Universidad del País Vasco
Euskal Herriko Unibertsitatea
BILBOKO INGENIARITZA ESKOLA
ESCUELA DE INGENIERÍA DE BILBAO

ESTATISTIKA METODOAK INGENIARITZAN

6. ORDENAGAILU PRAKTIKA

ESTIMAZIOA

1 BANAKETAK

Aurrizkiak

Probabilitate funtzioa/Dentsitate funtzioa	d
Banaketa funtzioa	p
Zorizko baloreak sortu	r
Kuantil funtzioa	q

Banaketa jarraituak

Normala	norm
χ^2	chisq
Student-en t	t
Snedecor-en F	f

Universidad del País Vasco Euskal Herriko Unibertsitatea
BILBOKO INGENIARITZA ESKOLA
ESCUELA DE INGENIERÍA DE BILBAO

1 BANAKETEN LABURPEN TAULA

Laginketa/Estimazioa				
Banaketa	**Dentsitate funtzioa** $f(x)$**:** $P(a<X<b)=\int_a^b f(x)dx$ $\forall a,b\in\mathbb{R} \quad \vee \quad a=-\infty, b=\infty$	**Banaketa funtzioa** $F(x)$**:** $F(x)=P(X\le x)=\int_{-\infty}^{x} f(t)dt \quad \forall t\in\mathbb{R}$	**Kuantilak**	**Zorizko laginak**
Normala: $X\sim N(\mu,\sigma)$	`dnorm(x,μ,σ)`	`pnorm(x,μ,σ)`	`qnorm(pr,μ,σ)`	`rnorm(o,μ,σ)`
Pearson-en χ^2: $X\sim\chi_n^2$	`dchisq(x,ν)`	`pchisq(x,ν)`	`qchisq(pr,ν)`	`rchisq(o,ν)`
Student-en t: $X\sim t_n$	`dt(x,ν)`	`pt(x,ν)`	`qt(pr,ν)`	`rt(o,ν)`
Snedecor-en F: $X\sim F_{n,m}$	`df(x,n,m)`	`pf(x,n,m)`	`qf(pr,n,m)`	`rf(o,n,m)`

1) Notazioa: *pr*: probabilitate-bektorea; o: datu kopurua

2) p eta q funtzioetan `lower.tail=F` argumentua gehi daiteke, defektuz R-k `lower.tail=T definitua dauka, lower.tail=F` argumentua gehituz gero $1-F(x)=P(X>x) \quad \forall x$ probabilitatea kalkulatzen da.

2 ESTIMAZIORAKO FUNTZIOAK (KOMANDOAK)

KONFIANTZA-TARTEA	KOMANDOA
Batezbestekoa (μ)	t.test(lagina)$conf
Bariantza (σ^2)	-----
Barientzen arteko zatiketa (σ_1^2/σ_2^2)	var.test(lehen lagina, bigarren lagina)$conf
Batezbestekoen arteko diferentzia (μ_1-μ_2)	t.test(lehen lagina, bigarren lagina)$conf
Proportzioa (p)	prop.test(x,n)$conf

3 ESTIMAZIOA ADIBIDEAK

1. **Tratamendu planta batean 10 egunetan uretako kloro mailak neurtzen dira. Emaitzak: 2.2,1.9,1.7,1.6,1.7,1.8,1.7,1.9,2.0,2.0. Banaketa normala da.**

a) X = kloro maila, kalkulatu μ eta σ-ren puntu estimazioa

```
>kloromaila <- c(2.2,1.9,1.7,1.6,1.7,1.8,1.7,1.9,2.0,2.0)
>kloromaila
[1] 2.2 1.9 1.7 1.6 1.7 1.8 1.7 1.9 2.0 2.0

>mean(kloromaila)
[1] 1.85

> var(kloromaila)
[1] 0.03388889

> sd(kloromaila)
[1] 0.1840894
```

Universidad del País Vasco Euskal Herriko Unibertsitatea
BILBOKO INGENIARITZA ESKOLA
ESCUELA DE INGENIERÍA DE BILBAO

