Flerfaktorforsøg og faktordiagrammer

Statistisk Dataanalyse 2

Anders Tolver

Uge 2, tirsdag d. 12/9-2017

Dagens program

Slide 1-10 introducerer begrebet faktordiagram og er i høj grad identisk med udvalgte slides til torsdag d. 7/9-2017

- Tosidet variansanalysemodel (repetition)
- Faktordiagram

Dagens hovedprogram

- Firfaktorforsøg: holdbarhed af afskårne roser
  - udvælg passende hoved- og vekselvirkninger
  - faktordiagram
  - reduktion af model (rækkefølge)
  - konklusioner

Eksempel 3.2: 2-sidet variansanalyse

Vi har diskuteret den fulde model med vekselvirkning

$$Y_i = \gamma(\texttt{TREAT} \times \texttt{TIME}_i) + e_i,$$

hvor e_i er uafh. normalfordelte $N(0, \sigma^2)$ og den additive model for tosidet variansanalyse givet ved

$$Y_i = \alpha(\texttt{TREAT}_i) + \beta(\texttt{TIME}_i) + e_i,$$

hvor e_i er uafh. normalfordelte $N(0, \sigma^2)$.

Spm: Hvornår kan man ikke teste den additive model mod modellen med vekselvirkning? (-se opgave 2.3)

2-way ANOVA: faktordiagram I

Faktordiagrammer benyttes til at skabe sig overblik over strukturen i et forsøgsdesign.

Mandagens gennemgående eksempel indholdt 3 egentlige faktorer

$$\mathtt{TREAT}, \mathtt{TIME}, \mathtt{TREAT} \times \mathtt{TIME}$$

samt de trivielle faktorer

$$\mathtt{I}, \mathtt{0}$$

Eksempel 3.2: balanceret tofaktorforsøg

Der tegnes pile fra finere faktorer til grovere. Fineste faktor (-enhedsfaktoren `I`) placeres til venstre på tegningen.

$$\begin{tikzcd}
 & & \mathtt{TREAT} \arrow[dr] & \\
\mathtt{I} \arrow[r] & \mathtt{TREAT} * \mathtt{TIME} \arrow[ur] \arrow[dr] & & \mathtt{0} \\
 & & \mathtt{TIME} \arrow[ur] &
\end{tikzcd}$$

Eksempel 3.2: balanceret tofaktorforsøg

Der tegnes pile fra finere faktorer til grovere. Fineste faktor (-enhedsfaktoren I) placeres til venstre på tegningen.

$$
\begin{tikzcd}
 & & \mathtt{TREAT}^2 \arrow[dr] & \\
\mathtt{I}^{36} \arrow[r] & \mathtt{TREAT}*\mathtt{TIME}^6 \arrow[ur] \arrow[dr] & & \mathtt{0}^1 \\
 & & \mathtt{TIME}^3 \arrow[ur] &
\end{tikzcd}
$$

Antallet af niveauer skrives i øverste højre hjørne.

Eksempel 3.2: balanceret tofaktorforsøg

Der tegnes pile fra finere faktorer til grovere. Fineste faktor (-enhedsfaktoren $\mathtt{I}$) placeres til venstre på tegningen.

$$\begin{tikzcd}
 & & \mathtt{TREAT}^{2}{}_{1} \arrow[dr] & \\
\mathtt{I}^{36}_{30} \arrow[r] & \mathtt{TREAT} * \mathtt{TIME}^{6}_{2} \arrow[ur] \arrow[dr] & & \mathtt{0}^{1}_{1} \\
 & & \mathtt{TIME}^{3}_{2} \arrow[ur] &
\end{tikzcd}$$

Antallet af niveauer skrives i øverste højre hjørne.

Antallet af df tilføjes i nederste højre hjørne, ved fra antallet af niveauer at fratrække df for grovere faktorer.

Eksempel 3.2: balanceret tofaktorforsøg

Der tegnes pile fra finere faktorer til grovere. Fineste faktor (-enhedsfaktoren I) placeres til venstre på tegningen.

$$
\begin{tikzcd}
 & & \texttt{TREAT}^{2}{}_{1} \arrow[dr] & \\
\texttt{I}^{36}_{30} \arrow[r] & \texttt{TREAT} * \texttt{TIME}^{6}_{2} \arrow[ur] \arrow[dr] & & \texttt{0}^{1}_{1} \\
 & & \texttt{TIME}^{3}_{2} \arrow[ur] &
\end{tikzcd}
$$

Antallet af niveauer skrives i øverste højre hjørne.

