Lengoaiak, Konputazioa eta Sistema Adimendunak

3. gaiko lehenengo zatia: AFD, AFED eta ε-AFED-en diseinua
Bilboko IITUE
1,6 puntu
Ebazpena

2015-11-19

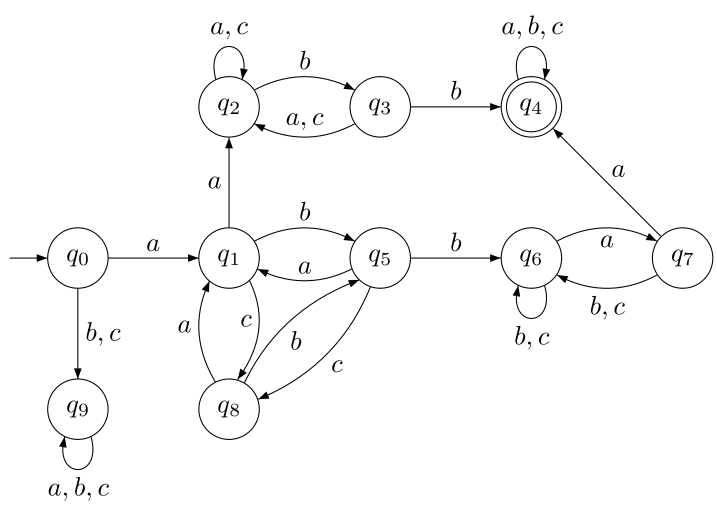
1 Automata finitu deterministen (AFD-en) diseinua (0,500 puntu)

$A = \{a, b, c\}$ alfabetoaren gainean definitutako honako bi lengoaientzat AFD bana diseinatu:

1.1 a-rekin hasi eta aa eta bb azpihitzak dituzten hitzez eratutako L_1 lengoaia

a sinboloarekin hasteaz gain, aa eta bb azpihitzak gutxienez behin eta edozein ordenatan (lehenengo aa eta gero bb edo alderantziz) dituzten hitzez eratutako L_1 lengoaia. Adibidez, $abbbaac$, $acaabbc$, $aacccbb$ eta $acaaaccbbcaa$ hitzak L_1 lengoaiakoak dira baina ε, a, aaa, b, $aacabac$, $aabcbc$, $bbcaa$ eta $bccaccc$ hitzak ez dira L_1 lengoaiakoak. L_1 lengoaiaren definizio formala honako hau da:

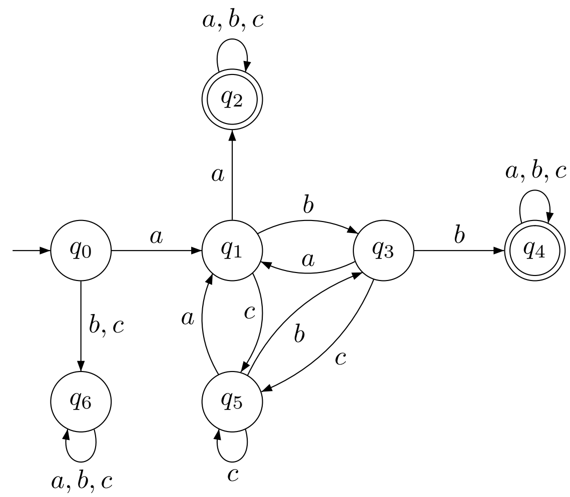
$$L_1 = \{w \mid \quad w \in A^* \wedge \\ \exists u, v, x(u \in A^* \wedge v \in A^* \wedge x \in A^* \wedge (w = auaavbbx \vee w = aubbvaax \vee w = aavbbx))\}$$



