Example 7.5: Chocolate

Anders Tolver

2 Mar 2017

Om strukturen af data

Indlæs data

```
ex75 <- read.table(file = "../data/ex75.txt", header = T)
head(ex75)
```

```
##   assessor product session score
## 1        1       1       1   0.8
## 2        1       1       2   0.2
## 3        1       1       3   0.0
## 4        1       1       4   0.9
## 5        1       2       1   0.0
## 6        1       2       2   0.0
```

Tabeller til undersøgelse af forsøgsdesign

```
table(ex75$assessor)
```

```
##
##  1  2  3  4  5  6  7  8
## 20 20 20 20 20 20 20 20
```

```
table(ex75$product)
```

```
##
##  1  2  3  4  5
## 32 32 32 32 32
```

```
table(ex75$session)
```

```
##
##  1  2  3  4
## 40 40 40 40
```

Alle faktorer er balancerede:

- **assessor (A)**: faktor på 9 niveauer (bedømmere / personer)
- **session (S)**: faktor på 4 niveauer (sessioner / forsøgsdage)
- **product (P)**: faktor på 5 niveauer (produkt / chokolade)

```
ex75$A <- factor(ex75$assessor)
ex75$P <- factor(ex75$product)
ex75$S <- factor(ex75$session)
table(ex75$assessor, ex75$product)
```

```
##
##     1 2 3 4 5
##   1 4 4 4 4 4
##   2 4 4 4 4 4
##   3 4 4 4 4 4
##   4 4 4 4 4 4
```

```
##   5 4 4 4 4 4
##   6 4 4 4 4 4
##   7 4 4 4 4 4
##   8 4 4 4 4 4
```

```r
table(ex75$assessor, ex75$session)
```

```
##
##     1 2 3 4
##   1 5 5 5 5
##   2 5 5 5 5
##   3 5 5 5 5
##   4 5 5 5 5
##   5 5 5 5 5
##   6 5 5 5 5
##   7 5 5 5 5
##   8 5 5 5 5
```

```r
table(ex75$product, ex75$session)
```

```
##
##     1 2 3 4
##   1 8 8 8 8
##   2 8 8 8 8
##   3 8 8 8 8
##   4 8 8 8 8
##   5 8 8 8 8
```

