

# TENTAMEN REGLERTEKNIK TSRT19/TSRT23

TID: 17 mars 2025, klockan 14 - 19

UTBKOD: TSRT19/TSRT23

MODUL: TEN1

INSTITUTION: ISY

ANTAL UPPGIFTER: 5

ANSVARIG LÄRARE: Johan Löfberg

JOURHAVANDE LÄRARE: Johan Löfberg, 070-3113019, johan.lofberg@liu.se

BESÖKER SALEN: 15:30, 17:30

KURSAMINISTRATÖR: Ninna Stensgård, tel 013-282225, ninna.stensgard@liu.se

TILLÅTNA HJÄLPMEDEL: Läroboken Glad-Ljung: "Reglerteknik, grundläggande teori" (anteckningar i bok tillåtna), utgiven formelsamling såsom Tefyma, Mathematics Handbook, Beta etc., räknedosa utan färdiga program.

LÖSNINGSFÖRSLAG: Anslås efter tentamen på kursens hemsida.

PRELIMINÄRA BETYGSGRÄNSER: Enligt bedömningskriterie

betyg 3 Minst 6p på uppgift 1, 4p på uppgift 2, 5p på uppgift 3

betyg 4 Godkänd för 3:a, samt minst 33 poäng

betyg 5 Godkänd för 3:a, samt minst 43 poäng

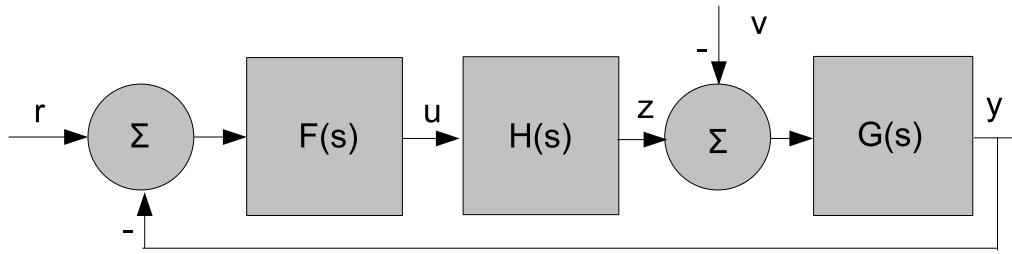
Avbruten rättning vid ej godkänd kan förekomma.

**BS! Lösningar till samtliga uppgifter ska presenteras så att alla steg (utom triviala beräkningar) kan följas. Bristande motiveringar ger poängavdrag.**

Lycka till!

