



## Tosidet variansanalyse

Anders Tolver Institut for Matematiske Fag



### Dagens program

Tosidet variansanalyse (ANOVA)

- Additive model (uden vekselvirkning)
- Model med vekselvirkning
- Forskel på additive effekter og vekselvirkning
- Test for vekselvirkning
- Forskellige parametriseringer (primært af den additive model)

#### General info:

Det er ekstremt vigtigt, at I lærer at løse standardopgaver hurtigt og uden hjælp!

Gå i træning nu og træk på de mange hjælpelærere ...

- Afleveringsopgave til onsdag den 7. oktober
- Gamle eksamensopgaver: Kør selv analyserne hvis der er data
- HS-opgaver minder også om kommende eksamensopgaver



#### Overblik

Vi skal have "udfyldt" følgende skema over modeller (rækker) og statistiske begreber (søjler):

	Intro	Model	Est. + SE	ΚI	Test	Kontrol	Præd.
En stikprøve	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
Ensidet ANOVA	✓	$\checkmark$	$\checkmark$	$\checkmark$	$\checkmark$	$\checkmark$	$\checkmark$
Lineær regr.	✓	$\checkmark$	$\checkmark$	$\checkmark$	$\checkmark$	$\checkmark$	$\checkmark$
To stikprøver	✓	$\checkmark$	$\checkmark$	$\checkmark$	$\checkmark$	$\checkmark$	$\checkmark$
Multipel regr.	✓	$\checkmark$	$\checkmark$	$\checkmark$	$\checkmark$	$\checkmark$	$\checkmark$
Tosidet ANOVA	nu	nu	nu	nu	nu	nu	nu
Blandede modeller							



## Tosidet ANOVA uden vekselvirkning



## Eksempel: Højde på studieretninger

Spørgeskema med studerende på Statistisk Dataanalyse 2017: bl.a. info om studieretning og højde.

- Svar fra 50 BB + 42 HV + 31 JØ + 31 NR + 2 andre. Skipper de "2 andre".
- ullet Der mangler desuden højde for en mindre antal studerende ightarrow n=152



## Eksempel: Højde på studieretninger

Spørgeskema med studerende på Statistisk Dataanalyse 2017: bl.a. info om studieretning og højde.

- Svar fra 50 BB + 42 HV + 31 JØ + 31 NR + 2 andre. Skipper de "2 andre".
- ullet Der mangler desuden højde for en mindre antal studerende ightarrow n=152

Spørgsmål: Er den gennemsnitlige højde forskellig på studierne?

- Respons: Højde
- Forklarende variabel: Studieretning
- Lægger op til ensidet ANOVA



#### Ensidet ANOVA

```
oneway <- lm(hojde ~ studie, data = useData)
onesample <- lm(hojde ~ 1, data = useData)
drop1(oneway, test = "F")
## Single term deletions
##
## Model:
## hojde ~ studie
         Df Sum of Sq RSS AIC F value Pr(>F)
##
## <none>
                     11299 662.91
## studie 3 1185.2 12484 672.07 5.1745 0.001985 **
## ---
## Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```



#### Ensidet ANOVA

```
oneway <- lm(hojde ~ studie, data = useData)
onesample <- lm(hojde ~ 1, data = useData)
drop1(oneway, test = "F")
## Single term deletions
##
## Model:
## hojde ~ studie
         Df Sum of Sq RSS AIC F value Pr(>F)
##
## <none>
                     11299 662.91
## studie 3 1185.2 12484 672.07 5.1745 0.001985 **
## ---
## Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

Har vi nu vist at "unge menneskers studievalg har noget med deres højde at gøre"? Eller **er der noget vi har overset?** 



#### Tosidet ANOVA

Køn påvirker (formentlig) både højde og studievalg.

Vores egentlige spørgsmål er nok snarere: Er der en forskel på højden på de fire studieretninger, selv hvis vi **justerer for køn?** 



#### Tosidet ANOVA

Køn påvirker (formentlig) både højde og studievalg.

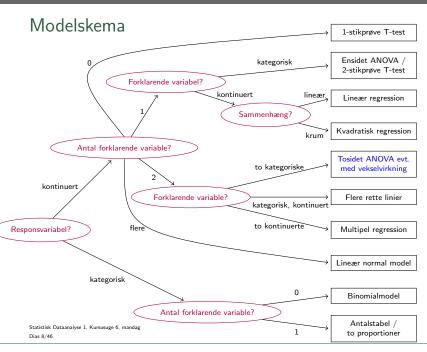
Vores egentlige spørgsmål er nok snarere: Er der en forskel på højden på de fire studieretninger, selv hvis vi **justerer for køn?** 

#### Ny analyse:

- Respons: Højde
- Forklarende var. Studieretning og køn. Begge er kategoriske
- Tosidet ANOVA

Check modelskemaet.







