3. HIMPUNAN

3.1 Pendahuluan

- Dalam kehidupan nyata, banyak sekali masalah yang terkait dengan data (objek) yang dikumpulkan berdasarkan kriteria tertentu.
- Kumpulan data (objek) inilah yang selanjutnya didefinisikan sebagai himpunan.
- Pada bab awal ini akan dibahas tentang definisi dan keanggotaan suatu himpunan, operasi himpunan dari beberapa jenis himpunan.

3.2 Himpunan (*set*)

- Himpunan (*set*) merupakan sekumpulan objek-objek yang berbeda yang dapat didefinisikan dengan jelas.
- Objek di dalam himpunan dinamakan unsur, elemen atau anggota himpunan.
- Keanggotaan suatu himpunan dinyatakan oleh notasi ’$\in$’.

3.2 Himpunan (*set*)

Contoh 1 :

- $A = \{x, y, z\}$
- $x \in A$: x merupakan anggota himpunan A.
- $w \notin A$: w bukan merupakan anggota himpunan A.

3.3 Cara Penyajian Himpunan

- Enumerasi
- Simbol-simbol Baku
- Notasi Pembentuk Himpunan
- Diagram Venn

3.3.1 Enumerasi

- Mengenumerasi artinya menuliskan semua elemen himpunan yang bersangkutan di antara dua buah tanda kurung kurawal.
- Biasanya suatu himpunan diberi nama dengan menggunakan huruf kapital maupun dengan menggunakan simbol-simbol lainnya.
- Setiap anggota himpunan didaftarkan secara rinci.

3.3.1 Enumerasi

Contoh 2

a) Himpunan empat bilangan asli pertama: $A = \{1, 2, 3, 4\}$.
b) Himpunan lima bilangan genap positif pertama: $B = \{4, 6, 8, 10, 12\}$.
c) Himpunan 100 buah bilangan asli pertama: $\{1, 2, ..., 100\}$
d) Himpunan bilangan bulat ditulis sebagai $\{\ldots, -2, -1, 0, 1, 2, \ldots\}$.

3.3.1 Enumerasi

- Meskipun himpunan biasa digunakan untuk mengelompokkan objek yang mempunyai sifat mirip, tetapi dari definisi himpunan diketahui bahwa sah-sah saja elemen-elemen di dalam himpunan tidak mempunyai hubungan satu sama lain, asalkan *berbeda*.

Contoh 3

- C= {hewan, a, Amir, 10, komputer} adalah himpunan yang terdiri dari lima elemen, yaitu hewan, a, Amir, 10, komputer.

3.3.1 Enumerasi

Contoh 4

- R = { a, b, {a, b, c}, {a, c} }
- C = {a, {a}, {{a}} }

Contoh tersebut memperlihatkan bahwa suatu himpunan bisa terdapat anggota himpunan lain.

- K = {{}}

- Contoh tersebut adalah himpunan kosong, karena K hanya berisi satu elemen yaitu { }.
- Himpunan kosong dapat dilambangkan dengan Ø

3.3.1 Enumerasi

- Keanggotaan

$x \in A$: x merupakan anggota himpunan A;

$x \notin A$: x bukan merupakan anggota himpunan A.

3.3.1 Enumerasi

Contoh 5

Misalkan: $A = \{1, 2, 3, 4\}$,

$R = \{ a, b, \{a, b, \text{c}\}, \{a, c\} \}$

$K = \{\{\}\}$

maka

$3 \in A$

$5 \notin A$

$\{a, b, c\} \in R$

$c \notin R$

$\{\} \in K$

$\{\} \notin R$

3.3.1 Enumerasi

Contoh 6

Bila $P1 = \{a, b\}$, $P2 = \{ \{a, b\} \}$, $P3 = \{\{\{a, b\}\}\}$
maka

$a \in P1$

$a \notin P2$

$P1 \in P2$

$P1 \notin P3$

$P2 \in P3$

3.3.2 Simbol-simbol Baku

- Terdapat sejumlah simbol baku yang biasa digunakan untuk mendefinisikan himpunan yang sering digunakan, antara lain

P = himpunan bilangan bulat positif = { 1, 2, 3, ...}

N = himpunan bilangan alami (natural) = { 1, 2, ...}

Z = himpunan bilangan bulat ={...,-2, -1, 0, 1, 2,...}

Q = himpunan bilangan rasional

R = himpunan bilangan riil

C = himpunan bilangan kompleks

3.3.2 Simbol-simbol Baku

- Himpunan yang universal: **semesta**, disimbolkan dengan U.
- Himpunan *U* harus diberikan secara eksplisit atau diarahkan berdasarkan pembicaraan
- **Contoh 7**:

misalnya U = {bil. Genap kurang dari 6}

berarti U= {2, 4}

3.3.3 Notasi Pembentuk Himpunan

- Dengan cara penyajian ini, himpunan dinyatakan dengan menulis syarat yang harus dipenuhi oleh anggotanya.