Antallet af df tilføjes i nederste højre hjørne, ved fra antallet af niveauer at fratrække df for grovere faktorer.

Ex: Ud for $\texttt{TREAT} \times \texttt{TIME}$ skrives 6-1-2-1=2!

Trefaktorforsøg

Fra noternes eksempel 2.2.

	Lys1				Lys2			
	Kammer 1		Kammer 2		Kammer 3		Kammer 4	
Gødning	*	*	*	*	*	*	*	*
Ingen gødning	*	*	*	*	*	*	*	*

Faktorer: G (Gødning), K (Kammer) og L (Lys)

Bemærk: K er finere end L!

Vekselvirkninger: $\mathtt{G} \times \mathtt{K}$, $\mathtt{G} \times \mathtt{L}$, $(\mathtt{K} \times \mathtt{L} = \mathtt{K})$

Trivielle faktorer: I, 0

Lad os forsøge at tegne det tilhørende faktordiagram.

Trefaktorforsøg

$$\begin{tikzcd}
 & & \mathtt{G}\times\mathtt{L}_1^4 \arrow[r] \arrow[ddr] & \mathtt{G}_1^2 \arrow[dr] & \\
{[\mathtt{I}_8^{16}]} \arrow[r] & \mathtt{G}\times\mathtt{K}_2^8 \arrow[ur] \arrow[dr] & & & \mathtt{O}_1^1 \\
 & & \mathtt{K}_2^4 \arrow[r] & \mathtt{L}_1^2 \arrow[ur] &
\end{tikzcd}$$

Tilhørende statistiske model:

$$Y_i = \gamma(\mathtt{G}\times\mathtt{K}_i) + e_i, \quad e_i \sim N(0,\sigma^2).$$

$\mathtt{G}$: Gødning

$\mathtt{K}$: Kammer

$\mathtt{L}$: Lys

NB: Vi sætter [..] omkring faktorer som ikke indgår i den systematiske del af modellen!

Faktordiagrammer: fordele

Et faktordiagram giver overblik over

- forsøgsdesignet/-planen
- hvilken rækkefølge man kan teste for reduktion i modellen

Er designet balanceret (eller blot ortogonalt) kan man endvidere

- afgøre hvilke hoved-/vekselvirkninger der overhovedet kan testes for?
- beregne frihedsgrader og teststørrelser ved 'håndkraft'

Opgave 2.2: tresidet variansanalyse

Oversigt over datasæt og forsøgsplan

```
##    TEMP LUC ADP mineral
## 1    10   1   1    5.30
## 2    10   1   0    2.30
## 3    20   1   1    5.20
## 4    20   1   0    3.59
## 5    10   1   1    4.84
## 6    10   1   0    2.26
## 7    20   1   1    5.60
## 8    20   1   0    3.48
## 9    10   0   1    5.21
## 10   10   0   0    2.27
## 11   20   0   1    5.77
## 12   20   0   0    3.53
## 13   10   0   1    5.56
## 14   10   0   0    2.77
## 15   20   0   1    5.64
## 16   20   0   0    3.47
```

Faktorer: TEMP, LUC, ADP

Vekselvirkn: TEMP×LUC, TEMP×ADP, LUC×ADP

Andenordens vekselvirkn: TEMP×LUC×ADP

3-way ANOVA: faktordiagram

Der tegnes pile fra finere faktorer til grovere.

$$
\begin{tikzcd}
 & & \mathtt{TEMP} \times \mathtt{LUC}_1^4 \arrow[r] \arrow[dr] & \mathtt{TEMP}_1^2 \arrow[dr] & \\
{[\mathtt{I}]}_8^{16} \arrow[r] & \mathtt{TEMP} \times \mathtt{LUC} \times \mathtt{ADP}_1^8 \arrow[ur] \arrow[r] \arrow[dr] & \mathtt{TEMP} \times \mathtt{ADP}_1^4 \arrow[ur] \arrow[dr] & \mathtt{LUC}_1^2 \arrow[r] & \mathtt{0}_1^1 \\
 & & \mathtt{LUC} \times \mathtt{ADP}_1^4 \arrow[ur] \arrow[r] & \mathtt{ADP}_1^2 \arrow[ur] &
\end{tikzcd}
$$

Antallet af niveauer skrives i øverste højre hjørne.