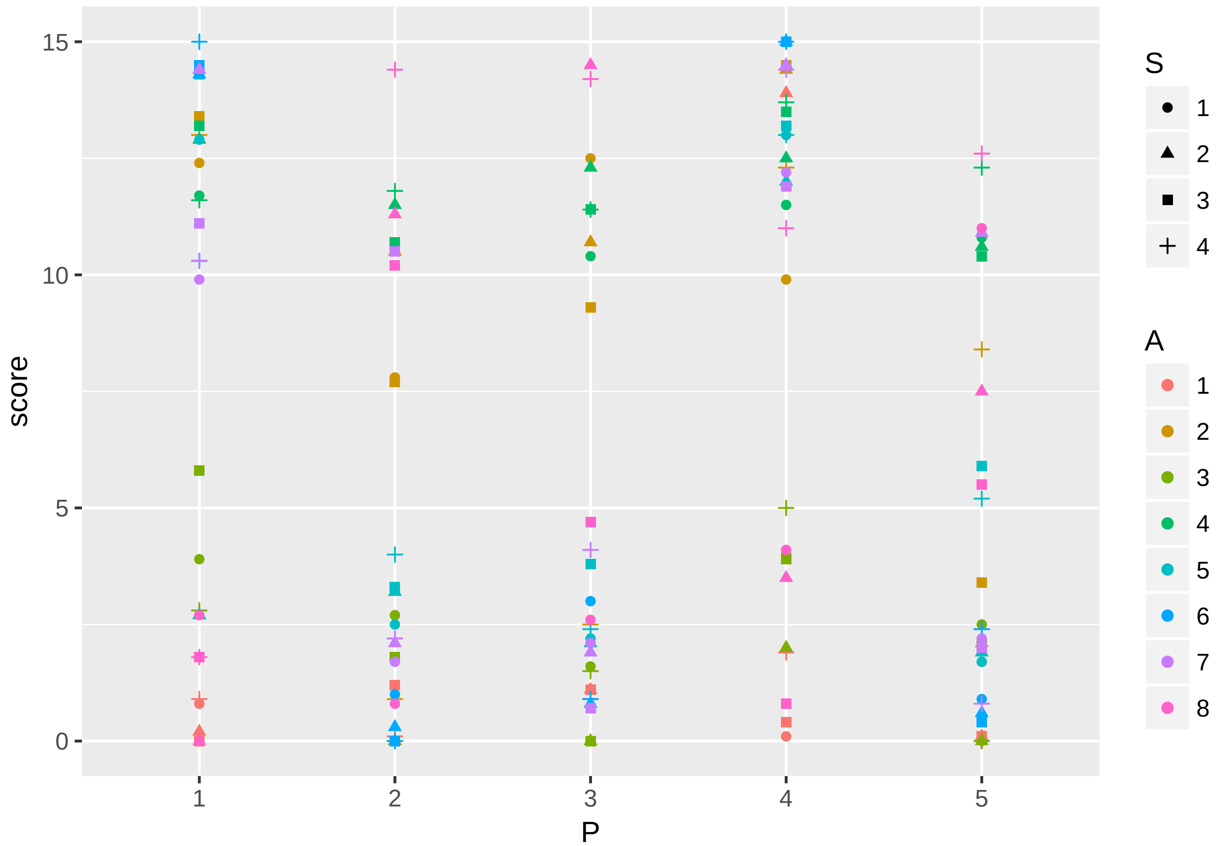
Det viser sig, at vi har at gøre med et fuldstændigt trefaktorforsøg med (kun!) 1 måling for hver kombination af de tre faktorer (NB: specielt kan vi *ikke* inddrage trefaktorvekselvirkningen A x P x S i modellerne!).

Visualisering af data

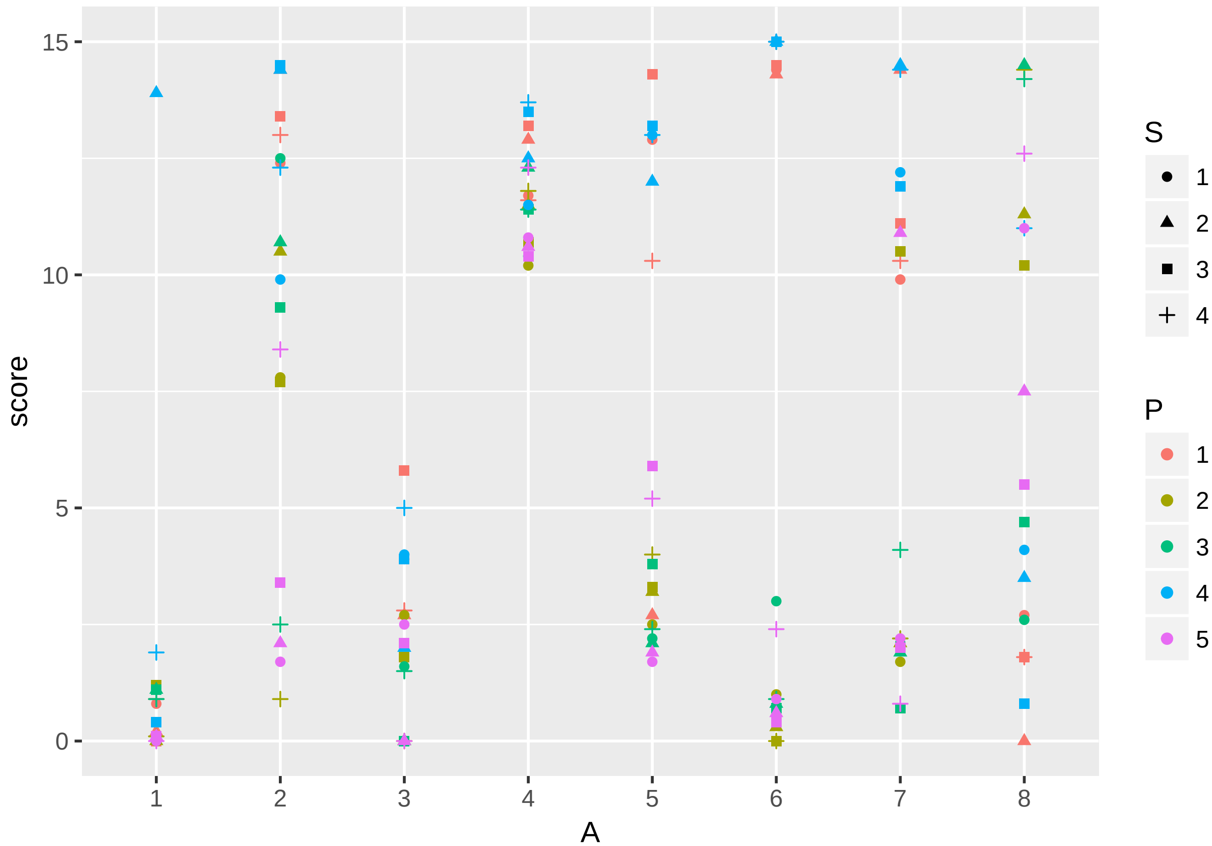
```r
library(ggplot2)
```

```
## Warning: package 'ggplot2' was built under R version 3.3.2
```