  Notasi: { *x* | syarat yang harus dipenuhi oleh *x* }

- Aturan dalam penulisan syarat keanggotaan:

a) Bagian di kiri tanda '|' melambangkan elemen himpunan

b) Tanda '|' dibaca *dimana* atau *sedemikian sehingga*

c) Bagian di kanan tanda '|' menunjukkan syarat keanggotaan himpunan

d) Setiap tanda ',' di dalam syarat keanggotaan dibaca sebagai *dan*

3.3.3 Notasi Pembentuk Himpunan

Contoh 8

(i) A adalah himpunan bilangan bulat positif yang kecil dari 5

$A = \{ x \mid x$ adalah bilangan bulat positif lebih kecil dari 5$\}$

atau

$A = \{ x \mid x \in P, x < 5 \}$

yang ekivalen dengan $A = \{1, 2, 3, 4\}$

(ii) $M = \{ x \mid x$ adalah mahasiswa yang mengambil kuliah Matematika Diskrit$\}$

3.3.4 Diagram Venn

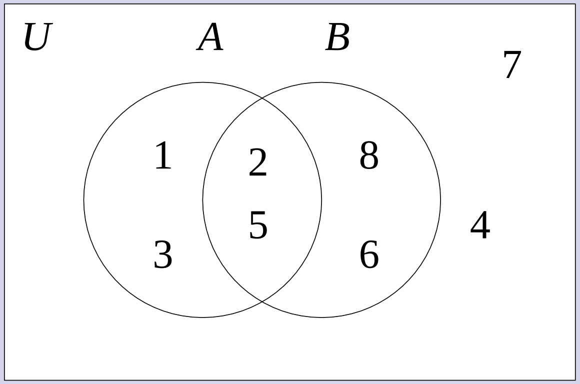
- Diagram Venn menyajikan himpunan secara grafis.
- Himpunan semesta (*U*) digambarkan sebagai suatu segi empat sedangkan himpunan lainnya digambarkan sebagai lingkaran di dalam segi empat tersebut.

3.3.4 Diagram Venn

Contoh 9

Misalkan U = {1, 2, …, 7, 8}, *A* = {1, 2, 3, 5} dan *B* = {2, 5, 6, 8}.

Diagram Venn:



3.4 Simbol Himpunan

- Simbol $\in$ digunakan untuk keanggotaan suatu elemen, dan untuk menyatakan *bukan anggota* digunakan $\notin$.
- Jika C = {a, b, {a}, {b, c}, c, d, {e, 9}} Maka
- *a* $\in$ C, b $\in$C, e $\notin$C, f $\notin$C, {a} $\in$ C,

{e, 9} $\in$ C, {c} $\notin$C, {d} $\notin$C, {b} $\notin$C, {b, c}$\in$ C

3.5 Kardinalitas

- Jumlah elemen di dalam *A* disebut **kardinal** dari himpunan *A*. Misalkan *A* merupakan himpunan yang elemen-elemennya berhingga banyaknya. Jumlah elemen *A* disebut kardinal dari himpunan *A*.
- Notasi: $n(A)$ atau $|A|$, notasi $|A|$ untuk menyatakan kardinalitas himpunan.
- Himpunan yang tidak berhingga banyak anggotanya mempunyai kardinalitas tidak berhingga pula.
- Sebagai contoh, himpunan bilangan riil mempunyai jumlah anggota tidak berhingga, maka $|\mathbf{R}| = \infty$.

3.5 Kardinalitas

Contoh 9

(i) B = { x | x merupakan bilangan prima yang lebih kecil dari 20 },

atau B = {2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19}

maka $|B| = 8$

(ii) T = {kucing, a, Amir, 10, paku}, maka $|T| = 5$

(iii) $A = \{a, \{a\}, \{\{a\}\}\}$, maka $|A| = 3$

3.6 Himpunan Kosong

- Himpunan yang tidak memiliki satupun elemen atau himpunan dengan kardinal = 0 disebut himpunan kosong *(null set)*.
- Notasi: Ø atau { }

Contoh 10

(i) $E = \{ x \mid x < x \}$, maka $n(E) = 0$

(ii) P = { orang Indonesia yang pernah ke bulan }, maka $n(P) = 0$

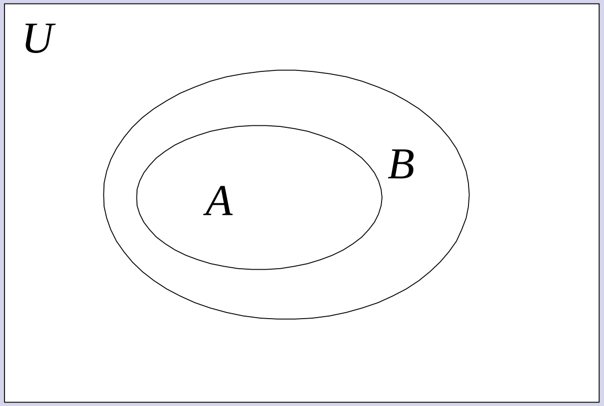
(iii) A ={x | x adalah akar persamaan kuadrat $x^2 + 1 = 0$ }, $n(A)=0$

3.6 Himpunan Kosong

- himpunan {{ }} dapat juga ditulis sebagai {∅}
- himpunan {{ }, {{ }}} dapat juga ditulis sebagai {∅, {∅}}
- {∅} bukan himpunan kosong karena ia memuat satu elemen yaitu himpunan kosong.

