STATISTISK DATAANALYSE 2
INSTITUT FOR GRUNDVIDENSKAB OG MILJØ

ANDERS TOLVER JENSEN
MARTS 2010

Besvarelse af opgave 5.2

1.

Faktorerne `lens` (niveauer: 6/6,6/18,6/36,6/60) og `eye` (niveauer: `left`,`right`) bør indgå i analyserne med systematisk effekt. Faktoren `subj` (niveauer: 1,2,3,4,5,6,7) og dermed også vekselvirkninger hermed bør indgå i modellen med tilfældig effekt.

$$\begin{tikzcd}
& {[\texttt{eye}\times\texttt{subj}]^{14}_{6}} \arrow[r] \arrow[dr] & \texttt{eye}^{2}_{1} \arrow[dr] & \\
{[\texttt{I}]^{56}_{18}} \arrow[ur] \arrow[r] \arrow[dr] & \texttt{eye}\times\texttt{lens}^{8}_{3} \arrow[ur] \arrow[dr] & {[\texttt{subj}]^{7}_{6}} \arrow[r] & \texttt{0}^{1}_{1} \\
& {[\texttt{lens}\times\texttt{subj}]^{28}_{18}} \arrow[r] \arrow[ur] & \texttt{lens}^{4}_{3} \arrow[ur] &
\end{tikzcd}$$

2.

Statistisk model hørende til faktordiagrammet:

$$Y_i = \gamma(\texttt{eye}\times\texttt{lens}_i) + A(\texttt{subj}_i) + B(\texttt{eye}\times\texttt{subj}_i) + C(\texttt{lens}\times\texttt{subj}_i) + e_i,$$

hvor

- $\gamma(\texttt{left}, 6/6), \ldots, \gamma(\texttt{right}, 6/60)$ er faste parametre hørende til `eye`×`lens`
- $A(1), \ldots, A(7)$ er uafh. $\sim N(0, \sigma^2_{\texttt{subj}})$
- $B(\texttt{left}, 1), \ldots, B(\texttt{right}, 7)$ er uafh. $\sim N(0, \sigma^2_{\texttt{eye}\times\texttt{subj}})$
- $C(6/6, 1), \ldots, C(6/60, 7)$ er uafh. $\sim N(0, \sigma^2_{\texttt{lens}\times\texttt{subj}})$
- $e_1, \ldots, e_{56}$ er uafh. $\sim N(0, \sigma^2)$.

3.

Da forsøgsdesignet er balanceret, (-vi har netop en forsøgsenhed for hver kombination af `lens`,`subj` og `eye`) kan man lave F-test for varianskomponenterne svarende til `eye`×`subj` og `lens`×`subj` som i sædvanelige lineære modeller.

Test for: $\sigma^2_{\texttt{eye}\times\texttt{subj}} = 0$

```
> model1=lm(timelag~subj*eye+subj*lens+eye*lens)
> model2a=lm(timelag~subj*lens+eye*lens)
> anova(model2a,model1)
```

```
Analysis of Variance Table

Model 1: timelag ~ subj * lens + eye * lens
Model 2: timelag ~ subj * eye + subj * lens + eye * lens
  Res.Df    RSS Df Sum of Sq      F   Pr(>F)
1     24 588.43
2     18 231.00  6    357.43 4.6419 0.005109 **
```

Vi ser, at der en signifikant effekt af $\texttt{eye}\times\texttt{subj}$ (F=4.64,p=0.005).

Test for: $\sigma^2_{\texttt{lens}\times\texttt{subj}} = 0$

```
> model1=lm(timelag~subj*eye+subj*lens+eye*lens)
> model2b=lm(timelag~subj*eye+eye*lens)
> anova(model2b,model1)
Analysis of Variance Table

Model 1: timelag ~ subj * eye + eye * lens
Model 2: timelag ~ subj * eye + subj * lens + eye * lens
  Res.Df    RSS Df Sum of Sq      F Pr(>F)
1     36 606.86
2     18 231.00 18    375.86 1.6271 0.1554
```

Vi ser, at vi kan se bort fra effekten af $\texttt{lens}\times\texttt{subj}$ (F=1.63,p=0.155).

