

TENTAMEN I REGLERTEKNIK (TSRT93)

SAL: TER 1, TER E

TID: 21 augusti, 2025, klockan 8–13

KURS: TSRT93, REGLERTEKNIK

PROVKOD: TEN1

INSTITUTION: ISY

ANTAL UPPGIFTER: 3

ANTAL SIDOR PÅ TENTAMEN (Exklusive försättsblad): 8

ANSVARIG LÄRARE: Anders Hansson, 070-3004401

KURSAMINISTRATÖR: Ninna Stensgård 013-282225, ninna.stensgard@liu.se

TILLÅTNA HJÄLPMEDEL: Grundläggande lärobok i reglerteknik, t.ex. "Hansson: Reglerteknik—En Introduktion", med normala inläsningsanteckningar, tabeller och formelsamlingar utgivna på förlag, räknedosa utan färdiga program.

LÖSNINGSFÖRSLAG: Anslås på kurshemsidan efter tentamen.

VISNING: Äger rum 2025–09–18 kl 12.30–13.00 i Ljungeln, B-huset, ingång 27, A-korridoren till höger.

PRELIMINÄRA BETYGSGRÄNSER:

betyg 3 27 poäng

betyg 4 40 poäng

betyg 5 50 poäng

varav minst 6 poäng på varje delfråga.

Lösningar till samtliga uppgifter ska presenteras så att alla steg kan följas på ett tydligt sätt. Bristande motiveringar ger poängavdrag.

Lycka till!

1. (a) Genom att tillföra insulin kan blodsockerhalten hos en patient med diabetes hållas på en hälsosam nivå. Denna behandling kan ses som en reglertechnisk tillämpning. Förklara vad som är referenssignal, styrsignal och utsignal här och ge ett exempel på vad en systemstörning kan vara. (5p)
- (b) Ett system beskrivs av överföringsfunktionen

$$G(s) = \frac{s+4}{s^2 + 2s + 1}$$

och sambandet $Y(s) = G(s)U(s)$. Ange en differentialekvation i u och y som beskriver systemet. (3p)

- (c) Ett system som beskrivs av sambandet $Y(s) = G(s)U(s)$, med $G(0) = 2$, återkopplas med en P-regulator. Det slutna systemet är insignalutsignalstabilt för de båda regulatorinställningarna $K_P = 1$ och $K_P = 4.5$. Beräkna $\lim_{t \rightarrow \infty} y(t)$ för det slutna systemet när referenssignalen är ett steg med amplitud 1 för de båda valen av regulatorförstärkning. Nämnn en fördel och en nackdel med att välja en högre förstärkning i regulatorn. (6p)

- (d) Läsarmen på en hårddisk kan modelleras enligt

$$Y(s) = G(s)U(s)$$

där $U(s)$ är moment och $Y(s)$ är position. Armen styrs med återkopplingen

$$U(s) = K(R(s) - Y_m(s))$$

Mätsignalen $Y_m(s)$ ges av

$$Y_m(s) = G_m(s)(Y(s) + N(s))$$

där $N(s)$ är en mätstörning och $G_m(s)$ är överföringsfunktionen för den sensor som mäter läsarmens vinkel. De inblandade överföringsfunktionerna ges av

$$G(s) = \frac{5}{s(s+20)}$$

respektive

$$G_m(s) = \frac{1}{s/100 + 1}$$

Rita blockschema som visar hur $Y(s)$ beror på $R(s)$ och $N(s)$ och ta fram ett uttryck för $Y(s)$. (6p)

2. (a) Beräkna en tillståndsåterkoppling för systemet

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 3 & -4 \end{pmatrix}x(t) + \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}u(t) \\ y(t) &= (1 \ 0)x(t)\end{aligned}$$

som placerar det slutna systemets båda poler i -4 och som gör att den statiska förstrkningen från referenssignal till utsignal blir 1. (4p)

- (b) Antag att de båda överföringsfunktionerna

$$G_1(s) = \frac{1}{s^2 + 3s + 2}$$

och

$$G_2(s) = \frac{2s - 1}{s^2 + 3s + 2}$$

är givna och att $Y_1(s) = G_1(s)U(s)$ och $Y_2(s) = G_2(s)U(s)$. Ta fram en minimal tillståndsbeskrivning som har $u(t)$ som insignal och $y_1(t)$ och $y_2(t)$ som utsignaler. (4p)

- (c) Antag att systemet

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= A_1x_1 + B_1u_1, \\ y_1 &= C_1x_1\end{aligned}$$

seriekopplas med ett annat system,

$$\begin{aligned}\dot{x}_2 &= A_2x_2 + B_2u_2, \\ y_2 &= C_2x_2,\end{aligned}$$

det vill säga att utsignalen från det första systemet är insignal till det andra. Ange en tillståndsbeskrivning för hela det seriekopplade systemet, det vill säga från insignalen till det första systemet till utsignalen från det andra. Antag att alla in- och utsignaler till de båda delsystemen är skalära. (6p)

