

# Lengoiak, Konputazioa eta Sistema Adimendunak

*Kudeaketaren eta Informazio Sistemen Informatikaren Ingeniaritzako Gradua  
Bilboko Ingeniaritza Eskola (UPV/EHU)*

*Lengoia eta Sistema Informatikoak Saila*

*2. maila — 2018-19 ikasturtea*

*46 taldea*

6. gaia: Sistema Adimendunak

0,9 puntu

2018-11-27

Ebazpena

## 1 DNF monotonoen algoritmoa (0,300 puntu)

Demagun erabiltzaileak 5 aldagai ( $n = 5$ ) erabil ditzakeen  $g$  DNF monotonoa duela buruan.

Algoritmoak  $g$ -ren baliokidea den  $h$  formula eraiki arte erabiltzailearen eta algoritmoaren artean gertatuko den elkarrekintza urratsez urrats zehaztu behar da.

Horretarako, badakigu algoritmoak  $g$ -ren baliokidea den  $h$  formula eraiki arte erabiltzailearengandik honako balorazioak edo kontraadibideak jasoko dituela (*True* eta *False* idatzi beharrean  $T$  eta  $F$  idatziko da):

- $v_1 = (T, F, T, T, T)$
- $v_2 = (T, T, F, T, T)$
- $v_3 = (T, T, F, T, F)$
- $v_4 = (T, T, F, F, F)$

Badakigu baita ere  $g$  formula *True* egiten duten balorazioak zein diren erabakitzeko, erabiltzaileak honako egia-taula hau erabiliko duela:

$\neg x_5$	$\neg x_1 \wedge \neg x_2$	$\neg x_1 \wedge x_2$	$x_1 \wedge \neg x_2$	$x_1 \wedge x_2$
$\neg x_3 \wedge \neg x_4$	$F$	$F$	$F$	$T$
$\neg x_3 \wedge x_4$	$F$	$T$	$F$	$T$
$x_3 \wedge \neg x_4$	$T$	$T$	$T$	$T$
$x_3 \wedge x_4$	$T$	$T$	$T$	$T$
$x_5$	$\neg x_1 \wedge \neg x_2$	$\neg x_1 \wedge x_2$	$x_1 \wedge \neg x_2$	$x_1 \wedge x_2$
$\neg x_3 \wedge \neg x_4$	$F$	$T$	$F$	$T$
$\neg x_3 \wedge x_4$	$F$	$T$	$F$	$T$
$x_3 \wedge \neg x_4$	$T$	$T$	$T$	$T$
$x_3 \wedge x_4$	$T$	$T$	$T$	$T$

A:  $n$ ?

E:  $n = 5$ .

A:  $h_0 = F$ ,  $h_0 \leftrightarrow g$ ?

