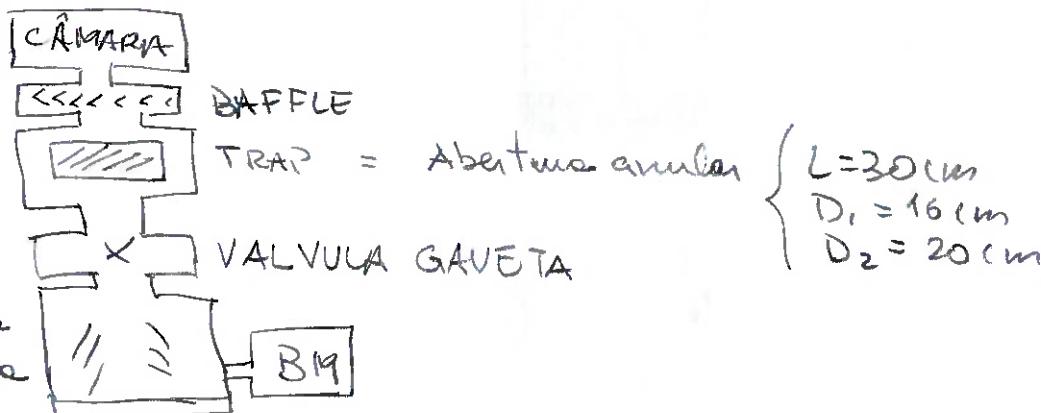
$$C_{77K} = C_{293} \times \sqrt{\frac{77}{293}} \approx 400 \sqrt{\frac{77}{293}} \approx 205 \text{ l/s}$$

$$S_{ef} = \frac{460 \cdot 205}{460 + 205}$$

$$\therefore \boxed{S_{ef} = 142 \text{ l/s}}$$

# Exercício 20 - lista 3

Bomba difusora  $D = 3'' \approx 7,5\text{cm}$



(2) Calcule: Sef da BD na boca do sistema sem  $N_2$

$$S_{BD} \approx 50\% C_0 = 4,5 D^2 \quad \text{condutância do orifício}$$

$$S_{BD} \approx 4,5(7,5)^2 = 253 \text{ l/s}$$

3 impedâncias em série

Válvula + trap + baffle

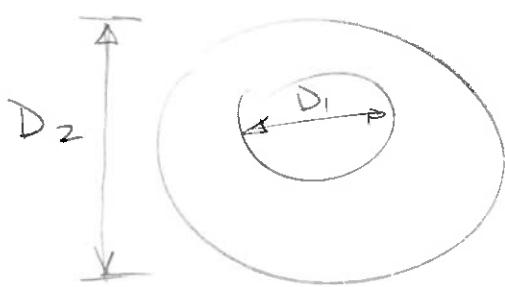
$$C_{VALVULA} = \frac{12D^3}{L} \quad \left. \begin{array}{l} L = 5\text{cm} \\ D = 8\text{cm} \end{array} \right\}$$

$$C_{VALVULA} = \frac{12(8)^3}{5} \approx 1228 \text{ l/s}$$

$$C_{BAFFLE} = 500 \text{ l/s}$$

$$C_{anodílico} = ?$$

$$\boxed{\underline{Sef = ?}}$$



$$\left\{ \begin{array}{l} D_1 = 16 \text{ cm} \\ D_2 = 20 \text{ cm} \\ L = 30 \text{ cm} \end{array} \right.$$

$$C = q (D_2^2 - D_1^2)$$

$$C = q (20^2 - 16^2) = 1296 \text{ l/s} \quad \text{abertura anular}$$

$$C_{\text{dutos anulares}} = \frac{12}{L} (D_2^3 - D_1^3) \left(1 - \frac{D_1}{D_2}\right)$$

$$C_{\text{dutos anulares}} = \frac{12}{30} (20^3 - 16^3) \left(1 - \frac{16}{20}\right) = 312 \text{ l/s}$$

$$\frac{1}{C_{\text{total}}} = \sum_{i=1}^N \frac{1}{C_i} = \text{Válvula + baffle + abertura anular + dutos anulares}$$

$$\frac{1}{C_{\text{total}}} = \frac{1}{1228} + \frac{1}{500} + \frac{1}{1296} + \frac{1}{312}$$

$$\boxed{C = 147 \text{ l/s}}$$

sem nitrogênio  
líquido

$$S_{\text{ef}} = \frac{S_b \times C}{S_b + C} = \frac{253 \times 147}{147 + 253} = 93 \text{ l/s}$$

(6)

⑥ Calcule  $S_{ef}$  na base do sistema com N<sub>2</sub> líquido

O N<sub>2</sub> líquido atua apenas na armadilha

$$C \propto \sqrt{F}$$

$$\frac{C_{293}}{C_{77}} = \frac{\sqrt{293}}{\sqrt{77}} \approx 1,95$$

$$\frac{C_{77}}{C_{293}} \approx 0,5$$

Ou seja a condutância cai pela metade

abertura anular 1296 l/s → 661 l/s

tubo anular 312 l/s → 159 l/s

Então:

$$\frac{1}{C_{TOTAL}} = \sum_i \frac{1}{C_i} = \frac{1}{1228} + \frac{1}{500} + \frac{1}{661} + \frac{1}{159}$$

$$\boxed{C_T = 94 \text{ l/s}}$$

$$S_{ef} = \frac{S_b C}{C + S_b} = \frac{253 \times 94}{94 + 253} \rightarrow$$

$$\boxed{S_{ef} = 68 \text{ l/s}}$$

Admitimos a conservação do throughput

⇒ A eficiência da Bomba Difusora diminui

c) Aplicado a uma câmara de  $D = 30\text{ cm}$  com período de operações  $T = 10^{-6}\text{ Torr}$ , qual pode ser a máxima taxa de desgaseificação dessa câmara para se manter esse pressão em  $10^{-6}\text{ Torr}$ ?

$$Q = PS = 10^{-6} \times 68$$

$$\therefore Q = 6,8 \times 10^{-5} \frac{\text{Torr l}}{\text{s}}$$

$$D = 30\text{ cm} \quad A = 4\pi R^2 = 2826\text{ cm}^2$$

$$q = \frac{Q}{A} \quad q = \frac{6,8 \times 10^{-5}}{2826} \frac{\text{Torr l}}{\text{cm}^2 \text{s}}$$

$$\therefore \boxed{q = 2,5 \times 10^{-8} \frac{\text{Torr l}}{\text{s cm}^2}}$$

Como estimar as pressões de um sistema de vãos?

(7)

Pela conservação do throughput, temos:

$$Q = \text{Sef } P_{\text{medidor}} = S_b P_{\text{sistema}} = C \Delta P$$

$$Q = C (P_{\text{medidor}} - P_{\text{sistema}}), \text{ então}$$

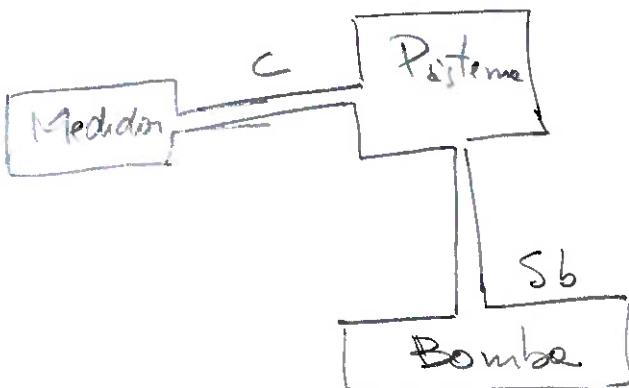
$$S_b P_{\text{sistema}} = C P_{\text{medidor}} - C P_{\text{sistema}}$$

$$(S_b + C) P_{\text{sistema}} = C P_{\text{medidor}}$$

$$P_{\text{sistema}} = \frac{C P_{\text{medidor}}}{S_b + C}$$

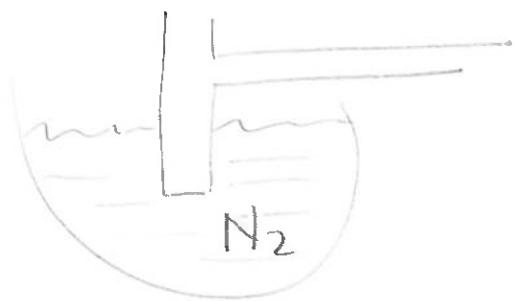
Se  $S_b \gg C$  então

$$\boxed{P_{\text{sistema}} = \frac{C}{S_b} P_{\text{medidor}}}$$



## Exemplos de armadillas

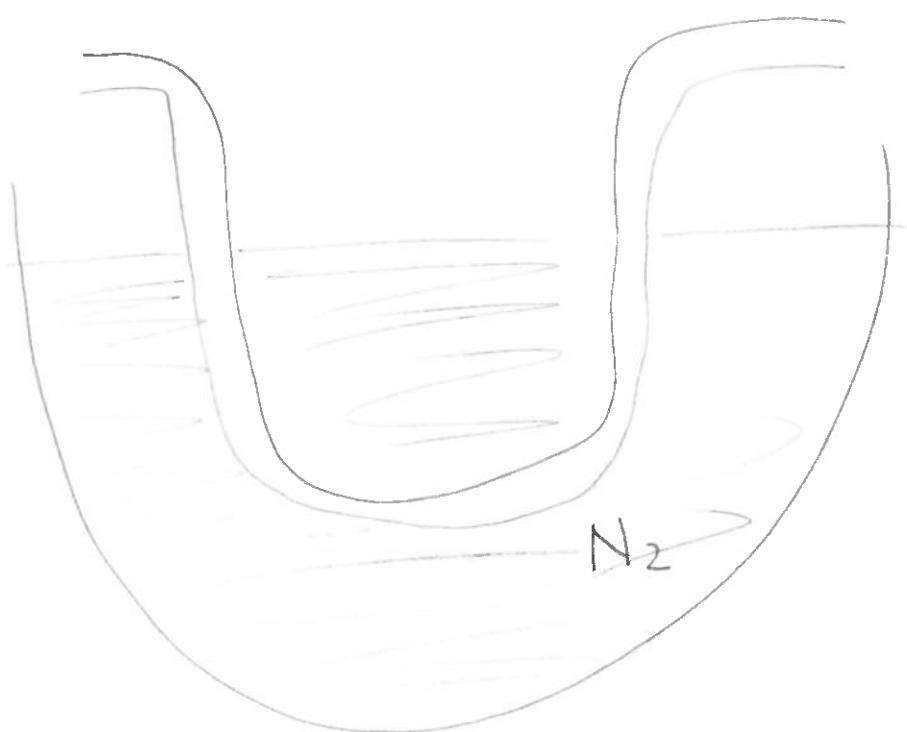
①



②

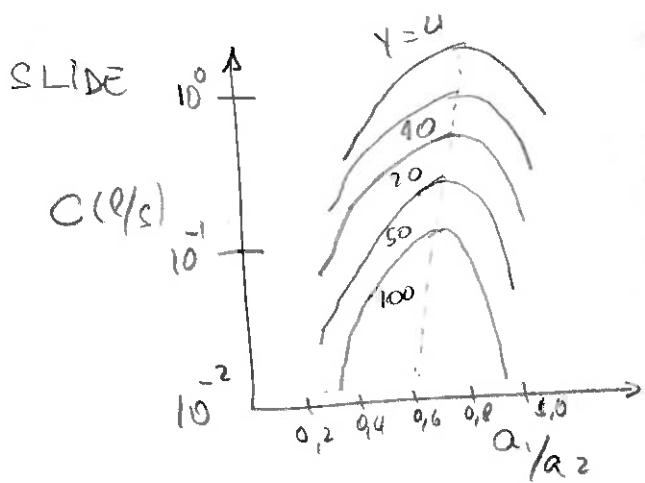


③



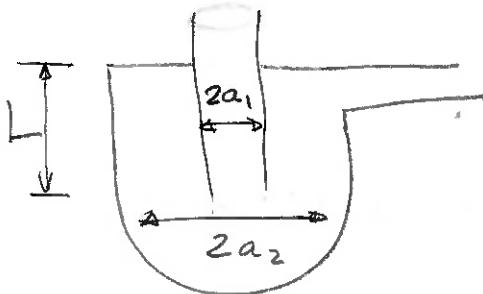
(8)

Como dimensionar uma armadilha de N<sub>2</sub> líquido



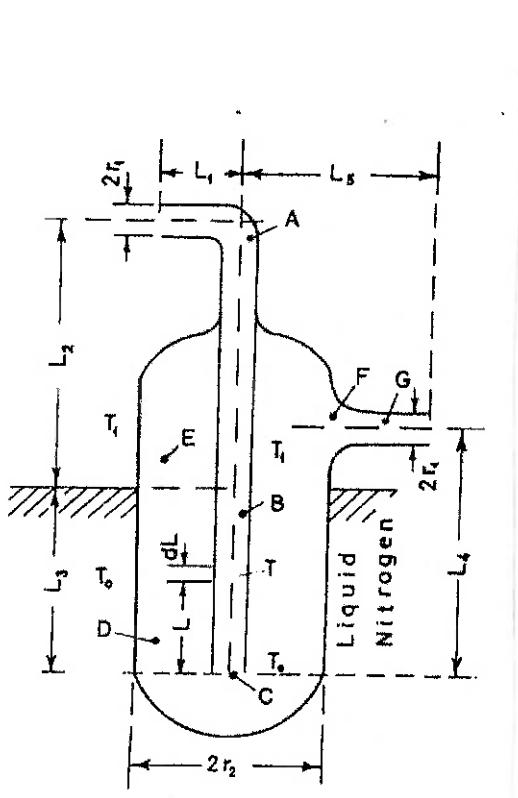
Both pag 92

$$C(l/s) \quad a_2(cm) \quad Y = \frac{L}{a_2}$$



Qual a condutância se o trap não estiver totalmente preenchido?

slide



Parte	descrição	temperatura
A	côncavo	T <sub>1</sub>
B	tubo	T(L)
C	descarga	T <sub>2</sub>
D	tubo anular	T <sub>3</sub>
E	tubo anular	T <sub>1</sub>
F	abertura	T <sub>1</sub>
G	tubo de saída	T <sub>1</sub>

