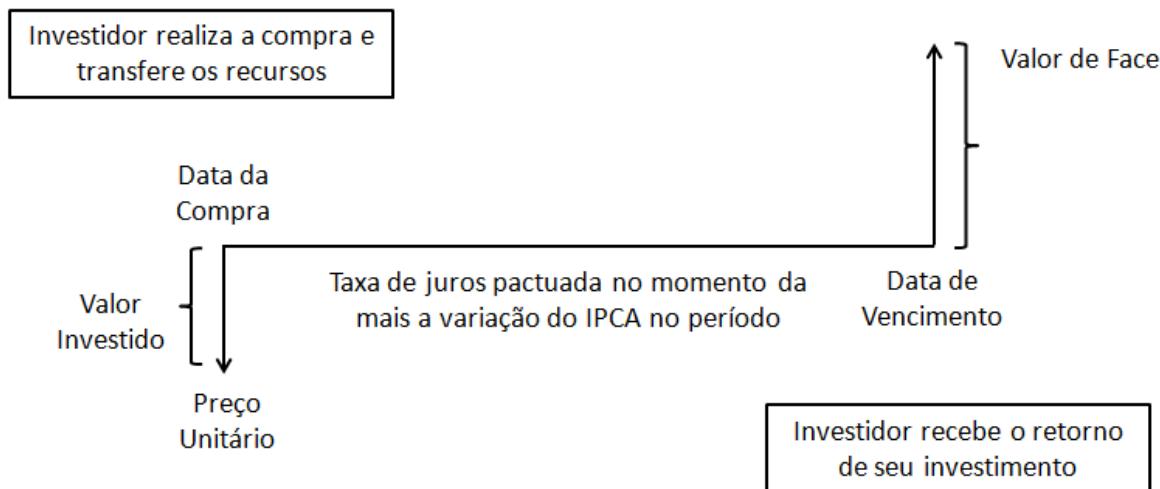


## Cálculo da Rentabilidade dos Títulos Públicos ofertados no Tesouro Direto

### Tesouro IPCA<sup>+</sup> (NTN-B Principal)

O Tesouro IPCA<sup>+</sup> (NTN-B Principal) é um título pós-fixado, cuja rentabilidade é composta por uma taxa anual pactuada no momento da compra mais a variação do IPCA (Índice de Preços ao Consumidor Amplo), índice de inflação oficial do governo brasileiro, calculado pelo IBGE (Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística). Esse título não possui fluxos periódicos de pagamento ao investidor (cupom semestral de juros). A figura abaixo ilustra o fluxo de pagamentos do Tesouro IPCA<sup>+</sup> (NTN-B Principal):



Sua rentabilidade é dada pela taxa anual de juros, que determina sua cotação, mais a variação do indexador até o vencimento, que altera o valor de seu VNA (Valor Nominal Atualizado). É um título escritural, nominativo e negociável. Na data de vencimento do título ocorre o resgate do principal investido, corrigido tanto pela taxa pactuada no momento da compra quanto pela variação do IPCA no período.

Ainda em relação ao seu VNA, sua data-base é 15/07/2000, quando seu valor, por definição, foi estabelecido em R\$ 1.000,00. Desde então, mensalmente tal valor é atualizado pela variação mensal do IPCA, divulgada entre os dias 10 e 15 de cada mês pelo IBGE.

O exemplo a seguir ilustra a compra de um título, cujas principais características e metodologia de cálculo do preço são demonstradas na sequência:

**Exemplo:**

|   |  |
|---|--|
| <b>Título:</b> Tesouro IPCA <sup>+</sup> 2015 (NTN-B Principal)           | <b>Data de vencimento:</b> 15/05/2015  |
| <b>Data da compra:</b> 02/01/2012 (liquidação <sup>1</sup> em 03/01/2012) | <b>Dias úteis<sup>2</sup> entre a data da liquidação (inclusive) e a data de vencimento (exclusive):</b> 846 |
| <b>Quantidade adquirida:</b> 1,0 título                                   | <b>Taxa Pactuada:</b> 5,17% a.a.   |
| <b>VNA na data-base:</b> R\$ 1.000,00                                     | <b>Preço do título na data da compra:</b> R\$ 1.776,77 (a saber)   |
| <b>VNA até novembro/2011:</b> R\$ 2.097,583332                            | <b>IPCA projetado para dezembro/2011:</b> 0,53%  |

