

Lengoiak, Konputazioa eta Sistema Adimendunak

*Kudeaketaren eta Informazio Sistemen Informatikaren Ingeniaritzako Gradua
Bilboko Ingeniaritza Eskola (UPV/EHU)*

Lengoaia eta Sistema Informatikoak Saila

2. maila — 2019-2020 ikasturtea

6. gaia: Sistema Adimendunak

0,9 puntu

Ebazpena

2019/10/28

1 DNF monotonoen algoritmoa (0,300 puntu)

Demagun erabiltzaileak 5 aldagai ($n = 5$) erabil ditzakeen g DNF monotonoa duela buruan.

Algoritmoak g -ren baliokidea den h formula eraiki arte erabiltzailearen eta algoritmoaren artean gertatuko den elkarrekintza urratsez urrats zehaztu behar da.

Horretarako, badakigu algoritmoak g -ren baliokidea den h formula eraiki arte erabiltzailearengandik honako balorazioak edo kontraadibideak jasoko dituela (*True* eta *False* idatzi beharrean T eta F idatziko da):

- $b_1 = (T, T, T, F, T)$
- $b_2 = (F, T, F, T, F)$
- $b_3 = (T, F, T, T, T)$
- $b_4 = (T, F, T, F, T)$

Badakigu baita ere g formula *True* egiten duten balorazioak zein diren erabakitzeke, erabiltzaileak honako egia-etaula hau erabiliko duela:

$\neg x_5$	$\neg x_1 \wedge \neg x_2$	$\neg x_1 \wedge x_2$	$x_1 \wedge \neg x_2$	$x_1 \wedge x_2$
$\neg x_3 \wedge \neg x_4$	F	F	F	F
$\neg x_3 \wedge x_4$	F	T	F	T
$x_3 \wedge \neg x_4$	T	F	T	T
$x_3 \wedge x_4$	T	T	F	T
x_5	$\neg x_1 \wedge \neg x_2$	$\neg x_1 \wedge x_2$	$x_1 \wedge \neg x_2$	$x_1 \wedge x_2$
$\neg x_3 \wedge \neg x_4$	F	T	T	F
$\neg x_3 \wedge x_4$	F	F	F	T
$x_3 \wedge \neg x_4$	F	T	T	T
$x_3 \wedge x_4$	T	F	T	F

Ebazpena:

E-ren bidez *erabiltzailea* adieraziko da eta A-ren bidez *algoritmoa*.

E: $n = 5$

A: $h_0 = F, h_0 \leftrightarrow g?$

E: **Ez.** $b_1 = (T, T, T, F, T)$ balorazioarekin g -ren balioa T da eta h_0 -ren balioa F da.

A: Orain b_1 -etik abiatuta inplikatzaile lehena kalkulatu da. Lehenengo T balioa aldatuko da. g -ren balioa T al da $b_1^1 = (\underline{F}, T, T, F, T)$ balorazioarekin?

E: Bai.

A: Beraz, aldaketa hori behin betikoa edo iraunkorra izango da. Bigarren T balioa aldatuko da. g -ren balioa T al da $b_1^2 = (F, \underline{F}, T, F, T)$ balorazioarekin?

E: Ez.

A: Bigarren T balioa mantendu egingo da eta hirugarren T balioa aldatuko da. g -ren balioa T al da $b_1^3 = (F, T, \underline{F}, F, T)$ balorazioarekin?

E: Bai.

A: Beraz, aldaketa hori behin betikoa edo iraunkorra izango da. Laugarren T balioa aldatuko da. g -ren balioa T al da $b_1^4 = (F, T, F, F, \underline{F})$ balorazioarekin?

E: Ez.

A: Laugarren T balioa mantendu egingo da. Beste aldaketarik ezin denez egin, inplikatzaile lehena $b_1^3 = (F, T, F, F, T)$ da. b_1^3 balorazioan T balioa duten aldagaiak kontuan hartuz, proposamen berria egingo da: $h_1 = F \vee (x_2 \wedge x_5)$. $h_1 \leftrightarrow g$?