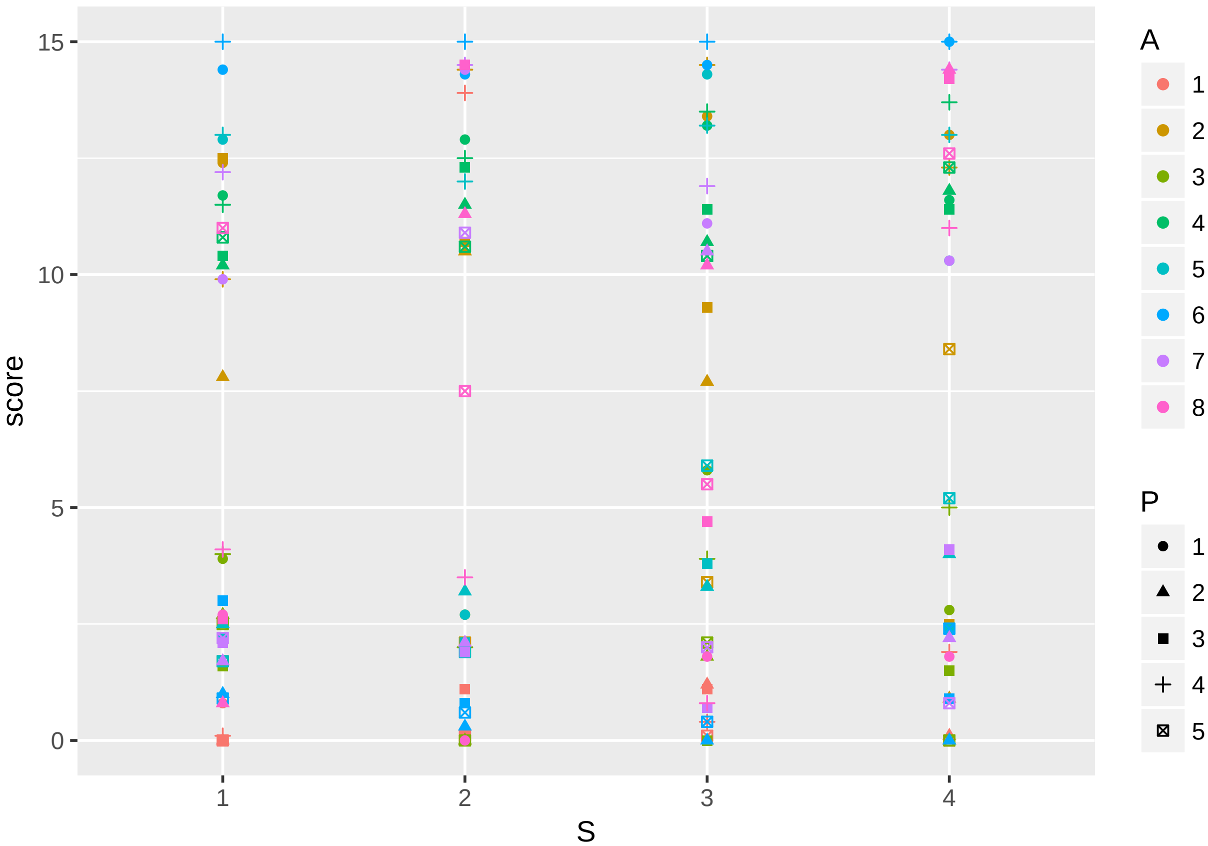
```r
ggplot(data = ex75) + geom_point(mapping = aes(x = P, y = score, color = A
                                               , shape = S))
```




```
ggplot(data = ex75) + geom_point(mapping = aes(x = A, y = score, color = P
                                                , shape = S))
```




```
ggplot(data = ex75) + geom_point(mapping = aes(x = S, y = score, color = A
                                                , shape = P))
```



