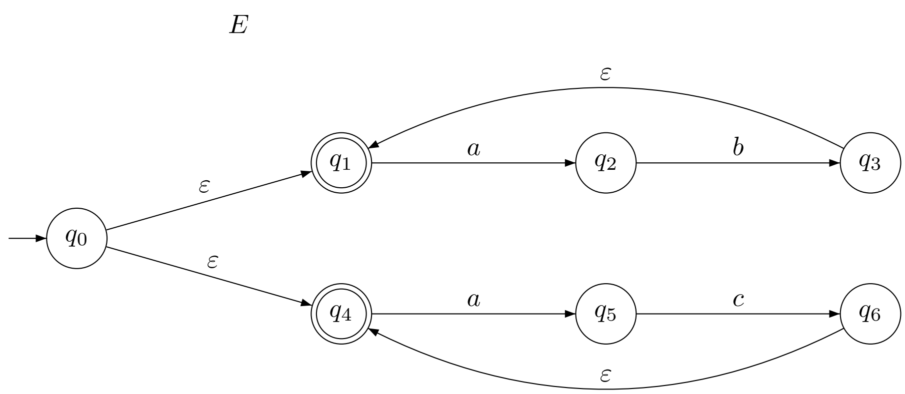
Lengoaiak, Konputazioa eta Sistema Adimendunak

3. gaiko bigarren zatia
Bilboko IITUE
1,3 puntu
Ebazpena

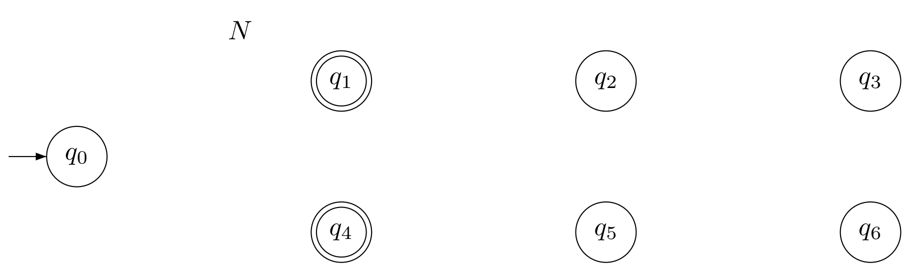
2015-12-10

1 ε-AFED bati dagokion AFED-a kalkulatu (0,300 puntu)

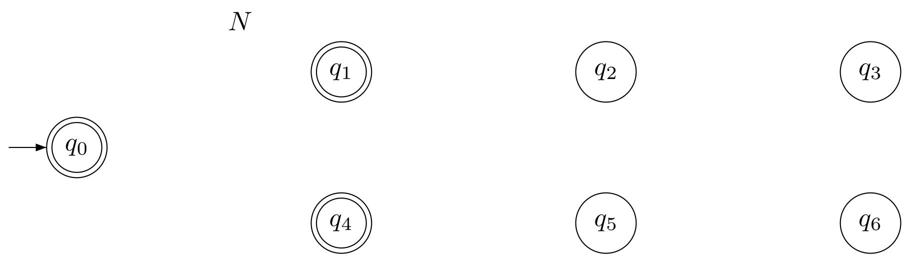
$A = \{a, b, c\}$ alfabetoaren gainean definitutako honako ε-AFED honen baliokidea den AFED-a kalkulatu klasean aurkeztutako era jarraituz:



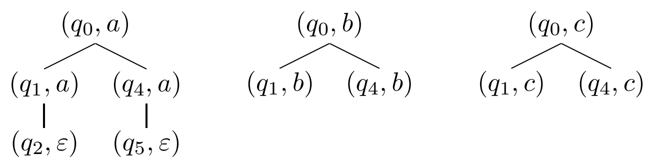
E ε-AFED-ari dagokion N AFED-ak egoera-kopuru bera izango du eta gainera E ε-AFED-an bi zirkulu dituzten egoerak AFED-an ere bi zirkuludunak izango dira:



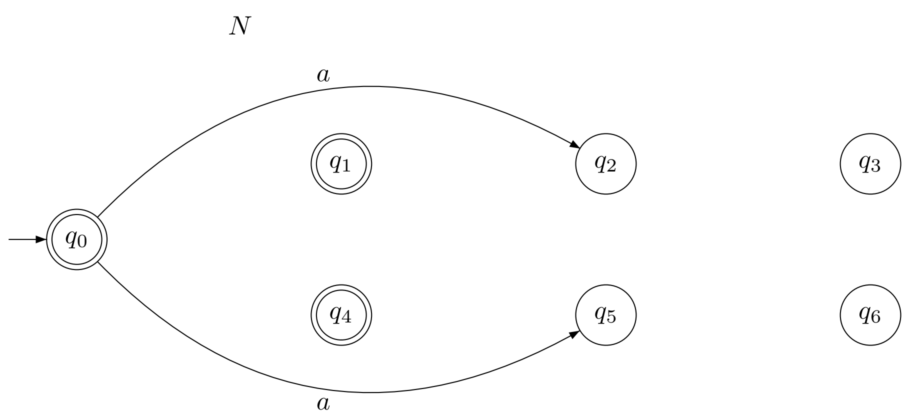
Jarraian q_0 egoerak bi zirkulu izango al dituen erabaki behar izaten da. ε sinboloa duten geziak bakarrik jarraituz q_0-tik bi zirkulu dituen egoeraren batera iristea baldin badago, orduan q_0-k ere bi zirkulu izango ditu. Kasu honetan horrela da, izan ere, q_1 eta q_4 egoeretara irits gaitezke ε trantsizioak jarraituz. Beraz, q_0 egoerak ere bi zirkulu izango ditu.