**Metodologia de Cálculo do Preço:**

O preço (Preço Unitário ou PU) do Tesouro IPCA<sup>+</sup> (NTN-B Principal), assim como de qualquer outro título pós-fixado negociado no Tesouro Direto, é dado pela equação:

$$\text{Preço} = VNA^{proj} * \left[ \frac{\text{Cotação}}{100} \right]$$

O VNA deve ser o projetado para o dia da liquidação da compra, dado que o indexador ao qual o papel está vinculado somente é conhecido *ex post*, sendo necessário, desta forma, fazer sua projeção ou utilizar uma calculada pelo mercado. Mas antes de projetá-lo, deve-se apurar sua variação até o mês anterior ao da liquidação da operação, que, por sua vez, já é conhecido:

$$VNA = R\$ 1.000,00 * \text{fator de variação do IPCA entre 15/07/2000 e o dia 15 do mês anterior}$$

Para se chegar ao fator de variação do IPCA entre o dia 15/07/2000 e o dia 15/12/2012 (IPCA de novembro/2012), no caso do exemplo, basta dividir os respectivos números-índice da série disponibilizada pelo IBGE e no endereço: [http://www.ibge.gov.br/home/estatistica/indicadores/precos/inpc\\_ipca/defaulttab.shtml](http://www.ibge.gov.br/home/estatistica/indicadores/precos/inpc_ipca/defaulttab.shtml)

$$\text{Núm. Ind. IPCA 15/jul/2013} = 1.614,62$$

$$\text{Núm. Ind. IPCA 15/dez/2011} = 3.386,80$$

$$\text{fator} = \frac{3.386,80}{1.614,62}$$

$$\text{fator} = 2,097583332$$

Retomando ao VNA:

$$VNA = R\$ 1.000,00 * \text{fator de variação do IPCA entre 15/07/2000 e o dia 15 do mês anterior}$$

$$VNA = R\$ 1.000,00 * 2,09758333230$$

<sup>1</sup> A liquidação de uma operação é a última etapa do processo de compra e venda de ativos ou valores mobiliários, na qual se dá a transferência da propriedade do ativo e o pagamento/recebimento do montante financeiro envolvido. O rendimento da aplicação inicia-se na data de liquidação da compra.

<sup>2</sup> É possível calcular o número de dias úteis entre duas datas no Excel, utilizando a função DIATRABALHOTOTAL. Os argumentos da função devem ser: (data de liquidação; data de vencimento-1; feriados). Na página da Associação Nacional das Instituições do Mercado Financeiro (Andima), [www.andima.com.br](http://www.andima.com.br), encontra-se disponível para download uma planilha com os feriados até 2078.

$$VNA = R\$ 2.097,58333230$$

Como a regra de truncamento<sup>3</sup> do VNA é na sexta casa, tem-se:

$$VNA = R\$ 2.097,58332$$

Voltando à projeção, à época, não se sabia qual seria o IPCA de dezembro/2012, mas o mercado possuía uma projeção (0,53%), que foi utilizada na especificação:

$$VNA^{proj} = VNA * (1 + IPCA_{projetado})^x$$

Cabe ressaltar que, por meio da opção “BALANÇO E ESTATÍSTICAS” do site do Tesouro Direto, pode-se obter a série histórica do VNA do Tesouro IPCA<sup>+</sup> (NTN-B Principal):

O expoente da equação “x” nada mais é do que a razão entre o número de dias corridos entre a data de liquidação e o dia 15 do mês em questão e o número de dias corridos entre o dia 15 do mês seguinte e o dia 15 do mês em questão. Ou seja:

$$x = \frac{nº\ de\ dias\ corridos\ entre\ a\ data\ de\ liquidação\ e\ dia\ 15\ do\ mês\ atual}{nº\ de\ dias\ corridos\ entre\ o\ dia\ 15\ do\ mês\ seguinte\ e\ o\ dia\ 15\ do\ mês\ atual}$$

$$x = \frac{nº\ de\ dias\ corridos\ entre\ 03jan2012\ e\ 15dez2011}{nº\ de\ dias\ corridos\ entre\ o\ dia\ 15jan2012\ e\ 15dez2011}$$

$$x = \frac{19}{31}$$

Retomando a equação:

$$VNA^{proj} = VNA * (1 + IPCA_{projetado})^x$$

$$VNA^{proj} = R\$ 2.097,58332 * (1 + 0,53)^{\frac{19}{31}}$$

$$VNA^{proj} = R\$ 2.104,390122$$

Agora deve-se obter a cotação do papel, que reflete o ágio ou o deságio do título, dada pela seguinte relação:

$$Cotação = \frac{100}{(1 + TAXA)^{\frac{du}{252}}}$$

A taxa da equação é a mesma da pactuada na compra do papel, no caso, 5,17% aa. Então:

$$Cotação = \frac{100}{(1 + 5,17\%)^{\frac{846}{252}}}$$

<sup>3</sup> Truncar significa interromper um número a partir de certo ponto, sem arredondamento. O Excel possui uma função, chamada TRUNCAR, onde é possível truncar a parte inteira ou a parte fracionária de um número.

$$Cotação = 84,431761$$

Cabe ressaltar que as cotações dos títulos negociados no Tesouro Direto são truncadas na segunda casa decimal. Desta forma:

$$Cotação = 84,4317$$

Retomando a equação original do preço do papel, tem-se:

$$Preço = VNA^{proj} * \left[ \frac{Cotação}{100} \right]$$

$$Preço = R\$ 2.104,390122 * \left[ \frac{84,4317}{100} \right]$$

$$Preço = R\$ 1.776,7723$$

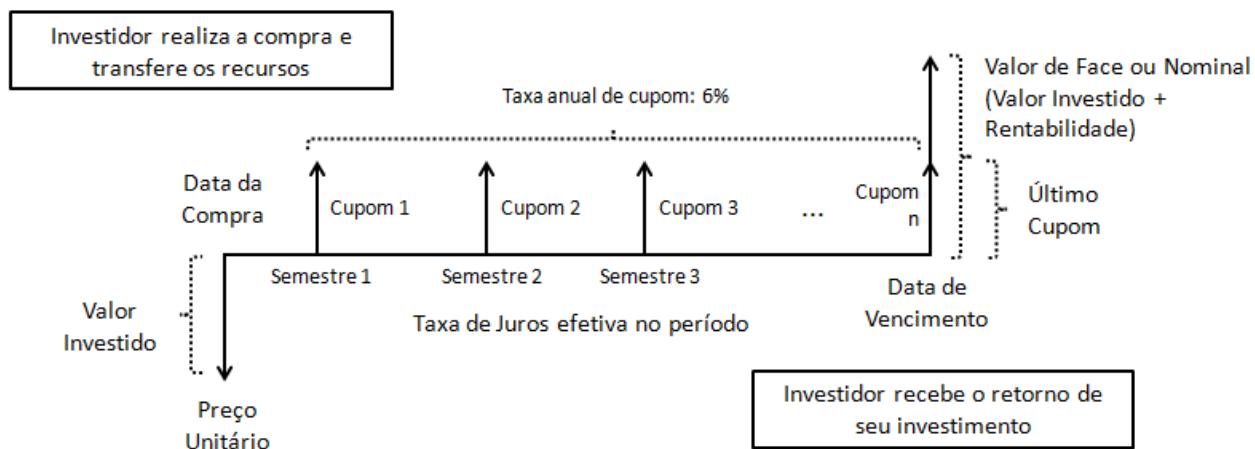
Cabe ressaltar que os Preços dos títulos negociados no Tesouro Direto são truncados na segunda casa decimal. Então:

$$Preço = R\$ 1.776,77$$

### Cálculo da Rentabilidade dos Títulos Públicos ofertados no Tesouro Direto

#### Tesouro IPCA<sup>+</sup> com Juros Semestrais – NTN-B

O Tesouro IPCA<sup>+</sup> com Juros Semestrais (NTN-B) é um título pós-fixado, cuja rentabilidade é composta por uma taxa anual pactuada no momento da compra mais a variação do IPCA, índice de inflação oficial do governo brasileiro, calculado pelo IBGE. Possui fluxos periódicos de pagamento ao investidor (cupom semestral de juros), a uma taxa de 6% aa, pagos semestralmente. A rentabilidade é dada pela taxa anual de juros mais a variação do indexador até o vencimento. A figura abaixo ilustra o fluxo de pagamentos do Tesouro IPCA<sup>+</sup> com Juros Semestrais (NTN-B):



É um título escritural, nominativo e negociável. Na data de vencimento do título ocorre o resgate do principal investido, corrigido tanto pela taxa pactuada no momento da compra quanto pela variação do IPCA no período.