A temperatura do tubo interno deve diminuir linearmente desde  $T_1$  no nível do  $N_2$  líquido até  $T_0$  no final do tubo interno

$$T = T_0 + (T_1 - T_0) \frac{L}{L_3}$$

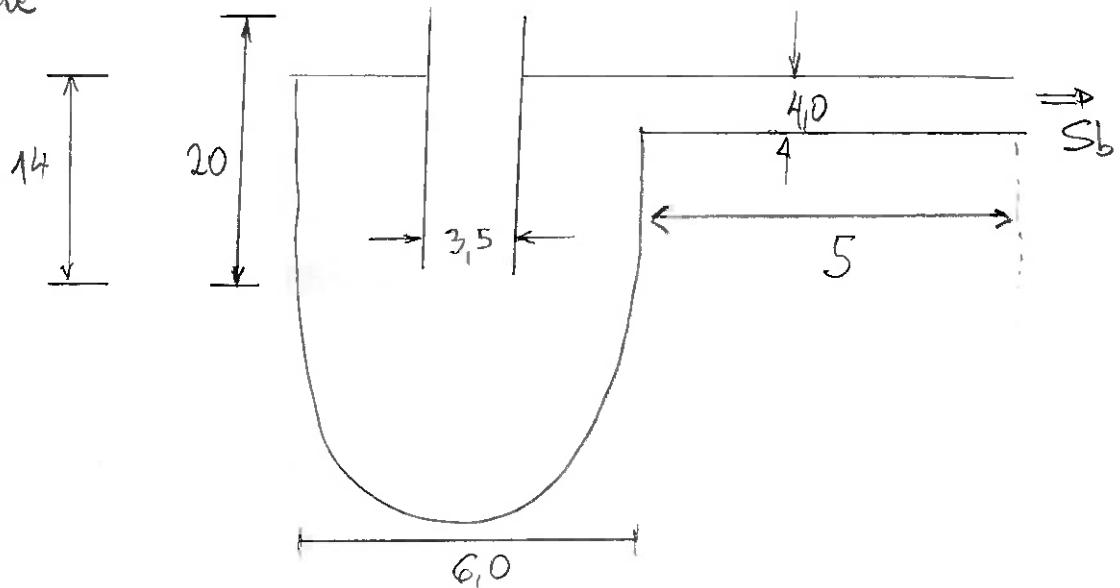
$$T = T_0 + gL \quad \text{onde } g = \frac{T_1 - T_0}{L_3}$$

Na parede externa a temperatura é  $T_0$  para  $L \leq L_3$  e  $T_1$  para  $L > L_3$

Para o cálculo das condutâncias, devem ser consideradas as condutâncias diferentes em função da temperatura

(9)

Mostre slide



① Duto da base da armadilha

Regime molecular  $C = \frac{12D^3}{L}$

$$C_1 = \frac{12(3,5)^3}{20} \approx 26 \text{ l/s}$$

$$C_2 = 9(D_2^2 - D_1^2) = 9(6^2 - 3,5^2) \approx 213 \text{ l/s}$$

A molécula  
não deve  
voltar ao tubo  
de entrada

$$\underset{\substack{\text{duto} \\ \text{anular}}}{C_3} = \frac{12}{L} (D_2^3 - D_1^3) \left(1 - \frac{D_1}{D_2}\right) = \frac{12}{14} (6^3 - 3,5^3) \left(1 - \frac{3,5}{6,0}\right) \approx 62 \text{ l/s}$$

$$\underset{\substack{\text{orifício de} \\ \text{saída}}}{C_4} = 9D^2 = 9(4)^2 = 144 \text{ l/s}$$

$$\underset{\substack{\text{duto de} \\ \text{saída}}}{C_5} = \frac{12D^3}{L} = 12 \frac{4^3}{5} = 154 \text{ l/s}$$

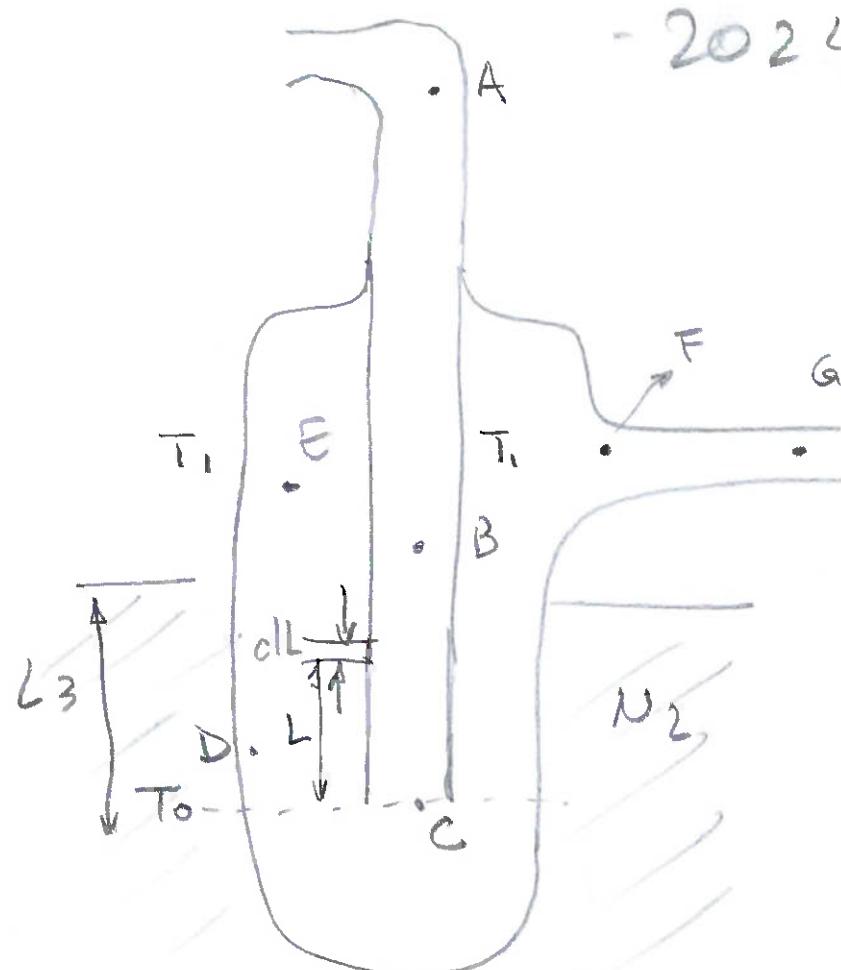
$$C_T^{-1} = \sum_{i=1}^N \frac{1}{C_i}$$

$$\frac{1}{C_T} = \frac{1}{26} + \frac{1}{213} + \frac{1}{62} + \frac{1}{144} + \frac{1}{154}$$

$$C_T = 14 \text{ l/s}$$



- 2024 -



		temp
A	cotovelo	$T_1$
B	tubo	$\overline{T}(L)$
C	diaphragma	$T_0$
D	tubo anular	$T_0$
E	tubo anular	$T_1$
F	abertura	$T_1$
G	tubo de saída	$T_1$

A temperatura do tubo interno deve diminuir linearmente desde  $T_1$ , no nível de N<sub>2</sub> líquido, até  $T_0$  na base do tubo interno

$$\overline{T} = T_0 + \frac{(T_1 - T_0) L}{L_3}$$



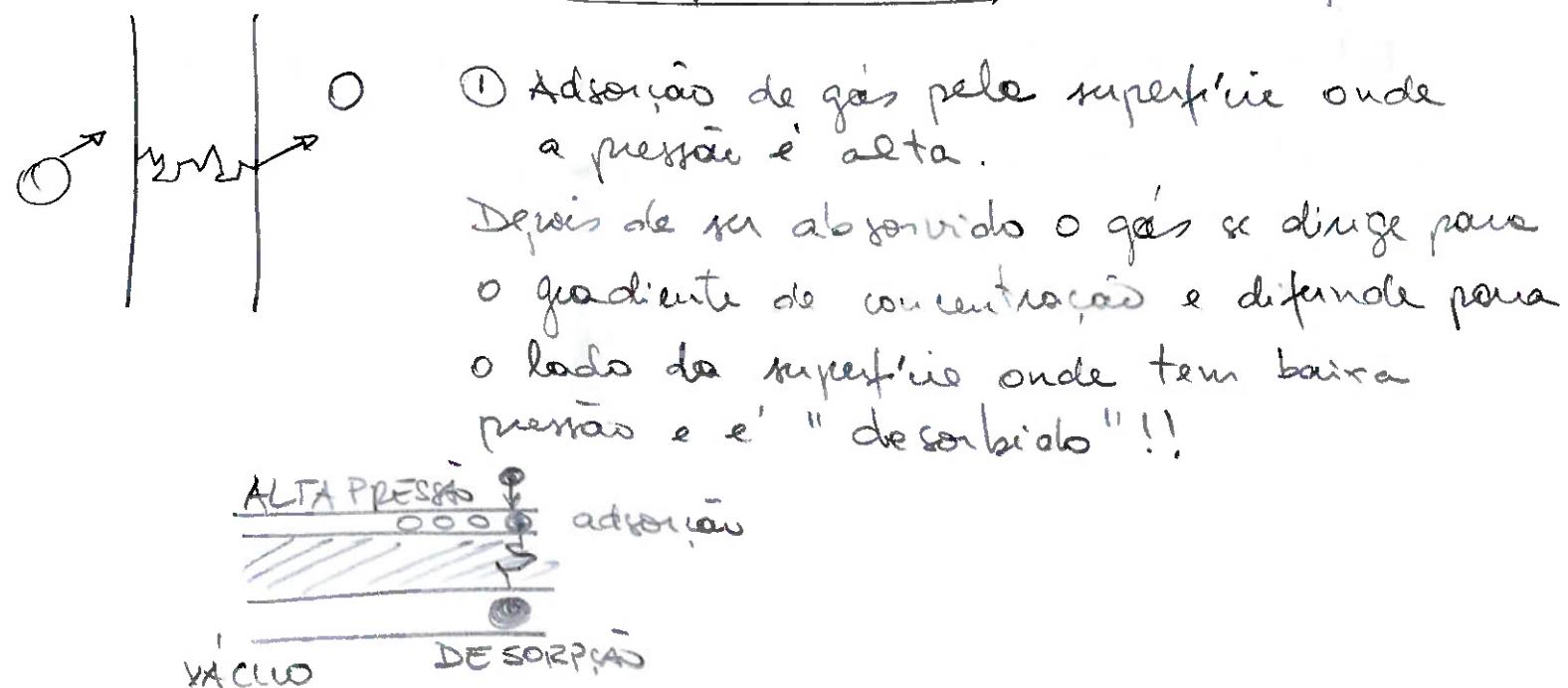
Fontes de gases em um sistema de vácuo

- Ref. J. O'Hanlon - A user's guide to vacuum technology  
 G. Lewin - Fundamentals of Vacuum technology  
 A. Roth - Vacuum Technology.

Fontes de gases

Permeação de gases

Roth cap. 4



GASES DIATÔMICOS: A molécula se divide durante a passagem, mas se recombina no volume.

Pequenas concentrações: Os gases usualmente se dissolvem em sólidos de acordo com a lei de Henry

$$C = k P$$

Físico / químico

William Henry (botânico) 1775 - 1836

$$C = \kappa P^n$$

$C$  = concentração

$\kappa$  = solubilidade

$P$  = Pressão do gás

$$\left\{ \begin{array}{l} n=1 \quad \text{Todos os gases em} \\ \quad \quad \quad \text{não metais} \\ n=\frac{1}{2} \quad \text{gases diatônicos em} \\ \quad \quad \quad \text{metais} \end{array} \right.$$

$[C] = \text{Torr ou atm}$

$[\kappa] = \text{solubilidade} \left\{ \begin{array}{l} n=1 \quad \text{sem dimensão} \\ n=\frac{1}{2} \quad \sqrt{\text{atm}} \end{array} \right.$

$C$  é a quantidade de gás em  $\text{Torr cm}^3$  ou  $\text{atm cm}^3$  em  $T=293\text{K}$  que está dissolvida em  $1\text{cm}^3$  da substância.

$\kappa$  é a quantidade de gás em  $\text{cm}^3$  nas CNTP que está dissolvido em  $1\text{cm}^3$  do material em uma pressão  $P=1\text{atm}$

Se existir uma diferença de pressões, o gás difundirá no sentido estacionário até atender com a lei de difusão, donde pela 1ª lei de Fick.

(2)

## No regime estacionário

### 1ª lei de Fick

$$Q = -D \frac{dc}{dx}$$

Dolf Fick (1855)

(1829-1901)

Fisiologista alemão

$Q$  é o fluxo de gás através de uma área transversal unitária.

O sinal negativo é devido ao fato do fluxo ser oposto ao gradiente de concentração.

$Q = \text{throughput por unidade de área} \frac{\text{Torr} \cdot \text{l}}{\text{cm}^2 \cdot \text{s}} [Q]$

$D$  é o coeficiente de difusão  $[D] = \frac{\text{cm}^2}{\text{s}}$

A constante de difusão diminui exponencialmente com a temperatura.

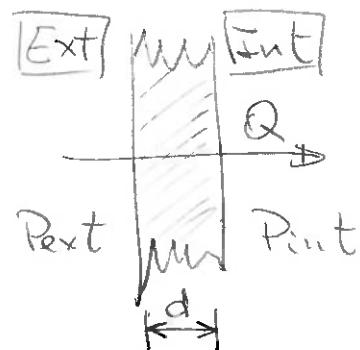
$$D = D_0 e^{-E/RT}$$

$E$  é a energia de ativação por difusão, sendo expressa usualmente em  $\frac{\text{kcal}}{\text{mol}}$

$R$  é a constante universal dos gases

$D_0$  é uma constante de proporcionalidade.

Considerando uma seção reta de áres  
unitárias dentro de uma parede muito extensa,  
com espessura  $d$  e pressões  $P_1$  e  $P_2$  em suas faces.



