Oppgaver til kapittel 1

1.1 (a) $A \cup B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$
(b) $A \cap B = \{0, 1, 2, 3, 4\}$
(c) $A \setminus B = \{5, 6, 7\}$
(d) $\emptyset \setminus (A \setminus B) = \emptyset$
(e) $(A \setminus B) \setminus C = \{6\}$
(f) $(B \cup C) \setminus A = \emptyset$
(g) $((A \cup B) \setminus A) \setminus B = \emptyset$
(h) $(A \cup B) \setminus (A \setminus B) = \{0, 1, 2, 3, 4\}$

1.2 $A = \{a\}$, $B = \{b\}$, $C = \{2, 4\}$

1.3 (a) Nei, $\{2\} \not\subseteq A$. Derimot er $\{\{2\}\} \subseteq A$. 2 er ikke et element i A.
(b) Ja, $\{2\} \in A$. Mengden $\{2, 2\}$ er det samme som $\{2\}$, siden elementers innbyrdes forekomster i mengder ignoreres.
(c) $A \cap B = \{1, 2\}$

1.4 (a) Ja, $(A \setminus C) \subseteq (B \setminus C)$. Vi vet at $A \subseteq B$. $A \setminus C$ er mengden A med kun de elementer som ikke er element i C. Det blir ikke lagt til noen nye elementer. Det samme gjelder for $B \setminus C$. Si at $x \in (A \setminus C)$. Dette betyr at $x \notin C$. Siden $A \subseteq B$, har vi at $x \in A$ og $x \in B$.
(b) Nei $A \cap B$ må ikke være en delmengde av $(A \cap B) \cap C$, fordi det kan være at $A \cap B$ ikke deler noen elementer med C. Si at $(A \cap B) \cap C = \emptyset$: Husk at vi har at $A \cap B \neq \emptyset$, siden $A \subseteq B$, og A og B er ikke-tomme mengder. Vi står igjen med det faktum at $A \cap B \not\subseteq \emptyset$. På den annen side har vi at alle elementer i i $(A \cap B) \cap C$ faktisk er i $A \cap B$, så vi står igjen med at $(A \cap B) \cap C \subseteq A \cap B$.

Oppgaver til kapittel 2

2.1 (a) $(E \rightarrow S)$
(b) $(S \rightarrow E)$
(c) $(E \wedge \neg S)$
(d) $(S \leftrightarrow \neg E)$

2.2 (a) *Jeg bruker munnbind hvis jeg er ute.*
(b) *Hvis jeg ikke bruker munnbind, er jeg ikke ute.*
(c) *Jeg hverken er ute eller bruker munnbind.*
(d) *Hvis jeg er ute og har det travelt, bruker jeg ikke munnbind.*

2.3 (a) $(M \wedge \neg T)$
(b) $(U \rightarrow M)$
(c) $\neg(U \wedge \neg M)$
(d) $((U \wedge \neg M) \rightarrow T)$

2.4 (a) F kan ikke være sann med mindre utsagnet er sant. Utsagnet er en nødvendig betingelse for F.

(b) Utsagnet har ingen innvirkning på F sin sannhetsverdi.

(c) F kan være sann selv om utsagnet er usant, men hvis utsagnet er sant, er F sann. Utsagnet er en tilstrekkelig betingelse for F.

(d) Utsagnet har ingen innvirkning på F sin sannhetsverdi. Det kan være at katten ikke er både blid og oransje, men bare blid. Hvis katten er blid og oransje, kan det likevel være at den ikke er stor. Og det at katten er stor og blid, sier ingenting om dens farge.

(e) Utsagnet er identisk med F. Dermed er det både en nødvendig og tilstrekkelig betingelse for F.

(f) Utsagnet er en motsetning; ingen av betingelsestypene.

(g) Min mening: Man kan ikke være svær uten å være stor. Og man kan ikke være glad uten å være blid. Vi kaller det gitte utsagn for G. G kan ikke være sann, med mindre F er sann. Men F kan være sann, uten at G er sann. Hvis G er sann, er F sann. $(G \to F)$ sier oss: *Hvis min katt er glad og svær, så er den glad og blid.* Utsagnet er en tilstrekkelig betingelse for F.

(h) Utsagnet *Jeg eier et kjæledyr*, kaller vi for K. F kan ikke være sann, hvis ikke K er sann. $(F \to K)$ sier oss: *Hvis min katt er stor og blid, eier jeg et kjæledyr*. Den kan også leses slik: *Min katt er stor og blid bare hvis jeg eier et kjæledyr*. Man kan eie et kjæledyr uten at det er en katt. Men hvis man eier en katt, eier man uten tvil et kjæledyr. Utsagnet er en nødvendig betingelse for F.