- E: **Ez**.  $v_1 = (T, F, T, T, T)$  balorazioarekin  $g$ -ren balioa  $T$  da eta  $h_0$ -ren balioa  $F$  da.
- A: Orain  $v_1$ -etik abiatuta inplikatzaile lehena kalkulatu da.  $v_1^1 = (\underline{F}, F, T, T, T)$  balorazioarekin  $g$ -ren balioa  $T$  al da?
- E: Bai.
- A: Beraz, aldaketa hori behin betikoa izango da. Orain  $v_1^1 = (F, F, T, T, T)$  baloraziotik abiatuta, hurrengo aldaketa proposatu da:  $v_1^2 = (F, F, \underline{F}, T, T)$ .  $v_1^2$  balorazioarekin  $g$ -ren balioa  $T$  al da?
- E: Ez.
- A: Berriz  $v_1^1$  hartu eta hurrengo aldaketa proposatu da:  $v_1^3 = (F, F, T, \underline{F}, T)$ .  $v_1^3$  balorazioarekin  $g$ -ren balioa  $T$  al da?
- E: Bai.
- A: Beraz, aldaketa hori ere behin betikoa izango da. Orain  $v_1^3 = (F, F, T, F, T)$  baloraziotik abiatuta, hurrengo aldaketa proposatu da:  $v_1^4 = (F, F, T, F, \underline{F})$ .  $v_1^4$  balorazioarekin  $g$ -ren balioa  $T$  al da?
- E: Bai.
- A: Beste aldaketarik ezin denez egin, inplikatzaile lehena  $v_1^4 = (F, F, T, F, F)$  da.  $v_1^4$  balorazioan  $T$  balioa duten aldagaiak kontuan hartuz, proposamen berria egingo da:  $h_1 = F \vee (x_3)$ ,  **$h_1 \leftrightarrow g?$**
- E: **Ez**.  $v_2 = (T, T, F, T, T)$  balorazioarekin  $g$ -ren balioa  $T$  da eta  $h_1$ -en balioa  $F$  da.
- A: Orain  $v_2$ -tik abiatuta inplikatzaile lehena kalkulatu da.  $v_2^1 = (\underline{F}, T, F, T, T)$  balorazioarekin  $g$ -ren balioa  $T$  al da?
- E: Bai.
- A: Beraz, aldaketa hori behin betikoa izango da. Orain  $v_2^1 = (F, T, F, T, T)$  baloraziotik abiatuta, hurrengo aldaketa proposatu da:  $v_2^2 = (F, \underline{F}, F, T, T)$ .  $v_2^2$  balorazioarekin  $g$ -ren balioa  $T$  al da?
- E: Ez.
- A: Berriz  $v_2^1$  hartu eta hurrengo aldaketa proposatu da:  $v_2^3 = (F, T, F, \underline{F}, T)$ .  $v_2^3$  balorazioarekin  $g$ -ren balioa  $T$  al da?
- E: Bai.
- A: Beraz, aldaketa hori behin betikoa izango da. Orain  $v_2^3 = (F, T, F, F, T)$  baloraziotik abiatuta, hurrengo aldaketa proposatu da:  $v_2^4 = (F, T, F, F, \underline{F})$ .  $v_2^4$  balorazioarekin  $g$ -ren balioa  $T$  al da?
- E: Ez.
- A: Berriz  $v_2^3$  hartu behar da. Beste aldaketarik ezin denez egin, inplikatzaile lehena  $v_2^3 = (F, T, F, F, T)$  da.  $v_2^3$  balorazioan  $T$  balioa duten aldagaiak kontuan hartuz, proposamen berria egingo da:  $h_2 = F \vee (x_3) \vee (x_2 \wedge x_5)$ ,  **$h_2 \leftrightarrow g?$**
- E: **Ez**.  $v_3 = (T, T, F, T, F)$  balorazioarekin  $g$ -ren balioa  $T$  da eta  $h_2$ -ren balioa  $F$  da.
- A: Orain  $v_3$ -tik abiatuta inplikatzaile lehena kalkulatu da.  $v_3^1 = (\underline{F}, T, F, T, F)$  balorazioarekin  $g$ -ren balioa  $T$  al da?
- E: Bai.
- A: Beraz, aldaketa hori behin betikoa izango da. Orain  $v_3^1 = (F, T, F, T, F)$  baloraziotik abiatuta, hurrengo aldaketa proposatu da:  $v_3^2 = (F, \underline{F}, F, T, F)$ .  $v_3^2$  balorazioarekin  $g$ -ren balioa  $T$  al da?
- E: Ez.

A: Berriz  $v_3^1$  hartu eta hurrengo aldaketa proposatuko da:  $v_3^3 = (F, T, F, \underline{F}, F)$ .  $v_3^3$  balorazioarekin  $g$ -ren balioa  $T$  al da?

E: Ez.

A: Berriz  $v_3^1$  hartu behar da. Beste aldaketarik ezin denez egin, inplikatzaile lehena  $v_3^1 = (F, T, F, T, F)$  da.  $v_3^1$  balorazioan  $T$  balioa duten aldagaiak kontuan hartuz, proposamen berria egingo da:  $h_3 = F \vee (x_3) \vee (x_2 \wedge x_5) \vee (x_2 \wedge x_4)$ ,  $h_3 \leftrightarrow g?$

E: **Ez**.  $v_4 = (T, T, F, F, F)$  balorazioarekin  $g$ -ren balioa  $T$  da eta  $h_3$ -ren balioa  $F$  da.