As concentrações nas superfícies podem ser descritas por:

$$c_1 = \alpha P_1^n \quad \text{e} \quad c_2 = \alpha P_2^n$$

Lei de Henry

Como  $Q = -D \frac{dc}{dx}$ , então

19 Lei de Fick

$$Q \int_0^d dx = -D \int_{c_1}^{c_2} dc \implies Qd = -D(c_2 - c_1)$$

$$Q = \frac{D}{d} (c_1 - c_2) \xrightarrow{\substack{\text{substituindo} \\ \text{Lei de Fick}}} Q = \frac{Ds(P_1^n - P_2^n)}{d}$$

$D_s$  é a constante de permeação  $K$

$$D_s = K(T)$$

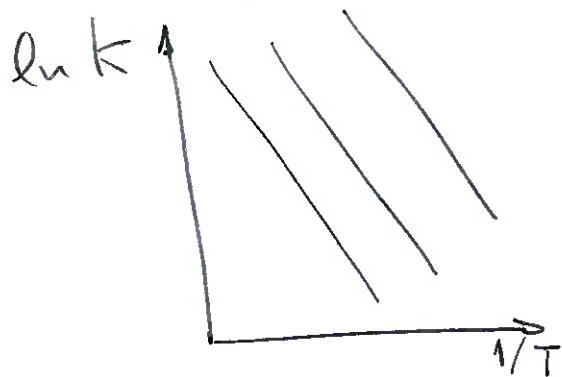
$K$  é expresso como a quantidade de gás, em  $\text{cm}^3$  nos CNTP, que difunde através de uma área em uma parede de espessura 1 cm para uma diferença de pressão de 1 atm.

$$k = k_0 e^{-\frac{E}{RT}}$$

$$\ln k = \ln k_0 - \frac{E}{RT}$$

[rete  $\Rightarrow y = ax + b$ ] 3 slide

gráfico de  $\ln k$  em função de  $1/T$



Para diferentes gases  
permeando em  
diferentes materiais

Para  $n=1$

Todos os gases em não metais

$$k \left( \frac{\text{cm}^2}{\text{s}} \right) \quad Q \left( \frac{\text{cm}^3 \text{ atm}}{\text{s cm}^2} \right)$$

Para  $n=\frac{1}{2}$

Gases diatômicos em metais

$$k \left( \frac{\text{cm}^2 \text{ atm}}{\text{s}} \right) \quad Q \left( \frac{\text{cm}^3 \text{ atm}}{\text{s cm}^2} \right)$$

Transformações de unidades

$$\text{cm}^3 \longrightarrow l$$

$$\text{atm} \longrightarrow \text{Torr}$$

$$Q \left( \frac{\text{Torr l}}{\text{s cm}^2} \right)$$



(4)

Exemplo 1N<sub>2</sub> em neoprene

n = 1 gás em não metal

$$Q = \frac{K(P_{ext} - P_{int})}{d}$$

dados T = 330 K P<sub>ext</sub> = 700 Torrd ≈ 0,3 cm P<sub>ext</sub> = 80% P<sub>ext</sub>  
N<sub>2</sub>

Pelo gráfico da curva 18 (pag 27 do G. Lewin),  
temos:

$$\frac{10^3}{T} \sim \frac{1000}{330} \quad K = 10^{-7} \frac{\text{cm}^2}{\text{s}} ; \quad n = 1$$

$$P_{ext} = 80\% (700) \text{ Torr}$$

$$\boxed{P_{ext} = 560 \text{ Torr}}$$

$$Q = \frac{10^{-7}(560)}{0,3} \frac{\text{cm}^2 \text{Torr}}{\text{s cm}}$$

$$Q = 1,9 \times 10^{-4} \frac{\text{Torr}}{\text{s}} \frac{\text{cm}^3}{\text{cm}^2} = 1,9 \times 10^{-4} \frac{\text{Torr}}{\text{s}} \frac{10^{-3} \text{l}}{\text{cm}^2}$$

$$\boxed{Q = q = 1,9 \times 10^{-7} \frac{\text{Torr l}}{\text{s cm}^2}}$$

Supondo um tubo de neoprene de D = 1" e L = 1 m  
Área = π D L = π (2,5) 100 = 785 cm<sup>2</sup>

$$Q = q A = 1,9 \times 10^{-7} \times 785 \rightarrow \boxed{Q = 1,5 \times 10^{-4} \frac{\text{Torr l}}{\text{s}}}$$

Supondo o tubo estiver conectado a uma bomba com S ≈ 100 l/s

$$P_{res} = \frac{Q}{S} = \frac{1,5 \times 10^{-4}}{100} \approx 10^{-6} \text{ Torr}$$

Conclusão:

Não usar tubos de neoprene em sistemas  
de alto vácuo !!

⑥ Qual o diâmetro do furo equivalente?  
(VAZAMENTO)

$$Q = C \Delta P$$

$$1,5 \times 10^{-4} = C (P_{ext} - P_{int})$$

$$1,5 \times 10^{-4} = C P_{ext}$$

$$C = \frac{1,5 \times 10^{-4}}{560}$$

$$C \approx 15 D^2$$

(Regime  
Viscoso)

$$15 D^2 = \frac{1,5 \times 10^{-4}}{560}$$

$$D \approx 1,3 \times 10^{-4} \text{ cm}$$

$$D \approx 1,3 \mu\text{m}$$

O vazamento real de um orifício desse diâmetro é equivalente ao se usar um tubo de neoprene de  $D=1''$  e  $L=100 \text{ cm}$

## Exemplos 2

$N_2$  em câmara de Fe

(5)

Neste caso,  $n=1/2$  (gás diatômico em metal)

Espessura da câmara de Fe d ≈ 0,2 cm

Para estimar o valor de  $K$  ( $K=D_1$ ) devemos extrapolar a curva 4 do gráfico 3-3 pag 28 do livro de Gr. Lewin.

Pelo menos  $K = 10^{-12} \frac{cm^2 \text{ atm}^{1/2}}{s}$   $\frac{10^3}{T} \approx \frac{1000}{330} \approx 3$

$$Q = \frac{K}{d} (P_{ext}^{1/2} - P_{int}^{1/2}) = \frac{10^{-12} P_{ext}^{1/2}}{d} \frac{cm^2 \text{ atm}^{1/2}}{s} \frac{\text{atm}^{1/2}}{cm}$$

$$80\% N_2 \quad 1 \text{ atm} = 760 \text{ Torr} \quad \Rightarrow \quad P_{ext} = 0,74 \text{ atm}$$

$$Q' = q = \frac{10^{-12} (0,74)^{1/2}}{0,2} \Rightarrow Q' = 4,3 \times 10^{-12} \frac{cm^3}{s} \frac{\text{atm}^1}{cm^2}$$

Mudança de variáveis

$$Q' = q = 4,3 \times 10^{-12} \frac{cm^3}{s} \frac{\text{atm}}{cm^2} = 4,3 \times 10^{-12} \frac{(10^{-3} l)(760 \text{ Torr})}{s \cdot cm^2}$$

$$Q' = q = 3,3 \times 10^{-12} \frac{\text{Torr} l}{s \cdot cm^2}$$

Supondo uma câmara estéril de  $D = 20\text{ cm}$

$$A = \pi D^2 = \pi (20)^2 = 1257\text{ cm}^2$$

$$P_{\text{res}} = \frac{2IQi}{S} = \frac{qA}{S} = \frac{3,3 \times 10^{-12}}{\text{s}} \frac{\text{Torr l}}{\text{cm}^2 \text{s}} \times 1257\text{ cm}^2$$

$$P_{\text{res}} = \frac{4,1 \times 10^{-9}}{\text{s}} \frac{\text{Torr l}}{\text{s}}$$

Se a velocidade da bomba for  $s_b = 100\text{ l/s}$ , então

$$P_{\text{res}} = 4,1 \times 10^{-11} \text{ Torr}$$

EVITAR  
FERRO  
FUNDIDO

Conclusões: Em sistemas de alto vácuo,  
usar sempre metais!

⑤ Qual o diâmetro equivalente?

$$Q = CAP$$

$$Q = 10^{-9} \frac{\text{Torr l}}{\text{s}}$$

$$10^{-9} = 15D^2 (560)$$

ou

$$9D^2$$

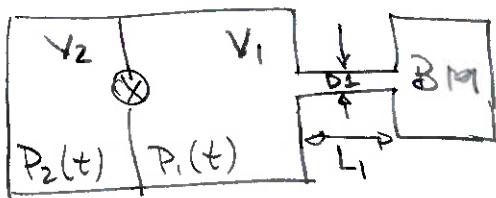
$$D \approx 10^{-7} \text{ cm}$$

$$\boxed{D \approx 10 \text{ Å}}$$

# Exercícios : funções $P(t)$

(6)

Considere um sistema de vácuo conforme a figura abaixo



$$\left\{ \begin{array}{l} L_1 = 60 \text{ cm} \\ D_1 = 5 \text{ cm} \\ S_b = 150 \text{ l/min} \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} V_1 = 10 \text{ l} \\ V_2 = 10 \text{ l} \end{array} \right.$$

VÁLVULA  $\left\{ \begin{array}{l} D = 1 \text{ mm} \\ L = 40 \text{ mm} \end{array} \right.$

O volume  $V_1$  é bombado desde a pressão atmosférica pela bomba de 150 l/min. A válvula entre  $V_1$  e  $V_2$ , mesmo fechada, se comporta como se houvesse um canal de passagem com  $D = 1,0 \text{ mm}$  e  $L = 40 \text{ mm}$ .

A menor pressão do sistema ( $P_{res}$ ) é da ordem de  $10^{-4} \text{ Torr}$ . Considere gás  $N_2$  à temperatura ambiente.

- Faça o gráfico  $P_1(t)$  e  $P_2(t)$  em função do tempo a partir de  $P_0 = 1 \text{ atm}$ .
- Qual o tempo necessário para  $V_1$  e  $V_2$  atingirem a pressão residual  $P_{res} = 10^{-4} \text{ Torr}$ ?

## Resolução

$$\textcircled{a} \quad \frac{1}{C_1} = \frac{1}{C_{01}} + \frac{1}{C_{t1}}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} C_{01} = 9D^2 = 9 \times 5^2 = 225 \text{ l/s} \\ C_{t1} = \frac{12D^3}{L} = \frac{12(5)^3}{60} = 25 \text{ l/s} \end{array} \right.$$

$$\frac{1}{C_1} = \frac{1}{225} + \frac{1}{25} \Rightarrow \boxed{C_1 = 22,5 \text{ l/s}}$$

$$\frac{1}{C_2} = \frac{1}{C_{02}} + \frac{1}{C_{t2}}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} C_{02} = 9D^2 = 9(0,1)^2 = 0,09 \text{ l/s} \\ C_{t2} = \frac{12D^3}{L} = \frac{12(0,1)^3}{4} = 0,003 \text{ l/s} \end{array} \right.$$

$$\frac{1}{C_2} = \frac{1}{0,09} + \frac{1}{0,003} \Rightarrow$$

$$\boxed{C_2 = 0,003 \text{ l/s}}$$

$$\text{Bomba de vácuo } S_b = 150 \text{ l/min} \Rightarrow \boxed{S_b = 2,5 \text{ l/s}}$$

$$S_{ef_1} = \frac{S_b C_1}{S_b + C_1} = \frac{2,5 \times 22,5}{2,5 + 22,5} = 2,25 \text{ l/s}$$

$$S_{ef_2} = \frac{S_b C_2}{S_b + C_2} = \frac{2,5 \times 0,0029}{2,5 + 0,0029} = 0,0029 \text{ l/s}$$

### Vazamento Virtual

$$P_2(t) = P_0 e^{-\frac{S_{ef_2}}{V_2} t} + P_{res} = 700 e^{-\frac{0,0029}{10} t} + P_{res}$$

$$P_1(t) = P_0 e^{-\frac{S_{ef_1}}{V_1} t} + P_{VAZAMENTO VIRTUAL}$$

$$P_1(t) = 700 e^{-\frac{2,25}{10} t} + \frac{C_x P_0}{S_{ef_1}} e^{-\frac{C_x}{V_2} t}$$

$$P_1(t) = 700 e^{-0,225t} + \frac{2,9 \times 10^{-3} \times 700}{2,25} e^{-\frac{0,0029}{10} t}$$

$$P_1(t) = 700 e^{-0,225t} + 0,9 e^{-0,00029t}$$

(b)  $P_1(t) = 0,9 e^{-0,00029t} \quad P_1(t) = 10^{-4} \text{ Torr}$

$$\ln \frac{10^{-4}}{0,9} = -0,00029t \Rightarrow \boxed{t = 31396 \text{ s} = 8,7 \text{ horas}}$$

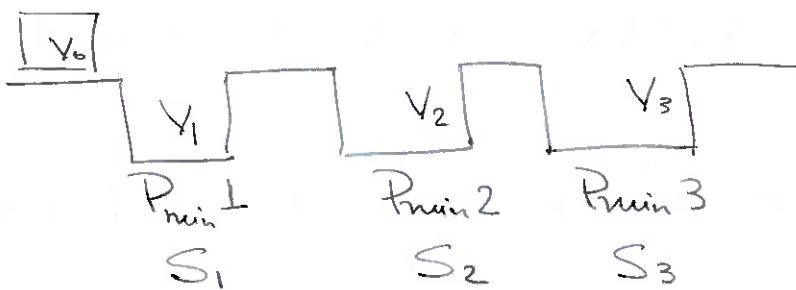
$$P_2(t) = 700 e^{-0,00029t} \quad P_2(t) = 10^{-4} \text{ Torr}$$

$$\ln \frac{10^{-4}}{700} = -0,00029t \Rightarrow \boxed{t = 54350 \text{ s} = 15 \text{ horas}}$$

Mostar slides

## Depósito de Vácuo

Produção industrial



Esse sistema é usado para atingir pressões baixas em pouco tempo.

Suposição  $\frac{6 \text{ recipientes}}{\text{min}} \rightarrow 1 \text{ recipiente/10 s}$

$$V = V_0 + V_1$$

Qual o valor equivalente de  $S_1, S_2, S_3$ ?

