

**7. ARIKETA (Espezifikazio ekuazionala – Pilak) – (0,200 puntu)**

Zenbaki osoz osatutako bi pila emanda, pila bietan altuera berean dauden elementuetatik handiena aukeratuz eratzen den pila itzultzen duen *han* izeneko funtzioaren **espezififikazio ekuazionala** eman. Altuera berean pila bietan balio bera dagoenean, balio hori ipini beharko da pila berriko altuera horretan. Pilek altuera desberdina badute, errete-mezua aurkeztu beharko da. Pila biak hutsak badira, pila hutsa itzuli beharko da.

Phutsa eta Pilaratu eragiketa eraikitzaileez gain, honako beste funtzio hauek ere laguntzaile bezala erabil daitezke definitu gabe:

- Pila bat emanda, pila hutsa bada *True* eta bestela *False* itzultzen duen *phutsa\_da* izeneko funtzioa.
- Pila bat emanda, pilako gailurrean dagoen elementua itzultzen duen *gailurra* izeneko funtzioa.
- Pila bat emanda, pilaren gailurreko elementua kenduz lortzen den pila itzultzen duen *despilatu* izeneko funtzioa.
- Pila bat emanda, pilako elementu-kopurua itzultzen duen *altuera* izeneko funtzioa.

**1. adibidea:**

<b>10</b>	7	10
2	<b>4</b>	4
12	<b>15</b>	15
<b>11</b>	<b>11</b>	11
4	<b>20</b>	20
<b>9</b>	5	9

*han*( ) =

**2. adibidea:**

*han*(*Pilaratu*(1, *Pilaratu*(2, *Phutsa*)), *Pilaratu*(3, *Pilaratu*(4, *Phutsa*))) =  
= *Pilaratu*(3, *Pilaratu*(4, *Phutsa*))

**8. ARIKETA (Espezifikazio ekuazionala – Ilarak) – (0,150 puntu)**

Zenbaki osoz eratutako ilara bat emanda, elementu bikoitiak zero balioaz eta bakoitiak bat balioaz ordezkatzuz lortzen den, eta ondorioz batekoak eta zeroak bakarrik izango dituen ilara itzultzen duen *bz* funtzioaren **espezififikazio ekuazionala** eman.

**1. adibidea**

*bz*(*<< 5, 7, 8, 8, 1, 6 >>*) = *<< 1, 1, 0, 0, 1, 0 >>*

**2. adibidea**

*bz*(*<< 7, 8, 4 >>*) = *<< 1, 0, 0 >>*  
*bz*(*Ipini*(*Ipini*(*Ipini*(*Ihutsa*, 7), 8), 4)) =  
= *Ipini*(*Ipini*(*Ipini*(*Ihutsa*, 1), 0), 0)

**9. ARIKETA (Espezifikazio ekuazionala – Zuhaitz bitarrak) – (0,400 puntu)**

t motako x elementu bat eta t motako elementuz osatutako zuhaitz bitar bat emanda, ezkerreko ertzeko adabegien balioak x balioaz ordezkatzuz lortzen den zuhaitz bitarra itzultzen duen *eze* izeneko funtzioaren **espezifikazio ekuazionala** eman. Erroa eta beti ezkerreko azpizuhaitza aukeratuz irisgarriak diren adabegiak dira *ezkerreko ertzeko adabegiak*. Sarrera bezala emandako zuhaitza hutsa baldin bada, zuhaitz hutsa itzuli beharko da.

**Adibidea:**

<p><b>1. irudia</b></p> <p><i>a</i> zuhaitza</p>	<p><b>2. irudia</b></p> <p>ezkerreko ertzeko adabegiak</p>
<p><b>3. irudia</b></p> <p><i>eze</i> (t18, <i>a</i>)</p>	<p>1. irudian <i>a</i> zuhaitz bitarra ikus daiteke.</p> <p>2. irudian <i>a</i> zuhaitzean ezkerreko ertzeko adabegiak zein diren adierazten da.</p> <p>3. irudian <i>a</i> zuhaitzeko ezkerreko ertzeko adabegien balioak t18 balioaz ordezkatzuz lortzen den zuhaitz bitarra erakusten da.</p>

