eman ta zabal zazu
Universidad del País Vasco
Euskal Herriko Unibertsitatea
BILBOKO INGENIARITZA ESKOLA
ESCUELA DE INGENIERÍA DE BILBAO

ESTATISTIKA METODOAK INGENIARITZAN

7. ORDENAGAILU PRAKTIKA

HIPOTESI KONTRASTEA

1 BANAKETAK

Aurrizkiak

Probabilitate funtzioa/Dentsitate funtzioa	d
Banaketa funtzioa	p
Zorizko baloreak sortu	r
Kuantil funtzioa	q

Banaketa jarraituak

Normala	norm
χ^2	chisq
Student-en t	t
Snedecor-en F	f

Universidad del País Vasco / Euskal Herriko Unibertsitatea — BILBOKO INGENIARITZA ESKOLA / ESCUELA DE INGENIERÍA DE BILBAO

1 BANAKETEN LABURPEN TAULA

Laginketa/Estimazioa				
Banaketa	**Dentsitate funtzioa** $f(x)$**:** $P(a<X<b)=\int_a^b f(x)dx$ $\forall a,b\in\mathbb{R} \quad \vee \quad a=-\infty, b=\infty$	**Banaketa funtzioa** $F(x)$**:** $F(x)=P(X\le x)=\int_{-\infty}^{x} f(t)dt \quad \forall t\in\mathbb{R}$	**Kuantilak**	**Zorizko laginak**
Normala: $X \sim N(\mu,\sigma)$	dnorm(x,μ,σ)	pnorm(x,μ,σ)	qnorm(pr,μ,σ)	rnorm(o,μ,σ)
Pearson-en χ^2: $X \sim \chi^2_n$	dchisq(x,ν)	pchisq(x,ν)	qchisq(pr,ν)	rchisq(o,ν)
Student-en t: $X \sim t_n$	dt(x,ν)	pt(x,ν)	qt(pr,ν)	rt(o,ν)
Snedecor-en F: $X \sim F_{n,m}$	df(x,n,m)	pf(x,n,m)	qf(pr,n,m)	rf(o,n,m)

1) Notazioa: *pr*: probabilitate-bektorea; o: datu kopurua

2) p eta q funtzioetan `lower.tail=F` argumentua gehi daiteke, defektuz R-k `lower.tail=T definitua dauka, lower.tail=F` argumentua gehituz gero $1-F(x)=P(X>x) \quad \forall x$ probabilitatea kalkulatzen da.

2

HIPOTESI-KONTRASTERAKO FUNTZIOAK (KOMANDOAK)

HIPOTESI-KONTRASTEA	KOMANDOA
Batezbestekoa (μ)	t.test(lagina)
Bariantza (σ^2)	-----
Barientzen arteko zatiketa (σ_1^2/σ_2^2)	var.test(lehen lagina, bigarren lagina)
Batezbestekoen arteko diferentzia (μ_1-μ_2)	t.test(lehen lagina, bigarren lagina)
Proportzioa (p)	prop.test(x,n,p_0)

AUKERAK	KOMANDOA
Aldagai kopurua	X edo X,Y
Kontraste mota	Alternative=c(“two.sided”, “greater”, “less”)
Barientzen arteko berdintasuna ($\sigma_1^2 = \sigma_2^2$)	var.equal=T σ_1/σ_2 =1 dela kontuan hartzeko
Batezbestekoa	μ edo (μ_1-μ_2) –ren baloreak (lehenetsi $\mu=0$)
Konfiantza maila	conf.level

3 HIPOTESI KONTRASTEKO ADIBIDEAK

1. Tratamendu planta batean 10 egunetan uretako kloro mailak neurtzen dira. Emaitzak: 2.2, 1.9, 1.7, 1.6, 1.7, 1.8, 1.7, 1.9, 2.0, 2.0. Banaketa normala da.

a) %5 adierazgarritasun mailarekin, jasotako datuek 1.9-ko batezbestekoa duen populaziotik datozen hipotesi kontrastea egin.