3.7 Himpunan Bagian

- Himpunan *A* dikatakan himpunan bagian dari himpunan *B* jika dan hanya jika setiap elemen *A* merupakan elemen *B*. Dalam hal ini, *B* dikatakan *superset* dari *A*.
- Notasi: $A \subseteq B$
- Diagram Venn



3.7 Himpunan Bagian

Contoh 11

(i) $\{1, 2, 3\} \subseteq \{1, 2, 3, 4, 5\}$

(ii) $\{1, 2, 3\} \subseteq \{1, 2, 3\}$

(iii) $\mathbf{N} \subseteq \mathbf{Z} \subseteq \mathbf{R} \subseteq \mathbf{C}$

(iv) Jika $A = \{ (x, y) \mid x + y < 4, x \geq 0, y \geq 0 \}$ dan

$B = \{ (x, y) \mid 2x + y < 4, x \geq 0 \text{ dan } y \geq 0 \}$,
maka $B \subseteq A$.

3.7 Himpunan Bagian

TEOREMA .

Untuk sembarang himpunan A berlaku hal-hal sebagai berikut:

(a) A adalah himpunan bagian dari A itu sendiri (yaitu, $A \subseteq A$).

(b) Himpunan kosong merupakan himpunan bagian dari A ($\emptyset \subseteq A$).

(c) Jika $A \subseteq B$ dan $B \subseteq C$, maka $A \subseteq C$

3.8 Himpunan yang Ekivalen

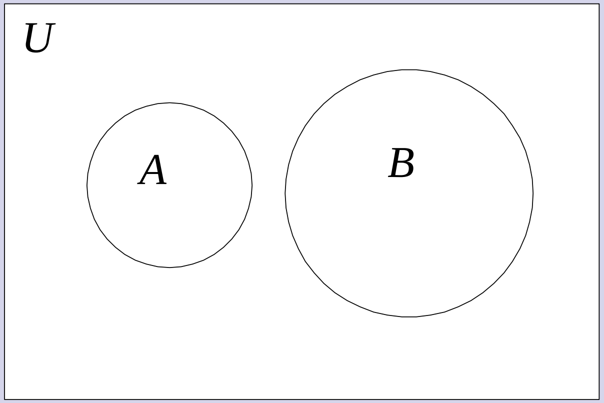
- Himpunan A dikatakan ekivalen dengan himpunan B jika dan hanya jika kardinal dari kedua himpunan tersebut sama.
- Notasi : $A \sim B \leftrightarrow |A| = |B|$

Contoh 12

Misalkan $A = \{ 1, 3, 5, 7 \}$ dan $B = \{ a, b, c, d \}$, maka $A \sim B$ sebab $|A| = |B| = 4$

3.9 Himpunan Saling Lepas

- Dua himpunan A dan B dikatakan saling lepas (*disjoint*) jika keduanya tidak memiliki elemen yang sama.
- Notasi : $A \,//\, B$
- Diagram Venn:



Contoh 13

- Jika $A = \{ x \mid x \in P, x < 8 \}$ dan

  $B = \{ 10, 20, 30, ... \}$, maka $A \,//\, B$.

3.10 Himpunan Kuasa

- Himpunan kuasa (*power set*) dari himpunan A adalah suatu himpunan yang elemennya merupakan semua himpunan bagian dari A, termasuk himpunan kosong dan himpunan A sendiri.

- Notasi : $P(A)$ atau 2^A
- Jika $|A| = m$, maka $|P(A)| = 2^m$.

3.10 Himpunan Kuasa

Contoh 14

Jika $A = \{ 1, 2 \}$,

maka $P(A) = \{\varnothing , \{ 1 \}, \{ 2 \}, \{ 1, 2 \}\}$

Contoh 15

Himpunan kuasa dari himpunan kosong adalah $P(\varnothing) = \{\varnothing\}$, dan himpunan kuasa dari himpunan $\{\varnothing\}$ adalah $P(\{\varnothing\}) = \{\varnothing, \{\varnothing\}\}$.

3.10 Himpunan Kuasa

Contoh 16

Jika A = {a, b, 5}, maka himpunan kuasa dari A adalah ……?

Jawab :

P(A) =

$$\left\{\phi, \{a\}, \{b\}, \{5\}, \{a, b\}, \{a, 5\}, \{b, 5\}, \{a, b, 5\}\right\}$$

Soal

1. **Soal 1: Keanggotaan Himpunan**

   Diketahui himpunan $A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ dan himpunan $B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Tentukan:

   - Apakah $4 \in A$?
   - Apakah $7 \notin B$?
   - Apakah $5 \in A$?

Soal 3: Himpunan Kosong dan Himpunan yang Berisi Himpunan Kosong

Tentukan apakah pernyataan berikut benar atau salah:

- $\{\emptyset\}$ adalah himpunan kosong.
- $\emptyset$ adalah himpunan yang berisi satu elemen, yaitu himpunan kosong.
- $\{\{\emptyset\}\}$ adalah himpunan yang berisi himpunan kosong sebagai elemen.

