Lengoaiak, Konputazioa eta Sistema Adimendunak

Kudeaketaren eta Informazio Sistemen Informatikaren Ingeniaritzako Gradua
Bilboko Ingeniaritza Eskola (UPV/EHU)
Lengoaia eta Sistema Informatikoak Saila
2. maila — 2017-18 ikasturtea
6. gaia: Sistema Adimendunak
0,9 puntu

2017-12-05

Ebazpena

1 DNF monotonoen algoritmoa (0,300 puntu)

Demagun erabiltzaileak 5 aldagai ($n = 5$) erabil ditzakeen g DNF monotonoa duela buruan.

Algoritmoak g-ren baliokidea den h formula eraiki arte erabiltzailearen eta algoritmoaren artean gertatuko den elkarrekintza urratsez urrats zehaztu behar da.

Horretarako, badakigu algoritmoak g-ren baliokidea den h formula eraiki arte erabiltzailearengandik honako balorazioak edo kontraadibideak jasoko dituela:

- $v_1 = (T, T, T, T, T)$
- $v_2 = (T, T, F, F, T)$
- $v_3 = (T, T, T, T, F)$
- $v_4 = (T, F, T, T, F)$

Badakigu baita ere g formula True egiten duten balorazioak zein diren erabakitzeko, erabiltzaileak honako egia-taula hau erabiliko duela:

$\neg x_5$	$\neg x_1 \wedge \neg x_2$	$\neg x_1 \wedge x_2$	$x_1 \wedge \neg x_2$	$x_1 \wedge x_2$
$\neg x_3 \wedge \neg x_4$	F	F	T	T
$\neg x_3 \wedge x_4$	F	F	T	T
$x_3 \wedge \neg x_4$	F	T	T	T
$x_3 \wedge x_4$	F	T	T	T
x_5	$\neg x_1 \wedge \neg x_2$	$\neg x_1 \wedge x_2$	$x_1 \wedge \neg x_2$	$x_1 \wedge x_2$
$\neg x_3 \wedge \neg x_4$	F	T	T	T
$\neg x_3 \wedge x_4$	F	T	T	T
$x_3 \wedge \neg x_4$	T	T	T	T
$x_3 \wedge x_4$	T	T	T	T

True eta False idatzi beharrean T eta F idatziko da.

A: n?

E: $n = 5$.

A: $h_0 = F$, $h_0 \leftrightarrow g?$

E: Ez. $v_1 = (T, T, T, T, T)$ balorazioarekin g-ren balioa T da eta h_0-ren balioa F da.

A: Orain v_1-etik abiatuta inplikatzaile lehena kalkulatuko da. $v_1^1 = (\underline{F}, T, T, T, T)$ balorazioarekin g-ren balioa T al da?

E: Bai.

A: Beraz, aldaketa hori behin betikoa izango da. Orain $v_1^1 = (F, T, T, T, T)$ baloraziotik abiatuta, hurrengo aldaketa proposatuko da: $v_1^2 = (F, \underline{F}, T, T, T)$. v_1^2 balorazioarekin g-ren balioa T al da?

E: Bai.

A: Beraz, aldaketa hori ere behin betikoa izango da. Orain $v_1^2 = (F, F, T, T, T)$ baloraziotik abiatuta, hurrengo aldaketa proposatuko da: $v_1^3 = (F, F, \underline{F}, T, T)$. v_1^3 balorazioarekin g-ren balioa T al da?

E: Ez.

A: Berriz v_1^2 hartu eta hurrengo aldaketa proposatuko da: $v_1^4 = (F, F, T, \underline{F}, T)$. v_1^4 balorazioarekin g-ren balioa T al da?

E: Bai.

A: Beraz, aldaketa hori ere behin betikoa izango da. Orain $v_1^4 = (F, F, T, F, T)$ baloraziotik abiatuta, hurrengo aldaketa proposatuko da: $v_1^5 = (F, F, T, F, \underline{F})$. v_1^5 balorazioarekin g-ren balioa T al da?

