eman ta zabal zazu
Universidad del País Vasco
Euskal Herriko Unibertsitatea
BILBOKO INGENIARITZA ESKOLA
ESCUELA DE INGENIERÍA DE BILBAO

ESTATISTIKA METODOAK INGENIARITZAN

4. ORDENAGAILU PRAKTIKA

ZORIZKO ALDAGAIA: DISKRETUA eta JARRAITUA

1 BANAKETAK

Aurrizkiak

Probabilitate funtzioa/Dentsitate funtzioa	d
Banaketa funtzioa	p
Zorizko baloreak sortu	r
Kuantil funtzioa	q

Banaketa diskretuak

Binomiala	binom
Hipergeometrikoa	hyper
Poisson	pois

Banaketa jarraituak

Uniformea	unif
Esponentziala	exp
Normala	norm
χ^2	chisq
Student-en t	t
Snedecor-en F	f

Universidad del País Vasco Euskal Herriko Unibertsitatea

BILBOKO INGENIARITZA ESKOLA
ESCUELA DE INGENIERÍA DE BILBAO

1 BANAKETAK

Zorizko aldagai diskretua – BANAKETA GARRANTZITSUAK				
Banaketa	**Probabilitate funtzioa:** $p(x)=P(X=x) \quad \forall x$	**Banaketa funtzioa:** $F(x)=P(X\le x) \quad \forall x$	**Kuantilak**	**Zorizko laginak**
Binomiala: $X\sim B(n,p)$	`dbinom(x,n,p)`	`pbinom(x,n,p)`	`qbinom(v,n,p)`	`rbinom(o,n,p)`
Hipergeometrikoa: $X\sim H\left(N,n,p=\frac{r}{N}\right)$	`dhyper(x,r,N-r,n)`	`phyper(x,r,N-r,n)`	`qhyper(v,r,N-r,n)`	`rhyper(o,r,N-r,n)`
Poisson: $X\sim \mathscr{P}(\lambda)$	`dpois(x,λ)`	`ppois(x,λ)`	`qpois(v,λ)`	`rpois(o,λ)`

1) Notazioa: v: probabilitate-bektorea; o: datu kopurua

2) p eta q funtzioetan `lower.tail=F` argumentua gehi daiteke, defektuz R-k `lower.tail=T` definitua dauka, `lower.tail=F` argumentua gehituz gero $1-F(x)=P(X>x) \quad \forall x$ probabilitatea kalkulatzen da.

Universidad del País Vasco Euskal Herriko Unibertsitatea
BILBOKO INGENIARITZA ESKOLA
ESCUELA DE INGENIERÍA DE BILBAO

1 BANAKETAK

Zorizko aldagai jarraitua – BANAKETA GARRANTZITSUAK				
Banaketa	**Dentsitate funtzioa** $f(x)$**:** $P(a<X<b)=\int_a^b f(x)dx$ $\forall a,b\in\mathbb{R} \quad \vee \quad a=-\infty, b=\infty$	**Banaketa funtzioa** $F(x)$**:** $F(x)=P(X\leq x)=\int_{-\infty}^{x} f(t)dt \quad \forall t\in\mathbb{R}$	**Kuantilak**	**Zorizko laginak**
Uniformea: $X\sim UC(a,b)$	`dunif(x,a,b)`	`punif(x,a,b)`	`qunif(pr,a,b)`	`runif(o,a,b)`
Esponentziala: $X\sim\mathcal{E}(\beta)$	`dexp(x,1/β)`	`pexp(x,1/β)`	`qexp(pr,1/β)`	`rexp(o,1/β)`
Normala: $X\sim N(\mu,\sigma)$	`dnorm(x,μ,σ)`	`pnorm(x,μ,σ)`	`qnorm(pr,μ,σ)`	`rnorm(o,μ,σ)`

1) Notazioa: *pr*: probabilitate-bektorea; o: datu kopurua

2) p eta q funtzioetan `lower.tail=F` argumentua gehi daiteke, defektuz R-k `lower.tail=T` definitua dauka, `lower.tail=F` argumentua gehituz gero $1-F(x)=P(X>x) \quad \forall x$ probabilitatea kalkulatzen da.