1.2 a-rekin hasi eta aa edo bb azpihitza duten hitzez eratutako L_2 lengoaia

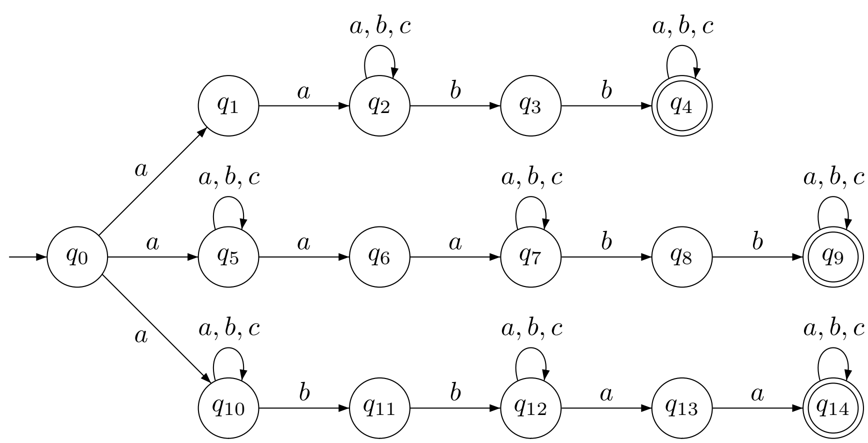
a sinboloarekin hasteaz gain, aa edo bb azpihitzak (edo biak) gutxienez behin dituzten hitzez eratutako L_2 lengoaia. Adibidez, $abbbaac$, $acaabbc$, aaa, $aacabac$, $abbc$, $acaacbcaaaa$ eta $acaaabbcaa$ hitzak L_2 lengoaiakoak dira baina ε, a, aba, b, $baacabac$, $bbcaa$ eta $bccaccc$ hitzak ez dira L_2 lengoaiakoak. L_2 lengoaiaren definizio formala honako hau da:

$$L_2 = \{w \mid w \in A^* \wedge \exists u, v(u \in A^* \wedge v \in A^* \wedge (w = auaav \vee w = aubbv \vee w = aav))\}$$



2 Automata finitu ez-deterministen (AFED-en) diseinua (0,250 puntu)

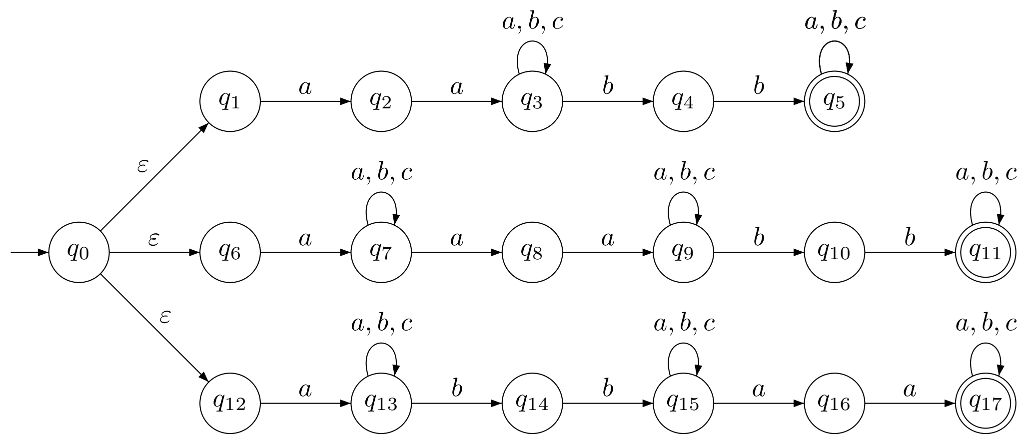
AFD-en diseinuko ariketako L_1 lengoaiari dagokion AFED bat diseinatu. Nahitaezkoa da AFED horretan gutxienez egoera batetik gutxienez A-ko sinbolo batentzat bi gezi edo gehiago ateratzea. Baita ere nahitaezkoa da AFED horretan gutxienez egoera batetik gutxienez A-ko sinbolo batentzat gezirik ez ateratzea.



AFED-ek ahalbidetzen duten modularitateari, hau da, kasu desberdinak bereizita adierazteari eman zaio lehentasuna eta ez ahalik eta egoera gutxien ipintzeari.

3 ε trantsizioak dituzten automata finitu ez-deterministen (ε-AFED-en) diseinua (0,250 puntu)

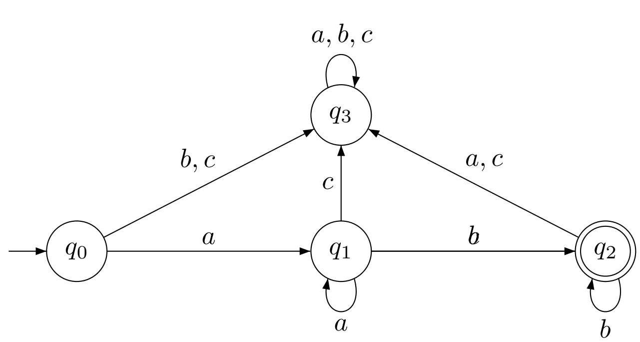
AFD-en diseinuko ariketako L_1 lengoaiari dagokion ε-AFED bat diseinatu. Nahitaezkoa da ε-AFED horretan gutxienez egoera batetik gutxienez A-ko sinbolo batentzat edo ε sinboloarentzat bi gezi edo gehiago ateratzea eta gutxienez egoera batetik gutxienez A-ko sinbolo batentzat gezirik ez ateratzea. Gainera, derrigorrezkoa da baita ere gutxienez ε trantsizio bat egotea.