#### Statistisk model

Model for **tosidet ANOVA uden vekselvirkning**, kaldes også den **additive model** for tosidet ANOVA:

$$\mathsf{højde}_i = \alpha_{\mathsf{studie}_i} + \beta_{\mathsf{kon}_i} + e_i$$

hvor  $e_i$ 'erne som sædvanlig er uafhængige  $N(0, \sigma^2)$ 

#### Parametre:

- Et  $\alpha$  per studie:  $\alpha_{J\emptyset}$ ,  $\alpha_{NR}$ ,  $\alpha_{HV}$ ,  $\alpha_{BB}$
- Et  $\beta$  per køn:  $\beta_M$  og  $\beta_K$
- ullet Residualspredning  $\sigma$



Vi kan allerede det hele: Estimation, modelkontrol, hypotesetest, konfidens- og prædiktionsintervaller fra uge 3–4.



Vi kan allerede det hele: Estimation, modelkontrol, hypotesetest, konfidens- og prædiktionsintervaller fra uge 3–4.

R: Tilføj leddene til 1m, med + imellem:

```
twoway.add <- lm(hojde ~ studie + kon, data=useData)</pre>
```

NB. Det er lidt sværere at bestemme antal frihedsgrader — men det klarer R heldigvis for os.



Vi kan allerede det hele: Estimation, modelkontrol, hypotesetest, konfidens- og prædiktionsintervaller fra uge 3–4.

R: Tilføj leddene til 1m, med + imellem:

```
twoway.add <- lm(hojde ~ studie + kon, data=useData)
```

NB. Det er lidt sværere at bestemme antal frihedsgrader — men det klarer R heldigvis for os.

#### Hvad nu?

- Modelkontrol: Se dagens R-materiale
- Fortolkning af parameterestimater
- Test for studieretning når vi justerer for køn



## Fortolkning af parameterestimater

R vælger en **referencegruppe for hver variabel**. Her: BB og kvinder.

Følgende estimater anigves:

- "Intercept": Estimeret middelværdi gives for kombinationen af de to referencer, altså for kvindelige BB-studerende
- Estimerede forskelle mellem de andre studieretninger og BB
- Estimeret forskel mellem mænd og kvinder



## Spørgsmål

- Estimat for gennemsnitshøjde blandt kvindelige BB-stud.?
- Estimat for gennemsnitshøjde blandt mandlige BB-stud.?
- Estimat for gennemsnitshøjde blandt mandlige JØ-stud.?
- Hvilket studie estimeres til at have de højeste studerende (når der er korrigeret for køn)?
- Estimat for  $\sigma$ ?
- Antal frihedsgrader? Er det mærkeligt?
- Hvordan skal p-værdierne fortolkes?



```
twoway.add <- lm(hojde ~ studie + kon, data=useData)
summary(twoway.add)
##
## Call:
## lm(formula = hoide ~ studie + kon, data = useData)
##
## Residuals:
##
       Min
                10 Median
                                 30
                                         Max
## -14.5701 -4.1354 -0.2316 4.0228 17.1185
##
## Coefficients:
##
                        Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept)
                       168.1051 0.9859 170.517 <2e-16 ***
## studieHusdyrvidenskab 1.1211 1.3901 0.806 0.421
## studieJordbrugsøkonomi -0.5350 1.5086 -0.355 0.723
## studieNaturressourcer 0.2531 1.4892 0.170 0.865
## konMand
                 14.5233 1.2590 11.535 <2e-16 ***
## Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 6.352 on 147 degrees of freedom
## Multiple R-squared: 0.525, Adjusted R-squared: 0.512
## F-statistic: 40.61 on 4 and 147 DF, p-value: < 2.2e-16
```



## Test for studieretning når vi justerer for køn

Statistisk model:

$$\mathsf{højde}_i = \alpha_{\mathsf{studie}_i} + \beta_{\mathsf{kon}_i} + e_i$$

Hypotese:

$$H_0: \alpha_{J\emptyset} = \alpha_{NR} = \alpha_{HV} = \alpha_{BB}$$



## Test for studieretning når vi justerer for køn

Statistisk model:

$$\mathsf{højde}_i = \alpha_{\mathsf{studie}_i} + \beta_{\mathsf{kon}_i} + e_i$$

Hypotese:

$$H_0: \alpha_{J\emptyset} = \alpha_{NR} = \alpha_{HV} = \alpha_{BB}$$

Testes med *F*-test. Flere metoder i R, men med samme resultat:

- Fit stat. model + model under hypotese og brug anova med de to modeller som argumenter. Hvad er nulmodellen her?
- drop1: Kan vi "droppe" hvert af leddene fra modellen?
- Brug ikke anova med kun en model som argument



# Test for studieretning når vi justerer for køn: med drop1

```
twoway.add <- lm(hojde ~ studie + kon, data = useData)
drop1(twoway.add, test = "F")
## Single term deletions
##
## Model:
## hojde ~ studie + kon
         Df Sum of Sq RSS AIC F value Pr(>F)
##
                      5930.7 566.93
## <none>
## studie 3 44.4 5975.1 562.06 0.3666 0.7772
## kon 1 5368.6 11299.3 662.91 133.0654 <2e-16 ***
## ---
## Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.05 '.' 0.1 '
```



## Test for studieretning når vi justerer for køn: med anova

```
oneway.kon <- lm(hojde ~ kon, data=useData)
anova(oneway.kon, twoway.add)

## Analysis of Variance Table
##
## Model 1: hojde ~ kon
## Model 2: hojde ~ studie + kon
## Res.Df RSS Df Sum of Sq F Pr(>F)
## 1 150 5975.1
## 2 147 5930.7 3 44.371 0.3666 0.7772
```



#### Konklusion

Der er **ikke** signifikant forskel på højden af studerende på de fire studieretninger når vi korrigerer for køn (p = 0.78).



#### Konklusion

Der er **ikke** signifikant forskel på højden af studerende på de fire studieretninger når vi korrigerer for køn (p = 0.78).

I denne situation var vi mest interesseret i den ene variabel (studieretning), men vi kunne også have undersøgt den anden:

- Hypotese,  $H_0: \beta_M = \beta_K$
- Testes med *F*-test eller *t*-test. Begge giver  $p \approx 0$
- Konklusion: Gennemsnitshøjden er forskellig for mænd og kvinder, også når vi korrigerer for studieretning

Uden vekselvirkning: Vi lavede implicit en antagelse ...



## Antagelsen om additivitet

I eksemplet brugte vi den additive model, modellen uden vekselvirkning:

- Vi antog implicit at der var samme højdeforskel i mænd og kvinder for alle studieretninger (og omvendt).
- R: Vi skrev + mellem leddene i 1m.

Men sådan er det jo ikke nødvendigvis: Det kan være at effekten af en variabel afhænger af den anden variabel  $\rightarrow$  **vekselvirkning** 



## Additive effekter vs. vekselvirkning



#### Prisskilt fra isbod

•	1 kugle 15
•	2 kugler20
•	3 kugler23
•	1 kugle med guf19
•	2 kugler med guf24
•	3 kugler med guf27





## To ækvivalente prisskilte

#### Prisskilt 1:

•	1	kugle15
•	2	kugler20
•	3	kugler23
•	1	kugle med guf 19

- 2 kugler med guf ....24
- 3 kugler med guf ....27

#### Prisskilt 2:

• 1	kugle,	uden	guf				15
-----	--------	------	-----	--	--	--	----

•	2	kug	er												+	5
---	---	-----	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	---	---

• 3 kugler+	8
-------------	---

<ul><li>med</li></ul>	d guf												+4
-----------------------	-------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----



## To ækvivalente prisskilte

### 

- 2 kugler ......20
- 3 kugler ......23
- 1 kugle med guf .... 19
- 2 kugler med guf ....24
- 3 kugler med guf ....27

#### Prisskilt 2:

- 1 kugle, uden guf ... 15
- 2 kugler .....+5
- 3 kugler .....+8
- med guf .....+4

Seks forskellige is at vælge imellem, men "effekterne" af guf og størrelse indgår additivt. Guf koster altid 4 kr ekstra.

Dermed kan priserne beskrives med kun fire parametre (1+2+1)



## Eksempel med højdedata

Tilsvarende for den additive model for højdedata

- Der er otte kombinationer af studieretning og køn
- Men kun 1+3+1=5 parametre i den additive model: En for ref-gruppen, tre for studieretningsforskelle, en for kønsforskel.



