

Lengoiak, Konputazioa eta Sistema Adimendunak

3. gaiko lehenengo zatia: AFD, AFED eta ε -AFED-en diseinua
Bilboko Ingeniaritza Eskola (UPV/EHU)

1,6 puntu

Ebazpena

2016-01-11

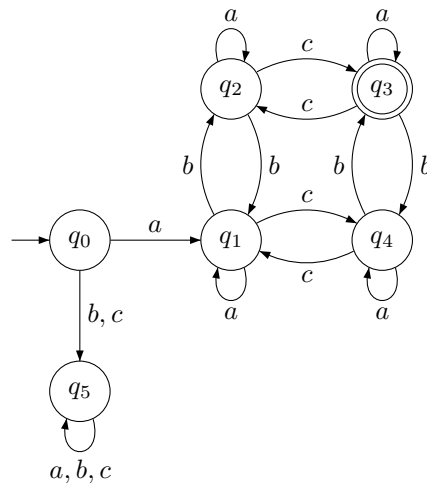
1 Automata finitu deterministen (AFD-en) diseinua (0,500 puntu)

$A = \{a, b, c\}$ alfabetoaren gainean definitutako honako bi lengoiarentzat AFD bana diseinatu:

1.1 a sinboloaz hasi eta bai b eta bai c kopuru bakoitia dituzten hitzez eratutako L_1 lengoia (0,250 puntu)

Lehenengo osagai bezala a sinboloa edukitzeaz gain, b sinboloa kopuru bakoitian eta c sinboloa kopuru bakoitian dituzten hitzez eratutako L_1 lengoia. Adibidez, $acbbb$, $abbaabc$, $aacb$ eta $acbbcabaa$ hitzak L_1 lengoiaikoak dira baina ε , a , aaa , $abbcc$, b , $aacabac$, $aabcbe$ eta $bcccc$ hitzak ez dira L_1 lengoiaikoak. L_1 lengoiaren definizio formalak honako hau da:

$$L_1 = \{w \mid w \in A^* \wedge |w| \geq 1 \wedge w(1) = a \wedge |w|_b \bmod 2 \neq 0 \wedge |w|_c \bmod 2 \neq 0\}$$



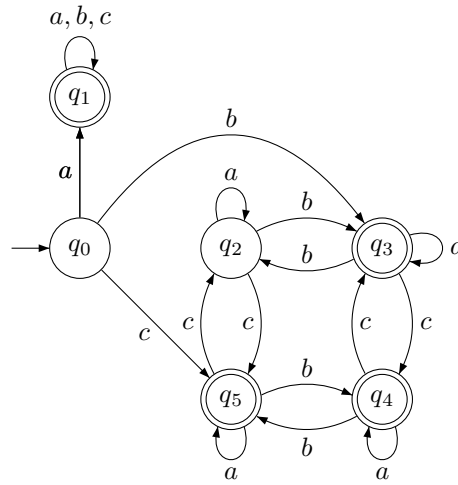
1.2 a sinboloaz hasi edo b kopuru bakoitia edo c kopuru bakoitia duten hitzez eratutako L_2 lengoia (0,250 puntu)

Gutxienez honako hiru baldintza hauetakoren bat betetzen duten hitzez osatutako L_2 lengoia:

- Lehenengo sinboloa a izatea edo
- b kopurua bakoitia izatea edo
- c kopurua bakoitia izatea.

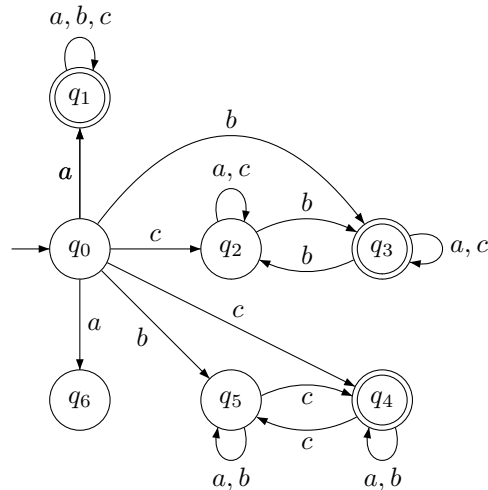
Adibidez, aa , aaa , $abbcc$, $abaabc$, $aaab$, ccc , baa , $baacc$, $baac$ eta $bccb$ hitzak L_2 lengoaiakoak dira baina ε , $ccaa$, $bccaabbb$ eta $bcbbc$ hitzak ez dira L_2 lengoaiakoak. L_2 lengoaiaren definizio formala honako hau da:

$$L_2 = \{w \mid w \in A^* \wedge (\exists v(v \in A^* \wedge w = av) \vee |w|_b \bmod 2 \neq 0 \vee |w|_c \bmod 2 \neq 0)\}$$



