Lengoaiak, Konputazioa eta Sistema Adimendunak

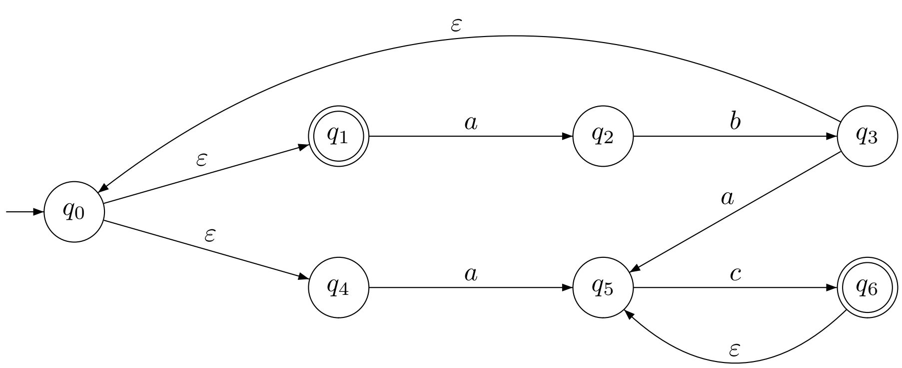
3. gaiko bigarren zatia
Bilboko Ingeniaritza Eskola (UPV/EHU)
1,3 puntu
Ebazpena

2016-01-11

1 ε-AFED bati dagokion AFED-a kalkulatu (0,300 puntu)

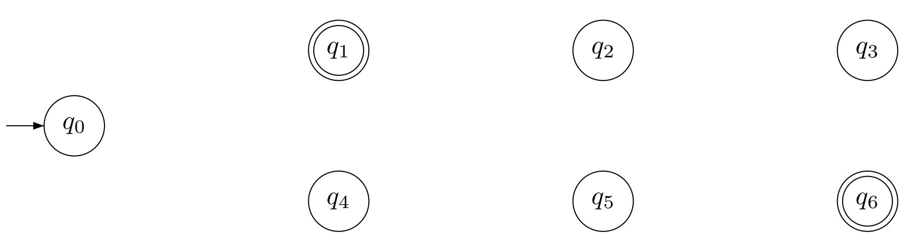
$A = \{a, b, c\}$ alfabetoaren gainean definitutako honako ε-AFED honen baliokidea den AFED-a kalkulatu klasean aurkeztutako era jarraituz:

E



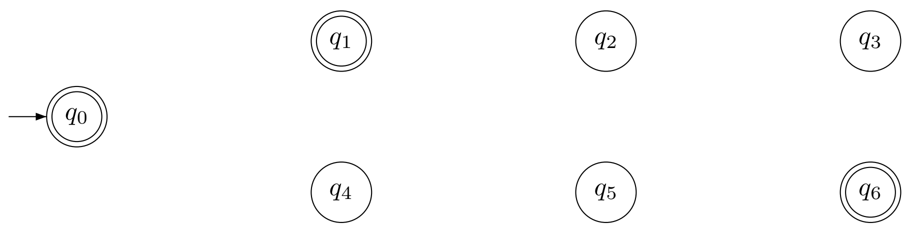
E ε-AFED-ari dagokion N AFED-ak egoera-kopuru bera izango du eta gainera E ε-AFED-an bi zirkulu dituzten egoerak AFED-an ere bi zirkuludunak izango dira:

N

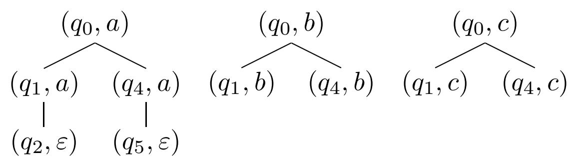


Jarraian q_0 egoerak bi zirkulu izango al dituen erabaki behar izaten da. ε sinboloa duten geziak bakarrik jarraituz q_0-tik bi zirkulu dituen egoeraren batera iristea baldin badago, orduan q_0-k ere bi zirkulu izango ditu. Kasu honetan horrela da, izan ere, q_1 egoerara irits gaitezke ε trantsizioak jarraituz. Beraz, q_0 egoerak ere bi zirkulu izango ditu.

N

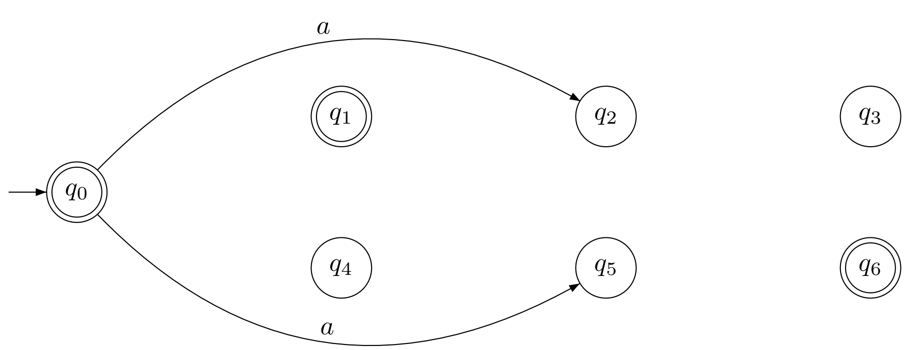


Orain egoera bakoitzetik sinbolo bakoitzarekin zein egoeretara iritsi gaitezkeen kalkulatu beharko da. Hasteko q_0 egoera aztertuko dugu:

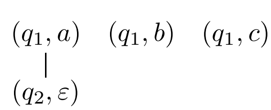


ε duten konfigurazioetako egoeretara ipini beharko da gezia. Beraz q_0-tik bi gezi aterako dira. Gezi horiek q_2-ra eta q_5-era joango dira (q_2, ε) eta (q_5, ε) konfigurazioak lortu direlako. Gezi horiek a sinboloa izango dute:

N

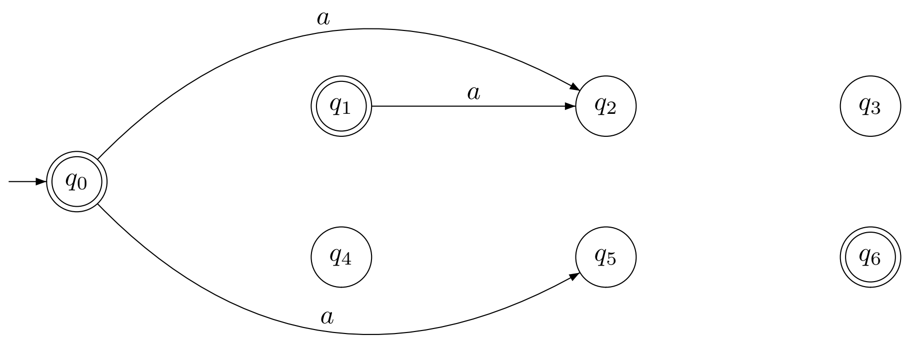


Orain q_1 egoera aztertuko dugu:

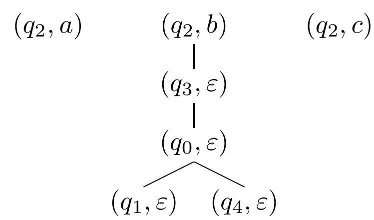


ε duten konfigurazioetako egoeretara ipini beharko da gezia. Beraz q_1-etik gezi bakarra aterako da. Gezi hori q_2-ra joango da (q_2, ε) konfigurazioa lortu delako. Gezi horrek a sinboloa izango du:

N

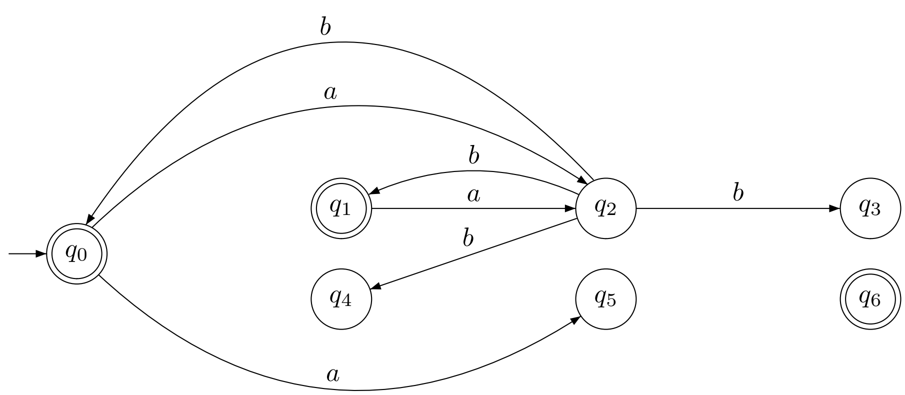


Orain q_2 egoera aztertuko dugu:

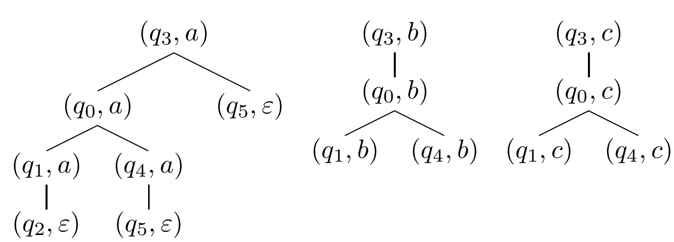


ε duten konfigurazioetako egoeretara ipini beharko da gezia. Beraz q_2-tik lau gezi aterako dira. Gezi horiek q_3, q_0, q_1 eta q_4-ra joango dira, (q_3, ε), (q_0, ε), (q_1, ε) eta (q_4, ε) konfigurazioak lortu baitira. Gezi horiek b sinboloa izango dute:

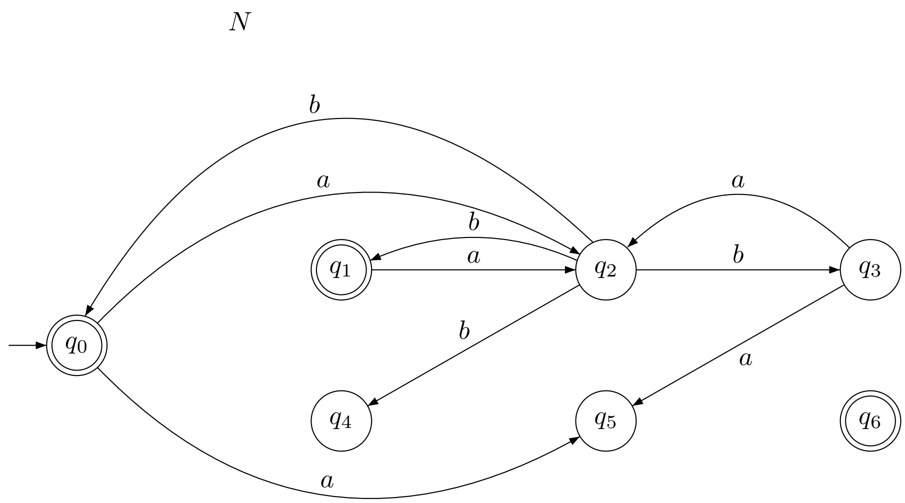
N



Orain q_3 egoera aztertuko dugu:



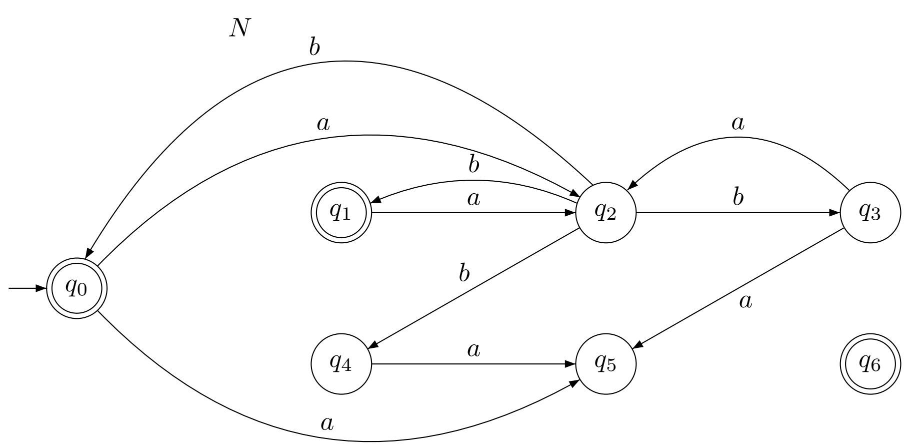
ε duten konfigurazioetako egoeretara ipini beharko da gezia. Horrelako hiru konfigurazio lortu dira: (q_2, ε), (q_5, ε) eta (q_5, ε). Hor (q_5, ε) konfigurazioa errepikatuta dagoenez, q_3-tik bi gezi aterako dira. Gezi horiek q_2-ra eta q_5-era joango dira. Gezi horiek a sinboloa izango dute:



Orain q_4 egoera aztertuko dugu:

$$\begin{array}{ccc} (q_4, a) & (q_4, b) & (q_4, c) \\ | & & \\ (q_5, \varepsilon) & & \end{array}$$

ε duten konfigurazioetako egoeretara ipini beharko da gezia. Beraz, q_4-tik gezi bakarra aterako da. Gezi hori q_5-era joango da (q_5, ε) konfigurazioa lortu delako. Gezi horrek a sinboloa izango du:

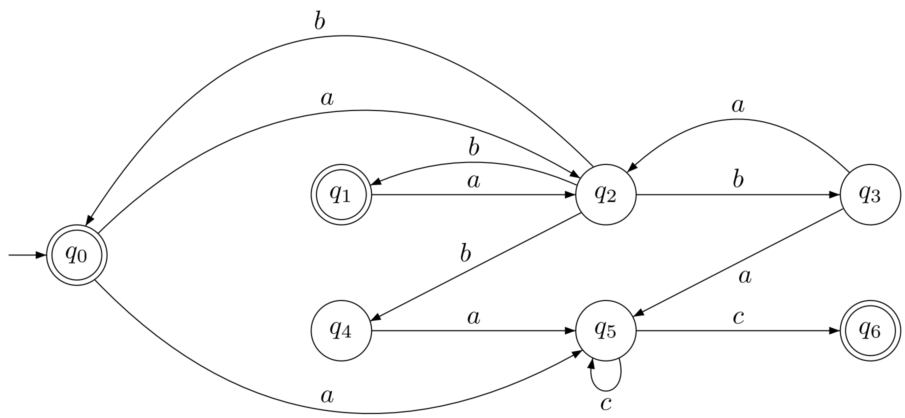


Orain q_5 egoera aztertuko dugu:

$$\begin{array}{ccc} (q_5, a) & (q_5, b) & (q_5, c) \\ & & | \\ & & (q_6, \varepsilon) \\ & & | \\ & & (q_5, \varepsilon) \end{array}$$

ε duten konfigurazioetako egoeretara ipini beharko da gezia. Beraz, q_5-etik bi gezi aterako dira. Gezi horiek q_6 eta q_5 egoeretara joango dira (q_6, ε) eta (q_5, ε) konfigurazioak lortu baitira. Gezi horiek c sinboloa izango dute:

N

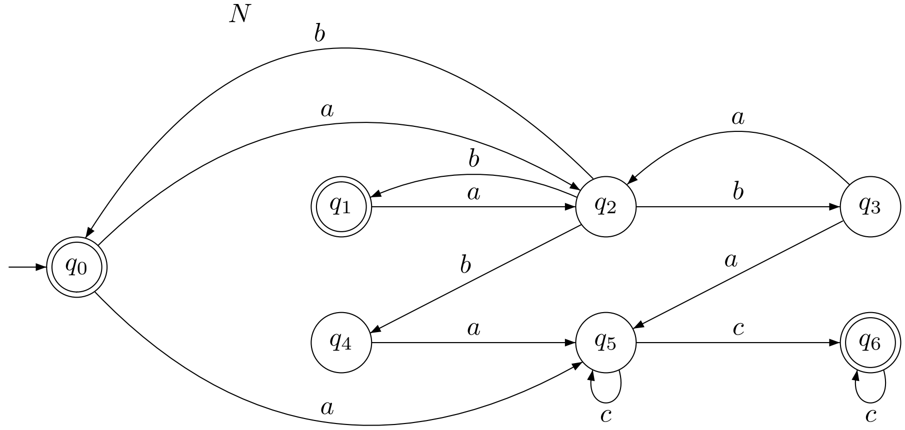


Orain q_6 egoera aztertuko dugu:

$$\begin{array}{ccc} (q_6, a) & (q_6, b) & (q_6, c) \\ | & | & | \\ (q_5, a) & (q_5, b) & (q_5, c) \\ & & | \\ & & (q_6, \varepsilon) \end{array}$$

ε duten konfigurazioetako egoeretara ipini beharko da gezia. Beraz, q_6-tik gezi bat aterako da. Gezi hori q_6 egoerara joango da (q_6, ε) konfigurazioa lortu baita. Gezi horrek c sinboloa izango du:

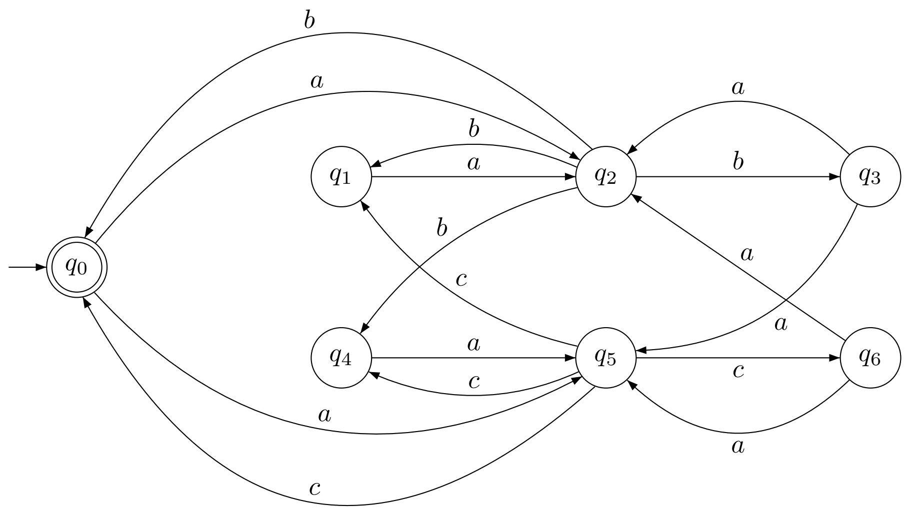
N



Eta hori da lortu nahi genuen AFED-a.

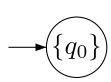
2 AFED bati dagokion AFD-a kalkulatu (0,300 puntu)

$A = \{a, b, c\}$ alfabetoaren gainean definitutako honako AFED honen baliokidea den AFD-a kalkulatu klasean aurkeztutako era jarraituz:

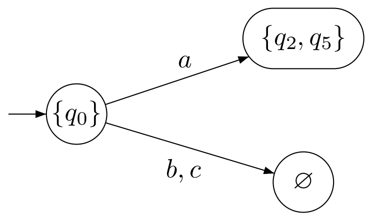


Jarraian AFED horri dagokion AFD-a kalkulatuko da. Urratsez urrats egingo da, urrats bakoitzean sortzen diren egoerak azalduz. Bukaeran egoerak berrizendatu egingo dira:

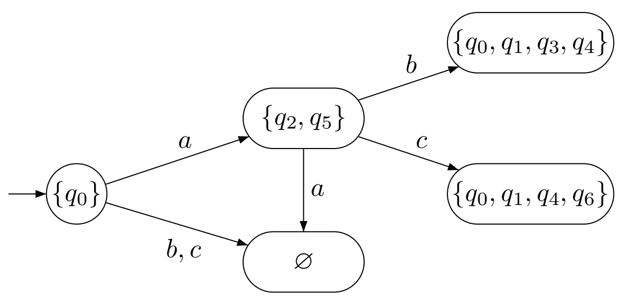
- Beti bezala, hasierako egoera $\{q_0\}$ izango da.



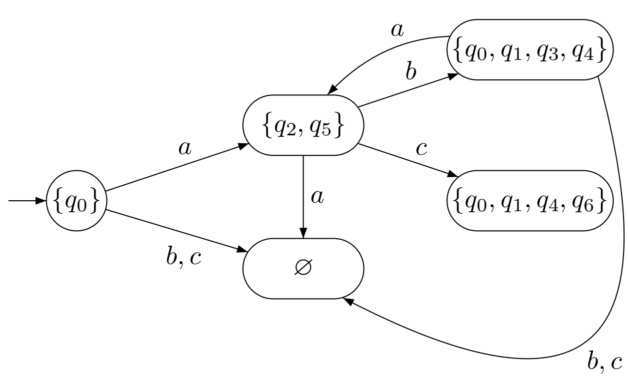
- $\{q_0\}$ egoeratik aterako diren trantsizioak kalkulatuko dira orain:
  $\nu^*(\{q_0\}, a) = \{q_2, q_5\}$, $\nu^*(\{q_0\}, b) = \varnothing$ y $\nu^*(\{q_0\}, c) = \varnothing$



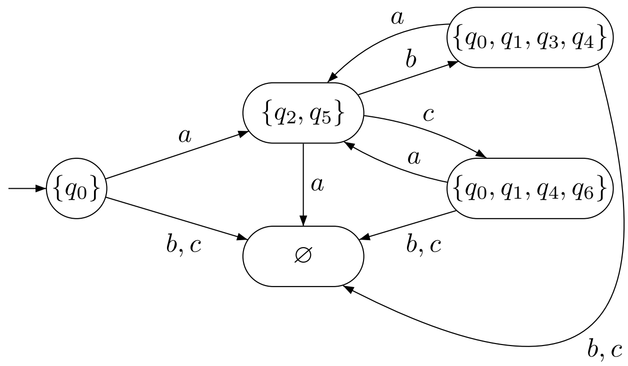
- Lehenengo $\{q_2, q_5\}$ egoera aztertuko dugu eta hor alde batetik $\nu^*(\{q_2, q_5\}, a) = \nu(q_2, a) \cup \nu(q_5, a) = \varnothing \cup \varnothing$, hau da, $\varnothing$. Beste aldetik, $\nu^*(\{q_2, q_5\}, b) = \nu(q_2, b) \cup \nu(q_5, b) = \{q_0, q_1, q_3, q_4\} \cup \varnothing$, hau da, $\{q_0, q_1, q_3, q_4\}$. Azkenik, $\nu^*(\{q_2, q_5\}, c) = \nu(q_2, c) \cup \nu(q_5, c) = \varnothing \cup \{q_0, q_1, q_4, q_6\}$, hau da, $\{q_0, q_1, q_4, q_6\}$.