**2. adibidea:**

*eze*(t18, Eraiki(t1, Eraiki(t2, Zhutsa, Zhutsa),  
 Eraiki(t3, Eraiki(t4, Zhutsa, Zhutsa),  
 Zhutsa  
 )  
 )  
 ) = Eraiki(t18, Eraiki(t18, Zhutsa, Zhutsa),  
 Eraiki(t3, Eraiki(t4, Zhutsa, Zhutsa),  
 Zhutsa  
 )  
 )  
 )

### 3. ARIKETA (Espezifikazio ekuazionala – Pilak) – (0,200 puntu)

Int motako elementuz osatutako pila bat emanda, jarraian dauden zenbaki bikoitiak biderketaren bidez bat eginez lortzen den pila itzultzen duen *be* izeneko funtzioaren **espezifikazio ekuazionala** eman. Zenbaki bakoitiak mantendu egin behar dira. Beraz, emaitza bezala lortuko den pilan ez da zenbaki bikoitirik elkarren jarraian egongo. Sarrerako pila hutsa bada, pila hutsa itzuli beharko da.

Honako funtzio hauek laguntzaile bezala erabil daitezke definitu gabe:

- *phutsa\_da*: pila bat emanda, pila hutsa baldin bada *true* eta bestela *false* itzultzen duen funtzioa.
- *gailurra*: pila bat emanda, pilako gailurrean dagoen elementua itzultzen duen funtzioa.
- *despilatu*: pila bat emanda, pilako gailurrean dagoen elementua kenduz geratzen den pila itzultzen duen funtzioa.
- *bikoitia*: zenbaki oso bat emanda, bikoitia baldin bada *true* eta bestela *false* itzultzen duen funtzioa.
- *bakoitia*: zenbaki oso bat emanda, bakoitia baldin bada *true* eta bestela *false* itzultzen duen funtzioa.

#### 1. adibidea:

$$be\left(\begin{array}{|c|} \hline 2 \\ \hline 5 \\ \hline 8 \\ \hline 2 \\ \hline 10 \\ \hline 7 \\ \hline 9 \\ \hline \end{array}\right) = \begin{array}{|c|} \hline 2 \\ \hline 5 \\ \hline 160 \\ \hline 7 \\ \hline 9 \\ \hline \end{array} \quad 160 = 8 * 2 * 10$$

#### 2. adibidea:

$$be\left(\begin{array}{|c|} \hline 11 \\ \hline 7 \\ \hline 9 \\ \hline \end{array}\right) = \begin{array}{|c|} \hline 11 \\ \hline 7 \\ \hline 9 \\ \hline \end{array}$$

#### 3. adibidea:

$$be\left(\begin{array}{|c|} \hline 10 \\ \hline 4 \\ \hline 6 \\ \hline \end{array}\right) = \boxed{240} \quad 240 = 10 * 4 * 6$$

### 4. ARIKETA (Espezifikazio ekuazionala – Ilarak) – (0,150 puntu)

Zenbaki osoz osatutako ilara bat emanda, elementu bikoitiak bakarrik mantenduz, hau da, elementu bakoitiak ezabatuz lortzen den ilara itzultzen duen *bi* izeneko funtzioaren **espezifikazio ekuazionala** eman. Hasierako ilara hutsa baldin bada, ilara hutsa itzuli beharko da.