Desprezando o tempo de passagem entre as bombas e possíveis variações

$$P = P_0 e^{-\frac{S}{V} t} \quad t = \frac{V}{S} \ln \frac{P_0}{P}$$

$$V = V_1 + V_0$$

Ao atingir a posição de  $V_1$ , a pressão final será reduzida

Lei de Boyle

$$S_1 = \left( \frac{V_0 + V_1}{10} \right) \ln \frac{P^*}{P_{\text{min}1}} ; \quad (V_0 + V_1) P^* = P_0 V_0 + P_{\text{min}1} V_1$$

$$S_2 = \left( \frac{V_0 + V_2}{10} \right) \ln \frac{P^{**}}{P_{\text{min}2}} ; \quad (V_0 + V_2) P^{**} = P^* V_0 + P_{\text{min}2} V_2$$

$$S_3 = \left( \frac{V_0 + V_3}{10} \right) \ln \frac{P^{***}}{P_{\text{min},3}} ; \quad (V_0 + V_3) P^{***} = P^{**} V_0 + P_{\text{min},3} V_3$$

Exemplo prático

$$V_0 = 1\text{ L} \quad V = 100\text{ L} \quad P_{\text{min}} = 10^{-3}\text{ Torr}$$

$$P^* = \frac{P_0 V_0 + P_{\text{min}} V_1}{V_0 + V_1} \Rightarrow P^* = \frac{700 \times 1 + 10^{-3} \times 100}{101} = 7\text{ Torr}$$

$$S_1 = \left( \frac{V_0 + V_1}{10} \right) \ln \frac{P^*}{P_{\text{min},1}} = \left( \frac{101}{10} \right) \ln \frac{7}{10^{-3}} = 89\text{ L/s}$$

$$P^{**} = \frac{7 \times 1 + 10^{-3} \times 100}{101} = 0,07\text{ Torr} ; \quad S_2 = \frac{101}{10} \ln \frac{0,07}{10^{-3}} = 42\text{ L/s}$$

$$P^{***} = \frac{0,07 \times 1 + 10^{-3} \times 100}{101} = 2 \times 10^{-3}\text{ Torr} ; \quad S_3 = \frac{101}{10} \ln \frac{2 \times 10^{-3}}{10^{-3}} = 7\text{ L/s}$$

### Comparação

$$\begin{cases} V_0 = 1\text{ L} \\ t = 10\text{ s} \end{cases} \quad S = 15\text{ L/s}$$

$$P = P_0 e^{\frac{-St}{V}} + P_{\text{res}}$$

$$P = 700 e^{\frac{-1}{10}} + P_{\text{res}}$$

$$P = 3 \times 10^{-2}\text{ Torr} + P_{\text{res}}$$

$$P = P_0 e^{\frac{-St}{V}}$$

$$t = \frac{V}{S} \ln \frac{P_0}{P}$$

$$t = \frac{1}{1} \ln \frac{700}{10^{-3}} \Rightarrow t = 13,5\text{ s}$$

2024

Recursos da aula anterior.

## Permeação de gases

Lei de Henry

$$C = s P^n$$

[C] concentração de gases  $\equiv$  Torr ou atm

[s] solubilidade

[P] pressão do sistema

[n]  $n=1$  para todos os gases em não metais $n=1/2$  para gases diatômicos em metais

1ª Lei de Fick

$$Q = -D \frac{dc}{dx}$$

D é o coeficiente de difusão

$$[D] = \frac{\text{cm}^2}{\text{s}}$$

Q é o fluxo de gás que atravessa uma área transversal unitária.

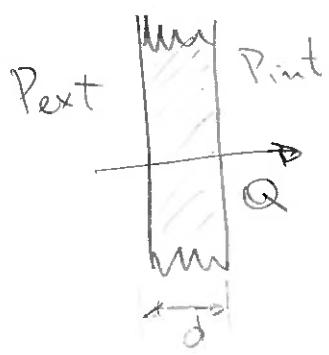
 $Q=q$  = throughput por unidade de área

$$[q] = \frac{\text{Torr l}}{\text{s cm}^2}$$

$$D = D_0 e^{-E/RT}$$

E é a energia de ativação para difusão

$$[E] = \frac{\text{kcal}}{\text{mol}}$$



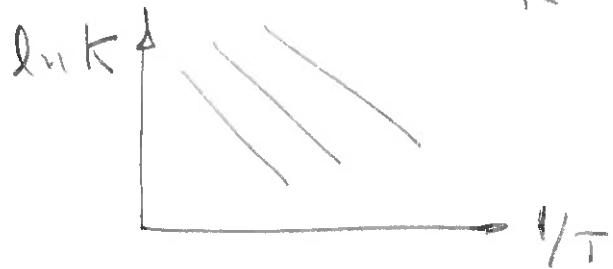
$$Q = D_s \frac{(P_2^n - P_1^n)}{d}$$

$$D_s = k(T) \quad k \text{ é a cte de permeação}$$

Quantidade de gás, em  $\text{cm}^3$  nas CNTP, que difunde através de uma área em uma parede de espessura de 1 cm para uma diferença de 1 atm.

$$k = k_0 e^{-E/RT}$$

$$\ln k = \ln k_0 - \frac{E}{R} \frac{1}{T}$$



$$y = a + bx$$

### Exemplos

①  $\text{N}_2$  em neoprene

→ Não usar em sistemas de alto vácuo

②  $\text{N}_2$  em Fe

$$Q \approx 10^{-9} \frac{\text{Torr l}}{\text{s}}$$

$$P_{\text{res}} \approx 10^{-11} \text{ Torr}$$

Conclusão: usar metais em sistemas de alto e ultra alto vácuo

Eitar furos fundidos

## Difusão de Gases

(2)

2º Lei de Fick

... Adolf Fick (1855)

(1829-1901) fisiologista alemão

Em muitos casos, o equilíbrio ou estado estacionário não é atingido após um longo tempo, principalmente se o coeficiente de difusão for pequeno.

Por isso, devemos considerar o regime de transição.

Equação de difusão (2º Lei de Fick)

$$D \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} = \frac{\partial c}{\partial t}$$

Difusão em um estado  
NÃO-ESTACIONÁRIO

Gradientes de concentrações de uma substância

- ⇒ É produzido um fluxo de partículas (ou calor) que tende a homogeneizar a dissolução e uniformizar a concentração.
- ⇒ Este processo é IRREVERSÍVEL

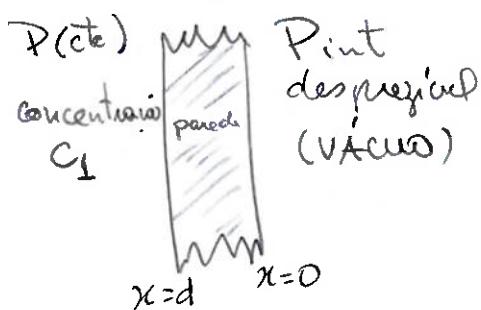
Serão descritas a seguir alguns casos específicos úteis para a descrição de sistemas de vaivém.

- {
  - Ⓐ Permeação - caso transitório
  - Ⓑ Parede semi-infinita
  - Ⓒ Parede finita



## Caso Transiente

Fase inicial de permeação de gases antes de atingir o estado estacionário.



Condições iniciais e de contorno

$$c = 0 \quad 0 \leq x \leq d \quad t = 0 \text{ s}$$

$$c = 0 \quad x = 0 \quad t > 0 \text{ s}$$

$$c = c_1 \quad x = d \quad t > 0 \text{ s}$$

A resolução da 2ª Lei de Fick é feita por separação de variáveis

A solução é dada por:

$$c(x, t) = \frac{c_1 x}{d} + \frac{2 c_1}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n} \sin \frac{n \pi x}{d} \exp \left\{ -\left(\frac{n \pi}{d}\right)^2 D t \right\}$$

A taxa de desgasificação instantânea no tempo  $t$  é dada por

1ª Lei de Fick

$$Q = D \left( \frac{\partial c}{\partial x} \right)_{x=0} = \frac{D c_1}{d} + \frac{2 c_1}{d} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \exp \left\{ -\left(\frac{n \pi}{d}\right)^2 D t \right\}$$

A quantidade de gás que migra (permeia) para dentro da câmara de vácuo é:

$$Q_T = \int_0^t Q dt = \int_0^t D \left( \frac{\partial c}{\partial x} \right)_{x=0} dt =$$

$$Q_T = \frac{D c_1 t}{d} - \frac{c_1 d}{6} - \frac{2 c_1 d}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2} \exp \left[ -\left(\frac{n \pi}{d}\right)^2 D t \right]$$

$$\text{desde que: } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2} = \frac{\pi^2}{12}$$

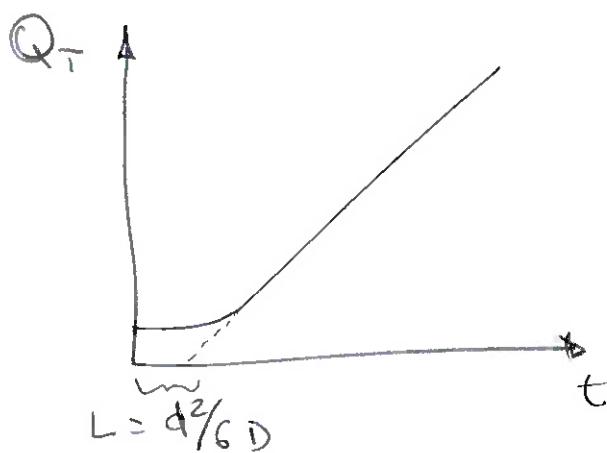
Para tempos muito longos ( $t \rightarrow \infty$ )

$$Q = \frac{D c_1}{d} \left[ t - \frac{d^2}{6D} \right]$$

$$[D] = \frac{cm^2}{s}; \left[ \frac{d^2}{6D} \right] = s$$

$L = \frac{d^2}{6D}$  é um atraso "temporal"

Fazendo o gráfico de  $Q_T$  em função do tempo, temos:

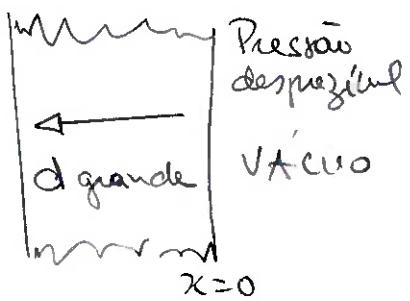


Através da medida do termo  $\frac{d^2}{6D}$

é possível determinar o valor de  $D$  !!

# Difusão de gases por uma parede semi-infinita

(4)



Em  $t=0s$ , uma das faces da parede é exposta ao "vácuo"

Considera-se que a pressão residual seja desprezível.

Devemos resolver a equação da 2ª lei de Fick com as seguintes condições iniciais e de contorno:

$$C = C_0 \quad x \geq 0 \quad t = 0s$$

$$C = 0 \quad x = 0 \quad t > 0$$

$$\boxed{D \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} = \frac{\partial C}{\partial t}}$$

A solução dessa equação é dada por:

$$C(x,t) = \frac{2C_0}{\sqrt{\pi t}} \int_0^{\frac{x}{2\sqrt{Dt}}} e^{-y^2} dy = C_0 \operatorname{erf} \left[ \frac{x}{2(Dt)^{1/2}} \right]$$

$\operatorname{erf}$  = error function

$$\operatorname{erf}(z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^z e^{-t^2} dt$$

Integral gaussiana

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-b\omega^2} d\omega = \frac{1}{2} \frac{\sqrt{\pi}}{\sqrt{b}}$$

A taxa de desgasificação instantânea em  $t$ , é dada por  
(1a lei de Fick)

$$Q = D \left( \frac{\partial c}{\partial x} \right)_{x=0} = C_0 D^{\frac{1}{2}} \frac{1}{\sqrt{\pi t}} \implies Q \propto \frac{1}{\sqrt{t}}$$

Se o volume a ser evacuado estiver conectado a uma bomba de vácuo de velocidade de bombeamento  $P = PS$ , então

$$P = \frac{C_0 D^{\frac{1}{2}}}{S \sqrt{\pi t}}$$

Esta relação é característica de processos de difusão, ou seja, durante a desgasificação a pressão varia inversamente proporcional à raiz quadrada do tempo  $t$ .

O fluxo total de gás removido da parede será:

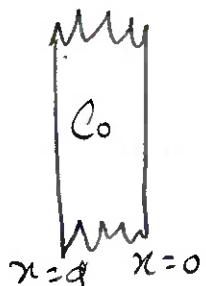
$$Q_T = \int_0^t D \left( \frac{\partial c}{\partial x} \right)_{x=0} dt = \frac{2 C_0 \sqrt{D t}}{\sqrt{\pi}}$$

Comparar com  $Q_T$  estimado de uma parede finita

# Difusão de gás em uma parede finita

(5)

G. Lewin



Condições iniciais e de contorno

$$C = C_0 \quad 0 \leq x \leq d \quad t = 0s$$

$$C = 0 \quad x = 0 \quad x = d \quad t > 0s$$

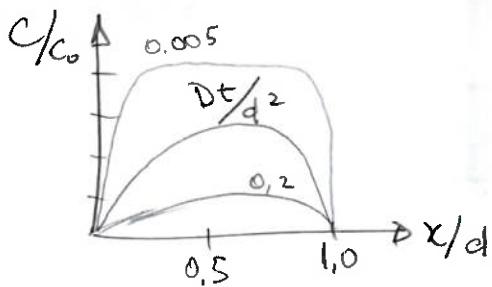
2º Lei de Fick

$$\boxed{D \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} = \frac{\partial C}{\partial t}}$$

Solução

$$C(x,t) = C_0 \frac{4}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} (2n+1)^{-1} \sin \frac{\pi(2n+1)x}{d} \exp \left\{ - \left[ \frac{\pi(2n+1)}{d} \right]^2 D t \right\}$$

Mostrar slide



$\frac{Dt}{d^2}$  tempo, sem dimensão

$\frac{cm^2}{s} \frac{s}{cm^2} = \text{sem dimensão}$

duas faces → O fluxo instantâneo nas duas faces é:

$$Q = 2 D \left( \frac{\partial C}{\partial x} \right)_{x=0} = \frac{8 C_0 D}{d} \sum_{n=0}^{\infty} \exp \left\{ - \left[ \frac{\pi(2n+1)}{d} \right]^2 D t \right\}$$

O gás total removido da parede é:

$$Q_T = 2 D \int_0^t \left( \frac{\partial C}{\partial x} \right)_{x=0} dt = C_0 d \left( 1 - \frac{8}{\pi^2} \sum_{n=0}^{\infty} (2n+1)^{-2} \exp \left\{ - \left[ \frac{\pi(2n+1)}{d} \right]^2 D t \right\} \right)$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} (2n+1)^{-2} = \frac{\pi^2}{8}$$

Esse resultado também descreve a quantidade de gás absorvida por uma placa "sem gás" em uma pressão que produz uma concentração de equilíbrio  $C_0$ .

→ Comentário: o caso do nylon nas concias do acelerador Moby Dick em Legnano, Itália

O nylon demora muito tempo para absorver a umidade mas, demora muito para desgasificar.

Conclusão: Inicialmente, a concentração de gás é máxima de  $C_0$  no interior da parede.