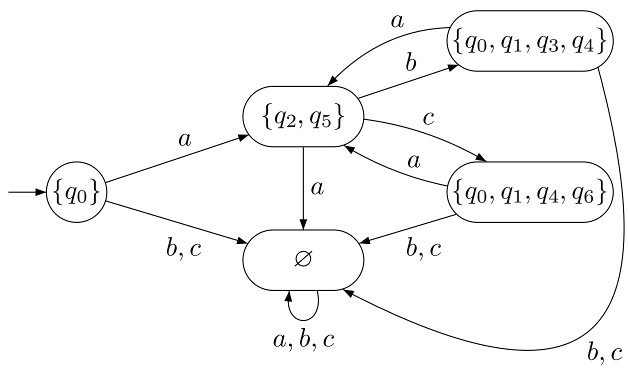
- Orain $\{q_0, q_1, q_3, q_4\}$ egoera hartuz, $\nu^*(\{q_0, q_1, q_3, q_4\}, a) = \nu(q_0, a) \cup \nu(q_1, a) \cup \nu(q_3, a) \cup \nu(q_4, a) = \{q_2, q_5\} \cup \{q_2\} \cup \{q_2, q_5\} \cup \{q_5\}$, hau da, $\{q_2, q_5\}$. Bestalde, $\nu^*(\{q_0, q_1, q_3, q_4\}, b) = \nu(q_0, b) \cup \nu(q_1, b) \cup \nu(q_3, b) \cup \nu(q_4, b) = \varnothing \cup \varnothing \cup \varnothing \cup \varnothing$, hau da, $\varnothing$. Eta c-ren kasuan, $\nu^*(\{q_0, q_1, q_3, q_4\}, c) = \nu(q_0, c) \cup \nu(q_1, c) \cup \nu(q_3, c) \cup \nu(q_4, c) = \varnothing \cup \varnothing \cup \varnothing \cup \varnothing$, hau da, $\varnothing$.



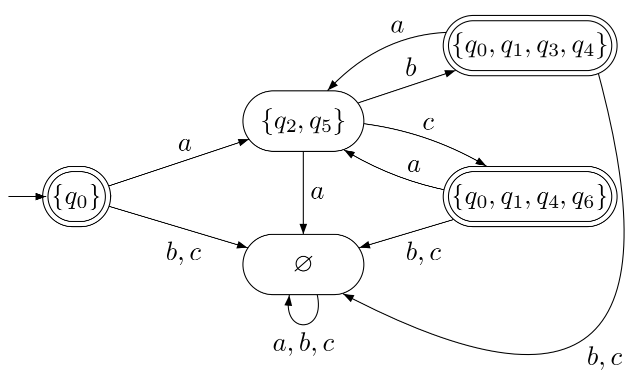
- Jarraian $\{q_0, q_1, q_4, q_6\}$ egoera hartuz, alde batetik $\nu^*(\{q_0, q_1, q_4, q_6\}, a) = \nu(q_0, a) \cup \nu(q_1, a) \cup \nu(q_4, a) \cup \nu(q_6, a) = \{q_2, q_5\} \cup \{q_2\} \cup \{q_5\} \cup \{q_2, q_5\}$, hau da, $\{q_2, q_5\}$. Bestalde, $\nu^*(\{q_0, q_1, q_4, q_6\}, b) = \nu(q_0, b) \cup \nu(q_1, b) \cup \nu(q_4, b) \cup \nu(q_6, b) = \varnothing \cup \varnothing \cup \varnothing \cup \varnothing$, hau da, $\varnothing$. Gainera, $\nu^*(\{q_0, q_1, q_4, q_6\}, c) = \nu(q_0, c) \cup \nu(q_1, c) \cup \nu(q_4, c) \cup \nu(q_6, c) = \varnothing \cup \varnothing \cup \varnothing \cup \varnothing$, es decir, $\varnothing$.



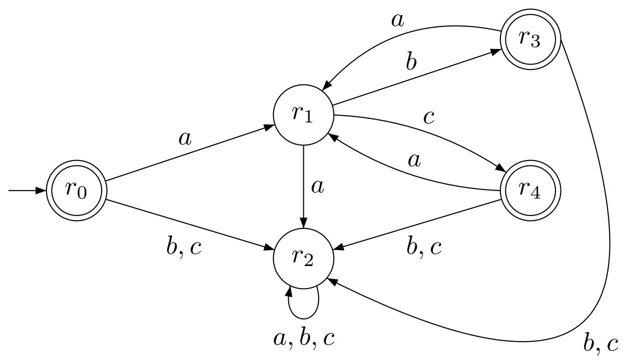
- Jarraian $\varnothing$ egoera hartuz, alde batetik $\nu^*(\varnothing, a) = \varnothing$, beste aldetik, $\nu^*(\varnothing, b) = \varnothing$ eta, bukatzeko, $\nu^*(\varnothing, c) = \varnothing$.



- Trantsizio denak ipini ditugunez, bi zirkulu izango dituzten egoerak zein izango diren zehaztea geratzen da. Hain zuzen ere, hasierako AFED-an bi zirkulu dituen egoeraren bat duten egoerak izango dira bi zirkuludunak AFD honetan. Beraz, $\{q_0\}$, $\{q_0, q_1, q_3, q_4\}$ eta $\{q_0, q_1, q_4, q_6\}$ egoerek bi zirkulu izango dituzte.

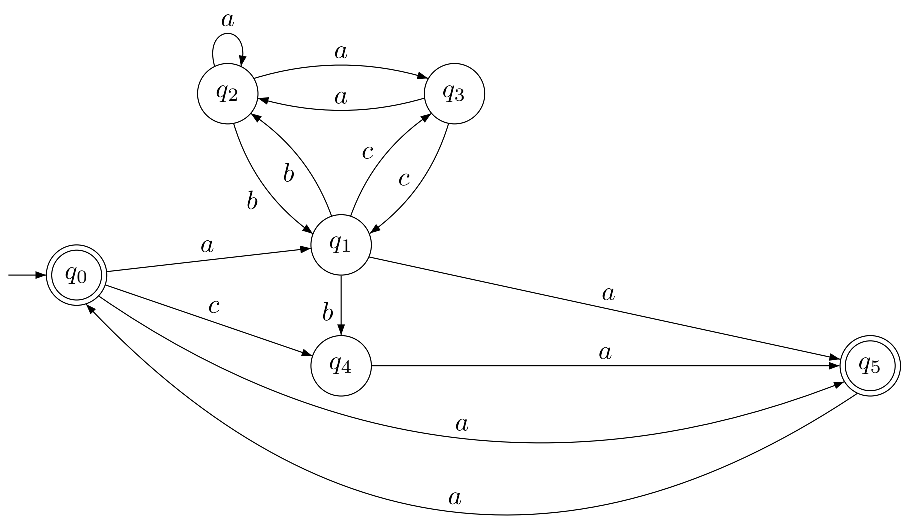


- Bukatzeko, egoerak berrizendatuko ditugu: $r_0 = \{q_0\}$, $r_1 = \{q_2, q_5\}$, $r_2 = \varnothing$, $r_3 = \{q_0, q_1, q_3, q_4\}$ eta $r_4 = \{q_0, q_1, q_4, q_6\}$

