

PENDAHULUAN

A. Deskripsi

Dalam bahan ajar ini kalian akan mempelajari sifat pada operasi bilangan berpangkat diantaranya perkalian, pembagian, dan perpangkatan bilangan berpangkat

B. Prasyarat

Untuk mempelajari bahan ajar ini, peserta didik diharapkan telah menguasai konsep bilangan berpangkat, pangkat bilangan bulat dan pangkat nol.

C. Petunjuk Penggunaan Bahan Ajar

Untuk mempelajari bahan ajar ini, hal-hal yang perlu kalian lakukan adalah sebagai berikut:

1. Untuk mempelajari modul ini haruslah berurutan, karena materi yang mendahului merupakan prasyarat untuk mempelajari materi berikutnya.
2. Pahami contoh-contoh soal yang ada dan kerjakanlah semua soal latihan yang ada. Jika dalam mengerjakan soal kalian menemui kesulitan, kembalilah mempelajari materi yang terkait.
3. Kerjakanlah soal evaluasi dengan cermat. Jika kalian menemui kesulitan dalam mengerjakan soal evaluasi, kembalilah mempelajari materi yang terkait.
4. Jika kalian mempunyai kesulitan yang tidak dapat kalian pecahkan, catatlah, kemudian tanyakan kepada guru pada saat kegiatan tatap muka atau bacalah referensi lain yang berhubungan dengan materi modul ini. Dengan membaca referensi lain, Kalian juga akan mendapatkan pengetahuan tambahan.

D. Tujuan Akhir

Setelah mempelajari bahan ajar ini diharapkan kalian dapat:

1. Mendefinisikan operasi perkalian pada perpangkatan dengan basis yang sama
2. Mendefinisikan operasi pembagian pada perpangkatan dengan basis yang sama
3. Mendefinisikan operasi perpangkatan pada bilangan berpangkat
4. Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan operasi bilangan berpangkat.

PEMBELAJARAN

A. Bilangan Berpangkat

Kemarin kalian sudah mempelajari materi tentang konsep bilangan berpangkat.

Apakah kalian masih ingat?

Untuk memudahkan mempelajari materi ini, marilah kita ingat kembali materi bilangan berpangkat.

1. Definisi Bilangan Berpangkat

Bilangan berpangkat merupakan perkalian berulang suatu bilangan, dimana bilangan dapat berpangkat bulat positif, nol, maupun bulat negatif. Secara sederhana penulisan bilangan jenis ini adalah sebagai berikut.

$$a^n = a \times a \times a \times \dots \times a$$

dengan a disebut basis/bilangan pokok dan n sebagai pangkat/eksponen.

2. Bilangan Berpangkat Bulat Positif

Bilangan berpangkat bulat positif tidak jauh berbeda dengan definisi bilangan berpangkat yaitu $a^n = a \times a \times a \times \dots \times a$.

Contoh :

Tentukan nilai dari 3^4 dan $(-2)^5$.

Penyelesaian

$$3^4 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$$

$$(-2)^4 = (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) = -32$$

Jadi nilai dari $3^4 = 81$ dan $(-2)^5 = -32$

3. Bilangan Berpangkat Nol

Untuk setiap a bilangan real tak nol maka $a^0 = 1$.

Secara aljabar dapat ditulis kembali sebagai berikut :

$$a^0 = 1 \text{ untuk } a \text{ bilangan real dan } a \neq 0$$

4. Bilangan Berpangkat Negatif

Untuk setiap a bilangan real tak nol dan n bilangan bulat, berlaku :

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} \text{ untuk } a \neq 0, a \text{ bilangan real dan } n \text{ bilangan bulat.}$$

B. Sifat pada Operasi Bilangan Berpangkat

1. Operasi Perkalian Bilangan Berpangkat dengan Basis Sama

Untuk dapat mendefinisikan sifat operasi perkalian bilangan berpangkat dengan basis sama, marilah kita cermati dan diskusikan uraian berikut ini.

Tentukan bentuk sederhana dari perkalian bilangan berpangkat berikut.

a. $3^2 \times 3^3$

b. $(-5)^2 \times (-5)^3$

c. $\left(\frac{2}{3}\right)^4 \times \left(\frac{2}{3}\right)^2$

Penyelesaian :

a. $3^2 \times 3^3 = (3 \times 3) \times (3 \times 3 \times 3)$
 $= 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$
 $= 3^5$

b. $(-2)^2 \times (-2)^4 = ((-2) \times (-2)) \times ((-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2))$
 $= (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2)$
 $= (-2)^6$

c. $\left(\frac{2}{3}\right)^4 \times \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \left(\frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3}\right) \times \left(\frac{2}{3} \times \frac{2}{3}\right)$
 $= \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3}$
 $= \left(\frac{2}{3}\right)^6$

Dari contoh a, b, dan c kita peroleh bahwa

➤ $3^2 \times 3^3 = 3^{2+3} = 3^5$
➤ $(-2)^2 \times (-2)^4 = (-2)^{2+4} = (-2)^6$
➤ $\left(\frac{2}{3}\right)^4 \times \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \left(\frac{2}{3}\right)^{4+2} = \left(\frac{2}{3}\right)^6$

Dari informasi di atas dapat disimpulkan bahwa $a^m \times a^n = a^{m+n}$.