A: Orain  $v_4$ -tik abiatuta inplikatzaile lehena kalkulatu da.  $v_4^1 = (\underline{F}, T, F, F, F)$  balorazioarekin  $g$ -ren balioa  $T$  al da?

E: Ez.

A: Berriz  $v_4$  hartu eta hurrengo aldaketa proposatuko da:  $v_4^2 = (T, \underline{F}, F, F, F)$ .  $v_4^2$  balorazioarekin  $g$ -ren balioa  $T$  al da?

E: Ez.

A: Berriz  $v_4$  hartuko da. Beste aldaketarik ezin denez egin, inplikatzaile lehena  $v_4 = (T, T, F, F, F)$  da.  $v_4$  balorazioan  $T$  balioa duten aldagaiak kontuan hartuz, proposamen berria egingo da:  $h_4 = F \vee (x_3) \vee (x_2 \wedge x_5) \vee (x_2 \wedge x_4) \vee (x_1 \wedge x_2)$ ,  $h_4 \leftrightarrow g?$

E: Bai.

## 2 k-CNFen algoritmoa (0,300 puntu)

Demagun erabiltzaileak 2 aldagai ( $n = 2$ ) erabil ditzakeen  $g$  2-CNFa duela buruan (beraz,  $k = 2$ ).

Algoritmoak  $g$ -ren baliokidea den  $h$  formula eraiki arte erabiltzailearen eta algoritmoaren artean gertatuko den elkarrekintza urratsez urrats zehaztu behar da.

Horretarako, badakigu algoritmoak  $g$ -ren baliokidea den  $h$  formula eraiki arte erabiltzailearengandik honako balorazioak edo kontraadibideak jasoko dituela (*True* eta *False* idatzi beharrean  $T$  eta  $F$  idatziko da):

- $v_1 = (T, T)$
- $v_2 = (F, F)$

Erabiltzailearen eta algoritmoaren arteko elkarrekintza honako hau izango da:

E:  $k = 2$  eta  $n = 2$ .

A:

$$\begin{aligned} h_0 = & (x_1) \wedge (\neg x_1) \wedge (x_2) \wedge (\neg x_2) \wedge \\ & (x_1 \vee x_2) \wedge (x_1 \vee \neg x_2) \wedge \\ & (\neg x_1 \vee x_2) \wedge (\neg x_1 \vee \neg x_2) \end{aligned}$$

$$h_0 \leftrightarrow g?$$

E: **Ez**.  $v_1 = (T, T)$  balorazioarekin  $g$ -ren balioa  $T$  da eta  $h_0$ -ren balioa  $F$  da.

A:  $v_1 = (T, T)$  balorazioarentzat  $h_0$ -ren balioa eta  $g$ -ren balioa berdinak izan daitezzen, balorazio horrekin  $F$  diren  $h_0$ -ren osagaiak ezabatuko dira:

$$h_0 = (x_1) \wedge (\neg x_1) \wedge (x_2) \wedge (\neg x_2) \wedge \\ (x_1 \vee x_2) \wedge (x_1 \vee \neg x_2) \wedge \\ (\neg x_1 \vee x_2) \wedge (\neg x_1 \vee \neg x_2)$$

$$h_1 = (x_1) \wedge (x_2) \wedge \\ (x_1 \vee x_2) \wedge (x_1 \vee \neg x_2) \wedge \\ (\neg x_1 \vee x_2)$$

$$h_1 \leftrightarrow g?$$

E: Ez.  $v_2 = (F, F)$  balorazioarekin  $g$ -ren balioa  $T$  da eta  $h_1$ -en balioa  $F$  da.

