

MATRIKS DAN RELASI

MATEMATIKA DISKRIT

I. MATRIKS

- ◉ Didalam matematika diskrit, matriks digunakan untuk merepresentasikan struktur diskrit
- ◉ Struktur diskrit yang direpresentasikan dengan matriks antara lain relasi, graf dan pohon.

I. DEFINISI MATRIKS

- ◉ Matriks adalah susunan skalar elemen-elemen dalam bentuk **baris** dan **kolom**.

$$A = \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix}$$

I. DEFINISI MATRIKS

Contoh 1

- Di bawah ini adalah sebuah matriks berukuran 3 x 4

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 5 & 0 & 6 \\ 8 & 7 & 5 & 4 \\ 3 & 1 & 1 & 8 \end{bmatrix}$$

← baris

↑ kolom

1.1 BEBERAPA MATRIKS KHUSUS

◉ Terdapat beberapa matriks khusus yang ditemukan dalam pembahasan matematika, antara lain :

1. Matriks diagonal
2. Matriks identitas
3. Matriks segitiga atas / bawah
4. Matriks *transpose*
5. Matriks setangkup (*symmetry*)
6. Matriks 0/1 (*zero/one*)

MATRIKS DIAGONAL

- ◉ adalah matriks bujur sangkar yang semua elemennya sama dengan nol, **kecuali** elemen pada **diagonal** utamanya.

Contoh 2

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

MATRIKS IDENTITAS

- ⦿ Matriks identitas, dilambangkan dengan I , adalah matriks diagonal dengan semua elemen diagonal = 1

Contoh 3

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

MATRIKS SEGITIGA ATAS / BAWAH

- adalah matriks dimana elemen-elemen di atas/di bawah diagonal bernilai 0, yaitu $a_{ij} = 0$ jika $i < j$ ($i > j$)

MATRIKS SEGITIGA ATAS / BAWAH

Contoh matriks segitiga atas:

$$\begin{bmatrix} 1 & 4 & 1 \\ 0 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$$

Contoh matriks segitiga bawah :

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 6 & 4 & 0 \\ 2 & 1 & 4 \end{bmatrix}$$

MATRIKS TRANSPOSE

- ◉ Jika **baris** dan **kolom** suatu matriks dipertukarkan.
- ◉ Baris pertama menjadi kolom pertama
- ◉ Baris kedua menjadi kolom kedua
- ◉ Baris ketiga menjadi kolom ketiga, dst

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}, \quad A^T = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 5 \\ 3 & 6 \end{bmatrix}$$

MATRIKS SETANGKUP (SYMMETRY)

- Sebuah matriks dikatakan setangkup atau simetri jika $A^T = A$. Dengan kata lain, elemen di bawah diagonal adalah hasil pencerminan dari elemen di atas diagonal terhadap sumbu diagonal matriks.

Contoh 4

$$\begin{bmatrix} 1 & 5 & 6 & 2 \\ 5 & 7 & 0 & 4 \\ 6 & 0 & 3 & -2 \\ 2 & 4 & -2 & 6 \end{bmatrix}$$

MATRIKS 0 / 1 (ZERO-ONE)

- ⦿ Matriks 0 / 1 adalah matriks yang setiap elemennya hanya bernilai 0 atau 1.

Contoh 5

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

1.2 OPERASI MATRIKS

- ◉ Penjumlahan / Pengurangan Dua Buah Matriks
- ◉ Dua buah matriks dapat dijumlahkan / dikurangkan jika ukuran keduanya sama.

Contoh 6

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 5 & -2 \\ 4 & 7 & 8 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 5 & 6 & 8 \\ 7 & -3 & 9 \\ 6 & 2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1+5 & 2+6 & 3+8 \\ 0+7 & 5-3 & -2+9 \\ 4+6 & 7+2 & 8+1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & 8 & 11 \\ 7 & 2 & 7 \\ 10 & 9 & 9 \end{bmatrix}$$

1.2 OPERASI MATRIKS

⊙ Perkalian Dua Buah Matriks

Dua buah matriks dapat dikalikan jika jumlah kolom matriks pertama sama dengan jumlah baris matriks kedua.

Contoh 7

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 2 & 0 & -4 \\ 3 & -2 & 6 \end{bmatrix} \\ = \begin{bmatrix} (1)(2) + (3)(3) & (1)(0) + (3)(-2) & (1)(-4) + (3)(6) \\ (2)(2) + (-1)(3) & (2)(0) + (-1)(-2) & (2)(-4) + (-1)(6) \end{bmatrix} \\ = \begin{bmatrix} 11 & -6 & 14 \\ 1 & 2 & -14 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

1.2 OPERASI MATRIKS

◉ Sifat-sifat operasi perkalian matriks:

1. Tidak Komutatif ($AB \neq BA$)
2. Hukum Asosiatif: $(AB)C = A(BC)$
3. Hukum Distributif : $A(B+C) = AB + AC$
4. $AI = IA = A$
5. $A^0 = I$; $A^k = AAA...A$ (banyaknya $A = k$)
6. A adalah matriks ortogonal jika $AA^T = A^TA = I$

