

2. GAIA: PROBALITATEA

1. Trukatutako dado bat daukagu. Aurpegi bakoitza lortzeko probabilitatea aurpegiak duen zenbakiarekiko proportzionala dela jakinik. Kalkula itzazu:

- a) Emaizta bikoitia lortzeko probabilitatea.
- b) Lau baino altuagoa den emaitza lortzeko probabilitatea.
- c) Lortutako emaitza bakoitia edo lau izateko probabilitatea.

2. Bi kutxa desberdin ditugu. Lehenengo kutxan hiru bola zuri eta bi bola beltz daude, bigarren kutxan berriz, bi bola zuri eta hiru bola beltz daude. Lehenengo kutxatik bola bat ateratzeko probabilitatea $1/3$ da eta bigarren kutxatik bola bat ateratzeko probabilitatea $2/3$.

- a) Kalkula ezazu bola zuria ateratzeko probabilitatea.
- b) Demagun lortutako bola zuria dela, zein da lehenengo kutxatik ateratako bola izateko probabilitatea?

3. Izan bitez A eta B bi gertaera non $P(A) = 1/4$, $P(B) = 1/2$, $P(A|B) = 1/4$ betetzen den.

- a) A eta B gertaerak bateraezinak al dira?
- b) A eta B gertaerak independenteak al dira?
- c) Kalkula ezazu $P(\bar{B})$
- d) Kalkula ezazu $P(A|\bar{B})$

4. Kutxa batean 10 bola zuri, 10 bola beltz, 10 bola gorri eta 10 bola urdin daude. Zoriz lau bola ateratzen baditugu, zein da koloreren bat errepikatzeko probabilitatea?

5. Produkzio-kate batean egiten diren produktuak akastunak edo egokiak bezala sailkatzen dira, produktuak aztertu ondoren euren sailkapena apuntatzen delarik. Prozesuak akastunak diren bi produktu egon arte edo lau produktu aztertu arte jarraitzen badu, deskriba ezazu esperimentu honi dagokion lagin espazioa.

6. Kalkula ezazu $P(A \cup B \cup C)$

$$P(A) = 1/5; P(B) = 1/3; P(C) = 1/6;$$

$$P(A \cap B) = P(C \cap B) = P(A \cap C) = 1/10; P(A \cap B \cap C) = 4/300$$

7. Bi txanpon ditugu, lehenengo txanpona jaurtitzean aurpegia lortzeko probabilitatea p_1 da eta bigarren txanpona jaurtitzean aurpegia lortzeko probabilitatea p_2 da. Txanpon bat zoriz aukeratu eta lau aldiz jaurti da. Jaurtiketa hauetan hiru aurpegi lortu badira, zein da aukeratutako txanpona lehenengoa izateko probabilitatea?

8. Hiru kutxa ditugu. A kutxan bi bola beltz eta bola zuri bat daude, B kutxan bola beltz bat eta bi bola zuri daude eta C kutxan hiru bola beltz eta hiru bola zuri daude. Bola zein kutxatik aterako dugun aukeratzeko trukatu gabeko dado bat jaurtiko dugu. Jaurtiketa honen emaitza 1, 2 edo 3 bada A kutxa aukeratuko dugu, emaitza 4 bada B kutxa aukeratuko dugu eta emaitza 5 edo 6 bada C kutxa aukeratuko dugu. Kalkula itzazu:

a) Ateratako bola zuria izateko probabilitatea.

b) Ateratako bola zuria bada, B kutxatik ateratako bola izateko probabilitatea.

9. Izan bitez A eta B bi gertaera independente, biak gertatzeko probabilitatea $\frac{1}{6}$, eta bat ere ez gertatzeko probabilitatea $\frac{1}{3}$ izanik. Kalkula itzazu $P(A)$ eta $P(B)$.

10. Kutxa batean zenbakitutako hamar fitxa nahastuta daude. Kutxatik (itzulerarik gabe) bi fitxa ateratzen badira, zein da fitxa bien batura 10 izateko probabilitatea?