2. Operasi Pembagian Bilangan Berpangkat dengan Basis Sama

Untuk dapat mendefinisikan sifat operasi pembagian bilangan berpangkat dengan basis sama, marilah kita cermati dan diskusikan uraian berikut ini.

Tentukan bentuk sederhana dari pembagian bilangan berpangkat berikut.

- a. $2^4 \div 2^2$
- b. $(-2)^2 \div (-2)^3$
- c. $\left(\frac{1}{5}\right)^4 \div \left(\frac{1}{5}\right)^2$

Penyelesaian :

- a. $2^4 \div 2^2 = \frac{2^4}{2^2} = \frac{2 \times 2 \times 2 \times 2}{2 \times 2} = 2 \times 2 = 2^2$
- b. $(-2)^2 \div (-2)^3 = \frac{(-2)^2}{(-2)^3} = \frac{(-2) \times (-2)}{(-2) \times (-2) \times (-2)} = \frac{1}{(-2)} = (-2)^{-1}$
- c. $\left(\frac{1}{5}\right)^4 \div \left(\frac{1}{5}\right)^2 = \frac{\left(\frac{1}{5}\right)^4}{\left(\frac{1}{5}\right)^2} = \frac{\frac{1}{5} \times \frac{1}{5} \times \frac{1}{5} \times \frac{1}{5}}{\frac{1}{5} \times \frac{1}{5}} = \frac{1}{5} \times \frac{1}{5} = \left(\frac{1}{5}\right)^2$

Dari contoh a, b, dan c kita peroleh bahwa

- $3^5 \div 3^2 = 3^{5-2} = 3^3$
- $(-2)^2 \div (-2)^3 = (-2)^{2-3} = (-2)^{-1}$
- $\left(\frac{1}{5}\right)^4 \div \left(\frac{1}{5}\right)^2 = \left(\frac{1}{5}\right)^{4-2} = \left(\frac{1}{5}\right)^2$

Dari informasi di atas dapat disimpulkan bahwa $a^m \div a^n = a^{m-n}$.

3. Operasi Perpangkatan Bilangan Berpangkat

Untuk dapat mendefinisikan sifat operasi perpangkatan bilangan berpangkat, marilah kita cermati dan diskusikan uraian berikut ini.

Tentukan bentuk sederhana dari perpangkatan bilangan berpangkat berikut.

- a. $(3^4)^2$
- b. $((-2)^2)^3$
- c. $\left(\left(\frac{1}{5}\right)^3\right)^4$

Penyelesaian :

- a. $(3^4)^2 = (3^4) \times (3^4) = (3 \times 3 \times 3 \times 3) \times (3 \times 3 \times 3 \times 3)$
 $= 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^8$

$$\begin{aligned}
 \text{b. } ((-2)^2)^3 &= (-2)^2 \times (-2)^2 \times (-2)^2 \\
 &= ((-2) \times (-2)(-2)) \times ((-2) \times (-2)(-2)) \times ((-2) \times (-2)(-2)) \\
 &= (-2)^6
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{c. } \left(\left(\frac{1}{5}\right)^3\right)^4 &= \left(\frac{1}{5}\right)^3 \times \left(\frac{1}{5}\right)^3 \times \left(\frac{1}{5}\right)^3 \times \left(\frac{1}{5}\right)^3 \\
 &= \left(\frac{1}{5} \times \frac{1}{5} \times \frac{1}{5}\right) \times \left(\frac{1}{5} \times \frac{1}{5} \times \frac{1}{5}\right) \times \left(\frac{1}{5} \times \frac{1}{5} \times \frac{1}{5}\right) \times \left(\frac{1}{5} \times \frac{1}{5} \times \frac{1}{5}\right) \\
 &= \frac{1}{5} \times \frac{1}{5} \times \frac{1}{5} \times \frac{1}{5} \times \frac{1}{5} \times \frac{1}{5} \times \frac{1}{5} \times \frac{1}{5} \times \frac{1}{5} \times \frac{1}{5} \times \frac{1}{5} \times \frac{1}{5} = \left(\frac{1}{5}\right)^{12}
 \end{aligned}$$

Dari contoh a, b, dan c kita peroleh bahwa

$$\begin{aligned}
 &\text{➤ } (3^4)^2 = 3^8 \\
 &\text{➤ } ((-2)^2)^3 = (-2)^6 \\
 &\text{➤ } \left(\left(\frac{1}{5}\right)^3\right)^4 = \left(\frac{1}{5}\right)^{12}
 \end{aligned}$$

Dari informasi di atas dapat disimpulkan bahwa $(a^m)^n = a^{m \times n}$.