A equação obtida para uma parede semi-infinita é uma aproximação da equação acima.

$$Q_T = \frac{2}{\sqrt{\pi d}} C_0 (\Delta t)^{1/2}$$

$\frac{Q_T}{C_0 d}$  é a fração de gás removido e depende dos parâmetros  $\frac{\Delta t}{d^2}$

Mosher tabela 3.2  $\left( \frac{Q_T}{C_0 d} \right)$

A difusão aumenta rapidamente com a temperatura por causa do termo de Boltzman

$$D = D_0 e^{-\frac{E}{RT}}$$

- 2024 -

## Fontes de gases

de origem térmica

vaporização

difusão

permeação

back streaming

vazamento virtual

vazamento real

Slides

## EVAPORAÇÃO / VAPORIZAÇÃO

### Pressão de vapor

Nunca sistema fechado, a unha dada temperatura, un certo número de moléculas, nun líquido, tem enerxía cinética suficiente para abandonar a superficie dun líquido (VAPORIZACIÓN)

### VAPORIZACIÓN

Evaporação (lento)

Ebullición (rápido)

calefacción { gote d'água  
numa panela  
fronte dun N<sub>2</sub> líquido  
no chão.

⇒ Assim que as moléculas deixan o líquido, establece a fase de vapor!

Pressão de vapor, é a pressão exercida pelo vapor de uma substância líquida, em equilíbrio com a fase líquida a uma dada temperatura.

i.e. Pressão de vapor é a pressão exercida por um vapor quando está em equilíbrio dinâmico com o líquido que lhe deu origem.

→ A quantidade de líquido que evapora, é a mesma que se condensa  
Podemos dizer que a pressão de vapor é a medida da tendência de evaporação de um líquido.

$$\begin{array}{l} \text{H}_2\text{O} \\ \left\{ \begin{array}{ll} T = 20^\circ\text{C} & \rightarrow P_v = 18 \text{ Torr} \\ T = 50^\circ\text{C} & \rightarrow P_v = 90 \text{ Torr} \\ T = 100^\circ\text{C} & \rightarrow P_v = 760 \text{ Torr} \end{array} \right. \end{array}$$

- Líquido em um sistema "aberto"

Vapor saturado se difunde no meio ambiente

- Líquido em um sistema fechado (sistema de vácuo)  
A pressão de vapor atinge um valor máximo, dependendo da temperatura e da substância.

Chama-se de VAPOR SATURADO

EVAPORAÇÃO = CONDENSAÇÃO

Em um sistema de vácuo qualquer substância na forma líquida é uma FONTE DE VAPOR

Se um líquido permanece no sistema então, a pressão mínima a ser atingida é a pressão de vapor do líquido a uma dada temperatura.

EXEMPLOS:  $\left\{ \begin{array}{ll} \text{H}_2\text{O} & 18 \text{ Torr} \\ \text{Hg} & 10^{-3} \text{ Torr} \end{array} \right.$

(2)

A Pressão de Vapor ( $P_v$ ) de uma substância é calculada termodinamicamente a partir da equação de Clausius - Clapeyron.

$$\boxed{\frac{dP_v}{dT} = \frac{H_B}{T(v_G - v_B)}}$$

$H_B$  é o calor latente de evaporação  
 $v$  é o volume específico  
 G - gás  
 B - Bulk } substância  
 Sólido ou líquido

Volume específico é o inverso da densidade.

No vácuo  $v_G \gg v_B$ , e:

$$v_G = \frac{RT}{P_v}$$

$$\boxed{PV = n_m RT}$$

$n_m$  = nº de moles

Substituindo

$$\frac{dP_v}{dT} = \frac{H_B}{T(v_G)} \Rightarrow \frac{dP_v}{dT} = \frac{H_B}{T} \frac{P_v}{RT} = \frac{H_B P_v}{RT^2}$$

$$\frac{dP_v}{P_v} = \frac{H_B}{RT^2} dT ; \text{ integrando}$$

$$\int \frac{dP_v}{P_v} = \int \frac{H_B}{R} \frac{dT}{T^2}, \text{ então}$$

$$\ln P_v = -\frac{H_B}{R} \frac{1}{T}$$

logo

$$\boxed{P_v = C e^{-\frac{H_B}{RT}}}$$

Soluções da equação de Clausius - Clapeyron

Equação de uma substância é similar à desordem térmica, com a mesma dependência

$$\boxed{H/RT}$$

Relembrando os cálculos da teoria cinética dos gases

$$J = \frac{1}{4} n \bar{v} \quad / \text{ número de partículas que atingem uma superfície por unidade de tempo e de área}$$

No equilíbrio entre os estados líquido e gasoso, a taxa de evaporação é igual à taxa de condensação

$$W = m J \quad n = \frac{N}{V} = \frac{P}{kT};$$

$$J = \frac{P}{4kT} \bar{v} \quad \bar{v} = \frac{1}{4} \frac{P}{kT} \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}} = P \sqrt{\frac{1}{2\pi mkT}}$$

$$\therefore \bar{v} = P (2\pi mkT)^{-1/2}$$

logo  $W = m P_0 (2\pi mkT)^{-1/2}$ , então

$$W = P_0 (0,058) \left( \frac{M}{T} \right)^{1/2} \quad \left[ \frac{g}{cm^2 s} \right]$$

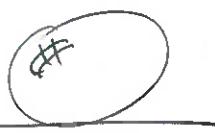
$$\text{sendo } P_0 = C e^{-\frac{H_B}{RT}} \quad \text{e } W \propto T^{-1/2}$$

O termo exponencial fornece a dependência da taxa de evaporação com a temperatura, pois "cresce" mais rapidamente que o termo

$$\frac{1}{\sqrt{T}}$$

(3)

Exemplo: Gota de óleo



$$\left\{ \begin{array}{l} T = 25^\circ C = 298 K \\ \mu = 426 \text{ u.m.a.} \\ A = 0,01 \text{ cm}^2 \end{array} \right.$$

$$P_0(25^\circ C) = 5 \times 10^{-7} \text{ Torr}$$

Evaporação

$$W = mV = m P_0 (2\pi \mu k T)^{1/2}$$

$$W = 0,058 P_0 \left(\frac{\mu}{T}\right)^{1/2} \left[\frac{g}{\text{cm}^2 \text{s}}\right] \quad \left\{ \begin{array}{l} \mu \text{ em u.m.a.} \\ T \text{ em K} \end{array} \right.$$

$Q' = W \cdot A =$  fluxo de gás que entra/sai do sistema.

$$Q' = 0,058 (5 \times 10^{-7} \text{ Torr}) \sqrt{\frac{426}{298}} \times \frac{0,01 \text{ cm}^2}{\text{area}} = 3,5 \times 10^{-10} \frac{\text{g}}{\text{s}}$$

fluxo de gás

$$426 - 6,02 \times 10^{23} \text{ moléculas}$$

$$3,5 \times 10^{-10} - N$$

$$N = 4,9 \times 10^{11} \text{ moléculas/s}$$

$$Q = kT \frac{\Delta N}{\Delta t} = 10^{-22} \times 298 \times 4,9 \times 10^{11} \frac{\text{Torr} \cdot \text{K}}{\text{s}} \frac{\text{moléculas}}{\text{s}}$$

$$Q = 1,5 \times 10^{-8} \frac{\text{Torr} \cdot \text{s}}{\text{s}}$$

Considerando um sistema de vácuo sendo bombeado por uma bomba de  $S = 100 \text{ l/s}$

$$Q = PS \therefore P = \frac{Q}{S} = \frac{1,5 \times 10^{-8}}{100} = 1,5 \times 10^{-10} \text{ Torr} \quad \boxed{\square}$$

Diâmetro equivalente

$$Q = CADP$$

$$1,5 \times 10^{-8} = C (P_{ext} - P_{int})^0$$

$$C = \frac{1,5 \times 10^{-8}}{700} = 2,1 \times 10^{-11}$$

Regime Molecular

$$C = 9D^2$$

Regime Viscoso

$$C = 15D^2$$

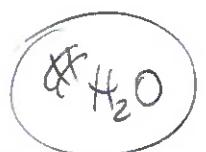
$$C = 9D^2 = 2,1 \times 10^{-11}$$

$$\boxed{D = 1,5 \times 10^{-6} \text{ cm}}$$

$$D = 1,5 \times 10^{-6} \text{ m}$$

$$D = 1,5 \text{ \AA}$$

(4)

Exemplo 2: Gota de água

$$R = 0,03\text{ cm}$$

$$300\text{ }\mu\text{m}$$

$$\text{Água } P_0(25^\circ\text{C}) = 18 \text{ Torr}$$

$$19 = 18 \text{ cm}^2$$

$$\text{Área} = 4\pi R^2 \sim 0,01\text{ cm}^2$$

$$Q' = WA = 0,058 P_0 \left(\frac{17}{T}\right)^{1/2} \times A$$

$$Q' = 0,058 \cdot 18 \left(\frac{18}{298}\right)^{1/2} \times 0,01$$

$$Q' = 2,6 \times 10^{-3} \text{ g/s}$$

$$\begin{array}{rcl} 18 \text{ g} & \longrightarrow & 6,02 \times 10^{23} \\ 2,6 \times 10^{-3} & \longrightarrow & N \end{array}$$

$$\boxed{N = 8,6 \times 10^{19} \text{ moléculas/s}}$$

$$Q = kT \frac{\Delta N}{\Delta t} = 10^{-22} (298) 8,6 \times 10^{19} \left[ \frac{\text{Torr l}}{\text{K s}} \right]$$

$$\boxed{Q = 2,6 \text{ Torr l/s}}$$

Considerando uma bomba de vaivém de  $S = 100 \text{ l/s}$

$$Q = PS \Rightarrow P_{\text{res}} = \frac{Q}{S} = 2,6 \times 10^{-2} \text{ Torr l/s}$$

- Diâmetros equivalentes

$$Q = CDP \quad 2,6 \frac{\text{Torr l}}{\text{s}} = 9D^2 (700)$$

$$\boxed{D = 0,002 \text{ cm}}$$

$$\text{ou } \boxed{D = 20 \mu\text{m}}$$

## Pressão de Vazão

$H_2O$ (Torr)	$Hg$ (Torr)	$T$ ( $^{\circ}C$ )
760	0,27	100
18	$1,2 \times 10^{-3}$	25
$5,6 \times 10^{-4}$	$3,0 \times 10^{-9}$	-78 $^{\circ}C$ gelo frio
$10^{-22}$	$10^{-32}$	-190 $^{\circ}C$

MOSTRAR SCIDE

Transformações de unidades,

$$1 \frac{std\ cc}{min} = 1,27 \times 10^{-2} \frac{Torr l}{s}$$

$$1 \frac{std\ cc}{min} = 1,6 \times 10^{-2} \frac{atm\ cc}{s}$$

$$1 \frac{Torr\ l}{s} = 1,3 \frac{atm\ cc}{s}$$

## Desorção Térmica

(G. Lewis)

⑤

Desgassificação estimulada pelo aumento da temperatura

O gás adsorvido é desgasificado lentamente

A taxa de desgassificação é uma função de:

1. Energia de ligação molecular
2. Temperatura da superfície
3. Número de camadas da superfície

→ A desorção térmica é a principal fonte de gás no sistema de alto-vacuo

A desorção térmica é a liberação, estimulada pelo calor (aquecimento), de gases e vapores previamente adsorvidos nas partes internas do sistema de vácuo.

Existem dois tipos de adsorções:

1. Adsorção física. Moléculas não ligadas à superfície por forças fracas do tipo van der Waals com energias até 40 MJ/kg mol.

→ Essas moléculas são removidas do sistema de vácuo (paredes) rapidamente.

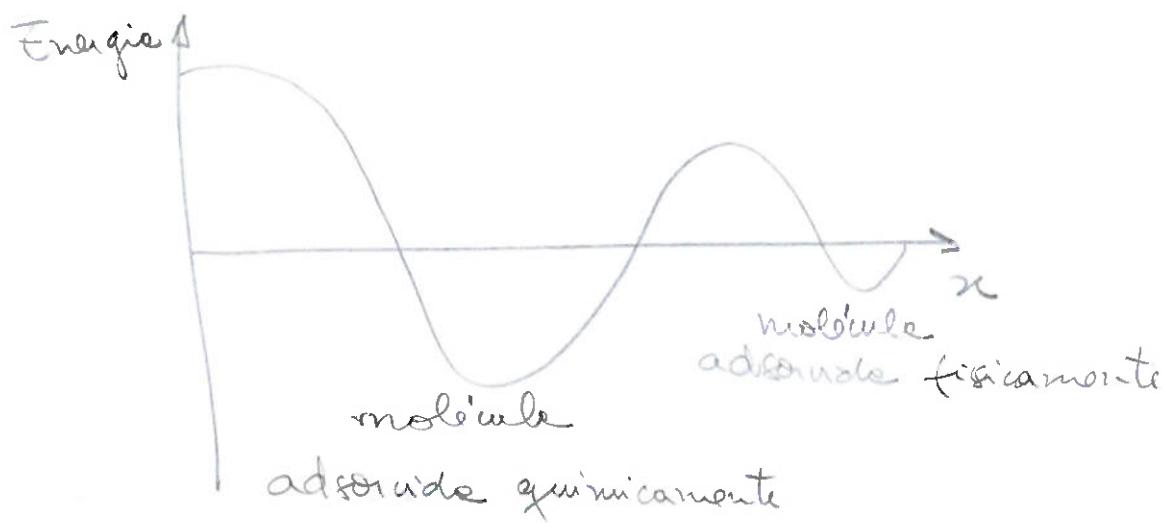
2. Adsorção química. Semelhante à formação de um composto químico, com transferência de elétrons. As energias de ligação são maiores do que a adsorção física em até 20 vezes!

→ Gases diatômicos se dissociam na adsorção.

As partículas adsorvidas quimicamente são liberadas lentamente, a menos que a superfície seja aquecida ou bombardeada por partículas ou fôtons.

Este é o fenômeno mais importante em sistemas de vácuo! O número de moléculas adsorvidas excede em ordens de grandeza o gás do volume.