- (d) Beräkna de tre första termerna i serieutvecklingen för e^{At} för

$$A = \begin{pmatrix} 6 & -9 & 0 \\ 4 & -6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Ange även e^{At} på sluten form, d.v.s. inte som en serieutveckling. (3p)

- (e) Verifiera att $\frac{d}{dt}e^{At} = Ae^{At}$ för A -matrisen från uppgift (d) och e^{At} som beräknades där. (3p)

3. (a) Systemet

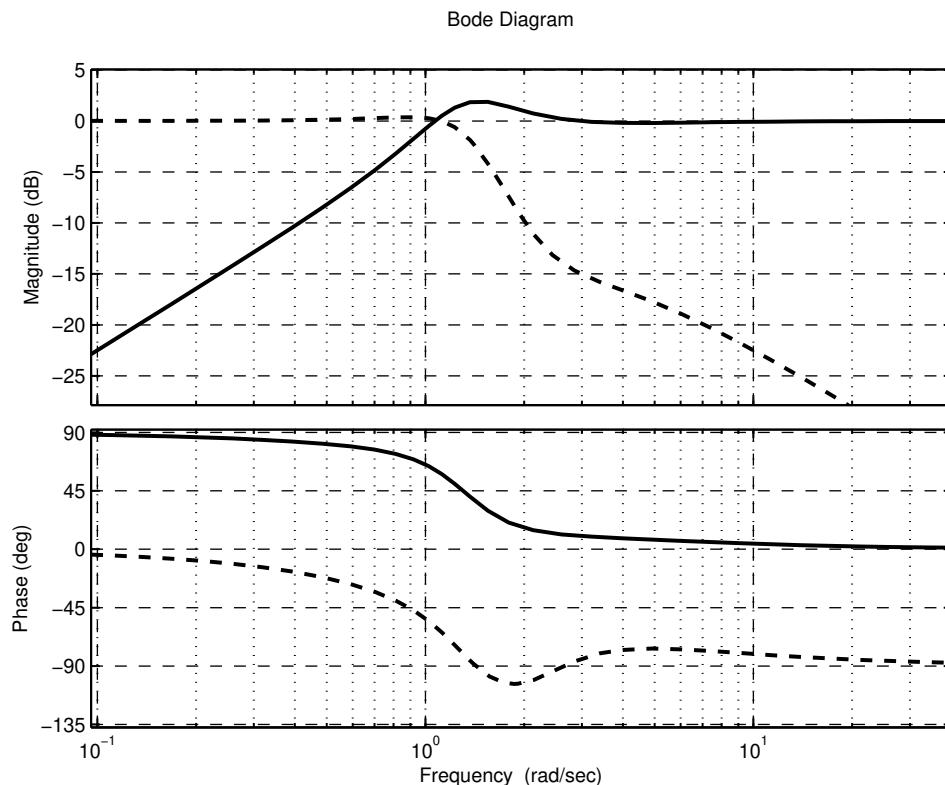
$$G(s) = \frac{(s^2 + 2s + 5)(s + 2)}{s(s^2 + 2s + 2)(s + 3)}$$

styrs med en återkoppling

$$U(s) = K(R(s) - Y(s)).$$

Antag att P-regulatorn har förstärkning $K = 0.8$. Detta ger en känslighetsfunktion (heldragen linje) och komplementär känslighetsfunktion (streckad linje) enligt figur 1. Beskriv vad dessa säger om systemets egenskaper vad det gäller störningsundertryck-

ning och robusthet i detta fall. (4p)