## Vekselvirkning

Når effekten af én variabel af niveuaet af en anden variabel, så siger man at der er **vekselvirkning** mellem de to variable.

Engelsk: Interaction



## Vekselvirkning

Når effekten af én variabel af niveuaet af en anden variabel, så siger man at der er **vekselvirkning** mellem de to variable.

#### Engelsk: Interaction

 Is: Ingen vekselvirkning mellem guf og kugler: Guf kostede 4 kr uanset antal kugler.

Ækvivalent: Prisen for ekstra kugler er den samme uanset om der skal guf på eller ej.



## Vekselvirkning

Når effekten af én variabel af niveuaet af en anden variabel, så siger man at der er **vekselvirkning** mellem de to variable.

#### Engelsk: Interaction

- Is: Ingen vekselvirkning mellem guf og kugler: Guf kostede 4 kr uanset antal kugler.
  - Ækvivalent: Prisen for ekstra kugler er den samme uanset om der skal guf på eller ej.
- Højde: Antog at kønsforskellen er den samme på alle studier.

   The state of the state of
  - Ækvivalent: Forskel ml. studier er den samme for begge køn.



## Prisskilte uden/med vekselvirkning

Nye priser giver rabat på guf hvis man køber store is:

Gam	ile priser:
•	$1 \ kugle \ \dots \dots 15$
•	$2 \ kugler \ \dots \dots 20$
•	$3 \ kugler \ \dots \dots 23$
•	1 kugle med guf19

- 2 kugler med guf .. 24
- 3 kugler med guf .. 27

#### Nye priser:

• 1 kugle15
• 2 kugler20
• 3 kugler23
• 1 kugle med guf19

- 2 kugler med guf .. 22
- 3 kugler med guf ...23



Camla pricar

## Prisskilte uden/med vekselvirkning

Nye priser giver rabat på guf hvis man køber store is:

danne priser.	1 4
• 1 kugle15	
• 2 kugler20	
• 3 kugler23	
• 1 kugle med guf19	
• 2 kugler med guf 24	
• 3 kugler med guf 27	

R I	
NIVA	nricer.
INYC	priser:

•	1 kugle	 ٠.	٠.	٠.	15	
•	2 kugler	 			20	

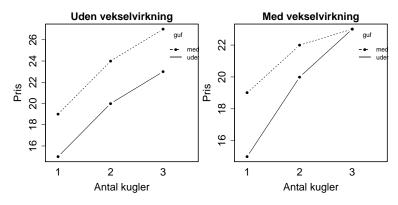
- 3 kugler .....23
- 1 kugle med guf ...19
- 2 kugler med guf .. 22
- 3 kugler med guf .. 23

Nu er der vekselvirkning/interaktion! Prisen for guf afhænger af antal kugler: 4/2/0 kr ved 1/2/3 kugler.

Det kræver seks parametre at beskrive den nye prisstruktur.



## Vekselvirkningsgraf/interaktionsplot

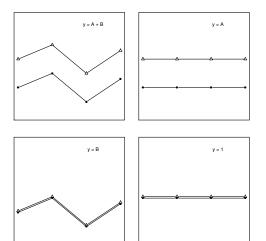


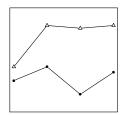
Plottet visualiserer vekselvirkning. Kig efter parallellitet:

- Parallelle profiler ↔ Ingen vekselvirkning
- Ikke-parallelle profiler  $\leftrightarrow$  Vekselvirkning



## Vekselvirkningsgraf/interaktionsplot, forventede værdier







# Tosidet ANOVA med/uden vekselvirkning



### Model uden vekselvirkning

Modellen uden vekselvirkning:

$$højde_i = \alpha_{studie_i} + \beta_{kon_i} + e_i$$

Modellen angiver middelværdien for alle otte kombinationer af studie og køn — men lægger **restriktioner** på dem.

Model uden vekselvirkning = additiv model.



### Model med vekselvirkning

Modellen med vekselvirkning lægger **ingen restriktioner** på de otte middelværdier. Vi skriver

$$\mathsf{h}\mathsf{g}\mathsf{j}\mathsf{d}\mathsf{e}_i = lpha_{\mathsf{studie}_i} + eta_{\mathsf{kon}_i} + \gamma_{\mathsf{studie}_i,\mathsf{kon}_i} + e_i$$

eller blot

$$\mathsf{h}\mathsf{øjde}_i = \gamma_{\mathsf{studie}_i,\mathsf{kon}_i} + e_i$$

Dette svarer faktisk til en ensidet ANOVA efter den variabel der inddeler obs. i otte grupper.

