Lengoaiak, Konputazioa eta Sistema Adimendunak

3. gaiko lehenengo zatia: AFD, AFED eta ε -AFED-en diseinua Bilboko IITUE 1,6 puntu Ebazpena

2015-11-18

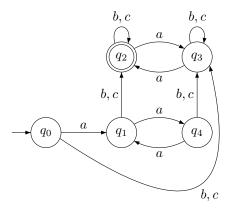
1 Automata finitu deterministen (AFD-en) diseinua (0,500 puntu)

 $A = \{a, b, c\}$ alfabetoaren gainean definitutako honako bi lengoaientzat AFD bana diseinatu:

1.1 Osagai denak a izan gabe a kopuru bakoitia duten hitzez eratutako L_1 lengoaia

a kopuru bakoitia edukitzeaz gain, b edo c sinboloen agerpenak ere badituzten hitzez eratutako L_1 lengoaia. Adibidez, cabbb, abaabc, aaab eta ababcababa hitzak L_1 lengoaiakoak dira baina ε , a, aaa, b, aacabac, aabcbc eta bccccc hitzak ez dira L_1 lengoaiakoak. L_1 lengoaiaren definizio formala honako hau da:

$$L_1 = \{ w \mid w \in A^* \land |w|_a \bmod 2 \neq 0 \land |w|_a \neq |w| \}$$



1.2 b-rik eta c-rik ez duten edo a kopuru bakoitia duten edo a-rik ez duten hitzez eratutako L_2 lengoaia

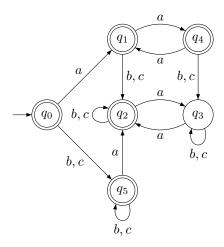
Gutxienez honako hiru baldintza hauetakoren bat betetzen duten hitzez osatutako L_2 lengoaia:

• b-rik eta c-rik ez edukitzea edo

- a kopurua bakoitia izatea edo
- a-rik ez edukitzea.

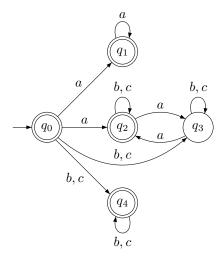
Adibidez, ε , aa, aaa, abaabc, aaab, ccc eta bbcb hitzak L_2 lengoaiakoak dira baina aab, bcaababa eta acaaa hitzak ez dira L_2 lengoaiakoak. L_2 lengoaiaren definizio formala honako hau da:

$$L_2 = \{ w \mid w \in A^* \wedge (|w|_a = |w| \vee |w|_a \bmod 2 \neq 0 \vee |w|_a = 0) \}$$



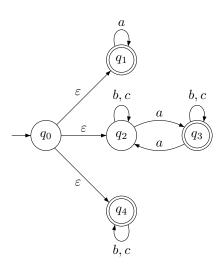
2 Automata finitu ez-deterministen (AFED-en) diseinua (0,250 puntu)

AFD-en diseinuko ariketako L_2 lengoaiari dagokion AFED bat diseinatu. Nahitaezkoa da AFED horretan gutxienez egoera batetik gutxienez A-ko sinbolo batentzat bi gezi edo gehiago ateratzea. Baita ere nahitaezkoa da AFED horretan gutxienez egoera batetik gutxienez A-ko sinbolo batentzat gezirik ez ateratzea.



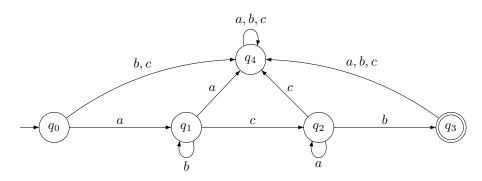
3 ε trantsizioak dituzten automata finitu ez-deterministen (ε -AFED-en) diseinua (0,250 puntu)

AFD-en diseinuko ariketako L_2 lengoaiari dagokion ε -AFED bat diseinatu. Nahitaezkoa da ε -AFED horretan gutxienez egoera batetik gutxienez A-ko sinbolo batentzat edo ε sinboloarentzat bi gezi edo gehiago ateratzea eta gutxienez egoera batetik gutxienez A-ko sinbolo batentzat gezirik ez ateratzea. Gainera, derrigorrezkoa da baita ere gutxienez ε trantsizio bat egotea.