Antallet af df tilføjes i nederste højre hjørne, ved fra antallet af niveauer at fratrække df for grovere faktorer.

Forsøget kaldes et balanceret trefaktorforsøg.

Dagens hovedeksempel: holdbarhed af afskårne roser

Et forsøg er blevet udført med det formål at undersøge effekten af et middel som forøger holdbarheden af afskårne roser.

Datasættet består af 24 målinger af holdbarheden af bundter af roser, som er fordelt på 3 forskellige flor. Endvidere er registreret om midlet blev tilsat hos gartneren, hos blomsterhandleren og hos kunden.

Faktorer og niveauer:

`FLOR(1,2,3)`

`GARTNER(0,1)`

`HANDLER(0,1)`

`KUNDE(0,1)`

Afskårne roser: data

```r
roser<-read.table(file="../data/Roser.txt",header=T)
roser
```

```
##     Obs gartner handler kunde flor  tid
## 1     1       0       0     0    1 10.1
## 2     2       0       0     0    2  8.9
## 3     3       0       0     0    3 11.4
## 4     4       1       0     0    1 10.9
## 5     5       1       0     0    2  6.9
## 6     6       1       0     0    3 11.2
## 7     7       0       1     0    1  9.6
## 8     8       0       1     0    2  9.9
## 9     9       0       1     0    3 11.3
## 10   10       0       0     1    1 11.8
```

[... more datalines here ...]

Afskårne roser: spørgsmål

- Virker konserveringsmidlet?
- Betyder det noget, hvor man tilsætter konserveringsmidlet?
- Hvordan opnår man den bedste holdbarhed af roserne?
- Hvor “stor” en effekt har konserveringsmidlet?
- Er der forskelle fra flor til flor?

Afskårne roser: faktorer i forsøget

Tredjeordens vekselvirkning

$$\texttt{GARTNER} \times \texttt{HANDLER} \times \texttt{KUNDE} \times \texttt{FLOR}$$

Andenordens vekselvirkninger

$$\texttt{GARTNER} \times \texttt{HANDLER} \times \texttt{KUNDE}, \texttt{FLOR} \times \texttt{HANDLER} \times \texttt{KUNDE}$$
$$\texttt{GARTNER} \times \texttt{HANDLER} \times \texttt{FLOR}, \texttt{GARTNER} \times \texttt{FLOR} \times \texttt{KUNDE}$$

Vekselvirkninger

$$\texttt{GARTNER} \times \texttt{HANDLER}, \texttt{KUNDE} \times \texttt{HANDLER}, \texttt{KUNDE} \times \texttt{FLOR}$$
$$\texttt{GARTNER} \times \texttt{KUNDE}, \texttt{GARTNER} \times \texttt{FLOR}, \texttt{FLOR} \times \texttt{HANDLER}$$

Hovedvirkninger

$$\texttt{GARTNER}, \texttt{HANDLER}, \texttt{KUNDE}, \texttt{FLOR}, \texttt{I} \text{ og } \texttt{0}$$

Afskårne roser: udgangsmodel

Hjemmeopgave: Lav et overskueligt faktordiagram med alle faktorerne fra foregående slide :-)

Vi tager udgangspunkt i modellen med faktorerne

$$\mathtt{GARTNER} \times \mathtt{HANDLER} \times \mathtt{KUNDE}$$

$$\mathtt{GARTNER} \times \mathtt{HANDLER}, \mathtt{KUNDE} \times \mathtt{HANDLER}$$