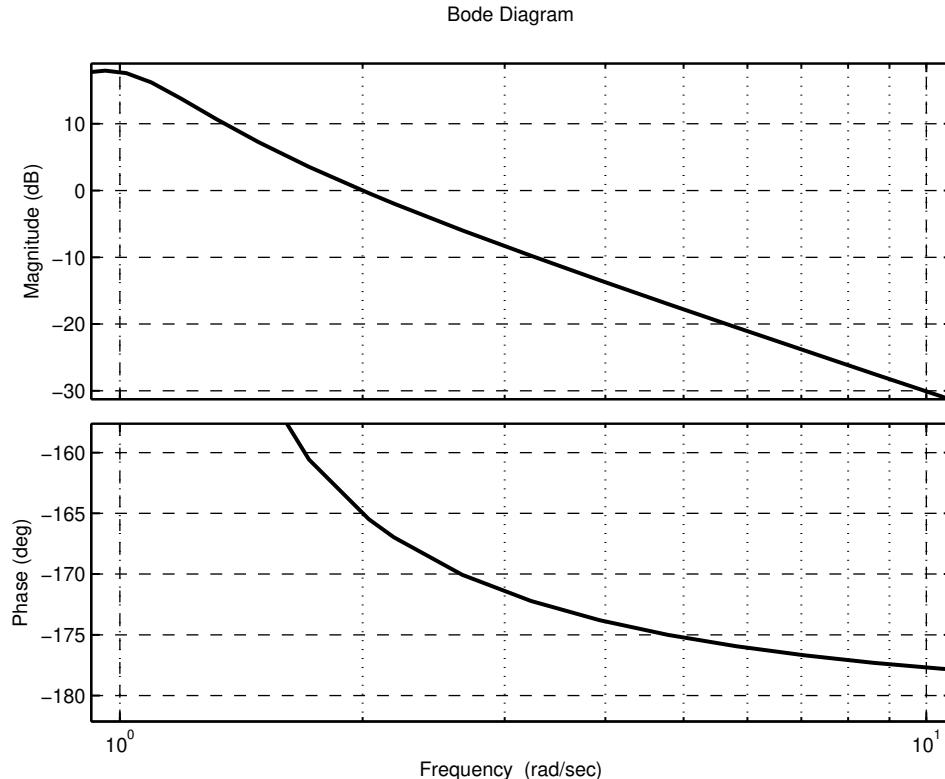


Figur 1: Känslighetsfunktion (heldragen linje) och komplementär känslighetsfunktion (streckad linje) för systemet i uppgift 3(a).

(b) Bodediagrammet för ett system med överföringsfunktionen

$$G(s) = \frac{3.1}{s^2 + 0.4s + 1}$$

visas i figur 2. Antag att insignalen till systemet är $\sin(3t)$. Vad blir utsignalen efter att alla transienter har klingat av? (3p)



Figur 2: Bodediagram för $G(s)$ i uppgift 3(b).

(c) Ett mekaniskt system beskrivs av modellen

$$Y(s) = G(s)U(s)$$

där

$$G(s) = \frac{1}{s(0.1s + 1)}$$

Systemet styrs med PD-återkoppling på formen

$$U(s) = (K_P + K_D s)(R(s) - Y(s))$$

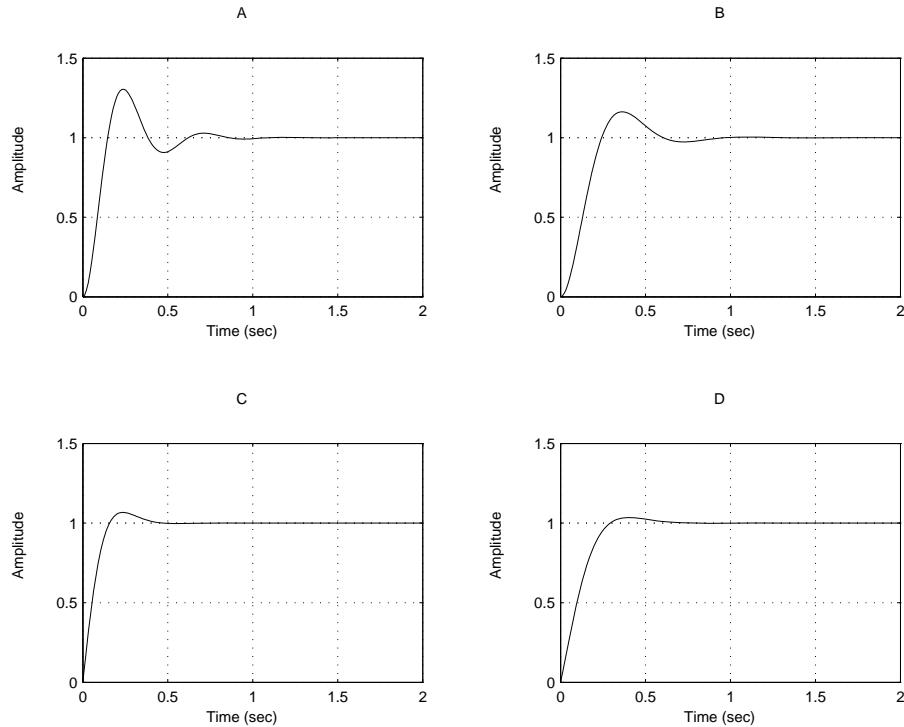
Reglersystemet testas genom att låta referenssignalen vara ett steg med amplituden ett för följande kombinationer av koefficienter i PD-återkopplingen.