E: **Ez.** $b_2 = (F, T, F, T, F)$ balorazioarekin g -ren balioa T da eta h_1 -en balioa F da.

A: Orain b_2 -tik abiatuta inplikatzaile lehena kalkulatu da. Lehenengo T balioa aldatuko da. g -ren balioa T al da $b_2^1 = (F, \underline{F}, F, T, F)$ balorazioarekin?

E: Ez.

A: Lehenengo T balioa mantendu egingo da. Bigarren T balioa aldatuko da. g -ren balioa T al da $b_2^2 = (F, T, F, \underline{F}, F)$ balorazioarekin?

E: Ez.

A: Bigarren T balioa mantendu egingo da. Beste aldaketarik ezin denez egin, inplikatzaile lehena $b_2 = (F, T, F, T, F)$ da. b_2 balorazioan T balioa duten aldagaiak kontuan hartuz, proposamen berria egingo da: $h_2 = F \vee (x_2 \wedge x_5) \vee (x_2 \wedge x_4)$. $h_2 \leftrightarrow g$?

E: **Ez.** $b_3 = (T, F, T, T, T)$ balorazioarekin g -ren balioa T da eta h_2 -ren balioa F da.

A: Orain b_3 -tik abiatuta inplikatzaile lehena kalkulatu da. Lehenengo T balioa aldatuko da. g -ren balioa T al da $b_3^1 = (\underline{F}, F, T, T, T)$ balorazioarekin?

E: Bai.

A: Beraz, aldaketa hori behin betikoa edo iraunkorra izango da. Bigarren T balioa aldatuko da. g -ren balioa T al da $b_3^2 = (F, F, \underline{F}, T, T)$ balorazioarekin?

E: Ez.

A: Bigarren T balioa mantendu egingo da eta hirugarren T balioa aldatuko da. g -ren balioa T al da $b_3^3 = (F, F, T, \underline{F}, T)$ balorazioarekin?

E: Ez.

A: Hirugarren T balioa mantendu egingo da eta laugarren T balioa aldatuko da. g -ren balioa T al da $b_3^4 = (F, F, T, T, \underline{F})$ balorazioarekin?

E: Bai.

A: Beraz, aldaketa hori behin betikoa edo iraunkorra izango da. Beste aldaketarik ezin denez egin, inplikatzaille lehena $b_3^4 = (F, F, T, T, F)$ da. b_3^4 balorazioan T balioa duten aldagaiak kontuan hartuz, proposamen berria egingo da: $h_3 = F \vee (x_2 \wedge x_5) \vee (x_2 \wedge x_4) \vee (x_3 \wedge x_4)$. $h_3 \leftrightarrow g$?

E: Ez. $b_4 = (T, F, T, F, T)$ balorazioarekin g -ren balioa T da eta h_3 -ren balioa F da.

A: Orain b_4 -tik abiatuta inplikatzaille lehena kalkulatu da. Lehenengo T balioa aldatuko da. g -ren balioa T al da $b_4^1 = (\underline{F}, F, T, F, T)$ balorazioarekin?

E: Ez.

A: Lehenengo T balioa mantendu egingo da eta bigarren T balioa aldatuko da. g -ren balioa T al da $b_4^2 = (T, F, \underline{F}, F, T)$ balorazioarekin?

E: Bai.

A: Beraz, aldaketa hori behin betikoa edo iraunkorra izango da. Hirugarren T balioa aldatuko da. g -ren balioa T al da $b_4^3 = (T, F, F, F, \underline{F})$ balorazioarekin?

E: Ez.

A: Hirugarren T balioa mantendu egingo da. Beste aldaketarik ezin denez egin, inplikatzaille lehena $b_4^2 = (T, F, F, F, T)$ da. b_4^2 balorazioan T balioa duten aldagaiak kontuan hartuz, proposamen berria egingo da: $h_4 = F \vee (x_2 \wedge x_5) \vee (x_2 \wedge x_4) \vee (x_3 \wedge x_4) \vee (x_1 \wedge x_5)$. $h_4 \leftrightarrow g$?