2 Automata finitu ez-deterministen (AFED-en) diseinua (0,250 puntu)

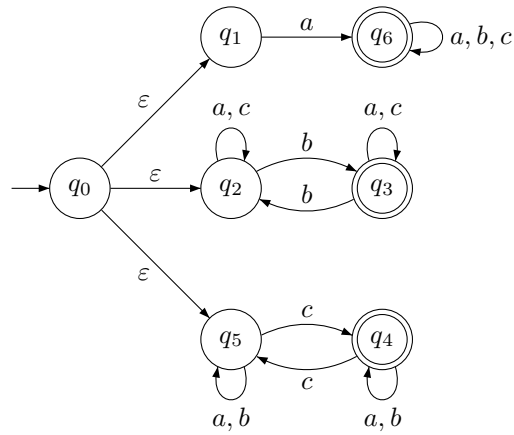
AFD-en diseinuko ariketako L_2 lengoaiari dagokion AFED bat diseinatu. Nahitaezkoa da AFED horretan gutxienez egoera batetik gutxienez A -ko sinbolo batentzat bi gezi edo gehiago ateratzea. Baita ere nahi-taezkoa da AFED horretan gutxienez egoera batetik gutxienez A -ko sinbolo batentzat gezirik ez ateratzea.



AFED-ek ahalbidetzen duten modularitateari, hau da, kasu desberdinak bereizita adierazteari eman zaio lehentasuna eta ez ahalik eta egoera gutxien ipintzeari. Bestalde, q_6 egoera ez da beharrezkoa baina enuntziatuan egoeraren batean sinboloren batetzat gezirik ez egotea eskatzen denez, egoera hori ipini da. Horrela, q_6 egoeratik ez dago gezirik ez a ez b eta ez c -rentzat.

3 ε trantsizioak dituzten automata finitu ez-deterministen (ε -AFED-en) diseinua (0,250 puntu)

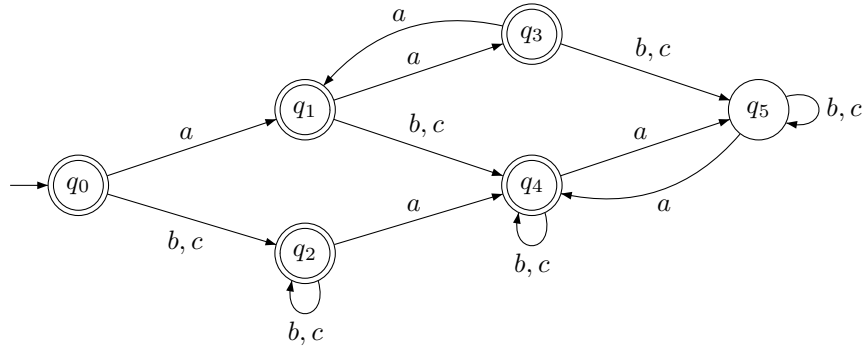
AFD-en diseinuko ariketako L_2 lengoaiari dagokion ε -AFED bat diseinatu. Nahitaezkoa da ε -AFED horretan gutxienez egoera batetik gutxienez A -ko sinbolo batentzat edo ε sinboloarentzat bi gezi edo gehiago ateratzea eta gutxienez egoera batetik gutxienez A -ko sinbolo batentzat gezirik ez ateratzea. Gainera, derrigorrezkoa da baita ere gutxienez ε trantsizio bat egotea.



Ariketa honetan ere, ε -AFED-ek ahalbidetzen duten modularitateari, hau da, kasu desberdinak bereizita adierazteari eman zaio lehentasuna eta ez ahalik eta egoera gutxien ipintzeari.