2

BANAKETA DISKRETUAK

➢ Adibideak

1. **Banaketa binomiala duen zorizko aldagai bat. Parametroak n=10, p=0.3. Kalkulatu:**

a) **4-ko balorea hartzeko probabilitatea.**

```
> dbinom(4,size=10,prob=0.3)#Probabilitate funtzioa nahi dugu
  [1] 0.2001209
```

Modu sinplifikatuan

```
> dbinom(4,10,0.3)#Probabilitate funtzioa modu sinplifikatuan
  [1] 0.2001209
```

Banaketa binomialaren probabilitate funtzioa sar genezake ere R-n

$$p(x) = P(X = x) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}$$

```
>choose(10,4)*0.3^4*(1-0.3)^6#Probabilitate funtzioa guztiz idatziz
```

2 BANAKETA DISKRETUAK

- **Adibideak**

1. Banaketa binomiala duen zorizko aldagai bat. Parametroak n=10, p=0.3. Kalkulatu:

b) 4-ko baliora iritsi arteko metatutako probabilitatea. Hau da, P(X≤4).

Banaketa funtzioa behar dugu

$$F(x) = P(X \leq x) = \sum_{k \leq x} \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$$

```
> pbinom(4,size=10,prob=0.3)#Banaketa funtzioa
   [1] 0.8497317

> pbinom(4,10,0.3)#Banaketa funtzioa modu sinplifikatuan
  [1] 0.8497317
```

2 BANAKETA DISKRETUAK

Adibideak

2. Poisson-en banaketa duen zorizko aldagai bat. Parametroak λ=3. Kalkulatu:

a) 8-ko balorea hartzeko probabilitatea.

```
> dpois(8,lambda=3)#Probabilitate funtzioa nahi dugu
   [1] 0.008101512
```

Modu sinplifikatuan

```
> dpois(8,3)#Probabilitate funtzioa modu sinplifikatuan
   [1] 0.008101512
```

Poisson-en banaketaren probabilitate funtzioa sar genezake ere R-n

$$p(x) = \frac{\lambda^x . e^{-\lambda}}{x!}$$

```
>3^8*exp(-3)/factorial(8)#Probabilitate funtzioa guztiz idatziz
```

2 BANAKETA DISKRETUAK

- **Adibideak**

2. Poisson-en banaketa duen zorizko aldagai bat. Parametroak λ=3. Kalkulatu:

b) 8-ko baliora iritsi arteko metatutako probabilitatea. Hau da, P(X≤8).

Banaketa funtzioa behar dugu

$$F(x) = P(X \leq x) = \sum_{k \leq x} \frac{\lambda^k . e^{-\lambda}}{k!}$$

```
> ppois(8,lamda=3)#Banaketa funtzioa nahi dugu
  [1] 0.996197

> ppois(8,3)#Banaketa funtzioa modu sinplifikatuan
  [1] 0.996197
```

2 BANAKETA DISKRETUAK

Adibideak

3. **Banaketa hipergeometrikoa duen aldagai bat. 10 bola ditugu kutxa batean, 6 beltz eta 4 zuri. 3 bola ateratzen ditugu birjarpenik gabe. Zein da 2 bola zuri ateratzeko probabilitatea?**

N=10, n=3, r=4, x=2.

dhyper (x,r,N-r,n)

Kasu honetan: N=10 (bola kopurua), n=3 (atera), r=4 (bola zuri guztiak), x=2 (emaitza).

```
> dhyper(2,4,6,3)#Probabilitate funtzioa
   [1] 0.3
```

Banaketa hipergeometrikoaren probabilitate funtzioa sar genezake ere R-n

$$P(X = x) = \frac{\binom{r}{x} \cdot \binom{N-r}{n-x}}{\binom{N}{n}}$$

```
>choose(4,2)*choose(6,1)/choose(10,3)#Probabilitate funtzioa guztiz idatziz
```

2 BANAKETA DISKRETUAK

Adibideak

3. **Banaketa hipergeometrikoa duen aldagai bat. 10 bola ditugu kutxa batean, 6 beltz eta 4 zuri. 3 bola ateratzen ditugu birjarpenik gabe. Zein da gehienez 2 bola zuri ateratzeko probabilitatea?**

Banaketa funtzioa behar dugu P(X≤2).

$$F(x) = P(X \le x) = \sum_{k \le x} \frac{\binom{r}{x} \cdot \binom{N-r}{n-x}}{\binom{N}{n}}$$

```
> phyper(2,4,6,3)#Banaketa funtzioa nahi dugu
  [1] 0.9666667
```

Zein da gutxienez 2 bola zuri ateratzeko probabilitatea?