Statistisk model

Den primære interesse ligger i at sammen ligne de forskellige produkter givet ved faktoren **P**. Vi ønsker at udtale os om forskelle i *sweetness* af chokolade produkterne, og vi er i princippet uinteresserede i bedømmernes (givet ved faktoren **A**) personlige vurdering. Derfor er det ret oplagt, at vælge en statistisk model hvor **A** inddrages som tilfældig effekt. Tilsvarende er vi ikke specifikt interesseret i at udtale os om forskellige i *sweetness* mellem de forskellige sessioner/forsøgsdage (givet ved faktoren **S**). Derfor inddrages faktoren **S** som tilfældig effekt i modellerne. Vekselvirkninger med **S** eller **A** skal (hvis vi vælger at inddrage dem i modellen) indgå med tilfældig effekt.

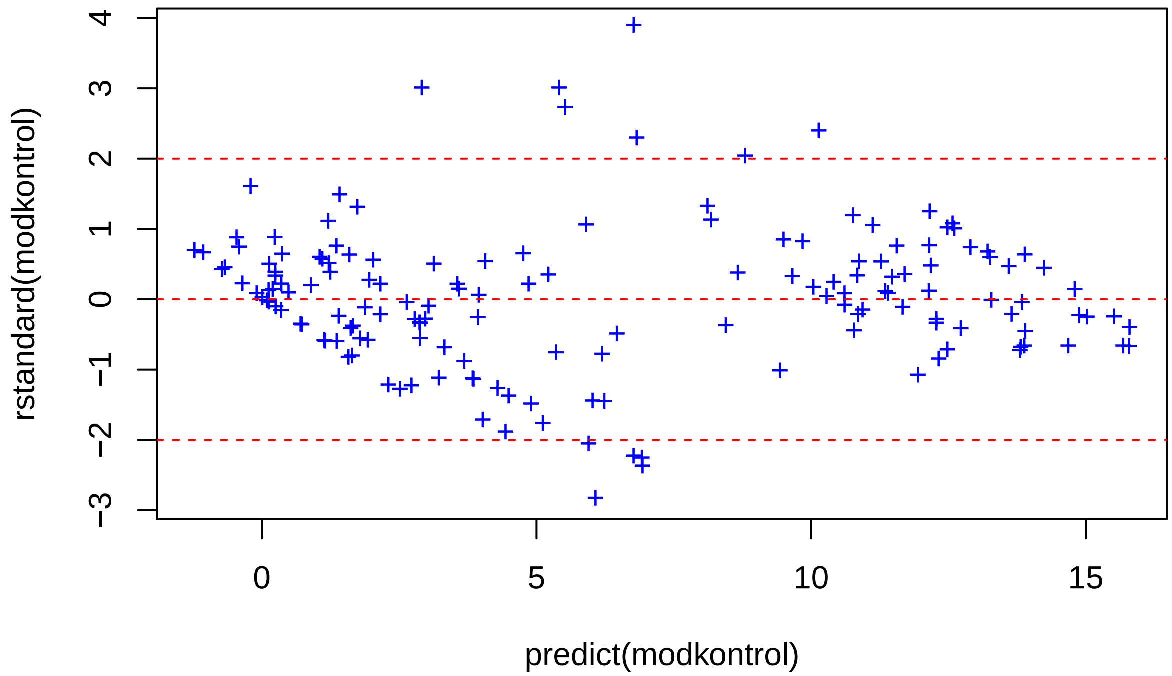
Den statistiske model indeholder derfor følgende led