E: Bai.

2 k-CNFen algoritmoa (0,300 puntu)

Demagun erabiltzaileak 3 aldagai ($n = 3$) erabil ditzakeen g 2-CNFa duela buruan (beraz, $k = 2$).

Algoritmoak g -ren baliokidea den h formula eraiki arte erabiltzailearen eta algoritmoaren artean gertatuko den elkarrekintza urratsez urrats zehaztu behar da.

Horretarako, badakigu algoritmoak g -ren baliokidea den h formula eraiki arte erabiltzailearengandik honako balorazioak edo kontraadibideak jasoko dituela (*True* eta *False* idatzi beharrean T eta F idatziko da):

- $b_1 = (T, T, F)$
- $b_2 = (F, T, T)$
- $b_3 = (T, F, T)$
- $b_4 = (F, T, F)$
- $b_5 = (F, F, T)$

Ebazpena:

E-ren bidez *erabiltzailea* adieraziko da eta A-ren bidez *algoritmoa*.

E: $k = 2$ eta $n = 3$

A:

$$\begin{aligned} h_0 = & (\neg x_1) \wedge (\neg x_2) \wedge (\neg x_3) \wedge (x_1) \wedge (x_2) \wedge (x_3) \wedge \\ & (\neg x_1 \vee \neg x_2) \wedge (\neg x_1 \vee x_2) \wedge (x_1 \vee \neg x_2) \wedge (x_1 \vee x_2) \wedge \\ & (\neg x_1 \vee \neg x_3) \wedge (\neg x_1 \vee x_3) \wedge (x_1 \vee \neg x_3) \wedge (x_1 \vee x_3) \wedge \\ & (\neg x_2 \vee \neg x_3) \wedge (\neg x_2 \vee x_3) \wedge (x_2 \vee \neg x_3) \wedge (x_2 \vee x_3) \end{aligned}$$

$h_0 \leftrightarrow g$?

E: **Ez.** $b_1 = (T, T, F)$ balorazioarekin g -ren balioa T da eta h_0 -ren balioa F da.

A: $b_1 = (T, T, F)$ balorazioarentzat h_0 -ren balioa eta g -ren balioa berdinak izan daitezten, balorazio horrekin F diren h_0 -ren osagaiak ezabatuko dira:

$$\begin{aligned} h_0 = & \underline{(\neg x_1)} \wedge \underline{(\neg x_2)} \wedge (\neg x_3) \wedge (x_1) \wedge (x_2) \wedge \underline{(x_3)} \wedge \\ & \underline{(\neg x_1 \vee \neg x_2)} \wedge (\neg x_1 \vee x_2) \wedge (x_1 \vee \neg x_2) \wedge (x_1 \vee x_2) \wedge \\ & (\neg x_1 \vee \neg x_3) \wedge \underline{(\neg x_1 \vee x_3)} \wedge (x_1 \vee \neg x_3) \wedge (x_1 \vee x_3) \wedge \\ & (\neg x_2 \vee \neg x_3) \wedge \underline{(\neg x_2 \vee x_3)} \wedge (x_2 \vee \neg x_3) \wedge (x_2 \vee x_3) \end{aligned}$$

Proposamen berria honako hau da:

$$\begin{aligned} h_1 = & (\neg x_3) \wedge (x_1) \wedge (x_2) \wedge \\ & (\neg x_1 \vee x_2) \wedge (x_1 \vee \neg x_2) \wedge (x_1 \vee x_2) \wedge \\ & (\neg x_1 \vee \neg x_3) \wedge (x_1 \vee \neg x_3) \wedge (x_1 \vee x_3) \wedge \\ & (\neg x_2 \vee \neg x_3) \wedge (x_2 \vee \neg x_3) \wedge (x_2 \vee x_3) \end{aligned}$$

$h_1 \leftrightarrow g$?