Faktordiagram hørende til den reducerede model

$$
\begin{tikzcd}
 & {[\texttt{eye}\times\texttt{subj}]^{14}_{6}} \arrow[r] \arrow[dr] & \texttt{eye}^{2}_{1} \arrow[dr] & \\
{[\texttt{I}]^{56}_{36}} \arrow[ur] \arrow[r] & \texttt{eye}\times\texttt{lens}^{8}_{3} \arrow[ur] \arrow[dr] & {[\texttt{subj}]^{7}_{6}} \arrow[r] & \texttt{0}^{1}_{1} \\
 & & \texttt{lens}^{4}_{3} \arrow[ur] &
\end{tikzcd}
$$

4.

Med udgangspunkt i modellen fra **3.**

$$Y_i = \gamma(\texttt{eye}\times\texttt{lens}_i) + A(\texttt{subj}_i) + B(\texttt{eye}\times\texttt{subj}_i) + e_i,$$

reduceres den systematiske del af modellen.

```
> subjeye=subj:eye
> mod1=lme(timelag~eye*lens,random=~1|subj/subjeye,method="ML")
> mod2=lme(timelag~eye+lens,random=~1|subj/subjeye,method="ML")
> anova(mod2,mod1)
     Model df      AIC      BIC    logLik   Test  L.Ratio p-value
```

```
mod2     1  8 354.3246 370.5274 -169.1623
mod1     2 11 357.6031 379.8820 -167.8015 1 vs 2 2.721508  0.4366
> mod3=lme(timelag~lens,random=~1|subj/subjeye,method="ML")
> anova(mod3,mod2)
     Model df      AIC      BIC    logLik   Test   L.Ratio p-value
mod3     1  7 353.1798 367.3573 -169.5899
mod2     2  8 354.3246 370.5274 -169.1623 1 vs 2 0.8551892  0.3551
> mod4=lme(timelag~1,random=~1|subj/subjeye,method="ML")
> anova(mod4,mod3)
     Model df      AIC      BIC    logLik   Test  L.Ratio p-value
mod4     1  4 355.4422 363.5436 -173.7211
mod3     2  7 353.1798 367.3573 -169.5899 1 vs 2 8.262412  0.0409
```

Det ses, at vi kan fjerne vekselvirkningen `eye`×`lens` ($LR = 2.72, p = 0.43$) samt hovedvirkningen `eye` ($LR = 0.855, p = 0.355$), mens der er en signifikant effekt af `lens` ($LR = 8.262, p = 0.041$). Da p-værdien for testet for hovedeffekten af `lens` er meget tæt på signifikansniveauet (-her 5%), og da vi benytter os af det approksimative likelihood ratio test, kan man eventuelt forsøge at simulere sig frem til den eksakte p-værdi, som anført nedenfor

```
> sim<-simulate.lme(mod4,m2=mod3,nsim=5000,method="ML")
> lr.sim<-2*(sim$alt$ML-sim$null$ML)
> psim<-sum(lr.sim>8.262)/5000
> psim
[1] 0.0498
```

Vi vælger at stå fast på beslutningen om, at hovedeffekten af `lens` er signifikant, omend dette kan diskuteres. Det er meget muligt, at du med `simulate.lme` får en p-værdi lige over 5 %, og du er velkommen til at benytte modellen uden effekt af `lens` som slutmodel.

5.

Slutmodellen bliver

$$Y_i = \alpha(\texttt{lens}_i) + A(\texttt{subj}_i) + B(\texttt{eye} \times \texttt{subj}_i) + e_i,$$

hvor

- $\alpha(6/6), \ldots, \alpha(6/60)$ er faste parametre hørende til `lens`
- $A(1), \ldots, A(7)$ er uafh. $\sim N(0, \sigma^2_{\texttt{subj}})$
- $B(\texttt{left}, 1), \ldots, B(\texttt{right}, 7)$ er uafh. $\sim N(0, \sigma^2_{\texttt{eye}\times\texttt{subj}})$
- $e_1, \ldots, e_{56}$ er uafh. $\sim N(0, \sigma^2)$.

