



Lengoaia eta Sistema Informatikoak Saila

Bilboko Ingeniaritza Eskola (UPV / EHU)

Lengoiak, Konputazioa eta Sistema Adimendunak

Kudeaketaren eta Informazio Sistemen Informatikaren Ingeniaritzako Gradua

2. maila

2019-2020 ikasturtea

Ariketak

3. gaia: Automata finituak eta lengoaia erregularrak

JOSÉ GAINZARAIN IBARMIA

Azken eguneraketa: 2019 - 08 - 30

GAIEN AURKIBIDEA

3. Ariketak: Automata finituak eta lengoaia erregularrak	1
3.1 Automata Finitu Deterministen (AFD-en) diseinua	1
3.2 Konputazio deterministen garapena	9
3.3 AFD-en minimizazioa	10
3.4 Automata Finitu Ez-Deterministen (AFED-en) diseinua	13
3.5 Konputazio ez-deterministen garapena	21
3.6 ε trantsizioak dituzten Automata Finitu Ez-Deterministen (ε -AFED-en) diseinua	22
3.7 ε trantsizioak dituzten konputazio ez-deterministen garapena	30

3. ARIKETAK: AUTOMATA FINITUAK ETA LENGOAIA ERREGULARRAK

3.1 Automata Finitu Deterministen (AFD-en) diseinua

Alfabetoa $A = \{a, b, c\}$ dela kontuan hartuz, honako lengoia hauetako bakoitzari dagokion AFD bat diseinatu:

1. L_1 – a sinboloaz hasten diren hitzez osatutako lengoia.

$$L_1 = \{w \mid w \in A^* \wedge \exists u(u \in A^* \wedge w = au)\}$$

2. L_2 – a sinboloaz hasi eta a sinboloaz bukatzen diren hitzez osatutako lengoia.

$$L_2 = \{w \mid w \in A^* \wedge ((w = a) \vee \exists u(u \in A^* \wedge w = aua))\}$$

3. L_3 – b sinboloaz bukatzen diren hitzez osatutako lengoia.

$$L_3 = \{w \mid w \in A^* \wedge \exists u(u \in A^* \wedge w = ub)\}$$

4. L_4 – a sinboloaz hasi eta b sinboloaz bukatzen diren hitzez osatutako lengoia.

$$L_4 = \{w \mid w \in A^* \wedge \exists u(u \in A^* \wedge w = aub)\}$$

5. L_5 – a sinboloaz hasi edo b sinboloaz bukatzen diren hitzez osatutako lengoia.

$$L_5 = \{w \mid w \in A^* \wedge \exists u(u \in A^* \wedge (w = au \vee w = ub))\}$$

6. L_6 – a sinboloaz hasi, b sinboloaz bukatu eta gutxienez c bat duten hitzez osatutako lengoia. Adibidez, $acaaaaab$, $aabbcbccbb$, acb eta $aaccbaccb$ hitzak L_6 lengoiaikoak dira baina ε , $bacbcc$ eta $bbbb$ ez dira L_6 lengoiaikoak.

$$L_6 = \{w \mid w \in A^* \wedge |w| \geq 3 \wedge w(1) = a \wedge w(|w|) = b \wedge |w|_c \geq 1\}$$

Beste aukera bat:

$$L_6 = \{w \mid w \in A^* \wedge \exists v(v \in A^* \wedge |v|_c \geq 1 \wedge w = avb)\}$$

7. L_7 – a sinboloaz hasten ez diren hitzez osatutako lengoia. Adibidez, $cabb$, ccc , b , ε eta $bcbc$ hitzak L_7 lengoiaikoak dira baina $abbbb$ ez da L_7 lengoiaikoa.

$$L_7 = \{w \mid w \in A^* \wedge \neg \exists v(v \in A^* \wedge w = av)\}$$

8. $L_8 - b$ sinboloaz bukatzen ez diren hitzez osatutako lengoia.

$$L_8 = \{w \mid w \in A^* \wedge \neg \exists u(u \in A^* \wedge w = ub)\}$$

9. $L_9 - a$ sinboloaz hasten diren baina b sinboloaz bukatzen ez diren hitzez osatutako lengoia.

$$L_9 = \{w \mid w \in A^* \wedge \exists u(u \in A^* \wedge w = au) \wedge \neg \exists v(v \in A^* \wedge w = vb)\}$$

10. $L_{10} - aaa$ katea gutxienez behin duten hitzez osatutako lengoia.

$$L_{10} = \{w \mid w \in A^* \wedge \exists u, v(u \in A^* \wedge v \in A^* \wedge w = uaaav)\}$$

11. $L_{11} - aaa$ katea ez duten hitzez osatutako lengoia.

$$L_{11} = \{w \mid w \in A^* \wedge \neg \exists u, v(u \in A^* \wedge v \in A^* \wedge w = uaaav)\}$$

12. $L_{12} - aaa$ eta ccc azpikateak gutxienez behin dituzten hitzez osatutako lengoia. Hitz bakoitzak azpikate biak izan behar ditu. Hala ere, edozein ordenatan ager daitezke, hau da, ccc azpikatea aaa azpikatea baino lehenago ager daiteke. Adibidez, $cccaaaaa$, $aaababccccb$, $accbaaaab$, $cccbaaaab$ eta $accbaaaabcc$ hitzak L_{12} lengoiaikoak dira baina $baabaccc$ hitza ez da L_{12} lengoiaikoa, ez baitu aaa azpikatea.

$$L_{12} = \{w \mid w \in A^* \wedge \exists u, v, x(u \in A^* \wedge v \in A^* \wedge x \in A^* \wedge (w = uaaavcccx \vee w = uccvaaa))\}$$

13. $L_{13} - aaa$ azpikatea bai baina ccc azpikatea ez duten hitzez osatutako lengoia.

$$L_{13} = \{w \mid w \in A^* \wedge \exists u, v(u \in A^* \wedge v \in A^* \wedge w = uaaav) \wedge \neg \exists x, z(x \in A^* \wedge z \in A^* \wedge w = xcccz)\}$$

14. $L_{14} - aaa$ katea edo ccc katea duten hitzez osatutako lengoia. Lengoaia honetako hitz bakoitzak gutxienez kate horietako bat gutxienez behin izan behar du. Adibidez, $cccaaaaa$, $babcccb$, $acaaab$, $cccc$, $cccbcc$ eta $aabccccab$ hitzak L_{14} lengoiaikoak dira. Bestalde, $baabcca$ hitza ez da L_{14} lengoiaikoa, ez baitu aaa azpikatea eta ez ccc azpikatea.

$$L_{14} = \{w \mid w \in A^* \wedge \exists u, v(u \in A^* \wedge v \in A^* \wedge (w = uaaav \vee w = ucccv))\}$$

15. $L_{15} -$ Luzera bikoitia duten hitzez osatutako lengoia.

$$L_{15} = \{w \mid w \in A^* \wedge |w| \bmod 2 = 0\}$$

16. $L_{16} -$ Luzera bakoitia duten hitzez osatutako lengoia.

$$L_{16} = \{w \mid w \in A^* \wedge |w| \bmod 2 \neq 0\}$$

17. $L_{17} - a$ sinboloaren agerpen-kopuru bikoitia duten hitzez osatutako lengoia.

$$L_{17} = \{w \mid w \in A^* \wedge |w|_a \bmod 2 = 0\}$$

18. L_{18} – b eta c sinboloen agerpenik ez eta a sinboloaren agerpen-kopuru bikoitia duten hitzez osatutako lengoaia.

$$L_{18} = \{w \mid w \in A^* \wedge |w|_a \bmod 2 = 0 \wedge |w|_b = 0 \wedge |w|_c = 0\}$$

19. L_{19} – Honako baldintza hauetatik gutxienez bat betetzen duten hitzez osatutako lengoaia:

- a sinboloaren agerpenen kopurua bikoitia da
- b -rik eta c -rik ez dago.

$$L_{19} = \{w \mid w \in A^* \wedge (|w|_a \bmod 2 = 0 \vee (|w|_b = 0 \wedge |w|_c = 0))\}$$

20. L_{20} – a sinboloaren agerpen-kopurua bikoitia eta b sinboloaren agerpen-kopurua ere bikoitia duten hitzez osatutako lengoaia.

$$L_{20} = \{w \mid w \in A^* \wedge |w|_a \bmod 2 = 0 \wedge |w|_b \bmod 2 = 0\}$$

21. L_{21} – a sinboloaren agerpen-kopurua bikoitia eta b sinboloaren agerpen-kopurua ere bikoitia ez duten hitzez osatutako lengoaia. Gerta daiteke a -ren agerpen-kopurua edo b -ren agerpen-kopurua bikoitia izatea baina biak ezin dute bikoitiak izan. Beraz, a -ren agerpen-kopurua edo b -ren agerpen-kopurua bakoitia izango da L_{21} lengoaiako hitzetan.

$$L_{21} = \{w \mid w \in A^* \wedge (|w|_a \bmod 2 \neq 0 \vee |w|_b \bmod 2 \neq 0)\}$$

22. L_{22} – Gutxienez desberdinak diren bi sinbolo dituzten hitzez osatutako lengoaia. Adibidez, aab , $acccabab$ eta $ccbc$ hitzak L_{22} lengoaiakoak dira baina aaa , b eta ε ez.

$$L_{22} = \{w \mid w \in A^* \wedge \exists \alpha, \beta (\alpha \in A \wedge \beta \in A \wedge \alpha \neq \beta \wedge |w|_\alpha \geq 1 \wedge |w|_\beta \geq 1)\}$$

23. L_{23} – Desberdinak diren bi sinbolo edo gehiago ez dituzten hitzez osatutako lengoaia. Adibidez, ε , aaa , $bbbb$, c eta cc hitzak L_{23} lengoaiakoak dira baina $baaa$ eta $aacbb$ hitzak ez.

$$L_{23} = \{w \mid w \in A^* \wedge \neg \exists \alpha, \beta (\alpha \in A \wedge \beta \in A \wedge \alpha \neq \beta \wedge |w|_\alpha \geq 1 \wedge |w|_\beta \geq 1)\}$$

24. L_{24} – Desberdinak diren bi sinbolo edo gehiago ez dituzten eta gainera luzera bikoitia duten hitzez osatutako lengoaia. Adibidez, ε , $aaaa$ eta $cccc$ hitzak L_{24} lengoaiakoak dira baina $baaa$, aaa eta $aacbb$ hitzak ez.

$$L_{24} = \{w \mid w \in A^* \wedge \neg \exists \alpha, \beta (\alpha \in A \wedge \beta \in A \wedge \alpha \neq \beta \wedge |w|_\alpha \geq 1 \wedge |w|_\beta \geq 1) \wedge |w| \bmod 2 = 0\}$$

25. L_{25} – c -rik ez duten eta, a -rik baldin badago, a -ren agerpen denak ezkerreko aldean jarraian eta, b -rik baldin badago, b -ren agerpen denak eskuineko aldean jarraian dituzten hitzez osatutako lengoaia. Adibidez, ε , aaa , ab , $aabb$, $aaaab$ eta $aaabbb$ hitzak L_{25} lengoaiakoak dira baina $ababbb$, $aaacbb$ eta $bbaa$ hitzak ez dira L_{25} lengoaiakoak.

$$L_{25} = \{w \mid w \in A^* \wedge \exists u, v(u \in A^* \wedge v \in A^* \wedge |u| = |u|_a \wedge |v| = |v|_b \wedge w = uv)\}$$

