

IKERKETA OPERATIBOA

1. Talde lana

AITOR SARRIA, JON GONDRA, KERMÁN SANJUAN



ENUNTZIATUA:

Enpresa batek bi produktu desberdin, p_1 eta p_2 , ekoizten ditu.

Unitate bakoitzaren irabazia 30 eta 80 unitate monetariokoa da, hurrenez hurren. (**h.f.**)

Bi produktu hauen ekoizpenerako bi baliabide ditu: pertsonen orduak (p-o) eta makinen orduak (m-o).

p_1 produktuaren unitate bat ekoizteko 6p-o eta p_2 produktuaren unitate bat ekoizteko 4p-o behar dira, guztira erabilgarriak diren pertsonen orduak 540 izanik. (**p-o**)

Era berean, p_1 produktuaren unitate bat ekoizteko 1m-o eta p_2 produktuaren unitate bat ekoizteko 2m-o behar dira, guztira erabilgarriak diren makinen orduan 170 izanik. (**m-o**)

Finkatutako merkataritza-hitzarmenak direla eta, gutxienez guztira 100 unitate ekoiztu beharko dira. (**ekoizpena**)

PROBLEMAREN EKUAZIOAK LORTU

$$Max : 30p_1 + 80p_2 \quad (\mathbf{h.f})$$

$$6p_1 + 4p_2 \leq 540 \quad (\mathbf{p-o})$$

$$p_1 + p_2 \leq 170 \quad (\mathbf{m-o})$$

$$p_1 + p_2 \geq 100 \quad (\mathbf{ekoizpena})$$

$$p_1, p_2 \geq 0$$

$p_1 \rightarrow$ Produktu 1

$p_2 \rightarrow$ Produktu 2

A) Enpresari irabaziak maximizatzea zigortze metodoa erabiliz:

Forma Estandarra

$$Max : 30p_1 + 80p_2 \text{ (h.f)}$$

$$6p_1 + 4p_2 \leq 540 \text{ (p-o)}$$

$$p_1 + p_2 \leq 170 \text{ (m-o)}$$

$$p_1 + p_2 \geq 100 \text{ (ekoizpena)}$$

$$p_1, p_2 \geq 0$$



$$Max : 30p_1 + 80p_2$$

$$6p_1 + 4p_2 + p_3 = 540$$

$$p_1 + 2p_2 + p_4 = 170$$

$$p_1 + p_2 - p_5 = 100$$

$$non p_1, p_2, p_3, p_4, p_5 \geq 0$$

Forma Estandarra: Lasaiera-aldagaiak erabiliz desberdintza bat berdintza bilaka daiteke, lasaiera-aldagai hauek kostu nulua izaten duten aldagai positiboak izaten dira.

Aldagai artifizialak gaineratu

Zergatik?

Zigortze-metodoa aplikatzeko, aldagai-artifizialak gaineratu behar dira, indentitate matrizea lortu ahal izateko. Aldagai hauek "zigortze" bat dute, eta helburu funtzioan $-M$ koefizientea izango dute (Max kasuan).

$$\text{Max : } 30p_1 + 80p_2$$

$$30p_1 + 80p_2$$

$$6p_1 + 4p_2 + p_3 = 540$$

$$p_1 + 2p_2 + p_4 = 170$$

$$p_1 + p_2 - p_5 = 100$$

$$\text{non } p_1, p_2, p_3, p_4, p_5 \geq 0$$



$$\text{Max : } 30p_1 + 80p_2 - Mq_1$$

$$6p_1 + 4p_2 + p_3 = 540$$

$$p_1 + 2p_2 + p_4 = 170$$

$$p_1 + p_2 - p_5 + q_1 = 100$$

$$\text{non } p_1, p_2, p_3, p_4, p_5, q_1 \geq 0$$

A matrizea

$$A_{6,3} = \begin{matrix} & p_1 & p_2 & p_3 & p_4 & p_5 & q_1 \\ \begin{bmatrix} 6 & 4 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

Hasierako oinarritzko soluzio bideragarria

$$X_B = (p_3, p_4, q_1) = (540, 170, 100)$$

$$X_N = (p_1, p_2, p_5) = (0, 0, 0)$$

Simplex taula

			30	80	0	0	0	-M
C_{oin}	A_{oin}	$B^{-1} \cdot b$	p_1	p_2	p_3	p_4	p_5	q_1
0	p_3	540	6	4	1	0	0	0
0	p_4	170	1	2	0	1	0	0
-M	q_1	100	1	1	0	0	-1	1
Z = -100M		Z_j	-M	-M	0	0	M	-M
		$W_j = z_j - c_j$	-30-M	-80-M	0	0	M	0