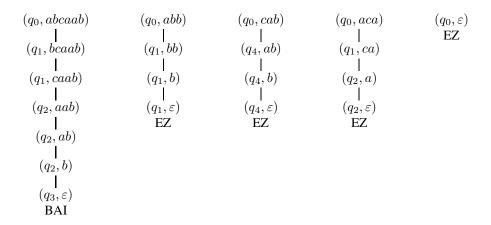
4 Konputazio deterministen garapena (0,100 puntu)

Jarraian erakusten den AFD-a kontuan hartuz, hor zehazten diren konputazioei dagokien konfigurazio deterministez eratutako sekuentzia (edo adar bakarreko zuhaitza) garatu urratsez urrats, bukaeran AFD-ak "Bai" ala "Ez" erantzungo duen esanez:



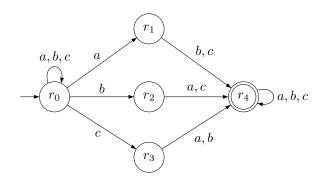
- 1. $\delta^*(q_0, abcaab)$
- 2. $\delta^*(q_0, abb)$
- 3. $\delta^*(q_0, cab)$
- 4. $\delta^*(q_0, aca)$
- 5. $\delta^*(q_0,\varepsilon)$

Kasu bakoitzak 0,020 balio du.



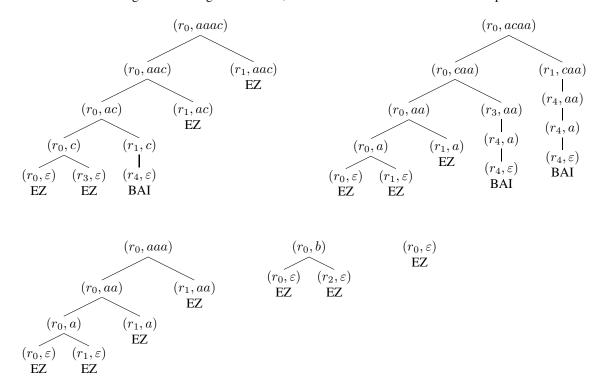
5 Konputazio ez-deterministen garapena (0,100 puntu)

Jarraian erakusten den AFED-a kontuan hartuz, hor zehazten diren konputazioei dagokien konfigurazio deterministez eratutako zuhaitza garatu urratsez urrats, bukaeran AFED-ak "Bai" ala "Ez" erantzungo duen esanez:



- 1. $\nu^*(r_0, aaac)$
- 2. $\nu^*(r_0, acaa)$
- 3. $\nu^*(r_0, aaa)$
- 4. $\nu^*(r_0, b)$
- 5. $\nu^*(r_0,\varepsilon)$

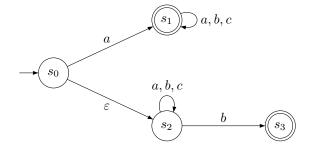
Kasu bakoitzak 0,020 balio du.



Konputazio edo zuhaitz bakoitzean, gutxienez adar batean "BAI" ateratzen bada, orduan azkeneko emaitza ere baiezkoa izango da. Adar guztietan "EZ" ateratzen bada, orduan azkeneko emaitza ezezkoa izango da.

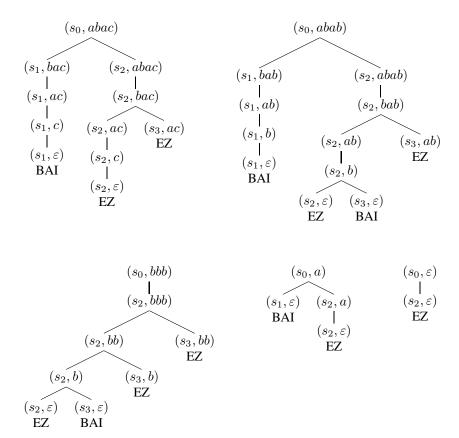
6 ε trantsizioak dituzten konputazio ez-deterministen garapena (0,100 puntu)

Jarraian erakusten den ε -AFED-a kontuan hartuz, hor zehazten diren konputazioak konfigurazio deterministez osatutako zuhaitzen bidez garatu urratsez urrats, bukaeran ε -AFED-ak "Bai" ala "Ez" erantzungo duen esanez:



- 1. $\lambda^*(s_0, abac)$
- 2. $\lambda^*(s_0, abab)$
- 3. $\lambda^*(s_0, bbb)$
- 4. $\lambda^*(s_0, a)$
- 5. $\lambda^*(s_0,\varepsilon)$

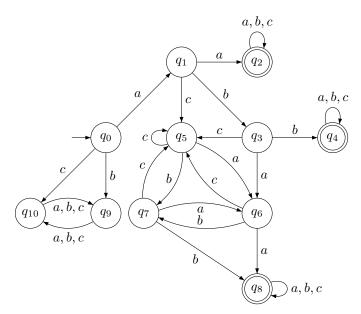
Kasu bakoitzak 0,020 balio du.