#### 1. adibidea

$$bi(<< 5, 7, 8, 2, 5, 2 >>) = << 8, 2, 2 >>$$

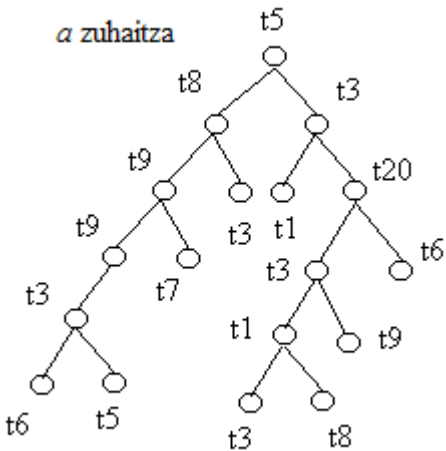
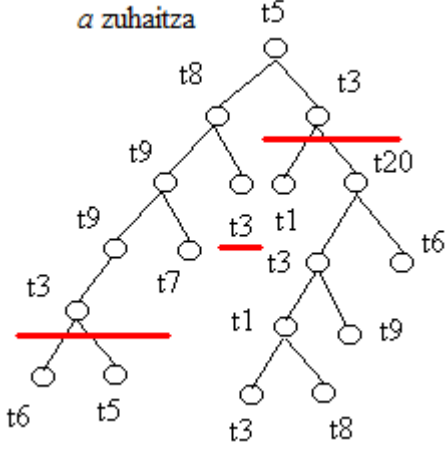
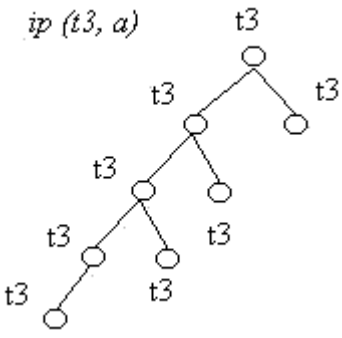
#### 2. adibidea

$$\begin{aligned} bi(\text{Ipini}(\text{Ipini}(\text{Ipini}(\text{Ipini}(\text{Ipini}(\text{Ipini}(\text{Ihutsa}, 5), 7), 8), 2), 5), 2) = \\ = \text{Ipini}(\text{Ipini}(\text{Ipini}(\text{Ihutsa}, 8), 2), 2) \end{aligned}$$

### 5. ARIKETA (Espezifikazio ekuazionala – Zuhaitz bitarrak) – (0,400 puntu)

t motako v balio bat eta t motako zuhaitz bitar bat emanda, adar bakoitzean v balioaren lehenengo agerpenetik (errotik abiatuz) behera gelditzen diren adabegi denak ezabatuz eta, gainera, ezabatu gabe geratzen diren adabegi denen balio bezala v ipiniz lortzen den zuhaitz bitarra itzultzen duen *ip* izeneko funtzioaren **espezifikazio ekuazionala** eman. Emandako zuhaitza hutsa baldin bada, zuhaitz hutsa itzuli beharko da.

#### 1. adibidea:

<p><b>1. irudia</b></p> <p><i>a</i> zuhaitza</p> 	<p><b>2. irudia</b></p> <p><i>a</i> zuhaitza</p> 
<p><b>3. irudia</b></p> <p><i>ip</i> (t3, <i>a</i>)</p> 	<ul style="list-style-type: none"> <li>- 1. irudian <i>a</i> zuhaitz bitarra erakusten da.</li> <li>- 2. irudian <i>ip</i>(t3, <i>a</i>) kalkulatzeko ezabatu behar diren adabegiak zein diren erakusten da. Adar bakoitzean marra horizontal lodien azpitik gelditzen diren adabegiak ezabatuko dira.</li> <li>- 3. irudian, emaitza ikusten da. Bertan, 2. Irudian zehaztutako adabegiak ezabatzeaz gain, gelditu den adabegi bakoitzari t3 balioa ipini zaio.</li> </ul>

#### 2. adibidea:

$$\begin{aligned}
 &ip(t3, \text{Eraiki}(t1, \text{Eraiki}(t2, \text{Zhutsa}, \text{Zhutsa}), \\
 &\quad \text{Eraiki}(t3, \text{Eraiki}(t4, \text{Zhutsa}, \text{Zhutsa}), \\
 &\quad \quad \text{Zhutsa} \\
 &\quad ) \\
 &\quad ) \\
 &)= \\
 &= \text{Eraiki}(t3, \text{Eraiki}(t3, \text{Zhutsa}, \text{Zhutsa}), \\
 &\quad \text{Eraiki}(t3, \text{Zhutsa}, \\
 &\quad \quad \text{Zhutsa} \\
 &\quad ) \\
 &\quad )
 \end{aligned}$$

### 3. ARIKETA (Espezifikazio ekuazionala – Pilak) – (0,200 puntu)

Zenbaki osoz osatutako pila bat emanda, balio berdinak jarraian daudenean, kopia bakarra lagaz lortzen den pila itzultzen duen *kb* izeneko funtzioaren **espezifikazio ekuazionala** eman. Emandako pila hutsa baldin bada, pila hutsa itzuli beharko du.