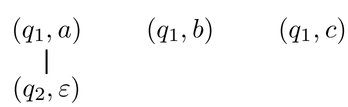
Orain egoera bakoitzetik sinbolo bakoitzarekin zein egoeretara iritsi gaitezkeen kalkulatu beharko da. Hasteko q_0 egoera aztertuko dugu:



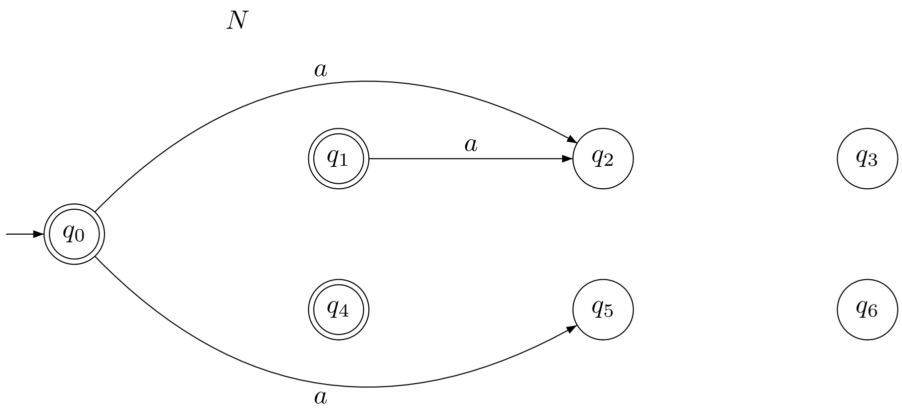
ε duten konfigurazioetako egoeretara ipini beharko da gezia. Beraz q_0-tik bi gezi aterako dira. Gezi horiek q_2-ra eta q_5-era joango dira (q_2, ε) eta (q_5, ε) konfigurazioak lortu direlako. Gezi horiek a sinboloa izango dute:



Orain q_1 egoera aztertuko dugu:



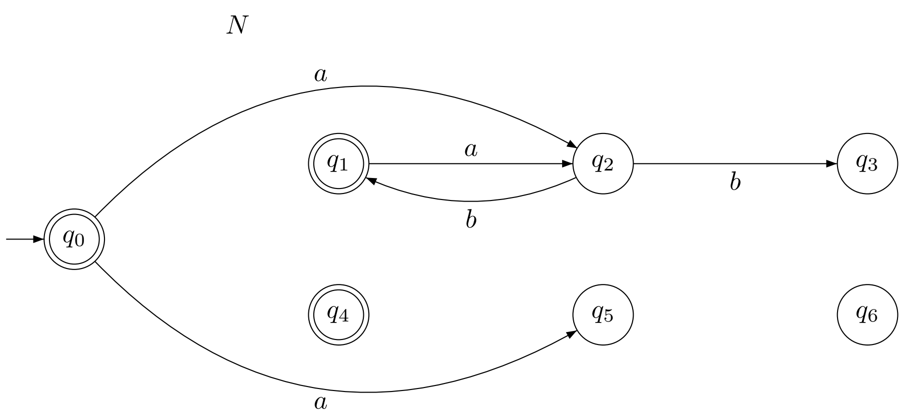
ε duten konfigurazioetako egoeretara ipini beharko da gezia. Beraz q_1-etik gezi bakarra aterako da. Gezi hori q_2-ra joango da (q_2, ε) konfigurazioa lortu delako. Gezi horrek a sinboloa izango du:



Orain q_2 egoera aztertuko dugu:

$$\begin{array}{ccc} (q_2, a) & (q_2, b) & (q_2, c) \\ & | & \\ & (q_3, \varepsilon) & \\ & | & \\ & (q_1, \varepsilon) & \end{array}$$

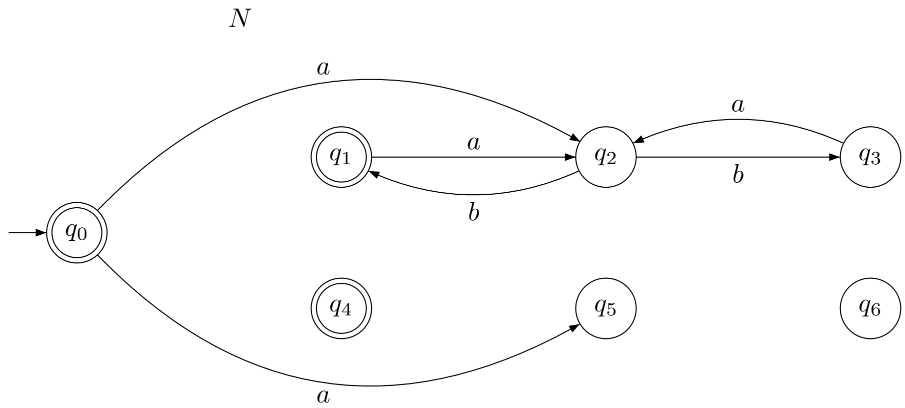
ε duten konfigurazioetako egoeretara ipini beharko da gezia. Beraz q_2-tik bi gezi aterako dira. Gezi horiek q_3 eta q_1-era joango dira, (q_3, ε) eta (q_1, ε) konfigurazioak lortu baitira. Gezi horiek b sinboloa izango dute:



Orain q_3 egoera aztertuko dugu:

$$\begin{array}{ccc} (q_3, a) & (q_3, b) & (q_3, c) \\ | & | & | \\ (q_1, a) & (q_1, b) & (q_1, c) \\ | & & \\ (q_2, \varepsilon) & & \end{array}$$

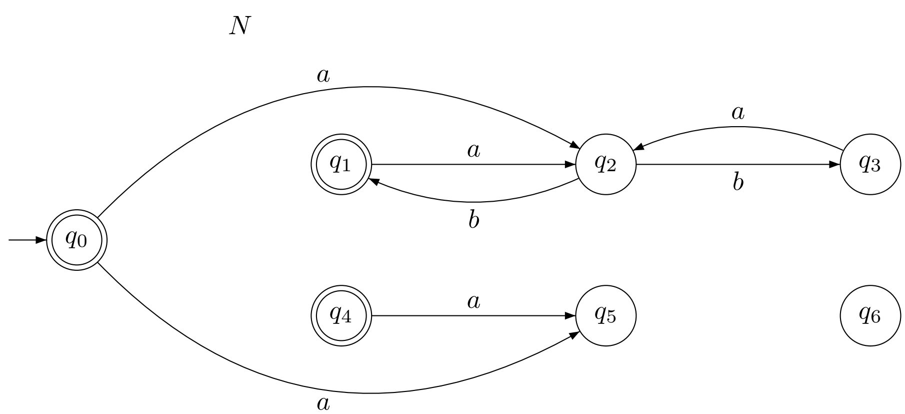
ε duten konfigurazioetako egoeretara ipini beharko da gezia. Beraz, q_3-tik gezi bat aterako da. Gezi hori q_2-ra joango da (q_2, ε) konfigurazioa lortu delako. Gezi horrek a sinboloa izango du:



Orain q_4 egoera aztertuko dugu:

$$\begin{array}{ccc}(q_4, a) & (q_4, b) & (q_4, c)\\ | & & \\ (q_5, \varepsilon) & & \end{array}$$

ε duten konfigurazioetako egoeretara ipini beharko da gezia. Beraz, q_4-tik gezi bakarra aterako da. Gezi hori q_5-era joango da (q_5, ε) konfigurazioa lortu delako. Gezi horrek a sinboloa izango du:

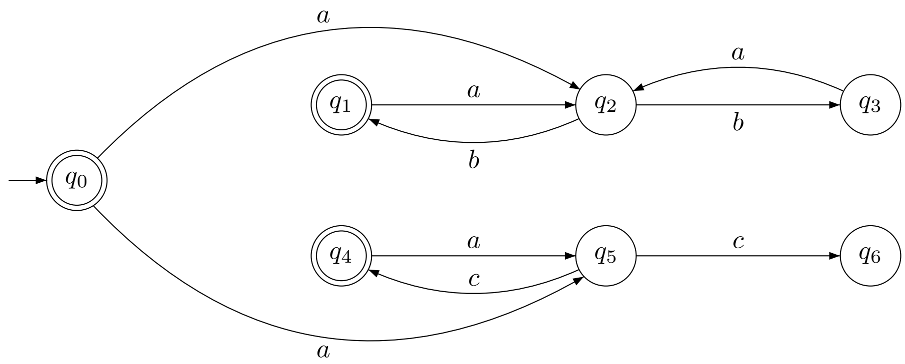


Orain q_5 egoera aztertuko dugu:

$$\begin{array}{ccc}(q_5, a) & (q_5, b) & (q_5, c)\\ & & | \\ & & (q_6, \varepsilon)\\ & & | \\ & & (q_4, \varepsilon)\end{array}$$

ε duten konfigurazioetako egoeretara ipini beharko da gezia. Beraz, q_5-etik bi gezi aterako dira. Gezi horiek q_6 eta q_4 egoeretara joango dira (q_6, ε) eta (q_4, ε) konfigurazioak lortu baitira. Gezi horiek c sinboloa izango dute:

N

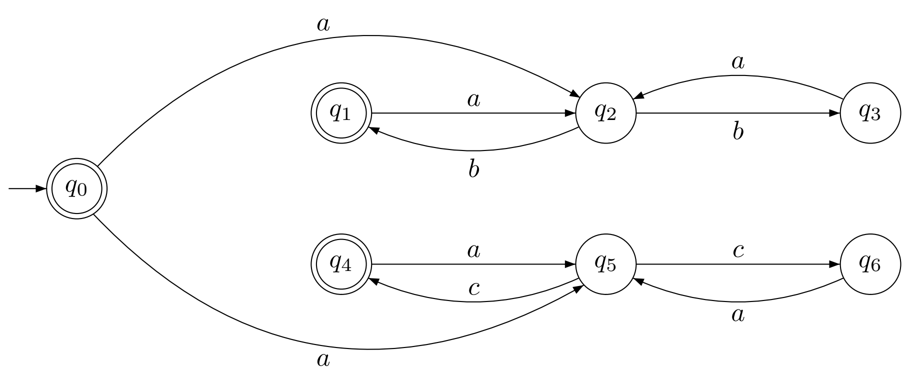


Orain q_6 egoera aztertuko dugu:

$$\begin{array}{ccc} (q_6, a) & (q_6, b) & (q_6, c) \\ | & | & | \\ (q_4, a) & (q_4, b) & (q_4, c) \\ | & & \\ (q_5, \varepsilon) & & \end{array}$$