3

ESTIMAZIOA ADIBIDEAK

1. **Tratamendu planta batean 10 egunetan uretako kloro mailak neurtzen dira. Emaitzak: 2.2,1.9,1.7,1.6,1.7,1.8,1.7,1.9,2.0,2.0**

b) %95-ko konfiantza mailaz μ-ren konfiantza-tartea

```
>t.test(kloromaila)$conf #σ ezezaguna banaketa normala (R-k Student-en t erabiltzen du)
[1] 1.71831 1.98169
attr(,"conf.level")
[1] 0.95

#Espresioa R-n idatziz
> xmarra <- mean(kloromaila)
>S <- sd(kloromaila)
> 0.05/2
[1] 0.025

> KT95 <-c(xmarra-qt(0.025,9,lower.tail=F)*S/sqrt(10), xmarra+qt(0.025,9,lower.tail=F)*S/sqrt(10))
> KT95
[1] 1.71831 1.98169
```

$$I_{\mu}^{1-\alpha} = \left[\bar{X} - t_{n-1;\alpha/2}.{}^{S}/_{\sqrt{n}}, \bar{X} + t_{n-1;\alpha/2}.{}^{S}/_{\sqrt{n}}\right]$$

Universidad del País Vasco Euskal Herriko Unibertsitatea

BILBOKO INGENIARITZA ESKOLA ESCUELA DE INGENIERÍA DE BILBAO

3

ESTIMAZIOA ADIBIDEAK

1. **Tratamendu planta batean 10 egunetan uretako kloro mailak neurtzen dira. Emaitzak: 2.2,1.9,1.7,1.6,1.7,1.8,1.7,1.9,2.0,2.0**

c) %99-ko konfiantza mailaz μ-ren konfiantza-tartea

```
>t.test(kloromaila, conf.level=0.99)$conf #σ ezezaguna banaketa normala
[1] 1.660814 2.039186
attr(,"conf.level")
[1] 0.99

#Espresioa R-n idatziz
> xmarra <- mean(kloromaila)
>S <- sd(kloromaila)
> 0.01/2
[1] 0.005

> KT99 <-c(xmarra-qt(0.005,9,lower.tail=F)*S/sqrt(10), xmarra+qt(0.005,9,lower.tail=F)*S/sqrt(10))
> KT99
[1] 1.660814 2.039186
```

$$I_{\mu}^{1-\alpha} = \left[\bar{X} - t_{n-1;\alpha/2}.\,{}^{S}/_{\sqrt{n}}, \bar{X} + t_{n-1;\alpha/2}.\,{}^{S}/_{\sqrt{n}}\right]$$

3

ESTIMAZIOA ADIBIDEAK

1. **Tratamendu planta batean 10 egunetan uretako kloro mailak neurtzen dira. Emaitzak: 2.2,1.9,1.7,1.6,1.7,1.8,1.7,1.9,2.0,2.0**

d) %95-ko konfiantza mailaz σ^2-ren konfiantza-tartea

$$I_{\sigma^2}^{1-\alpha} = \left[\frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{n-1;\alpha/2}}, \frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{n-1;1-\alpha/2}}\right]$$

Ez dago komandorik. Espresioa R-n idatzi egin behar da.

μ **ezezaguna banaketa normala**

```
#Espresioa R-n idatziz
>KTsigma95<-c(9*var(kloromaila)/qchisq(0.975,9),9*var(kloromaila)/qchisq(0.025,9))
>KTsigma95
[1] 0.01603342 0.11294667
```

e) %99-ko konfiantza mailaz σ^2-ren konfiantza-tartea

```
>KTsigma99<-c(9*var(kloromaila)/qchisq(0.995,9),9*var(kloromaila)/qchisq(0.005,9))
>KTsigma99
[1] 0.01292956 0.17579931
```

Universidad del País Vasco Euskal Herriko Unibertsitatea
BILBOKO INGENIARITZA ESKOLA
ESCUELA DE INGENIERÍA DE BILBAO