E: **Ez.** $b_2 = (F, T, T)$ balorazioarekin g -ren balioa T da eta h_1 -en balioa F da.

A: $b_2 = (F, T, T)$ balorazioarentzat h_1 -en balioa eta g -ren balioa berdinak izan daitezen, balorazio horrekin F diren h_1 -en osagaiak ezabatuko dira:

$$\begin{aligned} h_1 = & \frac{(\neg x_3)}{(\neg x_1 \vee x_2)} \wedge \frac{(x_1)}{(x_1 \vee \neg x_2)} \wedge (x_2) \wedge \\ & (\neg x_1 \vee \neg x_3) \wedge \frac{(x_1 \vee \neg x_3)}{(x_1 \vee x_3)} \wedge \\ & \frac{(\neg x_2 \vee \neg x_3)}{(x_2 \vee \neg x_3)} \wedge (x_2 \vee x_3) \end{aligned}$$

Proposamen berria honako hau da:

$$\begin{aligned} h_2 = & (x_2) \wedge \\ & (\neg x_1 \vee x_2) \wedge (x_1 \vee x_2) \wedge \\ & (\neg x_1 \vee \neg x_3) \wedge (x_1 \vee x_3) \wedge \\ & (x_2 \vee \neg x_3) \wedge (x_2 \vee x_3) \end{aligned}$$

$h_2 \leftrightarrow g$?

E: **Ez.** $b_3 = (T, F, T)$ balorazioarekin g -ren balioa T da eta h_2 -ren balioa F da.

A: $b_3 = (T, F, T)$ balorazioarentzat h_2 -ren balioa eta g -ren balioa berdinak izan daitezen, balorazio horrekin F diren h_2 -ren osagaiak ezabatuko dira:

$$\begin{aligned} h_2 = & \frac{(x_2)}{(\neg x_1 \vee x_2)} \wedge \\ & \frac{(\neg x_1 \vee \neg x_3)}{(x_1 \vee x_3)} \wedge \\ & \frac{(x_2 \vee \neg x_3)}{(x_2 \vee x_3)} \end{aligned}$$

Proposamen berria honako hau da:

$$\begin{aligned} h_3 = & (x_1 \vee x_2) \wedge \\ & (x_1 \vee x_3) \wedge \\ & (x_2 \vee x_3) \end{aligned}$$

$h_3 \leftrightarrow g$?

E: **Ez.** $b_4 = (F, T, F)$ balorazioarekin g -ren balioa T da eta h_3 -ren balioa F da.

A: $b_4 = (F, T, F)$ balorazioarentzat h_3 -ren balioa eta g -ren balioa berdinak izan daitezen, balorazio horrekin F diren h_3 -ren osagaiak ezabatuko dira:

$$\begin{aligned} h_3 = & (x_1 \vee x_2) \wedge \\ & \frac{(x_1 \vee x_3)}{(x_2 \vee x_3)} \end{aligned}$$

Proposamen berria honako hau da:

$$\begin{aligned} h_4 = & (x_1 \vee x_2) \wedge \\ & (x_2 \vee x_3) \end{aligned}$$

$h_4 \leftrightarrow g$?

E: **Ez.** $b_5 = (F, F, T)$ balorazioarekin g -ren balioa T da eta h_4 -ren balioa F da.

A: $b_5 = (F, F, T)$ balorazioarentzat h_4 -ren balioa eta g -ren balioa berdinak izan daitezen, balorazio horrekin F diren h_4 -ren osagaiak ezabatuko dira:

$$h_4 = \frac{(x_1 \vee x_2)}{(x_2 \vee x_3)} \wedge$$

Proposamen berria honako hau da:

$$h_5 = (x_2 \vee x_3)$$

$h_5 \leftrightarrow g$?

E: **Bai.**

3 k-DNFen algoritmoa (0,300 puntu)

Demagun erabiltzaileak 3 aldagai ($n = 3$) erabil ditzakeen g 2-DNFa duela buruan (beraz, $k = 2$).

