



## پردازش تصویر – الهه قاسمی ۹۶۱۰۰۴۸۲

تمرین سری ۲

### سوال ۱

در این سوال برای بدست آوردن مشتق گاوسی در راستای X داریم:

$$G = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}}$$

$$\Rightarrow \frac{dG}{dx} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \frac{-2x}{2\sigma^2} \exp^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}}$$

اگر بخواهیم فیلتری دوبعدی که در راستای X مشتق می گیرد بسازیم از این فرمول استفاده می کنیم. // حال فرض کنید بخواهیم این فیلتر را به دو فیلتر ستونی و سطری تقسیم کنیم. داریم:

$$= \left( \frac{-x}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} \right) \left( \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp^{-\frac{y^2}{2\sigma^2}} \right)$$

هر یک از پرانتزها به ترتیب یک فیلتر سطری و ستونی می سازند. به طور مشابه برای Y بدست می آوریم:

$$\Rightarrow \frac{dG}{dy} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \frac{-2y}{2\sigma^2} \exp^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}}$$

$$= \left( \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} \right) \left( \frac{-y}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp^{-\frac{y^2}{2\sigma^2}} \right)$$

که در اینجا فیلتر اول ستونی و فیلتر دوم سطری ست.

می خواهیم فیلتر دو بعدی را برای مشتق در راستای x محاسبه کنیم. برای این فیلتر می توانیم اندازه ای دلخواه در نظر بگیریم. معمولاً این اندازه را فرد می گیریم که موقع *convolve* کردن فیلتر در عکس درایه ی وسط آن روی درایه ی اصلی بیفتد. برای این کار موقع ساختن فیلتر مختصات هر خانه را منهای نصف اندازه ی فیلتر می کنیم تا درایه ی وسط دارای مختصات (0, 0) و درایه ی گوشه بالا دارای مختصات  $(-\frac{size}{2}, -\frac{size}{2})$  و درایه ی گوشه پایین سمت راست دارای مختصات  $(\frac{size}{2}, \frac{size}{2})$  باشد. حالا به ازای مختصات هر خانه از آن مشتق گاوسی می گیریم تا فیلتر آماده شود. فیلتر بدست آمده برای سائز فلان به صورت زیر است: (فلان:)) حالا این فیلتر بدست آمده را در عکس *convolve* می کنیم. برای این کار از تابع

آماده استفاده کردم. نتیجه با نام  $hor.jpg - 05 - Q1$  نشان دهنده ی مشتق گاوسی در راستای x روی عکس سیاه سفید است. به طور مشابه مشتق گاوسی در راستای y را نیز با نام  $ver.jpg - 06 - Q1$  بدست آوردم.

حالا برای محاسبه فیلتر های تجزیه شده ی سطری ستونی برای مشتق گاوسی در راستای x باید همانطور که در بالا گفته شد از فیلتر هایی که با فرمول بالا محاسبه می شوند استفاده کنیم.

از بخش تجزیه شده ی دارای x برای ساختن فیلتر سطری استفاده می کنیم.

$$\left( \frac{-x}{\sqrt{2\pi}\sigma^2} \exp^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} \right)$$

و از بخش تجزیه شده ی دارای y برای ساختن فیلتر ستونی استفاده می کنیم.

$$\left( \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma^2} \exp^{-\frac{y^2}{2\sigma^2}} \right)$$

و برای محاسبه فیلتر های تجزیه شده ی سطری ستونی برای مشتق گاوسی در راستای y به صورت زیر عمل می کنیم:

از بخش تجزیه شده ی دارای x برای ساختن فیلتر ستونی استفاده می کنیم.

$$\left( \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma^2} \exp^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} \right)$$

و از بخش تجزیه شده ی دارای y برای ساختن فیلتر سطری استفاده می کنیم.

$$\left( \frac{-y}{\sqrt{2\pi}\sigma^2} \exp^{-\frac{y^2}{2\sigma^2}} \right)$$

حالا با  $convolve$  کردن فیلتر سطری افقی در تصویر و  $convolve$  کردن فیلتر ستونی افقی در نتیجه ی آن به تصویری می رسیم که مشابه نتیجه ی  $convolve$  کردن فیلتر مشتق گاوسی افقی در تصویر اصلی است. همچنین به طور مشابه نتیجه حاصل از  $convolve$  کردن فیلتر ستونی عمودی در تصویر و  $convolve$  کردن فیلتر سطری عمودی در نتیجه ی آن مشابه با نتیجه ای است که از  $convolve$  کردن فیلتر عمودی مشتق گاوسی در تصویر اصلی بدست آورده بودیم. بنابراین نتیجه می گیریم که فیلتر مشتق گاوسی تجزیه پذیر بوده و نتیجه ی حاصل از آن در هر دو حالت برابر است.