Gelditze-irizpidea = $\exists W_j \geq 0 \rightarrow$ **JARRAITU**

 Pibotea

Sartze-irizpidea = $\min W_j = \min z_k - c_k = \{-30-M, -80-M\} = -80-M \rightarrow$ **p₂ sartzen da**

Irtetze-irizpidea = $\min \{ x_{Bk}/y_{kj} \mid y_{kj} > 0 \} = \min \{ \frac{540}{4}, \frac{170}{2}, \frac{100}{1} \} = \{135, 85, 100\} = 85 \rightarrow$ **p₄ irtetzen da**

$$\begin{cases} e_{2b} \leftarrow e_2/2 \\ e_{3b} \leftarrow e_3 - e_{2b} \\ e_{1b} \leftarrow e_1 - 4e_{2b} \end{cases}$$

			30	80	0	0	0	-M
C_{oin}	A_{oin}	$B^{-1} \cdot b$	p_1	p_2	p_3	p_4	p_5	q_1
0	p_3	200	4	0	1	-2	0	0
80	p_2	85	$\frac{1}{2}$	1	0	$\frac{1}{2}$	0	0
-M	q_1	15	$\frac{1}{2}$	0	0	$-\frac{1}{2}$	-1	1
$Z = 68000 - 15M$		Z_j	$40 - \frac{M}{2}$	80	0	$40 + \frac{M}{2}$	M	-M
		$W_j = z_j - c_j$	$10 - \frac{M}{2}$	0	0	$40 + \frac{M}{2}$	M	0

Gelditze-irizpidea = $\exists W_j \geq 0 \rightarrow$ **JARRAITU**

 Pibotea

Sartze-irizpidea = $\min W_j = \min z_k - c_k = \{10 - \frac{M}{2}\} = 10 - \frac{M}{2} \rightarrow$ **p_1 sartzen da**

Irtetze-irizpidea = $\min \{ x_{Bk}/y_{kj} \mid y_{kj} > 0 \} = \min \{ \frac{200}{4}, \frac{85}{1/2}, \frac{15}{1/2} \} = \{50, 170, 30\} = 30 \rightarrow$ **q_1 irtetzen da**

$$\begin{cases} e_{3b} \leftarrow 2e_3 \\ e_{2b} \leftarrow e_2 - \frac{1}{2}e_{3b} \\ e_{1b} \leftarrow e_1 - 4e_{3b} \end{cases}$$

			30	80	0	0	0	-M
C_{oin}	A_{oin}	$B^{-1} \cdot b$	p_1	p_2	p_3	p_4	p_5	q_1
0	p_3	80	0	0	1	2	8	-8
80	p_2	70	0	1	0	1	1	-1
30	p_1	30	1	0	0	-1	-1	2
Z = 6500		Z_j	30	80	0	50	20	-20
		$W_j = Z_j - C_j$	0	0	0	50	20	-20 + M

Gelditze-irizpidea = $\exists W_j \geq 0 \checkmark \rightarrow$ GELDITU

Soluzio optimo bakarra \rightarrow Oinarrian ez dauden aldagaien kostu murriztuak $\neq 0$

$$p_1^* = 30 \quad p_2^* = 70 \quad p_3^* = 80 \quad p_4^* = 0 \quad p_5^* = 0 \quad q_1^* = 0$$

$$Z^* = 6500$$

B) Enpresari irabaziak maximizatzea bi-faseko metodoa erabiliz ebatzi.

Nola?

Bi fasetan oinarritu egingo gara, lehenengoan, oinarrizko soluzio bideragarria lortuko dugu.

Lehenengo fasean ebatzi beharreko eredua:

$$\text{Min} : -Z = q_1$$

$$6p_1 + 4p_2 + p_3 = 540$$

$$p_1 + 2p_2 + p_4 = 170$$

$$p_1 + p_2 - p_5 + q_1 = 100$$

$$\text{non } p_1, p_2, p_3, p_4, p_5, q_1 \geq 0$$

A matrizea

$$A_{6,3} = \begin{matrix} & p_1 & p_2 & p_3 & p_4 & p_5 & q_1 \\ \begin{bmatrix} 6 & 4 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

Hasierako oinarritzko soluzio bideragarria

$$X_B = (p_3, p_4, q_1) = (540, 170, 100)$$

$$X_N = (p_1, p_2, p_5) = (0, 0, 0)$$

1.Fasea - Simplex taula

			0	0	0	0	0	1
C_{oin}	A_{oin}	$B^{-1} \cdot b$	p_1	p_2	p_3	p_4	p_5	q_1
0	p_3	540	6	4	1	0	0	0
0	p_4	170	1	2	0	1	0	0
1	q_1	100	1	1	0	0	-1	1
Z = 100		Z_j	1	1	0	0	-1	1
		$W_j = z_j - c_j$	1	1	0	0	-1	0