E: Ez.

A: Berriz v_1^4 hartu behar da. Beste aldaketarik ezin denez egin, inplikatzaile lehena $v_1^4 = (F, F, T, F, T)$ da. v_1^4 balorazioan T balioa duten aldagaiak kontuan hartuz, proposamen berria egingo da: $h_1 = F \vee (x_3 \wedge x_5)$, $h_1 \leftrightarrow g?$

E: Ez. $v_2 = (T, T, F, F, T)$ balorazioarekin g-ren balioa T da eta h_1-en balioa F da.

A: Orain v_2-tik abiatuta inplikatzaile lehena kalkulatuko da. $v_2^1 = (\underline{F}, T, F, F, T)$ balorazioarekin g-ren balioa T al da?

E: Bai.

A: Beraz, aldaketa hori behin betikoa izango da. Orain $v_2^1 = (F, T, F, F, T)$ baloraziotik abiatuta, hurrengo aldaketa proposatuko da: $v_2^2 = (F, \underline{F}, F, F, T)$. v_2^2 balorazioarekin g-ren balioa T al da?

E: Ez.

A: Berriz v_2^1 hartu eta hurrengo aldaketa proposatuko da: $v_2^3 = (F, T, F, F, \underline{F})$. v_2^3 balorazioarekin g-ren balioa T al da?

E: Ez.

A: Berriz v_2^1 hartu behar da. Beste aldaketarik ezin denez egin, inplikatzaile lehena $v_2^1 = (F, T, F, F, T)$ da. v_2^1 balorazioan T balioa duten aldagaiak kontuan hartuz, proposamen berria egingo da: $h_2 = F \vee (x_3 \wedge x_5) \vee (x_2 \wedge x_5)$, $h_2 \leftrightarrow g?$

E: Ez. $v_3 = (T, T, T, T, F)$ balorazioarekin g-ren balioa T da eta h_2-ren balioa F da.

A: Orain v_3-tik abiatuta inplikatzaile lehena kalkulatuko da. $v_3^1 = (\underline{F}, T, T, T, F)$ balorazioarekin g-ren balioa T al da?

E: Bai.

A: Beraz, aldaketa hori behin betikoa izango da. Orain $v_3^1 = (F, T, T, T, F)$ baloraziotik abiatuta, hurrengo aldaketa proposatuko da: $v_3^2 = (F, \underline{F}, T, T, F)$. v_3^2 balorazioarekin g-ren balioa T al da?

E: Ez.

A: Berriz v_3^1 hartu eta hurrengo aldaketa proposatuko da: $v_3^3 = (F, T, \underline{F}, T, F)$. v_3^3 balorazioarekin g-ren balioa T al da?

E: Ez.

A: Berriz v_3^1 hartu eta hurrengo aldaketa proposatuko da: $v_3^4 = (F, T, T, \underline{F}, F)$. v_3^4 balorazioarekin g-ren balioa T al da?

E: Bai.

A: Beraz, aldaketa hori ere behin betikoa izango da. Beste aldaketarik ezin denez egin, inplikatzaile lehena $v_3^4 = (F, T, T, F, F)$ da. v_3^4 balorazioan T balioa duten aldagaiak kontuan hartuz, proposamen berria egingo da: $h_3 = F \vee (x_3 \wedge x_5) \vee (x_2 \wedge x_5) \vee (x_2 \wedge x_3)$, $h_3 \leftrightarrow g$?

E: Ez. $v_4 = (T, F, T, T, F)$ balorazioarekin g-ren balioa T da eta h_3-ren balioa F da.

A: Orain v_4-tik abiatuta inplikatzaile lehena kalkulatuko da. $v_4^1 = (\underline{F}, F, T, T, F)$ balorazioarekin g-ren balioa T al da?

E: Ez.

A: Berriz v_4 hartu eta hurrengo aldaketa proposatuko da: $v_4^2 = (T, F, \underline{F}, T, F)$. v_4^2 balorazioarekin g-ren balioa T al da?