1.2 OPERASI MATRIKS

◉ Perkalian matriks dengan skalar

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 3 & 7 & 5 \\ -2 & 0 & 4 \end{bmatrix} \quad \text{dan} \quad k = 3$$

$$3A = \begin{bmatrix} 3 \times 2 & 3 \times 1 & 3 \times 0 \\ 3 \times 3 & 3 \times 7 & 3 \times 5 \\ 3 \times (-2) & 3 \times 0 & 3 \times 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & 3 & 0 \\ 9 & 21 & 15 \\ -6 & 0 & 12 \end{bmatrix}$$

II. RELASI

- ◉ Untuk menggambarkan hubungan antara dua anggota himpunan, misalnya A dengan B, kita bisa menggunakan pasangan berurut (ordered pairs)
- ◉ Elemen pertama adalah anggota dari A dan yang kedua dari B.
- ◉ Relasi antara dua himpunan yang demikian ini disebut sebagai relasi biner.

II. RELASI

- ◉ Hubungan antara elemen himpunan dengan elemen himpunan lain dinyatakan dengan struktur yang disebut *relasi*.
- ◉ Relasi antara himpunan A dan B disebut *relasi biner*, didefinisikan sebagai berikut :

Relasi biner R antara A dan B adalah himpunan bagian dari $A \times B$.

Notasi : $R \subseteq (A \times B)$

II. RELASI

- ◉ Relasi biner R antara himpunan A dan B adalah himpunan bagian dari $A \times B$.
- ◉ Notasi: $R \subseteq (A \times B)$.
- ◉ $a R b$ adalah notasi untuk $(a, b) \in R$, yang artinya a dihubungkan dengan b oleh R
- ◉ $a \nR b$ adalah notasi untuk $(a, b) \notin R$, yang artinya a tidak dihubungkan oleh b oleh relasi R .
- ◉ Himpunan A disebut daerah asal (*domain*) dari R , dan himpunan B disebut daerah hasil (*range*) dari R .

II. RELASI

- Misalkan $A = \{\text{Amir, Budi, Cecep}\}$ adalah himpunan nama mahasiswa, dan $B = \{\text{IF221, IF251, IF342, IF323}\}$ adalah himpunan kode mk di jurusan teknik informatika.
- Perkalian kartesian antara A dan B menghasilkan himpunan pasangan terurut yg jumlah anggotanya adalah $|A| \cdot |B| = 3 \cdot 4 = 12$ buah yaitu : $A \times B$
 $= \{(\text{Amir, IF221}), (\text{Amir, IF251}), (\text{Amir, IF342}), (\text{Amir, IF323}), (\text{Budi, IF221}), (\text{Budi, IF251}), (\text{Budi, IF342}), (\text{Budi, IF323}), (\text{Cecep, IF221}), (\text{Cecep, IF251}), (\text{Cecep, IF342}), (\text{Cecep, IF323})\}$