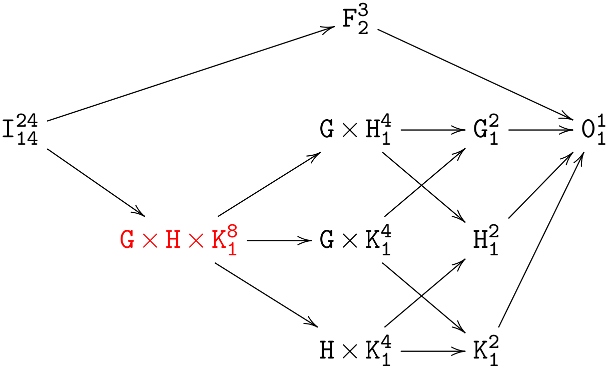
$$\mathtt{GARTNER} \times \mathtt{KUNDE}$$

$$\mathtt{GARTNER}, \mathtt{HANDLER}, \mathtt{KUNDE}, \mathtt{FLOR}, \mathtt{I} \text{ og } \mathtt{0}$$

Vi er kun sekundært interesseret i faktoren `FLOR`.

Faktorer som bidrager til variationen, men som ikke har vores primære interesse, vil man typisk inddrage som tilfældige effekter (-mere om dette i uge 4-5!).

Afskårne roser: faktordiagram og reduktion



Statistisk model (hørende til faktordiagram) og hypotese:

Afskårne roser: faktordiagram og reduktion

$$
\begin{tikzcd}
 & & \mathtt{F}_2^3 \arrow[drr] & & \\
\mathtt{I}_{14}^{24} \arrow[urr] \arrow[dr] & & \mathtt{G}\times\mathtt{H}_1^4 \arrow[r] \arrow[dr] & \mathtt{G}_1^2 \arrow[r] & \mathtt{0}_1^1 \\
 & \color{red}{\mathtt{G}\times\mathtt{H}\times\mathtt{K}_1^8} \arrow[ur] \arrow[r] \arrow[dr] & \mathtt{G}\times\mathtt{K}_1^4 \arrow[ur] \arrow[dr] & \mathtt{H}_1^2 \arrow[ur] & \\
 & & \mathtt{H}\times\mathtt{K}_1^4 \arrow[ur] \arrow[r] & \mathtt{K}_1^2 \arrow[uur] &
\end{tikzcd}
$$

Statistisk model (hørende til faktordiagram) og hypotese:

$$M: Y_i = \gamma(\mathtt{G}\times\mathtt{H}\times\mathtt{K}_\mathtt{i}) + \delta(\mathtt{F}_\mathtt{i}) + \mathtt{e}_\mathtt{i}, \quad \mathtt{e}_\mathtt{i} \sim \mathtt{N}(0,\sigma^2).$$

$$H_0: Y_i = \alpha(\mathtt{G}\times\mathtt{H}_\mathtt{i}) + \beta(\mathtt{G}\times\mathtt{K}_\mathtt{i}) + \gamma(\mathtt{H}\times\mathtt{K}_\mathtt{i}) + \delta(\mathtt{F}_\mathtt{i}) + \mathtt{e}_\mathtt{i}, \mathtt{e}_\mathtt{i} \sim \mathtt{N}(0,\sigma^2).$$

Afskårne roser: faktordiagram og reduktion

$$
\begin{tikzcd}
 & \mathtt{F}_2^3 \arrow[drr] & & \\
\mathtt{I}^{24}_{\color{red}15} \arrow[ur] \arrow[r] \arrow[dr] \arrow[ddr] & \mathtt{G}\times\mathtt{H}^4_1 \arrow[r] \arrow[dr] & \mathtt{G}^2_1 \arrow[r] & \mathtt{O}^1_1 \\
 & {\color{red}\mathtt{G}\times\mathtt{K}^4_1} \arrow[ur] \arrow[dr] & \mathtt{H}^2_1 \arrow[ur] & \\
 & \mathtt{H}\times\mathtt{K}^4_1 \arrow[ur] \arrow[r] & \mathtt{K}^2_1 \arrow[uur] &
\end{tikzcd}
$$

Statistisk model (hørende til faktordiagram) og hypotese:

Afskårne roser: faktordiagram og reduktion

$$
\begin{tikzcd}
 & \mathtt{F}^{3}_{2} \arrow[drr] & & \\
\mathtt{I}^{24}_{15} \arrow[ur] \arrow[r] \arrow[dr] \arrow[ddr] & \mathtt{G}\times\mathtt{H}^{4}_{1} \arrow[r] \arrow[dr] & \mathtt{G}^{2}_{1} \arrow[r] & \mathtt{0}^{1}_{1} \\
 & \mathtt{G}\times\mathtt{K}^{4}_{1} \arrow[ur] \arrow[dr] & \mathtt{H}^{2}_{1} \arrow[ur] & \\
 & \mathtt{H}\times\mathtt{K}^{4}_{1} \arrow[ur] \arrow[r] & \mathtt{K}^{2}_{1} \arrow[uur] &
\end{tikzcd}
$$