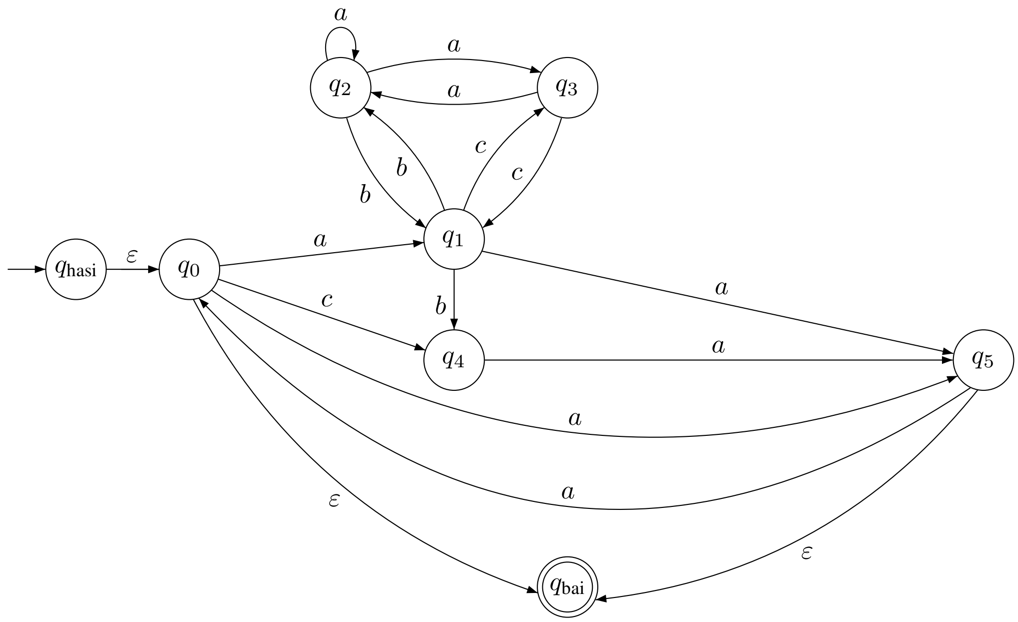


3 Automata finitu bati dagokion lengoaia erregularra kalkulatu (0,300 puntu)

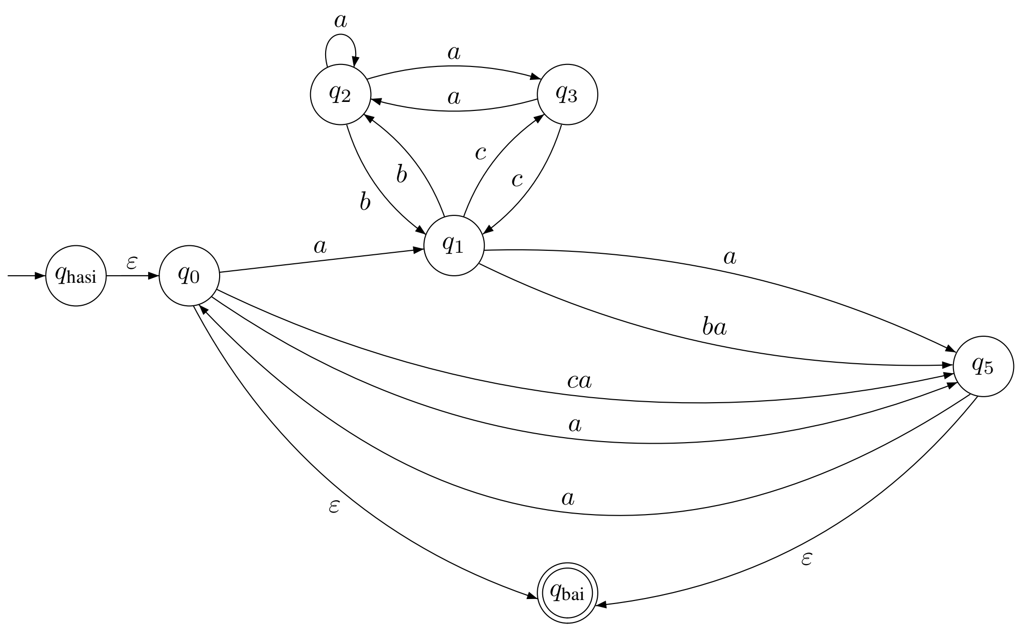
$A = \{a, b, c\}$ alfabetoaren gainean definitutako honako AF honi dagokion lengoaia erregularra kalkulatu klasean aurkeztutako metodoa jarraituz:



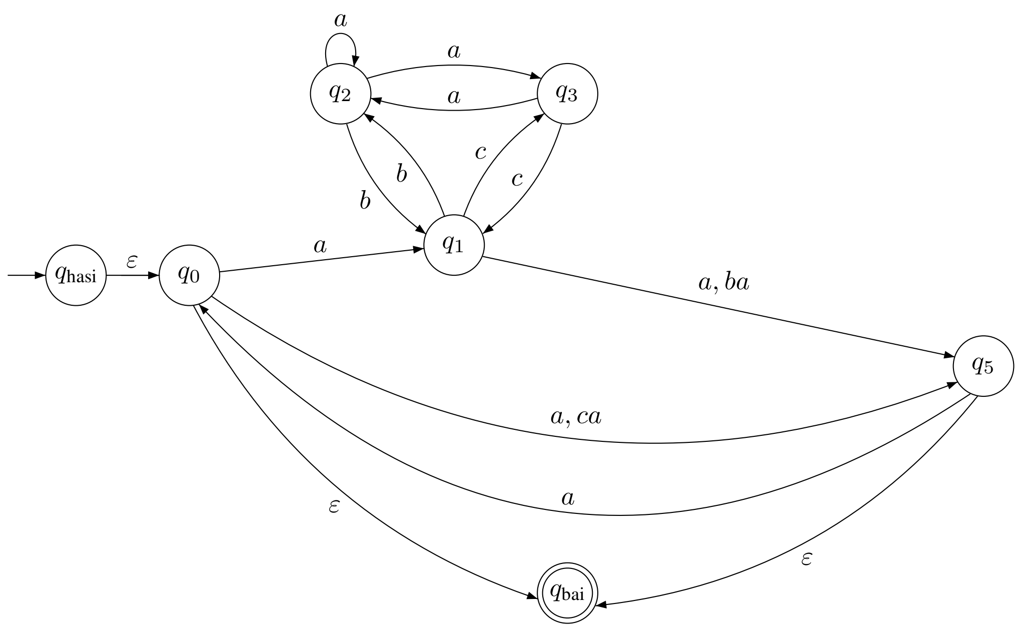
Lehenengo urrats bezala q_{hasi} eta q_{bai} egoerak ipiniko ditugu.



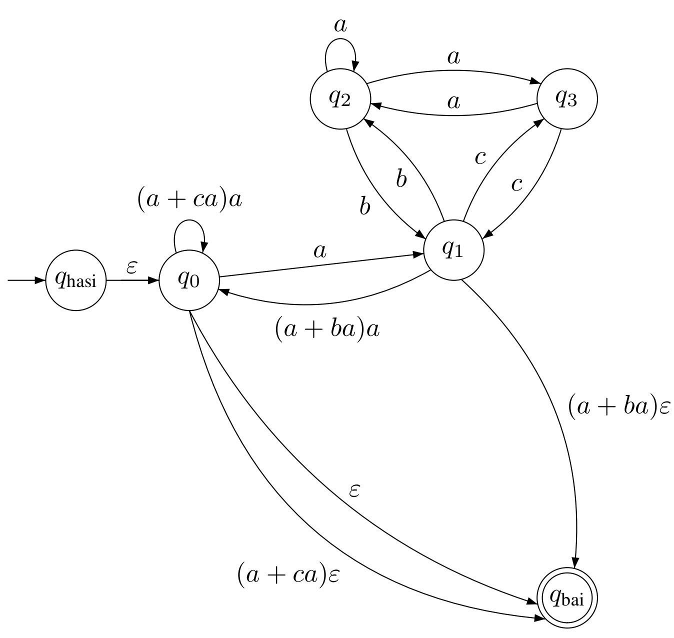
Ezabaketekin hasteko, q_1 ezabatuko dugu:



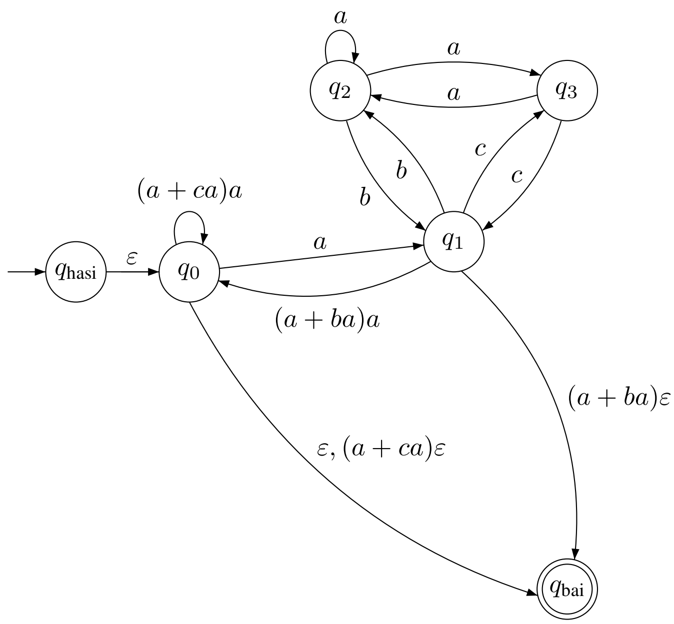
Bai q_0 eta q_5-en artean eta bai q_1 eta q_5-en artean bi gezi daudenez, gezi bakarra ipiniko dugu kasu bietan, espresioak komaz bereiziz:



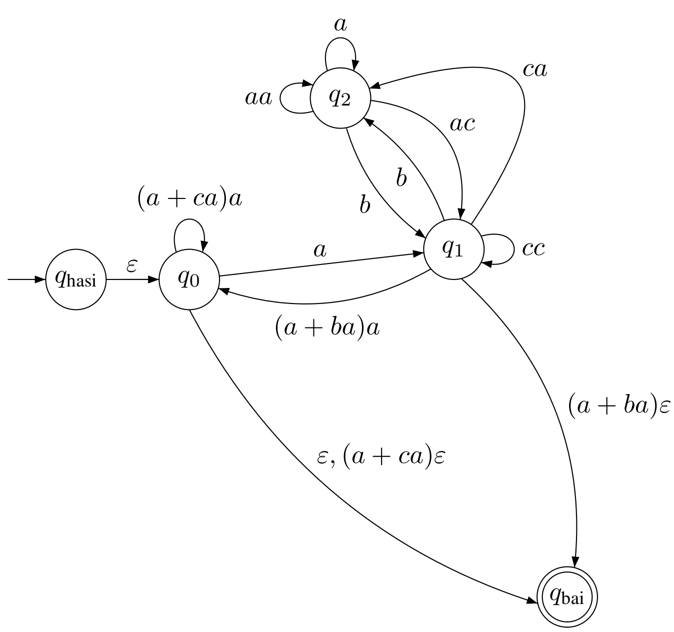
Jarraian q_5 ezabatuko da:



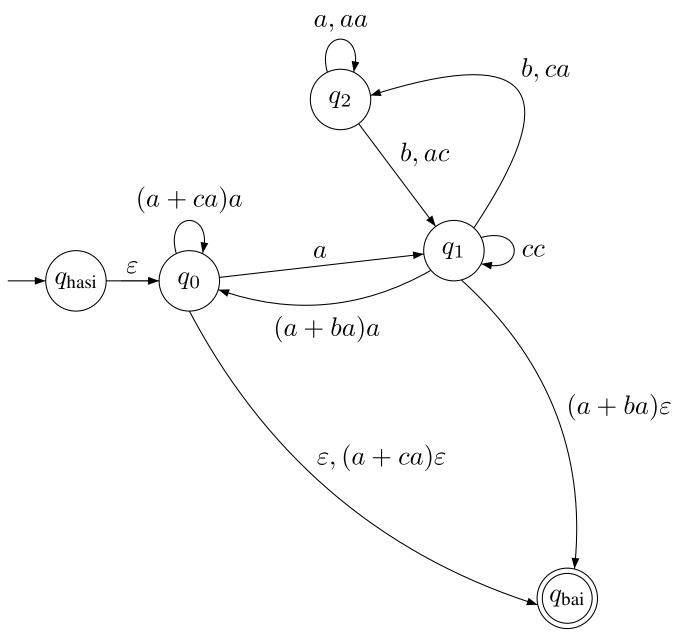
Gezi bakarra ipiniko dugu q_0 eta q_{bai} egoeren artean:



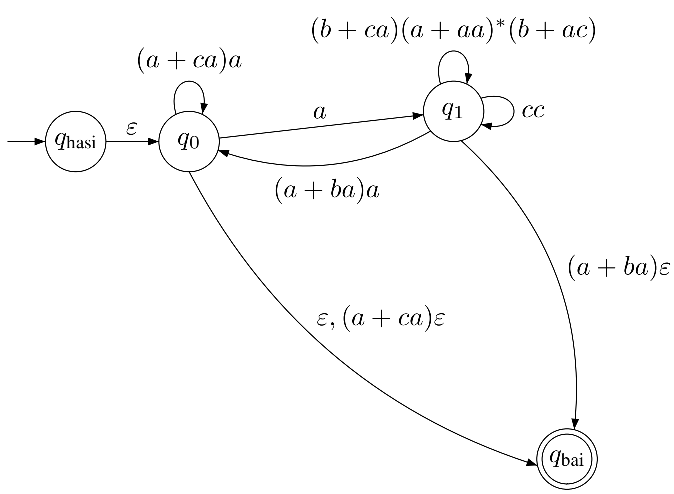
Orain q_3 ezabatuko da. q_3-tik lau bide igarotzen dira: q_1-etik q_2-ra doana, q_2-tik q_1-era doana, q_1-etik q_1-era doana eta q_2-tik q_2-ra doana.



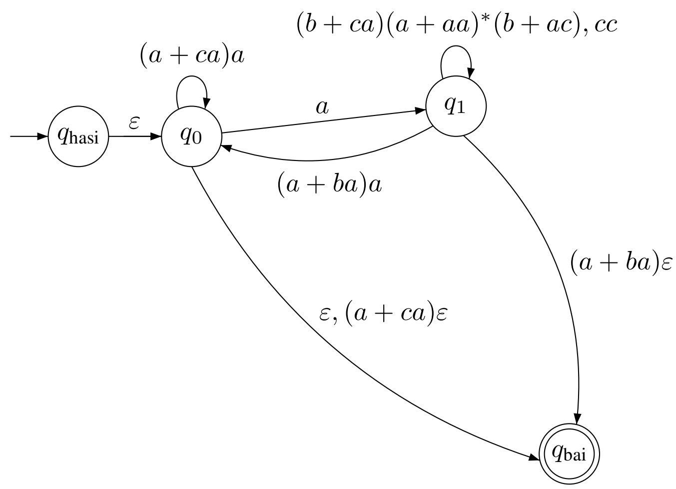
Bi egoeren artean trantsizio bat baino gehiago daudenean, gezi bakarra ipini ohi dugu, espresioak komaz bereiziz. q_1-etik q_2-ra doazen bi gezi daudenez eta q_2-tik q_1-era doazen bi gezi daudenez, kasu bietan gezi bakarra ipiniko dugu. q_2-ko bi begiztekin ere gauza bera egingo dugu:



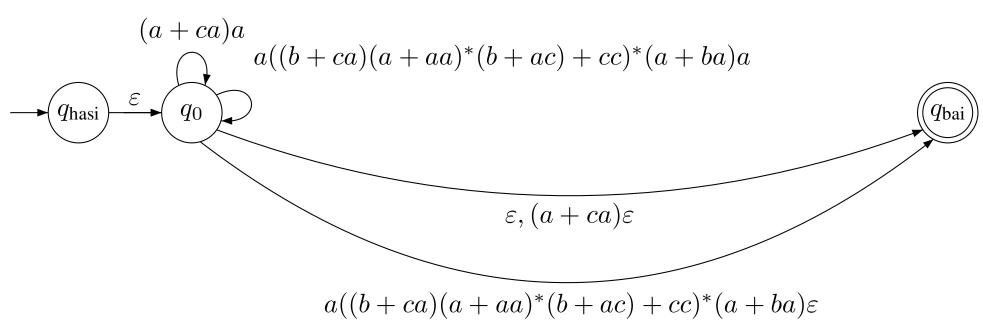
Orain q_2 ezabatuko da. q_2-tik bide bakarra igarotzen da, q_1-etik q_1-era doana:



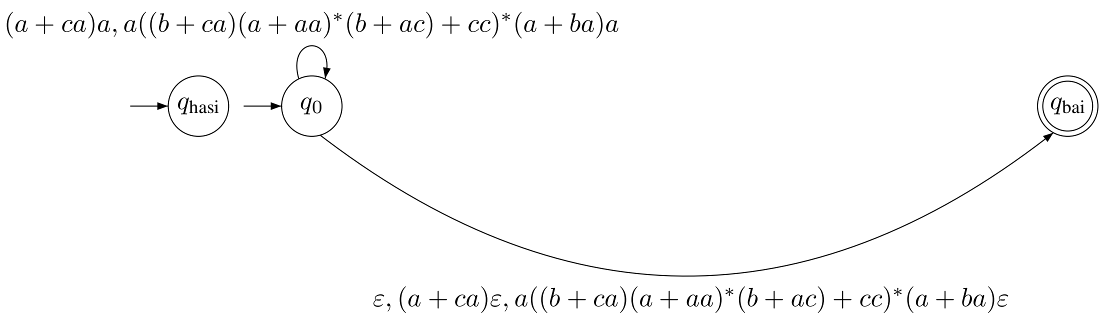
Orain q_1-eko bi begiztentzat gezi bakarra ipiniko da:



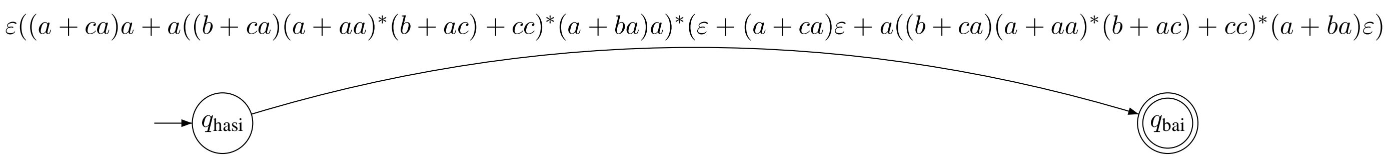
Jarraian q_1 ezabatuko da. q_1-etik igarotzen diren bi bide daude: q_0-tik q_0-ra doana eta q_0-tik q_{bai}-ra doana.



Ibilbide bera egiten duten geziak elkartuko dira orain:



Bukatzeko, q_0 ezabatuko da:



Beraz, honako lengoaia hau lortu da

$$\varepsilon((a+ca)a+a((b+ca)(a+aa)^*(b+ac)+cc)^*(a+ba)a)^*(\varepsilon+(a+ca)\varepsilon+a((b+ca)(a+aa)^*(b+ac)+cc)^*(a+ba)\varepsilon)$$

Espresio hori $\varepsilon\beta$ edo $\beta\varepsilon$ erako espresioak β espresioaz ordezkatuz sinplifika daiteke. Izan ere, $\varepsilon\beta$ edo $\beta\varepsilon$ egitura duen espresio bat hartzen badugu, espresio hori β espresioaren baliokidea izango da. Bestalde, $\varepsilon+\beta$ edo $\beta+\varepsilon$ egitura duen espresio bat hartzen badugu, espresio hori orokorrean ez da izango β espresioaren baliokidea. Beraz, honako hau geldituko zaigu:

$$((a+ca)a+a((b+ca)(a+aa)^*(b+ac)+cc)^*(a+ba)a)^*(\varepsilon+(a+ca)+a((b+ca)(a+aa)^*(b+ac)+cc)^*(a+ba))$$

4 Lengoaia erregularra dela frogatu (0,100 puntu)

$A = \{a, b, c\}$ alfabetoaren gainean definitutako honako lengoaia hau erregularra dela frogatu klasean aurkeztutako bidea jarraituz:

$$L = \{w \mid w \in A^* \wedge |w| \geq 2 \wedge \exists j, k(1 \leq j \leq |w| \wedge 1 \leq k \leq |w| \wedge w(j) = b \wedge w(k) = c)\}$$

Adibidez, $cccccba$, $ccbcbb$, $aaabccabab$ eta cb hitzak lengoaia horretakoak dira baina ε, a, bb, aa, $cccc$, $aabbaaa$, $abbba$ eta $accccacca$ hitzak ez dira lengoaia horretakoak.

Lengoaia hori erregularra da bilkura $(+)$, kateaketa eta itxidura $(*)$ erabiliz adierazi daitekeelako:

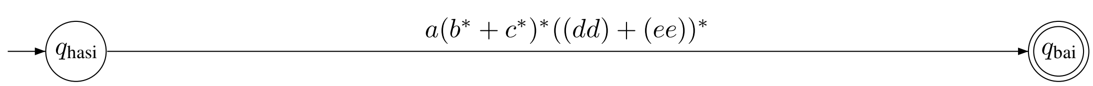
$$((a + b + c)^* b(a + b + c)^* c(a + b + c)^*) + ((a + b + c)^* c(a + b + c)^* b(a + b + c)^*)$$

5 Lengoaia erregular bati dagokion automata finitua kalkulatu (0,300 puntu)

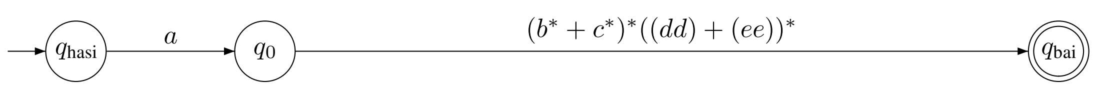
$A = \{a, b, c, d, e\}$ alfabetoaren gainean definitutako honako lengoaia erregular honi dagokion automata finitua kalkulatu klasean aurkeztutako prozedura jarraituz:

$$a(b^* + c^*)^*((dd) + (ee))^*$$

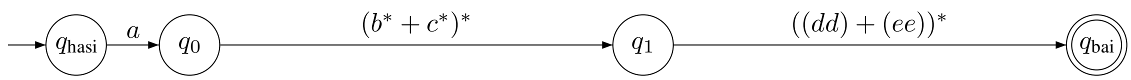
Hasteko, q_{hasi} eta q_{bai} egoerak sortu eta bien arteko gezian espresio osoa ipini:



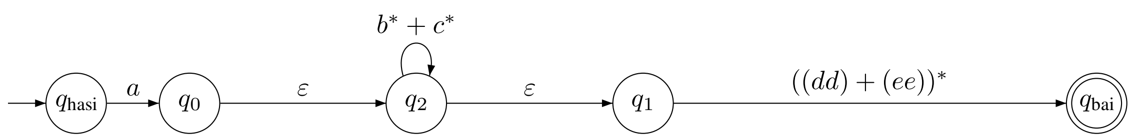
Orain espresio horretan kateatuta dauden bi zati bereiziko ditugu: a eta $(b^* + c^*)^*((dd) + (ee))^*$