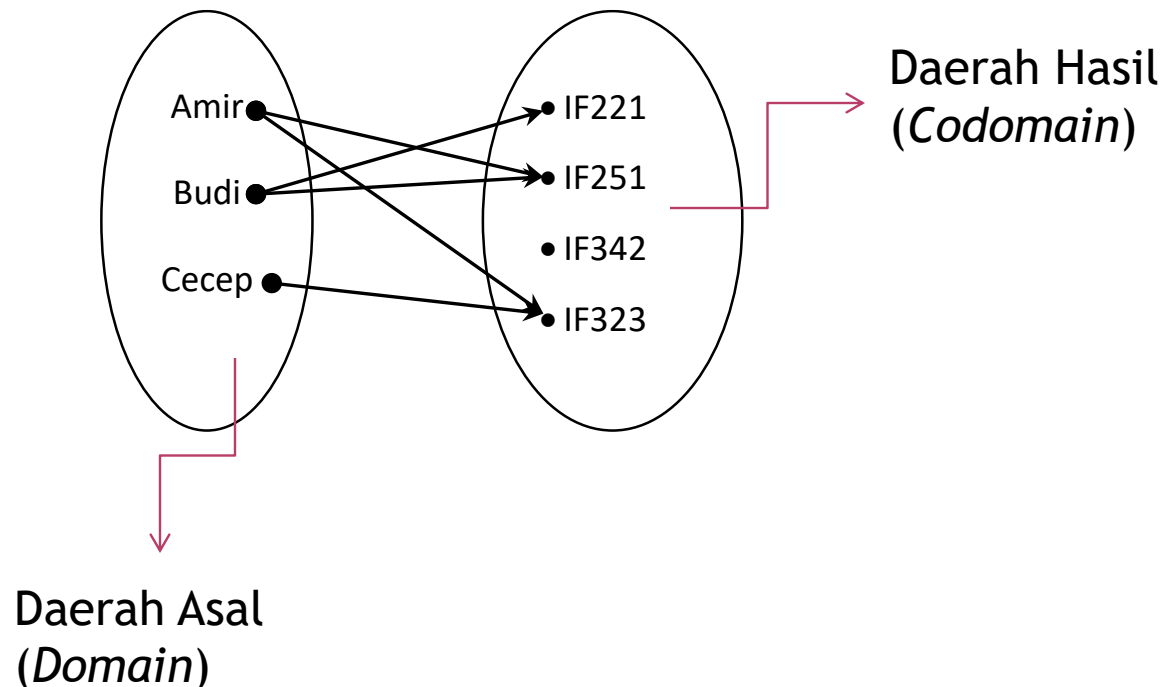
II. RELASI

Contoh 8

- ◉ Misalkan R adalah relasi yang menyatakan mata kuliah yg diambil oleh mahasiswa yaitu :
$$R = \{(Amir, IF251), (Amir, IF323), (Budi, IF221) \\ (Budi, IF251), (Cecep, IF323)\}$$
- ◉ Kita dapat melihat bahwa $R \subseteq (A \times B)$, A adalah daerah asal R dan B adalah daerah hasil R .
- ◉ Pasangan terurut pada relasi dari himpunan A ke himpunan B dapat digambarkan dengan diagram panah, seperti yang tampak pada gambar di bawah ini.

II. RELASI

- Relasi biner R antara A dan B adalah himpunan bagian dari $A \times B$.



III. REPRESENTASI RELASI

Representasi Relasi dapat dinyatakan dengan:

1. Tabel
2. Matriks
3. Graf Berarah

III.1 REPRESENTASI RELASI DENGAN TABEL

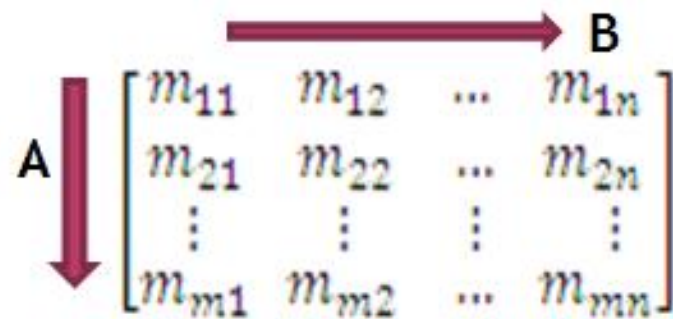
- Relasi biner dapat direpresentasikan sebagai tabel dimana kolom pertama tabel menyatakan daerah asal sedangkan kolom kedua menyatakan daerah hasil.

A	B
Amir	IF 251
Amir	IF 323
Budi	IF 221
Budi	IF 251
Cecep	IF 323

P	Q
2	2
2	4
4	4
2	8
4	8
3	9
3	15

III.2 REPRESENTASI RELASI DENGAN MATRIKS

- Misalkan R adalah relasi dari $A = \{a_1, a_2, \dots, a_m\}$ dan $B = \{b_1, b_2, \dots, b_n\}$ maka R dapat disajikan dengan matriks $M = [m_{ij}]$


$$\begin{matrix} & \xrightarrow{\quad B \quad} \\ \begin{matrix} \downarrow A \\ \end{matrix} & \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & \dots & m_{1n} \\ m_{21} & m_{22} & \dots & m_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ m_{m1} & m_{m2} & \dots & m_{mn} \end{bmatrix} \end{matrix}$$

Yang dalam hal ini

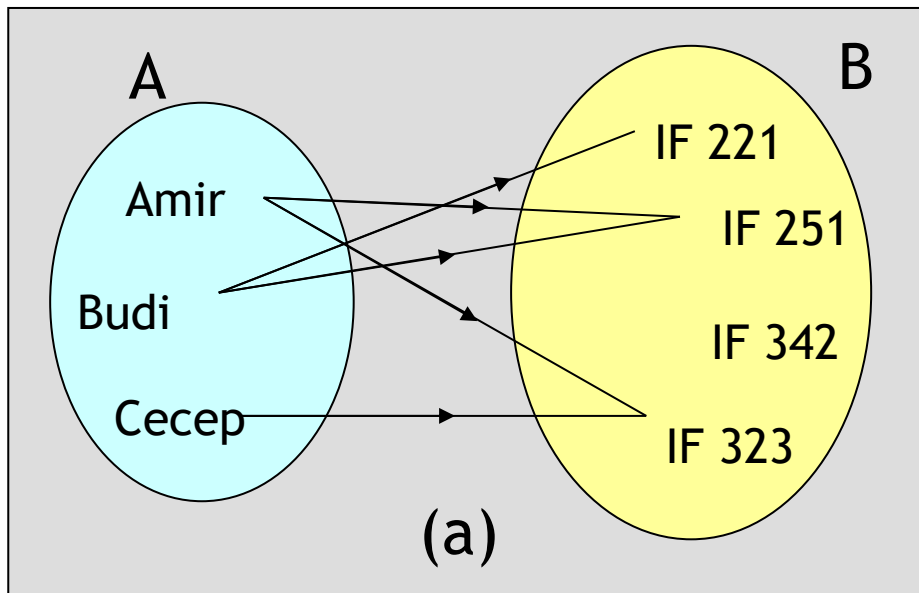
$$m_{ij} = \begin{cases} 1, & (a_i, b_j) \in R \\ 0, & (a_i, b_j) \notin R \end{cases}$$

III.2 REPRESENTASI RELASI DENGAN MATRIKS

- ◉ Dengan kata lain, elemen matriks pada posisi (i,j) bernilai 1 jika a_i dihubungkan dengan b_j dan bernilai 0 jika a_i tidak dihubungkan dengan b_j .