- systematisk / fixed effekt af **P**
- tilfældige / random effekter af **A**, **S**
- tilfældige / random effekter svarende til vekselvirkningerne **A x S**, **A x P**, **S x P**

modelkontrol

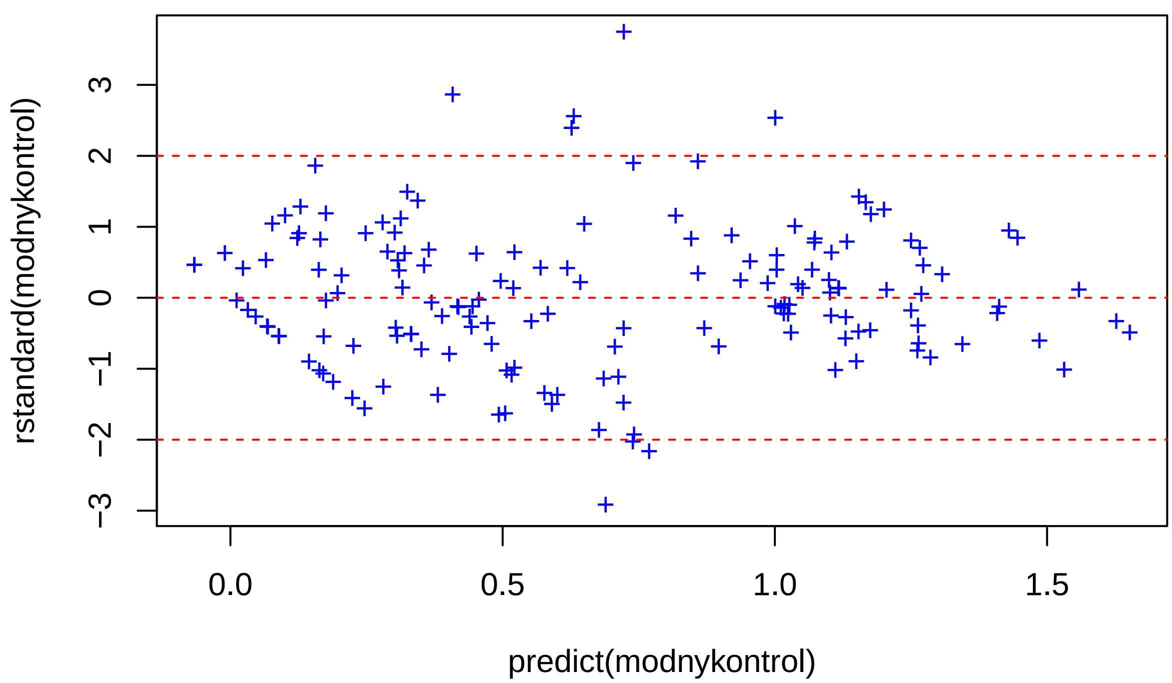
Modelkontrol foretages ved at betragte residualerne fra en model, hvor alle led inddrages som systematiske effekter. Der er andre muligheder, men det er denne løsning vi primært anvender på SD2.

```
modkontrol <- lm(score ~ A + P + S + A:S + A:P + S:P, data = ex75)
plot(predict(modkontrol), rstandard(modkontrol), pch = "+", col = "blue")
abline(h = c(-2, 0, 2), lty = 2, col = "red")
```