E: Bai.

A: Beraz, aldaketa hori behin betikoa izango da. Orain $v_4^2 = (T, F, F, T, F)$ baloraziotik abiatuta, hurrengo aldaketa proposatuko da: $v_4^3 = (T, F, F, \underline{F}, F)$. v_4^3 balorazioarekin g-ren balioa T al da?

E: Bai.

A: Beraz, aldaketa hori ere behin betikoa izango da. Beste aldaketarik ezin denez egin, inplikatzaile lehena $v_4^3 = (T, F, F, F, F)$ da. v_4^3 balorazioan T balioa duten aldagaiak kontuan hartuz, proposamen berria egingo da: $h_4 = F \vee (x_3 \wedge x_5) \vee (x_2 \wedge x_5) \vee (x_2 \wedge x_3) \vee (x_1)$, $h_4 \leftrightarrow g$?

E: Bai.

2 k-CNF-en algoritmoa (0,300 puntu)

Demagun erabiltzaileak 2 aldagai ($n = 2$) erabil ditzakeen g 2-CNFa duela buruan (beraz, $k = 2$).

Algoritmoak g-ren baliokidea den h formula eraiki arte erabiltzailearen eta algoritmoaren artean gertatuko den elkarrekintza urratsez urrats zehaztu behar da.

Horretarako, badakigu algoritmoak g-ren baliokidea den h formula eraiki arte erabiltzailearengandik honako balorazioak edo kontraadibideak jasoko dituela:

- $v_1 = (T, F)$
- $v_2 = (F, F)$

Erabiltzailearen eta algoritmoaren arteko elkarrekintza honako hau izango da:

E: $k = 2$ eta $n = 2$.

A:

$$\begin{aligned} h_0 \quad = \quad & (x_1) \wedge (\neg x_1) \wedge (x_2) \wedge (\neg x_2) \wedge \\ & (x_1 \vee x_2) \wedge (x_1 \vee \neg x_2) \wedge \\ & (\neg x_1 \vee x_2) \wedge (\neg x_1 \vee \neg x_2) \end{aligned}$$

$h_0 \leftrightarrow g?$

E: Ez. $v_1 = (T, F)$ baloraziorarekin g-ren balioa T da eta h_0-ren balioa F da.

A: ($v_1 = (T, F)$ baloraziorarentzat h_0-ren balioa eta g-ren balioa berdinak izan daitezen, balorazio horrekin F diren h_0-ren osagaiak ezabatuko dira)

$$\begin{aligned} h_0 \quad = \quad & (x_1) \ \wedge \ \underline{(\neg x_1)} \ \wedge \ \underline{(x_2)} \ \wedge \ (\neg x_2) \ \wedge \\ & (x_1 \vee x_2) \ \wedge \ (x_1 \vee \neg x_2) \ \wedge \\ & \underline{(\neg x_1 \vee x_2)} \ \wedge \ (\neg x_1 \vee \neg x_2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} h_1 \quad = \quad & (x_1) \ \wedge \ (\neg x_2) \ \wedge \\ & (x_1 \vee x_2) \ \wedge \ (x_1 \vee \neg x_2) \ \wedge \\ & (\neg x_1 \vee \neg x_2) \end{aligned}$$

$h_1 \leftrightarrow g?$

E: Ez. $v_2 = (F, F)$ baloraziorarekin g-ren balioa T da eta h_1-en balioa F da.

A: ($v_2 = (F, F)$ baloraziorarentzat h_1-en balioa eta g-ren balioa berdinak izan daitezen, balorazio horrekin F diren h_1-en osagaiak ezabatuko dira)

$$\begin{aligned} h_1 \quad = \quad & \underline{(x_1)} \ \wedge \ (\neg x_2) \ \wedge \\ & \underline{(x_1 \vee x_2)} \ \wedge \ (x_1 \vee \neg x_2) \ \wedge \\ & (\neg x_1 \vee \neg x_2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} h_2 \quad = \quad & (\neg x_2) \ \wedge \\ & (x_1 \vee \neg x_2) \ \wedge \\ & (\neg x_1 \vee \neg x_2) \end{aligned}$$

$h_2 \leftrightarrow g?$

E: Bai.