4 Konputazio deterministen garapena (0,100 puntu)

Jarraian erakusten den AFD-a kontuan hartuz, hor zehazten diren konputazioei dagokien konfigurazio deterministez eratutako sekuentzia (edo adar bakarreko zuhaitza) garatu urratsez urrats, bukaeran AFD-ak “Bai” ala “Ez” erantzungo duen esanez:



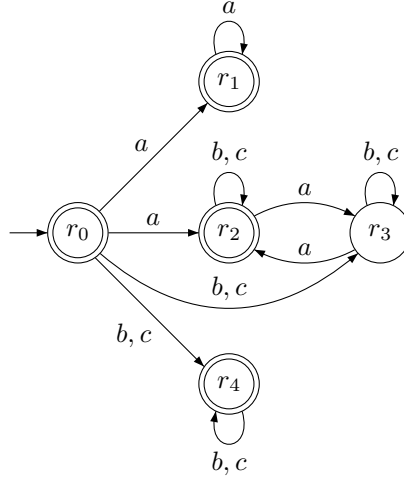
1. $\delta^*(q_0, aaaa)$
2. $\delta^*(q_0, bbaa)$
3. $\delta^*(q_0, cba)$
4. $\delta^*(q_0, cb)$
5. $\delta^*(q_0, \varepsilon)$

Kasu bakoitzak 0,020 balio du.

$(q_0, aaaa)$	$(q_0, bbaa)$	(q_0, cba)	(q_0, cb)	(q_0, ε)
				BAI
(q_1, aaa)	(q_2, baa)	(q_2, ba)	(q_2, b)	
(q_3, aa)	(q_2, aa)	(q_2, a)	(q_2, ε)	
			BAI	
(q_1, a)	(q_4, aa)	(q_4, ε)		
		BAI		
(q_3, ε)	(q_5, ε)			
BAI	EZ			

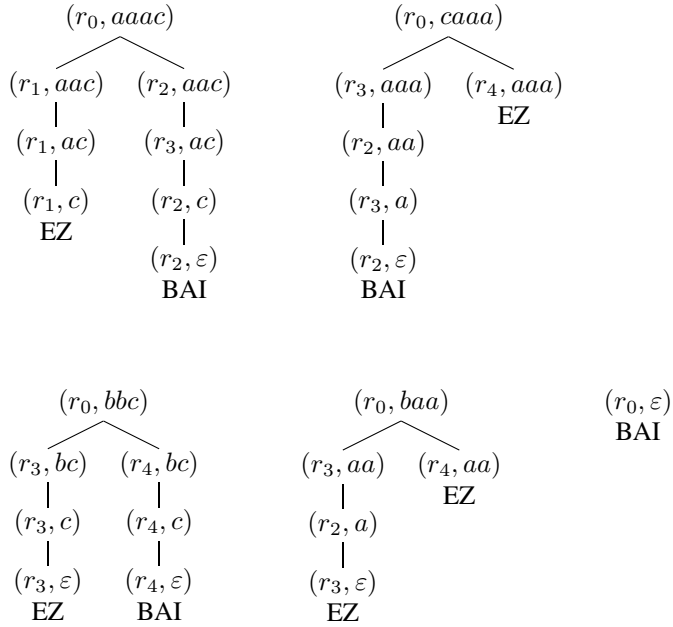
5 Konputazio ez-deterministen garapena (0,100 puntu)

Jarraian erakusten den AFED-a kontuan hartuz, hor zehazten diren konputazioei dagokien konfigurazio deterministez eraturako zuhaitza garatu urratsez urrats, bukaeran AFED-ak “Bai” ala “Ez” erantzungo duen esanez:



1. $\nu^*(r_0, aaac)$
2. $\nu^*(r_0, caaaa)$
3. $\nu^*(r_0, bbc)$
4. $\nu^*(r_0, baa)$
5. $\nu^*(r_0, \varepsilon)$

