INTRODUCCIÓN A LA TEORÍA DE GRAFOS
SESION 5

Antonio Hervás Jorge
2017

OBJETIVOS

1

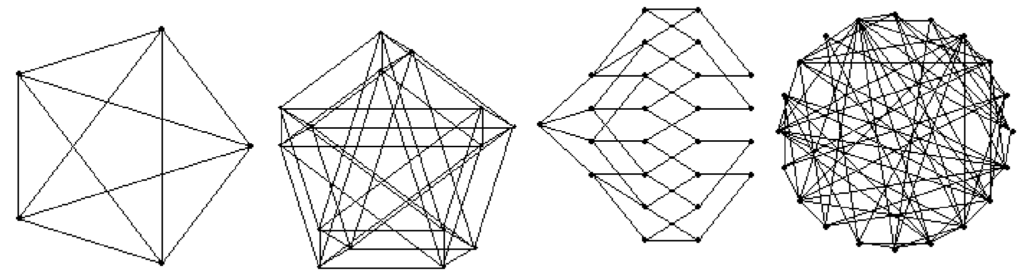
- Vamos a ver más grafos con propiedades especiales que les caracterizan.

2

- Aparecen nuevos problemas, nuevas maneras de resolverlos.

3

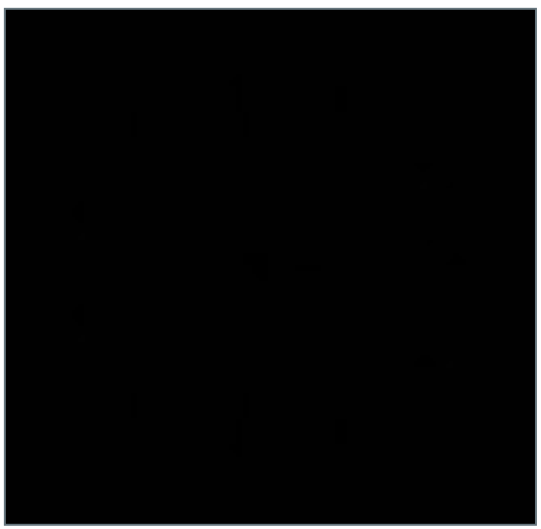
- Veremos el concepto análogo para Grafos DIRIGIDOS

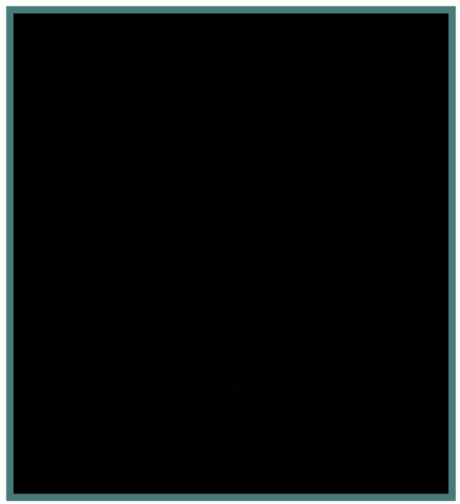


ÁRBOLES

ARBOLES

Definición 59 *Sea $G=(V,E)$ un grafo no dirigido. Diremos que G es un* árbol *si es conexo y acíclico.*





ARBOLES

Teorema 12 *Sea $G=(V,E)$ un grafo no dirigido. Las siguientes afirmaciones son equivalentes:*

(a).- *G es un árbol.*

(b).- *G no tiene bucles y para cualquier par de vértices distintos en V, existe un único camino simple en G que los une.*

(c).- *G es acíclico y $|E| = |V| - 1$.*

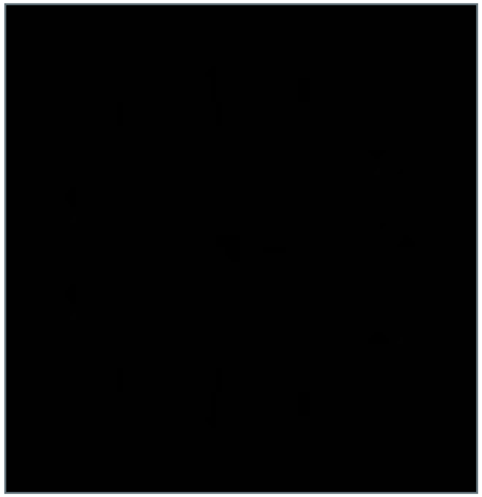
(d).- *G es conexo y $|E| = |V| - 1$.*

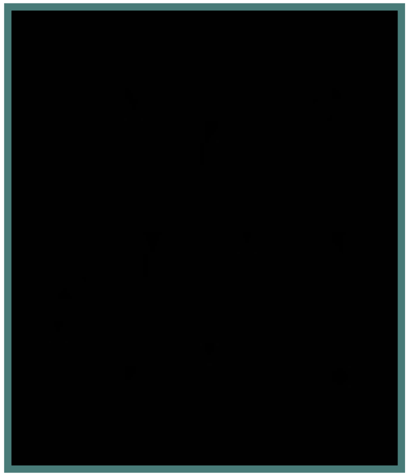
ARBOLES

Corolario 3 *Sea $A=(V,E)$ un grafo no dirigido. Si $A=(V,E)$ es un árbol no trivial, entonces contiene al menos dos vértices de grado uno.*