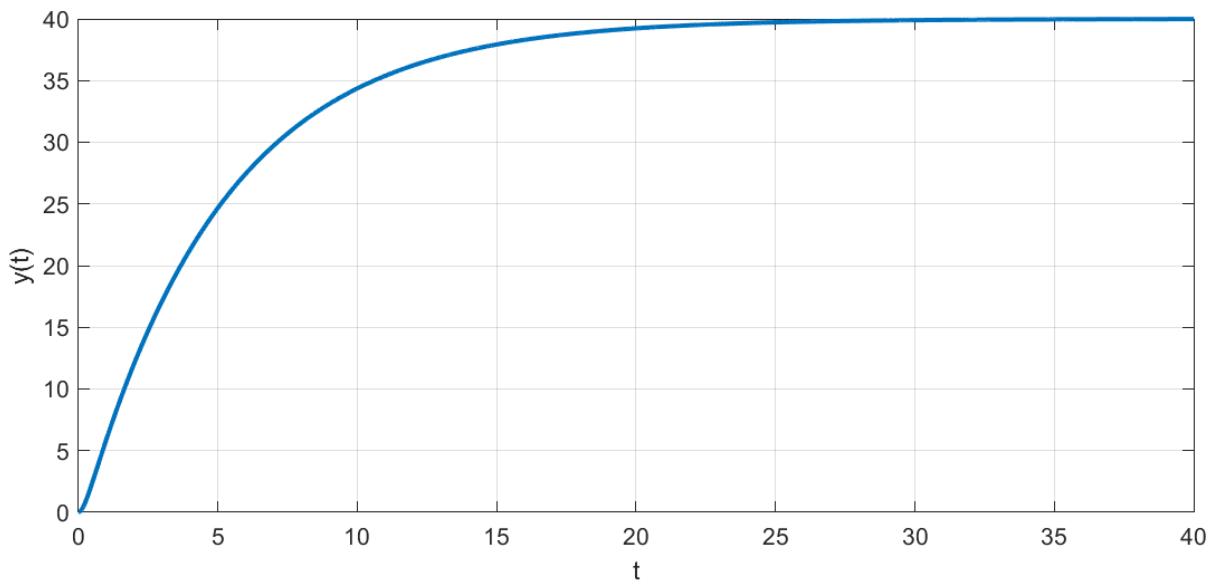
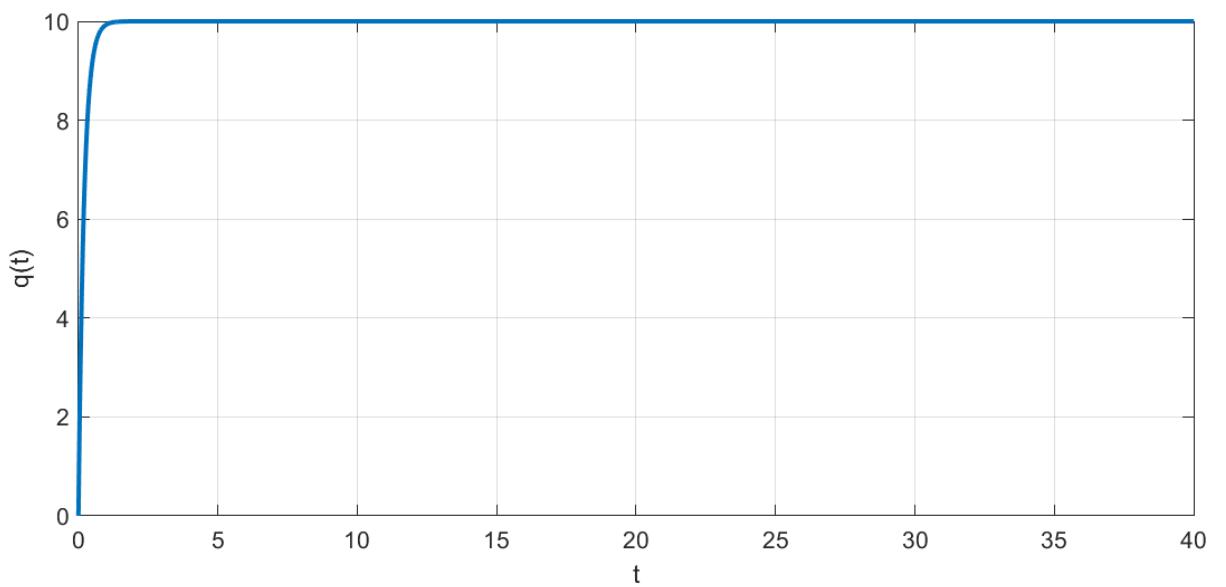


1. (a) Skriv  $Y(s) = \frac{s+3}{(2s+3)(s+4)}U(s)$  i form av en differentialekvation. (1p)
- (b) Antag att ett linjärt system  $G(s) = \frac{B(s)}{A(s)}$  regleras med en PI-regulator. Vilka nollställen kommer slutna systemet ha? (2p)
- (c) Tag fram överföringsfunktionen från störningen  $v$  till styrsignalen  $u$  i block-schemat nedan. (2p)



Figur 1: Återkopplat system med insignalsstörning

- (d) Vi har konstruerat ett seriekopplat system där flödet  $q(t)$  i en pump ges av modellen  $Q(s) = \frac{1}{0.1s+0.5}U(s)$  där  $u(t)$  är spänningen på pumpen. Flödet med vatten från pumpen leder till en vattentank där nivån  $y(t)$  ges av  $Y(s) = \frac{4}{5s+1}Q(s)$ . I Figur 2 visas flödet  $q(t)$  överst och vattennivå  $y(t)$  nederst då ett steg görs på spänningen  $u(t)$ . Vilken amplitud var det på steget? Om du blir ombedd att approximera dynamiken från  $u$  till  $y$  med en överföringsfunktion  $\frac{K}{sT+1}$  vad skulle du sätta  $K$  och  $T$  till? (3p)