26. L_{26} – c -rik ez izatea eta gutxienez a bat eta b bat izatea betetzeaz gain, a -ren agerpen denak ezkerreko aldean jarraian eta b -ren agerpen denak eskuineko aldean jarraian dituzten hitzez osatutako lengoiaia. Adibidez, ab , $aabb$, $aabbbb$, eta $aaabbb$ hitzak L_{26} lengoiakoak dira baina ε , $aaacbb$, aaa , $baaba$ eta $bbaa$ hitzak ez dira L_{26} lengoiakoak.

$$L_{26} = \{w \mid w \in A^* \wedge \exists u, v(u \in A^* \wedge v \in A^* \wedge |u| = |u|_a \wedge |u| \geq 1 \wedge |v| = |v|_b \wedge |v| \geq 1 \wedge w = uv)\}$$

27. L_{27} – c -rik ez duten eta, a -rik baldin badago, a -ren agerpen denak jarraian (ezkerreko aldean edo eskuineko aldean) eta, b -rik baldin badago, b -ren agerpen denak jarraian (ezkerreko aldean edo eskuineko aldean) dituzten hitzez osatutako lengoiaia. Adibidez, ε , $aabbb$, $baaaa$, bbb eta $aaaa$ hitzak L_{27} lengoiakoak dira baina $aabaa$, $aaacbb$ eta $abaaa$ hitzak ez dira L_{27} lengoiakoak.

$$L_{27} = \{w \mid w \in A^* \wedge \exists u, v(u \in A^* \wedge v \in A^* \wedge |u| = |u|_a \wedge |v| = |v|_b \wedge (w = uv \vee w = vu))\}$$

28. L_{28} – a -rik baldin badago, a -ren agerpen denak ezkerreko aldean jarraian eta, b -rik baldin badago, b -ren agerpen denak erdian jarraian eta c -rik baldin badago, c -ren agerpen denak eskuineko aldean jarraian dituzten hitzez osatutako lengoiaia. Adibidez, ε , $bccc$, $aaaabbccc$, $aabbcccc$, aaa eta $aaacccc$ hitzak L_{28} lengoiakoak dira baina $acabbb$, $aaacbb$, $cccbbaaa$, ccc eta $bbaaccc$ hitzak ez dira L_{28} lengoiakoak.

$$L_{28} = \{w \mid w \in A^* \wedge \exists u, v, x(u \in A^* \wedge v \in A^* \wedge x \in A^* \wedge |u| = |u|_a \wedge |v| = |v|_b \wedge |x| = |x|_c \wedge w = uvx)\}$$

29. L_{29} – Hasieran gutxienez osagai bat duen eta a sinboloaren errepikapenez osatuta dagoen kate bat, gero gutxienez osagai bat duen eta b sinboloaren errepikapenez osatuta dagoen kate bat eta bukatzeko gutxienez osagai bat duen eta c sinboloaren errepikapenez osatuta dagoen kate bat dituzten hitzez eratutako lengoiaia. Adibidez, $aabcc$, $abbbcc$, abc , $aaaabbc$ eta $aabbcc$ hitzak L_{29} lengoiakoak dira. Bestalde, bc , ac , ε , $aaccbbb$, aaa , $aaacccc$ eta $aaabbb$ hitzak ez dira L_{29} lengoiakoak.

$$L_{29} = \{w \mid w \in A^* \wedge \exists u, v, x(u \in A^* \wedge v \in A^* \wedge x \in A^* \wedge |u| = |u|_a \wedge |v| = |v|_b \wedge |x| = |x|_c \wedge |u| \geq 1 \wedge |v| \geq 1 \wedge |x| \geq 1 \wedge w = uvx)\}$$

30. L_{30} – b sinboloa agertzen bada, b -ren agerpen denak jarraian dituzten hitzez osatutako lengoiaia. Adibidez, $ccaaaaa$, $aabbbccca$, ccc , $bbacccaaa$, ε , $bbbb$ eta $ccbbb$ hitzak L_{30} lengoiakoak dira. Aldiz, $bacbcc$ hitza ez da L_{30} lengoiakoa b denak ez daudelako elkarren ondoan.

$$L_{30} = \{w \mid w \in A^* \wedge \exists u, v, x(u \in A^* \wedge v \in A^* \wedge x \in A^* \wedge |v| = |v|_b \wedge |w|_b = |v| \wedge w = uvx)\}$$

31. L_{31} – a -ren agerpen bakoitzaren jarraian gutxienez bi b dituzten hitzez osatutako L_{31} lengoiaia. Adibidez, ε , $bcbcbabb$, $abbbabbabb$ eta $cccc$ hitzak L_{31} lengoiakoak dira baina $baaa$, ab eta $aacbb$ ez.

$$L_{31} = \{w \mid w \in A^* \wedge \forall k((1 \leq k \leq |w| \wedge w(k) = a) \rightarrow (k \leq |w| - 2 \wedge w(k+1) = b \wedge w(k+2) = b))\}$$

32. L_{32} – Gutxienez a bat eta c bat dituzten hitzez osatutako lengoiaia. Adibidez, ca , $aabbbbaabc$ eta $ccccaa$ hitzak L_{32} lengoiaikoak dira baina ε , $baaa$, bb , $cbbb$, c eta aaa hitzak ez.

$$L_{32} = \{w \mid w \in A^* \wedge |w|_a \geq 1 \wedge |w|_c \geq 1\}$$

Beste aukera bat:

$$L_{32} = \{w \mid w \in A^* \wedge \exists u, v, x(u \in A^* \wedge v \in A^* \wedge x \in A^* \wedge (w = uavcx \vee w = ucva x))\}$$

33. L_{33} – ac katea edo ca katea (bietako bat edo biak) gutxienez behin duten hitzez osatutako lengoiaia. Adibidez, ca , $acabbbccaac$ eta $acaccbaac$ hitzak L_{33} lengoiaikoak dira baina ε , $cbaaa$, bba , $cbbab$, bbb , c eta aaa hitzak ez.

$$L_{33} = \{w \mid w \in A^* \wedge \exists u, v(u \in A^* \wedge v \in A^* \wedge (w = uacv \vee w = ucav))\}$$

34. L_{34} – a eta c elkarren jarraian (ez ac bezala eta ez ca bezala) ez dituzten hitzez osatutako lengoiaia. Adibidez, ε , $cbaaa$, $bcba$, $cbbb$, c eta aaa hitzak L_{34} lengoiaikoak dira baina ca , $aabbbbaac$ eta $ccccaa$ ez.

$$L_{34} = \overline{L_{33}}$$

35. L_{35} – Gutxienez 2 elementu dituzten eta hasten diren sinbolo berarekin bukatzen diren hitzez eratutako lengoiaia. Adibidez, $aabacbca$, $cbcb$, $babb$ eta $cccc$ hitzak L_{35} lengoiaikoak dira. Bestalde, $cbbb$ hitza ez da L_{35} lengoiaikoa hasierako eta bukaerako sinboloak ez direlako berdinak. Era berean, c hitza ez da L_{35} lengoiaikoa ez dituelako gutxienez bi osagai.

$$L_{35} = \{w \mid w \in A^* \wedge \exists v, \alpha(v \in A^* \wedge \alpha \in A \wedge w = \alpha v \alpha)\}$$

36. L_{36} – abc katea behin edo gehiagotan elkartuz lortzen diren hitzez osatutako lengoiaia. Adibidez, $abcbabc$, abc eta $abcbabc$ hitzak L_{36} lengoiaikoak dira. Bestalde, ε , aba , $bababa$ eta $cabc$ hitzak ez dira L_{36} lengoiaikoak.

$$L_{36} = \{w \mid w \in A^* \wedge \exists k(k \geq 1 \wedge w = (abc)^k)\}$$

37. L_{37} – abc katea zero aldiz edo gehiagotan elkartuz lortzen diren hitzez osatutako lengoiaia. Adibidez, ε , $abcbabc$, abc eta $abcbabc$ hitzak L_{37} lengoiaikoak dira. Aldiz, aba , $bababa$ eta $cabc$ hitzak ez dira L_{37} lengoiaikoak.

$$L_{37} = \{w \mid w \in A^* \wedge \exists k(k \geq 0 \wedge w = (abc)^k)\}$$

38. L_{38} – Gutxienez osagai bat, c -rik ez eta a eta b -ren agerpenak ordena horretan tartekatuta dituzten hitzez eratutako lengoiaia. Beraz, L_{38} lengoiaiko hitzak a sinboloaz hasiko dira. Adibidez, a , ab , aba , $abab$, $ababa$ eta $ababab$ hitzak L_{38} lengoiaikoak dira. Aldiz, ε , b , $aaba$, $bababa$ eta $cabc$ hitzak ez dira L_{38} lengoiaikoak.

$$L_{38} = \{w \mid w \in A^* \wedge \exists k(k \geq 0 \wedge (w = (ab)^k a \vee w = (ab)^k ab))\}$$

39. L_{39} – Gutxienez lau osagai eta gainera hirugarren posizioan a sinboloa duten hitzez eratutako lengoia. Adibidez, $aaaa$, $ccab$, $cbabbbaac$, $ccabcbaaaa$ eta $bcaccc$ hitzak L_{39} lengoiaikoak dira baina ε , aa , aaa , ba , $aabbca$ eta bba hitzak ez dira L_{39} lengoiaikoak.

$$L_{39} = \{w \mid w \in A^* \wedge |w| > 3 \wedge w(3) = a\}$$

40. L_{40} – a -z hasi, b -z bukatu, tartean c bakarra, hasierako a eta c bakarraren artean nahi adina b (zero edo gehiago) eta c bakarraren eta bukaerako b -aren artean nahi adina a (zero edo gehiago) dituzten hitzez osatutako lengoia. Adibidez, $abbbcaab$, acb , $acaaab$ eta $abbbcb$ hitzak L_{40} lengoiaikoak dira. Aldiz, $abba$, ε , $abbcaba$, $abbcac$, $acbbb$, aaa eta ab hitzak ez dira L_{40} lengoiaikoak.

$$L_{40} = \{w \mid w \in A^* \wedge \exists u, v(u \in A^* \wedge v \in A^* \wedge |u| = |u|_b \wedge |v| = |v|_a \wedge w = aucvb)\}$$

41. L_{41} – abc katea gutxienez behin duten hitzez osatutako lengoia. Adibidez, $abcaabcaa$, abc , $accabcaaac$, $bbbabcbbb$ eta $accaaabc$ hitzak L_{41} lengoiaikoak dira. Bestalde, ε , a eta $bacbcc$ hitzak L_{41} lengoiaikoak dira.

$$L_{41} = \{w \mid w \in A^* \wedge \exists v(v \in A^* \wedge (w = abcv \vee w = vabc))\}$$

42. L_{42} – abc azpikatea hasieran edo bukaeran (edo bietan) duten hitzez osatutako lengoia. abc azpikatea leku gehiagotan ere ager daiteke hitzaren erdian. Adibidez, $abcaaaa$, abc , $accaaabc$, $abcbbbabc$ eta $abccabcaaa$ hitzak L_{42} lengoiaikoak dira. Aldiz, ε , a eta $bacbcc$ hitzak ez dira L_{42} lengoiaikoak.

$$L_{42} = \{w \mid w \in A^* \wedge \exists v(v \in A^* \wedge (w = abcv \vee w = vabc))\}$$

43. L_{43} – L_{42} lengoiaikoak ez diren hitzez osatutako lengoia.

$$L_{43} = \{w \mid w \in A^* \wedge \neg \exists v(v \in A^* \wedge (w = abcv \vee w = vabc))\}$$

Beste aukera bat:

$$L_{43} = \overline{L_{42}}$$

44. L_{44} – b -rik agertzen bada, c -rik ez duten hitzez osatutako lengoia. Adibidez, $ccaaaaa$, $aabbbba$, ccc , $aaaaa$, ε , $bbbb$ eta $acaac$ hitzak L_{44} lengoiaikoak dira baina $bacbcc$ hitza ez da L_{44} lengoiaiko.

$$L_{44} = \{w \mid w \in A^* \wedge (|w|_b \geq 1 \rightarrow |w|_c = 0)\}$$

45. L_{45} – Jarraian zehazten diren baldintzak betetzen dituzten hitzez osatutako lengoia:

- a -z hasiz gero, aa ez edukitzea azpikate bezala;
- b -z hasiz gero, aa azpikate bezala edukitzea;

- ez a -z eta ez b -z ez hasiz gero, edozein egitura izatea, inolako murrizketarik gabe.