μ = 1.9, %5 adierazgarritasun-mailarekin (H_o: $\mu = 1.9$ H_a: $\mu \neq 1.9$)

```
>kloromaila <- c(2.2,1.9,1.7,1.6,1.7,1.8,1.7,1.9,2.0,2.0)
>t.test(kloromaila, mu=1.9)
        One Sample t-test

data:  kloromaila
t = -0.8589, df = 9, p-value = 0.4127
alternative hypothesis: true mean is not equal to 1.9
95 percent confidence interval:
 1.71831 1.98169
sample estimates:
mean of x
     1.85
```

Interpretazioa:

Bi aldeko hipotesi kontrastea egin da.
Student-en t erabili dugu 9 askatasun gradua izanik (n-1).

Estatistikoaren balioa (t) -0.8589 da. Batezbestekoaren konfiantza tartea [1.72,1.98] da, p-balioa 0.4127 izanik.

p-balioa 0.05 baino handiagoa denez hipotesi nulua onartu dezakegu.
Laginaren batezbestekoa 1.85 da.

3 HIPOTESI KONTRASTEKO ADIBIDEAK

1. **Tratamendu planta batean 10 egunetan uretako kloro mailak neurtzen dira. Emaitzak: 2.2, 1.9, 1.7, 1.6, 1.7, 1.8, 1.7, 1.9, 2.0, 2.0. Banaketa normala da.**

b) **%5 adierazgarritasun mailarekin, populazioak 1.9-ko batezbestekoa baino handiagoa duen hipotesi kontrastea egin.**

μ = 1.9, %5 adierazgarritasun-mailarekin (H_o: $\mu = 1.9$ H_a: $\mu > 1.9$)

```
>kloromaila <- c(2.2,1.9,1.7,1.6,1.7,1.8,1.7,1.9,2.0,2.0)
>t.test(kloromaila, mu=1.9, alternative="greater")
        One Sample t-test

data:  kloromaila
t = -0.8589, df = 9, p-value = 0.7937
alternative hypothesis: true mean is greater than 1.9
95 percent confidence interval:
 1.743287      Inf
sample estimates:
mean of x
     1.85
```

Interpretazioa:

Alde bateko hipotesi kontrastea egin da.
Student-en t erabili dugu 9 askatasun gradua izanik (n-1).

Estatistikoaren balioa (t) -0.8589 da. Batezbestekoaren eskualde kritikoa(-Inf,1.7433) da, p-balioa 0.7937 izanik.

p-balioa 0.05 baino handiagoa denez hipotesi nulua onartu dezakegu.
Laginaren batezbestekoa 1.85 da.

Universidad del País Vasco Euskal Herriko Unibertsitatea
BILBOKO INGENIARITZA ESKOLA
ESCUELA DE INGENIERÍA DE BILBAO

3

HIPOTESI KONTRASTEKO ADIBIDEAK

1. **Tratamendu planta batean 10 egunetan uretako kloro mailak neurtzen dira. Emaitzak: 2.2, 1.9, 1.7, 1.6, 1.7, 1.8, 1.7, 1.9, 2.0, 2.0. Banaketa normala da.**

c) **%5 adierazgarritasun mailarekin, populazioak 1.9-ko batezbestekoa baino txikiagoa duen hipotesi kontrastea egin.**

μ = 1.9, %5 adierazgarritasun-mailarekin (H_o: $\mu = 1.9$ H_a: $\mu < 1.9$)

```
>kloromaila <- c(2.2,1.9,1.7,1.6,1.7,1.8,1.7,1.9,2.0,2.0)
>t.test(kloromaila, mu=1.9,alternative="less")
         One Sample t-test

        data:  kloromaila
        t = -0.8589, df = 9, p-value = 0.2063
        alternative hypothesis: true mean is less than 1.9
        95 percent confidence interval:
             -Inf 1.956713
        sample estimates:
        mean of x
             1.85
```

Interpretazioa:

Alde bateko hipotesi kontrastea egin da.
Student-en t erabili dugu 9 askatasun gradua izanik (n-1).