Gelditze-irizpidea = $\exists W_j \leq 0 \rightarrow \text{JARRAITU}$

 Pibotea

Sartze-irizpidea = $\max W_j = \max z_k - c_k = \{1, 1\} = 1 \rightarrow \underline{p_2 \text{ sartzen da}}$

Irtetze-irizpidea = $\min \{ x_{Bk} / y_{kj} \mid y_{kj} > 0 \} = \min \{ \frac{540}{4}, \frac{170}{2}, \frac{100}{1} \} = \{135, 85, 100\} = 85 \rightarrow \underline{p_4 \text{ irtetzen da}}$

$$\begin{cases} e_{2b} \leftarrow e_2/2 \\ e_{3b} \leftarrow e_3 - e_{2b} \\ e_{1b} \leftarrow e_1 - 4e_{2b} \end{cases}$$

			0	0	0	0	0	1
C_{oin}	A_{oin}	$B^{-1} \cdot b$	p_1	p_2	p_3	p_4	p_5	q_1
0	p_3	200	4	0	1	-2	0	0
0	p_2	85	$\frac{1}{2}$	1	0	$\frac{1}{2}$	0	0
1	q_1	15	$\frac{1}{2}$	0	0	$-\frac{1}{2}$	-1	1
Z = 15		Z_j	$\frac{1}{2}$	0	0	$-\frac{1}{2}$	-1	1
		$W_j = z_j - c_j$	$\frac{1}{2}$	0	0	$-\frac{1}{2}$	-1	0

Gelditze-irizpidea = $\exists W_j \leq 0 \rightarrow$ **JARRAITU**

 Pibotea

Sartze-irizpidea = $\max W_j = \min z_k - c_k = \{\frac{1}{2}\} = \frac{1}{2} \rightarrow$ **p₁ sartzen da**

Irtetze-irizpidea = $\min \{ x_{Bk}/y_{kj} \mid y_{kj} > 0 \} = \min \{ \frac{200}{4}, \frac{85}{1/2}, \frac{15}{1/2} \} = \{50, 170, 30\} = 30 \rightarrow$ **q₁ irtetzen da**

$$\begin{cases} e_{3b} \leftarrow 2e_{3b} \\ e_{2b} \leftarrow e_3 - 1/2e_{3b} \\ e_{1b} \leftarrow e_1 - 4e_{3b} \end{cases}$$

			0	0	0	0	0	1
C_{oin}	A_{oin}	$B^{-1} \cdot b$	p_1	p_2	p_3	p_4	p_5	q_1
0	p_3	80	0	0	1	2	8	-8
0	p_2	70	0	1	0	1	1	-1
0	p_1	30	1	0	0	-1	-2	2
Z = 0		Z_j	0	0	0	0	0	0
		$W_j = Z_j - c_j$	0	0	0	0	0	-1

Gelditze-irizpidea = $\exists W_j \leq 0 \checkmark \rightarrow \text{GELDITU}$

Lehenengo fasea amaitu eta hasierako soluzio bidearagarria topatu dugu:

$(p_1, p_2, p_3, p_4, p_5, q_1) = (30, 70, 80, 0, 0, 0)$

$Z = 0 \leftarrow q = 0$

2. Fasea

Nola?

Bigarren fasean, lehenengo faseko azkenengo taula erabiliko dugu, minimizazio bezala ebatziz.

Bigarren fasean ebatzi beharreko eredua:

$$Max : 30p_1 + 80p_2$$

$$6p_1 + 4p_2 + p_3 = 540$$

$$p_1 + 2p_2 + p_4 = 170$$

$$p_1 + p_2 - p_5 = 100$$

$$non\ p_1, p_2, p_3, p_4, p_5 \geq 0$$

2. Fasea – Simplex taula

			30	80	0	0	0
C_{oin}	A_{oin}	$B^{-1} \cdot b$	p_1	p_2	p_3	p_4	p_5
0	p_3	80	0	0	1	2	8
80	p_2	70	0	1	0	1	-1
30	p_1	30	1	0	0	-1	2
Z = 6500		Z_j	30	80	0	50	20
		$W_j = Z_j - C_j$	0	0	0	50	20

Gelditze-irizpidea = $\exists W_j \geq 0$ ✓ \rightarrow **GELDITU**

Soluzio optimo bakarra \rightarrow Oinarrian ez dauden aldagaien kostu murriztuak $\neq 0$

$$p_1^* = 30 \quad p_2^* = 70 \quad p_3^* = 80 \quad p_4^* = 0 \quad p_5^* = 0 \quad Z^* = 6500$$

AMAIERA
