



Республиканская физическая олимпиада 2015 год. (III этап)

Теоретический тур

# **УТВЕРЖДАЮ**

Заместитель председателя оргкомитета заключительного этапа
Республиканской олимпиады Заместитель Министра образования
В.А. Будкевич
« » ноября 2014 г.



# Республиканская физическая олимпиада 2015 год. (III этап)

# Теоретический тур

# <u>9 класс.</u>

- 1. Полный комплект состоит из трех заданий.
- 2. При оформлении работы каждую задачу начинайте с новой страницы. Первая половина тетради предназначена для чистовика, вторая для черновика. При недостатке бумаги обращайтесь к оргкомитету!
- 3. Подписывать тетради и отдельные страницы запрещается.
- 4. В ходе работы можете использовать ручки, карандаши, чертежные принадлежности, калькулятор.
- 5. Со всеми вопросами, связанными с условиями задач (но не с их решениями), обращайтесь к представителям Жюри.

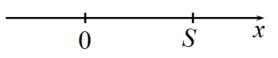


Постарайтесь внимательно прочитать условия задач! Может вам покажется, что условия задач слишком длинные. Но мы сочинили их такими, чтобы Вам было легче решать. Поверьте, иногда решения короче таких условий! Не теряйте присутствия духа, смело беритесь за решение каждой задачи. Помните, оцениваются не только полные решения, но и их отдельные части и даже отдельные здравые мысли.

# Задача 1. Разгон

Перед переездом на пустынной дороге стоит автомобиль. На светофоре указано, что переезд откроется через  $\tau$  секунд. Водителю необходимо попасть в точку, находящуюся на расстоянии S за переездом за минимальное время.

Введем ось Ox, направленную вдоль дороги, начало отсчета совместим с переездом. Автомобиль можно считать материальной точкой. Формально: при t=0, координата автомобиля x=0 и его скорость  $v_x=0$ .



Считайте, что автомобиль может двигаться только с постоянным по модулю ускорением a (при движении в любую сторону, при разгоне и при торможении). Такая ситуация возможна в сильный гололед. Расстояние  $S = \frac{a \, \tau^2}{2}$ .

# Часть 1. Примитивное решение.

Водитель ожидает открытия переезда и затем начинает двигаться с постоянным ускорением a. Найдите момент времени  $t_1$ , когда автомобиль окажется в нужной точке при таком плане движения. Постройте графики зависимости проекции скорости автомобиля  $v_x$  и его координаты x от времени.

<u>Примечание:</u> Здесь и далее рекомендуем построить графики зависимостей относительных величин  $v_x' = \frac{v_x}{a\tau}$  и  $x' = \frac{x}{a\tau^2}$  от величины  $t' = \frac{t}{\tau}$ . В этом случае вы сможете точно оцифровать оси графика.

## Часть 2. Умный лихач без тормозов.

Будем считать, что автомобиль может двигаться только с постоянным по модулю ускорением a (при движении в любую сторону, при разгоне и при торможении).

Определите закон движения автомобиля, при котором он достигнет нужной точки за минимальное время: постройте графики зависимости проекции скорости автомобиля  $v_x$  и его координаты x от времени в этом случае; найдите момент времени  $t_2$ , когда автомобиль окажется в нужной точке в этом случае.

### Часть 3. Умный лихач с тормозами.

Будем считать, что автомобиль может двигаться с постоянным по модулю ускорением a (при движении как вперед, так и назад), кроме того, он может резко, практически мгновенно затормозить (дорога сухая, автомобиль в полной исправности).

Определите закон движения автомобиля, при котором он достигнет нужной точки за минимальное время: постройте графики зависимости проекции скорости автомобиля  $v_x$  и его координаты x от времени в этом случае; найдите момент времени  $t_3$ , когда автомобиль окажется в нужной точке в этом случае.

# Задача 2. Сжимаемая жидкость

Во многих случаях воду и другие жидкости можно считать не сжимаемыми. Однако в реальности при увеличении давления объем воды уменьшается, а ее плотность возрастает.