Diketahui himpunan $A = \{1, 3, 5\}$ dan $B = \{a, b, c\}$. Tentukan apakah $A \sim B$ dan jelaskan alasannya.

Diketahui $A = \{1, 2, 3, \{4, 5\}, 6\}$. Tentukan kardinalitas dari himpunan A, yaitu $|A|$, dan jelaskan hasilnya.

Diketahui himpunan $B = \{x, y\}$. Tentukan himpunan kuasa $P(B)$ dan sebutkan semua elemen yang ada di dalamnya.

3.11 Operasi Terhadap Himpunan

a. Irisan (*intersection*)

b. Gabungan (*union*)

c. Komplemen (*complement*)

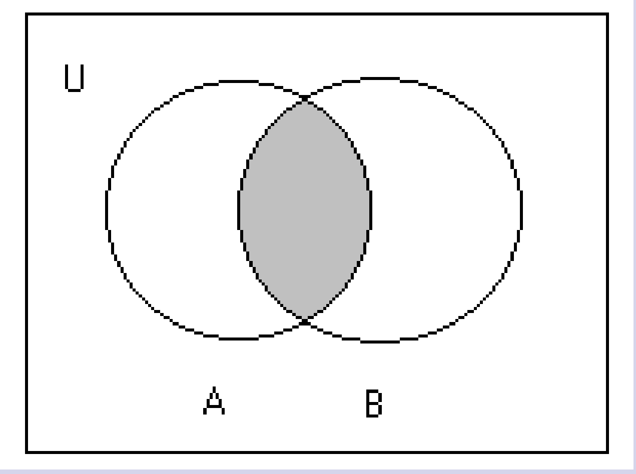
d. Selisih (*difference*)

e. Beda Setangkup (*Symmetric Difference*)

f. Perkalian Kartesian (*cartesian product*)

3.11.1 Irisan (*intersection*)

- Irisan (intersection) dari himpunan A dan B adalah himpunan yg setiap elemennya merupakan elemen dari himpunan A dan himpunan B.
- Notasi : $A \cap B = \{ x \mid x \in A \text{ dan } x \in B \}$



3.11.1 Irisan (*intersection*)

Contoh 17

(i) Jika $A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ dan $B = \{4, 10, 14, 18\}$,

maka $A \cap B = \{4, 10\}$

(ii) Jika $A = \{ 3, 5, 9 \}$ dan $B = \{ -2, 6 \}$, maka

$A \cap B = \varnothing$.

Artinya: A // B

3.11.1 Irisan (*intersection*)

Contoh 18

Maka :

- $A = \{ 2, 3, 5, 7, 9\}$
- $B = \{ 0, 1, 2, 4, 5, 6, \}$
- $C = \{ 10, 11, 14, 15\}$
- $D = \{ \text{Anto}, 14, L\}$
- $E = \{1, 2, 4 \}$

$A \cap B = \{2, 5\}$

$E \cap B = \{ 1,2\ 4\}$

$A \cap C = \{ \}$

$A \cap E = \{2\}$

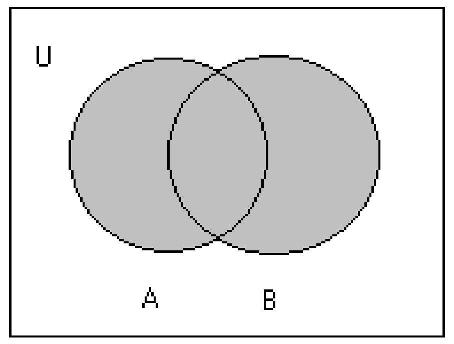
$D \cap C = \{14\}$

$A \cap D = \{ \}$

3.11.2 Gabungan (*union*)

- Gabungan(union) dari himpunan A dan B adalah himpunan yang setiap anggotanya merupakan anggota himpunan A atau himpunan B.

- Notasi : $A \cup B = \{ x \mid x \in A \text{ atau } x \in B \}$



3.11.2 Gabungan (*union*)

Contoh 19

a**.** Jika A = { 2, 5, 8 } dan B = { 7, 5, 22 }, maka

$A \cup B$ = { 2, 5, 7, 8, 22 }

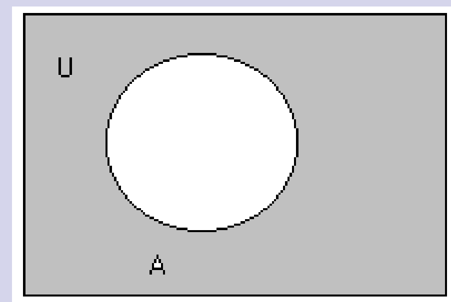
b. $A \cup \emptyset = A$

c. A = { 2, 3, 5, 7, 9} dan D = { Anto, 14, L}

maka A U D = {2, 3, 5, 7, 9, Anto, 14, L}

3.11.3 Komplemen (*complement*)

- Komplemen dari suatu himpunan A terhadap suatu himpunan semesta U adalah suatu himpunan yang elemennya merupakan elemen U yang bukan elemen A.