Sua rentabilidade é dada pela taxa anual de juros, que determina sua cotação, mais a variação do indexador até o vencimento, que altera o valor de seu VNA (Valor Nominal Atualizado). Além disso, semestralmente são pagos os cupons de juros, com ajuste no primeiro período de fluência, quando couber. O primeiro cupom a ser pago contemplará a taxa integral definida para seis meses, independente da data de liquidação da compra.

Ainda em relação ao seu VNA, sua data-base é 15/07/2000, quando seu valor, por definição, foi estabelecido em R\$ 1.000,00. Desde então, mensalmente tal valor é atualizado pela variação mensal do IPCA, divulgada entre os dias 10 e 15 de cada mês pelo IBGE.

O exemplo a seguir ilustra a compra de um título, cujas principais características e metodologia de cálculo do preço são demonstradas na sequência:

**Exemplo:**

|  |  |
|--|--|
| <b>Título:</b> Tesouro IPCA <sup>+</sup> com Juros Semestrais 2017 (NTN-B) | <b>Data de vencimento:</b> 15/05/2017  |
| <b>Data da compra:</b> 02/01/2012 (liquidação <sup>4</sup> em 03/01/2012)  | Dias úteis <sup>5</sup> entre a data da liquidação (inclusive) e a data de vencimento (exclusive): 1.347 |
| <b>Quantidade adquirida:</b> 1,0 título                                    | <b>Taxa Pactuada:</b> 5,32% a.a.   |
| <b>VNA na data-base:</b> R\$ 1.000,00                                      | <b>Preço do título na data da compra:</b> R\$ 2.187,17 (a saber)   |
| <b>VNA até novembro/2011:</b> R\$ 2.097,583332                             | <b>IPCA projetado para dezembro/2011:</b> 0,53%  |

#### Metodologia de Cálculo do Preço:

O preço (Preço Unitário ou PU) do Tesouro IPCA<sup>+</sup> com Juros Semestrais (NTN-B), assim como de qualquer outro título pós-fixado negociado no Tesouro Direto, é dado pela equação:

$$Preço = VNA^{proj} * Cotação \%$$

O VNA deve ser o projetado para o dia da liquidação da compra, dado que o indexador ao qual o papel está vinculado somente é conhecido *ex post*, sendo necessário, desta forma, fazer sua projeção ou utilizar uma calculada pelo mercado. Mas antes de projetá-lo, deve-se apurar sua variação até o mês anterior ao da liquidação da operação, que, por sua vez, já é conhecido:

$$VNA = R\$ 1.000,00 * \text{fator de variação do IPCA entre } 15/07/2000 \text{ e o dia } 15 \text{ do mês anterior}$$

Para se chegar ao fator de variação do IPCA entre o dia 15/07/2000 e o dia 15/12/2012 (IPCA de novembro/2012), no caso do exemplo, basta dividir os respectivos números-índices da série disponibilizada pelo IBGE e no endereço: [http://www.ibge.gov.br/home/estatistica/indicadores/precos/inpc\\_ipca/defaulttab.shtml](http://www.ibge.gov.br/home/estatistica/indicadores/precos/inpc_ipca/defaulttab.shtml)

$$\text{Núm. Ind. IPCA } 15/\text{jun}/2000 = 1.614,62$$

$$\text{Núm. Ind. IPCA } 15/\text{dez}/2011 = 3.386,80$$

$$\text{fator} = \frac{3.386,80}{1.614,62}$$

$$\text{fator} = 2,097583332$$

Retomando ao VNA:

$$VNA = R\$ 1.000,00 * \text{fator de variação do IPCA entre } 15/07/2000 \text{ e o dia } 15 \text{ do mês anterior}$$

$$VNA = R\$ 1.000,00 * 2,09758333230$$

$$VNA = R\$ 2.097,58333230$$

<sup>4</sup> A liquidação de uma operação é a última etapa do processo de compra e venda de ativos ou valores mobiliários, na qual se dá a transferência da propriedade do ativo e o pagamento/recebimento do montante financeiro envolvido. O rendimento da aplicação inicia-se na data de liquidação da compra.

<sup>5</sup> É possível calcular o número de dias úteis entre duas datas no Excel, utilizando a função DIATRABALHOTOTAL. Os argumentos da função devem ser: (data de liquidação; data de vencimento-1; feriados). Na página da Associação Nacional das Instituições do Mercado Financeiro (Andima), [www.andima.com.br](http://www.andima.com.br), encontra-se disponível para download uma planilha com os feriados até 2078.