### Pictoricamente



Ref. A UCI's guide to vacuum technology

John F. O'Hanlon

(6)

## Dessorções de primeira ordem

Átomos e moléculas que não se dissociam na adsorção sofrem dessorção a uma taxa proporcional à concentração na superfície

$$\boxed{\frac{dc(t)}{dt} = -k_1 c(t)}$$

$$k_1(E_d, T)$$

$E_d$  é a energia de dessorção  
 $T$  é a temperatura

$$\frac{1}{k_1} = \tau_{\text{res}} \Rightarrow \tau_{\text{res}}$$
 é o tempo de residência da partícula na parede.

$$\tau_{\text{res}} = \tau_0 e^{-E_d / (h \nu k)}$$

Mostar tabela 4.2 J. I. O'Hanlon



$\tau_0$  é a frequência vibracional da molécula ou átomo no "local" de adsorção, sendo de ordem de  $10^{-12}$  s ( $\text{ps}$ )

$$\frac{dc}{dt} = -k_1 c \Rightarrow \frac{dc}{c} = -k_1 dt, \text{ integrando vem}$$

$$\ln c - \ln c_0 = -k_1 (t - t_0) \quad \text{ou seja} \quad \frac{c}{c_0} = e^{-k_1 (t - t_0)}$$

para  $t = 0$ :

$$\boxed{c = c_0 e^{-k_1 t}}$$

derivando essa equação, temos:

$$\boxed{\frac{dc}{dt} = -C_0 k_1 e^{-t/\tau_{1/2}}} \quad [$$

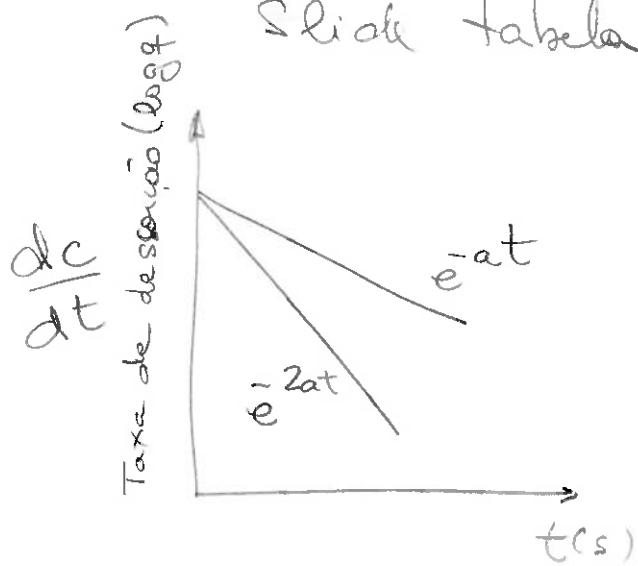
essa equação prevê uma dessonânciam térmica rápida

⇒ Decaimento exponencial da taxa de dessonânciam

Exemplos      He } metal  
                  Ar }

Vapor d'água em vicos

Sobre tabela 4.1



2 energias de  
ativação diferentes

A dessonânciam térmica de primeira  
ordem é rápida !!

## Desorção térmica de segundo orden

7

Descreve o caso de gases que se dissociam no adsorção e devem se recombinar antes da desorção.

Ex. gases diatômicos em metais



Neste caso, temos:

$$\boxed{\frac{dc}{dt} = -k_2 c^2(t)} \quad (1) \quad k_2 \sim e^{-\frac{E}{N_A kT}}$$

$$\frac{dc}{c^2} = -k_2 dt, \text{ integrando} \quad \int_{c_0}^c \frac{dc}{c^2} = \int_{t_0}^t (-k_2) dt$$

$$-\frac{1}{c} \Big|_{c_0}^c = -k_2 \Big|_{t_0}^t \Rightarrow \frac{1}{c} - \frac{1}{c_0} = k_2 (t - t_0)$$

$$\text{P/ } t=0: \frac{1}{c} - \frac{1}{c_0} = k_2 t \Rightarrow \frac{1}{c} = \frac{1 + c_0 k_2 t}{c_0} \therefore \boxed{c = \frac{c_0}{1 + c_0 k_2 t}}$$

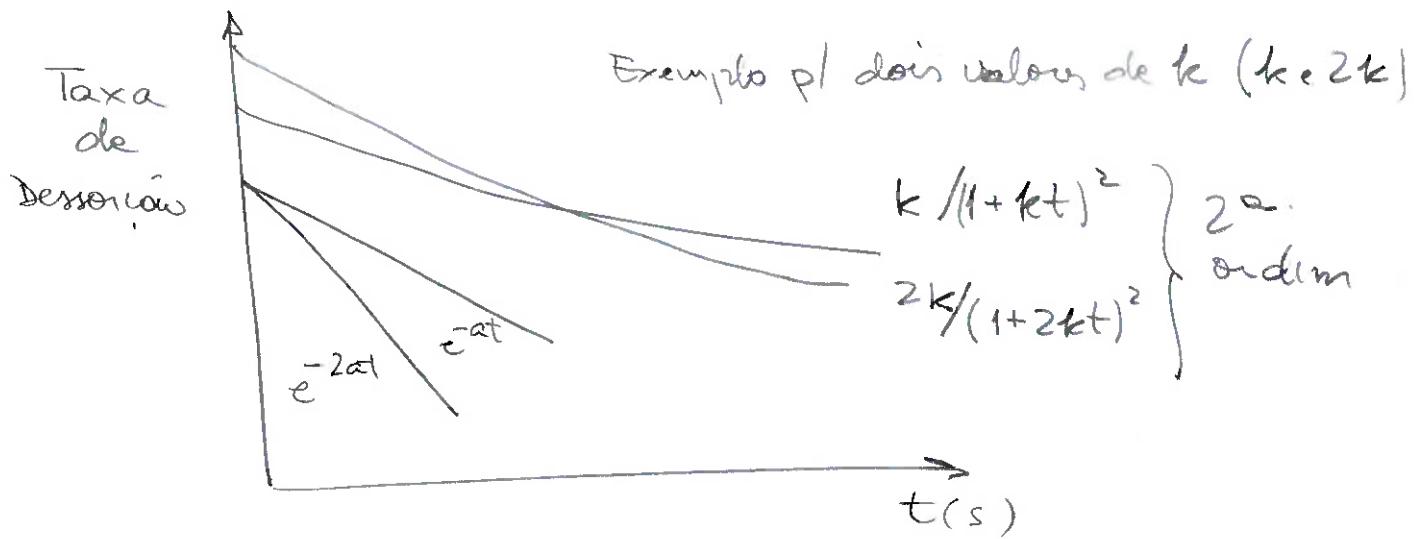
$$\text{então } \frac{dc}{dt} = -k_2 \left( \frac{c_0}{1 + c_0 k_2 t} \right)^2 \Rightarrow \boxed{\frac{dc}{dt} = \frac{-k_2 c_0^2}{(1 + c_0 k_2 t)^2}}$$

A taxa cai lentamente  $\propto \frac{1}{t^2}$

Isto significa que a limpeza de uma superfície demora mais tempo do que a desorção de primeira ordem.

Como  $k_2$  depende da temperatura e da energia de ligação, a desorção de segunda ordem, assim como a de primeira ordem, pode ser muito mais rápida em temperaturas altas, e energias de ligação fracas.

Moskau-fabelas G.Lewin 3.3, 3.4 e 3.5



2<sup>a</sup> ordem é sempre mais lenta

### ■ Superfícies Reais

As superfícies reais são muito mais complexas que as superfícies idealizadas, com diversidades de adsorções físicas e químicas.

Outro ponto importante é que o número de camadas moleculares é muito maior do que uma simples camada.

A desorção depende da fração da superfície coberta

Na temperatura ambiente, para muitos gases adsorvidos em metais, incluindo vapor d'água, a desgasificação varia com um fator  $\frac{1}{t}$  nas primeiras horas.

Podemos assumir, genericamente

$$q_n = \frac{q_1}{t^\alpha}$$

$n$  é o tempo em horas

$$0.7 < \alpha < 2, \text{ sendo o mais geral } \boxed{\alpha=1}$$

$$\boxed{q_n = q t^{-\alpha_n}}$$

Mostre tabelas A3, C1, C2, C3, C4, C7 e 3.11

Unidades

$$\boxed{\frac{W}{m^2} = \frac{Pa \cdot m}{s}}$$

$$\boxed{\frac{Pa \cdot l}{m^2 s} = 0,001 \frac{Pa \cdot m}{s}}$$

Exemplo: Alumínio

$$\left\{ \begin{array}{l} q_1 = 84 \times 10^{-7} \left( \frac{W}{m^2} \right) t^{-1} \\ q_{10} = 8 \times 10^{-7} \left( \frac{W}{m^2} \right) t^{-1} \end{array} \right.$$

Pare transformar as unidades

$$\boxed{\frac{\text{Torr} \cdot l}{s \cdot cm^2} = \frac{1}{1333} \frac{W}{m^2}}$$

Alumínio

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} q_1 = 6 \times 10^{-9} \frac{\text{Torr} \cdot l}{s \cdot cm^2} \\ q_{10} = 6 \times 10^{-10} \frac{\text{Torr} \cdot l}{s \cdot cm^2} \end{array} \right.$$

Mostrar novamente as fases de gases e suas equações.

### EXEMPLO

Gás do Volume

$$\left\{ \begin{array}{l} P_0 = 700 \text{ Torr} \\ S = 100 \text{ l/s} \\ V = 100 \text{ l} \end{array} \right.$$

$$P = P_0 e^{-\frac{S}{V}t} \implies P = 700 e^{-t}$$

$$1 \text{ s} \implies P = 257 \text{ Torr}$$

$$10 \text{ s} \implies P = 3,2 \times 10^{-2} \text{ Torr}$$

$$100 \text{ s} \implies P = 1,4 \times 10^{-6} \text{ Torr}$$

### Desgasificação

Dessorção térmica

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{adforça física} = \text{van der Waals} \\ \text{adforça química} = \text{ligações químicas} \end{array} \right.$$

Dessorções de primeira ordem

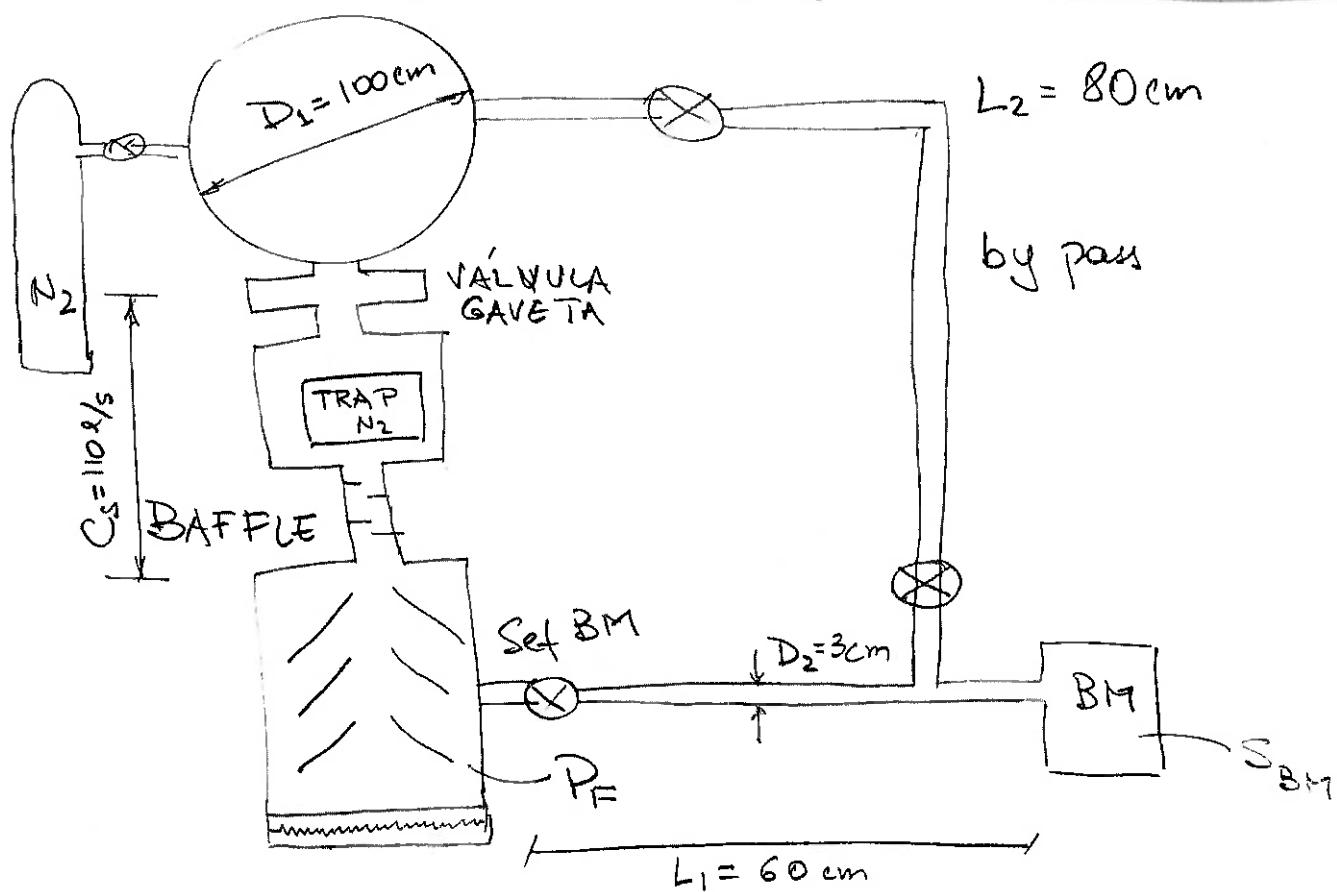
Dessorções de segunda ordem (gases de dissolução)

Superfícies reais

$$q_n = q t^{-\alpha_n}$$

- 2024 -

## Sistemas de Vácuo



A câmara de vácuo com  $D=100\text{cm}$  deve ser operada em pressões  $P \approx 6 \times 10^{-7} \text{ Torr}$ , após 24 horas de bombeamento

- Sistemas todos de metal

De vez em quando  $N_2$  é infundido até a pressão do sistema atingir  $P = 10^{-3} \text{ Torr}$ , sem estanquear o sistema.

Pressões para o início da operação da bomba difusora.  $P_F \approx 2 \times 10^{-1} \text{ Torr}$

Considere que a condutância entre a entrada da bomba difusora (BD) e a entrada da câmara seja  $C_S = 110 \text{ l/s}$



A  
Problema a resolver:

Determinar  $S_{BD}$  e  $S_{B14}$

Elaborar hipóteses adicionais

Ⓐ Cálculo sem a infiltração de  $N_2$  (GAS LOAD)

Área da câmara

$$A = 4\pi R^2 = 4\pi (50)^2 = 31416 \text{ cm}^2$$

Volume da câmara

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi (50)^3 = 523599 \text{ cm}^3 = 524 \text{ l}$$

Supondo que não existam vazamentos real/virtual na pressão de trabalho desejada.

