

PRÁCTICA 4. DISTRIBUCIONES CONTINUAS

UNIFORME Y EXPONENCIAL

Objetivo

El objeto de la presente sesión de práctica informática es complementar y afianzar los conceptos relativos a las distribuciones continuas Uniforme y Exponencial vistos en las sesiones de teoría de aula y seminario (apartados 2.3 y 2.4 de la UD4).

Para ello se proponen varios ejercicios que los alumnos deberán de hacer por grupos con la ayuda del profesor. Se recomienda que los resultados obtenidos en los ejercicios de esta práctica, o algunos de ellos, se comparen con los obtenidos a partir del *Statgraphics*, en aquellos apartados que sea posible.

Las posibilidades que ofrece el *Statgraphics* respecto a este tipo de distribuciones son las mismas que se explicaron en la **Práctica 2**, sólo cambia el tipo de la distribución elegida y, como es obvio, el tipo y valor de los **parámetros** que la determinan en cada caso ("**Analysis Options**").

Ejercicio 1

Un montacargas se utiliza para transportar paquetes de un cierto tipo cuyo peso fluctúa uniformemente entre 190 Kg. y 210 Kg.

- a) Determinar cuál es la variable aleatoria en estudio y su distribución.
- b) Se tiene constatado que la carga máxima permitida es de 60 paquetes, ¿Cuál será en promedio el peso de la carga máxima? ¿Y su desviación típica?

SOLUCIÓN:

a) $X = \text{peso de un paquete} \sim U(190, 210)$

b) $CM = X_1 + X_2 + \dots + X_{60}$

Media $CM = m_{X_1} + m_{X_2} + \dots + m_{X_{60}}$

$m_{X_i} = (190 + 210) / 2 = 200 \Rightarrow$

Media $CM = 60 \times 200 = 12000 \text{ Kg}$

$\sigma_{CM} = (\sigma_{X_1}^2 + \sigma_{X_2}^2 + \dots + \sigma_{X_{60}}^2)^{1/2}$

$\sigma_{X_i}^2 = (210 - 190)^2 / 12 = 33,33 \Rightarrow$

$\sigma_{CM} = (60 \times 33,33)^{1/2} = 44,72 \text{ Kg}$

Ejercicio 2

Una conocida multinacional que fabrica ratones inalámbricos ha incorporado a éstos un chip que permite aumentar la duración de las baterías, y afirma que con ese chip la duración de las baterías llega a los 5,55 meses en el 50% de los casos. Si los tiempos de vida de las baterías siguen una distribución exponencial, se pide:

- a) Determina cuál es la variable aleatoria y su distribución.
- b) Calcula la probabilidad de que la duración de una batería sea superior o igual a la media.
- c) ¿Cuál debería ser la duración (t) para obtener una fiabilidad a los t meses del 95%?

SOLUCIÓN:

$$\begin{aligned} \text{a) } T &\sim \text{Exp}(\alpha) \quad P(T \geq 5,55) = 0,5 \Rightarrow e^{-5,55\alpha} = 0,5 \Rightarrow \\ -5,55\alpha &= \ln 0,5 \Rightarrow \alpha = \ln 0,5 / (-5,55) = 0,125 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) media} &= 1/0,125 = 8 \\ P(T \geq 8) &= e^{-0,125/0,125} = 0,3679 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } P(T \geq t) &= e^{-0,125t} = 0,95 \Rightarrow -0,125t = \ln 0,95 \Rightarrow \\ t &= \ln 0,95 / (-0,125) = 0,41 \text{ meses} \end{aligned}$$

Ejercicio 3

El tiempo T de proceso de consultas en un sistema informático sigue una distribución exponencial de parámetro α . Se sabe que el 10% de las consultas duran más de 20 segundos.

- a) ¿Cuánto vale α ?
- b) ¿Cuánto vale en promedio T?
- c) ¿Cuál es la probabilidad de que una consulta dure más de 30 segundos?
- d) Calcular la mediana de T y compararla con la media. Hacer también la comparación gráficamente sobre la función de probabilidad acumulada.