og de tilhørende parameterestimater bliver (-se R-output nedenfor)

$$\hat{\sigma} = 4.075, \quad \hat{\sigma}_{\texttt{subj}} = 4.64, \quad \hat{\sigma}_{\texttt{eye}\times\texttt{subj}} = 3.205$$

$$\begin{array}{lll}
\texttt{lens} = 6/6 & 112.6 & [108.1, 117.2] \\
\texttt{lens} = 6/18 & 113.4 & [108.9, 117.9] \\
\texttt{lens} = 6/36 & 111.6 & [107.1, 116.2] \\
\texttt{lens} = 6/60 & 115.9 & [111.4, 120.4].
\end{array}$$

```
> mod3ny=lme(timelag~lens-1,random=~1|subj/subjeye,method="REML")
> summary(mod3ny)
Linear mixed-effects model fit by REML
 Data: NULL
       AIC      BIC    logLik
  342.7098 356.3686 -164.3549

Random effects:
 Formula: ~1 | subj
        (Intercept)
StdDev:    4.639616

 Formula: ~1 | subjeye %in% subj
        (Intercept) Residual
StdDev:    3.205242 4.074568

Fixed effects: timelag ~ lens - 1
            Value Std.Error DF  t-value p-value
lens6/18 113.4286  2.234914 39 50.75300       0
lens6/36 111.6429  2.234914 39 49.95399       0
lens6/6  112.6429  2.234914 39 50.40143       0
lens6/60 115.9286  2.234914 39 51.87161       0

> intervals(mod3ny)
Approximate 95% confidence intervals

 Fixed effects:
            lower     est.    upper
lens6/18 108.9080 113.4286 117.9491
lens6/36 107.1223 111.6429 116.1634
lens6/6  108.1223 112.6429 117.1634
lens6/60 111.4080 115.9286 120.4491
```

6.

Startmodellen fra spørgsmål **2.** indeholder tre tilfældige faktorer `eye`×`subj`, `lens`×`subj` og `subj`. Da faktorerne ikke alle er nestede, (-nemlig `eye`×`subj` og `lens`×`subj`) kan man ikke fitte modellen ved brug af `lme`. I stedet benyttes `lmer` som kræver `lme4`-pakken.

```
> library(lme4)
> model=lmer(timelag~eye*lens+(1|subj)+(1|subj:eye)+(1|subj:lens))
> summary(model)
```

```
Linear mixed-effects model fit by REML
Formula: timelag ~ eye * lens + (1 | subj) + (1 | subj:eye) + (1 | subj:lens)
      AIC      BIC    logLik MLdeviance REMLdeviance
 331.5703 353.8492 -154.7852   334.3711     309.5703
Random effects:
 Groups    Name        Variance Std.Dev.
 subj:lens (Intercept)  4.0238  2.0059
 subj:eye  (Intercept) 11.6845  3.4183
 subj      (Intercept) 20.2857  4.5040
 Residual              12.8333  3.5824
number of obs: 56, groups: subj:lens, 28; subj:eye, 14; subj, 7
```

Varianskomponenterne estimeres til

$$\hat{\sigma} = 3.582, \quad \hat{\sigma}_{\mathtt{subj}} = 4.504, \quad \hat{\sigma}_{\mathtt{eye}\times\mathtt{subj}} = 3.418, \quad \hat{\sigma}_{\mathtt{lens}\times\mathtt{subj}} = 2.006.$$

I overensstemmelse med spørgsmål **3.** ses at estimatet for varianskomponenten hørende til `lens`$\times$`subj` er klart mindst. Når man vil sammenligne varianskomponenterne er det faktisk mere rigtig at kvadrere estimaterne først. Den totale varians på de enkelte observationer er

$$\mathrm{Var} Y_i = \sigma^2_{\mathtt{eye}\times\mathtt{subj}} + \sigma^2_{\mathtt{lens}\times\mathtt{subj}} + \sigma^2_{\mathtt{subj}} + \sigma^2$$

så den estimerede del af variansen, som stammer fra `lens` $\times$ `subj` udgør

$$\frac{\hat{\sigma}^2_{\mathtt{lens}\times\mathtt{subj}}}{\hat{\sigma}^2_{\mathtt{eye}\times\mathtt{subj}} + \hat{\sigma}^2_{\mathtt{lens}\times\mathtt{subj}} + \hat{\sigma}^2_{\mathtt{subj}} + \hat{\sigma}^2} = \frac{2.006^2}{3.418^2 + 2.006^2 + 4.504^2 + 3.582^2} = 0.082$$

dvs. omkring 8%.

7.