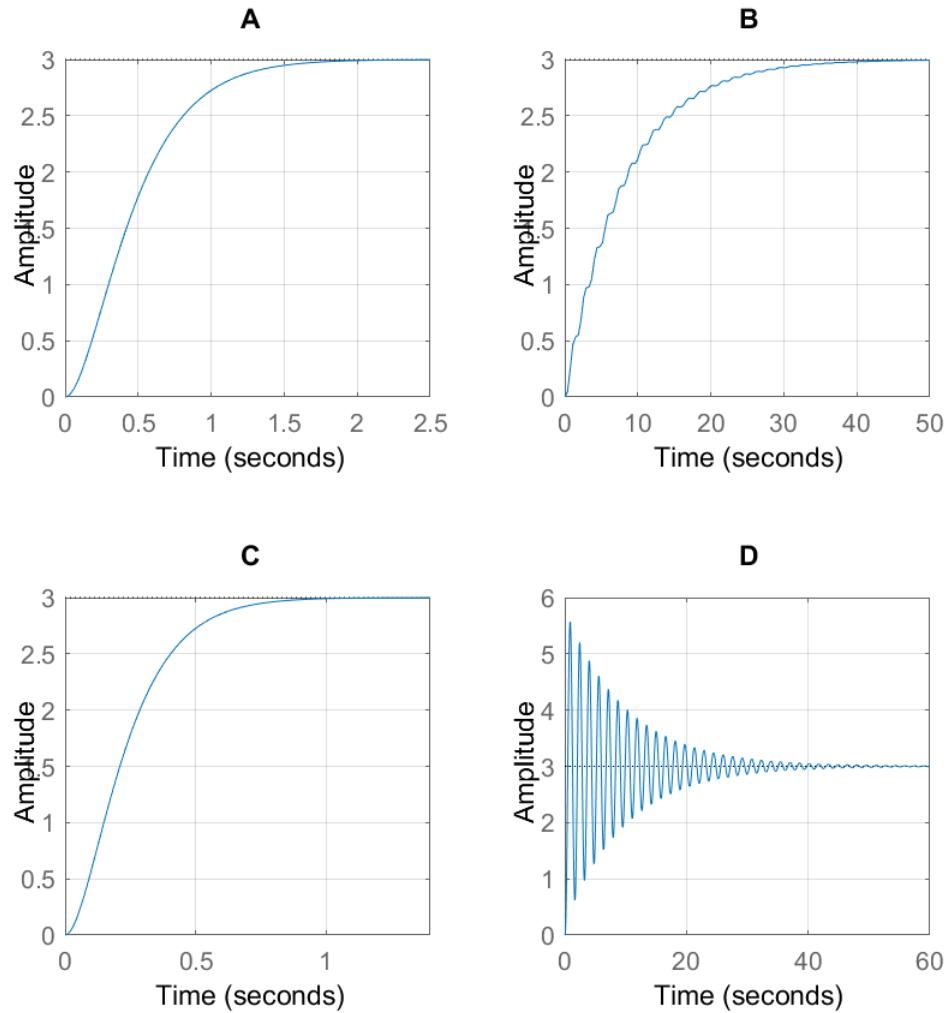


Figur 2: Signaler i vattentanksystemet.

