

GOI ORDENAKO EDA LINEALAK

1. Lortu hurrengo ekuazio homogeneoen soluzio orokorrak

- a) $x''' + 3x'' - 4x = 0$ E: $x = C_1 e^t + (C_2 + C_3 t) e^{-2t}$
- b) $y''' - y'' - y' - 15y = 0$ E: $y = e^{-x} (A \cos 2x + B \sin 2x) + C e^{3x}$
- c) $x^{IV} + 3x'' - 4x = 0$ E: $x = C_1 e^t + C_2 e^{-t} + C_3 \cos 2t + C_4 \sin 2t$
- d) $y^{IV} - 7y'' - 4y' + 20y = 0$ E: $y = (A + Bx) e^{2x} + e^{-2x} (C \cos x + D \sin x)$

2. Aplikatu koefiziente indeterminatuen metodoa, hastapen baldintzeko hurrengo ekuazioak ebazteko:

- a) $\begin{cases} x''(t) - 4x'(t) + 4x(t) = e^t(1 + te^t) \\ x(0) = x'(0) = 0 \end{cases}$ E: $x = \frac{(t^3 + 6t - 6)e^{2t}}{6} + e^t$
- b) $\begin{cases} x''' - 6x'' + 11x' - 6x = e^{2t} - 6t^2 + 4t - 3 \\ x(0) = 4, x'(0) = x''(0) = 2 \end{cases}$ E: $x = 2e^t - (4 + t)e^{2t} + 2e^{3t} + t^2 + 3t + 4$
- c) $\begin{cases} y'' + y = 2(\cos x + \sin x) \\ y(0) = 1, y'(0) = -1 \end{cases}$ E: $y = (1 - x) \cos x + x \sin x$
- d) $\begin{cases} x'' + 2x' + x = 6te^{-t} \\ x(0) = 1, x'(0) = -2 \end{cases}$ E: $x = (1 - t + t^3) e^{-t}$

3. Erabili parametroen aldaguntzako metodoa, hurrengo ekuazioak ebazteko

- a) $y'' + y = \frac{1}{\cos x}$ E: $y = A \cos x + B \sin x + x \sin x + \cos x \ln |\cos x|$
- b) $y'' - 6y' + 9y = \frac{e^{3x}}{x^2}$ E: $y = (A + Bx - \ln x) e^{3x}$
- c) $x'' - 3x' + 2x = -\frac{e^{2t}}{e^t + 1}$ E: $x = C_1 e^t + C_2 e^{2t} + e^t \ln(e^t + 1) + e^{2t} \ln(e^{-t} + 1)$

4. Ebatzi Eulerren hurrengo ekuazioak:

- a) $x^2 y'' - xy' = -2 - x \ln x$ E: $y = C_1 + C_2 x^2 + (x + 1) \ln x$
- b) $(x + 2)^2 y'' - (x + 2)y' + y = 3x + 4$ E: $y = \left(\frac{A + B \ln(x + 2) + 3 \ln^2(x + 2)}{2} \right) (x - 2) - 2$

5. Ekuazio homogeneoaren soluzio partikular bat ezagututa, integratu honako ekuazioak:

- a) $\begin{cases} x^2 (\ln x - 1) y'' - xy' + y = 0 \\ y_1 = x \end{cases}$ E: $y = C_1 x + C_2 \ln x$
- b) $\begin{cases} y'' + (\operatorname{tg} x - 2 \operatorname{ctg} x) y + 2y \operatorname{ctg}^2 x = 0 \\ y_1 = \sin x \end{cases}$ E: $y = (C_1 + C_2 \sin x) \sin x$

$$c) \begin{cases} xy'' + 2(1-x)y' + (x-2)y = 2e^x \\ y_1 = e^x \end{cases} \quad E: y = (Ax^{-1} + B + x)e^x$$

$$d) \begin{cases} x(2x+3)y'' - 6(x+1)y' + 6y = 4x^3(2x+3)^2 \\ y_1 = x^3 \end{cases} \quad E: y = Ax^3 + B(x+1) + x^5 + 3x^4$$

6. Integratu honako ekuazio diferentzialak:

$$a) \begin{cases} y^3 y'' = 1 \\ y(0) = y'(0) = 1 \end{cases} \quad E: y^2 = 2x^2 + 2x + 1$$

$$b) xy''' - 2y'' = 0 \quad E: y = Ax^4 + Bx + C$$

7. $x''(t) - 4x'(t) + 3x(t) = 8te^{3t}$ ekuazio diferentzialerako, zein motatako soluzio partikularra frogatuko litzateke koefiziente indeterminatuen metodoa erabiliko balitz?

$$E: X = (At^2 + Bt)e^{3t}$$

8. Koefiziente indeterminatuen metodoa eta aldagaien aldakuntzaren metodoa erabiliz, lortu honako ekuazio diferentzialaren soluzio orokorra:

$$x''(t) - 7x'(t) + 6x(t) = \sin(t)$$

$$E: x = Ae^{6t} + Be^t + \frac{7}{74}\cos t + \frac{5}{74}\sin t$$

9. Koefiziente indeterminatuen metodoa erabiliz, lortu honako ekuazio diferentzialaren soluzio orokorra:

$$y^{IV} - y = x^3 + 1$$

$$E: x = C_1 e^x + C_2 e^{-x} + C_3 \cos x + C_4 \sin x - x^3 - 1$$

10. Ebatzi honako ekuazio diferentziala: $y'' + y = \tan x$

$$E: y = A \cos x + B \sin x - \cos x \ln\left(\tan\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{4}\right)\right)$$

11. lortu honako ekuazio diferentzialaren soluzio orokorra:

$$y'' - y = \frac{2}{1+e^x}$$

$$E: y = C_1 e^x + C_2 e^{-x} - 1 - xe^x + (e^x - e^{-x}) \ln(1 + e^x)$$

12. Hurrengo ekuazio diferentzialak $y_1 = \sin^3 x$ motako soluzio partikularra daukala jakinda:

$$y'' + (\tan x - 3 \cot x)y' + 3 \cot^2 x \cdot y = 0$$

Lortu bere soluzio orokorra

$$E: y = A \sin^3 x + B \sin x$$