#### Modelagem Preditiva

Filipe J. Zabala

Escola Politécnica PUCRS github.com/filipezabala

2021-06-21

- Minibio
- 2 Sobre modelagem preditiva
- 3 Inferência bayesiana
- 4 Exemplos
- 5 Para saber mais



#### Filipe J. Zabala · filipe.zabala@pucrs.br

- 2000-2004 Bacharel em Estatística (IME-UFRGS)
- 2006-2009 Mestre em Estatística (IME-USP)
- 2007-2009 Analista do Banco Itaú S.A.
- 2009- Sócio da ZN Consultoria Estatística
- 2010- Professor da Escola Politécnica da PUCRS



• Do Latim praedicere, anunciar antecipadamente



- Do Latim *praedicere*, anunciar antecipadamente
- Métodos para predizer novos valores de X
  - X: variável de interesse
  - $\theta$ : parâmetro associado a X



- Do Latim praedicere, anunciar antecipadamente
- $lue{}$  Métodos para predizer novos valores de X
  - X: variável de interesse
  - $\theta$ : parâmetro associado a X
- As duas culturas de Leo Breiman (2001):
  - interpretar  $\theta$  vs predizer X



- Do Latim praedicere, anunciar antecipadamente
- Métodos para predizer novos valores de X
  - X: variável de interesse
  - $\theta$ : parâmetro associado a X
- As duas culturas de Leo Breiman (2001):
  - interpretar  $\theta$  vs predizer X
- Debabrata Basu (1982): Information is what information does. It changes opinion (about  $\theta$ ).



- Do Latim praedicere, anunciar antecipadamente
- Métodos para predizer novos valores de X
  - X: variável de interesse
  - $\theta$ : parâmetro associado a X
- As duas culturas de Leo Breiman (2001):
  - interpretar  $\theta$  vs predizer X
- Debabrata Basu (1982): Information is what information does. It changes opinion (about  $\theta$ ).
- Bruno de Finetti (1974): Probability, like beauty, exists only in the mind.



- Do Latim praedicere, anunciar antecipadamente
- Métodos para predizer novos valores de X
  - X: variável de interesse
  - $\theta$ : parâmetro associado a X
- As duas culturas de Leo Breiman (2001):
  - interpretar  $\theta$  vs predizer X
- Debabrata Basu (1982): Information is what information does. It changes opinion (about  $\theta$ ).
- Bruno de Finetti (1974): Probability, like beauty, exists only in the mind.
- George Box (1979): All models are wrong but some are useful.

• Priori: opinião antes de observar os dados

$$\pi(\theta)$$

• Priori: opinião antes de observar os dados

$$\pi(\theta)$$

• Verossimilhança: informação dos dados

$$L(X|\theta)$$

• Priori: opinião antes de observar os dados

$$\pi(\theta)$$

• Verossimilhança: informação dos dados

$$L(X|\theta)$$

Posteriori: opinião depois de observar os dados

$$\pi(\theta|X)$$



• 'A posteriori de hoje é a priori de amanhã'



- 'A posteriori de hoje é a priori de amanhã'
  - lacktriangle Independência condicional (em relação a heta)



- 'A posteriori de hoje é a priori de amanhã'
- ullet Independência condicional (em relação a heta)
- Operação bayesiana: calibrar a opinião à luz dos dados

$$\pi(\theta|X) = \frac{\pi(\theta)L(X|\theta)}{\int_{\theta} \pi(\theta)L(X|\theta)d\theta} \propto \pi(\theta)L(X|\theta)$$



- 'A posteriori de hoje é a priori de amanhã'
- ullet Independência condicional (em relação a heta)
- Operação bayesiana: calibrar a opinião à luz dos dados

$$\pi(\theta|X) = \frac{\pi(\theta)L(X|\theta)}{\int_{\theta}\pi(\theta)L(X|\theta)d\theta} \propto \pi(\theta)L(X|\theta)$$

Preditiva: distribuição de X

$$Pr(X = x) = \int_{\theta} \pi(\theta) L(X|\theta) d\theta$$

- 'A posteriori de hoje é a priori de amanhã'
- Independência condicional (em relação a  $\theta$ )
- Operação bayesiana: calibrar a opinião à luz dos dados

$$\pi(\theta|X) = \frac{\pi(\theta)L(X|\theta)}{\int_{\theta}\pi(\theta)L(X|\theta)d\theta} \propto \pi(\theta)L(X|\theta)$$

