

Programazioaren Metodologia

Kudeaketaren eta Informazio Sistemen Informatikaren Ingeniaritzako Gradua
Bilboko Ingeniaritza Eskola (UPV/EHU)
Lengoaia eta Sistema Informatikoak Saila
1. maila

4. gaia: Programak era formalean eratortzeko metodoa
 1,5 puntu

2. azterketa-eredua: 4g2e- \forall

Enuntziatua

Eguneratze-data: 2020 - 04 - 10

Aurkibidea

1 Programa iteratibo bat eratortzea (1,5 puntu) **1**

Irudien zerrenda

1 Eratorri beharreko programaren egitura, φ , INB , E eta ψ -ren definizioak eta erabilitako predikatuaren definizioa. 3

Taulen zerrenda

1 Aholkatutako laburdurak. 2
 2 Enuntziatuan erabili diren letra grekoen izenak. 3
 3 Puntuazioa atalka. 4

1 Programa iteratibo bat eratortzea (1,5 puntu)

Negatiboak ez diren zenbaki osoz eratuta dagoen $A(1..n)$ bektore ez-hutsa eta positiboak diren zenbaki osoz eratuta dagoen $B(1..n)$ bektore ez-hutsa sarrerako datu gisa hartuta, w aldagai boolearrean $A(1..n)$ bektoreko elementu bakoitza $B(1..n)$ bektoreko posizio bereko elementuaren anizkoitza al den erabakiko duen programa eratorri behar da. Programa eratortzeko, emandako hasierako eta bukaerako baldintzak (φ eta ψ), INB inbariantea eta E espresioa hartu behar dira kontuan eta Hoare-ren kalkuluko While-aren Erregela eta Esleipenaren Axioma erabili behar dira. Lortutako programak eraginkorra izan beharko du, hau da, uneren batean bektoreko elementu batzuk aztertu gabe baldin badaude ere, erantzuna ezezkoa izango dela konturatuz gero, programak erabakitze-prozesua eten egin beharko du gainerako posizioak aztertu gabe.

1 irudian, eratorri beharreko programaren egitura, φ , ψ , INB eta E -ren definizioa eta φ eta INB formuletan erabilitako predikatuaren definizioa daude.

1 irudian, mod eragilea zatiketa osoaren hoderria adierazteko erabili da. Adibideak: $20 \bmod 3 = 2$, $18 \bmod 3 = 0$, $19 \bmod 3 = 1$. Hiru adibide horietan, div eragilearen bidez adieraziko dugun zatiketa osoak 6 balioa itzuliko luke: $20 \text{ div } 3 = 6$, $18 \text{ div } 3 = 6$, $19 \text{ div } 3 = 6$. Zatiketa osoarentzat beste adibide batzuk: $19 \text{ div } 2 = 9$; $19 \text{ div } 3 = 6$; $19 \text{ div } 4 = 4$; $17 \text{ div } 3 = 5$; $8 \text{ div } 12 = 0$.

Eratortze-prozesuan, 2. orrialdean dagoen 1 taulan agertzen diren laburdurak erabiltzea komeniko litzateke. Bestalde, 3. orrialdean dagoen 2 taulan, enuntziatu honetan erabili diren letra grekoak jaso dira. Azkenik, 4. orrialdean dagoen 3 taulan, eratoritze-prozesuan kontuan hartu beharreko urratsei edo atalei dagozkien puntuazioak ipini dira.

1 irudian eta 1 taulan agertzen diren zenbakizko elementuen bidez adierazitako balioak zenbaki osoak dira. Beraz, elementu horien bidez adierazitako balioak \mathbb{Z} multzokoak dira. \mathbb{Z} multzoa honako multzo hau da: $\{\dots, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$.

Formalki, $\mathbb{Z} = \mathbb{N} \cup \{-y \mid y \in \mathbb{N} \wedge y \geq 1\}$. Definizio horretan, $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$ zenbaki arrunten multzoa da eta \cup multzoen arteko bilteta adierazteko erabili da. Beraz, \mathbb{Z} multzoa \mathbb{N} eta $\{-y \mid y \in \mathbb{N} \wedge y \geq 1\}$ multzoen arteko bildura da.

