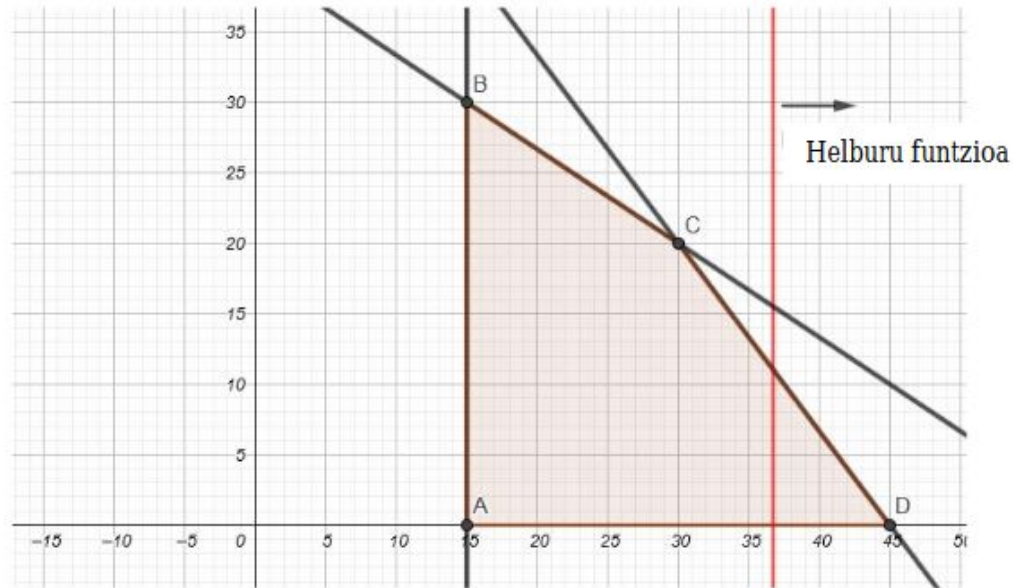


# Ikerketa Operatiboa

## 1. Talde lana - 5 Ariketa

Jon Tomas, Jon Ander Asua, Adrian Sanchez eta Jorge Mentxaka

# 1. Plko problema planteatu eta grafikoki ebatzi.



# 1.1 - Puntuak eta zuzenak atera

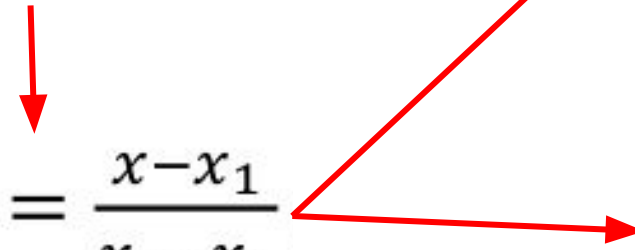
A = (15,0)  
B = (15,30)  
C = (30,20)  
D = (45,0)