3

ESTIMAZIOA ADIBIDEAK

2. **Banaketa binomiala jarraitzen duten lote bateko pieza akastunen proportzioa estimatu, 150 piezatatik 12 akastunak aurkitu badira.**

```
> 12/150 #p-ren puntu estimazioa
[1] 0.08

> prop.test(12,150)$conf
[1] 0.04388586 0.13863413
attr(,"conf.level")
[1] 0.95
```

$$I_p^{1-\alpha} = \left[\hat{p} - z_{\alpha/2}\cdot\sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}}, \hat{p} + z_{\alpha/2}\cdot\sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}}\right]$$

```
#Espresioa R-n idatziz
> p<-0.08;q<-0.92
> P95 <-c(p-qnorm(0.025,9,lower.tail=F)*sqrt(p*q/150), p+qnorm(0.025,9,lower.tail=F)*sqrt(p*q/150))
> P95
```

3

ESTIMAZIOA ADIBIDEAK

3. **Bi denden fakturazioetan alde esanguratsurik dagoen aztertzeko, salmenta datuak zenbatzen dira 11 egunetan zehar A-n eta 10 egunetan zehar B-n. Datu hauek Salmentak.txt artxiboan aurkitzen dira.**

a) Batezbesteko eta bariantza-ren puntu estimazioa

```
>datuak <- read.table("Salmentak.txt",header=T)#Datuak irakurri
>attach(datuak)#Datuak eskuragarri
>SalmentaA
[1] 1320 1495 990 1250 12900 1900 1500 1100 1250 1100 1930
>SalmentaB
[1] 1110 1405 985 1290 1300 1705 1200 1105 1150 1210 NA

>mean(SalmentaA)
[1] 1246
>mean(SalmentaB,na.rm=T) #Datu galduak (NA) kontuan ez hartzeko
[1] 2430.455
>var(SalmentaA)
[1] 12151922
> var(SalmentaB,na.rm=T)
[1] 39993.33
```

Universidad del País Vasco Euskal Herriko Unibertsitatea | BILBOKO INGENIARITZA ESKOLA ESCUELA DE INGENIERÍA DE BILBAO

3

ESTIMAZIOA ADIBIDEAK

3. Bi denden fakturazioetan alde esanguratsurik dagoen aztertzeko, salmenta datuak zenbatzen dira 11 egunetan zehar A-n eta 10 egunetan zehar B-n. Datu hauek Salmentak.txt artxiboan aurkitzen dira.

b) %95-eko konfiantza mailaz, bariantzaren zatiduraren tarte estimazioa

```
>var.test(SalmentaA,SalmentaB)$conf
[1] 76.65465 1148.23288
attr(,"conf.level")
[1] 0.95 #Ondoriozta daiteke bariantzak ezberdinak direla, "1" tartearen barruan ez baitago.
```

c) %95-eko konfiantza mailaz, batezbestekoen kenduraren tarte estimazioa

```
>t.test(SalmentaA,SalmentaB,var.equal=F)$conf #Bariantzak ezberdinak direla ikusi dugunez, var.equal=F aukeratu behar dugu, baina ez da behrrezkoa idaztea defektuz horrela baitago R-n. Beraz, soilik var.equal=T denean jarri beharko genuke.
[1] -1159.397 3528.307
attr(,"conf.level")
[1] 0.95
```

3 ESTIMAZIOA ADIBIDEAK

4. Eraiki banaketa normal bat jarraitzen duen 100 elementuko lagin bat N(10,2).

```
>baloreak <- rnorm(100,10,2) #Baloreak sortu
```

a) Kalkulatu %95eko konfiantza-mailaz batezbestekoaren konfiantza-tartea.

```
>t.test(baloreak)$conf
[1] 9.786608 10.508501
attr(,"conf.level")
[1] 0.95
```

b) Zenbat balio geratzen dira tartearen kanpoan?

```
>N1<-length(which(baloreak<=9.786608))
>N2<-length(which(baloreak>=10.508501))
>N1+N2
[1] 78
```