Adibidez, $acbab$, $bbaaacb$, ccc eta $abcc$ hitzak L_{45} lengoaiakoak dira baina $abaaab$ eta bbb ez dira L_{45} lengoaiakoak.

$$L_{45} = \{w \mid w \in A^* \wedge ((|w| \geq 1 \wedge w(1) = a \wedge \neg \exists u, v (u \in A^* \wedge v \in A^* \wedge w = uav)) \vee (|w| \geq 1 \wedge w(1) = b \wedge \exists u, v (u \in A^* \wedge v \in A^* \wedge w = uav)) \vee (|w| \geq 1 \wedge w(1) = b) \vee (|w| = 0))\}$$

46. $L_{46} - ab$ azpikatea kopuru bikoitien duten hitzez osatutako lengoia. Adibidez, ε , $aabccabc$, $acbbbbb$, $baabcbabc$ eta $ccabccbabccab$ hitzak L_{46} lengoaiakoak dira baina abc eta $cbabb$ hitzak ez dira L_{46} lengoaiakoak.

$$L_{46} = \{w \mid w \in A^* \wedge (\mathcal{N}k(1 \leq k \leq |w| - 1 \wedge w(k) = a \wedge w(k+1) = b) \bmod 2 = 0)\}$$

47. $L_{47} - a$ -z hasi eta gero c -rik ez baina gutxienez bi b edo a -z hasi eta gero dena c duten hitzez osatutako lengoia. Adibidez abb , $aababa$, $aabaaab$ eta $acccc$ hitzak L_{47} lengoaiakoak dira baina ε , $aabbbcb$, $caacbb$, $cccc$ eta bbc ez dira L_{47} lengoaiakoak.

$$L_{47} = \{w \mid w \in A^* \wedge \exists v (v \in A^* \wedge ((|v|_c = 0 \wedge |v|_b \geq 2) \vee |v| = |v|_c) \wedge w = av)\}$$

48. $L_{48} -$ Errepikatutako sinbolorik ez duten hitzez osatutako lengoia. Adibidez, a , ca , cba eta ε hitzak L_{48} lengoaiakoak dira baina $aabbbcb$, $cccc$, aab eta $bbcbbb$ hitzak ez dira L_{48} lengoaiakoak.

$$L_{48} = \{w \mid w \in A^* \wedge \neg \exists \alpha (\alpha \in A \wedge |w|_\alpha \geq 2)\}$$

49. $L_{49} - 3$ ren anizkoitza den luzera duten hitzez osatutako lengoia. Adibidez, ε , aac eta $caabbb$ hitzak L_{49} lengoaiakoak dira baina a , cc eta $aabb$ ez dira L_{49} lengoaiakoak.

$$L_{49} = \{w \mid w \in A^* \wedge |w| \bmod 3 = 0\}$$

50. $L_{50} - a$ -z hasi, b -z bukatu eta 3ren anizkoitza den luzera duten hitzez osatutako lengoia. Adibidez, aab eta $acabbb$ hitzak L_{50} lengoaiakoak dira baina ε , a , ccc eta $aabb$ hitzak ez dira L_{50} lengoaiakoak.

$$L_{50} = \{w \mid w \in A^* \wedge |w| \bmod 3 = 0 \wedge \exists u (u \in A^* \wedge w = aub)\}$$

51. $L_{51} - a$ -z hasi eta bc katearekin bukatzen diren hitzez osatutako lengoia. Adibidez, $aabc$ eta $acabccbbcb$ hitzak L_{51} lengoaiakoak dira baina ε , a , ccc eta $aabb$ ez dira L_{51} lengoaiakoak.

$$L_{51} = \{w \mid w \in A^* \wedge \exists u (u \in A^* \wedge w = aubc)\}$$

52. $L_{52} -$ Lengoia hutsa.

$$L_{52} = \emptyset$$

53. L_{53} – Lengoia unibertsala.

$$L_{53} = A^*$$

54. L_{54} – Hitz hutsaz osatutako lengoia.

$$L_{54} = \{\varepsilon\}$$

55. L_{55} – aa , bb eta ac hitzez osatutako lengoia.

$$L_{55} = \{aa, bb, ac\}$$

56. L_{56} – ε , bbc eta acc hitzez osatutako lengoia.

$$L_{56} = \{\varepsilon, bbc, acc\}$$

57. L_{57} – 4ko luzera duten hitzez osatutako lengoia.

$$L_{57} = \{w \mid w \in A^* \wedge |w| = 4\}$$

58. L_{58} – 4ko luzera eta a -ren agerpen bakarra duten hitzez osatutako lengoia.

$$L_{58} = \{w \mid w \in A^* \wedge |w| = 4 \wedge |w|_a = 1\}$$

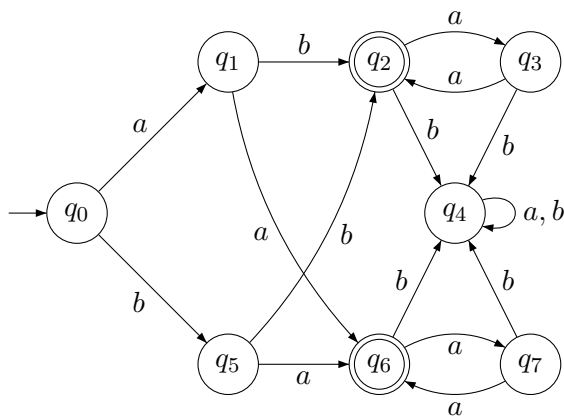
3.2 Konputazio deterministen garapena

q_0 hasierako egoera dela suposatuz, L_{51} lengoaiari dagokion AFD-arentzat honako konputazio hauek garatu urratsez urrats:

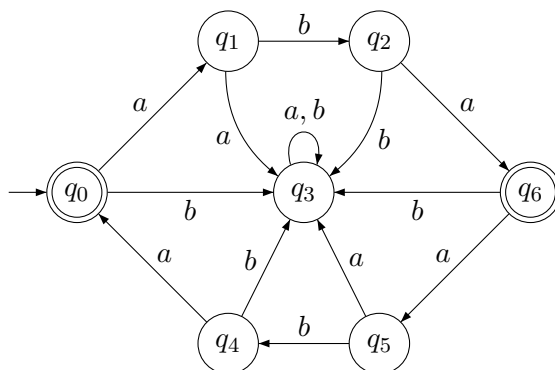
1. $\delta^*(q_0, abcbc)$
2. $\delta^*(q_0, aaaa)$
3. $\delta^*(q_0, \varepsilon)$
4. $\delta^*(q_0, bcc)$

3.3 AFD-en minimizazioa

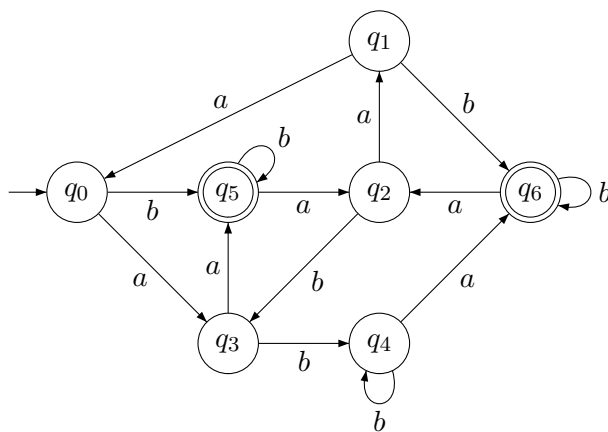
1. Honako AFD hau minimizatu.



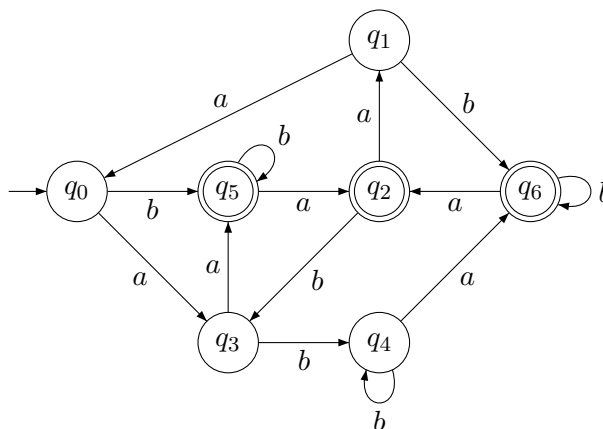
2. Honako AFD hau minimizatu.



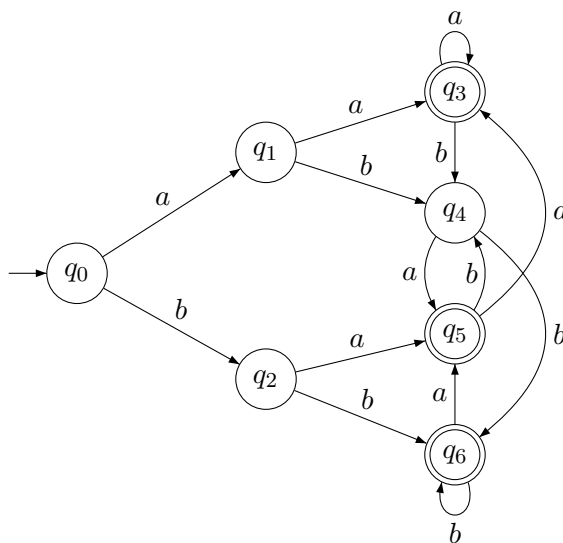
3. Honako AFD hau minimizatu.