III.2 REPRESENTASI RELASI DENGAN MATRIKS

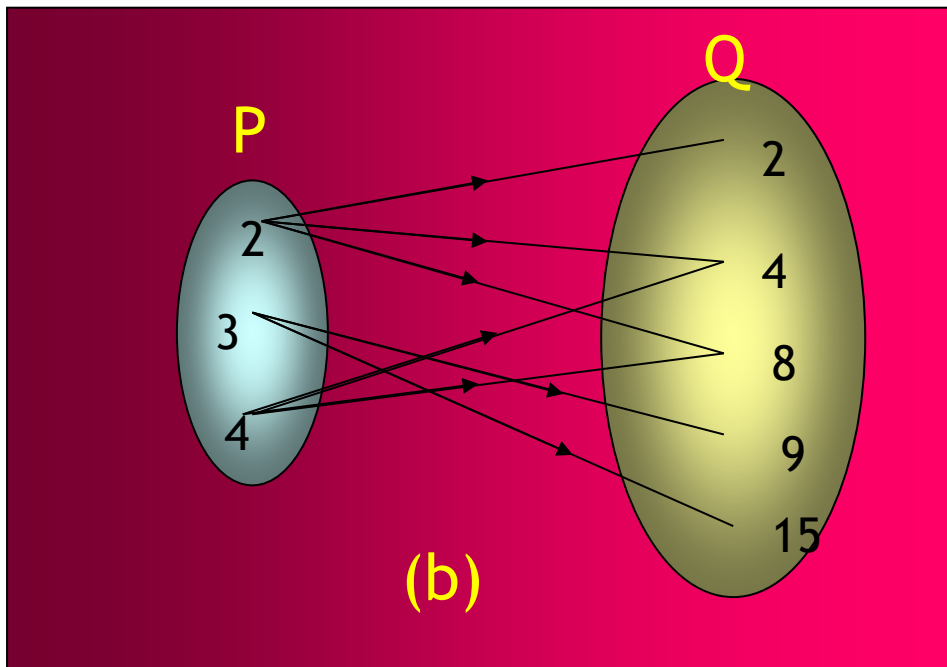
Contoh 9 a



$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

III.2 REPRESENTASI RELASI DENGAN MATRIKS

Contoh 9b



$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

III.3 REPRESENTASI RELASI DENGAN GRAF BERARAH

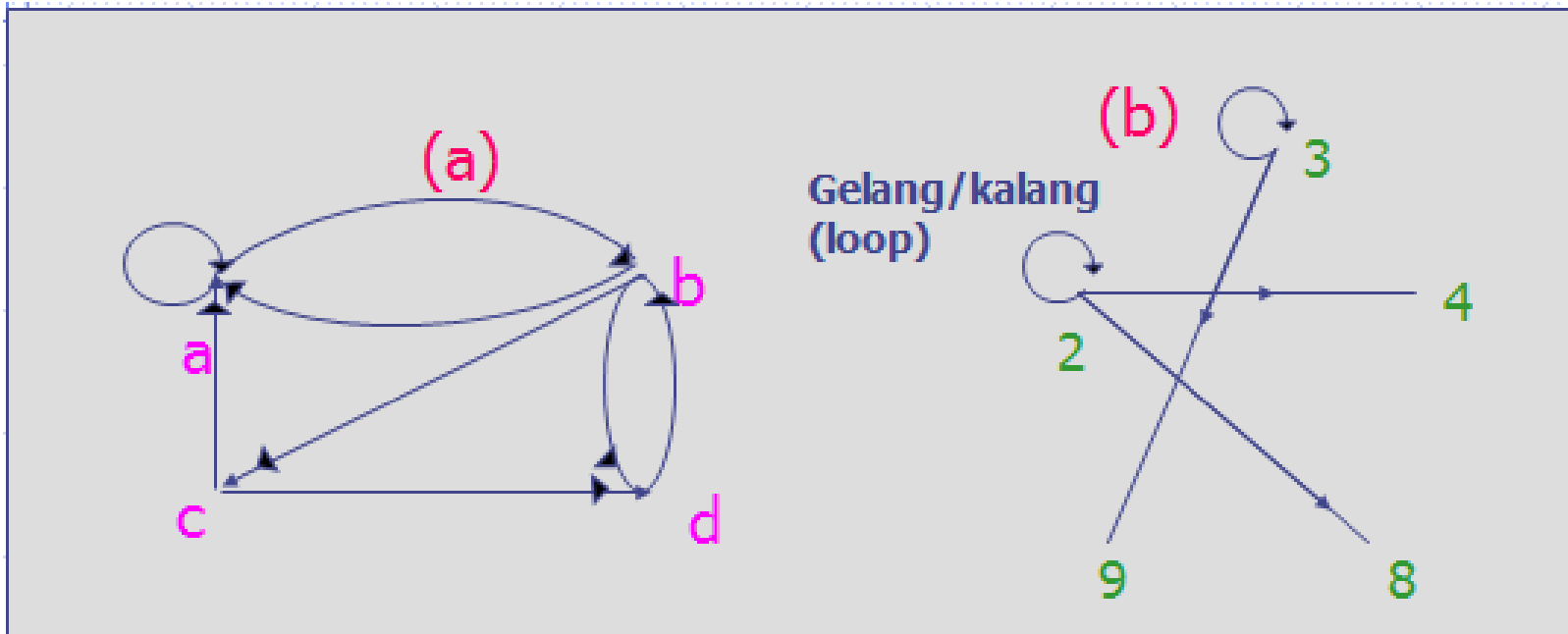
- ⊙ Tiap elemen himpunan dinyatakan dengan sebuah titik (dan disebut juga simpul atau vertex) dan tiap pasangan terurut dinyatakan dengan busur yang arahnya ditunjukkan dengan sebuah panah.
- ⊙ Dengan kata lain, jika $(a,b) \in R$, maka sebuah busur dibuat dari simpul a ke simpul b . **Simpul a disebut simpul asal (*initial vertex*) dan simpul b disebut simpul tujuan (*terminal vertex*).**