Honako funtzio hauek erabil daitezke laguntzaile bezala:

- *phutsa\_da*: pila bat emanda, pila hutsa baldin bada *true* eta bestela *false* itzultzen duen funtzioa.
- *gailurra*: pila bat emanda, pilako gailurrean dagoen elementua itzultzen duen funtzioa.

#### 1. adibidea:

$$kb(\begin{array}{|c|} \hline 2 \\ \hline 2 \\ \hline 7 \\ \hline 5 \\ \hline 5 \\ \hline 5 \\ \hline 9 \\ \hline \end{array}) = \begin{array}{|c|} \hline 2 \\ \hline 7 \\ \hline 5 \\ \hline 9 \\ \hline \end{array}$$

#### 2. adibidea:

$$kb(\begin{array}{|c|} \hline 5 \\ \hline 5 \\ \hline 7 \\ \hline 5 \\ \hline 5 \\ \hline 5 \\ \hline 9 \\ \hline \end{array}) = \begin{array}{|c|} \hline 5 \\ \hline 7 \\ \hline 5 \\ \hline 9 \\ \hline \end{array}$$

#### 3. adibidea:

$$kb(\begin{array}{|c|} \hline 11 \\ \hline 7 \\ \hline 9 \\ \hline \end{array}) = \begin{array}{|c|} \hline 11 \\ \hline 7 \\ \hline 9 \\ \hline \end{array}$$

#### 4. adibidea:

$$kb(\begin{array}{|c|} \hline 10 \\ \hline 10 \\ \hline 10 \\ \hline \end{array}) = \begin{array}{|c|} \hline 10 \\ \hline \end{array}$$

### 4. ARIKETA (Espezifikazio ekuazionala – Ilarak) – (0,150 puntu)

Zenbaki osoz osatutako ilara bat emanda, balio bikoitientzat bigarren kopia bat sortuz lortzen den ilara itzultzen duen *big* izeneko funtzioaren **espezifikazio ekuazionala** eman. Emandako ilara hutsa baldin bada, ilara hutsa itzuli beharko du.

#### 1. adibidea:

$$big(<< 5, 7, \underline{8}, \underline{8}, 5, \underline{6} >>) = << 5, 7, \underline{8}, \underline{8}, \underline{8}, \underline{8}, 5, \underline{6}, \underline{6} >>$$

#### 2. adibidea

$$\begin{aligned} big(<< 7, \underline{8}, \underline{4} >>) &= << 7, \underline{8}, \underline{8}, \underline{4}, \underline{4} >> \\ big(Ipini(Ipini(Ipini(Ihutsa, 7), 8), 4)) &= \\ &= Ipini(Ipini(Ipini(Ipini(Ipini(Ihutsa, 7), 8), 8), 4), 4) \end{aligned}$$