Adibidea. (Eratorri beharreko programarentzat. Programa horren egitura, 1 irudian dago) Har ditza-gun honako $A(1..8)$ eta $B(1..8)$ bektoreak:

$A(1..8)$	10	9	10	18	15	30	4	0
	1	2	3	4	5	6	7	8
$B(1..8)$	5	3	10	6	3	3	1	40
	1	2	3	4	5	6	7	8

Eratorri behar den programak, $A(1..8)$ eta $B(1..8)$ bektoreen balio horientzat *True* balio boolearra laga beharko luke *w* aldagaian. Izan ere, $A(1..8)$ bektoreko balio bakoitza $B(1..8)$ bektoreko posizio bereko elementuaren anizkoitza da. Eratorri behar den programaren egitura 1 irudian ikus daiteke.

Aldiz, $A(1..8)$ eta $B(1..8)$ bektoreen balioak beste hauek balira, orduan programak *False* balio boolearra laga beharko luke *w* aldagaian. Izan ere, $A(1..n)$ bektoreko elementu batzuk ez dira $B(1..8)$ bektoreko posizio bereko elementuaren anizkoitzak. Zehazki, $A(1..n)$ bektoreko 3 eta 6 posizioetako elementuak ez dira $B(1..8)$ bektoreko posizio bereko elementuaren anizkoitzak:

$A(1..8)$	10	9	10	18	15	30	4	0
	1	2	3	4	5	6	7	8
$B(1..8)$	5	3	40	6	3	11	1	40
	1	2	3	4	5	6	7	8

Honako laburdura hauek erabiltzea aholkatzen da:

$$\lambda \equiv n \geq 1 \wedge \text{hand_berd}(A(1..n), 0) \wedge \text{hand_berd}(B(1..n), 1)$$

$$\gamma(\ell) \equiv A(\ell) \bmod B(\ell) = 0$$

$$\mu(\ell) \equiv \forall k(1 \leq k \leq \ell \rightarrow A(k) \bmod B(k) = 0)$$

1 taula: Aholkatutako laburdurak.

Eratorri beharreko programaren egitura:
$\{\varphi\}$ Hasieraketak? while $\{INB\} \{E\}$ B? loop Aginduak? end loop; $\{\psi\}$
φ, INB, E eta ψ -ren definizioak:
$\varphi \equiv n \geq 1 \wedge hand_berd(A(1..n), 0) \wedge hand_berd(B(1..n), 1)$ $INB \equiv n \geq 1 \wedge hand_berd(A(1..n), 0) \wedge hand_berd(B(1..n), 1) \wedge (0 \leq i \leq n) \wedge (w \leftrightarrow \forall k(1 \leq k \leq i \rightarrow A(k) \bmod B(k) = 0))$ $E = n - i$ $\psi \equiv w \leftrightarrow \forall k(1 \leq k \leq n \rightarrow A(k) \bmod B(k) = 0)$
Erabilitako predikatuaren definizioa:
$hand_berd(H(1..r), y) \equiv \forall k(1 \leq k \leq r \rightarrow H(k) \geq y)$

1 irudia: Eratorri beharreko programaren egitura, φ , INB , E eta ψ -ren definizioak eta erabilitako predikatuaren definizioa.

Enuntziatuan erabili diren letra grekoak:
φ : fi ψ : psi γ : gamma μ : mu λ : lambda

2 taula: Enuntziatuan erabili diren letra grekoen izenak.

Puntuazioa:	
(a)	While-aren aurreko hasieraketak kalkulatzeko: 0,250
(b)	While-aren baldintza (B) kalkulatzeko: 0,380
	(b.1) $\neg B$ eta B formulatzeko: 0,150
	(b.2) While-aren erregelako (II) puntua egiaztatzea: 0,005
	(b.3) While-aren erregelako (IV) puntua egiaztatzea: 0,200
	(b.4) While-aren erregelako (V) puntua egiaztatzea: 0,025
(c)	While-aren barruko aginduak kalkulatzeko: 0,850
	(c.1) While-aren erregelako (III) puntuari lotutako garapena: 0,550
	(c.2) While-aren erregelako (VI) puntuari lotutako garapena: 0,300
(d)	d) Bukaeran programa osoa idaztea: 0,020
■	Inplikazio bat zergatik betetzen den ez bada azaltzen, zero kontatuko da. Hau da, inplikazio bat betetzen dela esateak zergatik betetzen den azaldu gabe, zero balio du.
■	Ariketa hau gainditzeko, (a), (b) eta (c) ataletan, atal horietako puntuazioaren erdia lortu beharko da.

3 taula: Puntuazioa atalka.