III.3 REPRESENTASI RELASI DENGAN GRAF BERARAH

- ◉ Pasangan terurut (a,a) dinyatakan dengan busur dari simpul a ke simpul a sendiri. Busur semacam itu disebut gelang (loop).
- ◉ Relasi yang lebih umum menghubungkan lebih dari dua buah himpunan. Relasi tersebut dinamakan relasi n -ary)
- ◉ Jika $n = 2$, maka relasinya dinamakan relasi biner ($n = 2$). Relasi n -ary mempunyai terapan penting di dalam basisdata

III.3 REPRESENTASI RELASI DENGAN GRAF BERARAH

Contoh 11



(a) Relasi $R = \{(a,a), (a,b), (b,a), (b,c), (b,d), (c,a), (c,d), (d,b)\}$

(b) Relasi $R = \{(2,2), (2,4), (2,8), (3,3), (3,9)\}$

III.4 RELASI INVERSI

- Jika diberikan relasi R pada himpunan A ke himpunan B , kita bisa mendefinisikan relasi baru dari B ke A dengan cara membalik urutan dari setiap pasangan terurut di dalam R . Relasi baru tersebut dinamakan inversi dari relasi semula.

III.4 RELASI INVERSI

Definisi Relasi Invers

- Misalkan R adalah relasi dari himpunan A ke himpunan B . Invers dari relasi R , dilambangkan dengan R^{-1} , adalah relasi dari B ke A yang didefinisikan oleh :

$$R^{-1} = \{(b, a) \mid (a, b) \in R\}$$

III.4 RELASI INVERSI

Contoh 12

Misalkan $P = \{2,3,4\}$ dan $Q = \{2,4,8,9,15\}$

Jika kita definisikan relasi R dari P ke Q dengan

$$(p, q) \in R \quad \text{jika } p \text{ habis membagi } q$$

Maka kita peroleh

$$R = \{(2,2), (2,4), (4,4), (2,8), (4,8), (3,9), (3,15)\}$$

R^{-1} adalah *invers* dari relasi R , yaitu dari Q ke P dengan

$$(q, p) \in R^{-1} \quad \text{jika } q \text{ adalah kelipatan dari } p$$

Maka kita peroleh

$$R^{-1} = \{(2,2), (4,2), (4,4), (8,2), (8,4), (9,3), (15,3)\}$$

III.4 RELASI INVERSI

Contoh 13

Misalkan : $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{a, b\}$ dan relasi

$R = \{(1,a), (1,b), (2,a), (2,b), (3,a), (3,b)\}$

Merupakan relasi dari A pada B. Invers dari relasi R adalah :

$$R^{-1} = \{(a, 1), (b, 1), (a, 2), (b, 2), (a, 3), (b, 3)\}$$

III.4 RELASI INVERSI

- ◉ Jika M adalah matriks yang merepresentasikan relasi R ,

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

- ◉ Maka matriks yang merepresentasikan R^{-1} , misalkan N diperoleh dengan melakukan transpose terhadap matriks M

- ◉ $N = M^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$

III.5 MENGGKOMBINASIKAN RELASI

- ◉ Karena relasi biner merupakan himpunan pasangan terurut, maka operasi himpunan antara 2 relasi atau lebih juga berlaku. Hasil operasi tersebut juga berupa relasi.
- ◉ Dengan kata lain jika R_1 dan R_2 masing-masing adalah relasi dari himpunan A ke himpunan B, maka $R_1 \cap R_2$, $R_1 \cup R_2$, $R_1 - R_2$, dan $R_1 \oplus R_2$ juga relasi dari A ke B.