ε duten konfigurazioetako egoeretara ipini beharko da gezia. Beraz, q_6-tik gezi bat aterako da. Gezi hori q_5 egoerara joango da (q_5, ε) konfigurazioa lortu baita. Gezi horrek a sinboloa izango du:

N

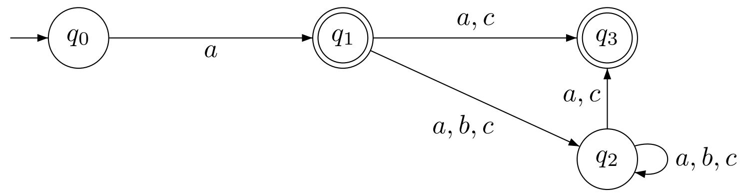


Eta hori da lortu nahi genuen AFED-a.

2 AFED bati dagokion AFD-a kalkulatu (0,300 puntu)

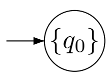
$A = \{a, b, c\}$ alfabetoaren gainean definitutako honako AFED honen baliokidea den AFD-a kalkulatu klasean aurkeztutako era jarraituz:

N

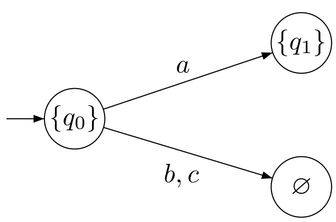


Jarraian AFED horri dagokion AFD-a kalkulatuko da. Urratsez urrats egingo da, urrats bakoitzean sortzen diren egoerak azalduz. Bukaeran egoerak berrizendatu egingo dira:

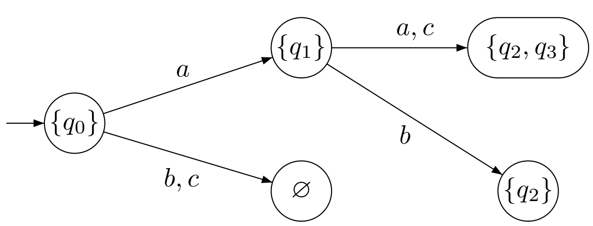
- Beti bezala, hasierako egoera $\{q_0\}$ izango da.



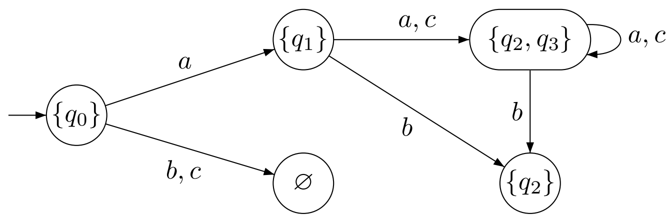
- $\{q_0\}$ egoeratik aterako diren trantsizioak kalkulatuko dira orain:
  $\nu^*(\{q_0\}, a) = \{q_1\}$, $\nu^*(\{q_0\}, b) = \varnothing$ eta $\nu^*(\{q_0\}, c) = \varnothing$



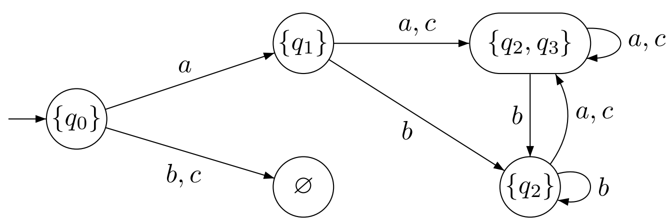
- Lehenengo $\{q_1\}$ egoera aztertuko dugu eta hor alde batetik $\nu^*(\{q_1\}, a) = \nu(q_1, a) = \{q_2, q_3\}$ da. Beste aldetik, $\nu^*(\{q_1\}, b) = \nu(q_1, b) = \{q_2\}$. Azkenik, $\nu^*(\{q_1\}, c) = \nu(q_1, c) = \{q_2, q_3\}$.



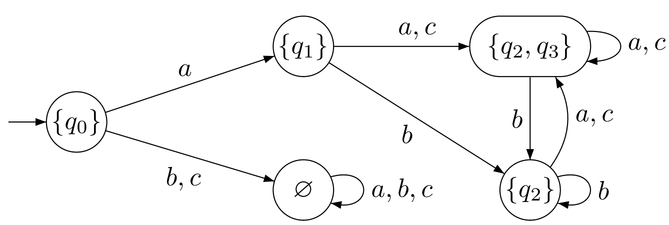
- Orain $\{q_2, q_3\}$ egoera hartuz, $\nu^*(\{q_2, q_3\}, a) = \nu(q_2, a) \cup \nu(q_3, a) = \{q_2, q_3\} \cup \varnothing = \{q_2, q_3\}$. Bestalde, $\nu^*(\{q_2, q_3\}, b) = \nu(q_2, b) \cup \nu(q_3, b) = \{q_2\} \cup \varnothing = \{q_2\}$. Eta c-ren kasuan, $\nu^*(\{q_2, q_3\}, c) = \nu(q_2, c) \cup \nu(q_3, c) = \{q_2, q_3\} \cup \varnothing = \{q_2, q_3\}$.