BC zuzena

$$\frac{y-30}{20-30} = \frac{x-15}{30-15} \rightarrow y = -\frac{2}{3}x + 40$$

CD zuzena

$$\frac{y-20}{0-20} = \frac{x-30}{45-30} \rightarrow y = -\frac{4}{3}x + 60$$


$$\frac{y-y_1}{y_2-y_1} = \frac{x-x_1}{x_2-x_1}$$

Beste bi zuzenak formularik gabe atera ditzakegu

## 1.2 - Murrizketak

**Max**  
**non**

$$z = x$$

$$x \geq 15$$

$$\frac{2}{3}x + y \leq 40$$

$$\frac{4}{3}x + y \leq 60$$

$$x, y \geq 0$$

Bigarren eta hirugarren  
murrizketak \*3



$$\text{Max } z = x$$

$$\text{non } x \geq 15$$

$$2x + 3y \leq 120$$

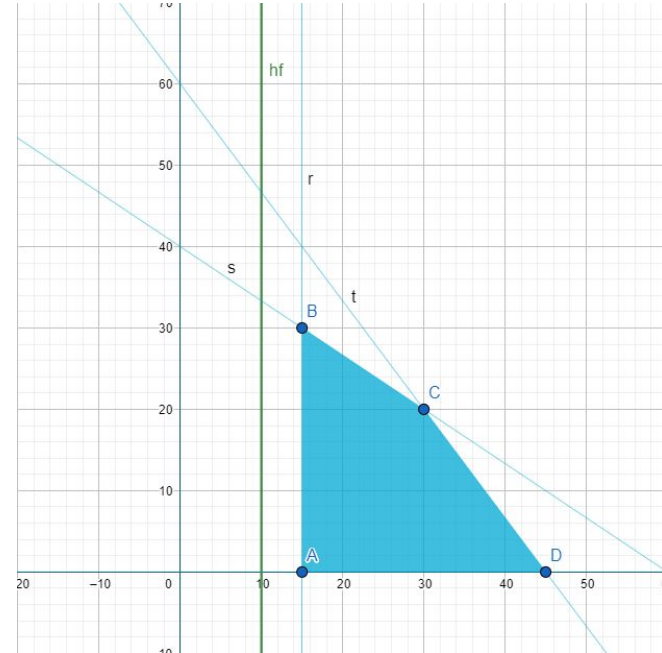
$$4x + 3y \leq 180$$

$$x, y \geq 0$$

## 1.3 - Zuzenak marraztu

- |                                  |   |
|----------------------------------|---|
| <input type="radio"/>            | $r : x \geq 15$   |
| <input type="radio"/>            | $s : 2x + 3y \leq 120$  |
| <input type="radio"/>            | $t : 4x + 3y \leq 180$  |
| <input type="radio"/>            | $u : x \geq 0$  |
| <input type="radio"/>            | $v : y \geq 0$  |
| <input checked="" type="radio"/> | $hf : x = 10$   |
| <input type="radio"/>            | $a : r(x) \wedge s(x, y) \wedge t(x, y) \wedge u(x) \wedge v(y)$<br>$\rightarrow x \geq 15 \wedge 2x + 3y \leq 120 \wedge 4x + 3y \leq 180 \wedge x \geq 0 \wedge y \geq 0$ |

$$\nabla hf = \left( \frac{\partial hf}{\partial x_1}, \frac{\partial hf}{\partial x_2} \right) = (1, 0)$$



## 1.4 - Soluzioa

Gradientearen arabera mugitzerakoan jotzen den azkenengo puntua D puntua da, ondorioz D puntua optimoa da:

$$\left\{ \begin{array}{l} y = 0 \\ 4x + 3y = 180 \end{array} \right\} \rightarrow 4x = 180 \rightarrow x = 45$$

### Soluzio optimo bideragarria

$$x^* = 45$$

$$y^* = 0$$

$$Z^* = 45$$

## 2. Bi faseetako metodoa erabiliz ebatzi.

- Hasteko, lasaiera aldagaiak eta aldagai artifizialak sartuko ditugu helburu funtzioa minimizatzerara pasa ondoren:

$$\text{Max } z = x$$

$$\begin{aligned}x &\geq 15 \\ 3y + 4x &\leq 180 \\ 3y + 2x &\leq 120 \\ x, y &\geq 0\end{aligned}$$

Minimizatzerara

$$\text{Min } z = -x$$

$$\begin{aligned}x &\geq 15 \\ 3y + 4x &\leq 180 \\ 3y + 2x &\leq 120 \\ x, y &\geq 0\end{aligned}$$

Lasaiera-ald.

$$\text{Min } z = -x$$

$$\begin{aligned}x - r + q &= 15 \\ 3y + 4x + s &= 180 \\ 3y + 2x + t &= 120 \\ x, y, r, s, t, q &\geq 0\end{aligned}$$

Ald. artifizialak

$$\text{Min } z = -x$$

$$\begin{aligned}x - r &= 15 \\ 3y + 4x + s &= 180 \\ 3y + 2x + t &= 120 \\ x, y, r, s, t &\geq 0\end{aligned}$$

- A matricea definituko dugu:

$$\begin{aligned}
 \text{Min } z &= -x \\
 \text{non } x - r + q_1 &= 15 \\
 2x + 3y + s &= 120 \\
 4x + 3y + t &= 180 \\
 x, y, r, s, t, q_1 &\geq 0
 \end{aligned}$$



**A MATRIZEA**

	$x$	$y$	$r$	$s$	$t$	$q_1$
1	1	0	-1	0	0	1
2	2	3	0	1	0	0
4	4	3	0	0	1	0

**B**



# 1. Fasea

- Helburu funtzioan soilik aldagai artifizialak

$$\text{Min } z = q_1$$

$$\text{non } x - r + q_1 = 15$$

$$2x + 3y + s = 120$$

$$4x + 3y + t = 180$$

$$x, y, r, s, t, q_1 \geq 0$$

- Hasierako soluzio bideragarria

- $X_B = (q_1, s, t) = (15, 120, 180)$

- $X_N = (x, y, r) = (0, 0, 0)$

# Hasierako Taula

Coin	Aoin	$B^{(-1)} \cdot b$	0	0	0	0	0	1
			x	y	r	s	t	q1
1	q1	15	1	0	-1	0	0	1
0	s	120	2	3	0	1	0	0
0	t	180	4	3	0	0	1	0
z=15		zj	1	0	-1	0	0	1
		wj	1	0	-1	0	0	0