III.5 MENGGKOMBINASIKAN RELASI

Contoh 14

- ◉ $A = \{a, b, c\}$ dan $B = \{a, b, c, d\}$.
- ◉ Relasi $R_1 = \{(a, a), (b, b), (c, c)\}$ dan
- ◉ Relasi $R_2 = \{(a, a), (a, b), (a, c), (a, d)\}$ adalah relasi dari A ke B

$$R_1 \cap R_2 = \{(a, a)\}$$

$$R_1 \cup R_2 = \{(a, a), (b, b), (c, c), (a, b), (a, c), (a, d)\}$$

$$R_1 - R_2 = \{(b, b), (c, c)\}$$

$$R_2 - R_1 = \{(a, b), (a, c), (a, d)\}$$

$$R_1 \oplus R_2 = \{(b, b), (c, c), (a, b), (a, c), (a, d)\}$$

III.5 MENGGKOMBINASIKAN RELASI

◉ Contoh 15

Misalkan relasi R_1 dan R_2 pada himpunan A dinyatakan oleh matriks

$$R_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{dan} \quad R_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

maka matriks yang menyatakan $R_1 \cup R_2$ dan $R_1 \cap R_2$ adalah

$$M_{R_1 \cup R_2} = M_{R_1} \vee M_{R_2} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad M_{R_1 \cap R_2} = M_{R_1} \wedge M_{R_2} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

III.6 KOMPOSISI RELASI

Definisi

⊙ Misalkan R adalah relasi dari himpunan A ke himpunan B , dan S adalah relasi dari himpunan B ke himpunan C . Komposisi R dan S , dinotasikan dengan :

$$S \circ R = \{(a,c) \mid a \in A, c \in C, \text{ dan untuk beberapa } b \in B, (a,b) \in R, \text{ dan } (b,c) \in S\}$$

III.6 KOMPOSISI RELASI

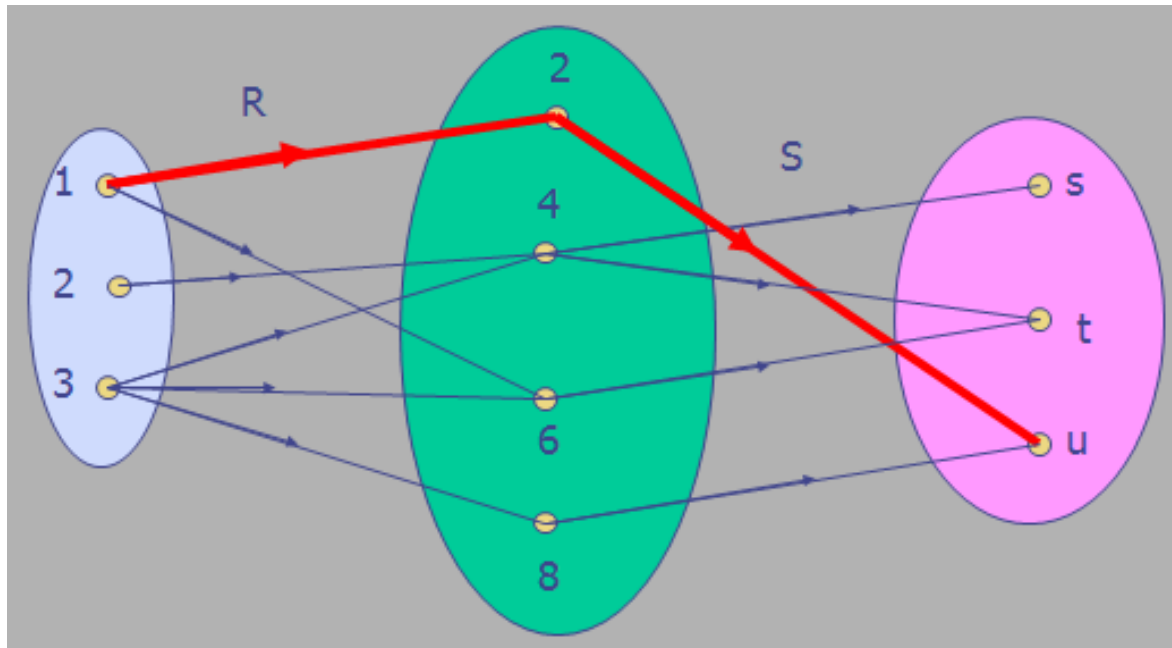
Contoh 16

Misalkan

$R = \{(1,2), (1,6), (2,4), (3,4), (3,6), (3,8)\}$ adalah relasi dari himpunan $\{1,2,3\}$ ke himpunan $\{2,4,6,8\}$ dan $S = \{(2,u), (4,s), (4,t), (6,t), (8,u)\}$ adalah relasi dari himpunan $\{2,4,6,8\}$ ke himpunan $\{s,t,u\}$. Maka komposisi relasi R dan S adalah :

III.6 KOMPOSISI RELASI

- ◉ $R \circ S = \{(1,u), (1,t), (2,s), (2,t), (3,s), (3,t), (3,u)\}$
Komposisi relasi R dan S lebih jelas jika diperagakan dengan diagram panah seperti yang tampak pada gambar.



