

## 6. GAIA: ESTIMAZIOA

1. Izan bitez hurrengo 10 zuhaitzen diametroak: 97, 117, 140, 78, 99, 148, 108, 135, 126, 121. Demagun populazio hau normala dela bere desbiderazio tipikoa 20 cm izanik. Lor itzazu populazioko batezbesteko diametroaren %95eko eta %99eko konfiantza-tarteak.
2. Kontsidera dezagun aurreko adibidea, baina demagun desbiderazio tipikoa ezezaguna dela. Lor ezazu populazioko batezbesteko diametroaren %95eko konfiantza-tartea.
3. Demagun inolako tratamendurik gabeko untxien pisu-irabaziak 10 gr-tako desbiderazio tipikoa duen banaketa normala duela. Bestalde, demagun tratamendu zehatz bat hartu ondoren, untxien pisu-irabaziak 15 gr-tako desbiderazio tipikoa duen banaketa normala duela. Tratamendurik gabeko 16 untxiren batezbesteko pisu-irabazia 105.3gr-tako izan da, eta tratamendua hartu duten 8 untxiena berriz 175gr-takoa izan da. Eraiki ezazu, tratamendu gabeko eta tratamendua jaso duten untxien pisu-irabazien batezbestekoen arteko diferentziaren konfiantza tartea %95 konfiantza maila kontsideratuz. Zer ondoriozta dezakezu? (Suposatu tratamendurik gabeko untxien pisua eta tratamendua izan duten untxien pisua elkarrekiko independenteak direla).
4. Azterketa baterako bi motatako bateriak behar dira. I. motako eta II. motako baterien tentsioek banaketa normala dute eta elkarrekiko independenteak dira. Demagun I. motako eta II. motako baterien bariantzak berdinak direla. Zoriz I. motako 22 bateria hartu dira, batezbesteko tentsioa 19,7 V eta desbiderazio tipikoa 0,6 V izanik. Era berean, zoriz II. motako 20 bateria hartu dira, eta batezbeste 18,2 V-eko tentsioa eta 0,4 V-eko desbiderazio tipikoa dituzte. %98ko konfiantza-mailaz, onargarria al da bi bateria-motek batezbesteko tentsio berdina izatea?
5. Historikoki EUBAT enpresak kotxeen bateriak egin ditu. Bateria hauen bizi-itxaropena 4 urtekoa dela estimatzen den arren, kalitate sailak baterien bizi-itxaropena (urteetan) aztertzeko asmoz ondoko zurtain eta hosto grafikoa eraiki du.

Maiztasuna		
1	6 9	2
2	2 5 6 6 9	5
3	0 0 1 1 1 1 2 2 2 3 3 3 4 4 4 5 5 6 7 7 7 8 8 8 8 9	26
4	1 1 2 3 4 5 7 7	8

Demagun aurreko datuak populazio normal batetik hartu ditugula. Kalkula ezazu %1 adierazgarritasun maila finkatuz desbiderazio tipikoaren konfiantza-tartea.

6. A eta B motako pieza mekanikoen ekoizpenek banaketa normalari jarraitzen diote eta elkarrekiko independenteak dira. Hurrengo taulan egunero ekoiztako pieza-kopurua adierazi da:

	Astelehena	Asteartea	Asteazkena	Osteguna	Ostirala
A mota	91	88	96	95	87
B mota	92	86	98	90	88

- a) % 90eko konfiantza-mailaz, onar al daiteke hurrengo baieztapena: "A motako piezen ekoizpenaren bariantza 5 (pieza)<sup>2</sup> da", alegia?
- b) % 90eko konfiantza-mailaz, zein da A motako piezen ekoizpenaren bariantzaren eta B motako piezen ekoizpenaren bariantzaren arteko zatidurarako konfiantza-tartea?
7. Ikerkuntza-proiektuen artean helburua lortzen dutenen proportzioa estimatu nahi da. Horretarako, zoriz 126 ikerkuntza-proiektu hartu dira eta horietatik 107 proiektuk helburua lortu dute.
- a) % 98,4ko konfiantza-mailaz, onargarria al da helburua lortzen duten proiektuen ehunekoa gutxi gorabehera % 77,3 - % 92,7 delako baieztapena?
- b) Zenbat ikerkuntza-proiektu hartu behar dira zoriz, % 98,4ko konfiantza mailaz helburua lortzen dutenen laginaren proportzioaren eta populazioaren proportzioaren arteko diferentzia gehienez % 5koa izateko?
8. Bi marka berritako autoen artean, lehenengo bi urteetan konponketak behar dituztenen kopurua jakin nahi da. Zoriz hartutako I markako 200 autotik 9 autok eta II markako 300 autotik 15 autok konponketak behar izan dituzte lehenengo bi urteetan.
- a) % 95eko konfiantza-mailaz, onartuko al zenuke lehenengo bi urteetan konponketak behar dituzten autoetatik II markakoen proportzioa handiagoa delako baieztapena?
- b) Eta % 99ko konfiantza-mailaz?
9. Tresna berri baten eraginkortasuna probatzeko asmoz, 9 langileri tresna berria erabiliz eta tresna zaharra erabiliz lan egitea eskatu zaie. Lana egiteko erabilitako denborak (minututan) neurtu dira eta hurrengoak izan dira:

	Langilea								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Tresna									
<b>Zaharra</b>	39,5	35,4	35	41,3	44	32,9	37,7	41	38
<b>Berria</b>	43,2	30,5	31,5	38	44,5	33	36,2	38,4	35

Lortu lana egiteko erabilitako batezbesteko denboren arteko diferentzia estimatzeko %95eko konfiantza-mailako konfiantza-tartea. Tresna zaharra eta tresna berria erabiliz lana egiteko denborak neurtzen dituzten zorizko aldagaiek banaketa normala dutela suposatu.

10. Airearen kutsadurak arnasketa-arazoak sorrarazten ditu. Horrela, zoriz aukeratutako 200 pertsonatik 18 pertsonak arnasa hartzeko arazoak dituztela ikusi da.
  - a) % 99ko konfiantza-mailaz, estima bedi airearen kutsaduragatik arnasketa-arazoak dituzten pertsonen proportzioa.
  - b) Airearen kutsaduragatik arnasketa-arazoak dituzten pertsonen proportzioei buruz, zein konfiantza-mailaz esan daiteke lagingaren proportzioaren eta populazioaren proportzioaren arteko diferentzia gehienez % 5 dela?
11. Automozioaren industriako langileen batezbesteko adina estimatu nahi da. Horretarako, zoriz automozio 61 langile hartu dira eta beraien batezbesteko adina 45 urte eta desbideratze tipikoa 15 urte dira. Demagun automozioaren industriako langileen adinak banaketa normala duela.
  - a) % 95eko konfiantza-mailaz, eraiki bedi automozio 61 langileen adinaren batezbestekorako konfiantza-tartea.
  - b) Zein da automozio 61 langileen adinaren desbideratze tipikorako % 95eko konfiantza-mailako konfiantza-tartea?
12. Enpresen irabaziak handitzeko asmoz azken urteetan planifikazio-estrategiak aplikatu dira. Orain planifikazio-estrategia berriak daude. Zoriz planifikazio-estrategia zaharrak erabiltzen dituzten 8 enpresa hartu dira, beraien irabazien batezbesteko hazkundea (aurreko urteko irabaziekiko) 10 puntukoa eta desbideratze tipikoa 2,8 unitatekoa izanik. Era berean, estrategia berriak aplikatu dituzten 10 enpresa hartu dira, beraien irabazien batezbesteko hazkundea (aurreko urteko irabaziekiko) 7 puntukoa eta desbideratze tipikoa 3,2 unitatekoa izanik. Demagun enpresen irabazien hazkundeei banaketa normala dutela eta elkarrekiko independenteak direla. % 99,9ko konfiantza-mailaz, eraiki bedi planifikazio zaharren eta berrien bidez lortutako batezbesteko hazkundeen diferentzia estimatzeko konfiantza-tartea, populazioen bariantzak berdinak direla suposatuz.
13. Ura tratatzeko instalazio batean ura tratatua izan aurretik eta tratatua izan ondoren duen kloro-kantitatea neurtu da azken bost hilabeteetan. Hurrengo datuek zorizko bost lagingetan neurtutako kloro-kantitatea erakusten dute:

Tratatu aurreko kloroa	2,0	2,5	2,2	2,8	2,3
Tratatu ondorengo kloroa	1,5	2,1	2,0	2,4	2,0

Demagun kloro-kantitateak banaketa normala duela. Lor bedi batezbesteko kloro-kantitateen arteko diferentzia estimatzeko % 99ko konfiantza-mailako konfiantza-tartea.