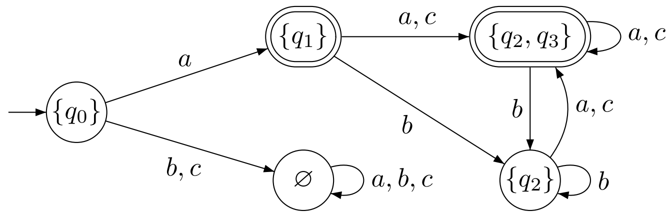
- Jarraian $\{q_2\}$ egoera hartuz, alde batetik $\nu^*(\{q_2\}, a) = \nu(q_2, a) = \{q_2, q_3\}$. Bestalde, $\nu^*(\{q_2\}, b) = \nu(q_2, b) = \{q_2\}$. Gainera, $\nu^*(\{q_2\}, c) = \nu(q_2, c) = \{q_2, q_3\}$.



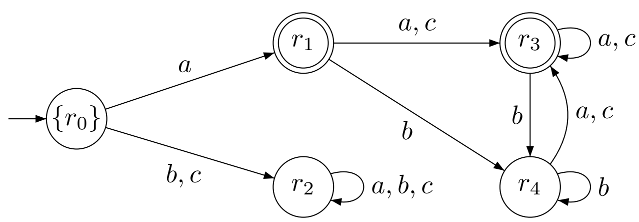
- Jarraian $\varnothing$ egoera hartuz, alde batetik $\nu^*(\varnothing, a) = \varnothing$, beste aldetik, $\nu^*(\varnothing, b) = \varnothing$ eta, bukatzeko, $\nu^*(\varnothing, c) = \varnothing$.



- Trantsizio denak ipini ditugunez, bi zirkulu izango dituzten egoerak zein izango diren zehaztea geratzen da. Hain zuzen ere, hasierako AFED-an bi zirkulu dituen egoeraren bat duten egoerak izango dira bi zirkuludunak AFD honetan. Beraz, $\{q_1\}$ eta $\{q_2, q_3\}$ egoerek bi zirkulu izango dituzte.



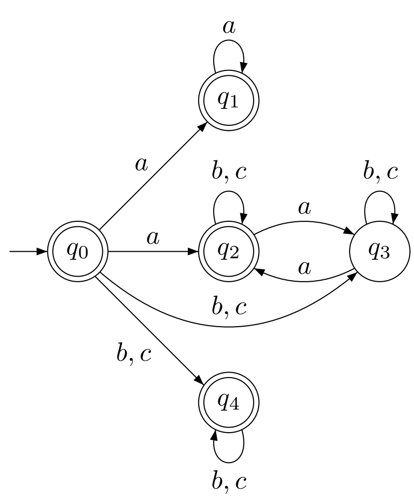
- Bukatzeko, egoerak berrizendatuko ditugu: $r_0 = \{q_0\}$, $r_1 = \{q_1\}$, $r_2 = \varnothing$, $r_3 = \{q_2, q_3\}$ eta $r_4 = \{q_2\}$



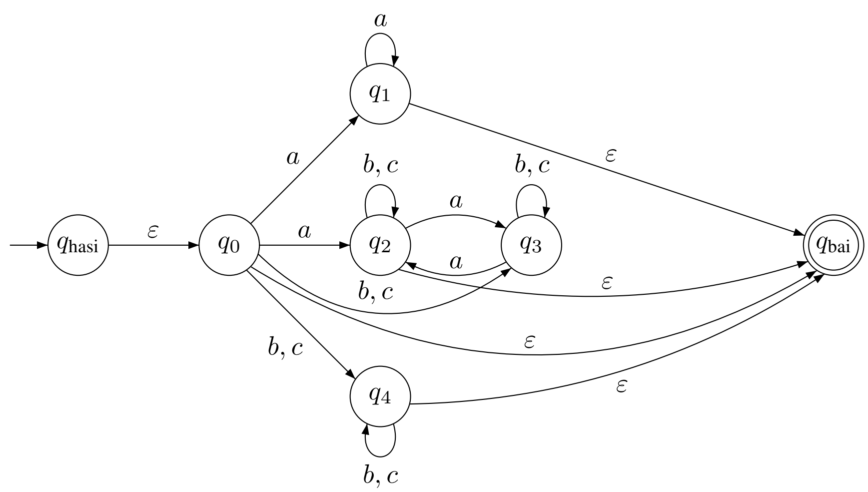
3 Automata finitu bati dagokion lengoaia erregularra kalkulatu (0,300 puntu)

$A = \{a, b, c\}$ alfabetoaren gainean definitutako honako AF honi dagokion lengoaia erregularra kalkulatu klasean aurkeztutako metodoa jarraituz:

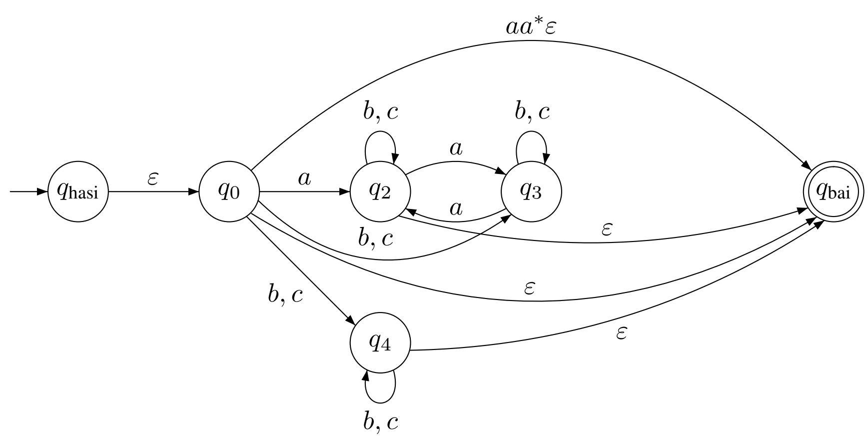
N'



