DEPARTAMENT DE MATEMÀTICA APLICADA (ETSINF)

QÜESTIONARI DE LA VUITENA PRÀCTICA

1. La suma s_n dels n primers nombres naturals senars és $s_n = \sum_{k=1}^{\boxed{}} \boxed{} = \boxed{}$

2. Calcula la suma exacta de la sèrie numèrica

$$\sum_{n\geq 1} \frac{(-1)^{n+1}}{n^4} = \boxed{} \approx \boxed{}$$

La suma parcial $s_{50} = \boxed{}$ proporciona $\boxed{}$ decimals exactes.

3. Sabent que la suma parcial n-èssima de la sèrie $\sum_{n\geq 1} a_n$ es $s_n = \dfrac{n}{2n+1}$, determina el terme general, a_n, i la suma de la sèrie en cas de convergència.

La sèrie té per terme general $a_n = \boxed{}$, i la seua suma és $\boxed{}$.

4. Calcula el valor exacte de la suma de la sèrie $\sum_{n\geq 1} \dfrac{(-1)^{n+1}}{n \cdot 2^n} = \boxed{} \approx \boxed{}$

¿Quants termes necessites sumar per a aproximar la suma de la sèrie amb 4 decimals exactes? $N = \boxed{}$

L'aproximació que proporciona la suma parcial corresponent és $\boxed{}$.

5. Calcula el polinomi de McLaurin de grau 9 de la funció $f(x) = \log\left(\dfrac{1+x}{1-x}\right)$

$$\boxed{P_9(x) := }$$

Representa gràficament $f(x)$ i $P_9(x)$. Observa que $P_9(x)$ aproxima la funció $f(x)$ si x està prop de 0. Calcula l'aproximació que proporciona el polinomi anterior per a $\log(3)$ (substituint x per $\boxed{}$ en P_9),

$$\log(3) \approx \boxed{}$$

Millora l'estimació anterior calculant l'aproximació que proporciona el polinomi de McLaurin de grau 20

$$\log(3) \approx \boxed{}$$

Compara aquest valor amb el que calcula *Mathematica* (utilitzant `N[]`) i conclou que l'aproximació obtinguda garanteix $\boxed{}$ decimals correctes.

6. Sabent que la funció $f(x) = \cos(x)$ es pot escriure com

$$f(x) = P_n(x) + R_n(x) \quad , \quad x \in \mathbb{R},$$

sent $P_n(x)$ el polinomi de Taylor de grau n i $R_n(x)$ el residu de Lagrange

$$R_n(x) = \frac{f^{(n+1)}(s)}{(n+1)!}\,(x-a)^{n+1} \quad , \quad s \in \,]a, x[\,,$$

aproxima els 20 primer decimals de $\cos(5/100)$ utilitzant el polinomi de McLaurin de grau 8

$$\cos(5/100) \approx P_8(5/100) = \boxed{}$$

L'error comès vindrà acotat per

$$|R_8(5/100)| \leq \frac{\boxed{}}{\boxed{}}(5/100)^9 < 10^{-\boxed{}}$$

Verifica-ho aproximant el valor de $\cos(5/100)$ amb `N[]`.