14. Hiri batean zoriz hartutako bost egunetan 16, 17, 18, 32 eta 40 l/m<sup>2</sup> euri jaso dira. Demagun euri-kantitateak banaketa normala duela.
- a) Kalkula bedi euri-kantitatearen bariantza estimatzeko % 95eko konfiantza-mailako konfiantza-tartea.
  - b) Demagun batezbesteko euri-kantitatea 21 l/m<sup>2</sup> dela. Zein da orduan euri-kantitatearen bariantza estimatzeko % 95eko konfiantza-mailako konfiantza-tartea?
  - c) Aurreko bi tartek konparatuz, zer ondoriozta daiteke?
15. Produktu bat egiteko A eta B prozedurak erabiltzen dira. Prozedura horietatik garestiena zein den ikusi nahi da. Zoriz A prozeduraz eginiko 10 produktu hartu dira, horien kostua batezbeste 2.600 euro eta kuasibariantza 101.124 (euro)<sup>2</sup> izanik. Era berean, B prozeduraz eginiko 16 produktuen batezbesteko kostua 2.200 euro eta kuasibariantza 40.000 (euro)<sup>2</sup> dira. Demagun prozedura ezberdinez egindako produktuen kostuek banaketa normala eta elkarrekiko independentea dutela.
- a) Populazioen bariantzak desberdinak direla suposatuz, lor bedi batezbesteko kostuen diferentzia estimatzeko % 90eko konfiantza mailako konfiantza-tartea.
  - b) % 90eko konfiantza-mailaz, estima bedi A prozedurari dagokion kostuaren bariantzaren eta B prozedurari dagokion kostuaren bariantzaren arteko zatidura.
16. Demagun programa informatiko baten abiadura neurtu nahi dela. Horretarako programa instalatua duten 101 ordenagailu zoriz aukeratu dira, euren batezbesteko abiadura 52 eta kuasidesbiderazioa 6 izanik. Kalkula bedi batezbesteko abiadura estimatzeko % 95eko konfiantza mailako konfiantza-tartea.

Eraitzak:

- 1)  $I_{\mu}^{0.95} = [104.50, 129.29]$ ;  $I_{\mu}^{0.99} = [100.6, 133.2]$
- 2)  $I_{\mu}^{0.95} = [101.38, 132.42]$
- 3)  $I_{\mu_1 - \mu_2}^{0.95} = [-81.18, -58.21]$ . Konfiantza-tarteko bi muturrak negatiboak direnez, %95eko konfiantza mailaz  $\mu_1 < \mu_2$  dela onar daiteke.
- 4)  $I_{\mu_1 - \mu_2}^{0.98} = [1.1053, 1.8947]$ .  $0 \notin [1.1053, 1.8947] \Rightarrow$  Ezin daiteke onartu bi baterien batezbestekoak berdinak direla.
- 5)  $I_{\sigma}^{0.99} = [0.5378, 0.966]$
- 6) a)  $I_{\sigma_A^2}^{0.9} = [6.87, 91.70]$ .  $5 \notin [6.87, 91.70] \Rightarrow$  Baieztapena ez da onargarria.  
b)  $I_{\sigma_A^2 / \sigma_B^2}^{0.9} = [0.12, 4.92]$
- 7) a)  $I_p^{0.984} = [0.772, 0.926]$ . Baieztapena onargarria da.  
b)  $n \approx 298$
- 8) a)  $I_{p_1 - p_2}^{0.95} = [-0.04224, 0.03224] \Rightarrow$  Ezin dugu onartu.  
b)  $I_{p_1 - p_2}^{0.99} = [-0.0539, 0.0439] \Rightarrow$  Ezin dugu onartu.
- 9)  $I_{\mu_1 - \mu_2}^{0.95} = [-0.4181, 3.6401]$
- 10) a)  $I_p^{0.99} = [0.0385, 0.1415]$   
b)  $1 - \alpha = 0.9864$
- 11) a)  $I_{\mu}^{0.95} = [41.128, 48.872]$   
b)  $I_{\sigma}^{0.95} = [12.84, 18.41]$
- 12)  $I_{\mu_1 - \mu_2}^{0.999} = [-3.118, 9.118]$
- 13)  $I_{\mu_1 - \mu_2}^{0.99} = [0.134, 0.586]$
- 14) a)  $I_{\sigma^2}^{0.95} = [41.94, 965.29]$   
b)  $I_{\sigma^2}^{0.95} = [41.46, 640.19]$   
c) Bigarren estimazioa zehatzagoa da, konfiantza maila berdina izanik tartea txikiagoa delako.
- 15) a)  $I_{\mu_1 - \mu_2}^{0.90} = [202.24, 597.76]$ ;  
b)  $I_{\sigma_1^2 / \sigma_2^2}^{0.90} = [0.977, 7.667]$
- 16)  $I_{\mu}^{0.95} = [50.83, 53.17]$