- Notasi : $= \{ x \mid x \in \mathrm{U}, x \notin A \}$

3.11.3 Komplemen (*complement*)

Contoh 20

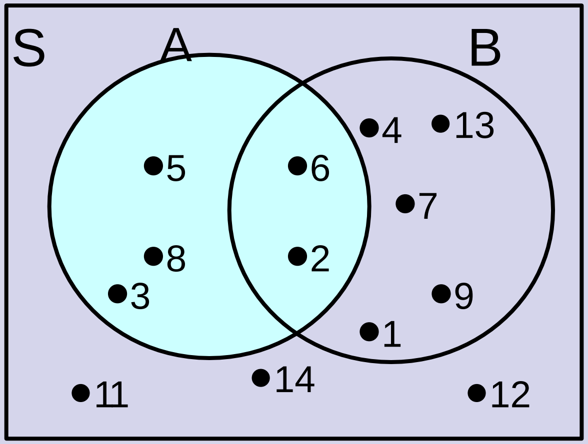
Misalkan U = { 1, 2, 3, ..., 9 },

jika *A* = {1, 3, 7, 9}, maka $\overline{A}$ = {2, 4, 6, 8}

3.11.3 Komplemen (*complement*)

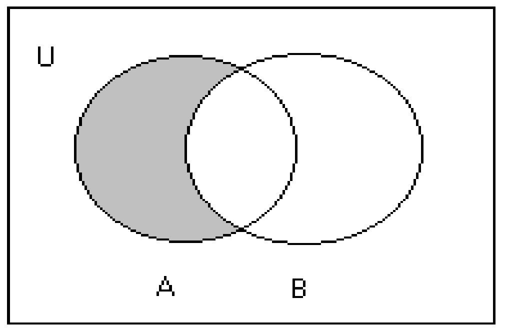
Contoh 21:

- A = { 2, 3, 5, 6, 8)   ; B = {1, 2, 4, 6, 7, 9, 13}
- S = { x | x bilangan asli $\leq$ 14}
- Maka :
- A^c = { 1,4,7, 9,10,11,12,13,14}
- B^c = {3,5, 8,11,12,14}



3.11.4 Selisih (*difference*)

- Selisih dari dua himpunan A dan B adalah suatu himpunan yang elemennya merupakan elemen A dan bukan elemen B. Selisih antara A dan B dapat juga dikatakan sebagai komplemen himpunan B relatif terhadap himpunan A.



- Notasi : $A - B = \{ x \mid x \in A$ dan $x \notin B \} = A \cap \overline{B}$

3.11.4 Selisih (*difference*)

Contoh 22

(i) Jika $A = \{ 1, 2, 3, ..., 10 \}$ dan
$B = \{ 2, 4, 6, 8, 10 \}$,
maka $A - B = \{ 1, 3, 5, 7, 9 \}$ dan
$B - A = \varnothing$

(ii) $\{1, 3, 5\} - \{1, 2, 3\} = \{5\}$, dan

(iii) $\{1, 2, 3\} - \{1, 3, 5\} = \{2\}$

3.11.4 Selisih (*difference*)

Contoh 23

- A = {2,3,4,6,7,9}; B = {1,2,3,5,6,8,9,10} ;
- C = {3,5,9}
- Maka :

A – B = {4,7}　　　　　B – C = ?

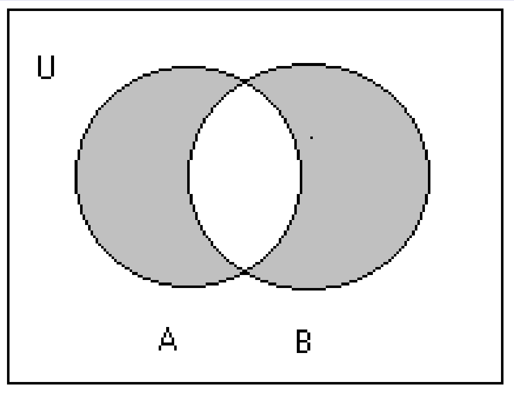
B – A = {1,5,8,10}　　　C – A = ?

3.11.5 Beda Setangkup (*Symmetric Difference*)

- Beda setangkup dari himpunan *A* dan *B* adalah sesuatu himpunan yang elemennya ada pada himpunan *A* atau *B*, tetapi tidak pada keduanya.
- Notasi:

$$A \oplus B = (A \cup B) - (A \cap B)$$

$$A \oplus B = (A - B) \cup (B - A)$$



3.11.5 Beda Setangkup (*Symmetric Difference*)

Contoh 24

Jika $A = \{ 2, 4, 6 \}$ dan $B = \{ 2, 3, 5 \}$,

maka $A \oplus B = \{ 3, 4, 5, 6 \}$

Contoh 25

- A = {1,2,3,5,6,8,9,10} ; B = {2,7,8,11} ;
- C = {1,3,5,7,9,11} ; D = {0,1,2,5,6,7,9,12}

3.11.5 Beda Setangkup (*Symmetric Difference*)

Maka :