11. Izan bitez A eta B bateraezinak diren bi gertaera $P(A) = 0.4$ eta $P(B) = 0.1$ izanik. Izan bedi C beste gertaera bat, non $P(C|A) = 0.65$ eta $P(C|B) = 0.75$ diren. Kalkula itzazu

a) $P(C \cap A)$

b) $P(C \cap B)$

c) $P(C|A \cup B)$

12. Izan bitez A eta B bi gertaera $P(A) = \frac{1}{4}$, $P(B) = \frac{1}{3}$, $P(A \cup B) = \frac{1}{2}$ betetzen direlarik. Kalkula itzazu

a) $P(A|B)$ eta $P(B|A)$

b) A eta B gertaerak bateraezinak al dira?

c) A eta B gertaerak independenteak al dira?

13. Makina bat kontrolpean dagoenean, makinak egindako piezen %2a akastunak dira. Makina bera kontrolpean ez dagoenean, makinak egindako piezen %15a akastunak dira. Bestalde, makina kontrolpean egoteko probabilitatea 0.92 da. Zoriz aukeratutako pieza bat akastuna bada, zein da makina kontrolpean egoteko probabilitatea?

14. Kalkula ezazu bi dado aldi berean n aldiz jaurtitzean, gutxienez behin sei bi lortzeko p probabilitatea. Zenbat aldiz jaurti beharko dira dadoak $p = 1/2$ izateko?

Oharra: Kontrako gertaeraren probabilitatea erabili.

15. Izan bitez hurrengo probabilitateak $P(A) = a$, $P(B) = b$ eta $P(A \cap B) = c$. Kalkula itzazu

a) $P(\bar{A} \cup \bar{B})$

b) $P(\bar{A} \cap \bar{B})$

c) $P(\bar{A} \cup B)$

16. Zoriz bost bola hiru kutxatan banatzen dira. Kalkula itzazu:

a) Lehenengo kutxa hutsik egoteko probabilitatea.

b) Kutxa bat izan ezik beste kutxa guztiak hutsik egoteko probabilitatea.

c) Hirugarren kutxak bi bola egoteko probabilitatea.

17. Izan bitez A , B eta C gertaerak, $P(A) = P(B) = P(C) = 1/4$, $P(A \cap B) = P(C \cap B) = 0$, $P(A \cap C) = 1/8$ izanik. Kalkula ezazu gutxienez gertaera bat betetzeko probabilitatea da.

18. Izan bitez A , B eta C gertaerak. $P(A) = 0.4$, $P(B) = 0.41$, $P(C) = 0.53$, $P(A \cap B) = 0.11 = P(A \cap C)$, $P(B \cap C) = 0.23$, $P(A \cap B \cap C) = 0.01$.

a) Bateriaezinak al dira A , B eta C gertaerak?

b) Kalkula bitez $P(A|B)$, $P(B|A)$, $P(A|C)$, $P(\bar{B}|A)$, $P(A \cap B|C)$, $P(A \cup B|C)$ probabilitateak

19. Esan zergatik diren ezinezkoak hurrengo enuntziatuak:

a) Ikasle batek Estatistika irakasgaian A kalifikazioa lortzeko probabilitatea 0.32 da eta A edo B kalifikazioak lortzeko probabilitatea 0.27 da.

b) Bi merkataritza-gune eraikitzen ari dira. Lehenengoa garaiz bukatua izateko probabilitatea 0.35 da, eta biak garaiz bukatuak izateko probabilitatea 0.42 da.

20. Denda batean, ehun musika-kateren artean 81 goi-fidelitatekoak dira. Aleatorioki dendako lau musika-kate aukeratzen dira. Kalkula ezazu lau musika-kateak goi-fidelitatekoak izateko probabilitatea hurrengo kasuetan:

a) Aukeratzen den musika-kate bakoitza behin bakarrik aukera daiteke.

b) Aukeratzen den musika-katea, hartu ondoren berriro ere aukeratua izan daiteke.

