

Forsøgsplanlægning 2

Statistisk Dataanalyse 2

Anders Tolver



Program

Hovedformålet med dagens undervisning er, at blive fortrolig med begrebet **konfundering**, herunder at I kan

- genkende simple eksempler på konfundering
- benytte R til at checke konfundering
- konfundere en hoved- eller en vekselvirkning i et 2^n -te forsøg
- benytte partiel konfundering i forbindelse med 2^n -te forsøg

Forelæsningsen sigter desuden mod at repetere følgende begreber

- fuldstændigt randomiserede forsøg
- fuldstændigt randomiserede blokforsøg
- balancerede ufuldstændige blokforsøg



Opgave 3.2 fra kompendiet: vækst af grise

Ved et forsøg med vækst af grise indgår følgende behandlingsfaktorer

A: vitamin A på to niveauer ($a_1 = 0, a_2 = 40$)

B: vitamin B12 på to niveauer ($b_1 = 0, b_2 = 40$)

Det viser sig realistisk at inddrage 12 grise i forsøget.

- Foreslå en forsøgsplan
- Hvad kaldes sådan et forsøg? Hvordan bør random. foretages?
- Hvilken statistisk model ville du benytte ved analyse af data?



Opgave 3.2 fra kompendiet: vækst af grise

Ved et forsøg med vækst af grise indgår følgende behandlingsfaktorer

A: vitamin A på to niveauer ($a_1 = 0, a_2 = 40$)

B: vitamin B12 på to niveauer ($b_1 = 0, b_2 = 40$)

Det viser sig realistisk at inddrage 12 grise i forsøget.

- Foreslå en forsøgsplan
- Hvad kaldes sådan et forsøg? Hvordan bør random. foretages?
- Hvilken statistisk model ville du benytte ved analyse af data?

De 12 grise til forsøget stammer fra 3 forskellige kuld.

Lad os antage, at det er muligt at skaffe 4 grise fra hvert kuld.

- Foreslå en forsøgsplan
- Hvad kaldes sådan et forsøg?
- Hvordan bør randomiseringen foretages?
- Hvilken statistisk model ville du benytte ved analyse af data?



Opgave 3.2 fra kompendiet: vækst af grise

Det viser sig umuligt, at skaffe 4 grise fra hvert kuld.

I stedet benyttes 6 par af grise, hvor hvert par stammer fra samme kuld.

Det foreslås at benytte følgende forsøgsplan:

treat		kuld					
		1	2	3	4	5	6
a1	b1	x	x	x			
a1	b2	x			x	x	
a2	b1		x		x		x
a2	b2			x		x	x

- Hvad kaldes sådan et forsøg?
- Hvordan bør randomiseringen foretages?
- Hvilken statistisk model ville du benytte ved analyse af data?



Opgave 3.2 fra kompendiet: vækst af grise

Vi forestiller os nu, at der kun er ressourcer til at inddrage 6 grise fordelt på 2 kuld med 3 i hvert kuld.

Følgende forsøgsplaner overvejes, men hvilken er bedst?

		plan 1		plan 2		plan 3	
		kuld		kuld		kuld	
treat		1	2	1	2	1	2
a1	b1	x		x		x	
a1	b2		x		x	x	x
a2	b1	xx			xx	x	x
a2	b2		xx	xx			x



Opgave 3.2 fra kompendiet: vækst af grise

Vi forestiller os nu, at der kun er ressourcer til at inddrage 6 grise fordelt på 2 kuld med 3 i hvert kuld.

Følgende forsøgsplaner overvejes, men hvilken er bedst?

		plan 1		plan 2		plan 3	
		kuld		kuld		kuld	
treat		1	2	1	2	1	2
a1	b1	x		x		x	
a1	b2		x		x	x	x
a2	b1	xx			xx	x	x
a2	b2		xx	xx			x

- I plan 1 er b1 kun afprøvet på grise fra kuld1, mens b2 er afprøvet på grise fra kuld2. Vi siger at effekten af B er **konfunderet** med kuld.



Opgave 3.2 fra kompendiet: vækst af grise

Vi forestiller os nu, at der kun er ressourcer til at inddrage 6 grise fordelt på 2 kuld med 3 i hvert kuld.