- Kostu-murriztuak:  $\exists W_j > 0 \rightarrow$  Jarraitu
- Sartze-irizpidea:  $W_j = \max \{z_k - c_k\} = 1 \rightarrow x$  sartu
- Irtetze-irizpidea:  $\frac{x_{Bi}}{y_{ij}} = \min \left\{ \frac{x_{Bk}}{y_{kj}} / y_{kj} > 0 \right\} = 15 \rightarrow q_1$  irten

Taula berria:  $\left\{ \begin{array}{l} \bullet \ e_2 \leftarrow e_2 - 2e_1 \\ \bullet \ e_3 \leftarrow e_3 - 4e_1 \end{array} \right\}$

Coin	Aoin	$B^{(-1)} \cdot b$	0	0	0	0	0	1
			x	y	r	s	t	q1
0	x	15	1	0	-1	0	0	1
0	s	90	0	3	2	1	0	-2
0	t	120	0	3	4	0	1	-4
z=0		zj	0	0	0	0	0	0
		wj	0	0	0	0	0	-1

- Kostu-murriztuak:  $\forall W_j \leq 0 \rightarrow$  Gelditu
- Lehenengo fasea bukatu dugu  $\longrightarrow$   $q_1$  ez dago oinarrian  
 $\longrightarrow$  Hasierako soluzio bideragarria lortu dugu  
 $x=15, y=0, r=0, s=90, t=120, q_1=0; z=0$  izanik

## 2. Fasea

- Hasierako PL-ko problema ebatziko dugu,  $q_1$  kontuan izan gabe, lehenengo fasean lortutako emaitzaz baliatuz:

$$\text{Min } z = -x$$

$$\text{non } x - r + q_1 = 15$$

$$2x + 3y + s = 120$$

$$4x + 3y + t = 180$$

$$x, y, r, s, t, q_1 \geq 0$$

# Hasierako Taula

Coin	Aoin	$B^{(-1)} \cdot b$	-1	0	0	0	0
			x	y	r	s	t
-1	x	15	1	0	-1	0	0
0	s	90	0	3	2	1	0
0	t	120	0	3	4	0	1
z=-15		zj	-1	0	1	0	0
		wj	0	0	1	0	0

- Kostu-murriztuak:  $\exists W_j > 0 \rightarrow$  Jarraitu
- Sartze-irizpidea:  $W_j = \max \{z_k - c_k\} = 1 \rightarrow r$  sartu
- Irtetze-irizpidea:  $\frac{x_{Bi}}{y_{ij}} = \min \left\{ \frac{x_{Bk}}{y_{kj}} / y_{kj} > 0 \right\} = 30 \rightarrow t$  irten

Taula berria:

$$\left\{ \begin{array}{l} \bullet e_3 \leftarrow \frac{e_3}{4} \\ \bullet e_1 \leftarrow e_1 + e_3 \\ \bullet e_2 \leftarrow e_2 - 2e_3 \end{array} \right\}$$

Coin	Aoin	$B^{(-1)} \cdot b$	-1	0	0	0	0
			x	y	r	s	t
-1	x	45	1	3/4	0	0	1/4
0	s	30	0	3/2	0	1	-2
0	r	30	0	3/4	1	0	1/4
z=-45		zj	-1	-3/4	0	0	-1/4
		wj	0	-3/4	0	0	-1/4

- Kostu-murriztuak:  $\forall W_j \leq 0 \rightarrow$  Gelditu  $\rightarrow$  optimoa aurkitu dugu.
- Soluzio optimoa:  $x^*=45, y^*=0, r^*=30, s^*=30, t^*=0; z=45$  izanik.
- Maximizazio problemako soluzioa honako hori da, z-ri zeinua aldatu diogu ebatzi dugun problema minimizatzen zelako.
- Gainera, soluzio optimoa bakarra da, oinarritzkoak ez diren aldagaien kostu-murriztuak  $\neq 0$  direlako.

# Konklusioa

Bi faseetako metodoan eta metodo grafikoan soluzio bera lortu dugu:

- Problemaren soluzio optimo bideragarria:  $x^*=45$ ;  $y^*=0$ ;  $z^*=45$  izanik

$$\text{Max } z = x$$

$$\text{non } x \geq 15$$

$$2x + 3y \leq 120$$

$$4x + 3y \leq 180$$

$$x, y \geq 0$$