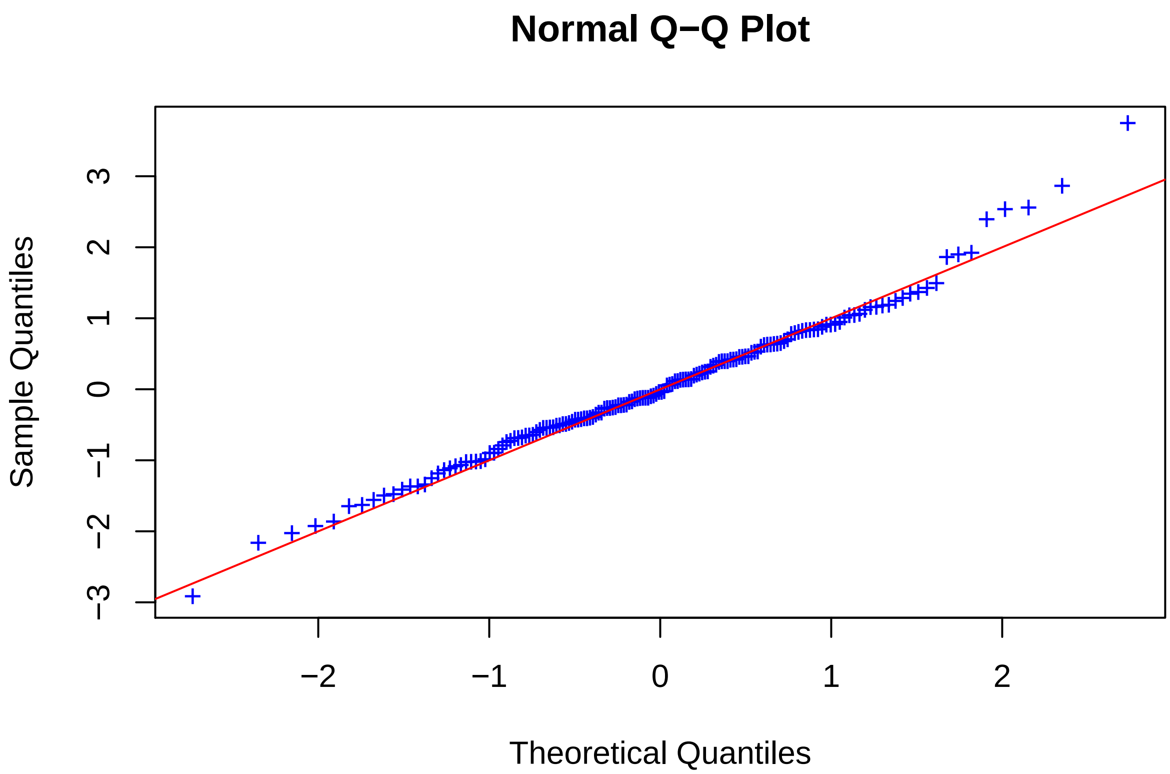
Når vi betragter residualplottet bliver det klart, at der er en såkaldt *edge*-effekt i begge sider af plottet: fordi responsen er mål på en begrænset skala (fra 0 til 15), så vi der være (plads til) mindre variation for de målinger, der ligger nær endepunkterne 0 eller 15. En mulighed er at vælge en transformation, der forsøger at "løse" dette problem.

```
ex75$nyscore <- asin(sqrt(ex75$score/15))
modnykontrol <- lm(nyscore ~ A + P + S + A:S + A:P + S:P, data = ex75)
plot(predict(modnykontrol), rstandard(modnykontrol), pch = "+", col = "blue")
abline(h = c(-2, 0, 2), lty = 2, col = "red")
```



Der lader til at være store varianshomogenitet, når vi betragter residualerne fra modellen, hvor vi benytter en transformeret version af responsen.

```r
qqnorm(rstandard(modnykontrol), pch = "+", col = "blue")
abline(0, 1, col = "red")
```



Smukt residualplot!