(e) Enhetssteg på följande 4 system har gjorts

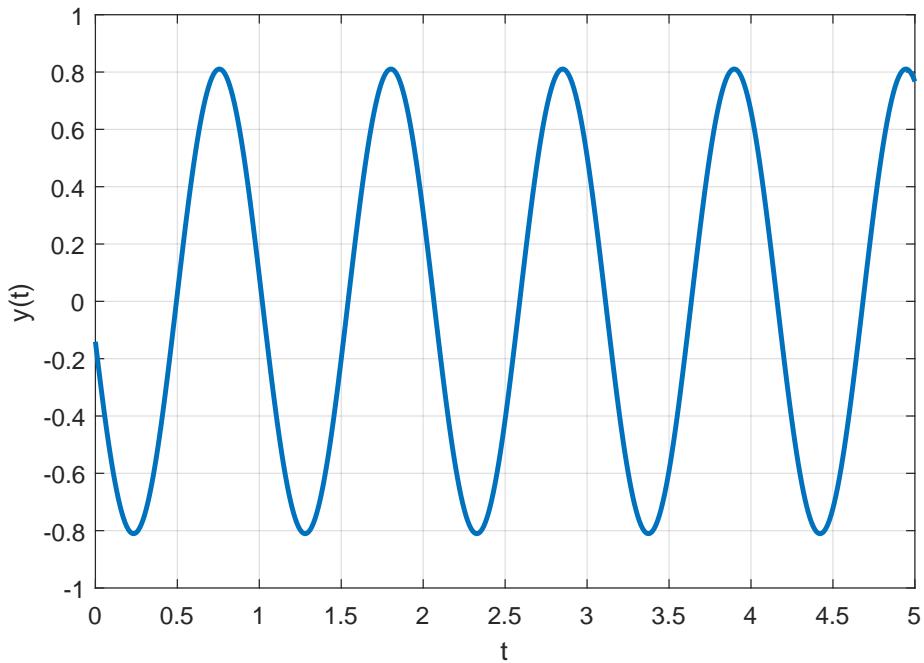
- $G_1(s) = \frac{192}{s^2+16s+64}$
- $G_2(s) = \frac{48}{s^2+8s+16}$
- $G_3(s) = \frac{48}{(s^2+0.2s+16)(8s+1)}$
- $G_4(s) = \frac{48}{(s^2+0.2s+16)(0.1s+1)}$

med resultat enligt Figur 3. Förklara hur du parar ihop dessa. (4p)



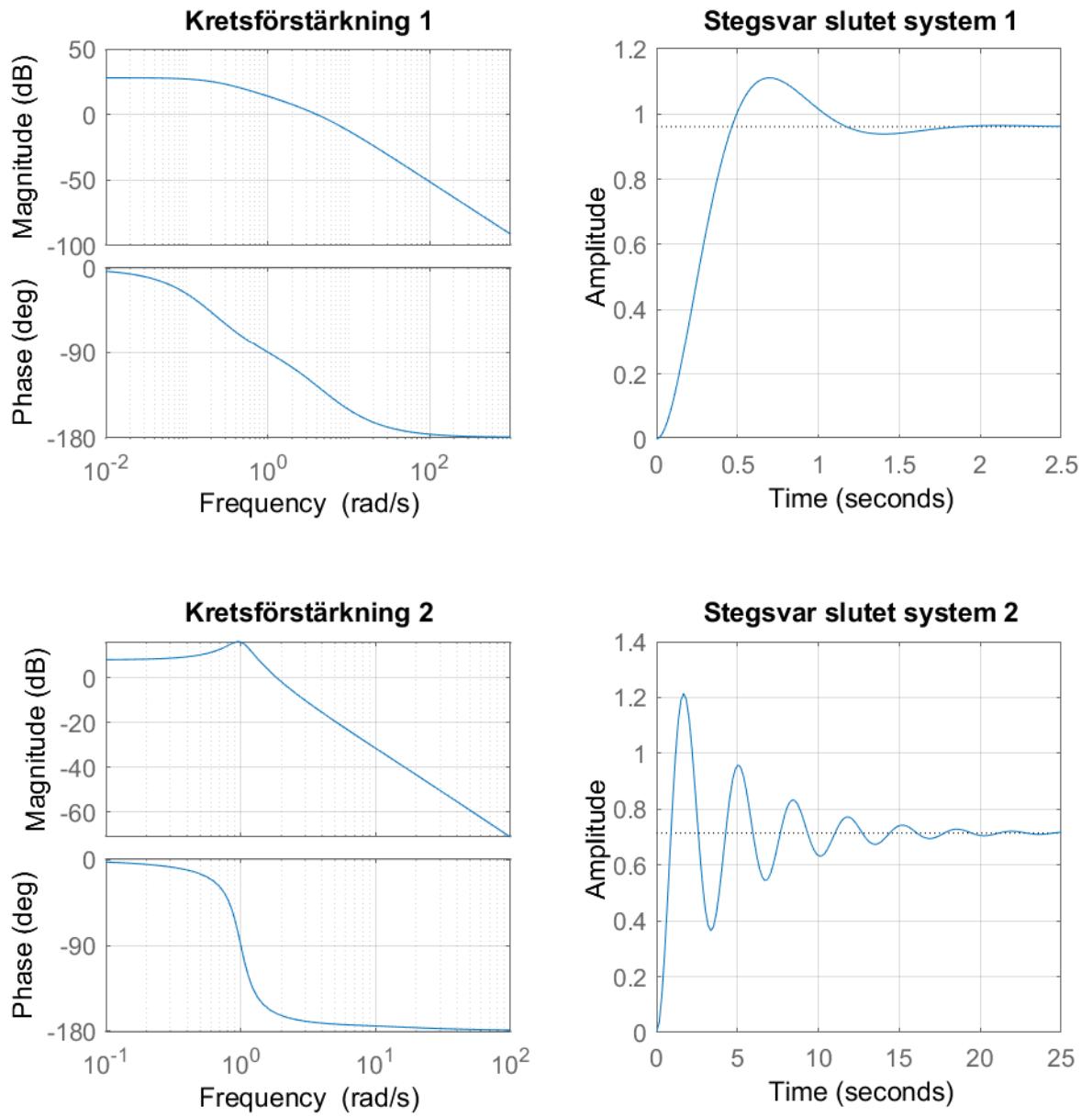
Figur 3: Stegsvar på 4 olika system.