III.6 KOMPOSISI RELASI

◉ Contoh 17

Misalkan

$$A = \{x, y, z\}, B = \{a, b, c, d\}, C = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

R relasi dari A ke B dan S relasi dari B ke C,
misalkan : $R = \{(x, a), (x, b), (y, b), (y, c), (y, d), (z, d)\}$
dan $S = \{(a, 1), (a, 3), (b, 2), (b, 3), (b, 5), (d, 3), (d, 4)\}$

Maka $R \circ S$ adalah

III.6 KOMPOSISI RELASI

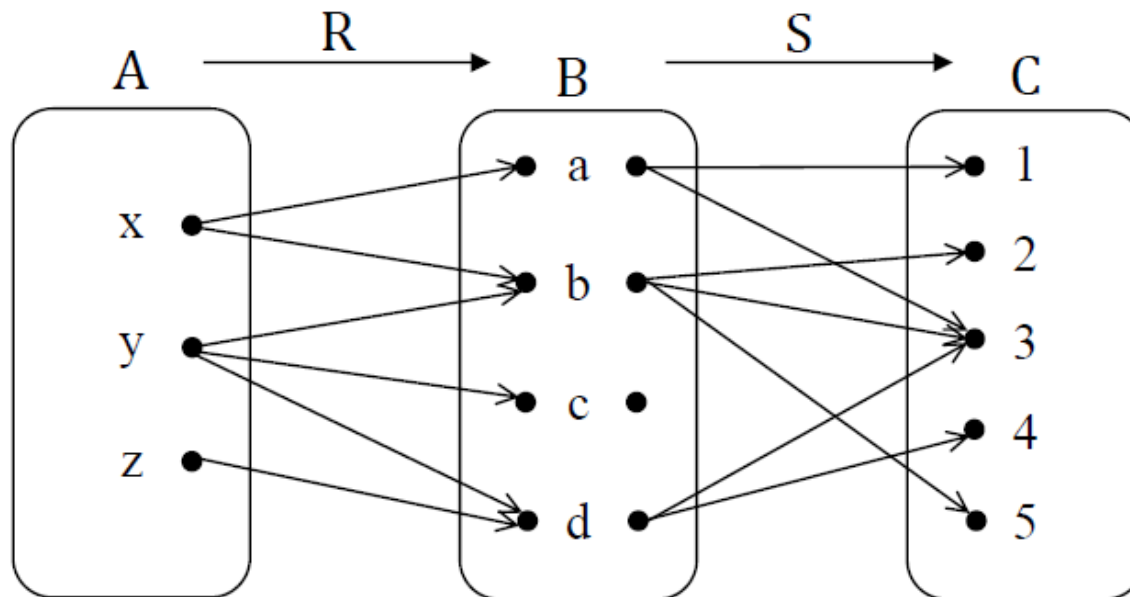
Contoh 8

Misalkan $A = \{x, y, z\}$, $B = \{a, b, c, d\}$, $C = \{1, 2, 3, 4, 5\}$. R relasi dari A ke B dan S relasi dari B ke C.

Misalkan $R = \{(x, a), (x, b), (y, b), (y, c), (y, d), (z, d)\}$ dan

$S = \{(a, 1), (a, 3), (b, 2), (b, 3), (b, 5), (d, 3), (d, 4)\}$ maka

$RS = \{(x, 1), (x, 2), (x, 3), (x, 5), (y, 2), (y, 3), (y, 5), (y, 4), (z, 3), (z, 4)\}$.



III.7 SIFAT-SIFAT RELASI

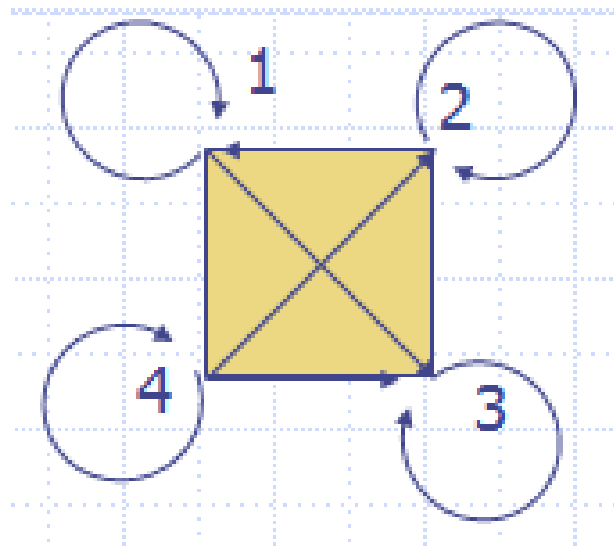
Relasi biner yang didefinisikan pada sebuah himpunan mempunyai beberapa sifat, yaitu :

- ◉ Refleksif (*Reflexive*)
- ◉ Simetris/setangkup dan anti simetris (tolak setangkup)
- ◉ Menghantar (*transitive*)

III.7.1 REFLEKSIF

◉ Definisi :

Relasi R pada himpunan A disebut refleksif jika $(a,a) \in R$ untuk setiap $a \in A$



III.7.1 REFLEKSIF

- ◉ Relasi yang bersifat refleksif mempunyai matriks yang elemen diagonal utamanya semua bernilai 1, atau $m_{ij}=1$, untuk $i=1,2,\dots,n$ sedangkan graf berarah dari relasi yang bersifat refleksif dicirikan dengan adanya gelang pada setiap simpulnya.

III.7.1 REFLEKSIF

Contoh 18

- ◉ Misalkan $A=\{1,2,3,4\}$ dan relasi R dibawah ini didefinisikan pada himpunan A , maka :
- ◉ Relasi $R = \{(1,1), (1,3), (2,1), (2,2), (3,3), (4,2), (4,3), (4,4)\}$ bersifat reflektif karena terdapat elemen yang berbentuk (a,a) , yaitu $(1,1), (2,2), (3,3)$ dan $(4,4)$.
- ◉ Relasi $R = \{(1,1), (2,2), (2,3), (4,2), (4,3), (4,4)\}$ tidak bersifat reflektif karena $(3,3) \notin R$.