A:  $v_2 = (F, F)$  balorazioarentzat  $h_1$ -en balioa eta  $g$ -ren balioa berdinak izan daitezzen, balorazio horrekin  $F$  diren  $h_1$ -en osagaiak ezabatuko dira:

$$h_1 = (x_1) \wedge (x_2) \wedge \\ (x_1 \vee x_2) \wedge (x_1 \vee \neg x_2) \wedge \\ (\neg x_1 \vee x_2)$$

$$h_2 = (x_1 \vee \neg x_2) \wedge \\ (\neg x_1 \vee x_2)$$

$$h_2 \leftrightarrow g?$$

E: Bai.

### 3 k-DNFen algoritmoa (0,300 puntu)

Demagun erabiltzaileak 3 aldagai ( $n = 3$ ) erabil ditzakeen  $g$  2-DNFa duela buruan (beraz,  $k = 2$ ).

Algoritmoak  $g$ -ren baliokidea den  $h$  formula eraiki arte erabiltzailearen eta algoritmoaren artean gertatuko den elkarrekintza urratsez urrats zehaztu behar da.

Horretarako, badakigu algoritmoak  $g$ -ren baliokidea den  $h$  formula eraiki arte erabiltzailearengandik honako balorazioak edo kontraadibideak jasoko dituela (*True* eta *False* idatzi beharrean  $T$  eta  $F$  idatziko da):

- $v_1 = (T, F, T)$
- $v_2 = (F, T, T)$
- $v_3 = (T, F, F)$
- $v_4 = (F, T, F)$

Erabiltzailearen eta algoritmoaren arteko elkarrekintza honako hau izango da:

E:  $k = 2$  eta  $n = 3$ .

A:

$$\begin{aligned}
h_0 = & (x_1) \vee (\neg x_1) \vee (x_2) \vee (\neg x_2) \vee (x_3) \vee (\neg x_3) \vee \\
& (x_1 \wedge x_2) \vee (x_1 \wedge \neg x_2) \vee (x_1 \wedge x_3) \vee (x_1 \wedge \neg x_3) \vee \\
& (\neg x_1 \wedge x_2) \vee (\neg x_1 \wedge \neg x_2) \vee (\neg x_1 \wedge x_3) \vee (\neg x_1 \wedge \neg x_3) \vee \\
& (x_2 \wedge x_3) \vee (x_2 \wedge \neg x_3) \vee (\neg x_2 \wedge x_3) \vee (\neg x_2 \wedge \neg x_3)
\end{aligned}$$

$$h_0 \leftrightarrow g?$$

E: **Ez**.  $v_1 = (T, F, T)$  balorazioarekin  $g$ -ren balioa  $F$  da eta  $h_0$ -ren balioa  $T$  da.A:  $v_1 = (T, F, T)$  balorazioarentzat  $h_0$ -ren balioa eta  $g$ -ren balioa berdinak izan daitezen, balorazio horrekin  $T$  diren  $h_0$ -ren osagaiak ezabatuko dira:

$$\begin{aligned}
h_0 = & \underline{(x_1)} \vee (\neg x_1) \vee (x_2) \vee (\neg x_2) \vee \underline{(x_3)} \vee (\neg x_3) \vee \\
& (x_1 \wedge x_2) \vee \underline{(x_1 \wedge \neg x_2)} \vee \underline{(x_1 \wedge x_3)} \vee (x_1 \wedge \neg x_3) \vee \\
& (\neg x_1 \wedge x_2) \vee (\neg x_1 \wedge \neg x_2) \vee (\neg x_1 \wedge x_3) \vee (\neg x_1 \wedge \neg x_3) \vee \\
& (x_2 \wedge x_3) \vee (x_2 \wedge \neg x_3) \vee \underline{(\neg x_2 \wedge x_3)} \vee (\neg x_2 \wedge \neg x_3)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
h_1 = & (\neg x_1) \vee (x_2) \vee (\neg x_3) \vee \\
& (x_1 \wedge x_2) \vee (x_1 \wedge \neg x_3) \vee \\
& (\neg x_1 \wedge x_2) \vee (\neg x_1 \wedge \neg x_2) \vee (\neg x_1 \wedge x_3) \vee (\neg x_1 \wedge \neg x_3) \vee \\
& (x_2 \wedge x_3) \vee (x_2 \wedge \neg x_3) \vee (\neg x_2 \wedge \neg x_3)
\end{aligned}$$