Konputazio edo zuhaitz bakoitzean, gutxienez adar batean "BAI" ateratzen bada, orduan azkeneko emaitza ere baiezkoa izango da. Adar guztietan "EZ" ateratzen bada, orduan azkeneko emaitza ezezkoa izango da.

7 AFD-en minimizazioa (0,300 puntu)

 $A = \{a,b,c\}$ alfabetoaren gainean definitutako honako AFD hau minimizatu:



AFD honi dagokion δ trantsizio funtzioa honako taula honen bidez adieraz daiteke:

δ	a	b	c
q_0	q_1	q_9	q_{10}
q_1	q_2	q_3	q_5
q_2	q_2	q_2	q_2
q_3	q_6	q_4	q_5
q_4	q_4	q_4	q_4
q_5	q_6	q_7	q_5
q_6	q_8	q_7	q_5
q_7	q_6	q_8	q_5
q_8	q_8	q_8	q_8
q_9	q_{10}	q_{10}	q_{10}
q_{10}	q_9	q_9	q_9

• Lehenengo zatiketa: Alde batetik zirkulu bakarra dutenak eta bestetik bi zirkulu dituztenak:

$$[q_0] = \{q_0, q_1, q_3, q_5, q_6, q_7, q_9, q_{10}\}$$

$$[q_2] = \{q_2, q_4, q_8\}$$

δ	a	b	c
q_0	$[q_0]$	$[q_0]$	$[q_0]$
q_1	$[q_2]$	$[q_0]$	$[q_0]$
q_2	$[q_2]$	$[q_2]$	$[q_2]$
q_3	$[q_0]$	$[q_2]$	$[q_0]$
q_4	$[q_2]$	$[q_2]$	$[q_2]$
q_5	$[q_0]$	$[q_0]$	$[q_0]$
q_6	$[q_2]$	$[q_0]$	$[q_0]$
q_7	$[q_0]$	$[q_2]$	$[q_0]$
q_8	$[q_2]$	$[q_2]$	$[q_2]$
q_9	$[q_0]$	$[q_0]$	$[q_0]$
q_{10}	$[q_0]$	$[q_0]$	$[q_0]$

 $[q_0]$ multzoko egoeren jokabidea aztertuz, hiru jokabide desberdin daudela ikus dezakegu: alde batetik q_0 , q_5 , q_9 eta q_{10} egoerek jokabide bera dute. Bestetik, q_1 eta q_6 egoerek ere jokabide bera dute baina aurretik aipatutako egoerekin alderatuz desberdina da. Azkenik, q_3 eta q_7 egoerek ere jokabide bera dute, baina aurretik aipatutako egoerekin alderatuz, jokabide hori desberdina da. Guztira, $[q_0]$ multzoaren barnean hiru jokabide desberdin aurkitu ditugunez, hiru azpimultzotan zatitu beharko da.

 $[q_2]$ multzoa hartuz, horko hiru egoerek jokabide bera dute eta, ondorioz, ez dago multzo hori zatitu beharrik.

Beraz, honako multzo hauek ditugu bigarren zatiketaren ondorio bezala:

$$[q_0] = \{q_0, q_5, q_9, q_{10}\}$$

$$[q_1] = \{q_1, q_6\}$$

$$[q_2] = \{q_2, q_4, q_8\}$$

$$[q_3] = \{q_3, q_7\}$$

• Hirugarren zatiketa: q_0 , q_1 , q_2 eta q_3 ordezkari bezala erabiliz, trantsizioen taula berridatziko dugu:

δ	a	b	c
q_0	$[q_1]$	$[q_0]$	$[q_0]$
q_1	$[q_2]$	$[q_3]$	$[q_0]$
q_2	$[q_2]$	$[q_2]$	$[q_2]$
q_3	$[q_1]$	$[q_2]$	$[q_0]$
q_4	$[q_2]$	$[q_2]$	$[q_2]$
q_5	$[q_1]$	$[q_3]$	$[q_0]$
q_6	$[q_2]$	$[q_3]$	$[q_0]$
q_7	$[q_1]$	$[q_2]$	$[q_0]$
q_8	$[q_2]$	$[q_2]$	$[q_2]$
q_9	$[q_0]$	$[q_0]$	$[q_0]$
q_{10}	$[q_0]$	$[q_0]$	$[q_0]$