III.7.2 SETANGKUP DAN TOLAK SETANGKUP

- Relasi R pada himpunan A disebut **simetris/setangkup** jika $(a,b) \in R$, maka $(b,a) \in R$, untuk semua $a,b \in A$.
- Relasi R pada himpunan A disebut **tidak setangkup** jika $(a,b) \in R$ sedemikian sehingga $(b,a) \notin R$

III.7.2 SETANGKUP DAN TOLAK SETANGKUP

- Relasi R pada himpunan A disebut **anti simetris/tolak-setangkup** jika $(a,b) \in R$ dan $(b,a) \in R$ hanya jika $a=b$, untuk semua $a,b \in A$.
- Relasi R pada himpunan A **tidak tolak-setangkup** jika ada elemen berbeda a dan b sedemikian sehingga $(a,b) \in R$ dan $(b,a) \in R$

III.7.2 SETANGKUP DAN TOLAK SETANGKUP

Contoh 19

⊙ Misalkan $A=\{1,2,3,4\}$ dan relasi R dibawah ini didefinisikan pada himpunan A , maka

a. Relasi R

$\{(1,1), (1,2), (2,1), (2,2), (2,4), (4,2), (4,4)\}$

bersifat **setangkup** karena jika $(a,b) \in R$ maka $(b,a) \in R$.

Disini $(1,2)$ dan $(2,1) \in R$ begitu juga $(2,4)$ dan $(4,2) \in R$

b. Relasi $R \{(1,1), (2,3), (2,4), (4,2)\}$ **tidak setangkup** karena $(2,3) \in R$, tetapi $(3,2) \notin R$

III.7.2 SETANGKUP DAN TOLAK SETANGKUP

c. Relasi $R \{(1,1), (2,2), (3,3)\}$ **tolak setangkup** karena $(1,1) \in R$ dan $1=1$, $(2,2) \in R$ dan $2=2$, $(3,3) \in R$ dan $3=3$.

Perhatikan bahwa R juga **setangkup**.

d. Relasi $R \{(1,1), (1,2), (2,2), (2,3)\}$ **tidak tolak setangkup** karena $2 \neq 3$

$(1,1) \in R$ dan $1=1$, dan $(2,2) \in R$ dan $2=2$.

Perhatikan bahwa R **tidak setangkup**.

III.7.3 MENGHANTAR (TRANSITIVE)

Definisi

- Relasi R pada himpunan A disebut **menghantar** jika $(a,b) \in R$, $(b,c) \in R$, maka $(a,c) \in R$ untuk semua $a,b,c \in A$.

III.7.3 MENGHANTAR (TRANSITIVE)

Contoh 20

Misalkan $A=\{1,2,3,4\}$, dan relasi R di bawah ini didefinisikan pada himpunan A , maka

$$R=\{(2,1),(3,1),(3,2),(4,1),(4,2),(4,3)\}$$

bersifat menghantar

Pasangan berbentuk

(a,b)	(b,c)	(a,c)
$(3,2)$	$(2,1)$	$(3,1)$
$(4,2)$	$(2,1)$	$(4,1)$
$(4,3)$	$(3,1)$	$(4,1)$
$(4,3)$	$(3,2)$	$(4,2)$

III.7.3 MENGHANTAR (TRANSITIVE-2)

Contoh 21

a. $R = \{(1,1), (2,3), (2,4), (4,2)\}$

- ⦿ tidak menghantar karena $(2,4)$ dan $(4,2) \in R$, tetapi $(2,2) \notin R$, begitu juga $(4,2)$ dan $(2,3) \in R$ tetapi $(4,3) \notin R$

b. Relasi $R = \{(2,1), (3,1), (3,2), (4,1), (4,2), (4,3)\}$

- ⦿ menghantar karena $(3,2)$ dan $(2,1)$; $(4,2)$ dan $(2,1)$; $(4,3)$ dan $(3,1)$; $(4,3)$ dan $(3,2)$ adalah $\in R$ dan $(3,1)$; $(4,1)$ dan $(4,2)$ juga $\in R$

c. $R = \{(1,1), (1,2), (1,4), (2,1), (2,2), (3,3), (4,1), (4,4)\}$

- ⦿ Tidak menghantar karena $(4,1)$ dan $(1,2) \in R$ tetapi $(4,2) \notin R$

SELESAIKAN SOAL BERIKUT

1. Hitunglah hasil transpose dari matriks A

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix}$$

2. Hitunglah hasil penjumlahan dan Perkalian matriks A dan B

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 9 & 8 & 7 \\ 6 & 5 & 4 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

3. Tentukan hasil perkalian kartesian $A \times B$

$$A = \{1, 2, 3\}, \quad B = \{a, b, c\}$$

4. Diberikan relasi berikut:

$$R = \{(x, y), (y, z), (z, x)\}$$

Representasikan relasi tersebut dalam bentuk matriks jika $A = \{x, y, z\}$

5. Hitung komposisi relasi $S \circ R$

$$R = \{(1, 2), (2, 3)\}, \quad S = \{(2, 4), (3, 5)\}$$