Ariketa honetan ere, ε-AFED-ek ahalbidetzen duten modularitateari, hau da, kasu desberdinak bereizita adierazteari eman zaio lehentasuna eta ez ahalik eta egoera gutxien ipintzeari.

4 Konputazio deterministen garapena (0,100 puntu)

Jarraian erakusten den AFD-a kontuan hartuz, hor zehazten diren konputazioei dagokien konfigurazio deterministez eratutako sekuentzia (edo adar bakarreko zuhaitza) garatu urratsez urrats, bukaeran AFD-ak "Bai" ala "Ez" erantzungo duen esanez:



1. $\delta^*(q_0, aabbb)$

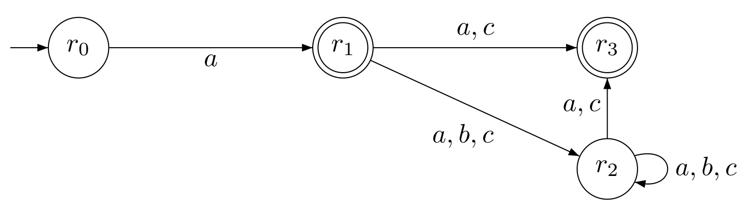
2. $\delta^*(q_0, aaa)$
3. $\delta^*(q_0, acb)$
4. $\delta^*(q_0, b)$
5. $\delta^*(q_0, \varepsilon)$

Kasu bakoitzak 0,020 balio du.

$(q_0, aabbb)$	(q_0, aaa)	(q_0, acb)	(q_0, b)	(q_0, ε)
$(q_1, abbb)$	(q_1, aa)	(q_1, cb)	(q_3, ε)	EZ
(q_1, bbb)	(q_1, a)	(q_3, b)	EZ	
(q_2, bb)	(q_1, ε)	(q_3, ε)		
(q_2, b)	EZ	EZ		
(q_2, ε)				
BAI				

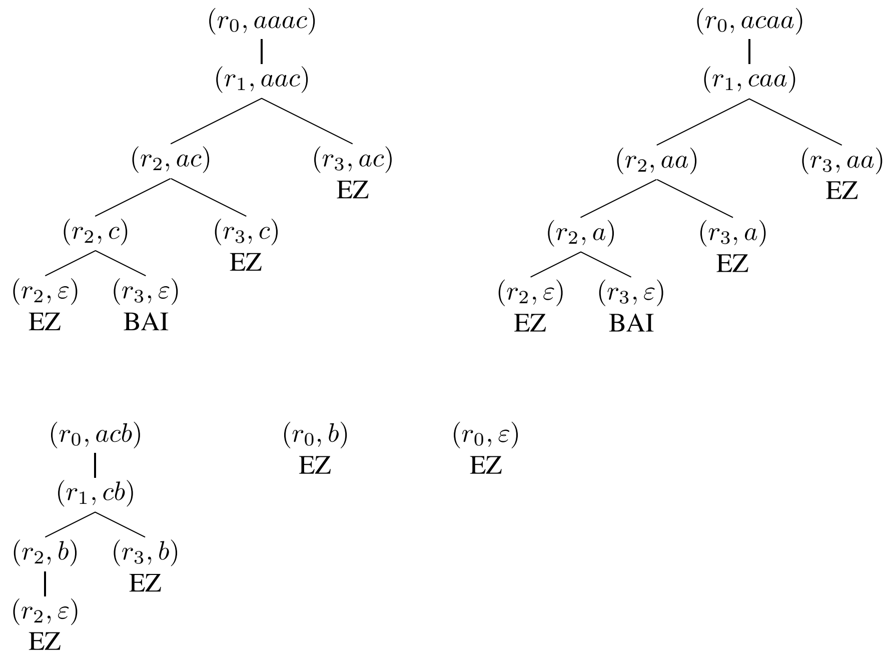
5 Konputazio ez-deterministen garapena (0,100 puntu)

Jarraian erakusten den AFED-a kontuan hartuz, hor zehazten diren konputazioei dagokien konfigurazio deterministez eratutako zuhaitza garatu urratsez urrats, bukaeran AFED-ak “Bai” ala “Ez” erantzungo duen esanez:



1. $\nu^*(r_0, aaac)$
2. $\nu^*(r_0, acaa)$
3. $\nu^*(r_0, acb)$
4. $\nu^*(r_0, b)$
5. $\nu^*(r_0, \varepsilon)$

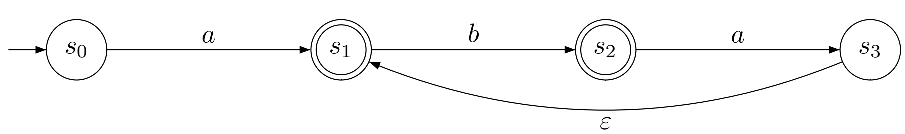
Kasu bakoitzak 0,020 balio du.