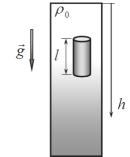
В вертикальном, очень глубоком сосуде находится жидкость, плотность  $\rho$  которой возрастает с глубиной h по закону

$$\rho = \rho_0 \left( 1 + \frac{h}{h_0} \right), \tag{1}$$

где  $ho_{\scriptscriptstyle 0}$  - плотность жидкости на поверхности,  $h_{\scriptscriptstyle 0}$  - некоторая постоянная величина.

- 1.1 Укажите размерность и физический смысл величины  $h_0$ .
- 1.2 Постройте график зависимости плотности жидкости от глубины. Какой смысл имеет площадь под этим графиком?
- 1.3 Найдите зависимость гидростатического давления P в сосуде от глубины h.

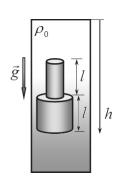
Под гидростатическим давлением понимается разность между давлением на глубине h и атмосферным давлением на поверхности.



1.4 В сосуд опускают вертикально небольшой однородный цилиндр высотой l ( $l << h_0$ ), изготовленный из материала с плотностью 3

$$ho_1 = \frac{3}{2} \, 
ho_0$$
. На какой глубине остановится этот цилиндр (его середина)?

 $1.5~{\rm B}$  сосуд опускают вертикально тело, состоящее из двух однородных цилиндров, изготовленных из того же материала, что и в п.1.4. Высоты каждого из цилиндров равны l, радиус нижнего в два раза больше радиуса верхнего. На какой глубине окажется место стыка цилиндров, когда это тело окажется в жидкости в состоянии равновесия? Тело полностью погружается в жидкость.



1.6 Найдите глубину погружения (по его середине) этого же тела, если его опустить меньшим цилиндром вниз.

# Задача 3. Изучение закона Ома

# Вопросы, на которые Вы должны ответить в отдельных рамках – их всего 10!

Молодой, но талантливый физик Федя решил экспериментально проверить закон Ома. Для этого он «добыл» отличный современный источник электрического тока, цифровой вольтметр, три постоянных резистора с сопротивлениями  $R_1=1,0\,O$ м,  $R_2=2,0\,O$ м,  $R_3=3,0\,O$ м и старенький школьный стрелочный амперметр, рассчитанный на измерения силы тока до 2 Ампер. Качественные соединительные провода в домашней лаборатории Феди были в избытке.

Далее Федя занялся теоретической подготовкой. Он подсчитал, что, комбинируя имеющиеся резисторы, он сможет провести измерения при 17 различных значениях сопротивлений цепи.

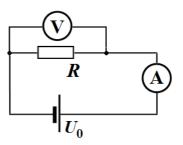
- 1. Как Феде удалось насчитать 17 возможных комбинаций? Укажите их и Вы! Рассчитывать сопротивления всех комбинаций не надо, просто приведите все возможные типы соединений.
- 2. Сколько в действительности различных сопротивлений можно собрать из имеющегося набора?

Однако Федя решил ограничиться (для простоты расчетов) только комбинациями, сопротивления, которых равны целому числу Омов. Тем более, что по его разумному мнению при малых сопротивлениях амперметр может выйти из строя.

Далее Федор собрал электрическую цепь, схема которой показана на рисунке и провел измерения, результаты которых привел в Таблице 1.

Таблица 1.

<i>R</i> , <i>О</i> м	<i>U</i> , <i>B</i>	I, A
1,0	1,600	1,6
2,0	2,286	1,1
3,0	2,667	0,9
4,0	2,909	0,7
5,0	3,077	0,6
6,0	3,200	0,5



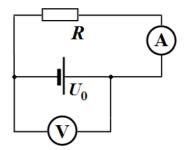
Результаты крайне удивили Федю: почему меняется напряжение? Неужели источник забарахлил? Но это не страшно – ведь закон Ома гласит, что сила тока пропорциональна напряжению! Для проверки этого Федя построил график зависимости силы тока от напряжения!? Результат поверг Федю в полное недоумение, он даже решил начать учить шведский язык, чтобы поехать в Швецию за Нобелевской премией, ведь, как известно: «Чем дальше эксперимент от теории, тем ближе он к Нобелевской премии!»