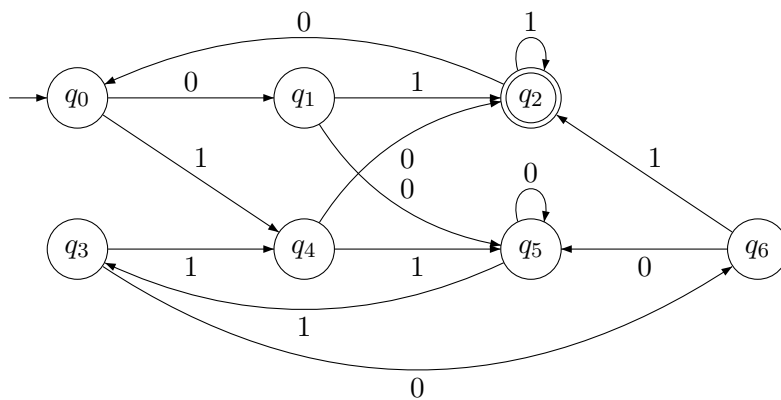
4. Honako AFD hau minimizatu. (2011-12)



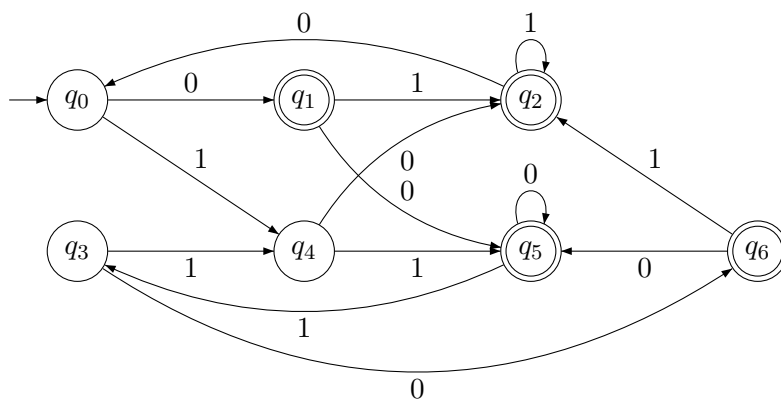
5. Honako AFD hau minimizatu. (2011-12)



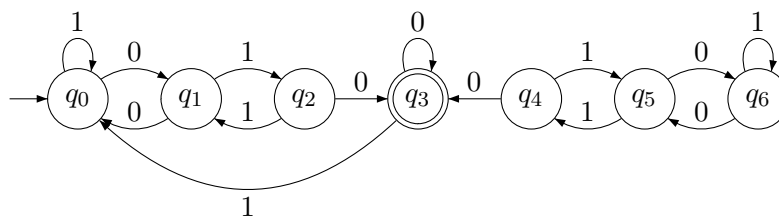
6. Honako AFD hau minimizatu. (2012-13)



7. Honako AFD hau minimizatu. (2012-13)



8. Honako AFD hau minimizatu. (2012-13)



3.4 Automata Finitu Ez-Deterministen (AFED-en) diseinua

Alfabetoa $A = \{a, b, c\}$ dela kontuan hartuz, honako lengoia hauetako bakoitzari dagokion AFED bat diseinatu:

1. L_1 – a sinboloaz hasten diren hitzez osatutako lengoia.

$$L_1 = \{w \mid w \in A^* \wedge \exists u(u \in A^* \wedge w = au)\}$$

2. L_2 – a sinboloaz hasi eta a sinboloaz bukatzen diren hitzez osatutako lengoia.

$$L_2 = \{w \mid w \in A^* \wedge ((w = a) \vee \exists u(u \in A^* \wedge w = aua))\}$$

3. L_3 – b sinboloaz bukatzen diren hitzez osatutako lengoia.

$$L_3 = \{w \mid w \in A^* \wedge \exists u(u \in A^* \wedge w = ub)\}$$

4. L_4 – a sinboloaz hasi eta b sinboloaz bukatzen diren hitzez osatutako lengoia.

$$L_4 = \{w \mid w \in A^* \wedge \exists u(u \in A^* \wedge w = aub)\}$$

5. L_5 – a sinboloaz hasi edo b sinboloaz bukatzen diren hitzez osatutako lengoia.

$$L_5 = \{w \mid w \in A^* \wedge \exists u(u \in A^* \wedge (w = au \vee w = ub))\}$$

6. L_6 – a sinboloaz hasi, b sinboloaz bukatu eta gutxienez c bat duten hitzez osatutako lengoia. Adibidez, $acaaaab$, $aabbcbccbb$, acb eta $aaccbaccb$ hitzak L_6 lengoiaikoak dira baina ε , $bacbcc$ eta $bbbb$ ez dira L_6 lengoiaikoak.

$$L_6 = \{w \mid w \in A^* \wedge |w| \geq 3 \wedge w(1) = a \wedge w(|w|) = b \wedge |w|_c \geq 1\}$$

Beste aukera bat:

$$L_6 = \{w \mid w \in A^* \wedge \exists v(v \in A^* \wedge |v|_c \geq 1 \wedge w = avb)\}$$

7. L_7 – a sinboloaz hasten ez diren hitzez osatutako lengoia. Adibidez, $cabb$, ccc , b , ε eta $bcbc$ hitzak L_7 lengoiaikoak dira baina $abbbb$ ez da L_7 lengoiaikoa.

$$L_7 = \{w \mid w \in A^* \wedge \neg \exists v(v \in A^* \wedge w = av)\}$$

8. L_8 – b sinboloaz bukatzen ez diren hitzez osatutako lengoia.

$$L_8 = \{w \mid w \in A^* \wedge \neg \exists u(u \in A^* \wedge w = ub)\}$$

9. L_9 – a sinboloaz hasten diren baina b sinboloaz bukatzen ez diren hitzez osatutako lengoia.

$$L_9 = \{w \mid w \in A^* \wedge \exists u(u \in A^* \wedge w = au) \wedge \neg \exists v(v \in A^* \wedge w = vb)\}$$

10. L_{10} – aaa katea gutxienez behin duten hitzez osatutako lengoia.

$$L_{10} = \{w \mid w \in A^* \wedge \exists u, v(u \in A^* \wedge v \in A^* \wedge w = uaaav)\}$$

11. L_{11} – aaa katea ez duten hitzez osatutako lengoia.

$$L_{11} = \{w \mid w \in A^* \wedge \neg \exists u, v(u \in A^* \wedge v \in A^* \wedge w = uaaav)\}$$

12. L_{12} – aaa eta ccc azpikateak gutxienez behin dituzten hitzez osatutako lengoia. Hitz bakoitzak azpikate biak izan behar ditu. Hala ere, edozein ordenatan ager daitezke, hau da, ccc azpikatea aaa azpikatea baino lehenago ager daiteke. Adibidez, $cccaaaaa$, $aaabacbcccb$, $acccaaaab$, $cccbaaaabaaab$ eta $acccbaaaabcc$ hitzak L_{12} lengoiaikoak dira baina $baacbacc$ hitza ez da L_{12} lengoiaikoa, ez baitu aaa azpikatea.

$$L_{12} = \{w \mid w \in A^* \wedge \exists u, v, x(u \in A^* \wedge v \in A^* \wedge x \in A^* \wedge (w = uaaavcccx \vee w = ucccvaaax))\}$$

13. L_{13} – aaa azpikatea bai baina ccc azpikatea ez duten hitzez osatutako lengoia.

$$L_{13} = \{w \mid w \in A^* \wedge \exists u, v(u \in A^* \wedge v \in A^* \wedge w = uaaav) \wedge \neg \exists x, z(x \in A^* \wedge z \in A^* \wedge w = xcccz)\}$$

14. L_{14} – aaa katea edo ccc katea duten hitzez osatutako lengoia. Lengoia honetako hitz bakoitzak gutxienez kate horietako bat gutxienez behin izan behar du. Adibidez, $cccaaaaa$, $bacbccb$, $acaaab$, $cccc$, $cccbcc$ eta $aabcccccab$ hitzak L_{14} lengoiaikoak dira. Bestalde, $baacbca$ hitza ez da L_{14} lengoiaikoa, ez baitu ez aaa azpikatea eta ez ccc azpikatea.

$$L_{14} = \{w \mid w \in A^* \wedge \exists u, v(u \in A^* \wedge v \in A^* \wedge (w = uaaav \vee w = ucccv))\}$$

15. L_{15} – Luzera bikoitia duten hitzez osatutako lengoia.

$$L_{15} = \{w \mid w \in A^* \wedge |w| \bmod 2 = 0\}$$

16. L_{16} – Luzera bakoitia duten hitzez osatutako lengoia.

$$L_{16} = \{w \mid w \in A^* \wedge |w| \bmod 2 \neq 0\}$$

17. L_{17} – a sinboloaren agerpen-kopuru bikoitia duten hitzez osatutako lengoia.

$$L_{17} = \{w \mid w \in A^* \wedge |w|_a \bmod 2 = 0\}$$

18. L_{18} – b eta c sinboloen agerpenik ez eta a sinboloaren agerpen-kopuru bikoitia duten hitzez osatutako lengoia.

$$L_{18} = \{w \mid w \in A^* \wedge |w|_a \bmod 2 = 0 \wedge |w|_b = 0 \wedge |w|_c = 0\}$$

19. L_{19} – Honako baldintza hauetatik gutxienez bat betetzen duten hitzez osatutako lengoia:

- a sinboloaren agerpenen kopurua bikoitia da
- b -rik eta c -rik ez dago.

$$L_{19} = \{w \mid w \in A^* \wedge (|w|_a \bmod 2 = 0 \vee (|w|_b = 0 \wedge |w|_c = 0))\}$$

20. L_{20} – a sinboloaren agerpen-kopurua bikoitia eta b sinboloaren agerpen-kopurua ere bikoitia duten hitzez osatutako lengoia.

$$L_{20} = \{w \mid w \in A^* \wedge |w|_a \bmod 2 = 0 \wedge |w|_b \bmod 2 = 0\}$$

21. L_{21} – a sinboloaren agerpen-kopurua bikoitia eta b sinboloaren agerpen-kopurua ere bikoitia ez duten hitzez osatutako lengoia. Gerta daiteke a -ren agerpen-kopurua edo b -ren agerpen-kopurua bikoitia izatea baina biak ezin dute bikoitiak izan. Beraz, a -ren agerpen-kopurua edo b -ren agerpen-kopurua bakoitia izango da L_{21} lengoiaiko hitzetan.

$$L_{21} = \{w \mid w \in A^* \wedge (|w|_a \bmod 2 \neq 0 \vee |w|_b \bmod 2 \neq 0)\}$$

22. L_{22} – Gutxienez desberdinak diren bi sinbolo dituzten hitzez osatutako lengoia. Adibidez, aab , $accccabab$ eta $cccbc$ hitzak L_{22} lengoiaikoak dira baina aaa , b eta ε ez.

$$L_{22} = \{w \mid w \in A^* \wedge \exists \alpha, \beta (\alpha \in A \wedge \beta \in A \wedge \alpha \neq \beta \wedge |w|_\alpha \geq 1 \wedge |w|_\beta \geq 1)\}$$

23. L_{23} – Desberdinak diren bi sinbolo edo gehiago ez dituzten hitzez osatutako lengoia. Adibidez, ε , aaa , $bbbb$, c eta cc hitzak L_{23} lengoiaikoak dira baina $baaa$ eta $aacbb$ hitzak ez.

$$L_{23} = \{w \mid w \in A^* \wedge \neg \exists \alpha, \beta (\alpha \in A \wedge \beta \in A \wedge \alpha \neq \beta \wedge |w|_\alpha \geq 1 \wedge |w|_\beta \geq 1)\}$$

24. L_{24} – Desberdinak diren bi sinbolo edo gehiago ez dituzten eta gainera luzera bikoitia duten hitzez osatutako lengoia. Adibidez, ε , $aaaa$ eta $cccc$ hitzak L_{24} lengoiaikoak dira baina $baaa$, aaa eta $aacbb$ hitzak ez.

$$L_{24} = \{w \mid w \in A^* \wedge \neg \exists \alpha, \beta (\alpha \in A \wedge \beta \in A \wedge \alpha \neq \beta \wedge |w|_\alpha \geq 1 \wedge |w|_\beta \geq 1) \wedge |w| \bmod 2 = 0\}$$

25. L_{25} – c -rik ez duten eta, a -rik baldin badago, a -ren agerpen denak ezkerreko aldean jarraian eta, b -rik baldin badago, b -ren agerpen denak eskuineko aldean jarraian dituzten hitzez osatutako lengoia. Adibidez, ε , aaa , ab , $aabb$, $aaaab$ eta $aaabbb$ hitzak L_{25} lengoiaikoak dira baina $ababbb$, $aaacbb$ eta $bbaa$ hitzak ez dira L_{25} lengoiaikoak.