3 k-DNF-en algoritmoa (0,300 puntu)

Demagun erabiltzaileak 3 aldagai ($n = 3$) erabil ditzakeen g 2-DNFa duela buruan (beraz, $k = 2$).

Algoritmoak g-ren baliokidea den h formula eraiki arte erabiltzailearen eta algoritmoaren artean gertatuko den elkarrekintza urratsez urrats zehaztu behar da.

Horretarako, badakigu algoritmoak g-ren baliokidea den h formula eraiki arte erabiltzailearengandik honako balorazioak edo kontraadibideak jasoko dituela:

- $v_1 = (T, T, T)$
- $v_2 = (F, T, F)$
- $v_3 = (F, T, T)$
- $v_4 = (T, T, F)$

Erabiltzailearen eta algoritmoaren arteko elkarrekintza honako hau izango da:

E: $k = 2$ eta $n = 3$.

A:

$$\begin{aligned} h_0 = {} & (x_1) \vee (\neg x_1) \vee (x_2) \vee (\neg x_2) \vee (x_3) \vee (\neg x_3) \vee \\ & (x_1 \wedge x_2) \vee (x_1 \wedge \neg x_2) \vee (x_1 \wedge x_3) \vee (x_1 \wedge \neg x_3) \vee \\ & (\neg x_1 \wedge x_2) \vee (\neg x_1 \wedge \neg x_2) \vee (\neg x_1 \wedge x_3) \vee (\neg x_1 \wedge \neg x_3) \vee \\ & (x_2 \wedge x_3) \vee (x_2 \wedge \neg x_3) \vee (\neg x_2 \wedge x_3) \vee (\neg x_2 \wedge \neg x_3) \end{aligned}$$

$h_0 \leftrightarrow g$?

E: Ez. $v_1 = (T, T, T)$ balorazioarekin g-ren balioa F da eta h_0-ren balioa T da.

A: ($v_1 = (T, T, T)$ balorazioarentzat h_0-ren balioa eta g-ren balioa berdinak izan daitezen, balorazio horrekin T diren h_0-ren osagaiak ezabatuko dira)

$$\begin{aligned} h_0 = {} & \underline{(x_1)} \vee (\neg x_1) \vee \underline{(x_2)} \vee (\neg x_2) \vee \underline{(x_3)} \vee (\neg x_3) \vee \\ & \underline{(x_1 \wedge x_2)} \vee (x_1 \wedge \neg x_2) \vee \underline{(x_1 \wedge x_3)} \vee (x_1 \wedge \neg x_3) \vee \\ & (\neg x_1 \wedge x_2) \vee (\neg x_1 \wedge \neg x_2) \vee (\neg x_1 \wedge x_3) \vee (\neg x_1 \wedge \neg x_3) \vee \\ & \underline{(x_2 \wedge x_3)} \vee (x_2 \wedge \neg x_3) \vee (\neg x_2 \wedge x_3) \vee (\neg x_2 \wedge \neg x_3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} h_1 = {} & (\neg x_1) \vee (\neg x_2) \vee (\neg x_3) \vee \\ & (x_1 \wedge \neg x_2) \vee (x_1 \wedge \neg x_3) \vee \\ & (\neg x_1 \wedge x_2) \vee (\neg x_1 \wedge \neg x_2) \vee (\neg x_1 \wedge x_3) \vee (\neg x_1 \wedge \neg x_3) \vee \\ & (x_2 \wedge \neg x_3) \vee (\neg x_2 \wedge x_3) \vee (\neg x_2 \wedge \neg x_3) \end{aligned}$$

$h_1 \leftrightarrow g$?