- 3. Постройте и Вы график зависимости силы тока от напряжения по данным Фединых измерений.
- 4. Какую ошибку допустил Федя в формулировке закона Ома?

Но, поразмыслив, Федор решил видоизменить схему эксперимента и собрал другую схему (см. рис.) И провел новые измерения, результаты которых представил в Таблице 2.

Таблица 2.

<b>R</b> , <b>О</b> м	<i>U</i> , <i>B</i>	I, A
1,0	4,000	1,6
2,0	4,000	1,1
3,0	4,000	0,9
4,0	4,000	0,7
5,0	4,000	0,6
6,0	4,000	0,5



Нет, источник в порядке, выдает указанное в его описании напряжение с высокой точностью!

Вот теперь можно проверить и закон Ома. Напряжение постоянно, следовательно, сила тока обратно пропорциональна сопротивлению — но лучше проверить «наоборот»: построить зависимость величины, обратной току  $\frac{1}{I}$  от сопротивления. Результат обнадежил, но полной ясности не внес!

- 5. Постройте график зависимости величины  $\frac{1}{I}$  от сопротивления R.
- 6. Подтверждает ли этот график закон Ома?

После длительных размышлений Федор понял, в чем заключалась его главная ошибка – он не учел важной характеристики одного из своих приборов! Ему даже не пришлось проводить новых измерений! Используя данные Таблицы 1, после небольших расчетов он построил график зависимости силы тока от напряжения, который полностью подтвердил закон Ома: «Все-таки, сила тока прямо пропорциональна напряжению!»

- 7. Какую характеристику не учел Федор при проведении своих исследований?
- 8. На основании данных Таблиц 1 и 2 покажите, что закон Ома выполняется, постройте график, на котором сила тока прямо пропорциональна напряжению.
- 9. Определите численное значение не учтенной заранее характеристики.
- 10. Приведите формулы, которые правильно описывают построенные вами графики.

# **УТВЕРЖДАЮ**

Заместитель председателя оргкомитета заключительного этапа
Республиканской олимпиады Заместитель Министра образования
В.А. Будкевич
«» ноября 2014 г.



# Республиканская физическая олимпиада 2015 год. (III этап)

# Теоретический тур

# **10** класс.

- 1. Полный комплект состоит из трех заданий.
- 2. При оформлении работы каждую задачу начинайте с новой страницы. Первая половина тетради предназначена для чистовика, вторая для черновика. При недостатке бумаги обращайтесь к оргкомитету!
- 3. Подписывать тетради и отдельные страницы запрещается.
- 4. В ходе работы можете использовать ручки, карандаши, чертежные принадлежности, калькулятор.
- 5. Со всеми вопросами, связанными с условиями задач (но не с их решениями), обращайтесь к представителям Жюри.



Постарайтесь внимательно прочитать условия задач! Может вам покажется, что условия задач слишком длинные. Но мы сочинили их такими, чтобы Вам было легче решать. Поверьте, иногда решения короче таких условий! Не теряйте присутствия духа, смело беритесь за решение каждой задачи. Помните, оцениваются не только полные решения, но и их отдельные части и даже отдельные здравые мысли.

# Задача 1. Вниз по ступенькам

В данной задаче вам предлагается рассмотреть движение вниз по ступенькам в различных вариантах. В скобках в пунктах задачи указаны величины, через которые необходимо выразить ответ. Ускорение свободного падения -g.

#### Часть А. Абсолютное скольжение

#### 1. Две ступеньки

Шайба, размером которой можно пренебречь, скользит по гладкой горизонтальной поверхности с некоторой скоростью. На пути шайбы на расстоянии l друг от друга находятся две ступеньки высотой h (рис. 1). Будем считать, что соударения с шайбы с поверхностью неупругие в том смысле, что при столкновении «зануляется» вертикальная составляющая скорости, а горизонтальная сохраняется.