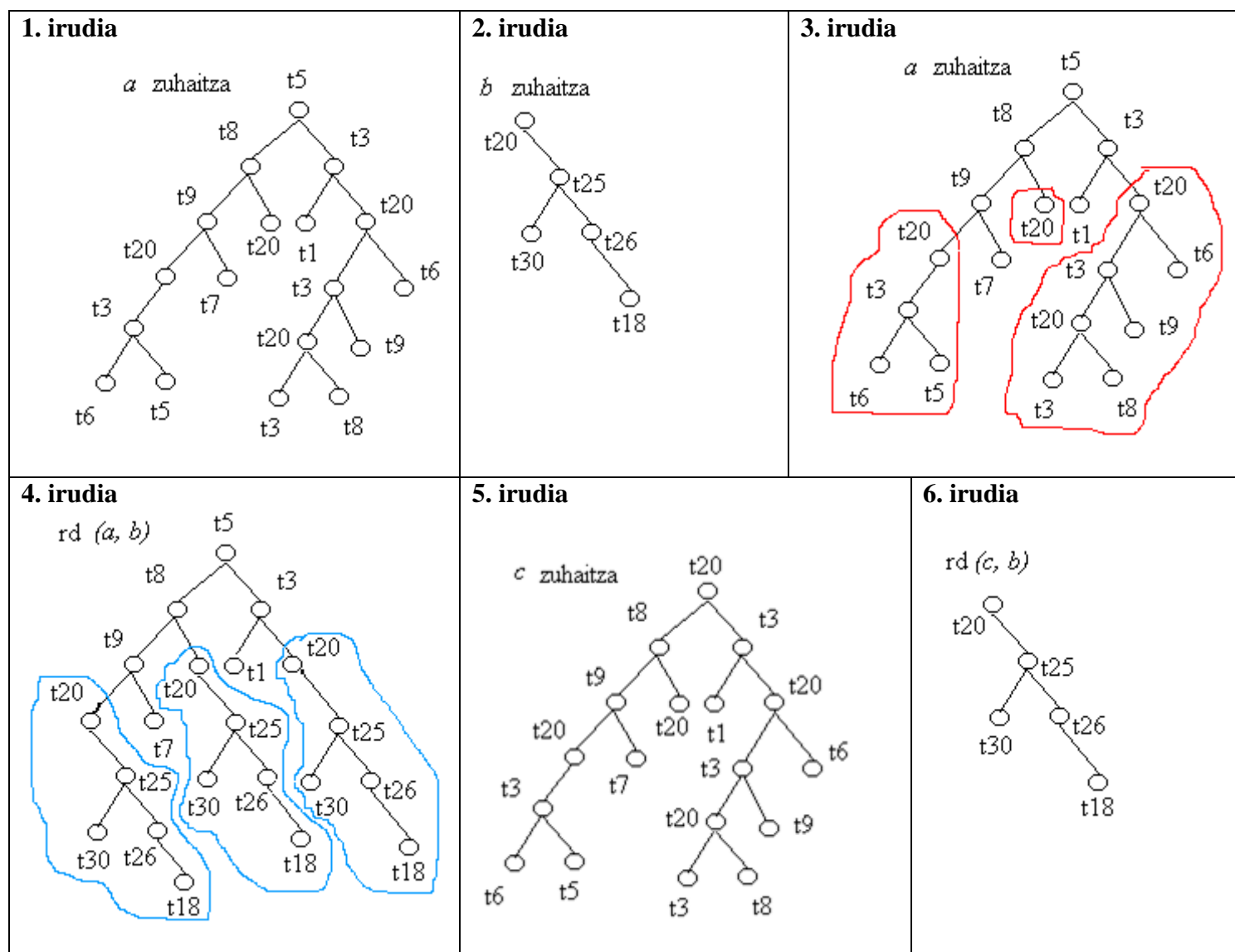
## 5. ARIKETA (Espezifikazio ekuazionala – Zuhaitz bitarrak) – (0,400 puntu)

t motako elementuz osatutako bi zuhaitz bitar emanda, bigarren zuhaitzaren erroaren berdina den erroa duten lehenengo zuhaitzeko azpizuhaitzak bigarren zuhaitzaz ordezkatzuz lortzen den zuhaitz bitarra itzultzen duen *rd* izeneko funtzioaren **espezifikazio ekuazionala** eman. Lehenengo zuhaitzeko adar batean bigarren zuhaitzeko erroaren berdina diren adabegi bat baino gehiago daudenean, ordezkaketa errotik hurbilen dagoen adabegian egingo da. Lehenengo zuhaitzeko erroa bigarren zuhaitzaren erroaren berdina baldin bada, zuhaitz osoa ordezkatu da. Bi zuhaitzetakoren bat hutsa baldin bada, lehenengo zuhaitza itzuli beharko da:

Honako funtzio hauek erabil daitezke laguntzaile bezala:

- *zhutsa\_da*: zuhaitz bitar bat emanda, zuhaitza hutsa baldin bada true eta bestela false itzultzen duen funtzioa.
- *erroa*: hutsa ez den zuhaitz bitar bat emanda, zuhaitzaren erroan dagoen elementua itzultzen duen funtzioa.