Estimation af modellen

Modellen indeholder 5 tilfældige effekter (ud over residualvariationen). De tilfældige effekter er ikke alle ordnede i forhold til hinanden (f.x. er **A x S** hverken grovere eller finere end **A x P**!). Derfor vælger vi at benytte *lmer()*-funktionen til at estimere modellen.

```r
library(lme4)
ex75$AS <- ex75$A:ex75$S
ex75$AP <- ex75$A:ex75$P
ex75$PS <- ex75$P:ex75$S
rmod0 <- lmer(nyscore ~ P + (1 | A) + (1 | S) + (1 | AS) + (1 |AP) + (1 | PS), data = ex75)
rmod0
```

```
## Linear mixed model fit by REML ['lmerMod']
## Formula: nyscore ~ P + (1 | A) + (1 | S) + (1 | AS) + (1 | AP) + (1 |
##     PS)
##    Data: ex75
## REML criterion at convergence: 72.1019
## Random effects:
##  Groups   Name        Std.Dev.
##  AP       (Intercept) 0.26982
##  AS       (Intercept) 0.08756
##  PS       (Intercept) 0.00000
##  A        (Intercept) 0.25836
##  S        (Intercept) 0.00000
```

```
##  Residual             0.21120
## Number of obs: 160, groups:  AP, 40; AS, 32; PS, 20; A, 8; S, 4
## Fixed Effects:
## (Intercept)           P2           P3           P4           P5
##      0.8533      -0.3469      -0.3124       0.1418      -0.3581
```

Når man betragter størrelsesordenen af estimaterne for de forskellige varianskomponenter, så virker det som om, at vi kan se bort fra leddene svarende til **P x S** og **S**. Dette testes formelt nedenfor.

Test af tilfældige effekter

Ifølge "reglen" fra slides til forelæsning d. 2/3-2017 kan vi let få R til udregne relevante test for om vi kan se bort fra varianskomponenterne hørende til vekselvirkningerne. Dette skylder, at der i faktordiagrammet (slide 17) er en pil fra den identiske faktor [I] til vekselvirkningerne. Et klassisk F-test lavet som om vekselvirkningerne indgik med tilfældig effekt er nemlig "gyldigt" som værktøj til at vurdere størrelsen af pågældende varianskomponent.

```r
m0 <- lm(nyscore ~ A + P + S + A:S + A:P + S:P, data = ex75)
m1a <- lm(nyscore ~ A + P + S + A:S + A:P, data = ex75)
m1b <- lm(nyscore ~ A + P + S + A:S + S:P, data = ex75)
m1c <- lm(nyscore ~ A + P + S + A:P + S:P, data = ex75)
anova(m1a, m0)
```

```
## Analysis of Variance Table
##
## Model 1: nyscore ~ A + P + S + A:S + A:P
## Model 2: nyscore ~ A + P + S + A:S + A:P + S:P
##   Res.Df    RSS Df Sum of Sq      F Pr(>F)
## 1     96 4.2823
## 2     84 3.8232 12    0.4591 0.8406 0.6089
```

```r
anova(m1b, m0)
```

```
## Analysis of Variance Table
##
## Model 1: nyscore ~ A + P + S + A:S + S:P
## Model 2: nyscore ~ A + P + S + A:S + A:P + S:P
##   Res.Df     RSS Df Sum of Sq      F    Pr(>F)
## 1    112 13.2261
## 2     84  3.8232 28    9.4029 7.3783 4.503e-13 ***
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

```r
anova(m1c, m0)
```

```
## Analysis of Variance Table
##
## Model 1: nyscore ~ A + P + S + A:P + S:P
## Model 2: nyscore ~ A + P + S + A:S + A:P + S:P
##   Res.Df    RSS Df Sum of Sq      F  Pr(>F)
## 1    105 5.7053
## 2     84 3.8232 21    1.8821 1.9691 0.01587 *
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

Vi konkluderer at varianskomponenten hørende til

- **S x P** er uden betydning: F=0.841, p=0.609
- **A x P** er signifikant større end nul: F=7.378, p<0.0001
- **A x S** er signifikant større end nul: F=1.969, p=0.016

Man kan diskutere, om det giver mening at udføre test for om varianskomponenterne hørende til **A** og **S** kan sættes til nul, når begge faktorer indgår i en varianskomponent for en vekselvirkning.