Como a regra de truncamento<sup>6</sup> do VNA é na sexta casa, tem-se:

$$VNA = R\$ 2.097,583332$$

Voltando à projeção, à época, não se sabia qual seria o IPCA de dezembro/2012, mas o mercado possuía uma projeção (0,53%), que foi utilizada na especificação:

$$VNA^{proj} = VNA * (1 + IPCA_{projetado})^x$$

Cabe ressaltar que, por meio da opção “BALANÇO E ESTATÍSTICAS” do site do Tesouro Direto, pode-se obter a série histórica do VNA do Tesouro IPCA<sup>+</sup> com Juros Semestrais (NTN-B):

O expoente da equação “x” nada mais é do que a razão entre o número de dias corridos entre a data de liquidação e o dia 15 do mês em questão e o número de dias corridos entre o dia 15 do mês seguinte e o dia 15 do mês em questão. Ou seja:

$$x = \frac{nº\ de\ dias\ corridos\ entre\ a\ data\ de\ liquidação\ e\ dia\ 15\ do\ mês\ atual}{nº\ de\ dias\ corridos\ entre\ o\ dia\ 15\ do\ mês\ seguinte\ e\ o\ dia\ 15\ do\ mês\ atual}$$

$$x = \frac{nº\ de\ dias\ corridos\ entre\ 03jan2012\ e\ 15dez2011}{nº\ de\ dias\ corridos\ entre\ o\ dia\ 15jan2012\ e\ 15dez2011}$$

$$x = \frac{19}{31}$$

Retomando a equação:

$$VNA^{proj} = VNA * (1 + IPCA_{projetado})^x$$

$$VNA^{proj} = R\$ 2.097,583332 * (1 + 0,53\%)^{\frac{19}{31}}$$

$$VNA^{proj} = R\$ 2.104,390122$$

Agora deve-se obter a **cotação** do papel, que reflete o ágio ou o deságio do título, dada pela seguinte relação:

$$\begin{aligned} Cotação &= \left[ \frac{(1 + Cupom)^{0,5} - 1}{(1 + TIR)^{\frac{DU1}{252}}} \right] + \left[ \frac{(1 + Cupom)^{0,5} - 1}{(1 + TIR)^{\frac{DU2}{252}}} \right] + \dots \\ &\quad + \left[ \frac{(1 + Cupom)^{0,5} - 1}{(1 + TIR)^{\frac{DUn}{252}}} \right] + \left[ \frac{1}{(1 + TIR)^{\frac{DUn}{252}}} \right] \end{aligned}$$

---

<sup>6</sup> Truncar significa interromper um número a partir de certo ponto, sem arredondamento. O Excel possui uma função, chamada TRUNCAR, onde é possível truncar a parte inteira ou a parte fracionária de um número.

A taxa anual de cupom é 6%. Já a TIR da equação é a taxa pactuada no momento da compra do papel, no caso, 5,32% aa. Então:

$$Cotação = \left[ \frac{(1,06)^{0,5} - 1}{(1 + 5,32\%)^{\frac{DU1}{252}}} \right] + \left[ \frac{(1,06)^{0,5} - 1}{(1 + 5,32\%)^{\frac{DU2}{252}}} \right] + \dots + \left[ \frac{(1,06)^{0,5} - 1}{(1 + 5,32\%)^{\frac{DUn}{252}}} \right] + \left[ \frac{1}{(1 + 5,32\%)^{\frac{DUn}{252}}} \right]$$

As variáveis “DUn” se referem aos dias úteis entre a data de liquidação e a do pagamento do n-ésimo cupom. Ex.: DU1 são os dias úteis entre a liquidação da compra e o pagamento do primeiro cupom; DU4 são os dias úteis entre a liquidação da compra e o pagamento do quarto cupom e assim sucessivamente, até o vencimento. Para ilustrar melhor, segue a análise abaixo:

| Evento     | Datas      | Dias Uteis | Dias Uteis/252   | Fluxos   |
|------------|------------|------------|------------------|----------|
| Liquidação | 03/01/2012 | -          | -                | -        |
| 1º Cupom   | 15/05/2012 | 91         | 0,36111111111111 | 0,029563 |
| 2º Cupom   | 15/11/2012 | 219        | 0,86904761904761 | 0,029563 |
| 3º Cupom   | 15/05/2013 | 341        | 1,3531746031746  | 0,029563 |
| 4º Cupom   | 15/11/2013 | 472        | 1,87301587301587 | 0,029563 |
| 5º Cupom   | 15/05/2014 | 593        | 2,3531746031746  | 0,029563 |
| 6º Cupom   | 15/11/2014 | 724        | 2,87301587301587 | 0,029563 |
| 7º Cupom   | 15/05/2015 | 846        | 3,35714285714286 | 0,029563 |
| 8º Cupom   | 15/11/2015 | 973        | 3,86111111111111 | 0,029563 |
| 9º Cupom   | 15/05/2016 | 1.097      | 4,3531746031746  | 0,029563 |
| 10º Cupom  | 15/11/2016 | 1.224      | 4,85714285714286 | 0,029563 |
| 11º Cupom  | 15/05/2017 | 1.347      | 5,34523809523809 | 0,029563 |
| Resgate    | 15/05/2017 | 1.347      | 5,34523809523809 | 1,000000 |

$$Cotação = \left[ \frac{(1,06)^{0,5} - 1}{(1 + 5,32\%)^{\frac{91}{252}}} \right] + \left[ \frac{(1,06)^{0,5} - 1}{(1 + 5,32\%)^{\frac{219}{252}}} \right] + \left[ \frac{(1,06)^{0,5} - 1}{(1 + 5,32\%)^{\frac{341}{252}}} \right] + \left[ \frac{(1,06)^{0,5} - 1}{(1 + 5,32\%)^{\frac{472}{252}}} \right] + \\ + \left[ \frac{(1,06)^{0,5} - 1}{(1 + 5,32\%)^{\frac{593}{252}}} \right] + \left[ \frac{(1,06)^{0,5} - 1}{(1 + 5,32\%)^{\frac{724}{252}}} \right] + \left[ \frac{(1,06)^{0,5} - 1}{(1 + 5,32\%)^{\frac{846}{252}}} \right] + \left[ \frac{(1,06)^{0,5} - 1}{(1 + 5,32\%)^{\frac{973}{252}}} \right] + \\ + \left[ \frac{(1,06)^{0,5} - 1}{(1 + 5,32\%)^{\frac{1.097}{252}}} \right] + \left[ \frac{(1,06)^{0,5} - 1}{(1 + 5,32\%)^{\frac{1.224}{252}}} \right] + \left[ \frac{(1,06)^{0,5} - 1}{(1 + 5,32\%)^{\frac{1.347}{252}}} \right] + \left[ \frac{1}{(1 + 5,32\%)^{\frac{1.347}{252}}} \right]$$

$$Cotação = 1,03933962$$

$$Cotação\% = 103,933962\%$$

Cabe ressaltar que as cotações dos títulos negociados no Tesouro Direto são truncadas na quarta casa decimal. Desta forma:

$$Cotação\% = 103,9339\%$$

Retomando a equação original do preço do papel, tem-se:

$$Preço = VNA^{proj} * Cotação \%$$

$$Preço = R\$ 2.104,390122 * 103,9339\%$$

$$Preço = R\$ 2.187,1747225$$

Cabe ressaltar que os Preços dos títulos negociados no Tesouro Direto são truncados na segunda casa decimal. Então:

$$Preço = R\$ 2.187,17$$

#### **Cálculo do Cupom de Juros:**

O cupom de juros do Tesouro IPCA<sup>+</sup> com Juros Semestrais (NTN-B) é calculado com base no VNA do título na data de pagamento. Como a taxa anual do cupom é de 6% e o pagamento é semestral, deve-se encontrar a taxa ao semestre.

$$(1 + taxa\ anual) = (1 + taxa\ semestral)^2$$

$$taxa\ semestral = (1 + taxa\ anual)^{\frac{1}{2}} - 1$$

$$taxa\ semestral = (1 + 0,06)^{\left(\frac{1}{2}\right)} - 1$$

$$taxa\ semestral = 0,029563\ ou\ 2,9563\%$$

No mesmo exemplo, para se obter o montante recebido no primeiro cupom (15/05/2012), sabendo-se que o VNA do dia foi de R\$ 2.147,539359 (variação dos números-índices do IPCA entre 15/julho/2000 e 15/maior/2012) e que o truncamento é na segunda casa:

$$Cupom = R\$ 2.147,539359 * (0,029563)$$

$$Cupom = R\$ 63,48$$