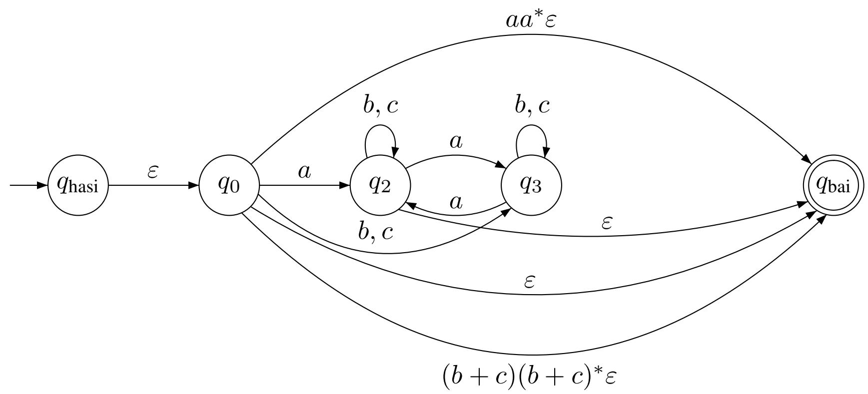
Lehenengo urrats bezala q_{hasi} eta q_{bai} egoerak ipiniko ditugu. Hasierako automatan bi zirkulu dituen egoera bakoitzetik gezi bat ipini beharko da q_{bai} egoerara.



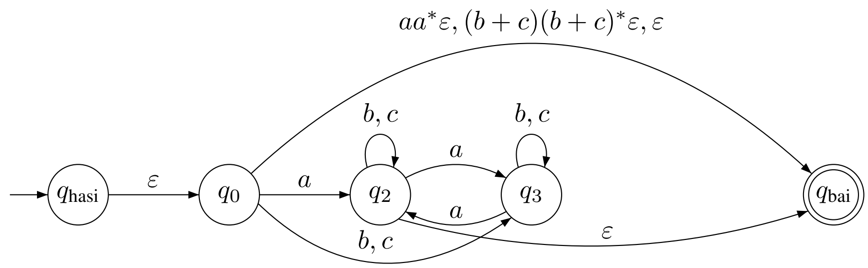
Orain q_1 ezabatuko dugu:



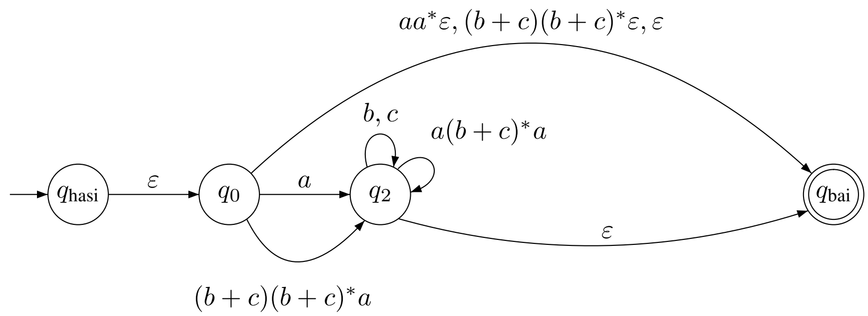
Orain q_4 ezabatuko da:



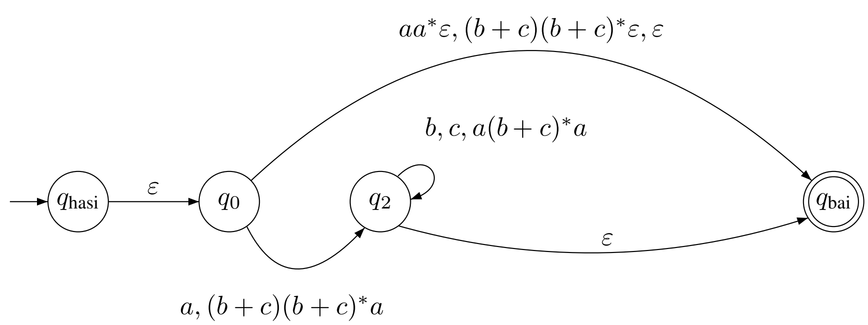
Bi egoeren artean bi gezi edo gehiago ditugunean, gezi bakarra ipini ohi dugu, sinboloak komaz bereiziz, beraz, q_0 eta q_{bai} egoeren artean dauden hiru geziren ordez gezi bakarra ipiniko dugu, hiru espresioak komaz bereiziz:



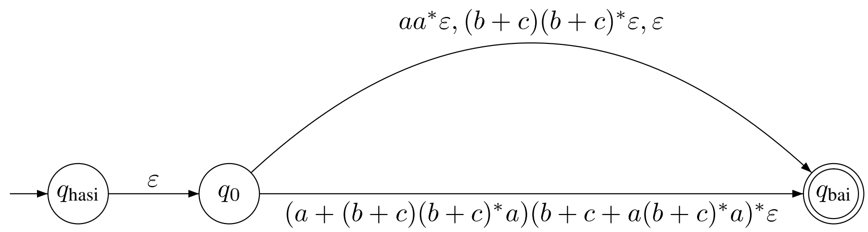
Jarraian q_3 kenduko dugu. q_3-tik bi bide igarotzen dira: q_2-tik q_2-ra doana eta q_0-tik q_2-ra doana.