Følgende forsøgsplaner overvejes, men hvilken er bedst?

		plan 1		plan 2		plan 3	
		kuld		kuld		kuld	
treat		1	2	1	2	1	2
a1	b1	x		x		x	
a1	b2		x		x	x	x
a2	b1	xx			xx	x	x
a2	b2		xx	xx			x

- I plan 1 er b1 kun afprøvet på grise fra kuld1, mens b2 er afprøvet på grise fra kuld2. Vi siger at effekten af B er **konfunderet** med kuld.
- Man kan vise, at i plan 2 er $A \times B$ konfunderet med kuld.



Opgave 3.2 fra kompendiet: vækst af grise

Vi forestiller os nu, at der kun er ressourcer til at inddrage 6 grise fordelt på 2 kuld med 3 i hvert kuld.

Følgende forsøgsplaner overvejes, men hvilken er bedst?

		plan 1		plan 2		plan 3	
		kuld		kuld		kuld	
treat		1	2	1	2	1	2
a1	b1	x		x		x	
a1	b2		x		x	x	x
a2	b1	xx			xx	x	x
a2	b2		xx	xx			x

- I plan 1 er b1 kun afprøvet på grise fra kuld1, mens b2 er afprøvet på grise fra kuld2. Vi siger at effekten af B er **konfunderet** med kuld.
- Man kan vise, at i plan 2 er $A \times B$ konfunderet med kuld.
- Kunfundering gør det svært (-hvis ikke umuligt) at skelne faktorens effekt fra variationen mellem kuld.



Undersøgelse af konfundering vha. R

Forsøgsplan 2 kan undersøges for konfundering i R på følgende måde:

```
> a=factor(c(1,2,2,1,2,2))
> b=factor(c(1,2,2,2,1,1))
> kuld=gl(2,3)
>
> y=rnorm(6) # simuler fiktive data for de 6 grise
> model=lm(y~a*b)
> model # model uden kuld
```

(Intercept)	a2	b2	a2:b2
0.2770	-0.5846	1.4283	-0.3729

```
> modelkuld=lm(y~kuld+a*b)
> modelkuld # model med kuld
```

(Intercept)	kuld2	a2	b2	a2:b2
0.2770	0.1864	-0.7710	1.2418	NA

Da kun `model` indeholder estimat for $A \times B$ konkluderes, at vekselvirkningen er konfunderet med kuld.



Opgave 3.2 fra kompendiet: vækst af grise

Gennemføres analysen fra foregående slide for alle 3 planer sluttet

- I plan 1 er B konfunderet med kuld
- I plan 2 er $A \times B$ konfunderet med kuld
- I plan 3 er ingen effekter konfunderet med kuld

Advarsel: Det er skidt at opdage, at B eller $A \times B$ er konfunderet med kuld, efter forsøget er udført.

God ide: Inden forsøget udføres afprøves forsøgsplanen (i R) ved at gennemføre analysen fra forrige slide på fiktive (simulerede) data!

Jeg ville nok vælge forsøgsplan 3!!!



Konfundering i 2^n –forsøg

I visse tilfælde kan man med papir og blyant konstruere design, hvor bestemte effekter er konfunderet med blok. Som eksempel herpå nævnes:

- Behandlingen, T , er sammensat af n faktorer, F_1, \dots, F_n , hver på 2 niveauer
- Vi råder over 2^n –forsøgsenheder fordelt på to lige store blokke med 2^{n-1} forsøgsenheder i hver.
- Vi er nødt til at lave et ufuldstændigt blokforsøg.
- Kompendiets theorem 9.11 beskriver en generel metode til at lave en forsøgsplan, hvor **kun en faktor** (hoved- eller vekselvirkning) konfunderes med blokken.



Konfundering i 2^n —forsøg med 2 blokke

3 faktorer hver på 2 niveauer fordelt på 2 blokke

Konfundering af **hovedeffekt** med blok.

A	B	C	Konf.	Sum af index	Blok1	Blok2
1	1	1	A	1		
1	1	2	A			
1	2	1	A			
1	2	2	A			
2	1	1	A			
2	1	2	A			
2	2	1	A			
2	2	2	A			



Konfundering i 2^n —forsøg med 2 blokke

3 faktorer hver på 2 niveauer fordelt på 2 blokke

Konfundering af **hovedeffekt** med blok.