$$h_1 \leftrightarrow g?$$

E: **Ez**.  $v_2 = (F, T, T)$  balorazioarekin  $g$ -ren balioa  $F$  da eta  $h_1$ -en balioa  $T$  da.A:  $v_2 = (F, T, T)$  balorazioarentzat  $h_1$ -en balioa eta  $g$ -ren balioa berdinak izan daitezen, balorazio horrekin  $T$  diren  $h_1$ -en osagaiak ezabatuko dira:

$$\begin{aligned}
h_1 = & \underline{(\neg x_1)} \vee \underline{(x_2)} \vee (\neg x_3) \vee \\
& (x_1 \wedge x_2) \vee (x_1 \wedge \neg x_3) \vee \\
& \underline{(\neg x_1 \wedge x_2)} \vee (\neg x_1 \wedge \neg x_2) \vee \underline{(\neg x_1 \wedge x_3)} \vee (\neg x_1 \wedge \neg x_3) \vee \\
& \underline{(x_2 \wedge x_3)} \vee (x_2 \wedge \neg x_3) \vee (\neg x_2 \wedge \neg x_3)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
h_2 = & (\neg x_3) \vee \\
& (x_1 \wedge x_2) \vee (x_1 \wedge \neg x_3) \vee \\
& (\neg x_1 \wedge \neg x_2) \vee (\neg x_1 \wedge \neg x_3) \vee \\
& (x_2 \wedge \neg x_3) \vee (\neg x_2 \wedge \neg x_3)
\end{aligned}$$

$$h_2 \leftrightarrow g?$$

E: **Ez**.  $v_3 = (T, F, F)$  balorazioarekin  $g$ -ren balioa  $F$  da eta  $h_2$ -ren balioa  $T$  da.

A:  $v_3 = (T, F, F)$  balorazioarentzat  $h_2$ -ren balioa eta  $g$ -ren balioa berdinak izan daitezen, balorazio horrekin  $T$  diren  $h_2$ -ren osagaiak ezabatuko dira:

$$\begin{aligned} h_2 &= \frac{(\neg x_3)}{(x_1 \wedge x_2) \vee \frac{(x_1 \wedge \neg x_3)}{(\neg x_1 \wedge \neg x_2) \vee (\neg x_1 \wedge \neg x_3)} \vee} \\ &\quad (x_2 \wedge \neg x_3) \vee \frac{(\neg x_2 \wedge \neg x_3)}{} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} h_3 &= (x_1 \wedge x_2) \vee \\ &\quad (\neg x_1 \wedge \neg x_2) \vee (\neg x_1 \wedge \neg x_3) \vee \\ &\quad (x_2 \wedge \neg x_3) \end{aligned}$$

$h_3 \leftrightarrow g$ ?

E: **Ez**.  $v_4 = (F, T, F)$  balorazioarekin  $g$ -ren balioa  $F$  da eta  $h_3$ -ren balioa  $T$  da.

A:  $v_4 = (F, T, F)$  balorazioarentzat  $h_3$ -ren balioa eta  $g$ -ren balioa berdinak izan daitezen, balorazio horrekin  $T$  diren  $h_3$ -ren osagaiak ezabatuko dira:

$$\begin{aligned} h_3 &= (x_1 \wedge x_2) \vee \\ &\quad (\neg x_1 \wedge \neg x_2) \vee \frac{(\neg x_1 \wedge \neg x_3)}{(x_2 \wedge \neg x_3)} \vee \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} h_4 &= (x_1 \wedge x_2) \vee \\ &\quad (\neg x_1 \wedge \neg x_2) \end{aligned}$$

$h_4 \leftrightarrow g$ ?

E: Bai.