Statistisk model (hørende til faktordiagram) og hypotese:

$$M : Y_i = \alpha(\mathtt{G}\times\mathtt{H}_\mathtt{i}) + \beta(\mathtt{G}\times\mathtt{K}_\mathtt{i}) + \gamma(\mathtt{H}\times\mathtt{K}_\mathtt{i}) + \delta(\mathtt{F}_\mathtt{i}) + \mathtt{e}_\mathtt{i}, \quad \mathtt{e}_\mathtt{i} \sim \mathtt{N}(0, \sigma^2).$$

$$H_0 : Y_i = \alpha(\mathtt{G}\times\mathtt{H}_\mathtt{i}) + \gamma(\mathtt{H}\times\mathtt{K}_\mathtt{i}) + \delta(\mathtt{F}_\mathtt{i}) + \mathtt{e}_\mathtt{i}, \quad \mathtt{e}_\mathtt{i} \sim \mathtt{N}(0, \sigma^2).$$

Afskårne roser: faktordiagram og reduktion

$$
\begin{tikzcd}
 & \mathtt{F}_2^3 \arrow[drr] & & \\
\mathtt{I}_{16}^{24} \arrow[ur] \arrow[r] \arrow[ddr] & \mathtt{G}\times\mathtt{H}_1^4 \arrow[r] \arrow[dr] & \mathtt{G}_1^2 \arrow[r] & \mathtt{0}_1^1 \\
 & & \mathtt{H}_1^2 \arrow[ur] & \\
 & \mathtt{H}\times\mathtt{K}_1^4 \arrow[ur] \arrow[r] & \mathtt{K}_1^2 \arrow[uur] &
\end{tikzcd}
$$

Statistisk model (hørende til faktordiagram) og hypotese:

Afskårne roser: faktordiagram og reduktion

$$\begin{tikzcd}
& \mathtt{F}^3_2 \arrow[drr] & & \\
\mathtt{I}^{24}_{16} \arrow[ur] \arrow[r] \arrow[ddr] & \mathtt{G}\times\mathtt{H}^4_1 \arrow[r] \arrow[dr] & \mathtt{G}^2_1 \arrow[r] & \mathtt{0}^1_1 \\
& & \mathtt{H}^2_1 \arrow[ur] & \\
& \mathtt{H}\times\mathtt{K}^4_1 \arrow[ur] \arrow[r] & \mathtt{K}^2_1 \arrow[uur] &
\end{tikzcd}$$

Statistisk model (hørende til faktordiagram) og hypotese:

$$M: Y_i = \alpha(\mathtt{G}\times\mathtt{H}_\mathtt{i}) + \gamma(\mathtt{H}\times\mathtt{K}_\mathtt{i}) + \delta(\mathtt{F}_\mathtt{i}) + \mathtt{e}_\mathtt{i}, \quad \mathtt{e}_\mathtt{i} \sim \mathtt{N}(0,\sigma^2).$$

$$H_0: Y_i = \alpha(\mathtt{G}_\mathtt{i}) + \gamma(\mathtt{H}\times\mathtt{K}_\mathtt{i}) + \delta(\mathtt{F}_\mathtt{i}) + \mathtt{e}_\mathtt{i}, \quad \mathtt{e}_\mathtt{i} \sim \mathtt{N}(0,\sigma^2).$$

Afskårne roser: faktordiagram og reduktion

$$
\begin{tikzcd}
& \mathtt{F}^{3}_{2} \arrow[drr] & & \\
\mathtt{I}^{24}_{17} \arrow[ur] \arrow[rr] \arrow[ddr] & & \mathtt{G}^{2}_{1} \arrow[r] & \mathtt{0}^{1}_{1} \\
& & \mathtt{H}^{2}_{1} \arrow[ur] & \\
& \mathtt{H} \times \mathtt{K}^{4}_{1} \arrow[ur] \arrow[r] & \mathtt{K}^{2}_{1} \arrow[uur] &
\end{tikzcd}
$$