A	B	C	Konf.	Sum af index	Blok1	Blok2
1	1	1	A	1	x	
1	1	2	A	1		
1	2	1	A			
1	2	2	A			
2	1	1	A			
2	1	2	A			
2	2	1	A			
2	2	2	A			



Konfundering i 2^n —forsøg med 2 blokke

3 faktorer hver på 2 niveauer fordelt på 2 blokke

Konfundering af **hovedeffekt** med blok.

A	B	C	Konf.	Sum af index	Blok1	Blok2
1	1	1	A	1	×	
1	1	2	A	1	×	
1	2	1	A	1		
1	2	2	A	1		
2	1	1	A	2		
2	1	2	A	2		
2	2	1	A	2		
2	2	2	A	2		



Konfundering i 2^n —forsøg med 2 blokke

3 faktorer hver på 2 niveauer fordelt på 2 blokke

Konfundering af **hovedeffekt** med blok.

A	B	C	Konf.	Sum af index	Blok1	Blok2
1	1	1	A	1	x	
1	1	2	A	1	x	
1	2	1	A	1	x	
1	2	2	A	1	x	
2	1	1	A	2		x
2	1	2	A	2		x
2	2	1	A	2		x
2	2	2	A	2		x



Konfundering i 2^n —forsøg med 2 blokke

3 faktorer hver på 2 niveauer fordelt på 2 blokke

Konfundering af **hovedeffekt** med blok.

A	B	C	Konf.	Sum af index	Blok1	Blok2
1	1	1	A	1	x	
1	1	2	A	1	x	
1	2	1	A	1	x	
1	2	2	A	1	x	
2	1	1	A	2		x
2	1	2	A	2		x
2	2	1	A	2		x
2	2	2	A	2		x

- Sum af index **ulige** \Rightarrow Blok1
- Sum af index **lige** \Rightarrow Blok2



Konfundering i 2^n —forsøg med 2 blokke

3 faktorer hver på 2 niveauer fordelt på 2 blokke

Konfundering af **vekselvirkning** med blok.

A	B	C	Konf.	Sum af index	Blok1	Blok2
1	1	1	$A \times C$	2		
1	1	2	$A \times C$			
1	2	1	$A \times C$			
1	2	2	$A \times C$			
2	1	1	$A \times C$			
2	1	2	$A \times C$			
2	2	1	$A \times C$			
2	2	2	$A \times C$			



Konfundering i 2^n —forsøg med 2 blokke

3 faktorer hver på 2 niveauer fordelt på 2 blokke

Konfundering af **vekselvirkning** med blok.

A	B	C	Konf.	Sum af index	Blok1	Blok2
1	1	1	$A \times C$	2		x
1	1	2	$A \times C$	3		
1	2	1	$A \times C$			
1	2	2	$A \times C$			
2	1	1	$A \times C$			
2	1	2	$A \times C$			
2	2	1	$A \times C$			
2	2	2	$A \times C$			



Konfundering i 2^n —forsøg med 2 blokke

3 faktorer hver på 2 niveauer fordelt på 2 blokke

Konfundering af **vekselvirkning** med blok.

A	B	C	Konf.	Sum af index	Blok1	Blok2
1	1	1	$A \times C$	2		x
1	1	2	$A \times C$	3	x	
1	2	1	$A \times C$	2		
1	2	2	$A \times C$	3		
2	1	1	$A \times C$	3		
2	1	2	$A \times C$	4		
2	2	1	$A \times C$	3		
2	2	2	$A \times C$	4		



Konfundering i 2^n —forsøg med 2 blokke

3 faktorer hver på 2 niveauer fordelt på 2 blokke

Konfundering af **vekselvirkning** med blok.

A	B	C	Konf.	Sum af index	Blok1	Blok2
1	1	1	$A \times C$	2		x
1	1	2	$A \times C$	3	x	
1	2	1	$A \times C$	2		x
1	2	2	$A \times C$	3	x	
2	1	1	$A \times C$	3	x	
2	1	2	$A \times C$	4		x
2	2	1	$A \times C$	3	x	
2	2	2	$A \times C$	4		x



Konfundering i 2^n —forsøg med 2 blokke

3 faktorer hver på 2 niveauer fordelt på 2 blokke

Konfundering af **vekselvirkning** med blok.