A desgasificação (DESORPÇÃO TÉRMICA) é de ordem de  $q = 10^{-9} \frac{\text{Torr l}}{\text{s cm}^2}$ , para metal após algumas horas de bombeamento (sem aquecimento)

$$Q = 10^{-9} \times A (\text{cm}^2) \left( \frac{\text{Torr l}}{\text{s cm}^2} \right)$$

$$Q_{deg} \approx 10^{-9} (31416) \sim 3 \times 10^{-5} \frac{\text{Torr l}}{\text{s}}$$



$$P_{res} = \frac{\sum Q_i}{S_{ef\ BD}} \Rightarrow S_{ef} = \frac{3 \times 10^{-5}}{6 \times 10^{-7}} \frac{\text{Torr l}}{\text{s Torr}} \quad (2)$$

$$\therefore \boxed{S_{ef} = 50 \text{ l/s}}$$

CÁLCULO DE  $S_{BD}$

$$S_{ef\ BD} = \frac{S_{BD} \times C_s}{S_{BD} + C_s}$$

$$S_{BD} = \frac{S_{ef\ BD} \cdot C_s}{C_s - S_{ef\ BD}}$$

$$\therefore S_{BD} = \frac{50 \times 110}{110 - 50}$$

$$\boxed{S_{BD} = 92 \text{ l/s}}$$

### OBSERVAÇÕES:

A condutância do sistema ( $G_s$ ) é a condutância total entre a "boca" da BD e a boca do sistema.  
 ⇒ As condutâncias devem ser calculadas antes de finalizar o projeto do sistema.

O próximo passo é calcular a velocidade de buleamento da bomba mecânica ( $S_{BM}$ )

Para isso, devemos estimar a  $S_{ef\ BM}$

Devemos levar em conta o throughput de desgasificações das câmaras  $\Rightarrow Q = 3,5 \times 10^5 \frac{\text{Torr l}}{\text{s}}$

### N<sub>2</sub> injetado

Nesse sistema hipotético, N<sub>2</sub> será injetado até a pressão atingir  $10^{-3}$  Torr, ou seja:

$$Q_{injetado} = S_{ef\ BD} \times P_{injetado} = 50 \times 10^{-3} = 5 \times 10^{-2} \frac{\text{Torr l}}{\text{s}}$$

Isto significa que  $Q_{injetado} \sim 1000 Q_{degas} !!$

Portanto, a bomba mecânica deve ser dimensionada para suportar esse throughput.

Cálculo de  $S_{BM}$  considerando a injecção de  $N_2$  (3)

$$P_{sistema} = 10^{-3} \text{ Torr}$$

Supondo que  $S_{BD}$  e  $S_{BM}$  sejam constantes na faixa de trabalho, temos:

$$Q_{N_2 \text{ injecção}} = P_s \times S_{ef BD} = 10^{-3} \times 50 = 5 \times 10^{-2} \frac{\text{Torr l}}{\text{s}}$$

Para o cálculo da velocidade da bomba mecânica ( $S_{BM}$ ) devemos considerar a conservação do throughput

$$\therefore \boxed{Q_1 = Q_2}$$

Então,  $P_s S_{ef BD} = P_f S_{ef BM}$

$$10^{-3} \times 50 = 2 \times 10^{-1} S_{ef BM}$$

Logo:  $S_{ef BM} \sim 0,25 \text{ l/s} \rightarrow \boxed{15 \text{ l/min}}$

Com isso, vemos que para manter o sistema operando, mesmo com a adição de throughput de injecções de  $N_2$ , precisamos de uma bomba mecânica de pequeno porte.

Isto ocorre porque na conservação do throughput a bomba mecânica trabalha em pressões mais altas. ( $10^{-1} \text{ Torr}$ )

A partir de  $S_{ef BM}$  podemos calcular  $S_{BM}$ .

C) Temos que verificar um ponto pendente!

A bomba mecânica é usada também, através do "bypass", para levar o sistema desde a pressão atmosférica até  $\sim 10^{-1}$  Torr para poder abrir a válvula da bomba difusora (BD).

Cálculo do tempo de bombeamento

$$P = P_0 e^{-\frac{S}{V} t} \quad \ln P - \ln P_0 = -\frac{S}{V} t$$

$$\therefore t = \frac{V}{S} \ln \frac{P_0}{P}$$

Substituindo:

$$t = \frac{525}{0,25} \ln \frac{700}{10^{-1}}$$

$$t = 5,2 \text{ horas}$$

Esse tempo é inaceitável!!

D) A escolha da bomba mecanica (BM) vai depender se é necessário abrir o sistema de vários vezes ou não.

- Se o sistema não for aberto constantemente Podemos usar uma outra bomba de maior porte, cuja velocidade de bombeamento depende do tempo de expira, escolhido pelo pesquisador, para levar o sistema desde a pressão atmosférica até  $P_f = 10^{-1}$  Torr.

Só a partir dessa pressão podemos ligar a bomba difusora e também abrir o sistema para a bomba difusora em funcionamento.

Para a operação do sistema recolocamos a BM de menor porte. Entretanto, isso não é usual.

- Se o sistema for aberto algumas vezes, devemos imaginar que a câmara vai estar na pressão atmosférica (entrada de ar) e a válvula gaute vai estar fechada. Logo, o restante do sistema vai continuar operando. Nesse situação, a câmara será evanescida da pressão atmosférica até  $10^{-1}$  Torr. Só a partir dessa pressão podemos abrir a válvula gaute e continuar a operação.

Logicamente, podemos usar a solução anterior, ou seja, colocar uma outra bomba de maior porte para reduzir a pressão da câmara. Neste caso, devemos projetar uma entrada adicional, com uma válvula para essa outra bomba.

Esta solução também não é usual??

⇒ Alguns "leak detector" têm uma bomba mecanica adicional

### ⑤ Utilização do atalho (by-pass) (LESVIO)

Em geral, utiliza-se a mesma bomba mecânica, seja para a operação do sistema BD+BM, seja para fazer o pré-vácuo 700 Torr →  $10^{-1}$  Torr.

Neste caso, é projetada uma ramificação adicional que liga a bomba mecânica (BM) à câmara de vácuo.

Nesta situação, existe um tempo limite.

Quando o sistema for aberto na pressão atmosférica a válvula acima da armadilha deve estar fechada. Portanto, todo o sistema continua operando (óleo quente na BD).

Quando o sistema for fechado, a câmara deve ser bombeada até  $10^{-1}$  Torr, para poder abrir a válvula ganete. Deste forma, o óleo quente da BD não ficará exposto à pressões altas.

Esse bombeamento é feito pela bomba mecânica. Com isto, deve ser fechada a válvula de comunicação entre a BM e a BD. Utilizamos o "by-pass".

A bomba difusora fica por um tempo sem bombeamento da bomba mecânica.

O tempo máximo para a BD ficar sem o bombeamento da BM é de até 30 minutos!

(5)

F Finalmente, podemos calcular  $S_{B11}$

$$P = P_0 e^{-\frac{S}{V} t} \quad \text{Supondo } t = 30 \text{ min} = 1800 \text{ s}$$

$t = 30 \text{ min}$  também é, aproximadamente, o tempo para esquentar o óleo da BD.

$$t = \frac{V}{S} \ln \frac{P_0}{P} \Rightarrow S_{ef} = \frac{525}{1800} \ln \frac{700}{10^{-1}}$$

$$\therefore \boxed{S_{ef\ B11} = 2.6 \text{ l/s} \equiv 155 \text{ l/min}}$$

G Cálculo da condutância do log pax.

$$\begin{cases} D = 3 \text{ cm} \\ L = 80 \text{ cm} \end{cases}$$

$$P_0 = 700 \text{ Torr}$$

$$P_F = 10^{-1} \text{ Torr}$$

$$\text{limite do regime viscoso} \quad D\bar{P} = 1 \quad \bar{P} = \frac{1}{3} = 3 \times 10^{-1} \text{ Torr}$$

Condutâncias no regime viscoso entre 700 e  $10^{-1}$  Torr

$$C = 180 \frac{D^4 \bar{P}}{L} = \frac{180 D^3 \bar{P}}{L} = \frac{180 (3)^3}{80} \times 1 \approx 61 \text{ l/s}$$

$\therefore C \gg S_{ef\ B11}$  então  $S_{ef\ B11} \approx S_{B11}$

$$S_{ef\ B11} = \frac{C S_{B11}}{S_{B11} + C} \approx S_{B11} \quad \boxed{\quad}$$

H

# Cálculo de $S_{BM}$ em função da BD

- Pre-jávamo inicial
- Nondutâncias grandes

$$S_{ef\ BD} \sim 2,6 \text{ l/s}$$



Qual a velocidade  
de bombeamento da  
bomba mecanica  $S_{BM}$ ?

Supondo  $\begin{cases} D = 3\text{cm} \\ L = 60\text{cm} \end{cases}$

tubo que liga  
BD à BM

$$C = \frac{12D^3}{L} = \frac{12(3)^3}{60} \approx 5,4 \text{ l/s}$$

Regime  
molecular

$$S_{BM} = \frac{2,6 \times 5,4}{5,4 - 2,6} \approx 5,0 \text{ l/s}$$

$$S_{BM} = 300 \text{ l/min}$$

Bue

$$S \approx 20 \frac{\text{m}^3}{\text{h}}$$

(6)

Vamos calcular qual é o regime de escoamento, na pior das hipóteses.

$$\bar{DP} = 3 \times \underbrace{10^{-1}}_{P_F} = 0,3 \text{ Torr} \text{ cm} \quad \Rightarrow \begin{array}{l} \text{Regime} \\ \text{intermediário} \end{array}$$

$$C_{int} = C_m \left( 0,074 \frac{D}{\lambda} + 1 \right)$$

$$\bar{\lambda} = \frac{5 \times 10^{-3}}{\bar{P} (\text{Torr})} = \frac{5 \times 10^{-3}}{10^{-1}} \Rightarrow \bar{\lambda} = 5 \times 10^{-2} \text{ cm}$$

então,  $C_{int} = \underbrace{5,0}_{\substack{\text{Cond regime} \\ \text{molecular}}} \left( 0,074 \times \frac{3}{5 \times 10^{-2}} + 1 \right) = 27 \text{ l/s}$

Finalmente,

$$S_{BM} = \frac{S_{ef\ BM} \times C}{C - S_{ef\ BM}}$$

$$S_{BM} = \frac{2,6 \times 27}{27 \times 2,6} = 8,8 \text{ l/s} \quad . : \quad \boxed{S_{BM} = 172 \text{ l/min}}$$

Poderemos comparar uma bomba molecular entre os dois valores calculados.

Sugestão:  $S_{BM}$  entre 5,0 l/s e 2,8 l/s

$$\boxed{S_{BM} = 4,0 \text{ l/s}}$$

$$\Rightarrow \boxed{S_{BM} = 240 \text{ l/min}}$$

(I) Calculando o tempo de escoamento da câmara pelo by-pass.

$$t = \frac{V}{S} \ln \frac{700}{10^{-1}} = \frac{525}{4,0} \ln \frac{700}{10^{-1}}$$

$t \approx 20 \text{ min}$

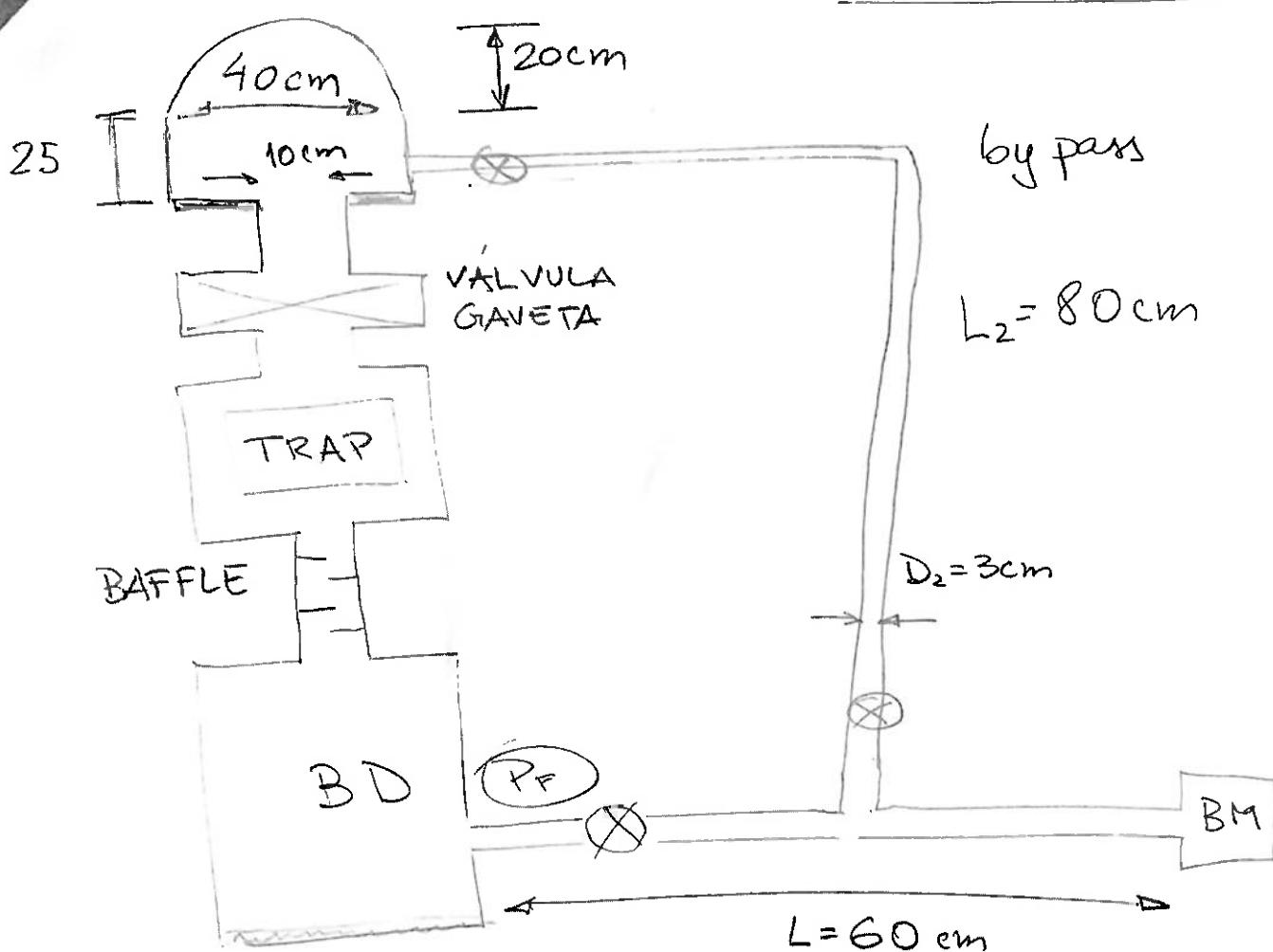
(J) Assim, uma bomba de  $S = 240 \text{ l/min}$  satisfaz os requisitos.