Banaketa funtzioa behar dugu P(X≥2).

```
>1-phyper(1,4,6,3)#Banaketa funtzioa nahi dugu
>phyper(1,4,6,3,lower.tail=F)
```

BANAKETA DISKRETUAK

ZORIZKO GERTAERAK SORTU

- **Dado bat jaurtitzea**

sample() funtzioa erabiliko dugu

```
>Dado<-1:6 #Lehenik eta behin dadoa definitu behar dugu (lagin-espazioa)

>sample(Dado,1) #Dadoa behin bota eta zer atera daitekeen
 [1] 6

>sample(Dado,10,replace=T) #Dadoa 10 aldiz bota (birjarpena edukiko du noski)
 [1] 4,5,3,6,1,1,4,5,3,2
```

Dado kargatu baten jaurtiketa simulatu nahi badugu. Hau da, probablilitateak ezberdinak badira. 1-etik 5-erako baloreen probabilitatea 0.1 eta 6 ateratzeko probabilitatea 0.5.

```
> dadokargpr<-c(0.1,0.1,0.1,0.1,0.1,0.5)
>sample(dado,10,replace=T,prob= dadokargpr)
 [1] 6,5,2,6,6,1,3,4,6,6
```

2 BANAKETA DISKRETUAK

PROBABILITATE ETA BANAKETA FUNTZIOEN IRUDIKAPENA

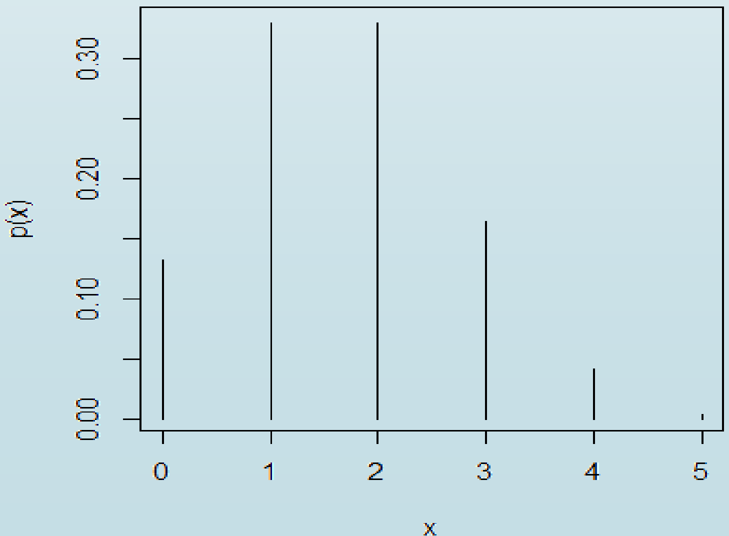
- **Adibideak**

5 dado jaurti eta ateratako 1 edo 2 kopurua. Hau da, X: Ateratako 1 edo 2 kopurua. Irudikatu

>Dado<-1:6 #Lehenik eta behin dadoa definitu dezakegu

>x<-0:5 #Arrakasta kopurua

Probabilitate funtzioa
>plot(x,dbinom(x,size=5,prob=2/6),type="h“,ylab=“p(x)”) #Banaketa binomial bat da, eta 1 edo 2 ateratzearen probabilitatea 2/6, type=“h” jartzerakoan barra diagrama moduan irudikatuko du.



2 BANAKETA DISKRETUAK

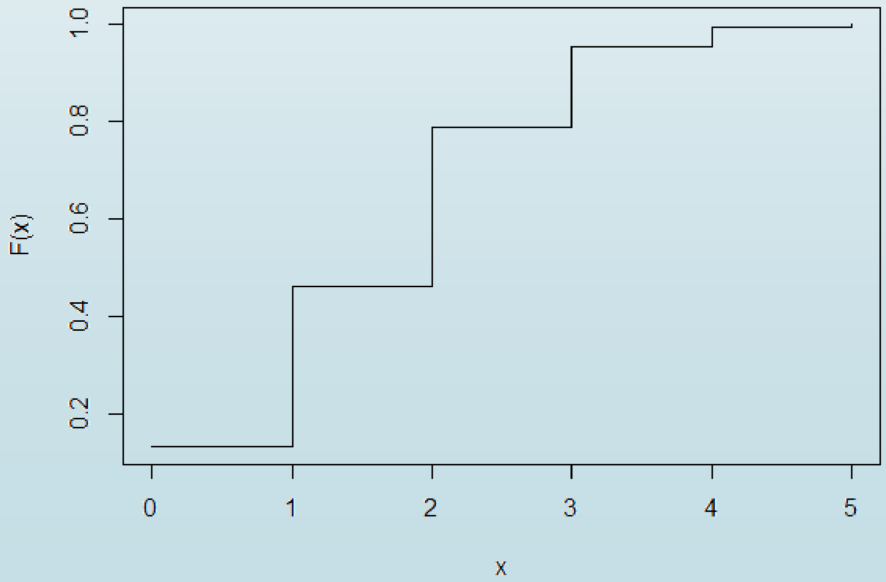
PROBABILITATE ETA BANAKETA FUNTZIOEN IRUDIKAPENA

- **Adibideak**

5 dado jaurti eta ateratako 1 edo 2 kopurua. Hau da, X: Ateratako 1 edo 2 kopurua. Irudikatu

Banaketa funtzioa

>plot(x, pbinom(x,size=5,prob=2/6),type="s",ylab="F(x)") # type "s" jartzerakoan eskailera moduan irudikatuko du.