$$L_{25} = \{w \mid w \in A^* \wedge \exists u, v (u \in A^* \wedge v \in A^* \wedge |u| = |u|_a \wedge |v| = |v|_b \wedge w = uv)\}$$

26. L_{26} – c -rik ez izatea eta gutxienez a bat eta b bat izatea betetzeaz gain, a -ren agerpen denak ezkerreko aldean jarraian eta b -ren agerpen denak eskuineko aldean jarraian dituzten hitzez osatutako lengoia. Adibidez, ab , $aabb$, $aabbbb$, eta $aaabbb$ hitzak L_{26} lengoiaikoak dira baina ε , $aaacbb$, aaa , $baaba$ eta $bbaa$ hitzak ez dira L_{26} lengoiaikoak.

$$L_{26} = \{w \mid w \in A^* \wedge \exists u, v (u \in A^* \wedge v \in A^* \wedge |u| = |u|_a \wedge |u| \geq 1 \wedge |v| = |v|_b \wedge |v| \geq 1 \wedge w = uv)\}$$

27. L_{27} – c -rik ez duten eta, a -rik baldin badago, a -ren agerpen denak jarraian (ezkerreko aldean edo eskuineko aldean) eta, b -rik baldin badago, b -ren agerpen denak jarraian (ezkerreko aldean edo eskuineko aldean) dituzten hitzez osatutako lengoiaia. Adibidez, ε , $aabbb$, $baaa$, bbb eta $aaaa$ hitzak L_{27} lengoiaikoak dira baina $aabaa$, $aaaccbb$ eta $abaaa$ hitzak ez dira L_{27} lengoiaikoak.

$$L_{27} = \{w \mid w \in A^* \wedge \exists u, v (u \in A^* \wedge v \in A^* \wedge |u| = |u|_a \wedge |v| = |v|_b \wedge (w = uv \vee w = vu))\}$$

28. L_{28} – a -rik baldin badago, a -ren agerpen denak ezkerreko aldean jarraian eta, b -rik baldin badago, b -ren agerpen denak erdian jarraian eta c -rik baldin badago, c -ren agerpen denak eskuineko aldean jarraian dituzten hitzez osatutako lengoiaia. Adibidez, ε , $bccc$, $aaaabbccc$, $aabbbccccc$, aaa eta $aaaacccc$ hitzak L_{28} lengoiaikoak dira baina $acabbb$, $aaacbb$, $cccbbaaa$, ccc eta $bbaaccc$ hitzak ez dira L_{28} lengoiaikoak.

$$L_{28} = \{w \mid w \in A^* \wedge \exists u, v, x (u \in A^* \wedge v \in A^* \wedge x \in A^* \wedge |u| = |u|_a \wedge |v| = |v|_b \wedge |x| = |x|_c \wedge w = uvx)\}$$

29. L_{29} – Hasieran gutxienez osagai bat duen eta a sinboloaren errepikapenez osatuta dagoen kate bat, gero gutxienez osagai bat duen eta b sinboloaren errepikapenez osatuta dagoen kate bat eta bukatzeko gutxienez osagai bat duen eta c sinboloaren errepikapenez osatuta dagoen kate bat dituzten hitzez eratutako lengoiaia. Adibidez, $aabcc$, $abbbcc$, abc , $aaaabbc$ eta $aabbbcc$ hitzak L_{29} lengoiaikoak dira. Bestalde, bc , ac , ε , $aaccbbb$, aaa , $aaacccc$ eta $aaabbb$ hitzak ez dira L_{29} lengoiaikoak.

$$L_{29} = \{w \mid w \in A^* \wedge \exists u, v, x (u \in A^* \wedge v \in A^* \wedge x \in A^* \wedge |u| = |u|_a \wedge |v| = |v|_b \wedge |x| = |x|_c \wedge |u| \geq 1 \wedge |v| \geq 1 \wedge |x| \geq 1 \wedge w = uvx)\}$$

30. L_{30} – b sinboloa agertzen bada, b -ren agerpen denak jarraian dituzten hitzez osatutako lengoiaia. Adibidez, $ccaaaaa$, $aabbbccca$, ccc , $bbacaaa$, ε , $bbbb$ eta $ccbbb$ hitzak L_{30} lengoiaikoak dira. Aldiz, $bacbcc$ hitza ez da L_{30} lengoiaikoa b denak ez daudelako elkarren ondoan.

$$L_{30} = \{w \mid w \in A^* \wedge \exists u, v, x (u \in A^* \wedge v \in A^* \wedge x \in A^* \wedge |v| = |v|_b \wedge |w|_b = |v| \wedge w = uvx)\}$$

31. L_{31} – a -ren agerpen bakoitzaren jarraian gutxienez bi b dituzten hitzez osatutako L_{31} lengoiaia. Adibidez, ε , $bcbbcabb$, $abbbabbabb$ eta $cccc$ hitzak L_{31} lengoiaikoak dira baina $baaa$, ab eta $aaccc$ ez.

$$L_{31} = \{w \mid w \in A^* \wedge \forall k ((1 \leq k \leq |w| \wedge w(k) = a) \rightarrow (k \leq |w| - 2 \wedge w(k+1) = b \wedge w(k+2) = b))\}$$

32. L_{32} – Gutxienez a bat eta c bat dituzten hitzez osatutako lengoiaia. Adibidez, ca , $aabbbbbaabc$ eta $ccccaa$ hitzak L_{32} lengoiaikoak dira baina ε , $baaa$, bb , $cbbb$, c eta aaa hitzak ez.

$$L_{32} = \{w \mid w \in A^* \wedge |w|_a \geq 1 \wedge |w|_c \geq 1\}$$

Beste aukera bat:

$$L_{32} = \{w \mid w \in A^* \wedge \exists u, v, x (u \in A^* \wedge v \in A^* \wedge x \in A^* \wedge (w = uavcx \vee w = ucva x))\}$$

33. L_{33} – ac katea edo ca katea (bietako bat edo biak) gutxienez behin duten hitzez osatutako lengoia. Adibidez, ca , $acabbbccaac$ eta $acacbaac$ hitzak L_{33} lengoiaikoak dira baina ε , $cbaaa$, bba , $cbbab$, bbb , c eta aaa hitzak ez.

$$L_{33} = \{w \mid w \in A^* \wedge \exists u, v (u \in A^* \wedge v \in A^* \wedge (w = uacv \vee w = ucav))\}$$

34. L_{34} – a eta c elkarren jarraian (ez ac bezala eta ez ca bezala) ez dituzten hitzez osatutako lengoia. Adibidez, ε , $cbaaa$, $bcba$, $cbbb$, c eta aaa hitzak L_{34} lengoiaikoak dira baina ca , $aabbbbaac$ eta $cccaa$ ez.

$$L_{34} = \overline{L_{33}}$$

35. L_{35} – Gutxienez 2 elementu dituzten eta hasten diren sinbolo berarekin bukatzen diren hitzez eratutako lengoia. Adibidez, $aabacba$, $cbcb$, $babb$ eta $cccc$ hitzak L_{35} lengoiaikoak dira. Bestalde, $cbbb$ hitza ez da L_{35} lengoiaikoa hasierako eta bukaerako sinboloak ez direlako berdinak. Era berean, c hitza ez da L_{35} lengoiaikoa ez dituelako gutxienez bi osagai.

$$L_{35} = \{w \mid w \in A^* \wedge \exists v, \alpha (v \in A^* \wedge \alpha \in A \wedge w = \alpha v \alpha)\}$$

36. L_{36} – abc katea behin edo gehiagotan elkartuz lortzen diren hitzez osatutako lengoia. Adibidez, $abcabcabc$, abc eta $abcabc$ hitzak L_{36} lengoiaikoak dira. Bestalde, ε , aba , $bababa$ eta $cabc$ hitzak ez dira L_{36} lengoiaikoak.

$$L_{36} = \{w \mid w \in A^* \wedge \exists k (k \geq 1 \wedge w = (abc)^k)\}$$

37. L_{37} – abc katea zero aldiz edo gehiagotan elkartuz lortzen diren hitzez osatutako lengoia. Adibidez, ε , $abcabcabc$, abc eta $abcabc$ hitzak L_{37} lengoiaikoak dira. Aldiz, aba , $bababa$ eta $cabc$ hitzak ez dira L_{37} lengoiaikoak.

$$L_{37} = \{w \mid w \in A^* \wedge \exists k (k \geq 0 \wedge w = (abc)^k)\}$$

38. L_{38} – Gutxienez osagai bat, c -rik ez eta a eta b -ren agerpenak ordena horretan tartekatuta dituzten hitzez eratutako lengoia. Beraz, L_{38} lengoiaiko hitzak a sinboloaz hasiko dira. Adibidez, a , ab , aba , $abab$, $ababa$ eta $ababab$ hitzak L_{38} lengoiaikoak dira. Aldiz, ε , b , $aaba$, $bababa$ eta $cabc$ hitzak ez dira L_{38} lengoiaikoak.

$$L_{38} = \{w \mid w \in A^* \wedge \exists k (k \geq 0 \wedge (w = (ab)^k a \vee w = (ab)^k ab))\}$$

39. L_{39} – Gutxienez lau osagai eta gainera hirugarren posizioan a sinboloa duten hitzez eratutako lengoia. Adibidez, $aaaa$, $ccab$, $cbabbbaac$, $ccabcbaaaa$ eta $bcaccc$ hitzak L_{39} lengoiaikoak dira baina ε , aa , aaa , ba , $aabbca$ eta bba hitzak ez dira L_{39} lengoiaikoak.

$$L_{39} = \{w \mid w \in A^* \wedge |w| > 3 \wedge w(3) = a\}$$

40. L_{40} – a -z hasi, b -z bukatu, tartean c bakarra, hasierako a eta c bakarraren artean nahi adina b (zero edo gehiago) eta c bakarraren eta bukaerako b -aren artean nahi adina a (zero edo gehiago) dituzten hitzez osatutako lengoia. Adibidez, $abbbcaab$, acb , $acaaab$ eta $abbbcb$ hitzak L_{40} lengoiaikoak dira. Aldiz, $abba$, ε , $abbcaba$, $abbcac$, $acbbb$, aaa eta ab hitzak ez dira L_{40} lengoiaikoak.

$$L_{40} = \{w \mid w \in A^* \wedge \exists u, v (u \in A^* \wedge v \in A^* \wedge |u| = |u|_b \wedge |v| = |v|_a \wedge w = aucvb)\}$$

41. L_{41} – abc katea gutxienez behin duten hitzez osatutako lengoia. Adibidez, $abcaabcaa$, abc , $accabcaaac$, $bbbabcb$ eta $acaaabcaaaa$ hitzak L_{41} lengoiaikoak dira. Bestalde, ε , a eta $bacbcc$ hitzak L_{41} lengoiaikoak dira.

$$L_{41} = \{w \mid w \in A^* \wedge \exists v (v \in A^* \wedge (w = abcv \vee w = vabc))\}$$

42. L_{42} – abc azpikatea hasieran edo bukaeran (edo bietan) duten hitzez osatutako lengoia. abc azpikatea leku gehiagotan ere ager daiteke hitzaren erdian. Adibidez, $abcaaaa$, abc , $acaaabc$, $abcbababc$ eta $abccabcaaaa$ hitzak L_{42} lengoiaikoak dira. Aldiz, ε , a eta $bacbcc$ hitzak ez dira L_{42} lengoiaikoak.

$$L_{42} = \{w \mid w \in A^* \wedge \exists v (v \in A^* \wedge (w = abcv \vee w = vabc))\}$$

43. L_{43} – L_{42} lengoiaikoak ez diren hitzez osatutako lengoia.

$$L_{43} = \{w \mid w \in A^* \wedge \neg \exists v (v \in A^* \wedge (w = abcv \vee w = vabc))\}$$

Beste aukera bat:

$$L_{43} = \overline{L_{42}}$$

44. L_{44} – b -rik agertzen bada, c -rik ez duten hitzez osatutako lengoia. Adibidez, $caaaaa$, $aabbba$, ccc , $aaaa$, ε , $bbbb$ eta $acaac$ hitzak L_{44} lengoiaikoak dira baina $bacbcc$ hitza ez da L_{44} lengoiaiko.

$$L_{44} = \{w \mid w \in A^* \wedge (|w|_b \geq 1 \rightarrow |w|_c = 0)\}$$

45. L_{45} – Jarraian zehazten diren baldintzak betetzen dituzten hitzez osatutako lengoia:

- a -z hasiz gero, aa ez edukitzea azpikate bezala;
- b -z hasiz gero, aa azpikate bezala edukitzea;
- ez a -z eta ez b -z ez hasiz gero, edozein egitura izatea, inolako murrizketarik gabe.