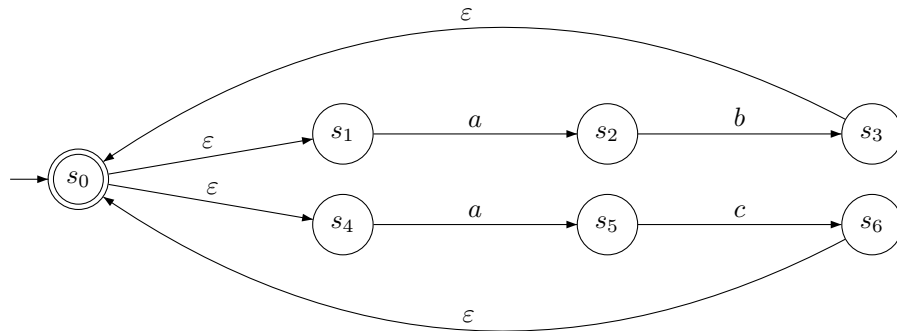
Kasu bakoitzak 0,020 balio du.



Konputazio edo zuhaitz bakoitzean, gutxienez adar batean “BAI” ateratzen bada, orduan azkeneko emaitza ere baiezkoa izango da. Adar guztietan “EZ” ateratzen bada, orduan azkeneko emaitza ezezkoa izango da.

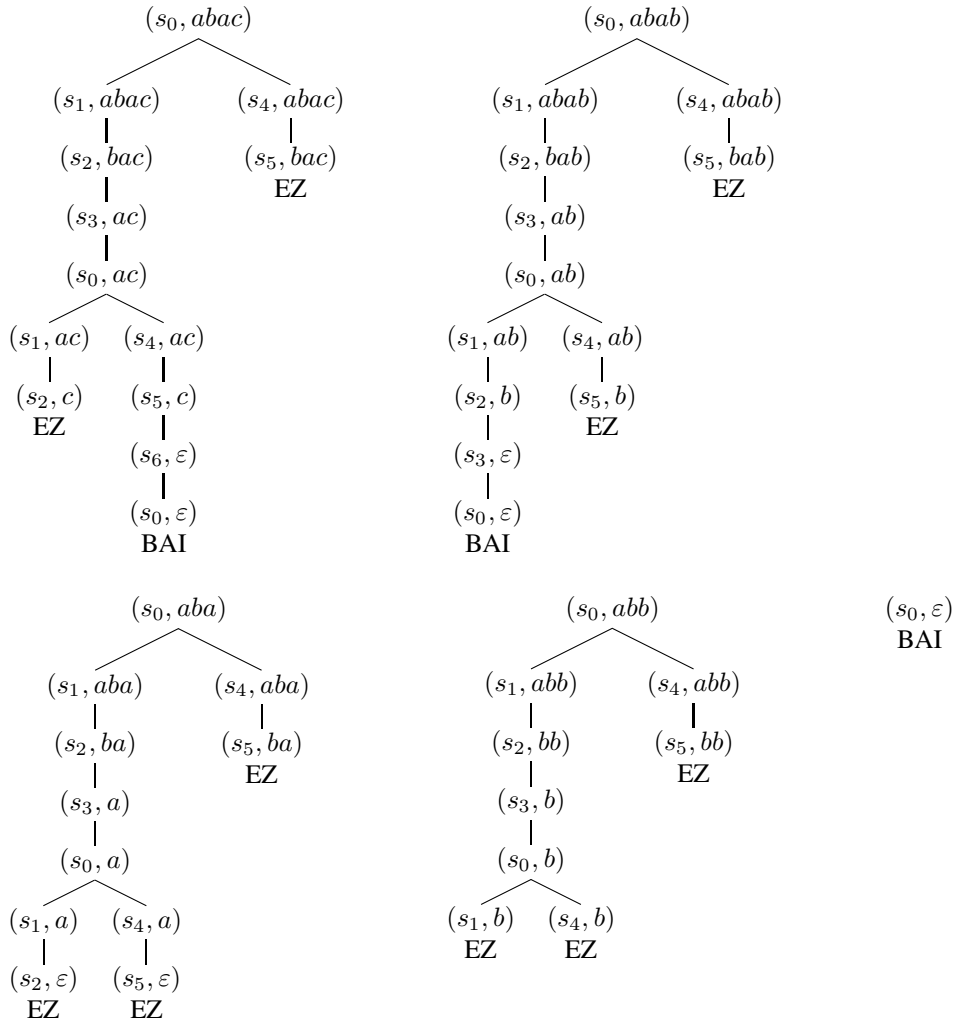
6 ε trantsizioak dituzten konputazio ez-deterministen garapena (0,100 puntu)