Universidad del País Vasco Euskal Herriko Unibertsitatea
BILBOKO INGENIARITZA ESKOLA ESCUELA DE INGENIERÍA DE BILBAO

3 BANAKETA JARRAITUAK

Adibideak

1. **Banaketa uniformea duen zorizko aldagai bat. Parametroak a=10, b=40. Kalkulatu:**

a) **P(X<30)**

```
> punif(30,10,40)#Banaketa funtzioa
   [1] 0.666667
```

Banaketa uniformearen banketa funtzioa sar genezake ere R-n

$$F(x) = P(X \leq x) = \frac{x-a}{b-a} \qquad a \leq x \leq b$$

```
>(30-10)/(40-10)#Banaketa funtzioa guztiz idatziz
```

Universidad del País Vasco Euskal Herriko Unibertsitatea
BILBOKO INGENIARITZA ESKOLA
ESCUELA DE INGENIERÍA DE BILBAO

3 BANAKETA JARRAITUAK

Adibideak

2. Banaketa esponentziala jarraitzen duen zorizko aldagai bat. Parametroak β=5. Kalkulatu:

a) P(4 ≤ X≤6)

```
> pexp(6,1/5)-pexp(4,1/5)#Banaketa funtzioak
[1] 0.1481348
```

Banaketa esponentzialaren banaketa funtzioa sar genezake ere R-n

$$F(x) = 1 - e^{-x/\beta} \quad x > 0$$

```
>(1-exp(-6/5))-(1-exp(-4/5))#Banaketa funtzioa guztiz idatziz
```

3 BANAKETA JARRAITUAK

- **Adibideak**

3. Banaketa normala jarraitzen duen zorizko aldagai bat. Parametroak μ=65,6 σ=14.74

Kalkulatu:

a) P(X<60)

```
> pnorm(60,65.6,14.74)#Banaketa funtzioa
   [1] 0.3520029
```

b) Zein x baliok uzten du %12,1 bere eskuinean?

```
>qnorm(0.121,65.6,14.74,lower.tail=F)
 [1] 82.84584
>qnorm(1-0.121,65.6,14.74)
 [1] 82.84584
```

c) P(X>45)

```
>pnorm(45,65.6,14.74,lower.tail=F)
[1] 0.918877
>1-pnorm(45,65.6,14.74)
[1] 0.918877
```

Universidad del País Vasco Euskal Herriko Unibertsitatea

BILBOKO INGENIARITZA ESKOLA
ESCUELA DE INGENIERÍA DE BILBAO

3

BANAKETA JARRAITUAK

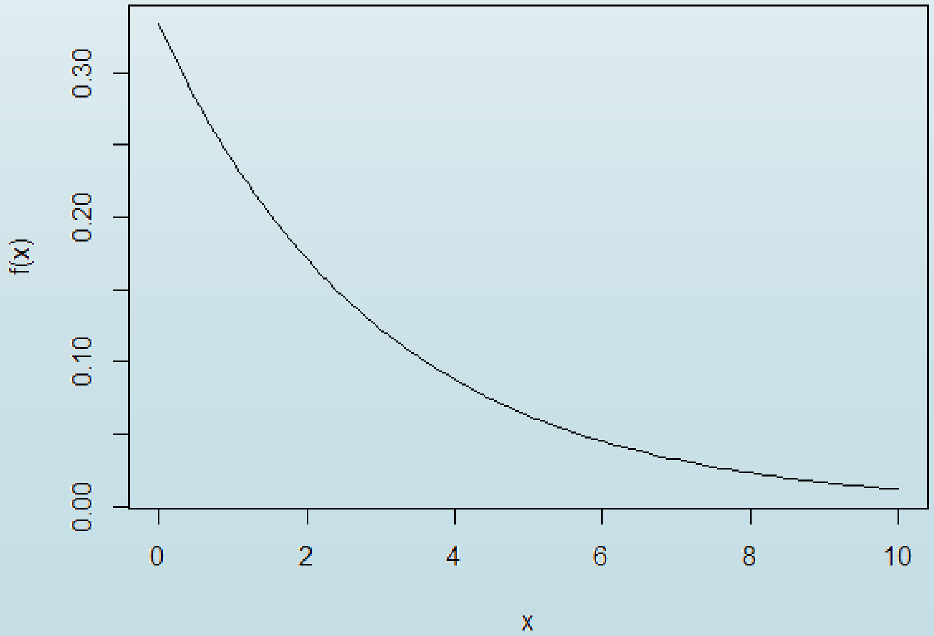
DENTSITATE FUNTZIOAK edo BANAKETA FUNTZIOAK IRUDIKATU