For det beskrevne forsøg er der kun 28 observationer, og vi konstaterer at `subj`$\times$`lens` er lig med den identiske faktor `I`. Desuden bemærkes at `subj` er finere end `eye`. Den statistiske model bør således indeholde `subj` som tilfældig faktor, og vekselvirkning `eye`$\times$`lens` samt tilhørende hovedvirkninger bør indgå med systematisk effekt. Faktordiagrammet ser ud som følger

$$\begin{tikzcd}
{[\mathtt{I}]^{28}_{15}} \arrow[r] \arrow[dr] & {[\mathtt{subj}]^{7}_{5}} \arrow[r] & \mathtt{eye}^{2}_{1} \arrow[r] & \mathtt{0}^{1}_{1} \\
& \mathtt{lens}\times\mathtt{eye}^{8}_{3} \arrow[ur] \arrow[r] & \mathtt{lens}^{4}_{3} \arrow[ur] &
\end{tikzcd}$$

Besvarelse af opgave 5.4

1.

I forsøget indgår 60 forsøgsenheder som hver især er beskrevet ved de tre faktorer `block`, `treatment` og `variety`. Behandlingsfaktoreren, `treatment`, kan kun benyttes på større enheder (hel plots) hver bestående af 6 forsøgsenheder. Inden for hvert helplot randomiseres de 6 forskellige sorter (`variety`). Der er således tale om et split-plot forsøg. Som en ekstra krølle på forsøgsdesignet er de 10 helplots organiseret i 5 blokke (`block`) med 2 helplots i hver. Ved udarbejdelsen af forsøgsplanen har man således også sørget for at randomisere de to behandlinger inden for de to helplots på hver `block`.

2.

Faktoren `block` bør indgå i modellen med tilfældig effekt, mens `treatment` og `variety` indgår som systematiske faktorer. Som anført i opgaveformulering ses bort fra vekselvirkningen $\texttt{block} \times \texttt{variety}$, men de øvrige vekselvirkninger $\texttt{block} \times \texttt{treatment}$ og $\texttt{treatment} \times \texttt{variety}$ bør indgå i den statistiske model. Da `block` inddrages som tilfældige effekt *skal* vekselvirkningen hørende til helplotfaktoren $\texttt{block} \times \texttt{treatment}$ også være tilfældig. Vi ender således op med følgende faktordiagram

$$\begin{tikzcd}
 & {[\texttt{block} \times \texttt{treatment}]^{10}_{4}} \arrow[r] \arrow[dr] & {[\texttt{block}]^{5}_{4}} \arrow[dr] & \\
{[\texttt{I}]^{60}_{40}} \arrow[ur] \arrow[dr] & & \texttt{treatment}^{2}_{1} \arrow[r] & \texttt{0}^{1}_{1} \\
 & \texttt{variety} \times \texttt{treatment}^{12}_{5} \arrow[r] \arrow[ur] & \texttt{variety}^{6}_{5} \arrow[ur] &
\end{tikzcd}$$

Den statistiske model hørende til faktordiagrammet bliver

$$Y_i = \gamma(\texttt{variety} \times \texttt{treatment}_i) + A(\texttt{block} \times \texttt{treatment}_i) + B(\texttt{block}_i) + e_i,$$

hvor

- $B(1), \dots, B(5)$ er uafhængige og normalfordelte $N(0, \sigma_B^2)$
- $A(1,T), \dots, A(5,T), A(1,U), \dots, A(5,U)$ er uafhængige og normalfordelte $N(0, \sigma_A^2)$
- $e_1, \dots, e_{60}$ er uafhængige og normalfordelte $N(0, \sigma^2)$

3.

I første omgang forsøger vi at fjerne vekselvirkningen $\texttt{variety} \times \texttt{treatment}$ og reducere udgangsmodellen til

$$Y_i = \alpha(\texttt{variety}_i) + \beta(\texttt{treatment}_i) + A(\texttt{block} \times \texttt{treatment}_i) + B(\texttt{block}_i) + e_i,$$

hvor

- $B(1), \dots, B(5)$ er uafhængige og normalfordelte $N(0, \sigma_B^2)$
- $A(1,T), \dots, A(5,T), A(1,U), \dots, A(5,U)$ er uafhængige og normalfordelte $N(0, \sigma_A^2)$
- $e_1, \dots, e_{60}$ er uafhængige og normalfordelte $N(0, \sigma^2)$.

I følge R-udskriften er testet stærkt signifikant ($LR = 63.02, p < 0.0001$).

Selvom det ikke er en del af opgaven, kan man (som en ekstra øvelse) godt forsøge reducere den tilfældige del af modellen. Det viser sig, at man lige akkurat kan fjerne begge de to tilfældige effekter. Da vi ønsker at generalisere resultaterne til vilkårlige helplots, vælger vi dog at afrapportere estimater og konfidensintervaller for modellen med tilfældige effekter.