Adibidez, $acbab$, $bbaaacb$, ccc eta $abcc$ hitzak L_{45} lengoiaikoak dira baina $abaab$ eta bbb ez dira L_{45} lengoiaikoak.

$$L_{45} = \{w \mid w \in A^* \wedge ((|w| \geq 1 \wedge w(1) = a \wedge \neg \exists u, v (u \in A^* \wedge v \in A^* \wedge w = uav)) \vee (|w| \geq 1 \wedge w(1) = b \wedge \exists u, v (u \in A^* \wedge v \in A^* \wedge w = uav)) \vee (|w| \geq 1 \wedge w(1) = b) \vee (|w| = 0))\}$$

46. L_{46} – ab azpikatea kopuru bikoitian duten hitzez osatutako lengoia. Adibidez, ε , $a\underline{ab}cc\underline{ab}c$, $ac\underline{bbbbb}$, $ba\underline{ab}c\underline{ab}c$ eta $cc\underline{ab}cc\underline{ab}cc\underline{ab}$ hitzak L_{46} lengoiaikoak dira baina abc eta $cbabb$ hitzak ez dira L_{46} lengoiaikoak.

$$L_{46} = \{w \mid w \in A^* \wedge (\mathcal{N}k(1 \leq k \leq |w| - 1 \wedge w(k) = a \wedge w(k+1) = b) \bmod 2 = 0)\}$$

47. L_{47} – a -z hasi eta gero c -rik ez baina gutxienez bi b edo a -z hasi eta gero dena c duten hitzez osatutako lengoia. Adibidez abb , $aababa$, $aabaaab$ eta $acccc$ hitzak L_{47} lengoiaikoak dira baina ε , $aabbcb$, $caacbb$, $cccc$ eta bbc ez dira L_{47} lengoiaikoak.

$$L_{47} = \{w \mid w \in A^* \wedge \exists v(v \in A^* \wedge ((|v|_c = 0 \wedge |v|_b \geq 2) \vee |v| = |v|_c) \wedge w = av)\}$$

48. L_{48} – Errepikatutako sinbolorik ez duten hitzez osatutako lengoia. Adibidez, a , ca , cba eta ε hitzak L_{48} lengoiaikoak dira baina $aabbcb$, $cccc$, aab eta $bcbbbb$ hitzak ez dira L_{48} lengoiaikoak.

$$L_{48} = \{w \mid w \in A^* \wedge \neg \exists \alpha(\alpha \in A \wedge |w|_\alpha \geq 2)\}$$

49. L_{49} – 3ren anizkoitza den luzera duten hitzez osatutako lengoia. Adibidez, ε , aac eta $caabbb$ hitzak L_{49} lengoiaikoak dira baina a , cc eta $aabb$ ez dira L_{49} lengoiaikoak.

$$L_{49} = \{w \mid w \in A^* \wedge |w| \bmod 3 = 0\}$$

50. L_{50} – a -z hasi, b -z bukatu eta 3ren anizkoitza den luzera duten hitzez osatutako lengoia. Adibidez, aab eta $acabbb$ hitzak L_{50} lengoiaikoak dira baina ε , a , ccc eta $aabb$ hitzak ez dira L_{50} lengoiaikoak.

$$L_{50} = \{w \mid w \in A^* \wedge |w| \bmod 3 = 0 \wedge \exists u(u \in A^* \wedge w = aub)\}$$

51. L_{51} – a -z hasi eta bc katearekin bukatzen diren hitzez osatutako lengoia. Adibidez, $aabc$ eta $acabcccbcb$ hitzak L_{51} lengoiaikoak dira baina ε , a , ccc eta $aabb$ ez dira L_{51} lengoiaikoak.

$$L_{51} = \{w \mid w \in A^* \wedge \exists u(u \in A^* \wedge w = aubc)\}$$

52. L_{52} – Lengoia hutsa.

$$L_{52} = \emptyset$$

53. L_{53} – Lengoia unibertsala.

$$L_{53} = A^*$$

54. L_{54} – Hitz hutsaz osatutako lengoia.

$$L_{54} = \{\varepsilon\}$$

55. L_{55} – aa , bb eta ac hitzez osatutako lengoia.

$$L_{55} = \{aa, bb, ac\}$$

56. $L_{56} - \varepsilon$, bbc eta acc hitzez osatutako lengoia.

$$L_{56} = \{\varepsilon, bbc, acc\}$$

57. $L_{57} - 4$ ko luzera duten hitzez osatutako lengoia.

$$L_{57} = \{w \mid w \in A^* \wedge |w| = 4\}$$

58. $L_{58} - 4$ ko luzera eta a -ren agerpen bakarra duten hitzez osatutako lengoia.

$$L_{58} = \{w \mid w \in A^* \wedge |w| = 4 \wedge |w|_a = 1\}$$

3.5 Konputazio ez-deterministen garapena

q_0 hasierako egoera dela suposatuz, L_{51} lengoaiari dagokion AFED-arentzat honako konputazio hauek garatu urratsez urrats:

1. $\nu^*(\{q_0\}, abcbc)$
2. $\nu^*(\{q_0\}, aaaa)$
3. $\nu^*(\{q_0\}, \varepsilon)$
4. $\nu^*(\{q_0\}, bcc)$

3.6 ε trantsizioak dituzten Automata Finitu Ez-Deterministen (ε -AFED-en) diseinua

AFED-en diseinuari dagokion ataleko lengoia denak hartuko ditugu berriro. AFED-en atalean proposatutako automatak aztertu eta ε trantsizioak erabiltzeak hobekuntzarik ekarriko al lukeen erabaki. Baiezko kasuan ε -AFED-a eman. Kasu interesgarrienak honako hauek dira: L_5 , L_8 , L_9 , L_{19} , L_{24} , L_{25} , L_{27} , L_{28} , L_{30} , L_{31} , L_{36} , L_{37} , L_{38} , L_{42} , L_{44} , L_{49} , L_{54} , L_{55} eta L_{56} . Alfabetoa $A = \{a, b, c\}$ da:

1. L_1 – a sinboloaz hasten diren hitzez osatutako lengoia.

$$L_1 = \{w \mid w \in A^* \wedge \exists u(u \in A^* \wedge w = au)\}$$

2. L_2 – a sinboloaz hasi eta a sinboloaz bukatzen diren hitzez osatutako lengoia.

$$L_2 = \{w \mid w \in A^* \wedge ((w = a) \vee \exists u(u \in A^* \wedge w = aua))\}$$

3. L_3 – b sinboloaz bukatzen diren hitzez osatutako lengoia.

$$L_3 = \{w \mid w \in A^* \wedge \exists u(u \in A^* \wedge w = ub)\}$$

4. L_4 – a sinboloaz hasi eta b sinboloaz bukatzen diren hitzez osatutako lengoia.

$$L_4 = \{w \mid w \in A^* \wedge \exists u(u \in A^* \wedge w = aub)\}$$

5. L_5 – a sinboloaz hasi edo b sinboloaz bukatzen diren hitzez osatutako lengoia.

$$L_5 = \{w \mid w \in A^* \wedge \exists u(u \in A^* \wedge (w = au \vee w = ub))\}$$

6. L_6 – a sinboloaz hasi, b sinboloaz bukatu eta gutxienez c bat duten hitzez osatutako lengoia. Adibidez, $acaaaaab$, $aabbcbccbb$, acb eta $aaccbaccb$ hitzak L_6 lengoiaikoak dira baina ε , $bacbcc$ eta $bbbb$ ez dira L_6 lengoiaikoak.

$$L_6 = \{w \mid w \in A^* \wedge |w| \geq 3 \wedge w(1) = a \wedge w(|w|) = b \wedge |w|_c \geq 1\}$$

Beste aukera bat:

$$L_6 = \{w \mid w \in A^* \wedge \exists v(v \in A^* \wedge |v|_c \geq 1 \wedge w = avb)\}$$

7. L_7 – a sinboloaz hasten ez diren hitzez osatutako lengoia. Adibidez, $cabb$, ccc , b , ε eta $bcbc$ hitzak L_7 lengoiaikoak dira baina $abbbb$ ez da L_7 lengoiaikoa.

$$L_7 = \{w \mid w \in A^* \wedge \neg \exists v(v \in A^* \wedge w = av)\}$$

8. L_8 – b sinboloaz bukatzen ez diren hitzez osatutako lengoia.

$$L_8 = \{w \mid w \in A^* \wedge \neg \exists u(u \in A^* \wedge w = ub)\}$$

9. L_9 – a sinboloaz hasten diren baina b sinboloaz bukatzen ez diren hitzez osatutako lengoia.

$$L_9 = \{w \mid w \in A^* \wedge \exists u(u \in A^* \wedge w = au) \wedge \neg \exists v(v \in A^* \wedge w = vb)\}$$

10. L_{10} – aaa katea gutxienez behin duten hitzez osatutako lengoia.

$$L_{10} = \{w \mid w \in A^* \wedge \exists u, v(u \in A^* \wedge v \in A^* \wedge w = uaaav)\}$$

11. L_{11} – aaa katea ez duten hitzez osatutako lengoia.

$$L_{11} = \{w \mid w \in A^* \wedge \neg \exists u, v(u \in A^* \wedge v \in A^* \wedge w = uaaav)\}$$

12. L_{12} – aaa eta ccc azpikateak gutxienez behin dituzten hitzez osatutako lengoia. Hitz bakoitzak azpikate biak izan behar ditu. Hala ere, edozein ordenatan ager daitezke, hau da, ccc azpikatea aaa azpikatea baino lehenago ager daiteke. Adibidez, $cccaaaaa$, $aaabacbcccb$, $acccaaaab$, $ccccbaaabaab$ eta $accbbaaabcc$ hitzak L_{12} lengoiaikoak dira baina $baacbacc$ hitza ez da L_{12} lengoiaikoa, ez baitu aaa azpikatea.

$$L_{12} = \{w \mid w \in A^* \wedge \exists u, v, x(u \in A^* \wedge v \in A^* \wedge x \in A^* \wedge (w = uaaavccc x \vee w = ucccvaax))\}$$

13. L_{13} – aaa azpikatea bai baina ccc azpikatea ez duten hitzez osatutako lengoia.

$$L_{13} = \{w \mid w \in A^* \wedge \exists u, v(u \in A^* \wedge v \in A^* \wedge w = uaaav) \wedge \neg \exists x, z(x \in A^* \wedge z \in A^* \wedge w = xcccz)\}$$