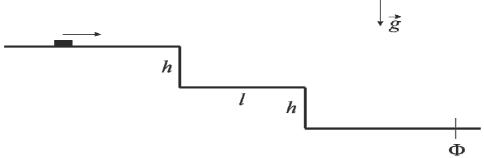


Рисунок 1 — Шайба и две ступеньки высокой h

Если начальная скорость шайбы будет больше некоторого критического значения  $v_{\kappa p}$ , шайба перелетит одну ступеньку и ударится в ее край.

# **А1.1.** Найдите $v_{\text{кр}}$ (l, h, g).

Далее будем рассматривать случаи  $v_{\rm kp+}$  и  $v_{\rm kp-}$ , когда начальная скорость шайбы больше или меньше критической соответственно, однако мало отличается от нее. Значения  $v_{\rm kp+}$  и  $v_{\rm kp-}$  считаем приближенно равными.

- **A1.2.** В каком из случаев,  $v_{\text{кр+}}$  или  $v_{\text{кр-}}$ , время достижения некоторой точки  $\Phi$  за ступеньками (рис. 1) будет меньше?
- **A1.3.** В каком из случаев,  $v_{\text{кp+}}$  или  $v_{\text{кp-}}$ , потери механической энергии по достижении точки Ф будут меньше?

#### 2. Бесконечная лестница.

Теперь предположим, что ступенек выстой h на расстоянии l друг от друга бесконечно много. Если посмотреть на них сбоку с большого расстояния, то будет казаться, что вся лестница представляет собой сплошную наклонную плоскость, а скачущая шайба казаться просто скользящей по ней.

**А2.1.** Считая, что изначально шайбу запустили со скоростью  $v_{\text{кр-}}$ , найдите скорость ее кажущегося скольжения по такой наклонной плоскости  $v_{\text{накл}}(h, l, g)$ .

#### Часть В. Трение скольжения

Снова рассмотрим случай двух ступенек из части A1. Пусть теперь присутствует сухое трение скольжения, одинаковое на всех поверхностях. Коэффициент трения скольжения равен  $\mu$ . Будем считать трение небольшим настолько, что во всех рассматриваемых случаях шайба достигает точки  $\Phi$  (рис. 1).

- **В1.1** Пусть шайбу запустили со скоростью  $v_B < v_{\rm kp}$  с края первой ступеньки. Считая, что время соударения очень мало, определите скорость шайбы сразу после первого неупругого соударения  $v_B'$  ( $v_B$ ,  $\mu_s$  g, h).
- **B1.2** В каком из случаев,  $v_{\text{кр+}}$  или  $v_{\text{кр-}}$ , потери механической энергии будут меньше?

# Задача 2. Пружинный газ

Как известно, при изменении объема газа его давление будет также изменяться, что приводит к появлению у газов некоторых «упругих» свойств, который можно использовать, например, для амортизации в различных механизмах. В данной задаче вам предлагается изучить свойства идеального газа, сравнивая его с классическими упругими пружинами.

# Часть А. Газ как пружина

Идеальный одноатомный газ, заполняет открытый цилиндрический сосуд с поршнем, который может двигаться практически без трения (рис. 1). Стенки сосуда и поршень хорошо проводят тепло. Система находится в равновесии. Площадь основания цилиндра  $S = 200 \text{ см}^2$ , начальный объем газа  $V_0 = 3.0 \text{ л}$ .

Если в такой системе надавить или потянуть за поршень, то можно ощутить некоторые «упругие» силы.

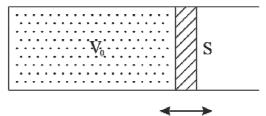


Рисунок 1 – Сосуд с поршнем (к части А)

- **А1.1.** Покажите, что при малых деформациях для системы выполняется закон Гука. Найдите жесткость такой «газовой пружины» при малых деформациях.
- **А1.2**. Получите выражение и значение для модуля Юнга такого «упругого материала» при малых деформациях.

При увеличении деформаций закон Гука перестает выполняться, что можно представить, как изменение жесткости системы.

А1.3. Будет ли жесткость увеличиваться или уменьшаться при увеличении деформации?

