

## 5.3 JARDUERA EBAZPENA

5.2 jardueran Ipar-mendebaldeko ertzaren metodoa erabiliz lortutako hasierako oinarritzko soluzioa ondorengoa da:

	1	2	3	4	5
1	15	10			
2		1	11		
3			5	21	1

Lehenengo eta behin soluzioa endekatua den aztertu behar da:

$$m + n - 1 = 3 + 5 - 1 = 7 = \text{oinarrizko aldagaia ez-nuluaren kopurua}$$

Soluzioa ez-endekatua da, ondorioz garraio-algoritmoa aplikatzen hasi:

### 1. iterazioa:

1. pausua: Simplex metodoaren optimaltasun baldintzak betetzen diren aztertu. Horretarako oinarritzko aldagai bakoitzarentzat  $u_i + v_j - c_{ij} = 0$  ekuazioa planteatu:

$$\begin{aligned} x_{11} \rightarrow u_1 + v_1 - c_{11} = 0 &\Rightarrow u_1 + v_1 - 3 = 0 \\ x_{12} \rightarrow u_1 + v_2 - c_{12} = 0 &\Rightarrow u_1 + v_2 - 4 = 0 \\ x_{22} \rightarrow u_2 + v_2 - c_{22} = 0 &\Rightarrow u_2 + v_2 - 3 = 0 \\ x_{23} \rightarrow u_2 + v_3 - c_{23} = 0 &\Rightarrow u_2 + v_3 - 2 = 0 \\ x_{33} \rightarrow u_3 + v_3 - c_{33} = 0 &\Rightarrow u_3 + v_3 - 8 = 0 \\ x_{34} \rightarrow u_3 + v_4 - c_{34} = 0 &\Rightarrow u_3 + v_4 - 3 = 0 \\ x_{35} \rightarrow u_3 + v_5 - c_{35} = 0 &\Rightarrow u_3 + v_5 - 0 = 0 \end{aligned}$$

Sistema  $v_1 = 0$  eginez ebatzi. Soluzio ondorengoa da:

$$v_1 = 0, v_2 = 1, v_3 = 0, v_4 = -5, v_5 = -8, u_1 = 3, u_2 = 2, u_3 = 8$$

$z_{ij} = u_i + v_j$	$v_1 = 0$	$v_2 = 1$	$v_3 = 0$	$v_4 = -5$	$v_5 = -8$
$u_1 = 3$	3	4	3	-2	-5
$u_2 = 2$	2	3	2	-3	-6
$u_3 = 8$	8	9	8	3	0

Ondorioz, kostu murriztuak:

$W_{ij} = z_{ij} - c_{ij}$	1	2	3	4	5
1	0	0	-2	-4	-5
2	-4	0	0	-10	-6
3	4	4	0	0	0

$\exists W_{ij} \geq 0 \Rightarrow W_{ij}$  positibo handiena aukeratu:  $W_{32} = W_{31} = 4$  denez, kostu handiena duena aukeratu  $\Rightarrow W_{32} \Rightarrow x_{32}$  oinarrira sartzen da.

2. pausua: Oinarritik irteten den aldagaia aukeratu. Horretarako, oinarritzkoak diren aldagaien eta oinarrira sartuko den aldagaien artean ziklo bat sortzen da

	1	2	3	4	5	Eskaintza
1	15	10				25
2		$1 - \tau_1$	$11 + \tau_1$			12
3		$\tau_1$	$5 - \tau_1$	21	1	27
Eskaria	15	11	16	21	1	

Fluxu guztiak ez-negatiboak izan behar dira, gainera oinarri sartzeari erabaki den aldagaiari ( $x_{32}$ ) fluxu positibo bat esleitu behar zaio, bukatzeko, zikloa osatzen duten aldagaien artean batek fluxu nulua izan beharko du, oinarritik irtengo denak hain zuzen ere. Hortaz,  $\tau_1 = 1$  da,  $x_{22}$  aldagaia oinarritik irteten da eta bigarren oinarritzko soluzio bideragarria hurrengoa da:

	1	2	3	4	5	Eskaintza
1	15	10				25
2			12			12
3		1	4	21	1	27
Eskaria	15	11	16	21	1	

## 2. iterazioa:

1. pausua: Simplex metodoaren optimaltasun baldintzak betetzen diren aztertu. Horretarako oinarritzko aldagai bakoitzarentzat  $u_i + v_j - c_{ij} = 0$  ekuazioa planteatu:

$$\begin{aligned} x_{11} \rightarrow u_1 + v_1 - c_{11} = 0 &\Rightarrow u_1 + v_1 - 3 = 0 \\ x_{12} \rightarrow u_1 + v_2 - c_{12} = 0 &\Rightarrow u_1 + v_2 - 4 = 0 \\ x_{23} \rightarrow u_2 + v_3 - c_{23} = 0 &\Rightarrow u_2 + v_3 - 2 = 0 \\ x_{32} \rightarrow u_3 + v_2 - c_{32} = 0 &\Rightarrow u_3 + v_2 - 5 = 0 \\ x_{33} \rightarrow u_3 + v_3 - c_{33} = 0 &\Rightarrow u_3 + v_3 - 8 = 0 \\ x_{34} \rightarrow u_3 + v_4 - c_{34} = 0 &\Rightarrow u_3 + v_4 - 3 = 0 \\ x_{35} \rightarrow u_3 + v_5 - c_{35} = 0 &\Rightarrow u_3 + v_5 - 0 = 0 \end{aligned}$$