- $A \oplus B = \{1,2,3,5,6,7,8,9,10,11\}$
- $= \{1,3,5,6,7,9,10,11\}$
- $B \oplus C = \{1,2,3,5,7,8,9,11\} = \{1,2,3,5,8,9\}$
- $A \oplus C = ?$
- $A \oplus D = ?$

3.11.5 Beda Setangkup (*Symmetric Difference*)

TEOREMA: Beda setangkup memenuhi sifat-sifat berikut:

(a) $A \oplus B = B \oplus A$ (hukum komutatif)

(b) $(A \oplus B) \oplus C = A \oplus (B \oplus C)$ (hukum asosiatif)

3.12 Cartesian Product (PERKALIAN KARTESIAN)

- Perkalian kartesian (*Cartesian products*) dari himpunan A dan B adalah himpunan yang elemennya semua pasangan berurutan (*ordered pairs*) yang mungkin terbentuk dengan komponen kedua dari himpunan A dan B.

- Notasi: $A \times B = \{(a,b) \mid a \in A \text{ dan } b \in B\}$

3.12 Cartesian Product (PERKALIAN KARTESIAN)

Contoh 26

- Misalkan $C = \{ 1, 2, 3 \}$, dan $D = \{ a, b \}$, maka
- $C \times D = \{ (1, a), (1,b), (2, a), (2, b), (3, a), (3, b) \}$

- Misalkan $A = B$ = himpunan semua bilangan riil, maka

  $A \times B$ = himpunan semua titik di bidang datar

3.12 Cartesian Product (PERKALIAN KARTESIAN)

- Jika A dan B merupakan himpunan berhingga, maka: $|A \times B| = |A| \cdot |B|$.
- Pasangan berurutan (a, b) berbeda dengan (b, a), dengan kata lain $(a, b) \neq (b, a)$.
- Perkalian kartesian tidak komutatif, yaitu $A \times B \neq B \times A$ dengan syarat A atau B tidak kosong.
- Jika $A = \emptyset$ atau $B = \emptyset$, maka $A \times B = B \times A = \emptyset$

3.12 Cartesian Product (PERKALIAN KARTESIAN)

Contoh 27:

Misalkan

A = himpunan makanan = { s = soto, g = gado-gado, n = nasi goreng, m = mie rebus }

B = himpunan minuman = { c = coca-cola, t = teh, d = es dawet }

Berapa banyak kombinasi makanan dan minuman yang dapat disusun dari kedua himpunan di atas?

Jawab:

4 x 3 = 12

yaitu { (s, c), (s, t), (s, d), (g, c), (g, t), (g, d), (n, c), (n, t), (n, d), (m, c), (m, t), (m, d)}.

3.12 Cartesian Product
(PERKALIAN KARTESIAN)

Contoh 28 : Daftarkan semua anggota himpunan berikut:

(a) $P(\varnothing)$ (b) $\varnothing \times P(\varnothing)$ (c) $\{\varnothing\} \times P(\varnothing)$ (d) $P(P(\{3\}))$

- Penyelesaian:

(a) $P(\varnothing) = \{\varnothing\}$

(b) $\varnothing \times P(\varnothing) = \varnothing$

(ket: jika $A = \varnothing$ atau $B = \varnothing$ maka $A \times B = \varnothing$)

(c) $\{\varnothing\} \times P(\varnothing) = \{\varnothing\} \times \{\varnothing\} = \{(\varnothing, \varnothing)\}$

(d) $P(P(\{3\})) = P(\{\varnothing, \{3\}\}) = \{\varnothing, \{\varnothing\}, \{\{3\}\}, \{\varnothing, \{3\}\}\}$

3.13 Hukum-hukum Himpunan

- Hukum identitas:
  - $A \cup \varnothing = A$
  - $A \cap U = A$
- Hukum *null*/dominasi:
  - $A \cap \varnothing = \varnothing$
  - $A \cup U = U$
- Hukum komplemen:
  - $A \cup \bar{A} = U$
  - $A \cap \bar{A} = \varnothing$

3.13 Hukum-hukum Himpunan

- *Hukum idempoten:*
  - $A \cap A = A$
  - $A \cup A = A$
- *Hukum involusi:*
  - $(\overline{A}) = A$
- *Hukum penyerapan (absorpsi):*
  - $A \cup (A \cap B) = A$
  - $A \cap (A \cup B) = A$

3.13 Hukum-hukum Himpunan

- Hukum komutatif:
  - $A \cup B = B \cup A$
  - $A \cap B = B \cap A$
- *Hukum asosiatif:*
  - $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$
  - $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$

3.13 Hukum-hukum Himpunan

- Hukum distributif:
  - $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$
  - $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$
- Hukum De Morgan:
  - $\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$
  - $\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$

3.13 Hukum-hukum Himpunan

- Hukum 0/1
  - $\overline{\varnothing} = U$
  - $\overline{U} = \varnothing$

3.14 Prinsip Inklusi-Eksklusi

- Prinsip Inklusi dan Eksklusi merupakan perluasan dari diagram Venn.
- Pengertian prinsip inklusi –eksklusi , jika ada dua himpunan yang saling beririsan, ingin diketahui berapa jumlah masing-masing anggota tiap himpunan.
- Untuk mengetahui jumlahnya maka kedua himpunan tersebut harus dipisahkan terlebih dahulu

