INTEGRAL LERROMAKURRA

1. Integral lerromakurra erabiliz, kalkulatu $x^2+y^2=R^2$ kurbaren luzera E: $2\pi R$

---

2. Kalkulatu $I=\int_C (x^2-y^2)\,ds$ non $C=\begin{cases} x^2+y^2=4y \\ x>0 \end{cases}$ E: -8π

---

3. Kalkulatu $I=\int_C xy^3\,ds$ non C izanik XY planoan dagoen $y=2x$ zuzenaren segmentua kurba A(-1,-2,0)-tik B(1,2,0)-ra. E: $\dfrac{16\sqrt{5}}{5}$

---

4. Kalkulatu $I=\oint_C y^2\,dx+x^2\,dy$ non C O(0,0), A(1,0) eta B(1,1) erpinetako hirukia den.

E: $\dfrac{1}{3}$

---

5. Kalkulatu $I=\int_{(2,1)}^{(1,2)} y\,dx$ integrazio-mugak elkartzen dituen bide zuzenetik. E: $-\dfrac{3}{2}$

---

6. Ebaluatu $I=\int_C y^2\,dx-x^2\,dy$ erloju-orratzen kontrako noranzkoan $x^2+y^2=1$ zirkunferentzian zehar (0,1) puntutik (1,0) puntura. E: 0

---

7. Kalkulatu $I=\oint_C xy\,dx+y\,dy$ non $C: y^2+4x^2-8x=0$. E: -2π

---

8. Kalkulatu $I=\oint_C x^2\,dx+y\,dy$ non $C: y^2+4x^2-8x=0$. E: 0

---

9. Kalkulatu $I=\int_C (x+y)\,dx+(x-y)\,dy$ A(0,0) eta B(π,π) puntuen artean, C hurrengo kurba izanik:

a) Esandako puntuak elkartzen dituen zuzena. E: π^2

b) $y=x+\sin x$ kurba. E: π^2

c) APB lerro hautsia, P(π,0) puntua izanik. E: π^2

d) $y=\dfrac{x^2}{\pi}$ kurba . E: π^2

e) Posible al da funtzio potentziala kalkulatzea? Arrazoitu erantzuna, eta erantzuna baiezkoa bada, kalkulatu funtzio potentziala. E: π^2

---

10. Aztertu bidearekiko independentzia eta balioetsi hurrengo integrala $I = \int_{(1,-2)}^{(3,4)} \frac{y\,dx - x\,dy}{x^2}$ $y = 3x - 5$ zuzenean zehar:

a) Funtzio potentziala erabiliz. E: $-\frac{10}{3}$

b) Zuzena parametrizatuz. E: $-\frac{10}{3}$

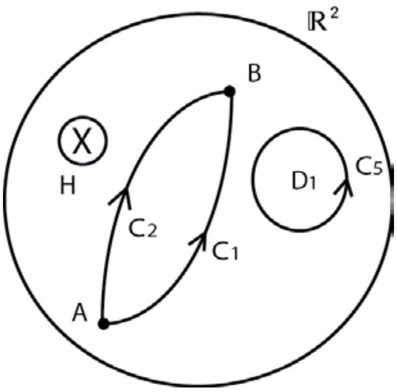
---

11. Kalkulatu $I = \oint_C \left(2x^3 - y^3\right) dx + \left(x^3 + y^3\right) dy$, C kurba $x^2 + y^2 = 1$ zirkunferentzia izanik.

E: $\frac{3\pi}{2}$

---

12. Kalkulatu $I = \int_C P(x,y)\,dx + Q(x,y)\,dy$ integrala, $D = \mathbb{R}^2 - \{H\}$ eremuan P, Q eta beraien lehenengo deribatu partzialak jarraituak direla eta $\frac{\partial P}{\partial y} = \frac{\partial Q}{\partial x}$ dela jakinik. Gainera, (ikusi irudia) A puntutik B puntura $\int_{C_1} = 1$ dela ezaguna da.



Lortu:

a) $\oint_C P(x,y)\,dx + Q(x,y)\,dy$ E: 0

b) $\int_{C_2}$ A puntutik B puntura. E: 1

---

13. Izan bedi $I = \int_C (x-y)\,dx + (2x+y)\,dy$ integral lerromakurra, eta izan bitez $A(0,0)$, $B(1,0)$ eta $D(1,1)$ puntuak:

a) Kalkulatu I a lo largo de la poligonal C definida por los segmentos AB y BD entre los puntos A y D. E: 3

b) Zehaztu I –ren balioa A eta D puntuen artean, $y = x^2$ C kurban zehar, entre los puntos A y D.

E: 2

---

14. Kalkulatu $I = \oint_C (1+xy)\,dx + (x-y)\,dy$ integral lerromakurraren balioa, $y = 2 + x$ zuzenak eta $y = x^2$ parabolak definitzen duten domeinu sinpleki konexuaren mugari dagokion C kurba sinple eta itxian zehar, bere noranzko negatiboan. E: $-\frac{9}{4}$

---

15. Kalkulatu $I = \oint_C (xy^2)\,dx + (x^2 y)\,dy$ integral lerromakurraren balioa, $y = 1 + x$ zuzenak eta $y = x^2$ parabolak definitzen duten domeinu sinpleki konexuaren mugari dagokion C kurba sinple eta itxian zehar, bere noranzko negatiboan. E: 0

---

16. Izan bitez $I=\int_C (x-y+z)\,dx+(3x^2+z)\,dy+(x+z-1)\,dz$ integral lerromakurra, $x=t,\ y=t^2,\ z=t^3$ kurba parametrizatua, eta $t=0$ eta $t=1$ uneetarako lortutako kurbako *A* eta *B* puntuak, hurrenez hurren.

Kalkulatu *I* *A* eta *B* puntuen artean, *A* eta *B* batzen dituen *C* kurbaren arkutik. E: $\frac{77}{30}$

---

17. Izan bitez $I=\int_C xy\,dx+(y+x)\,dy$ integral lerromakurra, eta *A*(0,0), *B*(1,1) eta *D*(2,0) puntuak. Kalkulatu *I* *A* eta *D* puntuen artean, *C* kurba $y=x^2$ ekuazio kartesiarraren gaineko $\overset{\frown}{AB}$ segmentu lerromakurrak eta $x+y=2$ ekuazio kartesiarraren gaineko $\overline{BD}$ segmentu zuzenak definitzen dute. E: $\frac{1}{12}$
