

3. INTEGRACION POTENCIAS DE FUNCIONES TRIGONOMETRICAS

Mgs. Javier Tarazona

Integrales de la forma $\int \sin^m x \cos^n x dx$

Caso 1: m o n es un entero positivo impar

Se desglosa la potencia impar y luego se usan las identidades trigonométricas.

$$\int \sin^5 x \cos^2 x dx$$

Caso 2: m y n son enteros pares

Se utilizan identidades trigonométricas.

$$\int \sin^2 x \cos^2 x dx$$

Integrales de la forma $\int \tan^m x \sec^n x dx$

Caso 1: m es un entero positivo impar

Se desglosa la potencia impar y luego se usan las identidades trigonométricas.

$$\int \tan^3 x \sec^7 x dx$$

Caso 2: n es un entero positivo par

Se desglosa la potencia par y luego se usan las identidades trigonométricas.

$$\int \sqrt{\tan x} \sec^4 x dx$$

Caso 3: m es par y n es impar

Escribimos la integral en términos de secante y usamos integración por partes.

$$\int \tan^2 x \sec^3 x dx$$

Fundamentos

En los problemas 1-40, evalúe la integral indefinida. Observe que algunas integrales no caen, hablando estrictamente, en ninguno de los casos considerados en esta sección. Usted debe evaluar estas integrales aplicando métodos previos.

- | | |
|---|--|
| 1. $\int (\sin x)^{1/2} \cos x \, dx$ | 2. $\int \cos^4 5x \sin 5x \, dx$ |
| 3. $\int \cos^3 x \, dx$ | 4. $\int \sin^3 4x \, dx$ |
| 5. $\int \sin^5 t \, dt$ | 6. $\int \cos^5 t \, dt$ |
| 7. $\int \sin^3 x \cos^3 x \, dx$ | 8. $\int \sin^5 2x \cos^2 2x \, dx$ |
| 9. $\int \sin^4 t \, dt$ | 10. $\int \cos^6 \theta \, d\theta$ |
| 11. $\int \sin^2 x \cos^4 x \, dx$ | 12. $\int \frac{\cos^3 x}{\sin^2 x} \, dx$ |
| 13. $\int \sin^4 x \cos^4 x \, dx$ | 14. $\int \sin^2 3x \cos^2 3x \, dx$ |
| 15. $\int \tan^3 2t \sec^4 2t \, dt$ | 16. $\int (2 - \sqrt{\tan x})^2 \sec^2 x \, dx$ |
| 17. $\int \tan^2 x \sec^3 x \, dx$ | 18. $\int \tan^2 3x \sec^2 3x \, dx$ |
| 19. $\int \tan^3 x (\sec x)^{-1/2} \, dx$ | 20. $\int \tan^3 \frac{x}{2} \sec^3 \frac{x}{2} \, dx$ |
| 21. $\int \tan^3 x \sec^5 x \, dx$ | 22. $\int \tan^5 x \sec x \, dx$ |
| 23. $\int \sec^5 x \, dx$ | 24. $\int \frac{1}{\cos^4 x} \, dx$ |
| 25. $\int \cos^2 x \cot x \, dx$ | 26. $\int \sin x \sec^7 x \, dx$ |

- | | |
|--|---|
| 27. $\int \cot^{10} x \csc^4 x \, dx$ | 28. $\int (1 + \csc^2 t)^2 \, dt$ |
| 29. $\int \frac{\sec^4(1-t)}{\tan^8(1-t)} \, dt$ | 30. $\int \frac{\sin^3 \sqrt{t} \cos^2 \sqrt{t}}{\sqrt{t}} \, dt$ |
| 31. $\int (1 + \tan x)^2 \sec x \, dx$ | 32. $\int (\tan x + \cot x)^2 \, dx$ |
| 33. $\int \tan^4 x \, dx$ | 34. $\int \tan^5 x \, dx$ |
| 35. $\int \cot^3 t \, dt$ | 36. $\int \csc^5 t \, dt$ |
| 37. $\int (\tan^6 x - \tan^2 x) \, dx$ | 38. $\int \cot 2x \csc^{5/2} 2x \, dx$ |
| 39. $\int x \sin^3 x^2 \, dx$ | 40. $\int x \tan^8(x^2) \sec^2(x^2) \, dx$ |

En los problemas 41-46, evalúe la integral definida dada.

- | | |
|--|---|
| 41. $\int_{\pi/3}^{\pi/2} \sin^3 \theta \sqrt{\cos \theta} \, d\theta$ | 42. $\int_0^{\pi/2} \sin^5 x \cos^5 x \, dx$ |
| 43. $\int_0^{\pi} \sin^3 2t \, dt$ | 44. $\int_{-\pi}^{\pi} \sin^4 x \cos^2 x \, dx$ |
| 45. $\int_0^{\pi/4} \tan y \sec^4 y \, dy$ | 46. $\int_0^{\pi/3} \tan x \sec^{3/2} x \, dx$ |

En los problemas 47-52, use las identidades trigonométricas

$$\sin mx \cos nx = \frac{1}{2} [\sin(m+n)x + \sin(m-n)x]$$

$$\sin mx \sin nx = \frac{1}{2} [\cos(m-n)x - \cos(m+n)x]$$

$$\cos mx \cos nx = \frac{1}{2} [\cos(m-n)x + \cos(m+n)x]$$

para evaluar la integral trigonométrica dada.

- | | |
|---------------------------------|----------------------------------|
| 47. $\int \sin x \cos 2x \, dx$ | 48. $\int \cos 3x \cos 5x \, dx$ |
|---------------------------------|----------------------------------|