فیلتر های استفاده شده همگی چاپ شده اند. و از فیلتر سایز ۷ در ۷ و واریانس ۱ استفاده کردم.

## سوال ۲

## سوال ۳

برای این سوال به صورت دستی مختصات گوشه های کتاب ها را بدست آوردم. از تابع  $np.linalg.solve(a, b)$  برای بدست آوردن جواب معادله ی  $ax = b$  استفاده می کنیم. می خواهیم ماتریسی را بدست بیاوریم که با  $warp$  کردن عکس توسط آن ماتریس تصویر به گونه ای بچرخد که نقطه ی گوشه بالای عکس نقطه ی گوشه بالای کتاب باشد. ماتریس  $M_i$  را با استفاده از مختصات نقطه ی  $i$  ام و مختصات تحویل شده ی آن می سازیم. پس دستگاه معادلاتی داریم که ۸ معادله و ۸ مجهول دارد.

و  $M$  از  $M_i$  ها ساخته شده است. با حل معادله  $MX = zeromatrix$  به ماتریس مورد نظر برای  $warp$  کردن می‌رسیم. همچنین  $zeromatrix$  ماتریسی است که همه ی درایه های آن به جز درایه آخر صفر هستند. فکر می‌کنم دلیل این کار این باشد که معادله جواب بدیهی صفر ندهد.

$$M_i = \begin{bmatrix} -x_i & -y_i & -1 & 0 & 0 & 0 & x_i f(x_i) & y_i f(x_i) & f(x_i) \\ 0 & 0 & 0 & -x_i & -y_i & -1 & x_i f(y_i) & y_i f(y_i) & f(y_i) \end{bmatrix}$$

برای هر کتاب جداگانه این ماتریس هوموگرافی را بدست آورده و تصویر را  $warp$  کرده و به اندازه ی طول و عرض کتاب crop کردم.

## سوال ۴

در این سوال ابتدا دو عکس را هم سایز کردم. عکس های من روی بودند و برای تطبیق چشم ها کاری نکردم. برای بردن به حوزه فرکانس از دستور هایی که در اسلاید های درس آمده بود استفاده کردم. چون در این کار از مقادیر مختلط استفاده می شود آرایه نامپای را با ورودی های از نوع مختلط ساختم. به علاوه همه مراحل کار را جداگانه روی هر چنل اعمال کردم. ابتدا با تابع  $fft$  و  $fftshift$  عکس ها را به حوزه فرکانس بردم. بعد قدرمطلق و لگاریتم گرفتم. و قسمت حقیقی آن را نگه داشتم. بعد مقادیر را بین صفر تا ۲۵۵ پخش کردم. و عکس های لگاریتم را ذخیره کردم. برای بدست آوردن فیلتر  $lowpass$  از روشی که در اسلاید های درس گفته شده بود برای ساختن ماتریس آن استفاده کردم و تابعی نوشتم که با دریافت واریانس فیلتر را بسازد. برای ساختن فیلتر  $higpass$  از یک منهای فیلتر  $lowpass$  استفاده کردم. برای ساختن  $cutoff$  هرکدام از این فیلتر ها ماتریسی می سازیم که مقادیری که فاصله آن ها از مرکز کمتر از مقدار خاصی باشد برابر صفر و بقیه برابر یک باشند. این فیلتر ها را روی عکس ها در حوزه فرکانس با استفاده از تابع  $multiply$  اعمال می کنیم. بعد دوباره عکس ها را به حوزه مکان بردم و سیو کردم. برای ترکیب کردن عکس ها با استفاده از میانگین گیری وزن دار عمل کردم و میانگین وزن دار عکس ها در حوزه فرکانس را به حوزه مکان بردم.