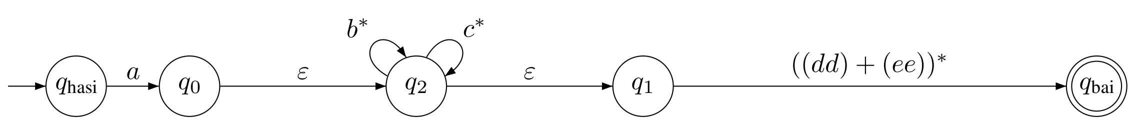
Orain kateaketaren bidez $(b^* + c^*)^*((dd) + (ee))^*$ espresioa osatzen duten $(b^* + c^*)^*$ eta $((dd) + (ee))^*$ espresioak banandu edo bereiziko ditugu:



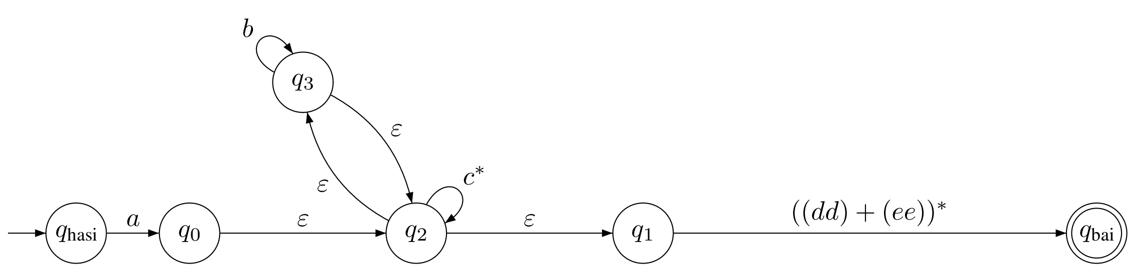
Orain $(b^* + c^*)^*$ espresioa garatuko dugu:



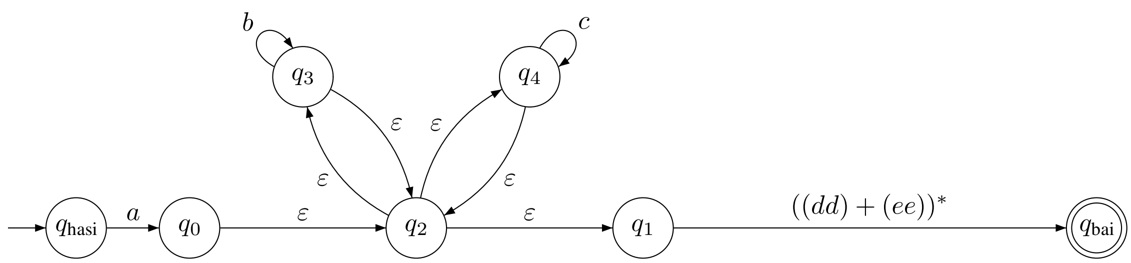
Jarraian $b^* + c^*$ garatuko dugu bi begizta ipiniz:



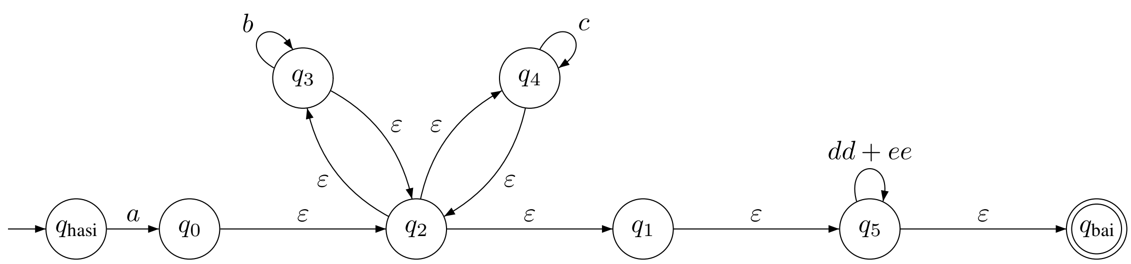
Orain b^* espresioa garatuko dugu:



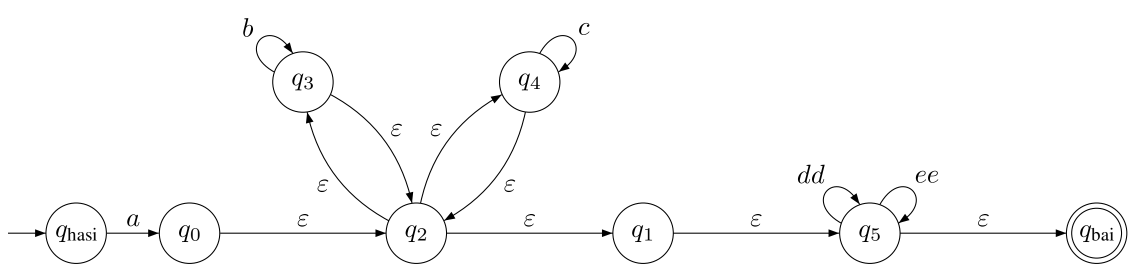
Orain c^* espresioa garatuko dugu:



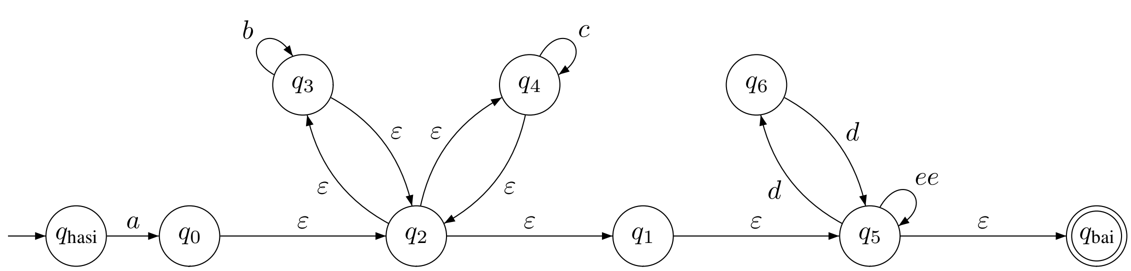
Jarraian $(dd + ee)^*$ espresioa garatuko dugu:



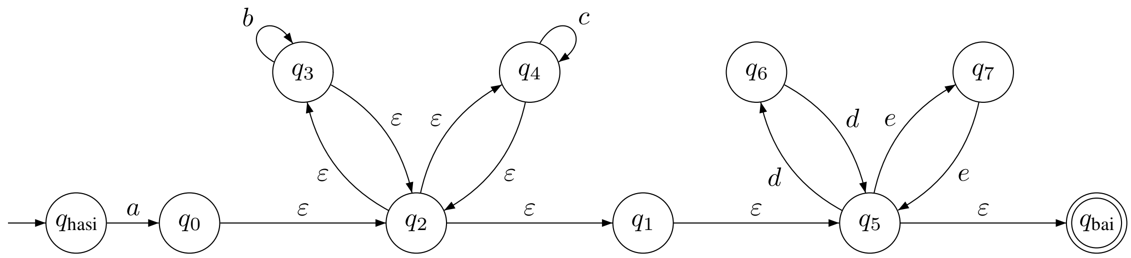
Hurrengo urratsean, bi gezi sortuko dira $dd + ee$ garatzeko:



Orain dd espresioari dagokion garapena dator. Horretarako, egoera berri bat eta bi gezi sortuko dira:



Azkenik, ee espresioaren garapena dator, beste egoera bat eta bi gezi sortuz:



Eta hor daukagu emaitza.