Jarraian erakusten den ε -AFED-a kontuan hartuz, hor zehazten diren konputazioak konfigurazio deterministez osatutako zuhaitzen bidez garatu urratsez urrats, bukaeran ε -AFED-ak “Bai” ala “Ez” erantzungo duen esanez:



1. $\lambda^*(s_0, abac)$
2. $\lambda^*(s_0, abab)$
3. $\lambda^*(s_0, aba)$
4. $\lambda^*(s_0, abb)$
5. $\lambda^*(s_0, \varepsilon)$

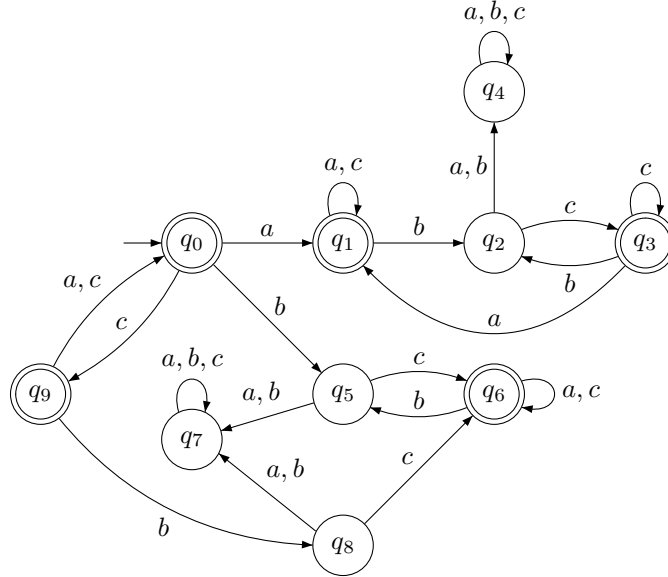
Kasu bakoitzak 0,020 balio du.



Konputazio edo zuhaitz bakoitzean, gutxienez adar batean “BAI” ateratzen bada, orduan azkeneko emaitza ere baiezkoa izango da. Adar guztietan “EZ” ateratzen bada, orduan azkeneko emaitza ezezkoa izango da. Jabetu beharra dago bi zirkulu dituen egoera batez eta ε hitz hutsaz osatutako konfigurazio batera iritsiz gero, adar hori “Bai” erantzunarekin bukatuko dela, nahiz eta jarraitzeko aukera izan. Hori gertatu da lehenengo, bigarren eta bosgarren konputazioetan (s_0, ε) konfigurazioa agertu denean.

7 AFD-en minimizazioa (0,300 puntu)

$A = \{a, b, c\}$ alfabetoaren gainean definitutako honako AFD hau minimizatu:



AFD honi dagokion δ trantsizio-funtzioa honako taula honen bidez adieraz daiteke:

δ	a	b	c
q_0	q_1	q_5	q_9
q_1	q_1	q_2	q_1
q_2	q_4	q_4	q_3
q_3	q_1	q_2	q_3
q_4	q_4	q_4	q_4
q_5	q_7	q_7	q_6
q_6	q_6	q_5	q_6
q_7	q_7	q_7	q_7
q_8	q_7	q_7	q_6
q_9	q_0	q_8	q_0

- **Lehenengo zatiketa:** Alde batetik zirkulu bakarra dutenak eta bestetik bi zirkulu dituztenak:

$$\begin{aligned} [q_0] &= \{q_0, q_1, q_3, q_6, q_9\} \\ [q_2] &= \{q_2, q_4, q_5, q_7, q_8\} \end{aligned}$$

- **Bigarren zatiketa:** q_0 eta q_2 ordezkari bezala erabiliz, trantsizioen taula berriedatziko dugu orain:

δ	a	b	c
q_0	$[q_0]$	$[q_2]$	$[q_0]$
q_1	$[q_0]$	$[q_2]$	$[q_0]$
q_2	$[q_2]$	$[q_2]$	$[q_0]$
q_3	$[q_0]$	$[q_2]$	$[q_0]$
q_4	$[q_2]$	$[q_2]$	$[q_2]$
q_5	$[q_2]$	$[q_2]$	$[q_0]$
q_6	$[q_0]$	$[q_2]$	$[q_0]$
q_7	$[q_2]$	$[q_2]$	$[q_2]$
q_8	$[q_2]$	$[q_2]$	$[q_0]$
q_9	$[q_0]$	$[q_2]$	$[q_0]$

$[q_0]$ multzoko egoeren jokabidea aztertuz, denek jokabide bera dutela ikus dezakegu. Beraz, $[q_0]$ ez da zatitu behar.