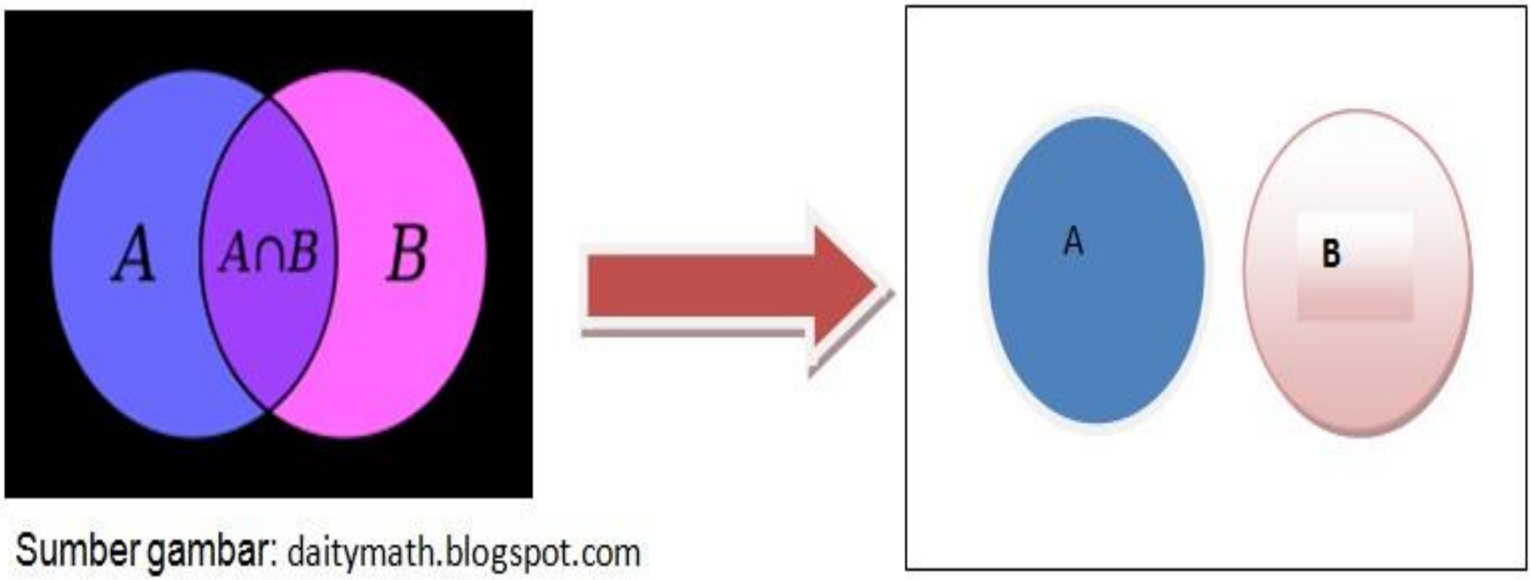
3.14 Prinsip Inklusi-Eksklusi

Contoh 29

- Prodi T. Informatika mengadakan pelatihan tentang rekayasa perangkat keras dan rekayasa perangkat lunak . Ada 20 mahasiswa yang mengikuti pelatihan rekayasa perangkat keras dan 30 mahasiswa yang mengikuti pelatihan rekayasa perangkat lunak. Berapa tepatnya jumlah mahasiswa yang mengikuti pelatihan rekayasa perangkat keras atau mengikuti pelatihan rekayasa perangkat lunak?

3.14 Prinsip Inklusi-Eksklusi

Jika digambarkan dengan diagram Venn,



Sumber gambar: daitymath.blogspot.com

3.14 Prinsip Inklusi-Eksklusi

Untuk dapat menjawab berapa jumlah mahasiswa yang mengikuti pelatihan rekayasa perangkat keras atau mengikuti pelatihan rekayasa perangkat lunak, terlebih dahulu perlu diketahui berapa jumlah mahasiswa yang mengikuti kedua pelatihan tersebut atau berapa jumlah mahasiswa dalam irisan kedua himpunan tersebut. (Inklusi jika kedua himpunan beririsan, dan eksklusi jika kedua himpunan dipisahkan)

3.14 Prinsip Inklusi-Eksklusi

- Banyaknya anggota himpunan gabungan antara himpunan A dan himpunan B merupakan jumlah banyaknya anggota dalam himpunan tersebut dikurangi banyaknya anggota di dalam irisannya, dengan demikian dapat dituliskan :

$$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|$$

- Persaman tersebut dikenal dengan Prinsip Inklusi-Eksklusi

3.14 Prinsip Inklusi-Eksklusi

- Jika informasi pada contoh 29 ditambah dengan jumlah mahasiswa yang mengikuti kedua pilihan tersebut 15 orang, maka banyaknya mahasiswa yang mengikuti pelatihan perangkat keras atau rekayasa perangkat lunak dapat diketahui dengan menggunakan rumus prinsip inklusi –eksklusi

$$\left|A \cup B\right| = \left|A\right| + \left|B\right| - \left|A \cap B\right|$$