Statistisk model (hørende til faktordiagram):

Afskårne roser: faktordiagram og reduktion

$$\begin{tikzcd}
& \mathtt{F}_2^3 \arrow[drr] & & \\
\mathtt{I}_{17}^{24} \arrow[ur] \arrow[rr] \arrow[ddr] & & \mathtt{G}_1^2 \arrow[r] & \mathtt{O}_1^1 \\
& & \mathtt{H}_1^2 \arrow[ur] & \\
& \mathtt{H}\times\mathtt{K}_1^4 \arrow[ur] \arrow[r] & \mathtt{K}_1^2 \arrow[uur] &
\end{tikzcd}$$

Statistisk model (hørende til faktordiagram):

$$M : Y_i = \alpha(\mathtt{G_i}) + \gamma(\mathtt{H}\times\mathtt{K_i}) + \delta(\mathtt{F_i}) + \mathtt{e_i}, \quad \mathtt{e_i} \sim \mathtt{N}(0,\sigma^2).$$

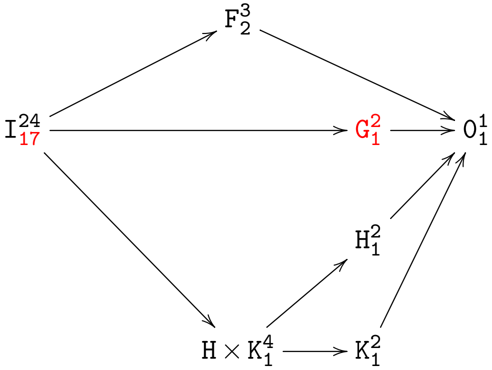
$$H_0 : Y_i = \alpha(\mathtt{G_i}) + \beta(\mathtt{H_i}) + \gamma(\mathtt{K_i}) + \delta(\mathtt{F_i}) + \mathtt{e_i}, \quad \mathtt{e_i} \sim \mathtt{N}(0,\sigma^2).$$

Afskårne roser: faktordiagram og reduktion

$$
\begin{tikzcd}
& \mathtt{F}^3_2 \arrow[drr] & & \\
\mathtt{I}^{24}_{17} \arrow[ur] \arrow[rr] \arrow[ddr] & & \mathtt{G}^2_1 \arrow[r] & \mathtt{0}^1_1 \\
& & \mathtt{H}^2_1 \arrow[ur] & \\
& \mathtt{H}\times\mathtt{K}^4_1 \arrow[ur] \arrow[r] & \mathtt{K}^2_1 \arrow[uur] &
\end{tikzcd}
$$

Statistisk model (hørende til faktordiagram):

Afskårne roser: faktordiagram og reduktion



Statistisk model (hørende til faktordiagram):

$$M : Y_i = \alpha(\mathtt{G_i}) + \gamma(\mathtt{H}\times\mathtt{K_i}) + \delta(\mathtt{F_i}) + \mathtt{e_i}, \quad \mathtt{e_i} \sim \mathtt{N}(0,\sigma^2).$$

$$H_0 : Y_i = \gamma(\mathtt{H}\times\mathtt{K_i}) + \delta(\mathtt{F_i}) + \mathtt{e_i}, \quad \mathtt{e_i} \sim \mathtt{N}(0,\sigma^2).$$

Afskårne roser: faktordiagram og reduktion

$$
\begin{tikzcd}
 & \mathtt{F}_2^3 \arrow[drr] & & \\
\mathtt{I}_{18}^{24} \arrow[ur] \arrow[ddr] & & & \mathtt{O}_1^1 \\
 & & \mathtt{H}_1^2 \arrow[ur] & \\
 & \mathtt{H} \times \mathtt{K}_1^4 \arrow[ur] \arrow[r] & \mathtt{K}_1^2 \arrow[uur] &
\end{tikzcd}
$$

Statistisk model (hørende til faktordiagram):