For fuldstændigheden skyld vises hvordan man med "håndkraft" kan udføre F-test for om varianskomponenterne hørende til **P x S** og **S** kan sættes til nul. Det ene test kan let udtrækkes fra R (-jvf. resultaterne ovenfor for **P x S**) - det anden test skal ifølge slides til forelæsningen udføres mod *variationen inden for stratum defineret ved P x S*.

Først (gentagelse af) test for **P X S**

```
MS_PS <- (deviance(m1a)-deviance(m0))/(m1a$df - m0$df)
MS_PS
```

```
## [1] 0.03825816
```

```
MS_I <- deviance(m0)/m0$df.residual
MS_I
```

```
## [1] 0.04551456
```

```
F_PS <- MS_PS/MS_I
F_PS
```

```
## [1] 0.8405697
```

```
p_value_PS <- 1 - pf(F_PS, df1 = (m1a$df - m0$df) , df2 = m0$df.residual)
p_value_PS
```

```
## [1] 0.6089491
```

Check, at resultatet stemmer over ens med, hvad vi så ovenfor. Lad os fortsætte som om effekten af **P X S** fjernes (dvs. opdater faktordiagrammet fra slide 17).

Test for **S** udføres ved at sammenligne MS størrelsen hørende til **S** med MS størrelsen hørende til ** A x S** (jvf. opdateret faktordiagram).

```
m1a <- lm(nyscore ~ A + P + S + A:S + A:P, data = ex75)
m2 <- lm(nyscore ~ A + P + S + A:P, data = ex75)
MS_AS <- (deviance(m2)-deviance(m1a))/(m2$df - m1a$df)
MS_AS
```

```
## [1] 0.08962205
```

```
m3 <- lm(nyscore ~ A + P + A:P, data = ex75)
MS_S <- (deviance(m3)-deviance(m2))/(m3$df - m2$df)
MS_S
```

```
## [1] 0.03618126
```

```
F_S <- MS_S/MS_AS
F_S
```

```
## [1] 0.4037094
```

```
p_value_S <- 1 - pf(F_S, df1 = (m3$df - m2$df) , df2 = m2$df.residual)
p_value_S
```

```
## [1] 0.7505999
```

Vi konkluderer, at varianskomponenten hørende til **S** kan fjernes (sammenlign med resultat på slide 21).

Test af systematiske effekter

Med udgangspunkt i ovenstående fortsættes analyse med henblik på at test for effekt af **P**. Bemærk, at vi (jvf. første del af analysen) ser bort fra de tilfældige effekter af **P x S** og **S**.

```
rmod1 <- lmer(nyscore ~ P + (1 | A) + (1 | AS) + (1 |AP), data = ex75)
rmod2 <- lmer(nyscore ~ 1 + (1 | A) + (1 | AS) + (1 |AP), data = ex75)
anova(rmod2, rmod1)
```

```
## refitting model(s) with ML (instead of REML)
```

```
## Data: ex75
## Models:
## rmod2: nyscore ~ 1 + (1 | A) + (1 | AS) + (1 | AP)
## rmod1: nyscore ~ P + (1 | A) + (1 | AS) + (1 | AP)
##       Df    AIC    BIC  logLik deviance  Chisq Chi Df Pr(>Chisq)
## rmod2  5 87.236 102.61 -38.618   77.236
## rmod1  9 77.793 105.47 -29.896   59.793 17.444      4   0.001584 **
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

- Hvad konkluderes på baggrund af likelihood ratio testet?
- Prøv selv at konstruere et F-test for den tilsvarende hypotese (kursorisk pensum)