4. Bilangan Berpangkat dalam Kehidupan Sehari-hari

Mari kita cermati contoh permasalahan bilangan berpangkat dalam kehidupan sehari-hari.

Contoh 1

Sebuah bak mandi berbentuk kubus dan mempunyai panjang rusuk 10,5 dm. berapa milliliter volume bak mandi tersebut?

Penyelesaian :

Panjang rusuk bak mandi = $r = 10,5$ dm

Volume kubus = $r^3 = (10,5)^3 = 10,5 \times 10,5 \times 10,5 = 1.157,625$

Didapat volume bak mandi adalah $1.157,625 \text{ dm}^3$ atau $1.157,625$ liter

Ingat : 1 liter = 1000 mL sehingga

Volume bak mandi = $1.157,625 \text{ liter} = 1.157,625 \times 1000 \text{ mL} = 1.157.625 \text{ mL}$

Jadi, volume bak mandi tersebut adalah $1.157.625 \text{ mL}$.

Contoh 2

Pak santoso akan membuat sebuah bak mandi yang berbentuk kubus. Jika bak mandi tersebut diisi air, maka volume air yang dapat ditampung adalah 64 liter. Hitunglah panjang rusuk bak mandi tersebut (dalam cm)!

Penyelesaian :

$$V_{\text{kubus}} = 64 \text{ liter} = 64 \text{ dm}^3 = 64.000 \text{ cm}^3$$

$$V_{\text{kubus}} = s^3$$

$$64.000 = s^3$$

$$s = \sqrt[3]{64.000}$$

$$s = (64.000)^{1/3}$$

$$s = (40^3)^{1/3}$$

$$s = 40 \text{ cm}$$

jadi, panjang rusuk bak mandi tersebut adalah 40 cm.

PENUTUP

A. Rangkuman

1. Penulisan bilangan berpangkat adalah sebagai berikut.

$$a^n = a \times a \times a \times \dots \times a$$

dengan a disebut basis/bilangan pokok dan n sebagai pangkat/eksponen.

2. Bilangan Berpangkat Nol

Untuk setiap a bilangan real tak nol maka $a^0 = 1$.

Secara aljabar dapat ditulis kembali sebagai berikut :

$$a^0 = 1 \text{ untuk } a \text{ bilangan real dan } a \neq 0$$

3. Bilangan Berpangkat Negatif

Untuk setiap a bilangan real tak nol dan n bilangan bulat, berlaku :

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} \text{ untuk } a \neq 0, a \text{ bilangan real dan } n \text{ bilangan bulat}$$

4. Operasi Perkalian Bilangan Berpangkat dengan Basis Sama

$$a^m \times a^n = a^{m+n}$$

5. Operasi Pembagian Bilangan Berpangkat dengan Basis Sama

$$a^m \div a^n = a^{m-n}$$

6. Operasi Perpangkatan Bilangan Berpangkat dengan Basis Sama

$$(a^m)^n = a^{m \times n}$$

B. Latihan Soal

1. Bagaimana kamu dapat menuliskan angka 1 sebagai bentuk perpangkatan dengan basis 5 dan basis 7?
2. Tentukan bentuk sederhana dari operasi dari bilangan berikut.

a. $3^3 \times 3^0 \times 3^{-2}$

b. $\frac{1}{2^{-3}} \times \frac{1}{2^{-5}}$

c. $5^4 \div \frac{1}{5^2}$

d. $\left(\left(\frac{2}{3}a\right)^2\right)^4$

3. Bentuk sederhana dari bentuk aljabar berikut

a. $\frac{3a^2bc^3}{4a^4b^2c}$

b. $\frac{(2mnp^2)^2}{4m^2n^2p^4}$

c. $3x^2y^3z \times \left(\frac{2x}{3yz}\right)^2$

4. Pada sebuah pasar tradisional perputaran uang yang terjadi setiap menitnya adalah Rp 81.000.000,00. Pada hari senin – jumat proses perdagangan terjadi rata-rata 12 jam tiap hari. Sedangkan untuk hari sabtu – minggu proses jual beli terjadi rata-rata 18 jam tiap hari. Berapa jumlah perputaran uang di pasar tradisional tersebut selama satu minggu (nyatakan dalam bentuk perpangkatan).

C. Sumber Belajar

Subkhan, dkk.. (2016). Buku Siswa Matematika Jilid I untuk SMP/MTs Kelas IX. Edisi Revisi 2018. Jakarta: Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan.

Adinawan, Cholik dan Sugijono, 2015. Matematika untuk SMP/MTs Kelas IX semester 1. Jakarta : Erlangga.

https://www.ilmusosial.id/2020/07/contoh-soal-dan-pembahasan-bilangan_17.html

<https://d1ahk.blogspot.com/2019/07/soal-latihan-perpangkatan-dan-bentuk.html>

https://www.youtube.com/watch?v=Gm_aQ8a9Tmk

<https://www.dosenmatematika.co.id/bentuk-pangkat-dalam-masalah-sehari-hari/>