Konputazio edo zuhaitz bakoitzean, gutxienez adar batean “BAI” ateratzen bada, orduan azkeneko emaitza ere baiezkoa izango da. Adar guztietan “EZ” ateratzen bada, orduan azkeneko emaitza ezezkoa izango da.

6 ε trantsizioak dituzten konputazio ez-deterministen garapena (0,100 puntu)

Jarraian erakusten den ε-AFED-a kontuan hartuz, hor zehazten diren konputazioak konfigurazio deterministez osatutako zuhaitzen bidez garatu urratsez urrats, bukaeran ε-AFED-ak “Bai” ala “Ez” erantzungo duen esanez:



1. $\lambda^*(s_0, aba)$
2. $\lambda^*(s_0, abab)$
3. $\lambda^*(s_0, abc)$
4. $\lambda^*(s_0, ab)$
5. $\lambda^*(s_0, \varepsilon)$

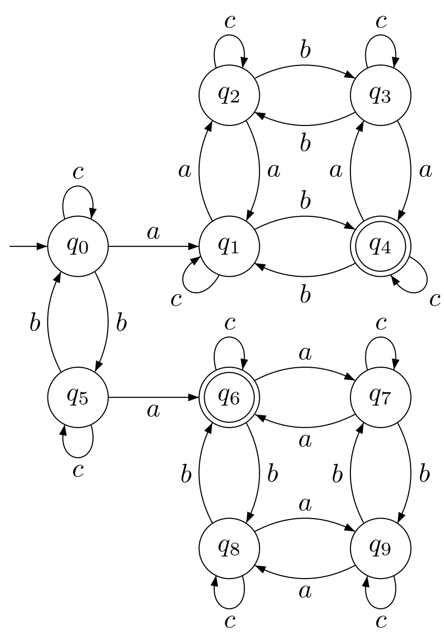
Kasu bakoitzak 0,020 balio du.

(s_0, aba)	$(s_0, abab)$	(s_0, abc)	(s_0, ab)	(s_0, ε)
(s_1, ba)	(s_1, bab)	(s_1, bc)	(s_1, b)	EZ
(s_2, a)	(s_2, ab)	(s_2, c)	(s_2, ε)	
(s_3, ε)	(s_3, b)	EZ	BAI	
(s_1, ε)	(s_1, b)			
BAI	(s_2, ε)			
	BAI			

Konputazio edo zuhaitz bakoitzean, gutxienez adar batean "BAI" ateratzen bada, orduan azkeneko emaitza ere baiezkoa izango da. Adar guztietan "EZ" ateratzen bada, orduan azkeneko emaitza ezezkoa izango da.

7 AFD-en minimizazioa (0,300 puntu)

$A = \{a, b, c\}$ alfabetoaren gainean definitutako honako AFD hau minimizatu:



AFD honi dagokion δ trantsizio funtzioa honako taula honen bidez adieraz daiteke:

δ	a	b	c
q_0	q_1	q_5	q_0
q_1	q_2	q_4	q_1
q_2	q_1	q_3	q_2
q_3	q_4	q_2	q_3
q_4	q_3	q_1	q_4
q_5	q_6	q_0	q_5
q_6	q_7	q_8	q_6
q_7	q_6	q_9	q_7
q_8	q_9	q_6	q_8
q_9	q_8	q_7	q_9

- **Lehenengo zatiketa**: Alde batetik zirkulu bakarra dutenak eta bestetik bi zirkulu dituztenak:

$$[q_0] = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_5, q_7, q_8, q_9\}$$
$$[q_4] = \{q_4, q_6\}$$

- **Bigarren zatiketa**: q_0 eta q_4 ordezkari bezala erabiliz, trantsizioen taula berridatziko dugu orain:

δ	a	b	c
q_0	$[q_0]$	$[q_0]$	$[q_0]$
q_1	$[q_0]$	$[q_4]$	$[q_0]$
q_2	$[q_0]$	$[q_0]$	$[q_0]$
q_3	$[q_4]$	$[q_0]$	$[q_0]$
q_4	$[q_0]$	$[q_0]$	$[q_4]$
q_5	$[q_4]$	$[q_0]$	$[q_0]$
q_6	$[q_0]$	$[q_0]$	$[q_4]$
q_7	$[q_4]$	$[q_0]$	$[q_0]$
q_8	$[q_0]$	$[q_4]$	$[q_0]$
q_9	$[q_0]$	$[q_0]$	$[q_0]$