Algoritmoak g -ren baliokidea den h formula eraiki arte erabiltzailearen eta algoritmoaren artean gertatuko den elkarrekintza urratsez urrats zehaztu behar da.

Horretarako, badakigu algoritmoak g -ren baliokidea den h formula eraiki arte erabiltzailearengandik honako balorazioak edo kontraadibideak jasoko dituela (*True* eta *False* idatzi beharrean T eta F idatziko da):

- $b_1 = (T, T, T)$
- $b_2 = (F, F, F)$
- $b_3 = (T, F, F)$
- $b_4 = (F, T, T)$
- $b_5 = (T, F, T)$

Ebazpena:

E-ren bidez *erabiltzailea* adieraziko da eta A-ren bidez *algoritmoa*.

E: $k = 2$ eta $n = 3$.

A:

$$\begin{aligned} h_0 = & (\neg x_1) \vee (\neg x_2) \vee (\neg x_3) \vee (x_1) \vee (x_2) \vee (x_3) \vee \\ & (\neg x_1 \wedge \neg x_2) \vee (\neg x_1 \wedge x_2) \vee (x_1 \wedge \neg x_2) \vee (x_1 \wedge x_2) \vee \\ & (\neg x_1 \wedge \neg x_3) \vee (\neg x_1 \wedge x_3) \vee (x_1 \wedge \neg x_3) \vee (x_1 \wedge x_3) \vee \\ & (\neg x_2 \wedge \neg x_3) \vee (\neg x_2 \wedge x_3) \vee (x_2 \wedge \neg x_3) \vee (x_2 \wedge x_3) \end{aligned}$$

$h_0 \leftrightarrow g$?

E: **Ez.** $b_1 = (T, T, T)$ balorazioarekin g -ren balioa F da eta h_0 -ren balioa T da.

A: $b_1 = (T, T, T)$ balorazioarentzat h_0 -ren balioa eta g -ren balioa berdinak izan daitezten, balorazio horrekin T diren h_0 -ren osagaiak ezabatuko dira:

$$\begin{aligned} h_0 = & (\neg x_1) \vee (\neg x_2) \vee (\neg x_3) \vee \underline{(x_1)} \vee \underline{(x_2)} \vee \underline{(x_3)} \vee \\ & (\neg x_1 \wedge \neg x_2) \vee (\neg x_1 \wedge x_2) \vee (x_1 \wedge \neg x_2) \vee \underline{(x_1 \wedge x_2)} \vee \\ & (\neg x_1 \wedge \neg x_3) \vee (\neg x_1 \wedge x_3) \vee (x_1 \wedge \neg x_3) \vee \underline{(x_1 \wedge x_3)} \vee \\ & (\neg x_2 \wedge \neg x_3) \vee (\neg x_2 \wedge x_3) \vee (x_2 \wedge \neg x_3) \vee \underline{(x_2 \wedge x_3)} \end{aligned}$$

Proposamen berria honako hau da:

$$\begin{aligned} h_1 = & (\neg x_1) \vee (\neg x_2) \vee (\neg x_3) \vee \\ & (\neg x_1 \wedge \neg x_2) \vee (\neg x_1 \wedge x_2) \vee (x_1 \wedge \neg x_2) \vee \\ & (\neg x_1 \wedge \neg x_3) \vee (\neg x_1 \wedge x_3) \vee (x_1 \wedge \neg x_3) \vee \\ & (\neg x_2 \wedge \neg x_3) \vee (\neg x_2 \wedge x_3) \vee (x_2 \wedge \neg x_3) \end{aligned}$$

$h_1 \leftrightarrow g$?

E: **Ez.** $b_2 = (F, F, F)$ balorazioarekin g -ren balioa F da eta h_1 -en balioa T da.