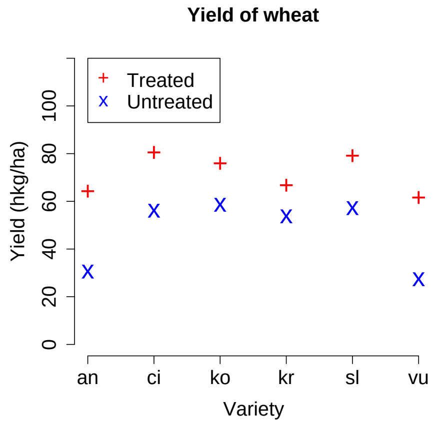
4.

Estimaterne for varianskomponenterne bliver

$$\begin{aligned} \texttt{block} &: \hat{\sigma}_B = 0.766 \\ \texttt{block} \times \texttt{treatment} &: \hat{\sigma}_A = 1.227 \\ \texttt{residual} &: \hat{\sigma} = 3.041 \end{aligned}$$

5.

Parameterestimaterne for de 12 kombinationer af `variety` og `treatment` fremgår af figuren nedenfor.



Med udgangspunkt i udskriften af `modelA1` i R-udskriften i opgaveformuleringen viser følgende R-program, at behandlingen har en positiv effekt på udbyttet for alle niveauer af `variety`.

```
> library(gmodels)
> andiff<-c(1,0,0,0,0,0,-1,0,0,0,0,0)
> cidiff<-c(0,1,0,0,0,0,0,-1,0,0,0,0)
> kodiff<-c(0,0,1,0,0,0,0,0,-1,0,0,0)
> krdiff<-c(0,0,0,1,0,0,0,0,0,-1,0,0)
> sldiff<-c(0,0,0,0,1,0,0,0,0,0,-1,0)
> vudiff<-c(0,0,0,0,0,1,0,0,0,0,0,-1)
>
> diff<-rbind(andiff,cidiff,kodiff,krdiff,sldiff,vudiff)
> estimable(modelA1,diff)
       Estimate Std. Error   t value DF     Pr(>|t|)
andiff    32.88   2.073952 15.853789 39 0.000000e+00
cidiff    23.60   2.073952 11.379240 39 5.817569e-14
kodiff    16.54   2.073952  7.975111 39 1.021820e-09
krdiff    12.20   2.073952  5.882488 39 7.542024e-07
sldiff    21.14   2.073952 10.193099 39 1.484590e-12
vudiff    33.42   2.073952 16.114161 39 0.000000e+00
```

Den signifikante vekselvirkning mellem `variety` og `treatment` må således forklares med, at behandlingen virker bedre for visse af de 6 sorter i forsøget. Dette kan uddybes med supplerende anvendelser af `estimable`-funktionen i R.

Besvarelse af opgave 5.5

1.

Det vigtige er at indse, at `bur` er finere end både `sex` og `stamme` og dermed også end produktfaktoren $\texttt{sex} \times \texttt{stamme}$. Udgangsmodellen bør være

$$Y_i = \gamma(\texttt{sex} \times \texttt{stamme}_i) + A(\texttt{bur}_i) + e_i,$$

hvor $e_1, \ldots, e_{32}$ er uafhængige og $N(0, \sigma^2)-$fordelte og $A(1), \ldots, A(8)$ er uafhængige og $N(0, \sigma_A^2)-$fordelte. Faktordiagrammet bliver

$$\begin{tikzcd}
 & & \texttt{sex}_1^2 \arrow[dr] & \\
{[\texttt{I}]}_{24}^{32} \arrow[r] & {[\texttt{bur}]}_4^8 \arrow[r] & \texttt{sex} \times \texttt{stamme}_1^4 \arrow[u] \arrow[d] & \texttt{0}_1^1 \\
 & & \texttt{stamme}_1^2 \arrow[ur] &
\end{tikzcd}$$

2.