E: Ez. $v_2 = (F, T, F)$ balorazioarekin g-ren balioa F da eta h_1-en balioa T da.

A: ($v_2 = (F, T, F)$ balorazioarentzat h_1-en balioa eta g-ren balioa berdinak izan daitezen, balorazio horrekin T diren h_1-en osagaiak ezabatuko dira)

$$\begin{aligned} h_1 = {} & \underline{(\neg x_1)} \vee (\neg x_2) \vee \underline{(\neg x_3)} \vee \\ & (x_1 \wedge \neg x_2) \vee (x_1 \wedge \neg x_3) \vee \\ & \underline{(\neg x_1 \wedge x_2)} \vee (\neg x_1 \wedge \neg x_2) \vee (\neg x_1 \wedge x_3) \vee \underline{(\neg x_1 \wedge \neg x_3)} \vee \\ & \underline{(x_2 \wedge \neg x_3)} \vee (\neg x_2 \wedge x_3) \vee (\neg x_2 \wedge \neg x_3) \end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
h_2 \;=\; & (\neg x_2)\ \vee \\
& (x_1 \wedge \neg x_2)\ \vee\ (x_1 \wedge \neg x_3)\ \vee \\
& (\neg x_1 \wedge \neg x_2)\ \vee\ (\neg x_1 \wedge x_3)\ \vee \\
& (\neg x_2 \wedge x_3)\ \vee\ (\neg x_2 \wedge \neg x_3)
\end{aligned}
$$

$h_2 \leftrightarrow g$?

E: Ez. $v_3 = (F, T, T)$ balorazioarekin g-ren balioa F da eta h_2-ren balioa T da.

A: ($v_3 = (F, T, T)$ balorazioarentzat h_2-ren balioa eta g-ren balioa berdinak izan daitezen, balorazio horrekin T diren h_2-ren osagaiak ezabatuko dira)

$$
\begin{aligned}
h_2 \;=\; & (\neg x_2)\ \vee \\
& (x_1 \wedge \neg x_2)\ \vee\ (x_1 \wedge \neg x_3)\ \vee \\
& (\neg x_1 \wedge \neg x_2)\ \vee\ \underline{(\neg x_1 \wedge x_3)}\ \vee \\
& (\neg x_2 \wedge x_3)\ \vee\ (\neg x_2 \wedge \neg x_3)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
h_3 \;=\; & (\neg x_2)\ \vee \\
& (x_1 \wedge \neg x_2)\ \vee\ (x_1 \wedge \neg x_3)\ \vee \\
& (\neg x_1 \wedge \neg x_2)\ \vee \\
& (\neg x_2 \wedge x_3)\ \vee\ (\neg x_2 \wedge \neg x_3)
\end{aligned}
$$

$h_3 \leftrightarrow g$?

E: Ez. $v_4 = (T, T, F)$ balorazioarekin g-ren balioa F da eta h_3-ren balioa T da.

A: ($v_4 = (T, T, T)$ balorazioarentzat h_3-ren balioa eta g-ren balioa berdinak izan daitezen, balorazio horrekin T diren h_3-ren osagaiak ezabatuko dira)

$$
\begin{aligned}
h_3 \;=\; & (\neg x_2)\ \vee \\
& (x_1 \wedge \neg x_2)\ \vee\ \underline{(x_1 \wedge \neg x_3)}\ \vee \\
& (\neg x_1 \wedge \neg x_2)\ \vee \\
& (\neg x_2 \wedge x_3)\ \vee\ (\neg x_2 \wedge \neg x_3)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
h_4 \;=\; & (\neg x_2)\ \vee \\
& (x_1 \wedge \neg x_2)\ \vee \\
& (\neg x_1 \wedge \neg x_2)\ \vee \\
& (\neg x_2 \wedge x_3)\ \vee\ (\neg x_2 \wedge \neg x_3)
\end{aligned}
$$

$h_4 \leftrightarrow g$?

E: Bai.