

Qüestionari de la Primera Pràctica

Simplificació i aproximació d'expressions numèriques.

Exercici 1: Simplifica i aproxima les següents expressions:

a) $\frac{3}{2} : \frac{5}{8}$

b) $\frac{\frac{2}{3} - \frac{9+(-1)^5}{2}}{7 + \frac{1}{7}}$

c) $\sqrt{1+7!}$

d) $(e^2 - \pi)^{-2}$

Manipulació d'expressions algebraiques.

Exercici 2: Simplifica les expressions

a) $(x^3 + x^2 + x + 1)(x^5 - x^4 + x - 1)$

b) $\frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 1}$

c) $(2x + 1)^5$

i factoritza

d) $24x^3 - 26x^2 + 9x - 1$

e) $x^4 - 1$

f) $a^2 - b^2$

Calcula la descomposició en fraccions simples de

g) $\frac{4x^3 - 6}{x^4 - 1}$

Càlcul

Exercici 3: Considera la funció $f(x) = \sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}$ i determina:

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x}$

b) $f'''(0)$

c) $\int f(x) \, dx$

d) $\int_0^1 f(x) \, dx$

Exercici 4: Donades les funcions $f(x) = \frac{x^3 - 5x^2 + 3x + 1}{2x^2 + x - 1}$ i $g(x) = \frac{x^3 - 3x^2 + x + 1}{x^2 + x - 1}$ obtin els valors exacte i aproximat de

a) $f\left(\frac{5}{4}\right)$

b) $g(4)$

Exercici 5: Calcula la derivada desena de $f(x) = \cos^4(x) + \sin^4(x)$ en $x = \pi$.

Exercici 6: Troba la derivada sisena de $f(x) = \sin\left(\frac{x}{3}\right) - \cos\left(\frac{x^3}{5}\right)$ en $x = 0$.

Solucions

$$1.a) \quad \frac{3}{2} : \frac{5}{8} = \frac{12}{5} = 2.4$$

$$1.b) \quad \frac{\frac{2}{3} - \frac{9+(-1)^5}{2}}{7 + \frac{1}{7}} = \frac{-7}{15} = -0.466...$$

$$1.c) \quad \sqrt{1 + 7!} = 71$$

$$1.d) \quad (e^2 - \pi)^{-2} = 0.0554...$$

$$2.a) \quad (x^3 + x^2 + x + 1)(x^5 - x^4 + x - 1) = x^8 - 1$$

$$2.b) \quad \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 1} = \frac{x - 2}{x + 1}$$

$$2.c) \quad (2x + 1)^5 = 32x^5 + 80x^4 + 80x^3 + 40x^2 + 10x + 1$$

$$2.d) \quad 24x^3 - 26x^2 + 9x - 1 = (2x - 1)(3x - 1)(4x - 1) \quad :$$

$$2.e) \quad x^4 - 1 = (x + 1)(x - 1)(x^2 + 1)$$

$$2.f) \quad a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

$$2.g) \quad \frac{4x^3 - 6}{x^4 - 1} = \frac{-\frac{1}{2}}{x - 1} + \frac{\frac{5}{2}}{x + 1} + \frac{2x + 3}{x^2 + 1}$$

$$3.a) \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = 1$$

$$3.b) \quad f'''(0) = \frac{3}{4}$$

$$3.c) \quad \int f(x) \, dx = \frac{2(1-x)^{3/2}}{3} + \frac{2(x+1)^{3/2}}{3}$$

$$3.d) \quad \int_0^1 f(x) \, dx = \frac{4\sqrt{2}}{3} - \frac{4}{3}$$

$$4.a) \quad f\left(\frac{5}{4}\right) = -\frac{71}{216} \approx -0.3287037037$$

$$4.b) \quad g(4) = \frac{21}{19} \approx 1.105263157$$

$$5) \quad f^X(\pi) = f^{(10)}(\pi) = -262144$$

$$6) \quad f^{VI}(0) = f^{(6)}(0) = \frac{72}{5}$$