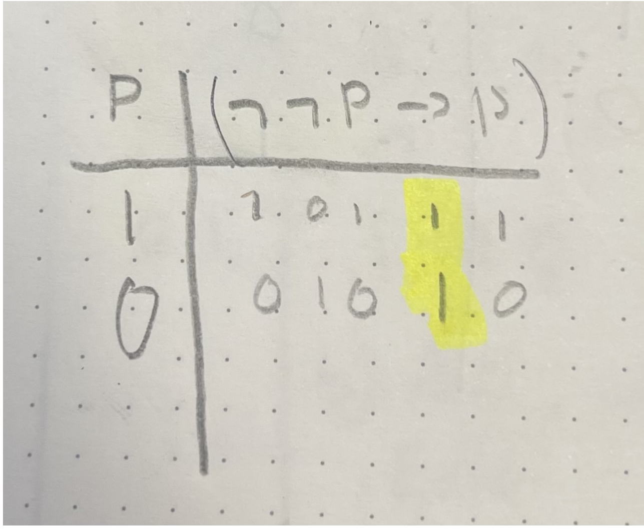
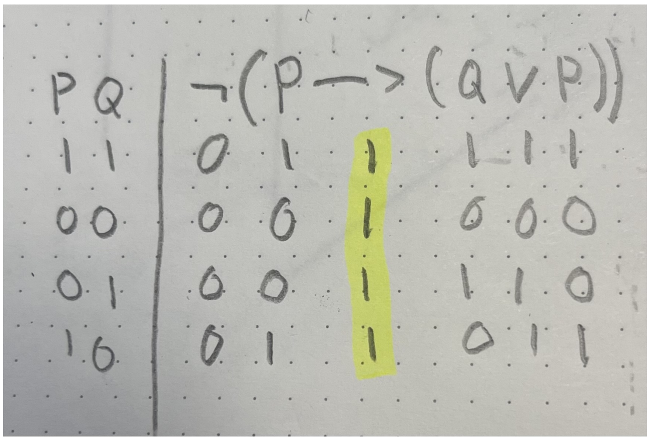


Figur 1:



Figur 2:

Oppgaver til kapittel 3

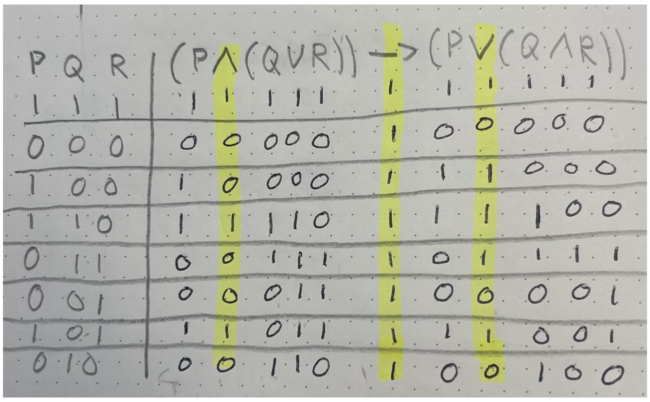
3.1 (a) Se figur 1.
(b) Se figur 2.
(c) Se figur 3.

3.2

Formelen i a) er ekvivalent med formelen i d). Formelen i b) er ekvivalent med formelen i e), fordi begge er usanne for valuasjonen som gjoer P og Q sanne, og R usann. Formelen i c) er ekvivalent med formelen i f), fordi begge er usanne for valuasjonen som gjoer P og R usanne, og Q sann.

3.3 $((\neg P \land \neg Q) \lor \neg R) \Leftrightarrow \neg(P \lor Q) \lor \neg R \Leftrightarrow \neg((P \lor Q) \land R) \Leftrightarrow (P \lor Q) \to \neg R$

3.4 (a) Vi ser at F kan uttrykkes ved formelen $\neg(P \land \neg Q \land \neg R)$. Dette uttrykket er ekvivalent med $P \to (Q \lor R)$, fordi vi vet det foelgende ved implikasjon: Dersom det som impliserer er



Figur 3:

sant, og det som blir implisert er usant, vil hele uttrykket evalueres til aa vaere usant. Dersom P er sann, og hverken Q eller R er sanne, vil hele uttrykket vaere usant. Dette er den eneste valuasjon som falsifiserer uttrykket.