### 1. adibidea:



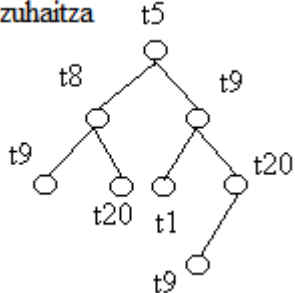
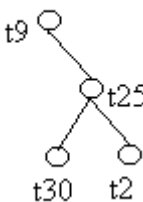
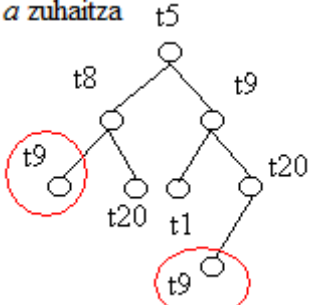
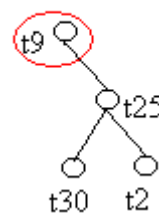
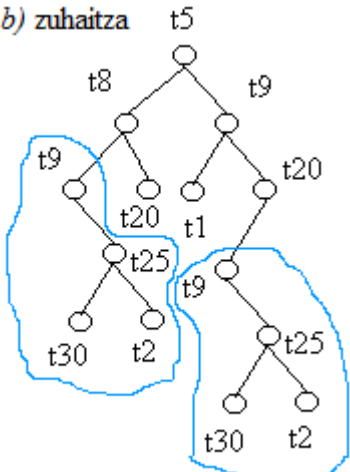
a) (0,350 puntu)

t motako elementuz osatutako bi zuhaitz bitar emanda, bigarren zuhaitzaren erroaren balio berdina duten lehenengo zuhaitzeko hostoetan bigarren zuhaitza *eskekiz* edo *esekiz* lortzen den zuhaitz bitarra itzultzen duen *sk* izeneko funtzioaren **espezifikazio ekuazionala** eman. Bigarren zuhaitza hutsa baldin bada, errore mezua itzuli beharko da. Bigarren zuhaitza hutsa ez bada eta lehenengo zuhaitza hutsa baldin bada, zuhaitz hutsa itzuli beharko da:

Honako funtzio hauek erabil daitezke laguntzaile bezala:

- *zhutsa\_da*: zuhaitz bitar bat emanda, zuhaitza hutsa baldin bada *true* eta bestela *false* itzultzen duen funtzioa.
- *erroa*: hutsa ez den zuhaitz bitar bat emanda, zuhaitzaren erroa itzultzen duen funtzioa.

1. adibidea:

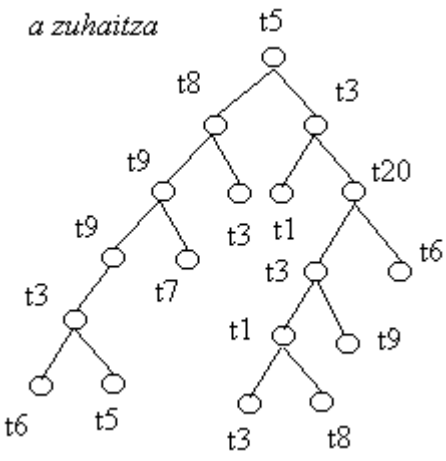
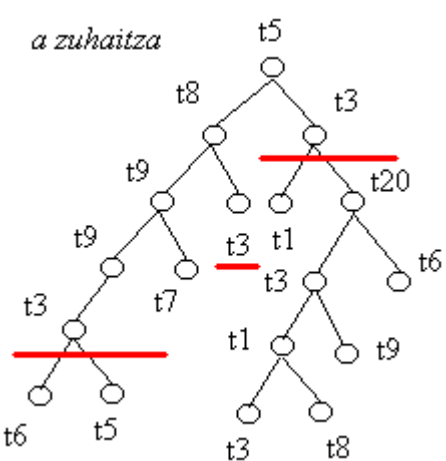
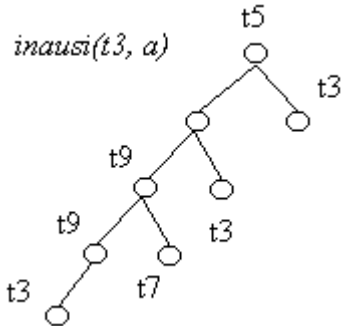
<p><b>1. irudia</b></p> <p><i>a</i> zuhaitza</p> 	<p><b>2. irudia</b></p> <p><i>b</i> zuhaitza</p> 	<p><b>3. irudia</b></p> <p><i>a</i> zuhaitza</p> 
<p><b>4. irudia</b></p> <p><i>b</i> zuhaitza</p> 	<p><b>5. irudia</b></p> <p><i>sk(a,b)</i> zuhaitza</p> 	<p>1. eta 2. irudietan <i>a</i> eta <i>b</i> zuhaitz bitarrak erakusten dira. Bestalde, 3. eta 4. irudietan <i>b</i> zuhaitzaren erroaren berdinak diren <i>a</i> zuhaitzeko hostoak zein diren adierazten da. Bukatzeko, 5. irudian <i>b</i>-ren erroaren berdinak diren <i>a</i> zuhaitzeko hostoetatik <i>b</i> esekiz lortutako zuhaitza erakusten da.</p>