2. (a) Man parallellkopplar två identiska system som vardera kan beskrivas med modellen  $G(s) = \frac{1}{1+10s}$ . Hur mycket fasförskjuts en insignal  $\sin(t)$  som går genom parallellkopplingen? (2p)
- (b) Insignalen  $u(t) = \alpha \sin(\beta t)$  appliceras på ett system som man kan beskriva som  $G(s) = \frac{4}{s^2+s+2}$ . Utsignalen observeras och är given i Figur 4. Uppskatta konstanterna  $\alpha$  och  $\beta$ . (2p)



Figur 4: Utsignal i uppgift 2 b.

- (c) Vi håller på och utvecklar ett reglersystem. P.g.a bandbredds krav på slutna systemet så siktar vi på att konstruera en regulator som ger en skärfrekvens på 2 rad/s. Vi vet att det finns tidsfördröjningar på 0.2 sekunder i kretsförstärkningen. Vad måste vi ställa för krav gällande **faser** i kretsförstärkningen. (2p)
- (d) I Figur 5 visas fullständiga Bodediagram för två kretsförstärkningar, och stegsvar för de två uppkomna slutna system som erhålls när kretsen sluts med dessa kretsförstärkningar. Para ihop lämpligt par, och motivera denna kombination med minst två olika argument. (2p)



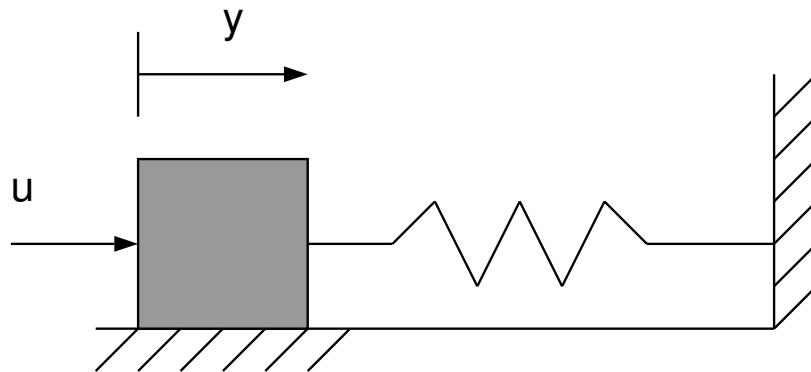
Figur 5: Kretsförstärkningar och stegsvar på uppkomna slutna system.

3. Vi ska utveckla en regulator åt en kund för att reglera ett system som kan beskrivas av följande modell, där  $\alpha$  är en parameter som senare kommer att väljas av kunden genom inställningar i systemet.