(b) Gitt uttrykket $P \to (Q \vee R)$, la A representere P, og la B representere $(Q \vee R)$. Vi vet fra ekvivalensreglene ved implikasjon, at $\neg(A \to B) \Leftrightarrow A \wedge \neg B$. Ved aa sette inn for A og B, kan vi derfor uttrykke det opprinnelige uttrykket slik: $\neg(P \wedge (\neg Q \wedge \neg R))$.

Oppgaver til kapittel 4

4.1 (a) $(P \to Q)$ er ikke ekvivalent med $(Q \wedge P)$. Som foelge av reglene ved implikasjon, vil $(P \to Q)$ vaere sann for valuasjonen som gjoer baade Q og P usanne. $(Q \wedge P)$ er bare sann naar baade Q og P er sanne. Foelgelig er $(P \to Q)$ en logisk konsekvens av sistnevnte, siden $(P \to Q)$ er sann hver gang $(Q \wedge P)$ er sann, altsaa naar baade Q og P er sanne.

(b) Uttrykkene er ikke ekvivalente, siden $(P \wedge Q)$ kun er sann naar baade P og Q er sanne. Det andre uttrykket er sant naar enten baade P og Q er sanne, eller ingen av dem er sanne. Foelgelig er dette uttrykket en logisk konsekvens av $(P \wedge Q)$, siden det er sant hver gang sistnevnte er sant.

4.2 (a) Paastanden er usann. At A er oppfyllbar, sier bare at den *kan* oppfylles ved en gitt valuasjon v_i. Dette sier ingenting om hvorvidt A er oppfyllbar for alle valuasjoner. Dersom dette er situasjonen, er A ikke falsifiserbar.

(b) Paastanden er sann. En kontradiksjon kan ikke oppfylles for noen valuasjoner, og en tautalogi kan aldri oppfylles.

(c) Korrekt. $A \Rightarrow A$. A er sann hver gang A er sann.

(d) Paastanden er usann, saafremt A ikke er en tautalogi. Det gaar andre veien: En tautalogi er alltid en logisk konsekvens av ethvert uttrykk, ettersom den alltid er sann, naar det andre uttrykket er sant.

(e) Korrekt. A er sann hver gang en motsigelse er sann, som altsaa aldri forekommer.

(f) Paastanden er usann. La mengden M vaere gitt ved $\{\top, \bot\}$. For aa avgjoere om mengden i seg selv er uavhenging, maa hver formel i mengden vaere uavhengig av mengden av de andre formlene. Er $\top$ uavhengig av $\{\bot\}$? Nei, fordi $\top$ er en logisk konsekvens av $\bot$.

4.3 (a) For at alle uttrykkene i mengden av argumenter skal vaere sanne, holder det at C og B er sanne. Hvis C er sann, har det ikke noe aa si i uttrykket $(A \to C)$ om hvorvidt A er sann eller ei. For $(A \vee B)$ vet vi allerede at B maa vaere sann. Mengden av premisser kan oppfylles for valuasjonen som gjoer B og C sanne, men A usann. Isaafall er ikke A en logisk konsekvens av mengden, og **argumentet holder ikke**.

(b) Gitt premisset $(A \wedge C)$, maa A og C vaere sanne. For premisset $(C \to B)$, saa lenge B er sann, er uttrykket sant. Hver gang uttrykkene i mengden av premisser er sanne samtidig, er ogsaa konklusjonen sann. **Argumentet holder**.

4.4 (a) Uttrykket er hverken en kontradiksjon eller tautalogi. Uttrykkes falsifiseres av valuasjonen som gjoer baade P og Q usanne, og oppfylles naar baade Q og P er sanne.

(b) Uttrykket er en tautalogi. Dersom $(A \to B)$ er usann, maa noedvendigvis A vaere sann. Isaafall maa noedvendigvis $(B \to A)$ vaere sann.

(c) Uttrykket er hverken en kontradiksjon eller tautalogi. Uttrykket oppfylles naar hverken A eller B er sanne, og falsifiseres naar enten kun A eller kun B er sanne.

(d) Uttrykket er en kontradiksjon. Paa venstre side av $\wedge$-tegnet maa baade A og B vaere sanne, for at uttrykket skal vaere sant. Paa hoeyre side av $\wedge$-tegnet maa baade A og B vaere usanne, for at uttrykket skal vaere sant. En variabel kan ikke vaere baade sann og usann samtidig. Begge sidene av hele uttrykket maa oppfylles, for at hele uttrykket skal evalueres til aa vaere sant.