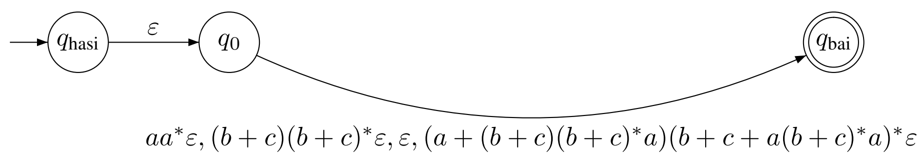
orain q_0-tik q_2-ra gezi bakarra ipiniko dugu, espresio biak komaz bereiziz. Era berean, q_2-tik q_2-ra ere gezi bakarra ipiniko dugu komaz bereizitako hiru espresiorekin.



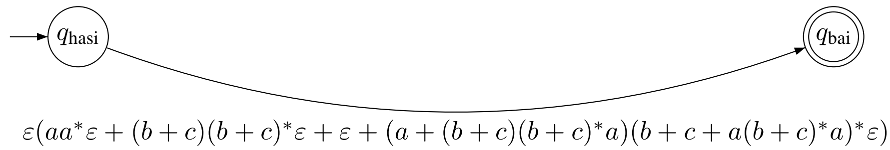
Orain q_2 kenduko dugu:



Bi egoeren artean bi gezi edo gehiago ditugunean, gezi bakarra ipini ohi dugu, sinboloak komaz bereiziz:



Azkenik q_0 ezabatuko da:



Beraz, honako lengoaia lortu da:

$$\varepsilon(aa^*\varepsilon + (b+c)(b+c)^*\varepsilon + \varepsilon + (a+(b+c)(b+c)^*a)(b+c+a(b+c)^*a)^*\varepsilon)$$

Espresio hori $\varepsilon\beta$ edo $\beta\varepsilon$ erako espresioak β espresioaz ordezkatuz sinplifika daiteke. Izan ere, $\varepsilon\beta$ edo $\beta\varepsilon$ egitura duen espresio bat hartzen badugu, espresio hori β espresioaren baliokidea izango da. Bestalde, $\varepsilon + \beta$ edo $\beta + \varepsilon$ egitura duen espresio bat hartzen badugu, espresio hori orokorrean ez da izango β espresioaren baliokidea. Beraz, honako hau geldituko zaigu:

$$aa^* + (b+c)(b+c)^* + \varepsilon + (a+(b+c)(b+c)^*a)(b+c+a(b+c)^*a)^*$$

4 Lengoaia erregularra dela frogatu (0,100 puntu)

$A = \{a, b, c\}$ alfabetoaren gainean definitutako honako lengoaia hau erregularra dela frogatu klasean aurkeztutako bidea jarraituz:

$$\{w \mid w \in A^* \wedge \exists u, v, x(u \in A^* \wedge v \in A^* \wedge x \in A^* \wedge |u| = 3 \wedge |u|_a = 0 \wedge |x| = 3 \wedge |x|_a = 0 \wedge w = uvx)\}$$

Adibidez, $cccccc$, $ccbcbb$, $bccabaabbb$ eta $cbbbbccbcc$ hitzak lengoaia horretakoak dira baina ε, a, bb, aa, $cabbcaa$, $abbba$, $abcbcabca$ eta $bacbaacba$ hitzak ez dira lengoaia horretakoak.

Lengoaia hori erregularra da bilkura $(+)$, kateaketa eta itxidura $(*)$ erabiliz adieraz daitekeelako:

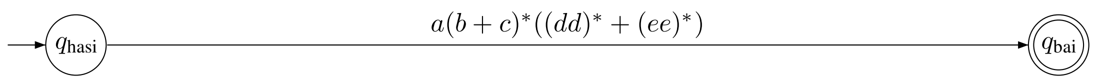
$$(b+c)(b+c)(b+c)(a+b+c)^*(b+c)(b+c)(b+c)$$

5 Lengoaia erregular bati dagokion automata finitua kalkulatu (0,300 puntu)

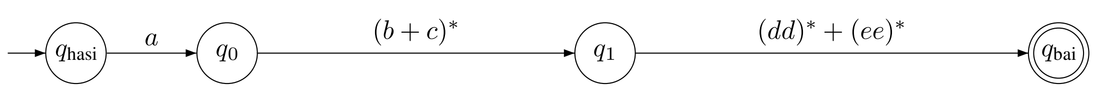
$A = \{a, b, c, d, e\}$ alfabetoaren gainean definitutako honako lengoaia erregular honi dagokion automata finitua kalkulatu klasean aurkeztutako prozedura jarraituz:

$$a(b+c)^*((dd)^* + (ee)^*)$$

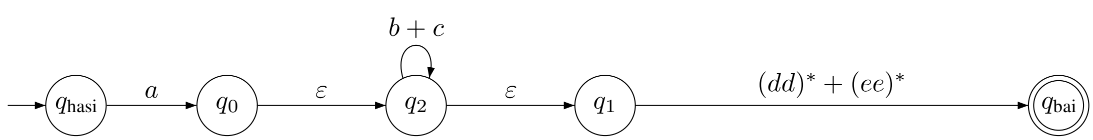
Hasteko, q_{hasi} eta q_{bai} egoerak sortu eta bien arteko gezian espresio osoa ipini:



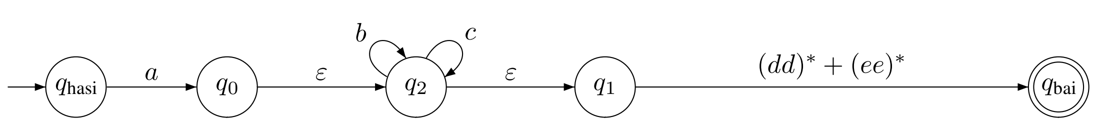
Orain espresio horretan kateatuta dauden hiru zati bereiziko ditugu: a, $(b+c)^*$ eta $(dd)^* + (ee)^*$



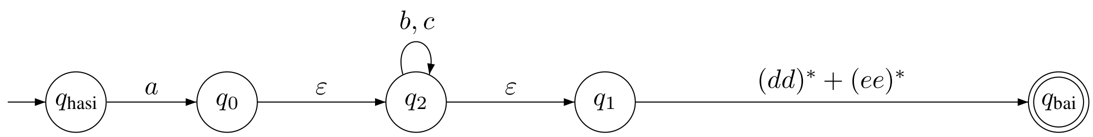
Orain $(b+c)^*$ espresioa garatuko dugu:



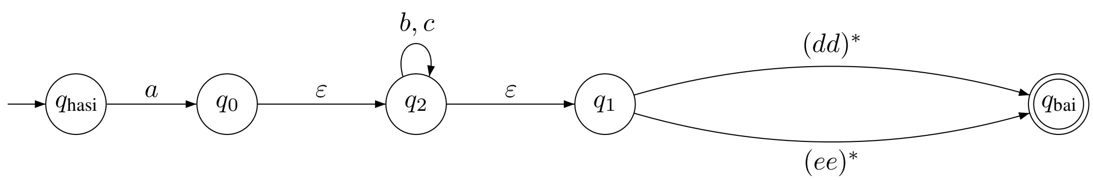
Orain $(b+c)$ espresioa garatuko dugu:



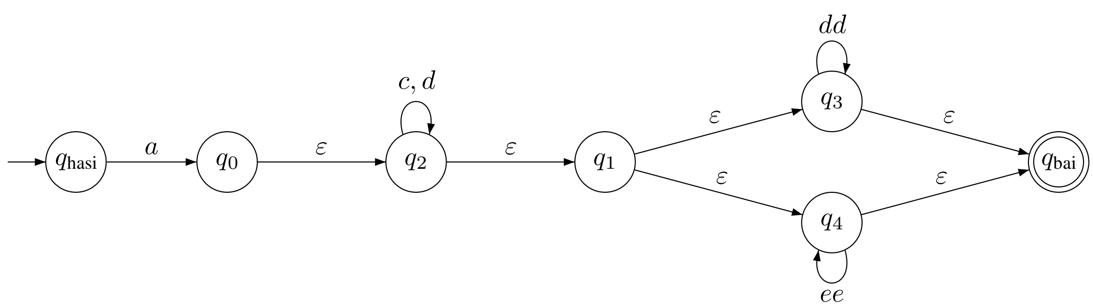
Jarraian q_2 egoeran ditugun bi begiztak begizta bakar batez ordezkatuko ditugu, espresio biak komaz bereiziz:



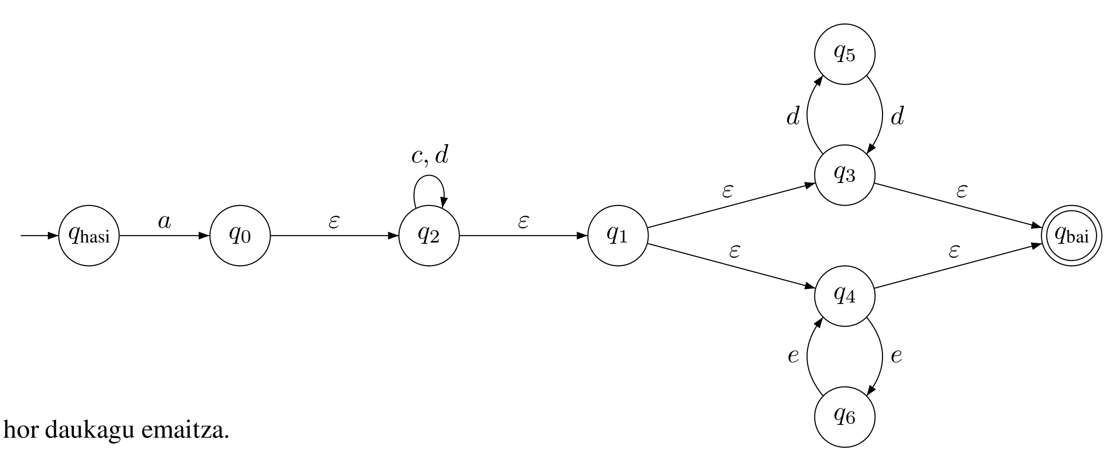
Orain $(dd)^* + (ee)^*$ espresioa garatuko dugu:



Orain $(dd)^*$ eta $(ee)^*$ espresioak garatuko ditugu:



Jarraian dd eta ee espresioak garatuko ditugu, alde batetik d eta d bereiziz eta, beste aldetik, e eta e bereiziz:



Eta hor daukagu emaitza.