2. adibidea:

$$\begin{aligned}
 &sk(\text{Eraiki}(t1, \text{Eraiki}(t2, \text{Zhutsa}, \text{Zhutsa}), \text{Eraiki}(t3, \text{Eraiki}(t4, \text{Zhutsa}, \text{Zhutsa}), \text{Zhutsa})), \\
 &\quad \text{Eraiki}(t2, \text{Eraiki}(t8, \text{Zhutsa}, \text{Zhutsa}), \text{Zhutsa})) \\
 &= \\
 &= \text{Eraiki}(t1, \text{Eraiki}(t2, \text{Eraiki}(t8, \text{Zhutsa}, \text{Zhutsa}), \text{Zhutsa}), \\
 &\quad \text{Eraiki}(t3, \text{Eraiki}(t4, \text{Zhutsa}, \text{Zhutsa}), \text{Zhutsa})) \\
 &)
 \end{aligned}$$

- a) (0,4 puntu)  $t$  motako  $v$  balio bat eta  $t$  motako zuhaitz bitar bat emanda, adar bakoitzean  $v$  balioaren lehenengo agerpenetik (errotik abiatuz) behera gelditzen diren adabegi denak ezabatuz gelditzen den zuhaitz bitarra itzultzen duen inausi izeneko funtzioaren espezifikazio ekuazionala eman.

### 1. adibidea:

<p><b>1. irudia</b></p> <p><i>a zuhaitza</i></p> 	<p><b>2. irudia</b></p> <p><i>a zuhaitza</i></p> 
<p><b>3. irudia</b></p> <p><i>inausi(t3, a)</i></p> 	<ul style="list-style-type: none"> <li>- 1. irudian <math>a</math> izeneko zuhaitz bitar bat erakusten da.</li> <li>- 2. irudian <math>\text{inausi}(t3, a)</math> kalkulatzeko ezabatu behar diren adabegiak zein diren erakusten da. Adar bakoitzean marra horizontal lodien azpitik gelditzen diren adabegiak ezabatuko dira.</li> <li>- 3. irudian emaitza erakusten da.</li> </ul>

### 2. adibidea:

$\text{inausi}(t3, \text{Eraiki}(t1, \text{Eraiki}(t2, \text{Zhutsa}, \text{Zhutsa}),$   
 $\text{Eraiki}(t3, \text{Eraiki}(t4, \text{Zhutsa}, \text{Zhutsa}),$   
 $\text{Zhutsa})$   
 $)$   
 $) =$   
 $= \text{Eraiki}(t1, \text{Eraiki}(t2, \text{Zhutsa}, \text{Zhutsa}),$   
 $\text{Eraiki}(t3, \text{Zhutsa},$   
 $\text{Zhutsa})$   
 $)$