21. Ordenagailuetarako biruskontrako programen artean erabiltzaileen %57ak McAfee, %38k Panda eta %5ek beste biruskontrako programa batzuk erabiltzen dituzte. Demagun erabiltzaileek ordenagailu bakoitzean biruskontrako programa bakarra instalatzen dutela. McAfee programa %99an da eraginkorra, Panda %95ean eta besteak %93an. Biruskontrako programa eraginkor bat dutenen artean, zein da McAfee erabiltzen dutenen proportzioa?

22. EJK enpresak hiru lantegi ditu eta lantegi bakoitzean osagai elektronikoen produkzioarako merkatuan dauden A, B eta C teknikak erabiltzen dira, hurrenez hurren. Enpresa honek produzitutako edozein osagai elektronikok kalitate-kontrola gainditzeko 0.74ko probabilitatea du. Jakina da gainera osagai elektronikoko bat A teknikaz egin izateko probabilitatea 0.40koa dela eta B teknikaz egin izateko probabilitatea 0.30koa dela.

Azken urteko emaitzak aztertuz, A teknikaz egindako osagai elektronikoen kontrol-kalitateko azterketa gainditzeko probabilitatea 0.80koa eta B teknikaz 0.60koa dela ikusi da.

a) Zein da C teknikaz egindako osagai elektronikoen kontrol-kalitateko azterketa gainditzeko probabilitatea?

b) Urtearen bukaeran kontrol-kantitatea gainditu duen osagai elektronikoko bat aukeratzen bada, zein proportziotan izango da B teknikaz egin ez dena?

23. Lantegi batean ekoizten dituzten produktuei buruz jaso diren kexetatik %35a arazo mekanikoengatik eta %65a arazo elektrikoengatik izan dira. Arazo mekanikoengatik jasotako kexen artean %16 bermeko lehen urtean izan dira, eta arazo elektrikoengatik jasotako kexen artean %24 bermeko lehen urtean izan dira. Bermeko lehen urtean kexa izan duen produktu bat aleatorioki hartuz, zein da kexa arazo mekanikoengatik izateko probabilitatea?

24. Eguraldiaren iragarleak egun eguzkitsuen %99 eguzkitsu izango zela iragarri zuen. Aldiz, eguzkitsuak izan ez ziren egunetatik %3 eguzkitsu izango zela iragarri zuen. Demagun biharko eguna ez-eguzkitsua izateko probabilitatea 0.80 dela.

a) Zein da iragarleak biharko egingo duen iragarpena egokia izateko probabilitatea?

b) Egun eguzkitsuen iragarpenen artean, zenbatekoa da egun eguzkitsuen proportzioa?

EMAITZAK:

1. a) $12/21$; b) $11/21$; c) $13/21$
2. a) $7/15$; b) $3/7$
3. a) Ez. b) Bai. c) $1/2$; d) $1/4$
4. 0.890579
- 5.
6. $0.41\hat{3}$
7. $\frac{p_1^3(1-p_1)}{p_1^3(1-p_1)+p_2^3(1-p_2)}$
8. a) $0.\hat{4}$; b) $1/4$;
9. Bi posibilitate daude: $\begin{cases} P(A) = 1/3; P(B) = 1/2 \\ P(A) = 1/2; P(B) = 1/3 \end{cases}$
10. $4/45$
11. a) 0.26; b) 0.075; c) 0.67;
12. a) $P(A|B) = 1/4$; $P(B|A) = 1/3$; b) Ez; c) Bai
13. 0.60526
14.) $p = 1 - \left(\frac{35}{36}\right)^n$; $n \approx 25$
15. a) $1-c$; b) $1-a-b+c$; c) $1-a+c$
16. a) 0.131687; b) 0.012346; c) 0.3292
17. 0.625
18. a) Ez; b) $P(A|B) = 0.268$, $P(B|A) = 0.275$ $P(A|C) = 0.208$; $P(\bar{B}|A) = 0.725$ $P(A \cap B|C) = 0.019$ $P(A \cup B|C) = 0.623$
- 19.
20. a) 0.424; b) 0.43
21. 0.581
22. a) 0.8; b) 0.7568
23. 0.2642
24. a) 0.97; b) 0.892