Corolario 4 *Sea $A=(V,E)$ un grafo no dirigido. $A=(V,E)$ es un árbol si y sólo si toda arista es de corte.*

Definición 60 *Sea $G=(V,E)$ un grafo no dirigido. Llamaremos* árbol generador *de un grafo G, a un subgrafo generador que sea árbol.*



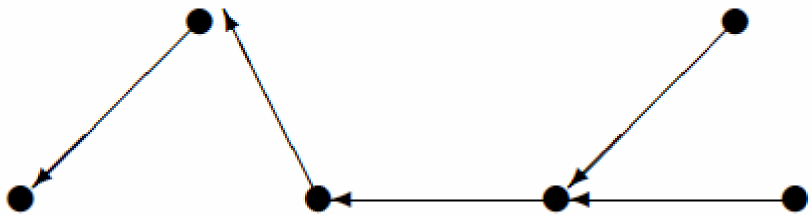


ARBOLES DIRIGIDOS

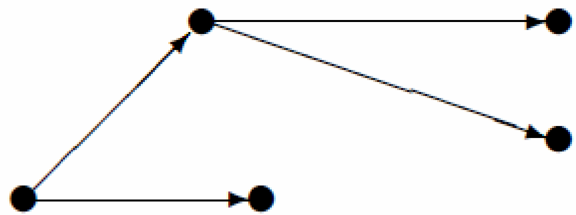
Definición 61 *Un* árbol dirigido *es un grafo dirigido débilmente conexo que no contiene semiciclos.*

Definición 62 *Una* arborescencia *es un grafo dirigido acíclico en el que sólo uno de sus vértices tiene grado de entrada cero y los vértices restantes tienen grado de entrada uno. Al vértice cuyo grado de entrada es cero se le llama raíz del árbol.*

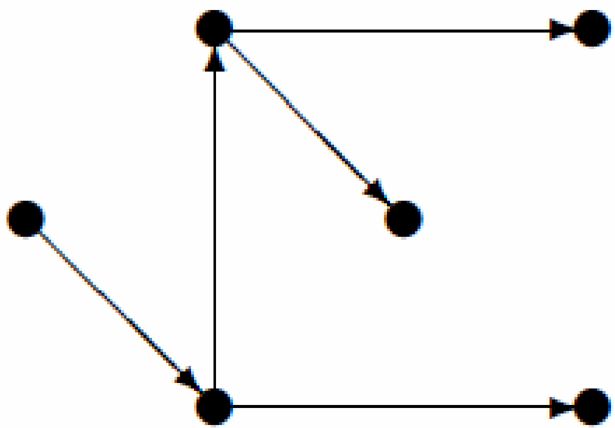
ARBOLES DIRIGIDOS



(a)



(b)



ARBOL GENERADOR DE MINIMO PESO

Algoritmo 4 (Kruskal)

/ G es un grafo no dirigido ponderado de n vértices y un conjunto E de aristas. T es el conjunto de aristas a incluir en el árbol generador. */*

line procedure KRUSKAL(G,T,n)