A: $b_2 = (F, F, F)$ balorazioarentzat h_1 -en balioa eta g -ren balioa berdinak izan daitezen, balorazio horrekin T diren h_1 -en osagaiak ezabatuko dira:

$$\begin{aligned} h_1 = & \frac{(\neg x_1)}{\quad} \vee \frac{(\neg x_2)}{\quad} \vee \frac{(\neg x_3)}{\quad} \vee \\ & \frac{(\neg x_1 \wedge \neg x_2)}{\quad} \vee (\neg x_1 \wedge x_2) \vee (x_1 \wedge \neg x_2) \vee \\ & \frac{(\neg x_1 \wedge \neg x_3)}{\quad} \vee (\neg x_1 \wedge x_3) \vee (x_1 \wedge \neg x_3) \vee \\ & \frac{(\neg x_2 \wedge \neg x_3)}{\quad} \vee (\neg x_2 \wedge x_3) \vee (x_2 \wedge \neg x_3) \end{aligned}$$

Proposamen berria honako hau da:

$$\begin{aligned} h_2 = & (\neg x_1 \wedge x_2) \vee (x_1 \wedge \neg x_2) \vee \\ & (\neg x_1 \wedge x_3) \vee (x_1 \wedge \neg x_3) \vee \\ & (\neg x_2 \wedge x_3) \vee (x_2 \wedge \neg x_3) \end{aligned}$$

$h_2 \leftrightarrow g$?

E: **Ez.** $b_3 = (T, F, F)$ balorazioarekin g -ren balioa F da eta h_2 -ren balioa T da.

A: $b_3 = (T, F, F)$ balorazioarentzat h_2 -ren balioa eta g -ren balioa berdinak izan daitezen, balorazio horrekin T diren h_2 -ren osagaiak ezabatuko dira:

$$\begin{aligned} h_2 = & (\neg x_1 \wedge x_2) \vee \frac{(x_1 \wedge \neg x_2)}{\quad} \vee \\ & (\neg x_1 \wedge x_3) \vee \frac{(x_1 \wedge \neg x_3)}{\quad} \vee \\ & (\neg x_2 \wedge x_3) \vee (x_2 \wedge \neg x_3) \end{aligned}$$

Proposamen berria honako hau da:

$$\begin{aligned} h_3 = & (\neg x_1 \wedge x_2) \vee \\ & (\neg x_1 \wedge x_3) \vee \\ & (\neg x_2 \wedge x_3) \vee (x_2 \wedge \neg x_3) \end{aligned}$$

$h_3 \leftrightarrow g$?

E: **Ez.** $b_4 = (F, T, T)$ balorazioarekin g -ren balioa F da eta h_3 -ren balioa T da.

A: $b_4 = (F, T, T)$ balorazioarentzat h_3 -ren balioa eta g -ren balioa berdinak izan daitezen, balorazio horrekin T diren h_3 -ren osagaiak ezabatuko dira:

$$\begin{aligned} h_3 = & \frac{(\neg x_1 \wedge x_2)}{\quad} \vee \\ & \frac{(\neg x_1 \wedge x_3)}{\quad} \vee \\ & (\neg x_2 \wedge x_3) \vee (x_2 \wedge \neg x_3) \end{aligned}$$

Proposamen berria honako hau da:

$$h_4 = (\neg x_2 \wedge x_3) \vee (x_2 \wedge \neg x_3)$$

$h_4 \leftrightarrow g$?

E: **Ez.** $b_5 = (T, F, T)$ balorazioarekin g -ren balioa F da eta h_4 -ren balioa T da.

A: $b_5 = (T, F, T)$ balorazioarentzat h_4 -ren balioa eta g -ren balioa berdinak izan daitezen, balorazio horrekin T diren h_4 -ren osagaiak ezabatuko dira:

$$h_4 = \frac{(\neg x_2 \wedge x_3)}{\quad} \vee (x_2 \wedge \neg x_3)$$

Proposamen berria honako hau da:

$$h_5 = (x_2 \wedge \neg x_3)$$

$h_5 \leftrightarrow g$?

E: **Bai.**