A	B	C	Konf.	Sum af index	Blok1	Blok2
1	1	1	$A \times C$	2		x
1	1	2	$A \times C$	3	x	
1	2	1	$A \times C$	2		x
1	2	2	$A \times C$	3	x	
2	1	1	$A \times C$	3	x	
2	1	2	$A \times C$	4		x
2	2	1	$A \times C$	3	x	
2	2	2	$A \times C$	4		x

- Sum af index **ulige** \Rightarrow Blok1
- Sum af index **lige** \Rightarrow Blok2



Konfundering i 2^n —forsøg med 2 blokke

3 faktorer hver på 2 niveauer fordelt på 2 blokke

Konfundering af **trefaktorvekselvirkning** med blok.

A	B	C	Konf.	Sum af index	Blok1	Blok2
1	1	1	$A \times B \times C$	3		
1	1	2	$A \times B \times C$			
1	2	1	$A \times B \times C$			
1	2	2	$A \times B \times C$			
2	1	1	$A \times B \times C$			
2	1	2	$A \times B \times C$			
2	2	1	$A \times B \times C$			
2	2	2	$A \times B \times C$			



Konfundering i 2^n —forsøg med 2 blokke

3 faktorer hver på 2 niveauer fordelt på 2 blokke

Konfundering af **trefaktorvekselvirkning** med blok.

A	B	C	Konf.	Sum af index	Blok1	Blok2
1	1	1	$A \times B \times C$	3	x	
1	1	2	$A \times B \times C$	4		
1	2	1	$A \times B \times C$			
1	2	2	$A \times B \times C$			
2	1	1	$A \times B \times C$			
2	1	2	$A \times B \times C$			
2	2	1	$A \times B \times C$			
2	2	2	$A \times B \times C$			



Konfundering i 2^n —forsøg med 2 blokke

3 faktorer hver på 2 niveauer fordelt på 2 blokke

Konfundering af **trefaktorvekselvirkning** med blok.

A	B	C	Konf.	Sum af index	Blok1	Blok2
1	1	1	$A \times B \times C$	3	x	
1	1	2	$A \times B \times C$	4		x
1	2	1	$A \times B \times C$	4		
1	2	2	$A \times B \times C$	5		
2	1	1	$A \times B \times C$	4		
2	1	2	$A \times B \times C$	5		
2	2	1	$A \times B \times C$	5		
2	2	2	$A \times B \times C$	6		



Konfundering i 2^n —forsøg med 2 blokke

3 faktorer hver på 2 niveauer fordelt på 2 blokke

Konfundering af **trefaktorvekselvirkning** med blok.

A	B	C	Konf.	Sum af index	Blok1	Blok2
1	1	1	$A \times B \times C$	3	x	
1	1	2	$A \times B \times C$	4		x
1	2	1	$A \times B \times C$	4		x
1	2	2	$A \times B \times C$	5	x	
2	1	1	$A \times B \times C$	4		x
2	1	2	$A \times B \times C$	5	x	
2	2	1	$A \times B \times C$	5	x	
2	2	2	$A \times B \times C$	6		x



Konfundering i 2^n —forsøg med 2 blokke

3 faktorer hver på 2 niveauer fordelt på 2 blokke

Konfundering af **trefaktorvekselvirkning** med blok.

A	B	C	Konf.	Sum af index	Blok1	Blok2
1	1	1	$A \times B \times C$	3	x	
1	1	2	$A \times B \times C$	4		x
1	2	1	$A \times B \times C$	4		x
1	2	2	$A \times B \times C$	5	x	
2	1	1	$A \times B \times C$	4		x
2	1	2	$A \times B \times C$	5	x	
2	2	1	$A \times B \times C$	5	x	
2	2	2	$A \times B \times C$	6		x

- Sum af index **ulige** \Rightarrow Blok1
- Sum af index **lige** \Rightarrow Blok2



Opgave 3.2 fra kompendiet: vækst af grise

4 behandlinger: A (vitamin A: 0 mg, 40 mg), B (vitamin B12: 0 mg, 40 mg)

konf.		forsøgsplan 1				forsøgsplan 2			
		$A \times B$		$A \times B$		$A \times B$		B	
A	B	b11	b12	b13	b14	b11	b12	b13	b14
0	0	x		x		x		x	
40	0		x		x		x	x	
0	40		x		x		x		x
40	40	x		x		x			x

Forsøgsplan 1: på blok 1+2 (hhv. blok 3+4) er $A \times B$ konf. med blok.