Далее, в целях энергосбережения, стенки и поршень решили теплоизолировать. Изучите свойства новой «газовой пружины»:

- **А2.1.** Покажите, что при малых деформациях для системы выполняется закон Гука. Найдите жесткость такой «газовой пружины» при малых деформациях.
- **А2.2.** Получите выражение и значение для модуля Юнга такого «упругого материала» при малых деформациях.
- А2.3. Будет ли жесткость увеличиваться или уменьшаться при увеличении деформации?

# Часть В. Газ против пружины.

С открытой части к поршню из пункта A2 присоединили «классическую» пружину жесткости k=15 кН/м (рис. 2). Первоначально пружина находится в недеформированном состоянии.

Для того чтобы газ «посоревновался» с пружиной, его нагрели, удерживая поршень на месте, с комнатной температуры  $T_0 = 20$  °C до температуры  $T_1 = 80$  °C. Затем поршень резко отпустили.

**В1.** Пренебрегая массой поршня, найдите температуру газа  $T_2$  после того, как система придет в равновесие.

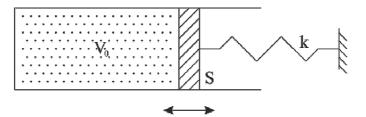


Рисунок 2 – Сосуд с поршнем и пружиной (к части В)

### Подсказки:

### Физика:

Универсальная газовая постоянная  $R=8,31~\rm{Дж/(K\cdot моль)}$  Постоянная Больцмана  $k=1,38\cdot 10^{-23}~\rm{Дж/K}$  Постоянная Авогадро  $N_{\rm A}=6,02\cdot 10^{23}~\rm{моль}^{-1}$ 

Атмосферное давление  $p_0 = 101$  кПа

Плотность сухого воздуха (н.у.)  $\rho_B = 1,20 \text{ кг/м}^3$ 

 $0 \,{}^{\circ}C = 273 \,\mathrm{K}$ 

Закон Гука в дифференциальной форме:  $\sigma = E \cdot \varepsilon$ , где  $\sigma$  – поверхностное напряжение, E – модуль Юнга материала,  $\varepsilon$  – относительное удлинение.

Для малых  $\alpha$  справедливо:  $\frac{1}{1+\alpha} \approx 1 - \alpha + \alpha^2 - \alpha^3 + ...$ 

# Задача 3. Терморезистор – терморегулятор.

В данной задаче Вам необходимо проанализировать возможность проанализировать возможность применения такого прибора в качестве нагревателя и терморегулятора (устройства, поддерживающего постоянную заданную температуру). Далее эту не изменяющуюся температуру будем называть установившейся температурой.

Терморезистор – полупроводниковый прибор, электрическое сопротивление которого уменьшается с ростом температуры.

На отдельном бланке №1 показан график зависимости проводимости используемого терморезистора от температуры. Эта зависимость описывается формулой

$$G = at^2 + b, (1$$

где t - температура терморезистора в градусах Цельсия,  $a=5.0\cdot 10^{-5}\frac{C_M}{K^2}$ ,  $b=6.1\cdot 10^{-2}$  См - постоянные коэффициенты.

Справка: Проводимость – величина обратная электрическому сопротивлению  $G = \frac{1}{R}$ . Единица измерения – сименс (См) 1См = 1Ом $^{-1}$ .

# В своем решении Вы можете использовать этот бланк, проводя на нем дополнительные построения. Не забудьте его сдать вместе с Вашей рабочей тетрадью!

- 1. Чему равно сопротивление терморезистора при комнатой температуре?
- 2. Терморезистор подключен к источнику постоянного напряжения U=20B. Чему равна мощность выделяющейся теплоты, если температура терморезистора равна комнатной?