Sistema  $v_1 = 0$  eginez ebatzi. Soluzio ondorengoa da:

$$v_1 = 0, v_2 = 1, v_3 = 4, v_4 = -1, v_5 = -4, u_1 = 3, u_2 = -2, u_3 = 4$$

$z_{ij} = u_i + v_j$	$v_1 = 0$	$v_2 = 1$	$v_3 = 4$	$v_4 = -1$	$v_5 = -4$
$u_1 = 3$	3	4	7	2	-1
$u_2 = -2$	-2	-1	2	-3	-6
$u_3 = 4$	4	5	8	3	0

Ondorioz, kostu murriztuak:

$W_{ij} = z_{ij} - c_{ij}$	1	2	3	4	5
1	0	0	2	0	-1
2	-8	-4	0	-10	-6
3	0	0	0	0	0

$\exists W_{ij} \geq 0 \Rightarrow W_{13} = 2 \Rightarrow x_{13}$  oinarri sartzeari.

2. pausua: Oinarritik irteten den aldagaia aukeratu. Horretarako, oinarritzkoak diren aldagaien eta oinarri sartzeko den aldagaien artean ziklo bat sortzen da

	1	2	3	4	5	Eskaintza
1	15	$10 - \tau_2$	$\tau_2$			25
2			12			12
3		$1 + \tau_2$	$4 - \tau_2$	21	1	27
Eskaria	15	11	16	21	1	

Fluxu guztiak ez-negatiboak izan behar dira, gainera oinarri sartzeari erabaki den aldagaiari ( $x_{13}$ ) fluxu positibo bat esleitu behar zaio, bukatzeko, zikloa osatzen duten aldagaien artean batek fluxu nulua izan beharko du, oinarritik irtengo denak hain zuzen ere. Hortaz,  $\tau_2 = 4$  da,  $x_{33}$  aldagaia oinarritik irteten da eta hirugarren oinarritzko soluzio bideragarria hurrengoa da:

	1	2	3	4	5	Eskaintza
1	15	6	4			25
2			12			12
3		5		21	1	27
Eskaria	15	11	16	21	1	

### 3. iterazioa:

1. pausua: Simplex metodoaren optimaltasun baldintzak betetzen diren aztertu. Horretarako oinarritzko aldagai bakoitzarentzat  $u_i + v_j - c_{ij} = 0$  ekuazioa planteatu:

$$\begin{aligned}
 x_{11} &\rightarrow u_1 + v_1 - c_{11} = 0 \Rightarrow u_1 + v_1 - 3 = 0 \\
 x_{12} &\rightarrow u_1 + v_2 - c_{12} = 0 \Rightarrow u_1 + v_2 - 4 = 0 \\
 x_{13} &\rightarrow u_1 + v_3 - c_{13} = 0 \Rightarrow u_1 + v_3 - 5 = 0 \\
 x_{23} &\rightarrow u_2 + v_3 - c_{23} = 0 \Rightarrow u_2 + v_3 - 2 = 0 \\
 x_{32} &\rightarrow u_3 + v_2 - c_{32} = 0 \Rightarrow u_3 + v_2 - 5 = 0 \\
 x_{34} &\rightarrow u_3 + v_4 - c_{34} = 0 \Rightarrow u_3 + v_4 - 3 = 0 \\
 x_{35} &\rightarrow u_3 + v_5 - c_{35} = 0 \Rightarrow u_3 + v_5 - 0 = 0
 \end{aligned}$$

Sistema  $v_1 = 0$  eginez ebatzi. Soluzio ondorengoa da:

$$v_1 = 0, v_2 = 1, v_3 = 2, v_4 = -1, v_5 = -4, u_1 = 3, u_2 = 0, u_3 = 4$$

$z_{ij} = u_i + v_j$	$v_1 = 0$	$v_2 = 1$	$v_3 = 2$	$v_4 = -1$	$v_5 = -4$
$u_1 = 3$	3	4	5	2	-1
$u_2 = 0$	0	1	2	-1	-4
$u_3 = 4$	4	5	6	3	0

Ondorioz, kostu murriztuak:

$W_{ij} = z_{ij} - c_{ij}$	1	2	3	4	5
1	0	0	0	0	-1
2	-6	-2	0	-8	-4
3	0	0	-2	0	0

$W_{ij} \leq 0 \quad \forall i, j \Rightarrow$  Lortutako hirugarren soluzio bideragarria optimoa da.