

1. GAIKO ARIKETAK

1. Ariketa: Kalkula itzazu honako zenbaki konplexu hauen modulua eta argumentua:

a) $(1 + \sqrt{3}i)^2$ Sol.: $4_{2\pi/3}$

b) $\frac{1+i}{1-i}$ Sol.: $1_{\pi/2}$

c) $\frac{1+\sqrt{3}i}{1-\sqrt{3}i}$ Sol.: $1_{2\pi/3}$

2. Ariketa: Adierazi honako zenbaki konplexuak era binomikoan:

a) $1 - i^{200}$ Sol.: 0

b) $(1 - i)^{200}$ Sol.: 2^{100}

c) $\frac{8}{(1-i)^5}$ Sol.: $-1 - i$

d) $\frac{e^{1+\frac{3\pi}{4}i} \cdot e^{2+\frac{\pi}{3}i}}{e^{\frac{4\pi}{3}i}}$ Sol. $\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i$

3. Ariketa: Adierazi era binomikoan eta era polarrean $z = e^{\ln 4 + \frac{\pi}{2}i}$ zenbaki konplexua. Emaizta geometrikoki adierazi.

Sol. $4i, 4_{\pi/2}$

4. Ariketa: Kalkulatu $z = \log_{1-i}(2 + 2i)$ zenbakiaren balio nagusia.

Sol. $\frac{6 \ln 2 + i\pi}{2 \ln 2 - i\pi}$

5. Ariketa: Kalkulatu hurrengo zenbaki konplexu hauek:

a) $\log_i(1 + i)$ Sol. $\frac{2 \ln 2 + i(\pi + 8k_1\pi)}{2i(\pi + 4k_2\pi)}$

b) $\ln(1 + \sqrt{3}i)$ Sol. $\ln 2 + i\left(\frac{\pi}{3} + 2k\pi\right)$

c) $(1 + i)^{-i}$ Sol. $e^{-\frac{\ln 2}{2}i + \left(\frac{\pi}{4} + 2k\pi\right)}$

d) i^{i-1} Sol. $e^{-(1+i)\left(\frac{\pi}{2} + 2k\pi\right)}$

6. Ariketa: Ebatzi honako ekuazio hauek:

a) $z^2 - 2z + 2 = 0$

Sol. $1 \pm i$

b) $z^2 + (3 - 2i)z - 1 - 3i = 0$

Sol. $i, -3 + i$

c) $(z - 2)^5 = 4$

Sol. $2 + \left(\sqrt[5]{4}\right)^{\frac{2k\pi}{5}} \quad k = 0, 1, 2, 3, 4$

d) $z^3 + (5 - 3i)z^2 - 15iz = 0$

Sol. $0, -5, 3i$

7. Ariketa: Lortu $|z| = \left|\frac{1}{z}\right| = |1 - z|$ betetzen duen z zenbaki konplexua.

Sol. $z_1 = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i; z_2 = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$