14. L_{14} – aaa katea edo ccc katea duten hitzez osatutako lengoia. Lengoia honetako hitz bakoitzak gutxienez kate horietako bat gutxienez behin izan behar du. Adibidez, $cccaaaaa$, $bacbccb$, $acaaab$, $cccc$, $cccbcc$ eta $aabccccab$ hitzak L_{14} lengoiaikoak dira. Bestalde, $baacbca$ hitza ez da L_{14} lengoiaikoa, ez baitu ez aaa azpikatea eta ez ccc azpikatea.

$$L_{14} = \{w \mid w \in A^* \wedge \exists u, v(u \in A^* \wedge v \in A^* \wedge (w = uaaav \vee w = uccc v))\}$$

15. L_{15} – Luzera bikoitia duten hitzez osatutako lengoia.

$$L_{15} = \{w \mid w \in A^* \wedge |w| \bmod 2 = 0\}$$

16. L_{16} – Luzera bakoitia duten hitzez osatutako lengoia.

$$L_{16} = \{w \mid w \in A^* \wedge |w| \bmod 2 \neq 0\}$$

17. L_{17} – a sinboloaren agerpen-kopuru bikoitia duten hitzez osatutako lengoia.

$$L_{17} = \{w \mid w \in A^* \wedge |w|_a \bmod 2 = 0\}$$

18. L_{18} – b eta c sinboloen agerpenik ez eta a sinboloaren agerpen-kopuru bikoitia duten hitzez osatutako lengoia.

$$L_{18} = \{w \mid w \in A^* \wedge |w|_a \bmod 2 = 0 \wedge |w|_b = 0 \wedge |w|_c = 0\}$$

19. L_{19} – Honako baldintza hauetatik gutxienez bat betetzen duten hitzez osatutako lengoia:

- a sinboloaren agerpenen kopurua bikoitia da
- b -rik eta c -rik ez dago.

$$L_{19} = \{w \mid w \in A^* \wedge (|w|_a \bmod 2 = 0 \vee (|w|_b = 0 \wedge |w|_c = 0))\}$$

20. L_{20} – a sinboloaren agerpen-kopurua bikoitia eta b sinboloaren agerpen-kopurua ere bikoitia duten hitzez osatutako lengoia.

$$L_{20} = \{w \mid w \in A^* \wedge |w|_a \bmod 2 = 0 \wedge |w|_b \bmod 2 = 0\}$$

21. L_{21} – a sinboloaren agerpen-kopurua bikoitia eta b sinboloaren agerpen-kopurua ere bikoitia ez duten hitzez osatutako lengoia. Gerta daiteke a -ren agerpen-kopurua edo b -ren agerpen-kopurua bikoitia izatea baina biak ezin dute bikoitiak izan. Beraz, a -ren agerpen-kopurua edo b -ren agerpen-kopurua bakoitia izango da L_{21} lengoiaiko hitzetan.

$$L_{21} = \{w \mid w \in A^* \wedge (|w|_a \bmod 2 \neq 0 \vee |w|_b \bmod 2 \neq 0)\}$$

22. L_{22} – Gutxienez desberdinak diren bi sinbolo dituzten hitzez osatutako lengoia. Adibidez, aab , $accccabab$ eta $cccbc$ hitzak L_{22} lengoiaikoak dira baina aaa , b eta ε ez.

$$L_{22} = \{w \mid w \in A^* \wedge \exists \alpha, \beta (\alpha \in A \wedge \beta \in A \wedge \alpha \neq \beta \wedge |w|_\alpha \geq 1 \wedge |w|_\beta \geq 1)\}$$

23. L_{23} – Desberdinak diren bi sinbolo edo gehiago ez dituzten hitzez osatutako lengoia. Adibidez, ε , aaa , $bbbb$, c eta cc hitzak L_{23} lengoiaikoak dira baina $baaa$ eta $aacbb$ hitzak ez.

$$L_{23} = \{w \mid w \in A^* \wedge \neg \exists \alpha, \beta (\alpha \in A \wedge \beta \in A \wedge \alpha \neq \beta \wedge |w|_\alpha \geq 1 \wedge |w|_\beta \geq 1)\}$$

24. L_{24} – Desberdinak diren bi sinbolo edo gehiago ez dituzten eta gainera luzera bikoitia duten hitzez osatutako lengoia. Adibidez, ε , $aaaa$ eta $cccc$ hitzak L_{24} lengoiaikoak dira baina $baaa$, aaa eta $aacbb$ hitzak ez.

$$L_{24} = \{w \mid w \in A^* \wedge \neg \exists \alpha, \beta (\alpha \in A \wedge \beta \in A \wedge \alpha \neq \beta \wedge |w|_\alpha \geq 1 \wedge |w|_\beta \geq 1) \wedge |w| \bmod 2 = 0\}$$

25. L_{25} – c -rik ez duten eta, a -rik baldin badago, a -ren agerpen denak ezkerreko aldean jarraian eta, b -rik baldin badago, b -ren agerpen denak eskuineko aldean jarraian dituzten hitzez osatutako lengoia. Adibidez, ε , aaa , ab , $aabb$, $aaaab$ eta $aaabbb$ hitzak L_{25} lengoiaikoak dira baina $ababbb$, $aaacbb$ eta $bbaa$ hitzak ez dira L_{25} lengoiaikoak.

$$L_{25} = \{w \mid w \in A^* \wedge \exists u, v (u \in A^* \wedge v \in A^* \wedge |u| = |u|_a \wedge |v| = |v|_b \wedge w = uv)\}$$

26. L_{26} – c -rik ez izatea eta gutxienez a bat eta b bat izatea betetzeaz gain, a -ren agerpen denak ezkerreko aldean jarraian eta b -ren agerpen denak eskuineko aldean jarraian dituzten hitzez osatutako lengoia. Adibidez, ab , $aabb$, $aabbbb$, eta $aaabbb$ hitzak L_{26} lengoiaikoak dira baina ε , $aaacbb$, aaa , $baaba$ eta $bbaa$ hitzak ez dira L_{26} lengoiaikoak.

$$L_{26} = \{w \mid w \in A^* \wedge \exists u, v(u \in A^* \wedge v \in A^* \wedge |u| = |u|_a \wedge |u| \geq 1 \wedge |v| = |v|_b \wedge |v| \geq 1 \wedge w = uv)\}$$

27. L_{27} – c -rik ez duten eta, a -rik baldin badago, a -ren agerpen denak jarraian (ezkerreko aldean edo eskuineko aldean) eta, b -rik baldin badago, b -ren agerpen denak jarraian (ezkerreko aldean edo eskuineko aldean) dituzten hitzez osatutako lengoaia. Adibidez, ε , $aabbbb$, $baaaa$, bbb eta $aaaa$ hitzak L_{27} lengoaiakoak dira baina $aabaa$, $aaacccb$ eta $abaaa$ hitzak ez dira L_{27} lengoaiakoak.

$$L_{27} = \{w \mid w \in A^* \wedge \exists u, v(u \in A^* \wedge v \in A^* \wedge |u| = |u|_a \wedge |v| = |v|_b \wedge (w = uv \vee w = vu))\}$$

28. L_{28} – a -rik baldin badago, a -ren agerpen denak ezkerreko aldean jarraian eta, b -rik baldin badago, b -ren agerpen denak erdian jarraian eta c -rik baldin badago, c -ren agerpen denak eskuineko aldean jarraian dituzten hitzez osatutako lengoaia. Adibidez, ε , $bccc$, $aaaabbccc$, $aabbcccccc$, aaa eta $aaaacccc$ hitzak L_{28} lengoaiakoak dira baina $acabbb$, $aaacbb$, $cccbbaaa$, ccc eta $bbaaccc$ hitzak ez dira L_{28} lengoaiakoak.

$$L_{28} = \{w \mid w \in A^* \wedge \exists u, v, x(u \in A^* \wedge v \in A^* \wedge x \in A^* \wedge |u| = |u|_a \wedge |v| = |v|_b \wedge |x| = |x|_c \wedge w = uvx)\}$$

29. L_{29} – Hasieran gutxienez osagai bat duen eta a sinboloaren errepikapenez osatuta dagoen kate bat, gero gutxienez osagai bat duen eta b sinboloaren errepikapenez osatuta dagoen kate bat eta bukatzeko gutxienez osagai bat duen eta c sinboloaren errepikapenez osatuta dagoen kate bat dituzten hitzez eratutako lengoaia. Adibidez, $aabcc$, $abbbcc$, abc , $aaaabbc$ eta $aabbcc$ hitzak L_{29} lengoaiakoak dira. Bestalde, bc , ac , ε , $aaccbbb$, aaa , $aaacccc$ eta $aaabbb$ hitzak ez dira L_{29} lengoaiakoak.

$$L_{29} = \{w \mid w \in A^* \wedge \exists u, v, x(u \in A^* \wedge v \in A^* \wedge x \in A^* \wedge |u| = |u|_a \wedge |v| = |v|_b \wedge |x| = |x|_c \wedge |u| \geq 1 \wedge |v| \geq 1 \wedge |x| \geq 1 \wedge w = uvx)\}$$

30. L_{30} – b sinboloa agertzen bada, b -ren agerpen denak jarraian dituzten hitzez osatutako lengoaia. Adibidez, $ccaaaa$, $aabbccca$, ccc , $bbaccaa$, ε , $bbbb$ eta $ccbbb$ hitzak L_{30} lengoaiakoak dira. Aldiz, $bacbcc$ hitza ez da L_{30} lengoaiakoa b denak ez daudelako elkarren ondoan.

$$L_{30} = \{w \mid w \in A^* \wedge \exists u, v, x(u \in A^* \wedge v \in A^* \wedge x \in A^* \wedge |v| = |v|_b \wedge |w|_b = |v| \wedge w = uvx)\}$$

31. L_{31} – a -ren agerpen bakoitzaren jarraian gutxienez bi b dituzten hitzez osatutako L_{31} lengoaia. Adibidez, ε , $bcbbcabb$, $abbbabbabb$ eta $cccc$ hitzak L_{31} lengoaiakoak dira baina $baaa$, ab eta $aaccc$ ez.

$$L_{31} = \{w \mid w \in A^* \wedge \forall k((1 \leq k \leq |w| \wedge w(k) = a) \rightarrow (k \leq |w| - 2 \wedge w(k+1) = b \wedge w(k+2) = b))\}$$

32. L_{32} – Gutxienez a bat eta c bat dituzten hitzez osatutako lengoaia. Adibidez, ca , $aabbbbbaabc$ eta $ccccaa$ hitzak L_{32} lengoaiakoak dira baina ε , $baaa$, bb , $cbbb$, c eta aaa hitzak ez.

$$L_{32} = \{w \mid w \in A^* \wedge |w|_a \geq 1 \wedge |w|_c \geq 1\}$$

Beste aukera bat:

$$L_{32} = \{w \mid w \in A^* \wedge \exists u, v, x (u \in A^* \wedge v \in A^* \wedge x \in A^* \wedge (w = uavcx \vee w = ucva x))\}$$

33. L_{33} – ac katea edo ca katea (bietako bat edo biak) gutxienez behin duten hitzez osatutako lengoia. Adibidez, ca , $acabbbccaac$ eta $acaccbaac$ hitzak L_{33} lengoaiakoak dira baina ε , $cbaaa$, bba , $cbbab$, bbb , c eta aaa hitzak ez.

$$L_{33} = \{w \mid w \in A^* \wedge \exists u, v (u \in A^* \wedge v \in A^* \wedge (w = uacv \vee w = ucav))\}$$

