
ESTADÍSTIKA METODOAK INGENIARITZAN

8. χ^2 Banaketaren Aplikazioak



emeri ta zabal zazu:



Universidad
del País Vasco

Euskal Herriko
Unibertsitatea

8. χ^2 Banaketaren Aplikazioak

8.1 Sarrera

8.2 Doikuntzaren egokitasuna

8.3 Bi faktoreen arteko independentzia-proba

8.4 Homogeneotasun probak

8.5 Yates-en zuzenketa



8.1 Sarrera

Hipotesi-contrastea

Populazioko parametro bati buruzko erabaki bat hartzean datza. Hipotesi-contraste parametrikokoak deritze.

Hipotesi estatistikoa

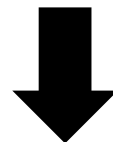
Populazioaren ezaugarri bati buruz egiten den baieztapen bat da.

Hipotesi-contrastea (Hipotesi kontraste parametrikokoak)

Populazioaren ezaugarri bati buruz egindako hipotesia onargarria ala errefusagarria den erabakitze erabiltzen den tresna da.

Hipotesi-contraste ez-parametrikokoak

Bi faktoreen arteko independentzia, homogeneotasun-probak edo lagin bateko datuei dagokien banaketa aztergai.



χ^2 banaketa aplikatuko da



8.2 Doikuntzaren egokitasuna

X aztergai

Lagina

x_1, x_2, \dots, x_k n elementu askez osaturik
 f_1, f_2, \dots, f_k behatutako maiztasunak

$$\sum_{i=1}^k f_i = n$$

p_1, p_2, \dots, p_k probabilitate teorikoak non $p_i = P(X = x_i)$

Itxarotako maiztasunak: $e_i = n \cdot p_i$ ($i = 1, 2, \dots, k$)

$$\sum_{i=1}^k p_i = 1 \quad \text{eta} \quad \sum_{i=1}^k e_i = n$$



ematen ta zabal zazu:



Universidad
del País Vasco

Euskal Herriko
Unibertsitatea

8.2 Doikuntzaren egokitasuna

Aukeratutako banaketa teorikoak behatutakoarekin bat egiten dueneko hipotesi nulua onargarria den ikusteko, probarako hurrengo estatistikoa erabiliko da:

$$\chi_{k-1}^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(f_i - e_i)^2}{e_i}$$

Horrela,

$$\sum_{i=1}^k \frac{(f_i - e_i)^2}{e_i} \leq \chi_{\alpha; k-1}^2 \quad \longrightarrow \quad H_0 \text{ onartu } \alpha \text{ adierazgarritasun mailaz}$$

$$\sum_{i=1}^k \frac{(f_i - e_i)^2}{e_i} > \chi_{\alpha; k-1}^2 \quad \longrightarrow \quad H_0 \text{ errefusatu } \alpha \text{ adierazgarritasun mailaz}$$



emeri ta zabal zazu:



Universidad
del País Vasco

Euskal Herriko
Unibertsitatea

8.2 Doikuntzaren egokitasuna

Kalkuluak errazteko asmoz, probarako testaren berdintza aplikatu:

$$\chi^2_{k-1} = \sum_{i=1}^k \frac{(f_i - e_i)^2}{e_i} = \sum_{i=1}^k \frac{f_i^2}{e_i} - n$$

χ^2 -ren testa aplikatzeko, hurrengo baldintzak hartu behar dira kontuan:

1. Itxarotako maiztasun guztiek $e_i = n \cdot p_i > 5$ ($i = 1, 2, \dots, k$) bete behar dute
2. Itxarotako maiztasunen batek baldintza hori betetzen ez badu, elkarren segidako modalitateak elkartuko dira, itxarotako maiztasun berriak bost zenbakia gainditu arte
3. Itxarotako maiztasunak lortzeko r parametro estimatu behar badira, orduan χ^2 banaketaren askatasun-graduak $k-r-1$ dira



emari la zabal zazu:



Universidad
del País Vasco

Euskal Herriko
Unibertsitatea

8.3 Bi faktoreen arteko independentzia-proba

Izan bitez X eta Y faktoreak

X eta Y independenteak diren ikusteko, χ^2 proba erabiliko duen hurrengo hipotesi-kontrastea egingo da:

H_0 : X eta Y independenteak dira

H_a : X eta Y ez dira independenteak

Pausoak:

1. Aztergai den populaziotik n tamainako lagina hartu
2. X eta Y faktoreei dagokien kontingentzia-taula eraiki, gelaxka bakoitzean behatutako maiztasunak adieraziz



emeri ta zabal zazu:



Universidad
del País Vasco

Euskal Herriko
Unibertsitatea

8.3 Bi faktoreen arteko independentzia-proba

Kontingentzia taula

$X \backslash Y$	y_1	\dots	y_j	\dots	y_m	X-ren maiztasunak
x_1	f_{11}	\dots	f_{1j}	\dots	f_{1m}	f_{x1}
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
x_i	f_{i1}	\dots	f_{ij}	\dots	f_{im}	f_{xi}
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
x_k	f_{k1}	\dots	f_{kj}	\dots	f_{km}	f_{xk}
Y-ren maiztasunak	f_{y1}	\dots	f_{yj}	\dots	f_{ym}	n



emeri ta zabal zazu:



Universidad del País Vasco Euskal Herriko Unibertsitatea

8.3 Bi faktoreen arteko independentzia-proba

Pausoak:

3. X eta Y independenteak direla suposatuz, e_{ij} itxarotako maiztasuna hurrengo eran kalkulatu

$$e_{ij} = \frac{f_{xi} \cdot f_{yj}}{n}, \quad i = 1, 2, \dots, k \quad j = 1, 2, \dots, m$$

Non f_{xi} gaia x_i balioari dagokion total marginala eta f_{yj} gaia y_j balioari dagokion total marginala diren

*Itxarotako maiztasun guztiek $e_{ij} > 5$ ($i = 1, 2, \dots, k, j = 1, 2, \dots, m$) bete behar dute. Kontrako kasuan, ondoz ondoko errenkada edo zutabeak bildu behar dira, itxarotako maiztasun guztiek bost zenbakia gainditu arte.

4. Kontingentzia-तालको datuei dagokien probarako estatistikoaren balioa kalkulatu da.

$$\chi^2_{(k-1)(m-1)} = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^m \frac{(f_{ij} - e_{ij})^2}{e_{ij}}$$



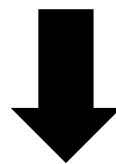
ematen ta zabal zazu:



8.3 Bi faktoreen arteko independentzia-proba

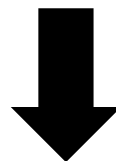
Horrela,

$$\chi^2_{(k-1)(m-1)} = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^m \frac{(f_{ij} - e_{ij})^2}{e_{ij}} \leq \chi^2_{\alpha; (k-1)(m-1)}$$



H_0 onartu α adierazgarritasun mailaz

$$\chi^2_{(k-1)(m-1)} = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^m \frac{(f_{ij} - e_{ij})^2}{e_{ij}} > \chi^2_{\alpha; (k-1)(m-1)}$$



H_0 errefusatu α adierazgarritasun mailaz



emari zabal zazu:



8.4 Homogeneotasun probak

Bi faktoreen independentzia aztertzeko orduan χ^2 proba aplikatu da, populazioko lagin bakarra hartuta.

Homogeneotasun probetan populazioko zenbait lagin aske desberdin aukeratuko dira, izaera konkretu batekiko populazioko lagin ezberdinen portaera ikusi nahi baita.

Kalkulu matematikoen aldetik, independentziaren proba eta homogeneotasun proba berdinak dira.

Sarrera

Doikuntzaren
egokitasuna

Bi faktoreen
arteko
independentzia

Homogeneotasun
probak

Yates-en
zuzenketa



8.5 Yates-en zuzenketa

Bi bider bi motako kontingentzia taula

X \ Y	Y		X-ren maiztasunak
	y ₁	y ₂	
x ₁	f ₁₁	f ₁₂	f _{x1}
x ₂	f ₂₁	f ₂₂	f _{x2}
Y-ren maiztasunak	f _{y1}	f _{y2}	n

Kasu honetan probarako estatistikoa:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \frac{(f_{ij} - e_{ij})^2}{e_{ij}}$$

Errore txikiagoa egiten da hurrengoa erabiliz

$$\chi^2_Y = \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \frac{\left(\left| f_{ij} - e_{ij} \right| - \frac{1}{2} \right)^2}{e_{ij}}$$

Yates-en zuzenketa

Egokia da balidn eta: $|f_{11} \cdot f_{22} - f_{12} \cdot f_{21}| > \frac{n}{2}$



emari ta zabal zazu:



Universidad del País Vasco Euskal Herriko Unibertsitatea