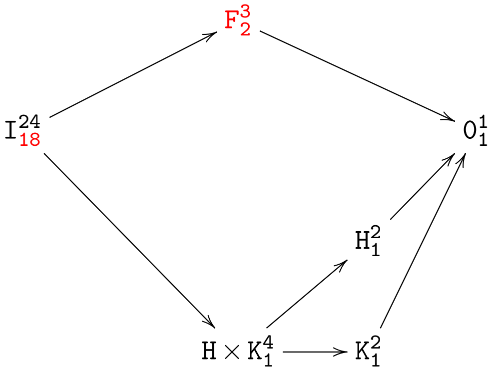
Afskårne roser: faktordiagram og reduktion

$$
\begin{tikzcd}
 & \mathtt{F}_{2}^{3} \arrow[drr] & & \\
\mathtt{I}_{18}^{24} \arrow[ur] \arrow[ddr] & & & \mathtt{0}_{1}^{1} \\
 & & \mathtt{H}_{1}^{2} \arrow[ur] & \\
 & \mathtt{H}\times\mathtt{K}_{1}^{4} \arrow[ur] \arrow[r] & \mathtt{K}_{1}^{2} \arrow[uur] &
\end{tikzcd}
$$

Statistisk model (hørende til faktordiagram):

$$Y_i = \gamma(\mathtt{H}\times\mathtt{K}_\mathtt{i}) + \delta(\mathtt{F}_\mathtt{i}) + \mathtt{e}_\mathtt{i}, \quad \mathtt{e}_\mathtt{i} \sim \mathtt{N}(0, \sigma^2).$$

Afskårne roser: faktordiagram og reduktion

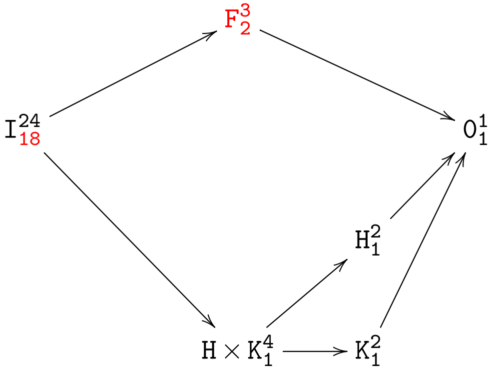


Statistisk model (hørende til faktordiagram):

$$Y_i = \gamma(\mathtt{H}\times\mathtt{K}_\mathtt{i}) + \delta(\mathtt{F}_\mathtt{i}) + \mathtt{e}_\mathtt{i}, \quad \mathtt{e}_\mathtt{i} \sim \mathtt{N}(0, \sigma^2).$$

Hypotese, H_0 (svarende til at fjerne markerede faktor):

Afskårne roser: faktordiagram og reduktion



Statistisk model (hørende til faktordiagram):

$$Y_i = \gamma(\mathtt{H} \times \mathtt{K_i}) + \delta(\mathtt{F_i}) + \mathtt{e_i}, \quad \mathtt{e_i} \sim \mathtt{N}(0, \sigma^2).$$

Hypotese, H_0 (svarende til at fjerne markerede faktor):

$$Y_i = \gamma(\mathtt{H} \times \mathtt{K_i}) + \mathtt{e_i}, \quad \mathtt{e_i} \sim \mathtt{N}(0, \sigma^2).$$

Afskårne roser: slutmodel

Vores slutmodel bliver

$$Y_i = \alpha(\texttt{FLOR}_\texttt{i}) + \phi(\texttt{HANDLER} \times \texttt{KUNDE}_i) + e_i,$$

hvor $e_1, \ldots e_{24}$ er uafhængige og normalfordelte $N(0, \sigma^2)$.

Slutmodellen er blot en additiv model mellem faktorerne `FLOR` og `HANDLER`$\times$`KUNDE`.

Hvordan angives parameterestimater for additiv model?

Hvor mange parameterestimater skal jeg regne med, at R angiver?