(K) Nunca se deve ter no mercado bombas mecânicas e/ou diaphragmas ou turbobombeadoras com as velocidades de bombeamento que foram calculadas. Mas, é possível comprar aquela que mais se aproxime das exigências do seu sistema !!

Tarefa para o lar

(7)

Considere o sistema



Pressão de trabalho

$$P = 10^{-6} \text{ Torr}$$

Câmara de Mild steel com base de metal  
(aço macio)

$$q_{aço} = 10^{-8} \frac{\text{Torr l}}{\text{s cm}^2} \quad \text{chromium plated polished}$$

$$q_{metal} = 10^{-9} \frac{\text{Torr l}}{\text{s cm}^2}$$

Pressão na traseira da BD  $P_f = 10^{-1} \text{ Torr}$

$$D_1 = D_2 = 3\text{cm} \quad L_1 = 60\text{cm} \quad L_2 = 80\text{cm}$$

tempo para fazer pico-máximo  $20 \text{ min}^{-1}$

Pergunta: Qual o valor de  $S_{BD}$  e  $S_{BM}$



Aula 19

# Ciência e Tecnologia do Vácuo

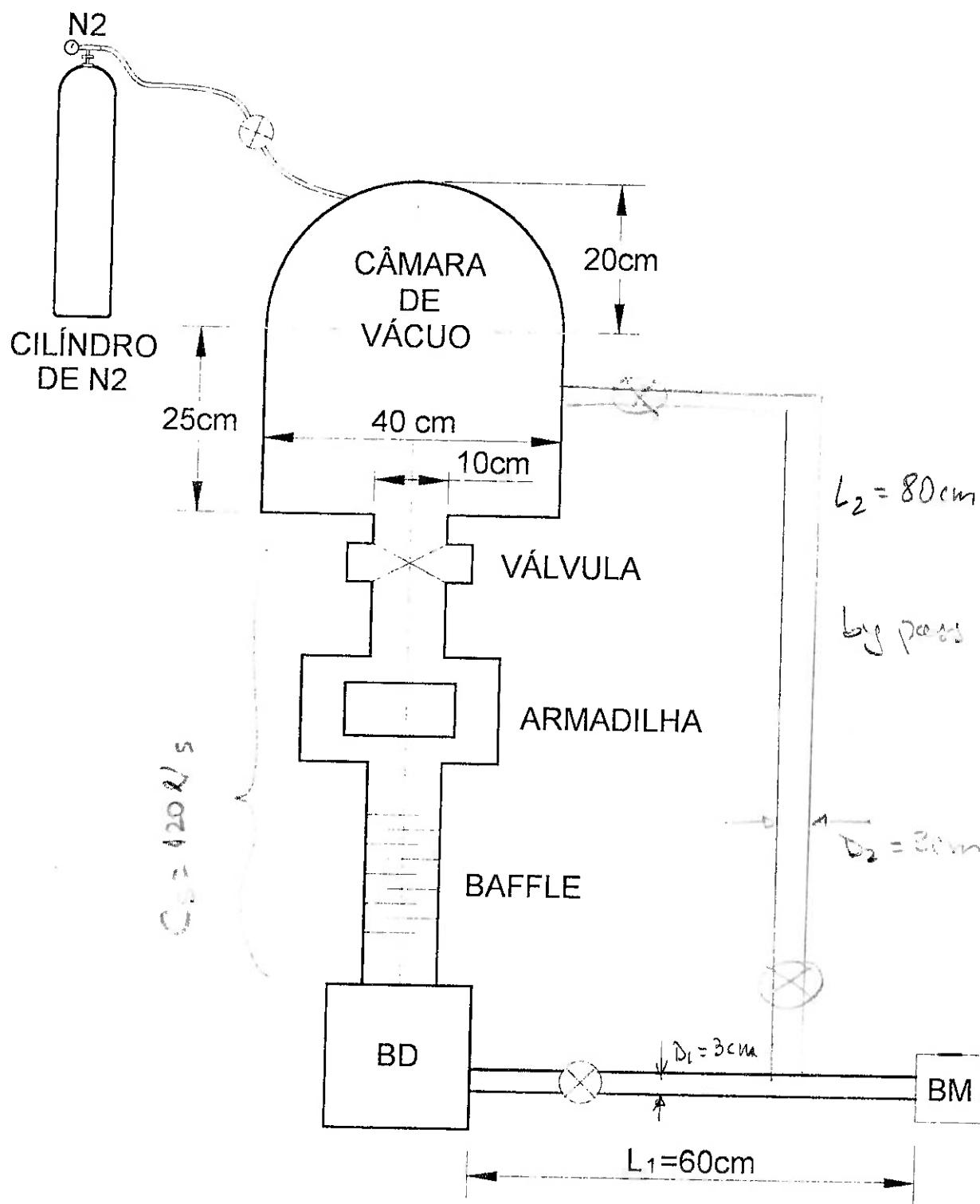
(1)

Avisos - Lista 10/06/2004  
Relatório.pdf.

2024

## Sistema de Vácuo - Exemplo II

Detalhando o sistema de vácuo e suas  
A pressão do sistema deve ser  $10^{-6}$  Torr





A campanula é de Pyrex®, sendo que a base é de metal

As taxas de desgasificação são:

$$\left\{ \begin{array}{l} q_p = 10^{-8} \frac{\text{Torr l}}{\text{s cm}^2} \quad (\text{Pyrex}) \\ q_m = 10^{-9} \frac{\text{Torr l}}{\text{s cm}^2} \quad (\text{metal}) \end{array} \right.$$

Pressão na transição da TD  $P_p = 10^{-1}$  Torr

$$D_1 = D_2 = 3\text{cm} \quad L_1 = 60\text{cm} \quad L_2 = 80\text{cm}$$

Tempo para fazer pré-vácuo fixado em ~ 20 min.  
obrigatório a utilização de "by pass"

② Calcular o volume e área da camara

$$V = \frac{\text{Vespa}}{2} + \text{Volume dos cilindros}$$

$$V = \frac{1}{2} \frac{4}{3} \pi R^3 + \pi R^2 H$$

$$V = 16746 + 31400 = 48146 \text{ cm}^3 = 48 \text{ litros}$$

$$\text{Área } A = \text{cilindros} + \frac{\text{estreita}}{2} = 2\pi RH + \frac{1}{2} 4\pi R^2$$

$$A_1 = 2\pi(20)(25) + \frac{1}{2} 4\pi(20)^2$$

$$A_1 = 3142 + 2013 = 5655 \text{ cm}^2$$

$$A_2 = (\text{base}) = \pi R_1^2 - \pi R_2^2$$

$$A_2 = \pi(20)^2 - \pi(5)^2 = 1257 - 78,5$$

$$A_2 = 1177 \text{ cm}^2$$

1

(2)

$$\textcircled{b} \quad Q_{\text{TOTAL}} = Q_{\text{degas 1}} + Q_{\text{degas 2}}$$

$$Q_{\text{TOTAL DESGASESIFICAÇÃO}} = q_1 A_1 + q_2 A_2$$

$$Q_{\text{degas}} = 10^{-8} \times 5655 + 10^{-9} \times 1177$$

$$\boxed{Q_{\text{degas}} = 5,8 \times 10^{-5} \frac{\text{Torr l}}{\text{s}}}$$

\textcircled{c} Admitindo que esse seja o throughput máximo do sistema de vácuo, temos:

$$Q = PS$$

$$S_{\text{ef BD}} = \frac{5,8 \times 10^{-5}}{10^{-6}} \sim 58 \text{ l/s} \quad \boxed{}$$

\textcircled{d} A condutância dos componentes é um dado do problema, uma vez que foi calculada durante o projeto do sistema.

$$\boxed{C_s \sim 120 \text{ l/s}}$$

então  $S_{\text{BD}} = \frac{S_{\text{ef BD}} \cdot C}{C - S_{\text{ef BD}}} = \frac{58 \times 120}{120 - 58} \approx 112 \text{ l/s} \quad \boxed{}$

O diâmetro da bomba difusora será:

$$S_{\text{BD}} = 50\% C_0 = \frac{1}{2} \pi D^2 = 4,5 D^2$$

então:  $112 = 4,5 D^2$

$$\therefore \boxed{D = 5 \text{ cm}}$$

2"

e) Considerando que o throughput seja conservado, então:

$$Q_1 = Q_2$$

Calcular a Bomba Mecânica

$$P_F = 10^{-1} \text{ Torr}$$

$$Q = PS$$

$$5,8 \times 10^{-5} = 10^{-1} S_{fBM}$$

$$S_{fBM} = 5,8 \times 10^{-4} \text{ l/s}$$

Ou seja, para manter o sistema em funcionamento é necessário uma bomba mecânica "muito pequena" (INEXISTENTE).

f) Se for usada essa bomba para bombear desse a pressão atmosférica até  $10^{-1}$  Torr, o tempo será de:

$$t = \frac{V}{S} \ln \frac{P_0}{P_1} \quad \text{pois} \quad P = P_0 e^{-\frac{S}{V} t}$$

$$\text{então } t = \frac{4B}{5,8 \times 10^{-4}} \ln \frac{700}{10^{-1}}$$

$$t = 8,5 \text{ dias}$$

Demoraria 8 dias para atingir o pré-valvo!

A condutância  $C_S = 120 \text{ l/s}$  não apresenta nenhum problema.

Vamos considerar o tempo fixado em 20 minutos.

$$S_{fBM} = \frac{V}{t} \ln \frac{700}{10^{-1}} = \frac{4B}{1200} \ln \frac{700}{10^{-1}} \Rightarrow S_{fBM} = 0,35 \text{ l/s}$$

$$S_{fBM} = 21 \text{ l/min}$$

$$\text{ou } S_{fBM} \approx 1,3 \frac{\text{m}^3}{\text{h}}$$

(3)

### ③ Cálculo de $S_{BM}$ (considerando $C_s = 120 \text{ l/s}$ )

- Na traseira da BD.

Supondo regime molecular.

$$C_{\text{molecular}} = \frac{12D^3}{L} = \frac{12(3)^3}{60} \Rightarrow C = 5,4 \text{ l/s}$$

então  $S_{BM} = \frac{C \times S_{ef\ BM}}{C - S_{ef\ BM}} = \frac{5,4 \times 0,35}{5,4 - 0,35}$

$$\boxed{S_{BM} \approx 0,37 \text{ l/s}}$$

$$\approx \boxed{1,3 \text{ m}^3/\text{h}}$$

④ Mas, o regime não é molecular, pois:

$$DP = 3 \times 10^{-1} \approx 0,3 \text{ Torr cm} \quad \text{Regime intermediário}$$

$$C_{int} = C_m \left( 0,074 \frac{D}{\bar{\lambda}} + 1 \right) \quad \bar{\lambda} = \frac{5 \times 10^{-3} [\text{cm}]}{\bar{P} (\text{Torr})}$$

$$\bar{\lambda} = \frac{5 \times 10^{-3}}{10^{-1}} = 5 \times 10^{-2} \text{ cm}$$

então  $C_{int} = \frac{12D^3}{L} \left( 0,074 \frac{D}{\bar{\lambda}} + 1 \right)$

$$C_{int} = 5,4 \left( 0,074 \frac{(3)}{5 \times 10^{-2}} + 1 \right) \Rightarrow C_{int} \approx 29 \text{ l/s}$$

$$\therefore \boxed{S_{BM} = 0,35 \text{ l/s}}$$

Estimado a partir do tempo de 20 min.

$$\boxed{S_{BM} = 21 \text{ l/min}}$$

ou  $\boxed{S_{BM} = 1,3 \frac{\text{m}^3}{\text{h}}}$

i) Análise do bypass

$$P_0 = 700 \text{ Torr} \Rightarrow P_f = 10^{-1} \text{ Torr}$$

Qual o regime?  $\Delta P = 3 \times 10^{-1} \approx 0,3 \text{ cm Torr}$

∴ Regime intermediário na pior situação pois

$P$  varia de 700 a  $10^{-1}$  Torr, e no regime viscoso as condutâncias são enormes.

Na pior condição  $C_{int} = C_m \left( 0,0 + 4 \frac{D}{\lambda} + 1 \right)$

$$C_m = \frac{12 D^3}{L} = \frac{12 (3)^3}{80} = 4 \text{ l/s}$$

então  $\boxed{C_{int} \approx 22 \text{ l/s}}$

Essa condutância é muito maior do que a velocidade da bomba mecânica  $S_{BM} = 0,35 \text{ l/s}$

$$\therefore \boxed{S_{B1g} = 0,35 \text{ l/s}}$$

$$S_{BM} = 21 \text{ l/min}$$

## Observações

① Suponha um vazamento real com furos de  $D = 10^{-5} \text{ cm}$ .

$$C = 9D^2 = 9(10^{-5})^2 = 9 \times 10^{-10} \text{ l/s}$$

$$\boxed{Q = C \Delta P}$$

$$Q = \underbrace{9 \times 10^{-10}}_C \times \underbrace{700}_{P_0} \Rightarrow \boxed{Q = 6,3 \times 10^{-7} \frac{\text{Torr l}}{\text{s}}}$$

Ou seja, esse vazamento é bem menor do que a taxa de desgasificação da câmara  $\boxed{Q = 5,8 \times 10^{-5} \frac{\text{Torr l}}{\text{s}}}$

Em todo sistema de vácuo deve ser observado o aspecto de limpeza. As taxas devido à dessicção térmica podem ser altas.

② Supondo agora um vazamento real com  $D = 10^{-4} \text{ cm}$  ( $1 \mu\text{m}$ )

$$C = QD^2 = q(10^{-4})^2 = 9 \times 10^{-8} \text{ l/s}$$

$$Q = C \Delta P \Rightarrow Q = \underbrace{9 \times 10^{-8}}_C \underbrace{(700)}_{P_0} = 6,3 \times 10^{-5} \frac{\text{Torr l}}{\text{s}}$$

$$P_{\text{res}} = \frac{\sum Q_i}{S_{\text{BD}}} = \frac{5,8 \times 10^{-5} + 6,3 \times 10^{-5}}{58}$$

$$\boxed{P_{\text{res}} = 2,1 \times 10^{-6} \text{ Torr}}$$

Mesmo com esse vazamento, não há muita interferência na pressão final.

Novamente, é bom estar atento para a limpeza do sistema.