Forsøgsplan 2: på blok 1+2 er $A \times B$ konfunderet med blok, mens B er konfunderet med blok på blok 3+4. Man taler om **partiell konfundering**.

$$Y_i = \gamma(A \times B_i) + b(\text{ku}ld_i) + e_i, b(j) \text{ uafh. } \sim N(0, \sigma_B^2), e_i \text{ uafh. } \sim N(0, \sigma_e^2)$$

Anders Tolner — Forsøgsplanlægning 2 — SD2 26/10-2017

Dias 12/22

Hvilken forsøgsplan giver størst styrke ved test af vekselvirkning?

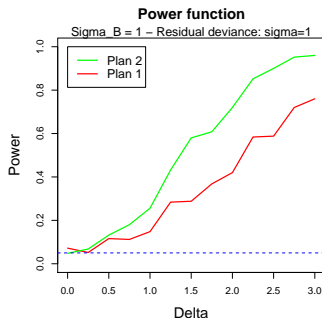
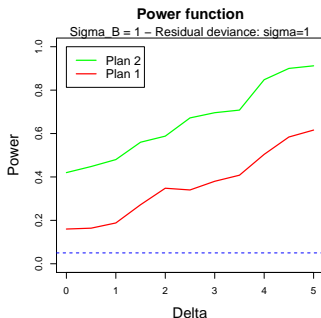


Opgave 3.2: vækst af grise

Antag at følgende parametre er faste

$$\gamma(0,0) = \gamma(0,40) = \gamma(40,0) = 0, \sigma^2 = \sigma_B^2 = 1$$

således at $\delta = \gamma(40,40)$ beskriver størrelsen af vekselvirkningen.



- Forsøgsplan 2 giver en klart højere styrke end forsøgsplan 1
- Figuren til højre viser effekten af at femdoble antallet af grise



Kompendiets eksempel 9.12

Ved et forsøg indgår 4 faktorer hver på 2 niveauer

D (Dung), N (Nitrochalk), P (Superphosphate), K (Muriate of potash)

For at undersøge, hvordan faktorerne påvirker væksten af bønner udføres et dyrkningsforsøg, hvor udbyttet måles på 32 lige store jordlodder.

Det er på forhånd besluttet, at alle 16 behandlinger hver skal afprøves på to lodder.

Den endelige forsøgsplan afhænger dog af blokstørrelsen, dvs. hvor mange jordlodder der med rimelighed kan samles i homogene enheder.



Eksempel 9.12: 32 homogene forsøgsenheder

Hvis alle 32 enheder kan opfattes som værende rimelig homogene, vil det være nærliggende at udføre forsøget som et **fuldstændig randomiseret forsøg**.

De to gange 16 behandlinger fordeles tilfældigt ud på de 32 forsøgsenheder, således at hver behandling forekommer netop 2 gange.

Som statistisk model benyttes

$$Y_i = \alpha(D \times N \times P \times K_i) + e_i,$$

hvor $e_1, \dots, e_{32} \sim N(0, \sigma^2)$ er uafhængige.

- Alle hoved- og vekselvirkninger kan testes
- Hvert par af behandlinger sammenlignes med samme præcision, så vi får kun en fælles LSD-værdi



Eksempel 9.12: 16 forsøgsheder per blok

Hvis forsøgshederne kan inddeles i to homogene blokke af 16 plots, vil det være rimeligt at udføre forsøget som et **fuldstændig randomiseret blokforsøg**.

De 16 behandlinger randomiseres på de 16 plots **inden for hver blok**.