34. L_{34} – a eta c elkarren jarraian (ez ac bezala eta ez ca bezala) ez dituzten hitzez osatutako lengoia. Adibidez, ε , $cbaaa$, $bcba$, $cbbb$, c eta aaa hitzak L_{34} lengoaiakoak dira baina ca , $aabbbbaac$ eta $cccaac$ ez.

$$L_{34} = \overline{L_{33}}$$

35. L_{35} – Gutxienez 2 elementu dituzten eta hasten diren sinbolo berarekin bukatzen diren hitzez eratutako lengoia. Adibidez, $aabacbca$, $bc b$, $babb$ eta $cccc$ hitzak L_{35} lengoaiakoak dira. Bestalde, $cbbb$ hitza ez da L_{35} lengoaiakoa hasierako eta bukaerako sinboloak ez direlako berdinak. Era berean, c hitza ez da L_{35} lengoaiakoa ez dituelako gutxienez bi osagai.

$$L_{35} = \{w \mid w \in A^* \wedge \exists v, \alpha (v \in A^* \wedge \alpha \in A \wedge w = \alpha v \alpha)\}$$

36. L_{36} – abc katea behin edo gehiagotan elkartuz lortzen diren hitzez osatutako lengoia. Adibidez, $abcbcabcb$, abc eta $abcbcb$ hitzak L_{36} lengoaiakoak dira. Bestalde, ε , aba , $bababa$ eta $cabc$ hitzak ez dira L_{36} lengoaiakoak.

$$L_{36} = \{w \mid w \in A^* \wedge \exists k (k \geq 1 \wedge w = (abc)^k)\}$$

37. L_{37} – abc katea zero aldiz edo gehiagotan elkartuz lortzen diren hitzez osatutako lengoia. Adibidez, ε , $abcbcabcb$, abc eta $abcbcb$ hitzak L_{37} lengoaiakoak dira. Aldiz, aba , $bababa$ eta $cabc$ hitzak ez dira L_{37} lengoaiakoak.

$$L_{37} = \{w \mid w \in A^* \wedge \exists k (k \geq 0 \wedge w = (abc)^k)\}$$

38. L_{38} – Gutxienez osagai bat, c -rik ez eta a eta b -ren agerpenak ordena horretan tartekatuta dituzten hitzez eratutako lengoia. Beraz, L_{38} lengoaiako hitzak a sinboloaz hasiko dira. Adibidez, a , ab , aba , $abab$, $ababa$ eta $ababab$ hitzak L_{38} lengoaiakoak dira. Aldiz, ε , b , $aaba$, $bababa$ eta $cabc$ hitzak ez dira L_{38} lengoaiakoak.

$$L_{38} = \{w \mid w \in A^* \wedge \exists k (k \geq 0 \wedge (w = (ab)^k a \vee w = (ab)^k ab))\}$$

39. L_{39} – Gutxienez lau osagai eta gainera hirugarren posizioan a sinboloa duten hitzez eratutako lengoia. Adibidez, $aaaa$, $ccab$, $cbabbaac$, $ccabcbaaaa$ eta $bcaccc$ hitzak L_{39} lengoaiakoak dira baina ε , aa , aaa , ba , $aabbca$ eta bba hitzak ez dira L_{39} lengoaiakoak.

$$L_{39} = \{w \mid w \in A^* \wedge |w| > 3 \wedge w(3) = a\}$$

40. L_{40} – a -z hasi, b -z bukatu, tartean c bakarra, hasierako a eta c bakarraren artean nahi adina b (zero edo gehiago) eta c bakarraren eta bukaerako b -aren artean nahi adina a (zero edo gehiago) dituzten hitzez osatutako lengoia. Adibidez, $abbbcaab$, acb , $acaaab$ eta $abbbcb$ hitzak L_{40} lengoiaikoak dira. Aldiz, $abba$, ε , $abbcaba$, $abbcac$, $acbbb$, aaa eta ab hitzak ez dira L_{40} lengoiaikoak.

$$L_{40} = \{w \mid w \in A^* \wedge \exists u, v (u \in A^* \wedge v \in A^* \wedge |u| = |u|_b \wedge |v| = |v|_a \wedge w = aucvb)\}$$

41. L_{41} – abc katea gutxienez behin duten hitzez osatutako lengoia. Adibidez, $abcaabcaa$, abc , $accabcaaac$, $bbbabcb$ eta $accaaabc$ hitzak L_{41} lengoiaikoak dira. Bestalde, ε , a eta $bacbcc$ hitzak L_{41} lengoiaikoak dira.

$$L_{41} = \{w \mid w \in A^* \wedge \exists v (v \in A^* \wedge (w = abcv \vee w = vabc))\}$$

42. L_{42} – abc azpikatea hasieran edo bukaeran (edo bietan) duten hitzez osatutako lengoia. abc azpikatea leku gehiagotan ere ager daiteke hitzaren erdian. Adibidez, $abcaaaa$, abc , $acaaabc$, $abcbab$ eta $abccabca$ hitzak L_{42} lengoiaikoak dira. Aldiz, ε , a eta $bacbcc$ hitzak ez dira L_{42} lengoiaikoak.

$$L_{42} = \{w \mid w \in A^* \wedge \exists v (v \in A^* \wedge (w = abcv \vee w = vabc))\}$$

43. L_{43} – L_{42} lengoiaikoak ez diren hitzez osatutako lengoia.

$$L_{43} = \{w \mid w \in A^* \wedge \neg \exists v (v \in A^* \wedge (w = abcv \vee w = vabc))\}$$

Beste aukera bat:

$$L_{43} = \overline{L_{42}}$$

44. L_{44} – b -rik agertzen bada, c -rik ez duten hitzez osatutako lengoia. Adibidez, $ccaaaaa$, $aabbb$, ccc , $aaaa$, ε , $bbbb$ eta $acaac$ hitzak L_{44} lengoiaikoak dira baina $bacbcc$ hitza ez da L_{44} lengoiaiko.

$$L_{44} = \{w \mid w \in A^* \wedge (|w|_b \geq 1 \rightarrow |w|_c = 0)\}$$

45. L_{45} – Jarraian zehazten diren baldintzak betetzen dituzten hitzez osatutako lengoia:

- a -z hasiz gero, aa ez edukitzea azpikate bezala;
- b -z hasiz gero, aa azpikate bezala edukitzea;
- ez a -z eta ez b -z ez hasiz gero, edozein egitura izatea, inolako murrizketarik gabe.

Adibidez, $acbab$, $bbaaacb$, ccc eta $abcc$ hitzak L_{45} lengoiaikoak dira baina $abaab$ eta bbb ez dira L_{45} lengoiaikoak.

$$\begin{aligned}
L_{45} = \{w \mid w \in A^* \wedge \\
& ((|w| \geq 1 \wedge w(1) = a \wedge \neg \exists u, v (u \in A^* \wedge v \in A^* \wedge w = uaav)) \\
& \vee (|w| \geq 1 \wedge w(1) = b \wedge \exists u, v (u \in A^* \wedge v \in A^* \wedge w = uaav)) \\
& \vee (|w| \geq 1 \wedge w(1) = b) \\
& \vee (|w| = 0))\}
\end{aligned}$$

46. L_{46} – ab azpikatea kopuru bikoitian duten hitzez osatutako lengoia. Adibidez, ε , $abccabc$, $acbbbbb$, $baabcabc$ eta $ccabccababccab$ hitzak L_{46} lengoiaikoak dira baina abc eta $cbabb$ hitzak ez dira L_{46} lengoiaikoak.

$$L_{46} = \{w \mid w \in A^* \wedge (\mathcal{N}k(1 \leq k \leq |w| - 1 \wedge w(k) = a \wedge w(k+1) = b) \bmod 2 = 0)\}$$

47. L_{47} – a -z hasi eta gero c -rik ez baina gutxienez bi b edo a -z hasi eta gero dena c duten hitzez osatutako lengoia. Adibidez abb , $aababa$, $aabaaab$ eta $acccc$ hitzak L_{47} lengoiaikoak dira baina ε , $aabbbcb$, $caacbb$, $cccc$ eta bbc ez dira L_{47} lengoiaikoak.

$$L_{47} = \{w \mid w \in A^* \wedge \exists v (v \in A^* \wedge ((|v|_c = 0 \wedge |v|_b \geq 2) \vee |v| = |v|_c) \wedge w = av)\}$$

48. L_{48} – Errepikatutako sinbolorik ez duten hitzez osatutako lengoia. Adibidez, a , ca , cba eta ε hitzak L_{48} lengoiaikoak dira baina $aabbbcb$, $cccc$, aab eta $bbcbbb$ hitzak ez dira L_{48} lengoiaikoak.

$$L_{48} = \{w \mid w \in A^* \wedge \neg \exists \alpha (\alpha \in A \wedge |w|_\alpha \geq 2)\}$$

49. L_{49} – 3ren anizkoitza den luzera duten hitzez osatutako lengoia. Adibidez, ε , aac eta $caabbb$ hitzak L_{49} lengoiaikoak dira baina a , cc eta $aabb$ ez dira L_{49} lengoiaikoak.

$$L_{49} = \{w \mid w \in A^* \wedge |w| \bmod 3 = 0\}$$

50. L_{50} – a -z hasi, b -z bukatu eta 3ren anizkoitza den luzera duten hitzez osatutako lengoia. Adibidez, aab eta $acabbb$ hitzak L_{50} lengoiaikoak dira baina ε , a , ccc eta $aabb$ hitzak ez dira L_{50} lengoiaikoak.

$$L_{50} = \{w \mid w \in A^* \wedge |w| \bmod 3 = 0 \wedge \exists u (u \in A^* \wedge w = aub)\}$$

51. L_{51} – a -z hasi eta bc katearekin bukatzen diren hitzez osatutako lengoia. Adibidez, $aabc$ eta $acabccbbcb$ hitzak L_{51} lengoiaikoak dira baina ε , a , ccc eta $aabb$ ez dira L_{51} lengoiaikoak.

$$L_{51} = \{w \mid w \in A^* \wedge \exists u (u \in A^* \wedge w = aubc)\}$$

52. L_{52} – Lengoia hutsa.

$$L_{52} = \emptyset$$

53. L_{53} – Lengoia unibertsala.

$$L_{53} = A^*$$

54. L_{54} – Hitz hutsaz osatutako lengoia.

$$L_{54} = \{\varepsilon\}$$

55. L_{55} – aa , bb eta ac hitzez osatutako lengoia.

$$L_{55} = \{aa, bb, ac\}$$

56. L_{56} – ε , bbc eta acc hitzez osatutako lengoia.

$$L_{56} = \{\varepsilon, bbc, acc\}$$

57. L_{57} – 4ko luzera duten hitzez osatutako lengoia.

$$L_{57} = \{w \mid w \in A^* \wedge |w| = 4\}$$

58. L_{58} – 4ko luzera eta a -ren agerpen bakarra duten hitzez osatutako lengoia.

$$L_{58} = \{w \mid w \in A^* \wedge |w| = 4 \wedge |w|_a = 1\}$$

3.7 ε trantsizioak dituzten konputazio ez-deterministen garapena

q_0 hasierako egoera dela suposatuz, L_{27} lengoaiari dagokion ε -AFED-arentzat honako konputazio hauek garatu urratsez urrats:

1. $\lambda^*(\{q_0\}, aaabb)$
2. $\lambda^*(\{q_0\}, aaa)$
3. $\lambda^*(\{q_0\}, \varepsilon)$
4. $\lambda^*(\{q_0\}, bcc)$
5. $\lambda^*(\{q_0\}, aba)$