Estatistikoaren balioa (t) -0.8589 da. Batezbestekoaren eskualde kritikoa(1.9567, Inf) da, p-balioa 0.2063 izanik.

p-balioa 0.05 baino handiagoa denez hipotesi nulua onartu dezakegu.
Laginaren batezbestekoa 1.85 da.

3 HIPOTESI KONTRASTEKO ADIBIDEAK

1. **Tratamendu planta batean 10 egunetan uretako kloro mailak neurtzen dira. Emaitzak 2.2, 1.9, 1.7, 1.6, 1.7, 1.8, 1.7, 1.9, 2.0, 2.0. Banaketa normala da.**

d) **%1 adierazgarritasun mailarekin, , jasotako datuek 1.9-ko batezbestekoa duen populaziotik datozen hipotesi kontrastea egin.**

μ = 1.9, %1 adierazgarritasun-mailarekin (H_o: $\mu = 1.9$ H_a: $\mu \neq 1.9$)

```
>kloromaila <- c(2.2,1.9,1.7,1.6,1.7,1.8,1.7,1.9,2.0,2.0)
>t.test(kloromaila, mu=1.9, conf.level=0.99)
        One Sample t-test

data:  kloromaila
t = -0.8589, df = 9, p-value = 0.4127
alternative hypothesis: true mean is not equal to 1.9
99 percent confidence interval:
 1.660814 2.039186
sample estimates:
mean of x
     1.85
```

Interpretazioa:

Bi aldeko hipotesi kontrastea egin da.
Student-en t erabili dugu 9 askatasun gradua izanik (n-1).

Estatistikoaren balioa (t) -0.8589 da. Batezbestekoaren konfiantza tartea [1.66,2.04] da, p-balioa 0.4127 izanik.

p-balioa 0.01 baino handiagoa denez hipotesi nulua onartu dezakegu.
Laginaren batezbestekoa 1.85 da.

3

HIPOTESI KONTRASTEKO ADIBIDEAK

1. **Tratamendu planta batean 10 egunetan uretako kloro mailak neurtzen dira. Emaitzak: 2.2-1.9-1.7-1.6-1.7-1.8-1.7-1.9-2.0-2.0. Banaketa normala da.**

e) **%5 adierazgarritasun mailarekin, , jasotako datuek 0.05-eko bariantza duen populaziotik datozen hipotesi kontrastea egin.**

σ^2 = 0.05, %5 adierazgarritasun-mailarekin (H_o: $\sigma^2 = 0.05$ $\quad H_a$: $\sigma^2 \neq 0.05$)

test-a eraikitzeko funtzio bat sortu

$$I_{\sigma^2}^{1-\alpha} = \left[\frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{n-1;\alpha/2}}, \frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{n-1;1-\alpha/2}}\right]$$

```
>bariantza.test <- function(x,conf.level=0.95){
+ n=length(x)
+ alfa = 1-conf.level
+ balkrit1 = qchisq(1-alfa/2,n-1)
+ balkrit2 = qchisq(alfa/2,n-1)
+ c((n-1)*var(x)/balkrit1,(n-1)*var(x)/balkrit2)}
>bariantza.test(kloromaila)
[1] 0.01603342 0.11294667

#0.05 tarte barruan dago beraz hipotesi nulua onartu.
```

Universidad del País Vasco Euskal Herriko Unibertsitatea
BILBOKO INGENIARITZA ESKOLA ESCUELA DE INGENIERÍA DE BILBAO

3

HIPOTESI KONTRASTEKO ADIBIDEAK

1. **Tratamendu planta batean 10 egunetan uretako kloro mailak neurtzen dira. Emaitzak 2.2, 1.9, 1.7, 1.6, 1.7, 1.8, 1.7, 1.9, 2.0, 2.0. Banaketa normala da.**

e) **%5 adierazgarritasun mailarekin, , jasotako datuek 0.05-eko bariantza duen populaziotik datozen hipotesi kontrastea egin. p-balioa kalkulatu.**