 $[q_0]$ multzoan hiru jokabide desberdin ditugu orain ere: alde batetik, q_0 bera dugu. Beste aldetik, q_5 . Azkenik, q_9 eta q_{10} . Beraz, $[q_0]$ multzoa hiru multzotan zatitu beharko da. $[q_1]$ multzokoak diren q_1 eta q_6 egoerek jokaera bera dute eta, ondorioz, $[q_1]$ ez da zatitu behar. $[q_2]$ multzokoak diren q_2 , q_4 eta q_8 egoerek ere jokabide bera dute eta, ondorioz, $[q_2]$ ere ez da zatitu behar. $[q_3]$ multzokoak diren q_3 eta q_7 egoerek ere jokabide bera dute eta, ondorioz, $[q_3]$ ere ez da zatitu behar.

Guztira honako multzo hauek izango ditugu:

$$[q_0] = \{q_0\}$$

$$[q_1] = \{q_1, q_6\}$$

$$[q_2] = \{q_2, q_4, q_8\}$$

$$[q_3] = \{q_3, q_7\}$$

$$[q_5] = \{q_5\}$$

$$[q_9] = \{q_9, q_{10}\}$$

• Ez dago laugarren zatiketarik: q_0 , q_1 , q_2 , q_3 , q_5 eta q_9 ordezkari bezala erabiliz, trantsizioen taula berridatziko dugu:

δ	a	b	c
q_0	$[q_1]$	$[q_9]$	$[q_9]$
q_1	$[q_2]$	$[q_3]$	$[q_5]$
q_2	$[q_2]$	$[q_2]$	$[q_2]$
q_3	$[q_1]$	$[q_2]$	$[q_5]$
q_4	$[q_2]$	$[q_2]$	$[q_2]$
q_5	$[q_1]$	$[q_3]$	$[q_5]$
q_6	$[q_2]$	$[q_3]$	$[q_5]$
q_7	$[q_1]$	$[q_2]$	$[q_5]$
q_8	$[q_2]$	$[q_2]$	$[q_2]$
q_9	$[q_9]$	$[q_9]$	$[q_9]$
q_{10}	$[q_9]$	$[q_9]$	$[q_9]$

 $[q_0]$ multzoan eta $[q_5]$ multzoetan elementu bakarra dagoenez, ezingo dira zatitu. $[q_1]$ multzoko osagai biek jokabide bera dute eta, ondorioz, multzo hori ez da zatitu behar. $[q_2]$ multzoko hiru osagaiek jokabide bera dute eta, ondorioz, multzo hori ere ez da zatitu behar. $[q_3]$ multzoko osagai biek ere jokabide bera dutenez, multzo hori ere ez da zatitu behar. Gauza bera gertatzen da $[q_9]$ multzoarekin ere.

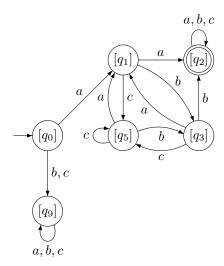
• Automata txikiena:

Guztira honako multzo hauek gelditu dira eta sei egoera izango ditugu:

$$\begin{aligned} [q_0] &= \{q_0\} \\ [q_1] &= \{q_1, q_6\} \\ [q_2] &= \{q_2, q_4, q_8\} \\ [q_3] &= \{q_3, q_7\} \\ [q_5] &= \{q_5\} \\ [q_9] &= \{q_9, q_{10}\} \end{aligned}$$

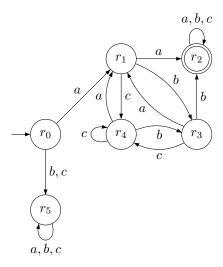
Trantsizioak eraiki den azkeneko taulatik aterako dira:

δ	a	b	c
q_0	$[q_1]$	$[q_9]$	$[q_9]$
q_1	$[q_2]$	$[q_3]$	$[q_5]$
q_2	$[q_2]$	$[q_2]$	$[q_2]$
q_3	$[q_1]$	$[q_2]$	$[q_5]$
q_5	$[q_1]$	$[q_3]$	$[q_5]$
q_9	$[q_9]$	$[q_9]$	$[q_9]$



Hasierako automatan bi zirkulu dituzten egoerez osatutako multzo bakarra $[q_2]$ denez, $[q_2]$ egoerak bi zirkulu izango ditu.

Egoeren izenak 0tik aurrera jarraian joateko, berrizenda ditzakegu:



Automata hau a sinboloarekin hasi eta aa azpihitza edo bb azpihitza duten hitzez osatutako lengoaiari dagokiona da.