$[q_2]$ multzoa hartuz, q_2 , q_5 eta q_8 egoerek jokaera bera dute baina q_4 eta q_7 egoerek beste jokaera bat dute. Guztira bi jokabide desberdin ikus ditzakegu eta, ondorioz, $[q_2]$ bitan zatitu behar da.

Beraz, honako multzo hauek ditugu bigarren zatiketaren ondorio bezala:

$$\begin{aligned}[q_0] &= \{q_0, q_1, q_3, q_6, q_9\} \\ [q_2] &= \{q_2, q_5, q_8\} \\ [q_4] &= \{q_4, q_7\}\end{aligned}$$

- **Ez dago hirugarren zatiketarik:** q_0 , q_2 eta q_4 ordezkari bezala erabiliz, trantsizioen taula berridatziko dugu:

δ	a	b	c
q_0	$[q_0]$	$[q_2]$	$[q_0]$
q_1	$[q_0]$	$[q_2]$	$[q_0]$
q_2	$[q_4]$	$[q_4]$	$[q_0]$
q_3	$[q_0]$	$[q_2]$	$[q_0]$
q_4	$[q_4]$	$[q_4]$	$[q_4]$
q_5	$[q_4]$	$[q_4]$	$[q_0]$
q_6	$[q_0]$	$[q_2]$	$[q_0]$
q_7	$[q_4]$	$[q_4]$	$[q_4]$
q_8	$[q_4]$	$[q_4]$	$[q_0]$
q_9	$[q_0]$	$[q_2]$	$[q_0]$

$[q_0]$ multzoko bost osagaiek jokabide bera dute eta, ondorioz, $[q_0]$ multzoa ez da zatitu behar. $[q_2]$ multzoko hiru osagaiek jokabide bera dute eta, ondorioz, multzo hori ere ez da zatitu behar. $[q_4]$ multzoko bi osagaiek jokabide bera dutenez, multzo hori dagoen bezala geldituko da.

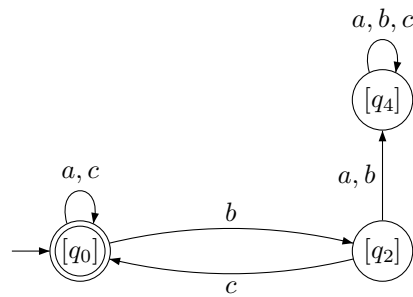
- **Automata txikiena:**

Guztira honako multzo hauek gelditu dira eta hiru egoera izango ditugu:

$$\begin{aligned}[q_0] &= \{q_0, q_1, q_3, q_6, q_9\} \\ [q_2] &= \{q_2, q_5, q_8\} \\ [q_4] &= \{q_4, q_7\}\end{aligned}$$

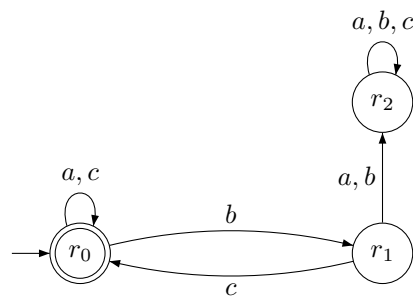
Trantsizioak eraiki den azkeneko taulatik aterako dira:

δ	a	b	c
q_0	$[q_0]$	$[q_2]$	$[q_0]$
q_2	$[q_4]$	$[q_4]$	$[q_0]$
q_4	$[q_4]$	$[q_4]$	$[q_4]$



Hasierako automatan bi zirkulu dituzten egoerez osatutako multzo bakarra $[q_0]$ denez, $[q_0]$ egoerak bi zirkulu izango ditu.

Egoeren izenak 0tik aurrera jarraian joateko, berrizenda ditzakegu:



Automata hau, b bakoitzaren ondoren (gutxienez) c bat duten hitzez osatutako lengoaiari dagokiona da.