$[q_0]$ multzoko egoeren jokabidea aztertuz, hiru jokabide desberdin daudela ikus dezakegu: alde batetik q_0, q_5, q_2 eta q_9 egoerek jokabide bera dute. Bestetik, q_1 eta q_8 egoerek ere jokabide bera dute baina aurretik aipatutako egoerekin alderatuz desberdina da. Azkenik, q_3, q_5 eta q_7 egoerek ere jokabide bera dute, baina aurretik aipatutako egoerekin alderatuz, jokabide hori desberdina da. Guztira, $[q_0]$ multzoaren barnean hiru jokabide desberdin aurkitu ditugunez, hiru azpimultzotan zatitu beharko da.

$[q_4]$ multzoa hartuz, horko hiru egoerek jokabide bera dute eta, ondorioz, ez dago multzo hori zatitu beharrik.

Beraz, honako multzo hauek ditugu bigarren zatiketaren ondorio bezala:

$$[q_0] = \{q_0, q_2, q_9\}$$
$$[q_1] = \{q_1, q_8\}$$
$$[q_3] = \{q_3, q_5, q_7\}$$
$$[q_4] = \{q_4, q_6\}$$

- **Ez dago hirugarren zatiketarik**: q_0, q_1, q_3 eta q_4 ordezkari bezala erabiliz, trantsizioen taula berridatziko dugu:

δ	a	b	c
q_0	$[q_1]$	$[q_3]$	$[q_0]$
q_1	$[q_0]$	$[q_4]$	$[q_1]$
q_2	$[q_1]$	$[q_3]$	$[q_0]$
q_3	$[q_4]$	$[q_0]$	$[q_3]$
q_4	$[q_3]$	$[q_1]$	$[q_4]$
q_5	$[q_4]$	$[q_0]$	$[q_3]$
q_6	$[q_3]$	$[q_1]$	$[q_4]$
q_7	$[q_4]$	$[q_0]$	$[q_3]$
q_8	$[q_0]$	$[q_4]$	$[q_1]$
q_9	$[q_1]$	$[q_3]$	$[q_0]$

$[q_0]$ multzoko hiru osagaiek jokabide bera dute eta, ondorioz, $[q_0]$ multzoa ez da zatitu behar. $[q_1]$ multzoko osagai biek jokabide bera dute eta, ondorioz, multzo hori ere ez da zatitu behar. $[q_3]$ multzoko hiru osagaiek jokabide bera dutenez, multzo hori dagoen bezala gelditIuko da. $[q_4]$ multzoarekin ere gauza bera gertatzen da.

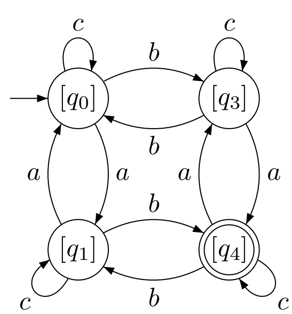
- **Automata txikiena**:

  Guztira honako multzo hauek gelditu dira eta lau egoera izango ditugu:

$$
\begin{aligned}
[q_0] &= \{q_0, q_2, q_9\}\\
[q_1] &= \{q_1, q_8\}\\
[q_3] &= \{q_3, q_5, q_7\}\\
[q_4] &= \{q_4, q_6\}
\end{aligned}
$$

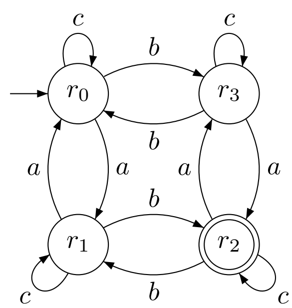
  Trantsizioak eraiki den azkeneko taulatik aterako dira:

δ	a	b	c
q_0	$[q_1]$	$[q_3]$	$[q_0]$
q_1	$[q_0]$	$[q_4]$	$[q_1]$
q_3	$[q_4]$	$[q_0]$	$[q_3]$
q_4	$[q_3]$	$[q_1]$	$[q_4]$



  Hasierako automatan bi zirkulu dituzten egoerez osatutako multzo bakarra $[q_4]$ denez, $[q_4]$ egoerak bi zirkulu izango ditu.

  Egoeren izenak 0tik aurrera jarraian joateko, berrizenda ditzakegu:



Automata hau bai a eta bai b kopuru bakoitian dituzten hitzez osatutako lengoaiari dagokiona da.