# Здесь и далее комнатную температуру считайте равной $t_0 = 20$ °C

Терморезистор опущен в сосуд, содержащий  $m = 200 \, c$  воды, которую необходимо нагревать, а затем поддерживать постоянную температуру. Удельная теплоемкость воды  $c = 4.2 \cdot 10^3 \, \frac{\mathcal{J} \mathcal{H}}{\kappa c \cdot K}$ , теплоемкостью сосуда и терморезистора можно пренебречь, удельная

теплота испарения воды  $L=2.2\cdot 10^6\, \frac{\ensuremath{\mathcal{L}\!\!\!/} \ensuremath{\mathcal{E}\!\!\!/}}{\kappa\ensuremath{\mathcal{E}\!\!\!/}}$ . Нагретая вода остывает из-за потерь теплоты в окружающую среду. Мощность тепловых потерь описывается формулой

$$P = \beta(t - t_0), \tag{2}$$

где t - температура воды в сосуде,  $t_0 = 20^{\circ}C$  - температура окружающей среды,  $\beta$  - постоянная величина, которая называется коэффициент теплоотдачи.

3. Найдите численное значение коэффициента теплоотдачи  $\beta$ , если известно, что вода в стакане, нагретая до температуры t = 30°C остывает (при выключенном нагревателе) на 1° за 1 минуту.

Далее Вам необходимо исследовать зависимость установившейся температуры t воды в сосуде от напряжения U, прикладываемому к терморезистору. Напряжение источника, подаваемого на терморезистор, может изменяться от 0 до 30 В.

- 4. Постройте в тетради (а не на бланке) схематические графики мощности теплоты, выделяющейся при протекании электрического тока через терморезистор и мощности тепловых потерь в окружающую среду от температуры воды. Построения проведите для двух значений напряжения источника, при которых характер процессов нагревания существенно изменяется. Укажите, в чем заключается это изменение.
- 5. Используя график зависимости проводимости от температуры (бланк №1), найдите примерный диапазон температур, которые могут поддерживаться постоянными рассматриваемым устройством. Также укажите, при каком минимальном напряжении на терморезисторе вода в сосуде сможет нагреться от комнатной температуры до температуры кипения.. Необходимые построения проведите на этом бланке.
- 6. Рассчитайте зависимость установившейся температуры воды в сосуде от напряжения источника. Постройте график этой зависимости.
- 7. Напряжения источника выбрано таким, что установившаяся температура воды равна  $50^{\circ}$ . Оцените, за какое время  $\tau_1$  вода нагревается от комнатной температуры на  $1^{\circ}$ . Также оцените время  $\tau_2$ , за которое вода нагреется от  $49^{\circ}$  до  $50^{\circ}$ .
- 8. Напряжение источника настроено на установившуюся температуру  $t=50^\circ$ , однако в сосуд налили воду, масса которой  $m=200\,\varepsilon$ , находящуюся при температуре  $t=80^\circ$ . При этом оказалось, что вода закипела. Объясните, почему закипела вода. Оцените время  $\tau_3$ , за которое вода нагреется до температуры кипения. Найдите время (от начала закипания)  $\tau_4$ , за которое выкипит вся налитая вода.

0,60 -0,05 0,25 0,30 -0,35 -0,40 0,50 0,55 0,00 0,10 -0,45 Зависимость проводимости терморезистора от температуры  $\bigcap_{G,\ CM}$ 6 20 <u>ა</u> 40 Бланк №1 50 8 70 80 9 t, $^{\circ}C$ 

# **УТВЕРЖДАЮ**

Заместитель председателя оргкомитета заключительного этапа
Республиканской олимпиады Заместитель Министра образования
В.А. Будкевич
« » ноября 2014 г.



# Республиканская физическая олимпиада 2015 год. (III этап)

# Теоретический тур

# **11 класс.**

- 1. Полный комплект состоит из семи частей, связанных общей идеей.
- 2. При оформлении работы каждую задачу начинайте с новой страницы. Первая половина тетради предназначена для чистовика, вторая для черновика. При недостатке бумаги обращайтесь к оргкомитету!
- 3. Подписывать тетради и отдельные страницы запрещается.
- 4. В ходе работы можете использовать ручки, карандаши, чертежные принадлежности, калькулятор.
- 5. Со всеми вопросами, связанными с условиями задач (но не с их решениями), обращайтесь к представителям Жюри.