Som statistisk model benyttes:

$$Y_i = \alpha(D \times N \times P \times K_i) + b(\text{Blok}_i) + e_i,$$

hvor $e_1, \dots, e_{32} \sim N(0, \sigma^2)$ og $b(1), b(2) \sim N(0, \sigma_B^2)$ er uafhængige.

- Alle hoved- og vekselvirkninger kan testes
- Hvert par af behandlinger sammenlignes med samme præcision, så vi får kun en fælles LSD-værdi



Eksempel 9.12: 8 forsøgsenheder per blok

Vi har at gøre med et 2^4 -forsøg (4 faktorer på 2 niveauer) og ved fra theorem 9.11, hvordan det kan udføres på 2 blokke af 8 enheder, hvor kun en hoved- eller vekselvirkning konfunderes med blok.

En mulighed er derfor at lave en forsøgsplan, som består af to gentagelser af et 2^4 -forsøg på 2 blokke, hvor firfaktorvektorvirkningen $D \times N \times P \times K$ konfunderes med blok (-se table 9.6 i kompendiet).

Som statistisk model benyttes modellen med Blok som tilfældig effekt og alle hoved-, tofaktorveksel- og trefaktorvekselvirkninger som systematiske.

Med denne forsøgsplan, er det ikke muligt at teste for effekten $D \times N \times P \times K$.



Eksempel 9.12: 8 forsøgsheder per blok

En bedre mulighed er at anvende **partiell konfundering**.

Forsøgsplanen for blok 1 + 2 udføres som et 2^4 -forsøg, hvor firfaktorvekselvirkningen konfunderes med blok.

Forsøgsplanen for blok 3 + 4 udføres som et 2^4 -forsøg, hvor en anden faktor konfunderes med blok.

Som statistisk model benyttes:

$$Y_i = \alpha(D \times N \times P \times K_i) + b(\text{Blok}_i) + e_i,$$

hvor $e_1, \dots, e_{32} \sim N(0, \sigma^2)$ og $b(1), b(2) \sim N(0, \sigma_B^2)$ er uafhængige.

Alle hoved- og vekselvirkninger kan testes, dog vil effekten af firfaktorvekselvirkningen og den anden partielt konfunderede effekt være bestemt med lavere præcision end de øvrige faktorer.



Eksempel 9.12: 4 forsøgsheder per blok

Kompendiet giver ingen værktøjer til at lave en forsøgsplan, hvis forsøget skal udføres på 8 blokke af størrelse $r_B = 4$.



Eksempel 9.12: 4 forsøgsheder per blok

Kompendiet giver ingen værktøjer til at lave en forsøgsplan, hvis forsøget skal udføres på 8 blokke af størrelse $r_B = 4$.

Formlerne fra afsnit 9.2 siger, at der **måske** findes et BIBD således at hvert par af de $v_T = 16$ behandlinger forekommer netop en ($\lambda = 1$) gang på samme blok, hvis vi skruer antallet af blokke op fra 8 til $v_B = 20$.



Eksempel 9.12: 4 forsøgsheder per blok

Kompendiet giver ingen værktøjer til at lave en forsøgsplan, hvis forsøget skal udføres på 8 blokke af størrelse $r_B = 4$.

Formlerne fra afsnit 9.2 siger, at der **måske** findes et BIBD således at hvert par af de $v_T = 16$ behandlinger forekommer netop en ($\lambda = 1$) gang på samme blok, hvis vi skruer antallet af blokke op fra 8 til $v_B = 20$.

Vil man finde sådan et design, er der tre muligheder



Eksempel 9.12: 4 forsøgsenheder per blok

Kompendiet giver ingen værktøjer til at lave en forsøgsplan, hvis forsøget skal udføres på 8 blokke af størrelse $r_B = 4$.

Formlerne fra afsnit 9.2 siger, at der **måske** findes et BIBD således at hvert par af de $v_T = 16$ behandlinger forekommer netop en ($\lambda = 1$) gang på samme blok, hvis vi skruer antallet af blokke op fra 8 til $v_B = 20$.

Vil man finde sådan et design, er der tre muligheder

- Slå forsøgsplanen op i litteraturen



Eksempel 9.12: 4 forsøgsenheder per blok

Kompendiet giver ingen værktøjer til at lave en forsøgsplan, hvis forsøget skal udføres på 8 blokke af størrelse $r_B = 4$.