σ^2 = 0.05, %5 adierazgarritasun-mailarekin (H_o: $\sigma^2 = 0.05$ H_a: $\sigma^2 \neq 0.05$)

Beste era bat

```
>KT<-c(9*var(kloromaila)/qchisq(0.975,9),9*var(kloromaila)/qchisq(0.025,9))
>KT
[1] 0.01603342 0.11294667
```

#0.05 tarte barruan dago beraz hipotesi nulua onartu.

$$I_{\sigma^2}^{1-\alpha} = \left[\frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{n-1;\alpha/2}}, \frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{n-1;1-\alpha/2}}\right]$$

p-balioa

```
>askatasun.maila<-length(kloromaila)-1
>ho.bariantza<-0.05
>p.balioa<-2*pchisq(askatasun.maila*var(kloromaila)/ho.bariantza,askatasun.maila)
>p.balioa
[1] 0.5402607
```

3 HIPOTESI KONTRASTEKO ADIBIDEAK

2. Populazio normal batean. σ = 2, 16 pertsonako lagina hartu. Kalkulatu :

a) Eskualde kritikoa non H_o : μ = 5 H_a : μ > 5 , α = 0,05. Hau da, zein izango litzateke laginaren batezbesteko maximoa hipotesi-nulua onartzeko?

```
>mu=5;alfa=0.05;n=16;sigma=2
>Eskualde.kritikoa<-c(mu+qnorm(alfa,lower.tail=F)*sigma/sqrt(n),Inf)
>Eskualde.kritikoa
[1] 5.822427      Inf
```

b) p-balioa $\bar{x} = 6$ denean. Ondorengo hipotesia H_o : μ = 5 H_1 : μ > 5 , α = 0,05

p-balioa

```
>pbalioa<-1-pnorm(6,mu,sigma/sqrt(n))
>pbalioa
[1] 0.02275013
```

c) II. Motako errorea egiteko probabilitatea : μ = 6 bada

```
>pnorm(5.822427, 6, sigma/sqrt(n))
[1] 0.3612723
```

3

HIPOTESI KONTRASTEKO ADIBIDEAK

3. **AHT-ri buruzko inkesta batean 110 pertsonek parte hartzen dute. Horietatik 48 AHT-ren alde. Onar daiteke populazioaren %50-a AHT-ren alde daudelaren hipotesia?**

```
>prop.test(48,110,p=0.5)
[1] 1-sample proportions test with continuity correction

data:  48 out of 110, null probability 0.5
X-squared = 1.5364, df = 1, p-value = 0.2152
alternative hypothesis: true p is not equal to 0.5
95 percent confidence interval:
 0.3431002 0.5341288
sample estimates:
        p
0.4363636
```

Interpretazioa:

Bi aldeko hipotesi kontrastea egin da. Chi karratura erabili du.

Estatistikoaren balioa (χ^2) 1,5364 da. Proportzioaren konfiantza tartea [0.3431002,0.5341288] da, p-balioa 0.2152 izanik.

p-balioa 0.05 baino handiagoa denez hipotesi nulua onartu dezakegu.
Laginaren proportzioa 0.4363636 da.

3 HIPOTESI KONTRASTEKO ADIBIDEAK

3. AHT-ri buruzko inkesta batean 110 pertsonek parte hartzen dute. Horietatik 48 AHT-ren alde. Onar daiteke populazioaren %50-a AHT-ren alde daudelaren hipotesia?

Beste era bat

>Onarpen.eremua<-c(qnorm(0.025,0,1), qnorm(0.975,0,1))

>Onarpen.eremua

[1] -1.959964   1.959964

>Estatistikoa<- (48/110-0.5)/sqrt(0.5*0.5/110)

>Estatisitkoa

[1] -1.334848

#Estatistikoaren balioa konfiantza tartearen barruan dago,

p_0 %50 izan daitekelaren hipotesia onartu.

> p.balioa<-2*(pnorm(Estatistikoa,0,1))

> p.balioa

[1] 0.1819262