3.14 Prinsip Inklusi-Eksklusi

- Untuk dua himpunan A dan *B*:
  - $\left|A \cup B\right| = \left|A\right| + \left|B\right| - \left|A \cap B\right|$
  - $\left|A \oplus B\right| = \left|A\right| + \left|B\right| - 2\left|A \cap B\right|$

- Untuk tiga buah himpunan *A*, *B*, dan *C*, berlaku
  - $\left|A \cup B \cup C\right| = \left|A\right| + \left|B\right| + \left|C\right| - \left|A \cap B\right| - \left|A \cap C\right| - \left|B \cap C\right| + \left|A \cap B \cap C\right|$

3.14 Prinsip Inklusi-Eksklusi

Contoh 30:

- Berapa banyaknya bilangan bulat antara 1 dan 100 yang habis dibagi 3 atau 5?

  Penyelesaian:

Misal

$|A|$ = banyaknya bilangan bulat antara 1 dan 100 yang habis dibagi 3

$|B|$ = banyaknya bilangan bulat antara 1 dan 100 yang habis dibagi 5

$|A \cap B|$ = banyaknya bilangan bulat antara 1 dan 100 yang habis dibagi 3*5

3.14 Prinsip Inklusi-Eksklusi

Contoh 31:

Di antara bilangan bulat antara

101 – 600 (termasuk 101 dan 600 itu sendiri), berapa banyak bilangan yang tidak habis dibagi oleh 4 atau 5 namun tidak keduanya?

3.15 Himpunan Ganda

- Himpunan yang elemennya boleh berulang (tidak harus berbeda) disebut **himpunan ganda** (*multiset*).

  misal : {1, 1, 1, 2, 2, 3}, {2, 2, 2}, {2, 3, 4}, {}.
- **Multiplisitas** dari suatu elemen pada himpunan ganda adalah jumlah kemunculan elemen tersebut pada himpunan ganda.
- Contoh: M = { 0, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 1 }, multiplisitas 0 adalah 4.

3.15 Himpunan Ganda

- Himpunan yang elemennya boleh berulang (tidak harus berbeda) disebut **himpunan ganda** (*multiset*).

  misal : {1, 1, 1, 2, 2, 3}, {2, 2, 2}, {2, 3, 4}, {}.
- **Multiplisitas** dari suatu elemen pada himpunan ganda adalah jumlah kemunculan elemen tersebut pada himpunan ganda. Contoh: M = { 0, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 1 }, multiplisitas 0 adalah 4.

3.15 Himpunan Ganda

- Himpunan (*set*) merupakan contoh khusus dari suatu *multiset*, yang dalam hal ini multiplisitas dari setiap elemennya adalah 0 atau 1.
- Kardinalitas dari suatu *multiset* didefinisikan sebagai kardinalitas himpunan padanannya (ekivalen), dengan mengasumsikan elemen-elemen di dalam *multiset* semua berbeda.

3.15 Himpunan Ganda

- Himpunan (*set*) merupakan contoh khusus dari suatu *multiset*, yang dalam hal ini multiplisitas dari setiap elemennya adalah 0 atau 1.
- Kardinalitas dari suatu *multiset* didefinisikan sebagai kardinalitas himpunan padanannya (ekivalen), dengan mengasumsikan elemen-elemen di dalam *multiset* semua berbeda.

3.16 Operasi Antara Dua Buah *Multiset*

Misalkan P dan Q adalah *multiset*:

- $P \cup Q$ adalah suatu *multiset* yang multiplisitas elemennya sama dengan multiplisitas maksimum elemen tersebut pada himpunan P dan Q.

  Contoh: $P = \{ a, a, a, c, d, d \}$ dan $Q = \{ a, a, b, c, c \}$,

  $P \cup Q = \{ a, a, a, b, c, c, d, d \}$

- $P \cap Q$ adalah suatu *multiset* yang multiplisitas elemennya sama dengan multiplisitas minimum elemen tersebut pada himpunan P dan Q.

  Contoh: $P = \{ a, a, a, c, d, d \}$ dan $Q = \{ a, a, b, c, c \}$

  $P \cap Q = \{ a, a, c \}$

3.17 Operasi Antara Dua Buah *Multiset*

- P – *Q* adalah suatu *multiset* yang multiplisitas elemennya sama dengan
  - multiplisitas elemen tersebut pada *P* dikurangi multiplisitasnya pada *Q*, jika selisihnya positif
  - 0 jika selisihnya nol atau negatif.

Contoh: $P = \{ a, a, a, b, b, c, d, d, e \}$ dan $Q = \{ a, a, b, b, b, c, c, d, d, f \}$ maka $P – Q = \{ a, e \}$

3.18 Operasi Antara Dua Buah *Multiset*

- $P + Q$, yang didefinisikan sebagai jumlah (*sum*) dua buah himpunan ganda, adalah suatu *multiset* yang multiplisitas elemennya sama dengan penjumlahan dari multiplisitas elemen tersebut pada P dan Q.

Contoh: $P = \{ a, a, b, c, c \}$ dan $Q = \{ a, b, b, d \}$,

$$P + Q = \{ a, a, a, b, b, b, c, c, d \}$$