Afskårne roser: slutmodel i R

```
roser$HK<-relevel(roser$handler:roser$kunde,ref="0:0")
modelfinal<-lm(tid~HK+flor,data=roser)
```

```
summary(modelfinal)
```

```
              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept)     9.7083     0.4891  19.848 1.10e-13 ***
HK0:1           1.0833     0.5648   1.918  0.07110 .
HK1:0           0.7333     0.5648   1.298  0.21054
HK1:1           3.9500     0.5648   6.994 1.57e-06 ***
flor2          -1.0375     0.4891  -2.121  0.04806 *
flor3           1.6125     0.4891   3.297  0.00401 **

Residual standard error: 0.9783 on 18 degrees of freedom
```

Afskårne roser: parameterestimater for slutmodel

Kontrolgruppe: $\texttt{FLOR} = 1, \texttt{HANDLER} = 0, \texttt{KUNDE} = 0$

$$9.7083$$

Kontraster for $\texttt{FLOR}$

$$\hat{\alpha}(2) - \hat{\alpha}(1) = -1.0375 \quad \hat{\alpha}(3) - \hat{\alpha}(1) = 1.6125$$

Kontraster for $\texttt{HANDLER} \times \texttt{KUNDE}$

$$\hat{\phi}(1,0) - \hat{\phi}(0,0) = 0.7333 \qquad \hat{\phi}(0,1) - \hat{\phi}(0,0) = 1.0833$$
$$\hat{\phi}(1,1) - \hat{\phi}(0,0) = 3.9500$$

Estimat for residual spredning: $s = \hat{\sigma} = 0.9783$.

Afskårne roser: Konklusion I

95 %-konf.int. for kontrolgp. $(\texttt{FLOR}=1, \texttt{HANDLER}=0, \texttt{KUNDE}=0)$

$$9.7033 \pm t_{0.975,18} \cdot s\sqrt{\frac{3+(2\cdot 2)-1}{24}},$$

samt LSD-værdier

$$\begin{aligned} LSD_{\texttt{FLOR}} &= t_{0.975,18} \cdot s\sqrt{\frac{2}{8}} = 1.028 \\ LSD_{\texttt{HANDLER}\times\texttt{KUNDE}} &= t_{0.975,18} \cdot s\sqrt{\frac{2}{6}} = 1.119. \end{aligned}$$

Benyt formler på s. 34-35 samt at $t_{0.975,18} = 2.101$!

Afskårne roser: Konklusion II

Hvad fortæller analysen os?

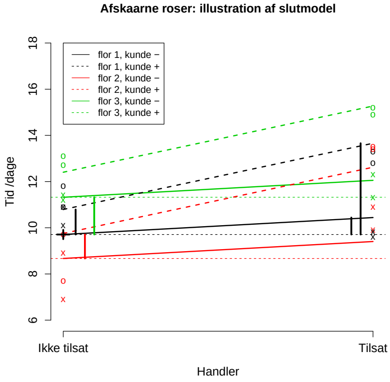
- Ligegyldigt om gartneren benytter midlet
- Flor 2 er dårligere end flor 1: $-1.038 \quad [-2.065, -0.010]$
- Flor 3 er bedre end flor 1: $1.612 \quad [0.585, 2.640]$
- KUN hvis konserveringsmidlet tilsættes hos både forhandler og kunde ses en (signifikant) forbedring af rosernes holdbarhed

$$\hat{\phi}(1,1) - \hat{\phi}(0,0) = 3.9500 \quad [2.763, 5.137]$$

Alle udsagn er baseret på et 95 %-signifikansniveau og følgende R-output

```
##                   2.5 %       97.5 %
## (Intercept)  8.6807103 10.735956318
## HK0:1       -0.1032635  2.269930147
## HK1:0       -0.4532635  1.919930147
## HK1:1        2.7634032  5.136596813
## flor2       -2.0651230 -0.009877016
## flor3        0.5848770  2.640122984
```

Afskårne roser: fortolkning af parameterestimater



Parameterestimaterne svarer til niveauet for kontrolgruppen givet ved ($\mathtt{FLOR} = 1, \mathtt{HANDLER} = 0, \mathtt{KUNDE} = 0$) samt til længden af de lodrette linjestykker på figuren.

Spørgsmål (til hjemmebrug)

- Forklar forskellen på den additive model og modellen med vekselvirkning i forb. med tosidet variansanalyse.
- Opskriv alle de mulige hypoteser i forb. med et balanceret trefaktorforsøg(-se opgave 2.2/kompendiets exercise 3.4).
- Overvej nogle forskellige muligheder for rækkefølgen af reduktion ved analyse af et balanceret trefaktorforsøg.
- Overvej nogle forskellige muligheder for rækkefølgen af reduktion ved analyse af trefaktorforsøget i kompendiets example 2.2.