$T \leftarrow 0$; $i \leftarrow 0$; $E \leftarrow E(G)$;/* $|T| = i$ */

while $((E \neq 0)$ *and* $(i \neq n - 1))$ *do*

  sea (u, w) *la arista de menor peso de* E

  $E \leftarrow E - \{(u, w)\}$

  if (u, w) *no forma un ciclo en* T

    then

    $T \leftarrow T \cup \{(u, w)\}$

    $i \leftarrow i + 1$

  end if

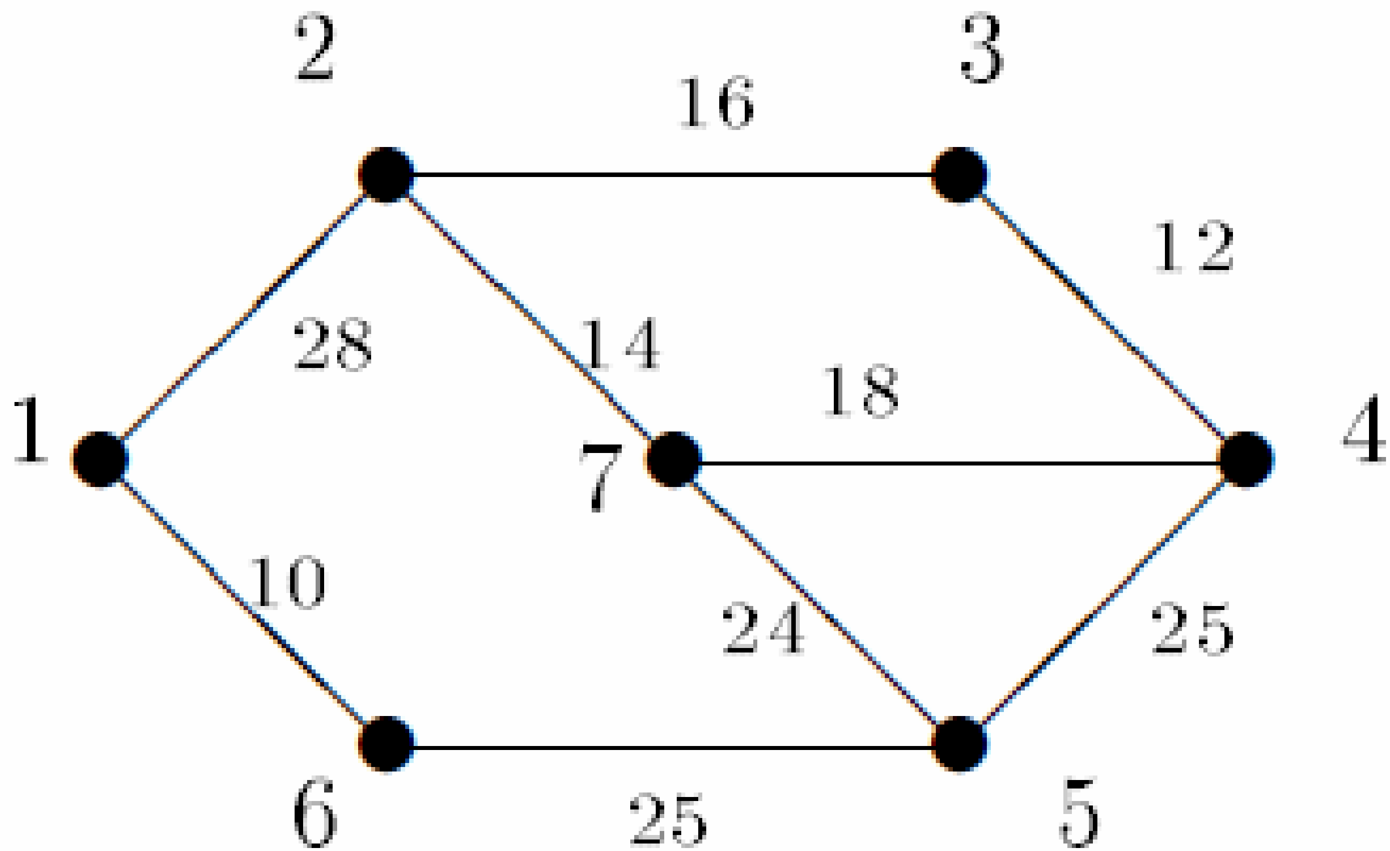
end while

if $(i \neq n - 1)$ *then print("G no es conexo")*

end if

end KRUSKAL

ARBOL GENERADOR DE MINIMO PESO



ARBOL GENERADOR DE MINIMO PESO

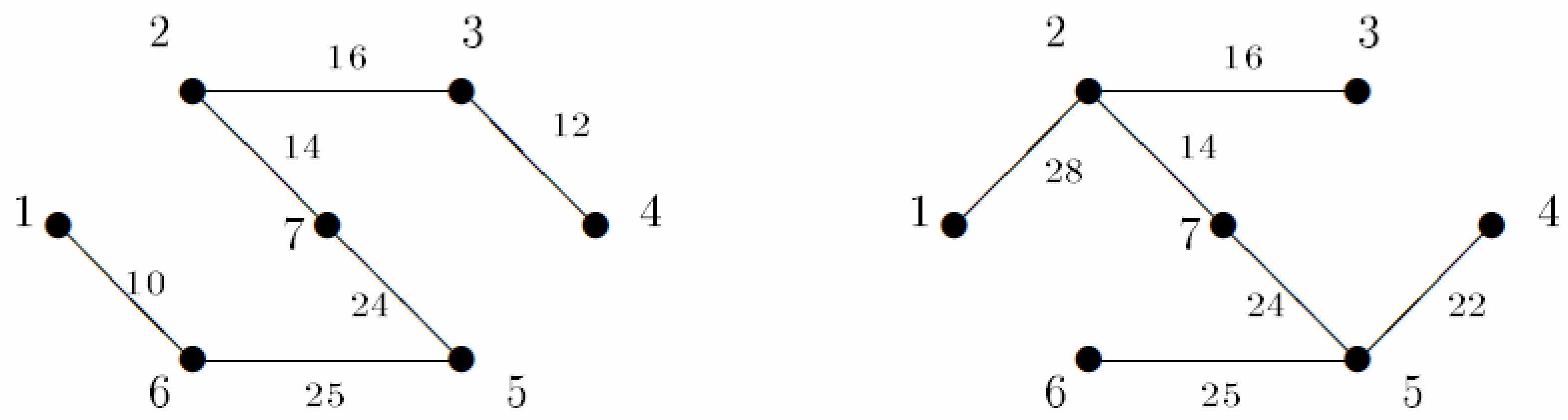


Figure 33: Arboles generadores de mínimo y máximo peso respectivamente.