Постарайтесь внимательно прочитать условия задач! Может вам покажется, что условия задач слишком длинные. Но мы сочинили их такими, чтобы Вам было легче решать. Поверьте, иногда решения короче таких условий! Не теряйте присутствия духа, смело беритесь за решение каждой задачи. Помните, оцениваются не только полные решения, но и их отдельные части и даже отдельные здравые мысли.

# Параболическая физика.

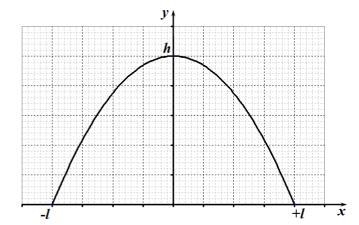
#### Часть 1. Математическое введение.

На уроках математики вы изучали квадратичную функцию

$$y = ax^2 + bx + c \tag{1}$$

И, возможно, знаете, что ее графиком является парабола.

Такая функция часто встречается и в физике. Иногда бывает полезно представить эту функцию в таком виде, чтобы ее параметры имели наглядный смысл.



1.1 Запишите уравнение параболы, симметричной относительно оси Oy, пересекающей ось Ox в точках  $x=\pm l$ , а ось Oy в точке y=h (рис. 1)

Рис. 1

1.2 Параболу можно также определить, как геометрическое место точек A, таких, что расстояние от этих точек до прямой (называемой директрисой параболы) равно расстоянию до некоторой точки F (называемой фокусом параболы) AB = AF.

Запишите уравнение параболы, для которой директрисой является ось Ox, а фокус лежит на оси Oy в точке  $y_F = a$  (рис. 2).

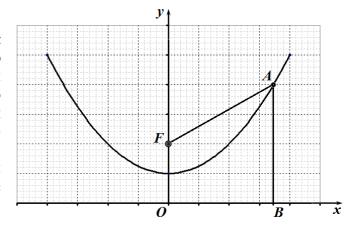


Рис. 2

При решении задачи вам понадобится формула (выводить ее не надо) для объема кругового параболоида радиуса R и высотой h:

$$V = \frac{1}{2}\pi R^2 h$$

Такая фигура получается при вращении параболы вокруг собственной оси (Рис. 3).

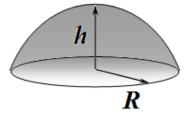


Рис. 3

Часть 2. Тело брошено под углом к горизонту... сопротивление воздуха не учитывать!

- 2.1 Камень бросили под углом  $\alpha$  к горизонту с начальной скоростью  $v_0$  с обрыва высотой h над поверхностью воды. Совместим ось Ox с поверхностью воды, а вертикальную ось Oy проведем через точку бросания (Рис. 4)
- 2.1.1 Запишите уравнение траектории полета камня y(x).
- 2.1.2 Найдите, на каком расстоянии S от обрыва камень упадет в воду.

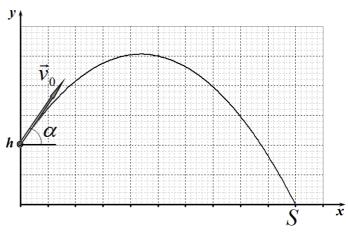
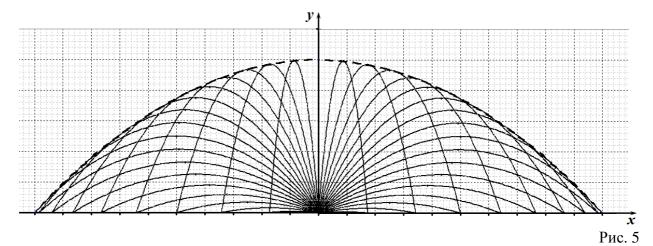


Рис. 4

2.1.3 Под каким углом к горизонту следует бросать камень (при неизменном модуле начальной скорости  $v_0$ ), чтобы он упал на максимально возможном расстоянии от обрыва? Чему равно это максимальное расстояние  $S_{\max}$ ?