Vekselvirkningen mellem `sex` og `stamme` er ikke signifikant ($LR = 0.115, p = 0.734$), og der er en klart signifikant effekt af `stamme` ($LR = 8.77$, $p = 0.003$.) Det (approksimative) likelihood ratio test viser en svagt signifikant effekt af `sex` ($LR = 5.05, p = 0.025$). Når man benytter sig af approksimative test, bør man ikke være alt for skråsikker i forbindelse med p-værdier omkring signifikansniveauet på 5 %. En mulighed er at lave eksakte F-test som beskrevet ved torsdagsforelæsningen. Som alternativ kan man forsøge at simulere sig frem til p-værdien, som beskrevet i R-udskriften til opgavenformuleringen. I følge denne fås en p-værdi på $p = 0.0822$. På denne baggrund foreslås at man accepterer hypotesen om, at der ikke er nogen effekt af `sex`. (Prøv f.eks. at lave F-testet, som giver $F = 4.40, p = 0.09$.)

3.+4.

Slutmodel med tilhørende faktordiagram

$$Y_i = \beta(\texttt{stamme}_i) + A(\texttt{bur}_i) + e_i,$$

hvor $e_1, \ldots, e_{32}$ er uafhængige og $N(0, \sigma^2)-$fordelte og $A(1), \ldots, A(8)$ er uafhængige og $N(0, \sigma_A^2)-$fordelte.

$$[\texttt{I}]_{24}^{32} \longrightarrow [\texttt{bur}]_6^8 \longrightarrow \texttt{stamme}_1^2 \longrightarrow \texttt{0}_1^1$$

Vi genfitter modellen i R med `method="REML"` for at få parameterestimater under slutmodellen. For de systematiske parametre fås følgende estimater

$$\begin{aligned}
\hat{\beta}(\texttt{normal}) &= 327.06 \quad [268.65, 385.48] \\
\hat{\beta}(\texttt{transgene}) - \hat{\beta}(\texttt{normal}) &= -100.94 \quad [-198.88, -2.99]
\end{aligned}$$

For de tilfældige effekter fås estimaterne

$$\begin{aligned} \hat{\sigma}_A &= 50.61 \quad [24.85, 103.08] \\ \hat{\sigma} &= 50.70 \quad [38.21, 67.27]. \end{aligned}$$

5.

Med parametrisering af slutmodellen som i spm. **3.-4.** ovenfor, svarer spørgsmål i opgaveformuleringen til hypotesen

$$\alpha(\texttt{normal}) = 1.2 \cdot \alpha(\texttt{transgene}) \text{ eller } \alpha(\texttt{normal}) - 1.2 \cdot \alpha(\texttt{transgene}) = 0.$$

Dette kan i R testes med følgende kode

```
> slutmodelny<-lme(kryds~stamme-1,random=~1|bur,method="REML")
> slutmodelny
Linear mixed-effects model fit by REML
  Data: NULL
  Log-restricted-likelihood: -167.9375
  Fixed: kryds ~ stamme - 1
  stammenormal stammetransgen
      327.0625       226.1250

Random effects:
 Formula: ~1 | bur
        (Intercept) Residual
StdDev:    50.61441 50.69752

Number of Observations: 32
Number of Groups: 8
> diff20<-c(1,-1.2)
> estimable(slutmodelny,diff20,conf.int=0.95)
         Estimate Std. Error  t value DF  Pr(>|t|)  Lower.CI Upper.CI
(1 -1.2)  55.7125   44.21166 1.260132  6 0.2544141 -52.46952 163.8945
```

p-værdien for testet bliver $p = 0.254$, så forsøget bekræfter således formodning om, at normale mus er 20 % mere frygtsomme end de transgene mus.

6.

Vi betragter her den additive model for tosidet variansanalyse

$$Y_i = \beta(\texttt{stamme}_i) + \gamma(\texttt{bur}_i) + e_i, \quad e_i \text{ uafh } \sim N(0, \sigma^2).$$

Estimatet for forskellen mellem transgene og normale mus bliver

$$\hat{\beta}(\texttt{transgene}) - \hat{\beta}(\texttt{normal}) = -108.25 \quad [-182.24, -34.26].$$

At der er forskel på estimatet fra **4.** og **6.** viser blot, at estimater for den samme effekt beregnes forskelligt afhængigt af, om man modellerer effekten af `bur` som tilfældig eller systematisk.

Konfidensintervallet i **6.** er smallest, fordi det her udtaler sig om den forventede forskel mellem transgene og normale mus, i et af de 8 bure fra forsøget. Fortolkningen af estimatet i **4.** er, at dette beskriver forskellen mellem de to typer mus, i et (tilfældigt) valgt bur, som ikke nødvendigvis er med i forsøget. Prisen for at kunne generalisere resultaterne til andre bure er, at vi må leve med et bredere konfidensinterval.