SOLUCIÓN:

$$\begin{aligned} \text{a) } P(T > 20) &= 0,1 \Rightarrow e^{-\alpha 20} = 0,1 \Rightarrow -\alpha 20 = \ln 0,1 \Rightarrow \\ \alpha &= \ln 0,1 / (-20) = 0,115 \end{aligned}$$

$$\text{b) media} = 1/0,115 = 8,69 \text{ s}$$

$$\text{c) } P(T > 30) = e^{-0,115 \times 30} = 0,0317$$

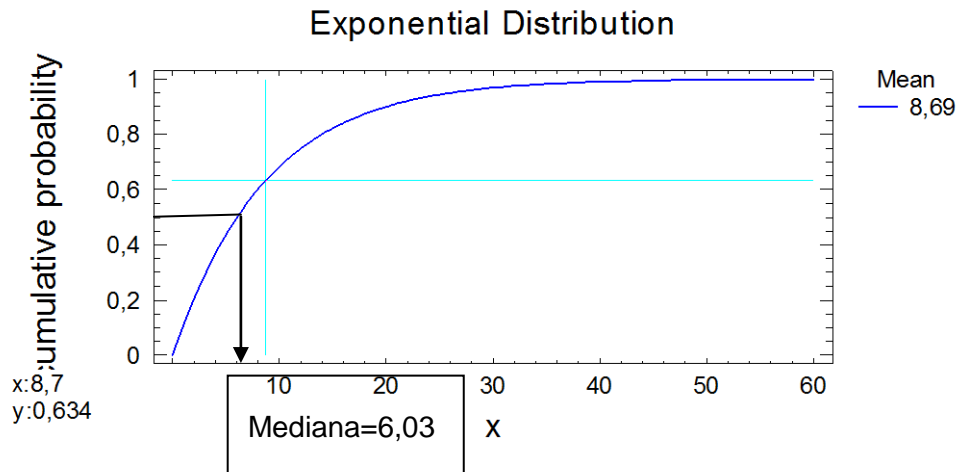
$$d) P(T > \text{mediana}) = 0,5 \Rightarrow e^{-0,115 \times \text{mediana}} = 0,5 \Rightarrow$$

$$-0,115 \times \text{mediana} = \ln 0,5 \Rightarrow$$

$$\text{mediana} = \ln 0,5 / -0,115 = 6,027 < \text{media} = 8,69$$

$$P(T < \text{media}) = 0,6321$$

$$P(t < \text{mediana}) = 0,5$$



Ejercicio 4

Una empresa que fabrica *chips* considera un *chip* defectuoso si su vida no supera las 100 horas de funcionamiento. Sabiendo que la duración en horas de un *chip* sigue una distribución exponencial de media 100 horas. Se pide:

a) Si un *chip* lleva 500 horas funcionando, ¿cuál es la probabilidad de que el tiempo total de funcionamiento del mismo sea superior a las 1000 horas?

b) Esta empresa vende los *chips* que fabrica en cajas de 50 unidades, ¿cuál es la probabilidad de que una caja contenga más de un *chip* defectuoso?

SOLUCIÓN:

$$a) \text{media} = 100 \Rightarrow \alpha = 0,01$$

$$P(T > 1000 / T > 500) = P(T > 500) = e^{-0,01 \times 500} = 0,0067$$

$$b) P(\text{chip defectuoso}) = P(T < 100) =$$

$$= 1 - e^{-0,01 \times 100} = 0,6321$$

$X = n^{\circ}$ chips defectuosos en una caja de 50

$$X \sim B(n=50, p=0,6321)$$

$$P(X > 1) = 1 - P(X \leq 1) = 1 - (1 - 0,6321)^{50} - 50 \times 0,6321 \times (1 - 0,6321)^{49} \approx 1$$