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= \begin{pmatrix} -\alpha & 1 \\ 1 & -\alpha \end{pmatrix} x(t) + \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} u(t). \\ y(t) &= \begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix} x(t)\end{aligned}$$

- (a) För vilka  $\alpha$  är systemet stabilt? (2p)
- (b) Rita upp ett blockschema som beskriver den givna modellen, där blocken du får använda är summor, skalära förstärkningar samt block med överföringsfunktionen  $\frac{1}{s}$ . I figuren ska du tydligt markera de skalära signalerna  $u$ ,  $y$ ,  $x_1$  och  $x_2$ . (3p)
- (c) Antag att  $\alpha$  är positivt. Tag fram en tillståndsåterkoppling  $u = -Lx + l_0r$  som placerar det slutna systemets poler i  $(-2\alpha, -2\alpha)$  samt garanterar att konstanta referenssignaler kan följas utan statiska reglerfel. Med andra ord ska  $L$  och  $l_0$  vara funktioner av  $\alpha$  så att kunden efter att ha listat ut vad  $\alpha$  är kan använda dina förberäknade funktioner för att implementera sin regulator. (5p)

4. Ett mekaniskt system består av en massa som rör sig på ett horisontellt plan under inverkan av en yttre kraft  $u(t)$ . Massan påverkas även av en kraft p g a friktion mot underlaget samt kraften från en fjäder mellan massan och en vägg.



Systemet beskrivs av differentialekvationen

$$m\ddot{y}(t) = u(t) - ky(t) - b\dot{y}(t)$$

där  $y(t)$  betecknar massans position och där  $y(t) = 0$  anger massans viloläge då  $u(t) = 0$ . Konstanterna  $m, k$  och  $b$  betecknar massa, fjäderkonstant respektive friktionskoefficient. Vi antar att  $m = k = b = 1$ .

- (a) Skriv systemet i tillståndsform med lämpligt valda tillstånd. (1p)
- (b) Antag att styrlagen  $u = -y - \dot{y} + 2r$  används. Verifiera att den föreslagna styrlagen ger ett asymptotiskt stabilt system. (2p)
- (c) Antag att man har en referenssignal i form av ett steg med amplituden ett. Hur stor blir insignalen (kraften) stationärt? (2p)
- (d) Antag att man har en referenssignal i form av  $\sin(t)$ . Vad blir amplituden på den resulterande oscillationen på positionen. (2p)
- (e) Antag att vi har överskattat friktionen i systemet, och att den i verkligheten kan approximeras med 0. Vilken frekvens ska man excitera det återkopplade systemet med för att få maximal amplitud på utsignalen i detta fall. (3p)

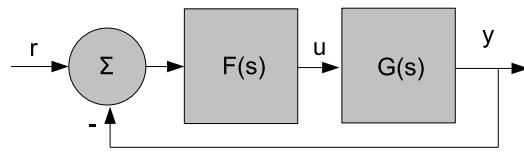
5. Ett system antas beskrivas av modellen

$$G(s) = \frac{1}{s(s+1)}$$

Systemet styrs med proportionell återkoppling

$$U(s) = F(s)(R(s) - Y(s))$$

där  $F(s) = K$  enligt figur 6.



Figur 6: Reglersystem

- (a) Antag att systemet i verkligheten beskrivs av

$$G^0(s) = \frac{(1+\alpha)}{s(s+1)}$$

där  $\alpha$  är en okänd positiv konstant, och att man använder förstärkningen  $K = 4$  i återkopplingen. För vilka värden på  $\alpha$  är det återkopplade systemet asymptotiskt stabilt med denna återkoppling. (3p)

- (b) Antag nu att man vill analysera inverkan av den okända konstanten  $\alpha$  via robusthetskriteriet i läroboken. Vilket relativt modellfel  $\Delta G(s)$  motsvarar den okända konstanten  $\alpha$ . (1p)
- (c) Vilket krav på  $\alpha$  (ett numeriskt värde önskas) ger lärobokens robusthetskriterium för att man ska kunna garantera att det återkopplade systemet är stabilt när man styr systemet  $G^0(s)$  med återkopplingen  $F(s) = 4$ . **Ledning:** Du kommer behöva hitta ett minimum på en funktion. Det blir då enklare om du ser  $\omega^2$  som en variabel temporärt... (4p)
- (d) Kommentera eventuella skillnader mellan villkoren i a) och c). (2p)