curve () funtzioa erabiliko da.

- **Adibidea**

1. **Banaketa esponentziala duen aldagai bat. β=3. Dentsitate-funtzioa irudikatu**

```
> curve(dexp(x,1/3),from=0, to=10, ylab="f(x)")
```



3

BANAKETA JARRAITUAK

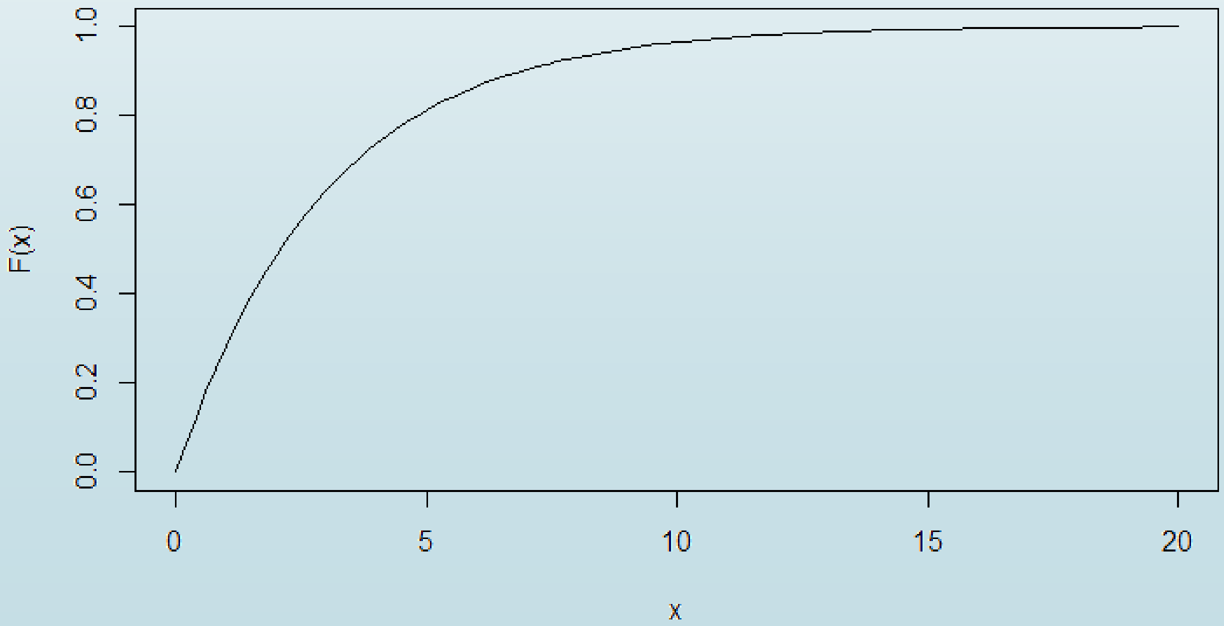
DENTSITATE FUNTZIOAK edo BANAKETA FUNTZIOAK IRUDIKATU

curve () funtzioa erabiliko da.

- **Adibidea**

2. Banaketa esponentziala duen aldagai bat. β=3. Banaketa-funtzioa irudikatu

```
> curve(pexp(x,1/3),0,20, ylab="F(x)")
```



Universidad del País Vasco Euskal Herriko Unibertsitatea
BILBOKO INGENIARITZA ESKOLA
ESCUELA DE INGENIERÍA DE BILBAO

3

BANAKETA JARRAITUAK

DENTSITATE FUNTZIOAK edo BANAKETA FUNTZIOAK IRUDIKATU

curve () funtzioa erabiliko da.

- **Adibidea**

3. Banaketa normala duen aldagai bat. μ=4 eta σ=1. Dentsitate-funtzioa irudikatu

> curve(dnorm(x,4,1),0, 8,ylab="f(x)")