eman ta zabal zazu

EUSKAL HERRIKO UNIBERTSITATEA
UNIVERSIDAD DEL PAIS VASCO

BILBOKO
INGENIARITZA
ESKOLA

ESCUELA
DE INGENIERÍA
DE BILBAO

MATEMATIKA APLIKATUA

INDUSTRIA INGENIARITZA TEKNIKOKO ATALA
SECCIÓN INGENIERÍA TÉCNICA INDUSTRIAL

KALKULUA (EBALUAZIO FINALA)

OHIKO DEIALDIA. 2018ko maiatzak 29

Kudeaketaren eta Informazio Sistemen Informatikaren Ingeniaritzako Gradua

1. Ariketa

Ebatzi honako ekuazio diferentziala:

$$(x+3)^2 y''+6(x+3)y'+6y=\sin(\ln(x+3))$$

---

2. Ariketa

Klasifikatu eta ebatzi honako ekuazio diferentziala:

$$\left(y+xy^2\tan x\right)dx-\tan x\,dy=0$$

---

3. Ariketa

Kalkulatu C kurbaren gaineko honako integral lerromakurra: $\int_{(1,1)}^{(0,4)} \frac{2x}{y}dx+\frac{y^2-x^2+4}{y^2}dy$

C honela definituta egonik: $C=\begin{cases} x^2+(y-1)^2=1 & \text{non} \quad x>0 \\ x^2+y^2-6y+8=0 & \text{non} \quad x\le 0 \end{cases}$

a) Funtzio potentziala erabiliz, existitzen bada.
b) C kurbaren parametrizazio trigonometrikoa erabiliz

---

4. Ariketa

Izan bedi gainazal hauek mugatzen duten [C] gorputz homogeneoa:

$$x^2+y^2-2z=0, \quad x^2+y^2+z^2=3$$

Kalkulatu integral hirukoitza erabiliz:

a) C gorputzaren bolumena.

b) C gorputzaren grabitate zentroa.

---

5. Ariketa

Alderantzikatu integrazio ordena integral honetan:

$$I=\int_0^1 dx\int_0^{1-\sqrt{1-x^2}} f(x,y)\,dy+\int_1^2 dx\int_0^{\sqrt{2x-x^2}} f(x,y)\,dy$$

eta lortutako integrala ebatziz kalkulatu integrazio domeinuaren azalera.

---

6. Ariketa

Kalkulatu honako integral mugagabeak:

a) $\displaystyle\int \frac{\cos 2x+1}{2+16\,\text{sen}^2 x}\,dx$

b) $\displaystyle\int \frac{1}{x^3\sqrt{\left(2+\frac{3}{x^2}\right)^3}}\,dx$

---

eman ta zabal zazu

EUSKAL HERRIKO UNIBERTSITATEA
UNIVERSIDAD DEL PAÍS VASCO

BILBOKO INGENIARITZA ESKOLA
ESCUELA DE INGENIERÍA DE BILBAO

MATEMATIKA APLIKATUA

INDUSTRIA INGENIARITZA TEKNIKOKO ATALA
SECCIÓN INGENIERÍA TÉCNICA INDUSTRIAL

KALKULUA (EBALUAZIO FINALA)

EZ-OHIKO DEIALDIA. 2018ko uztailak 2

Kudeaketaren eta Informazio Sistemen Informatikaren Ingeniaritzako Gradua

1. Ariketa

Kalkulatu honako integral mugagabeak:

a) $\displaystyle\int \left(\frac{x+4}{x+2}\right)^3 dx$

b) $\displaystyle\int \frac{dx}{\tan x\left(1+\cos^2 x\right)}$

---

2. Ariketa

Kalkulatu **integral bikoitza** erabiliz, eta **bi era desberdinetan**, $\sin x$, $\cos x$ funtzioek eta abzisa ardatzak mugatutako azalera $[0,\frac{\pi}{2}]$ tartean.

---

3. Ariketa

Izan bedi gainazal hauek mugatzen duten $[C]$ gorputz homogeneoa:

$$x^2+y^2=16\ \left(z\le 5\right),\quad x^2+y^2-4z^2=0\ \left(z\ge 0\right)$$

Kalkulatu integral hirukoitza erabiliz:

a) C gorputzaren bolumena.

b) C gorputzaren grabitate zentroa.

---

4. Ariketa

Kalkulatu $I=\int_C\left(3+\frac{y}{x^2}\right)dx+\left(y-\frac{1}{x}\right)dy$ C kurbaren gainean $A(1,0)$ eta $B(3,0)$ artean. C kurba osatuta dago alde batetik, A eta $D(2,1)$ puntuak lotzen dituen zuzenaz eta bestetik, D eta B puntuak lotzen dituen zuzenaz.

a) C kurbaren parametrizazioa erabiliz.
b) Funtzio potentziala erabiliz, existitzen bada.

---

5. Ariketa

Identifikatu eta ebatzi honako ekuazio diferentziala:

$$\left(x\cdot\cos x-2y\right)dx-x\,dy=0$$

---

6. Ariketa

Ebatzi honako ekuazio diferentziala:

$$y''+y=\frac{1}{\cos^2 x}$$

BILBOKO INGENIARITZA ESKOLA
ESCUELA DE INGENIERÍA DE BILBAO

MATEMATIKA APLIKATUA

KALKULUA (EBALUAZIO FINALA)

OHIKO DEIALDIA. 2019ko maiatzak 27

Kudeaketaren eta Informazio Sistemen Informatikaren Ingeniaritzako Gradua

1. Ariketa

Ebatzi honako ekuazio diferentziala:

$$x^2 y'' + 5xy' + 4y = \frac{x^2 - x^{-2}}{2}$$

(2 puntu)

2. Ariketa

Sailkatu eta ebatzi honako ekuazio diferentziala:

$$\left(xy\cos x + 2x^2 e^y\right)dx + \left(x\sin x + x^3 e^y\right)dy = 0$$

(2 puntu)

3. Ariketa

Kalkulatu C kurbaren gaineko honako integral lerromakurra: $\int_C xy^4 \, dS$

C honela definituta egonik: $C = \left\{x^2 + y^2 = 4x \quad \text{non} \quad x \geq 2\right.$

(2 puntu)

4. Ariketa

Izan bedi gainazal hauek mugatzen duten [C] gorputz homogeneoa:

$$x^2 + y^2 - 4z = 0, \quad x^2 + y^2 - z^2 + 16z - 64 = 0 \ \left(z \leq 8\right)$$

Kalkulatu integral hirukoitza erabiliz:

a) C gorputzaren bolumena.

b) C gorputzaren grabitate zentroa.

(2 puntu)

5. Ariketa

Izan bedi hurrengo eran definituriko [D] domeinu laua:

$$D = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \,/\, x^2 + y^2 - 4x \geq 0, \quad (x-2)^2 + 4y^2 - 16 \leq 0, \quad x \geq 2\right\}$$

Kalkulatu [D] domeinu lauaren azalera **integral bikoitzaren kontzeptua erabiliz**.

(2 puntu)

6. Ariketa

Kalkulatu honako integral mugagabeak:

a) $\displaystyle\int \frac{dx}{(x-1)^2\sqrt{x^2+x-1}}$

b) $\displaystyle\int \frac{1}{x^2\sqrt{x^2-4}}\,dx$

(2 puntu)