Formlerne fra afsnit 9.2 siger, at der **måske** findes et BIBD således at hvert par af de $v_T = 16$ behandlinger forekommer netop en ($\lambda = 1$) gang på samme blok, hvis vi skruer antallet af blokke op fra 8 til $v_B = 20$.

Vil man finde sådan et design, er der tre muligheder

- Slå forsøgsplanen op i litteraturen
- Skriv et computerprogram, der prøver sig frem



Eksempel 9.12: 4 forsøgsenheder per blok

Kompendiet giver ingen værktøjer til at lave en forsøgsplan, hvis forsøget skal udføres på 8 blokke af størrelse $r_B = 4$.

Formlerne fra afsnit 9.2 siger, at der **måske** findes et BIBD således at hvert par af de $v_T = 16$ behandlinger forekommer netop en ($\lambda = 1$) gang på samme blok, hvis vi skruer antallet af blokke op fra 8 til $v_B = 20$.

Vil man finde sådan et design, er der tre muligheder

- Slå forsøgsplanen op i litteraturen
- Skriv et computerprogram, der prøver sig frem
- Se en speedwayfinale ...



Eksempel 9.12: et BIBD med 4 forsøgsenh. per blok

I en speedway-finale deltager $v_T = 16$ kørere (**behandlinger**).

Finalen afvikles over $v_B = 20$ heats (**blokke**) med hver $r_B = 4$ deltagere.

I løbet af finalen kører hver deltager $r_T = 5$ heats, og hvert par af kørere mødes netop en gang ($\lambda = 1$) i samme heat (**blok**).

Et program over en speedway-finale giver således en forsøgsplan for et BIBD med 2^4 —behandlinger på 20 blokke af hver 4 forsøgsenheder.



Opsummering: forsøgsplanlægning på SD2

Fuldstændige forsøg (randomisering foregår i et trin)

- homogene forsøgsenheder: fuldstændigt randomiseret forsøg
- homogene blokke: fuldstændigt randomiseret blokforsøg

Ufuldstændige forsøg: $r_B < v_T$ (randomisering foregår i to trin)

- Balancerede ufuldstændige blokforsøg (BIBD)
 - samme præcision ved alle parvise sammenlign. (en fælles LSD-værdi)
 - theorem 9.6 kan bruges til at **afvise** eksistens af et givet BIBD
 - eksistens af et BIBD påvises **kun** ved at opskrive forsøgsplanen
- Split-plot forsøg
 - behandling = $F \times G$: F helplotfaktor, G delplotfaktor
- 2^n -forsøg: n faktorer hver på 2 niveauer, blokstørrelse 2^{n-1}
 - 2 blokke: brug theorem 9.11 til at **konfundere** netop en hoved-/vekselvirkning med blok
 - > 2 blokke: brug theorem 9.11 på par af blokke, hvor forskellige effekter konfundes på hvert par (**partiel konfundering**)



Opsummering: randomisering

- **fuldstændigt randomiseret forsøg** (randomisering i 1 trin)
 - der laves en lap papir for hver forsøgsenhed
 - hver behandling skrives på flere lapper
 - lapperne fordeles tilfældigt ud på alle forsøgshederne
- **fuldstændigt randomiseret blokforsøg** (randomisering i 1 trin)
 - der laves en lap papir for hver behandling
 - hver behandling skrives på præcis 1 lap papir
 - for hver blok trækkes lod om, hvordan behandlingerne skal fordeles på forsøgshederne inden for blokken

Randomisering i 2 trin (-blokstørrelse $<$ antal behandlinger)

- **ufuldstændige blokforsøg**: f.x. split-plot/BIBD/ 2^n -forsøg
 - lav en forsøgsplan på papir med fiktive bloknumre (1,2,...), der viser hvilke behandlinger, der skal afprøves på samme blok
 - afgør ved lodtrækning hvordan fiktive bloknumre skal fordeles ud på de konkrete blokke (f.x. marker) i forsøget
 - lav en lap papir for hver behandling
 - for hver blok udtages lapper med de relevante beh. og der trækkes lod om, hvordan tilordningen til forsøgsheder inden for blok skal foretages