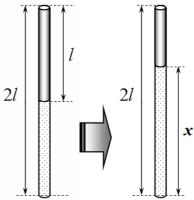
### Часть 3 Парабола безопасности

**3.1** Некий хулиган любит бросаться камнями. Пусть он бросает камни из начала координат под произвольными углами к горизонту, но с одной и той же начальной скоростью  $v_0$ . Покажите, что огибающая всех траекторий камней (граница области досягаемости) является параболой. Найдите уравнение этой параболы Y(x) (которая также называется *параболой безопасности* - на рис. 5 она изображена пунктиром).



В вертикальной трубке длиной 2l с отрытым верхним концом столбик ртути высотой l запирает воздух, находящийся в нижней части пробирки при температуре  $t_0=20^{\circ}C$ . Атмосферное давление равно  $P_0=0.80l$  (в мм рт. ст.)

Чтобы вытеснить ртуть из трубки воздух в ней начинают медленно нагревать. Будем считать процесс нагревания квазистационарным, т.е. при любой высоте столбика воздуха x система находится в равновесии.



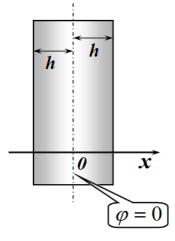
- 4.1 Постройте графики зависимостей давления P(x) и — — — температуры воздуха T(x) в пробирке от высоты столбика воздуха x в процессе расширения газа. Выберите такие единицы измерения, чтобы ваши графики были точными, а не схематическими.
- 4.2 До какой минимальной температуры следует нагреть газ, чтобы он полностью вытеснил ртуть из трубки?

# Часть 5. Электрическая парабола

5.1 Пластина толщиной 2h равномерно заряжена с объемной плотностью заряда  $\rho$ . поперечные размеры пластины значительно больше ее толщины, так что граничными эффектами можно пренебречь.

Ось Ox направлена перпендикулярна пластине, начало отсчета находится в центре пластины.

5.1.1 Найдите зависимость проекции вектора напряженности электрического поля  $E_x$  на ось Ox от координаты x в диапазоне  $x \in [-2h, +2h]$ . Постройте график полученной зависимости. Считайте заряд пластины отрицательным.

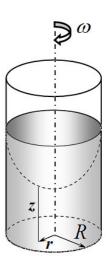


5.1.2 Найдите зависимость потенциала электростатического поля от координаты x в диапазоне  $x \in [-2h, +2h]$ , если потенциал в центре пластины принят равным нулю  $\varphi(0) = 0$ . Постройте график полученной зависимости.

# Часть 6. Парабола в стакане

Высокий цилиндрический сосуд радиуса R частично заполнен водой, высота уровня воды в покоящемся сосуде равна  $h_0$ . Сосуд начинают раскручивать вокруг вертикальной оси, совпадающей с осью сосуда. При этом на поверхности воды образуется осесимметричная воронка.

- 6.1 Найдите уравнение профиля этой воронки, т.е высоту уровня воды z в точке, находящейся на расстоянии r от оси вращения. Угловая скорость вращения равна  $\omega$ , при этом вода из сосуда не выливается, воронка не достает дна сосуда.
- 6.2 При какой угловой скорости вращения  $\omega^*$  воронка достигнет дна сосуда?



### Часть 7. Оптическая парабола

Американский физик Д.Вуд предложил оригинальную отражательную оптическую систему (телескоп Вуда): сосуд со ртутью вращают с малой угловой скоростью  $\omega = 1,5 \, pad/c$ . Поверхность ртути представляет собой зеркало, в котором формируется изображение звезд.

- 6.1 Докажите, что все (а не только идущие на малых расстояниях от оси) параллельные лучи, падающие на зеркало после отражения в нем пересекутся в одной точке. На каком расстоянии от вершины зеркала находится эта точка?
- 6.2 Две звезды находятся вблизи зените так, что угловое расстояние между ними для земного наблюдателя равно  $\Delta \alpha = 1.0^{\circ}$ . Найдите расстояние  $\Delta l$  между их изображениями в телескопе Вуда при заданных параметрах системы.

Считайте ускорение свободного падения равным  $g = 9.8 \frac{M}{c^2}$ .