$$(i) K_P = 10 \quad K_D = 0 \quad (ii) K_P = 10 \quad K_D = 0.5$$

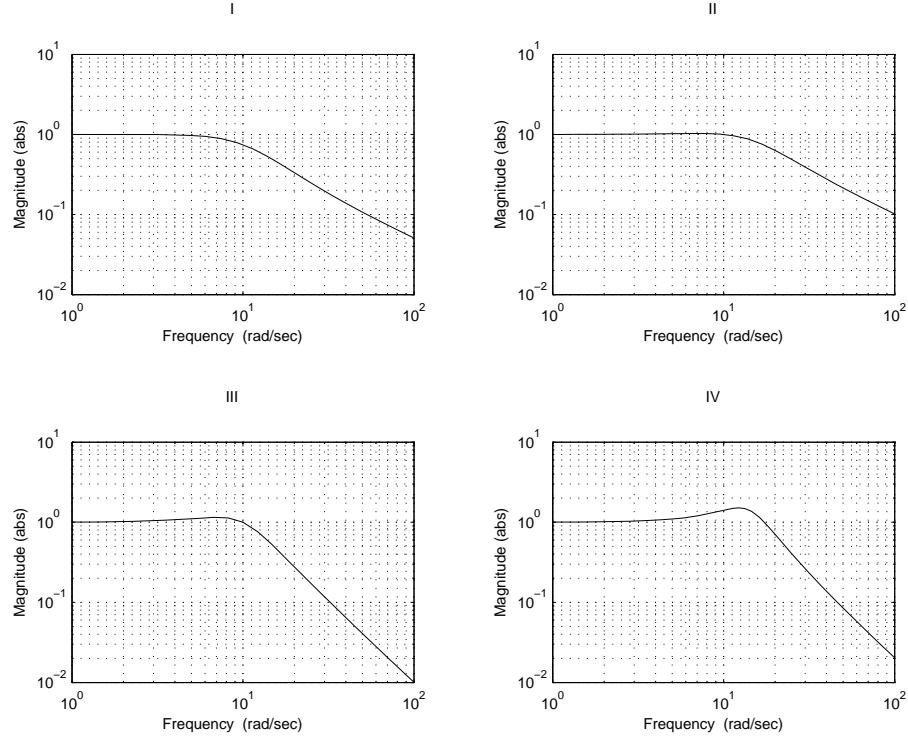
$$(iii) K_P = 20 \quad K_D = 0 \quad (iv) K_P = 20 \quad K_D = 1$$

Figurerna 3–4 nedan visar det återkopplade systemets stegsvar för de olika fallen samt amplitudkurvan för det återkopplade systemets Bodediagram. Kombinera parametervärdena med figurerna. Motivera noga!

(7p)



Figur 3: Stegsvar till uppgift 3(c).



Figur 4: Bodediagram till uppgift 3(c).

(d) Ett instabilt system antas kunna beskrivas av modellen

$$Y(s) = G(s)U(s)$$

där

$$G(s) = \frac{(s - 1)}{(s^2 - s + 1)(s + 2)}$$

Systemet styrs med proportionell återkoppling

$$U(s) = K(R(s) - Y(s)).$$

Antag nu att systemet i verkligheten beskrivs av

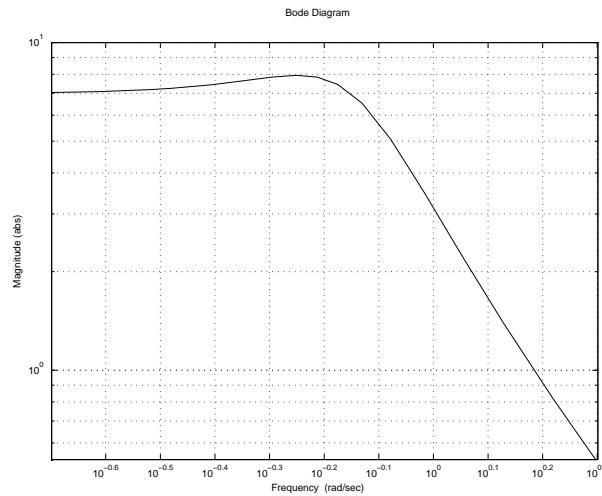
$$Y(s) = G^0(s)U(s)$$

där

$$G^0(s) = \frac{(1 + \delta)(s - 1)}{(s^2 - s + 1)(s + 2)}$$

där δ är en okänd konstant. Vilket relativt modellfel motsvarar detta? (3p)

- (e) I Figur 5 nedan visas den komplementära känslighetsfunktionen $|T(i\omega)|$ när modellen $G(s)$ i (d) ovan styrs med den proportionella återkopplingen där $K = 1.75$. Använd figuren och robusthetskriteriet för att avgöra för vilka δ det återkopplade systemet är stabilt då återkopplingen med $K = 1.75$ används. (3p)



Figur 5: Bodediagram till uppgift 3e