Opskrivningen med græske bogstaver ikke så vigtig. Vigtigt:

- at forstå den konceptuelle forskel mellem de to modeller
- at kunne fortolke output/estimater fra R



### Eksempel: Højde efter studieretning og køn

### Ingen mandlige HV-studerende i datasættet:

- Lidt bøvlet når vi skal have vekselvirkning med  $\rightarrow$  vi dropper HV-studerende (selvom det faktisk ikke er nødvendigt)
- Datasættet useData2 indeholder data fra 110 studerende med højderegistreringer: 49 BB, 30 JØ, 31 NR.



### Modellen uden vekselvirkning

```
useData2 <- filter(useData, !(studie == "Husdyrvidenskab") )
twoway.add2 <- lm(hoide ~ studie + kon, data = useData2)
summary(twoway.add2)
##
## Call:
## lm(formula = hoide ~ studie + kon, data = useData2)
##
## Residuals:
       Min
                10 Median
                                  30
                                         Max
## -14.5701 -3.1051 -0.1051 3.8949 17.1185
## Coefficients:
##
                        Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
                        168.1051 0.9841 170.825 <2e-16 ***
## (Intercept)
## studieJordbrugsøkonomi -0.5350 1.5059 -0.355 0.723
## studieNaturressourcer 0.2531 1.4866 0.170 0.865
## konMand
                14.5233 1.2567 11.556 <2e-16 ***
## Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 6.34 on 106 degrees of freedom
## Multiple R-squared: 0.5726, Adjusted R-squared: 0.5605
## F-statistic: 47.33 on 3 and 106 DF, p-value: < 2.2e-16
```



### Med vekselvirkning

```
twoway.int <- lm(hojde ~ studie + kon + studie*kon, data=useData2)
round(summary(twoway.int)$coef, digits = 5)
##
                                 Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept)
                                167.76471
                                             1.09212 153.61443 0.00000
## studieJordbrugsøkonomi
                                 -0.45701
                                            2.07657 -0.22008 0.82624
## studieNaturressourcer
                                             2.02220 0.82280 0.41251
                                  1.66387
## konMand
                                 15.63529
                                            1.97388 7.92109 0.00000
## studieJordbrugsøkonomi:konMand
                                 -0.64887
                                            3.06611 -0.21163 0.83281
## studieNaturressourcer:konMand
                                 -3.06387
                                             3 02956 -1 01132 0 31421
```



### Modelfit og fortolkning af estimater

### Modelfit:

- Uden vekselvirkning:
   lm(hojde ~ studie + kon, data=useData2)
- Med vekselvirkning: lm(hojde ~ studie + kon + studie\*kon, data=useData2)

Modellen uden vekselvirkning: Estimater læses som før, men er lidt anderledes da HV ikke er med mere.

### Modellen med vekselvirkning:

- Hvorfor netop seks linier med estimater?
- Estimat for BB, kvinder? For JØ, kvinder? For JØ, mænd?



### Opsummering

### Tosidet ANOVA efter to kategoriske variable, A og B:

- Model uden vekselvirkning: A+B
- Model med vekselvirkning: A+B+A\*B
- Faktisk mange versioner af modellen med vekselvirkning:
   A+B+A:B eller A\*B eller A:B. Prøv selv!

#### Estimater:

- R vælger referencegrupper for A og B (i de fleste versioner). Så er interceptet estimatet for referencekombinationen.
- Estimat for andre kombinationer: Interceptestimatet plus de relevante estimater.



### Test for vekselvirkning



### Er der faktisk vekselvirkning?

- Uformelt: Vekselvirkningsgraf/interaktionsplot
- Formelt: Hypotesetest

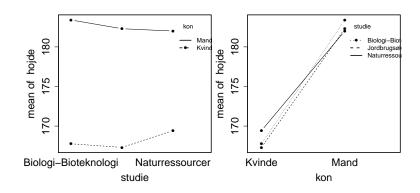


### Vekselvirkningsgraf/interaktionsplot

- Gennemsnit plottes med profiler med den ene variabel på x-aksen og med profiler for niveauerne af den anden var.
- Er profilerne parallelle, på nær tilfældig variation?
- Parallelle  $\to$  tegn på at der ikke er vekselvirkning. Ikke-parallelle  $\to$  tegn på at der er vekselvirkning.
  - Under alle omstændigheder nyttig til at forstå samspillet.
- Svært at vurdere om ikke-parallellitet faktisk skyldes vekselvirkning eller blot tilfældig variation
- R: interaction.plot (se dagens R-kode)



### Velselvirkningsgraf/interaktionsplot



- Profiler ser ganske parallelle ud, så næppe vekselvirkning
- Helt parallelle profiler på "den ene graf" 

   ⇔ Helt parallelle profiler på "den anden graf"



### Hypotesetest

Model uden vekselvirkning er et **specialtilfælde** af model med vekselvirkning  $\rightarrow$  de to modeller er nestede  $\rightarrow$  F-test.