Preditiva: distribuição de X

$$Pr(X = x) = \int_{\theta} \pi(\theta) L(X|\theta) d\theta$$

A probabilidade de o próximo resultado da moeda ser 'cara'

$$Pr(X_{n+1} = \operatorname{cara}) = \frac{r+1}{n+2}$$



• Variáveis permutáveis: a ordem das observações é indiferente

$$Pr(X_1 = x_1, ..., X_N = x_N) = Pr(X_{\pi(1)} = x_1, ..., X_{\pi(N)} = x_N)$$

• Variáveis permutáveis: a ordem das observações é indiferente

$$Pr(X_1 = x_1, ..., X_N = x_N) = Pr(X_{\pi(1)} = x_1, ..., X_{\pi(N)} = x_N)$$

Teorema da representação de de Finetti (1931)

$$Pr(X_1 = x_1, \dots, X_N = x_N) = \int_{\theta} \theta^a (1 - \theta)^b \mu(d\theta)$$

• Variáveis permutáveis: a ordem das observações é indiferente

$$Pr(X_1 = x_1, ..., X_N = x_N) = Pr(X_{\pi(1)} = x_1, ..., X_{\pi(N)} = x_N)$$

Teorema da representação de de Finetti (1931)

$$Pr(X_1 = x_1, \dots, X_N = x_N) = \int_{\theta} \theta^a (1 - \theta)^b \mu(d\theta)$$

Flexibiliza a suposição de independência

Variáveis permutáveis: a ordem das observações é indiferente

$$Pr(X_1 = x_1, ..., X_N = x_N) = Pr(X_{\pi(1)} = x_1, ..., X_{\pi(N)} = x_N)$$

Teorema da representação de de Finetti (1931)

$$Pr(X_1 = x_1, \dots, X_N = x_N) = \int_{\theta} \theta^a (1 - \theta)^b \mu(d\theta)$$

- Flexibiliza a suposição de independência
- Trata  $\theta$  apenas como uma variável de integração





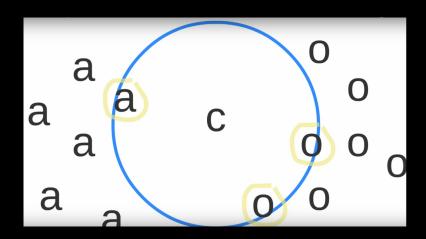
# How a Computer Program Helped Show J.K. Rowling write A Cuckoo's Calling

Author of the Harry Potter books has a distinct linguistic signature

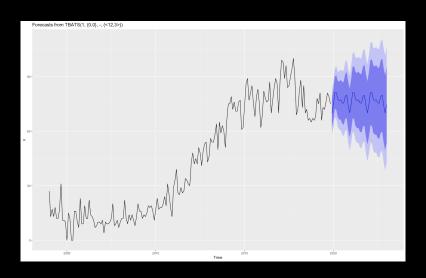
By Patrick Juola on August 20, 2013

-

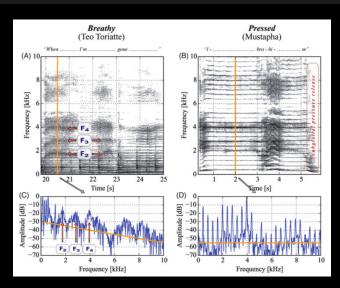




#### Exemplo 2: Predição de séries temporais



### Exemplo 3: Classificação de falantes



• Zabala (2009): O empate técnico é uma falácia

- Zabala (2009): O empate técnico é uma falácia
  - A metodologia dos institutos de pesquisa ignora que a soma dos percentuais deve ser 100%

- Zabala (2009): O empate técnico é uma falácia
  - A metodologia dos institutos de pesquisa ignora que a soma dos percentuais deve ser 100%
  - Desempate técnico

- Zabala (2009): O empate técnico é uma falácia
  - A metodologia dos institutos de pesquisa ignora que a soma dos percentuais deve ser 100%
  - Desempate técnico
  - Polling Data



## France Bans Judge Analytics, 5 Years In Prison For Rule Breakers

⊙ 4th June 2019 🆀 artificiallawyer 🗁 Litigation Prediction 🔾 17





- Aitchison & Dunsmore (1975) Statistical Prediction Analysis
- Seymour Geisser (1993) Predictive Inference An Introduction
- Breiman (2001) Statistical Modeling: The Two Cultures
- Zabala (2009) Desempate Técnico
- Clarke & Clarke (2018) Predictive Statistics Analysis and Inference Beyond Models
- Hyndman & Athanasopoulos (2018) Forecasting: Principles and Practice
- Izbicki & Santos (2020) Aprendizado de Máquina: uma abordagem estatística