- Hypotese,  $H_0$ : Ingen vekselvirkning mellem studie og køn (dvs. kønseffekt den samme for alle studier, eller omvendt).
- Beskriver modellen med vekselv. faktisk data bedre end modellen uden vekselvirkning?
- Brug anova med de to modeller som argumenter, eller drop1 på model med vekselvirkning.



### Konklusion

Der er ikke signifikant vekselv. mellem studie og køn (p = 0.59) Vi ser defor nærmere på modellen uden vekselvirkning:

- Der er en sign. kønseffekt ( $p \approx 0$ ), men ikke en signifikant effekt af studieretning (p = 0.88).
- Mænd estimeres til at være 14.5 cm (SE 1.26) højere end kvinder; 95% konfidensinterval (12.0, 17.0)



### R: Hypotesetest ved brug af anova

```
anova(twoway.add2, twoway.int)

## Analysis of Variance Table

##

## Model 1: hojde ~ studie + kon

## Model 2: hojde ~ studie + kon + studie * kon

## Res.Df RSS Df Sum of Sq F Pr(>F)

## 1 106 4261.1

## 2 104 4217.4 2 43.7 0.5388 0.5851
```



### R: Hypotesetest ved brug af drop1

```
drop1(twoway.int, test="F")

## Single term deletions
##

## Model:
## hojde ~ studie + kon + studie * kon
## Df Sum of Sq RSS AIC F value Pr(>F)
## <none> 4217.4 413.12
## studie:kon 2 43.7 4261.1 410.25 0.5388 0.5851
```



### Modellen uden vekselvirkning (- studerende på HV)

```
drop1(twoway.add2, test="F")
## Single term deletions
##
## Model:
## hoide ~ studie + kon
         Df Sum of Sq RSS AIC F value Pr(>F)
## <none>
                     4261.1 410.25
## studie 2
                  9 9 4271 1 406 50 0 1233 0 8841
## kon 1 5368.6 9629.7 497.93 133.5478 <2e-16 ***
## ---
## Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
summary (twoway.add2) $coef
                           Estimate Std. Error
                                                 t value
##
                                                              Pr(>|t|)
## (Intercept)
                        168.1051102 0.9840758 170.8253621 3.135005e-131
## studieJordbrugsøkonomi -0.5349840 1.5058537 -0.3552696 7.230936e-01
## studieNaturressourcer 0.2530765 1.4865576 0.1702433 8.651433e-01
## konMand
                        14.5233067 1.2567448 11.5562892 1.759654e-20
```



### Diverse om vekselvirkning

Vekselvirkning ml. A og B siger ikke at der er sammenhæng mellem A og B, men at effekten af A på y afhænger af B.

Vi taler om **hovedeffekter** og **vekselvirkning** af de to variable:

- Ofte ligger den primære interesse i hovedeffekterne, men sommetider er vekselvirkningen det primære
- Inddrag kun vekselvirkning hvis det giver faglig mening

Vekselvirkningsmodellen kræver **gentagelser:** Kan ikke fittes hvis der kun er en obs. for hver kombination af de to variable.



### Diverse om vekselvirkning

Det giver ikke mening af tale om effekt**en** (bestemt form) af en variabel hvis den indgår i vekselvirkning med en anden:

- Fx kan man ikke bestemme estimatet for kønseffekten i modellen hvor studie og køn indgår med vekselvirkning
- Fx kan man ikke teste hovedeffekten af køn i modellen hvor studie og køn indgår med vekselvirkning



### Opsummering — til eget brug

- Hvornår kan man bruge tosidet ANOVA?
- Hvad betyder det at der vekselvirkning mellem to variable?
- Hvordan fitter du en tosidet ANOVA (med/uden vekselvirkning)
   i R, og hvordan bruger du estimaterne?
- Hvordan undersøger man om de er vekselvirkning?

