Conceptos SESION 1:

Un **grafo** es un triple ordenado de:

-Conjunto finito y no vacío de vertices.

-Un conjunto finito de aristas.

-Una función de incidencia (aristas que inciden en vértices)

Un **bucle** es una arista cuyos vértices extremos coinciden.
Dos aristas a y b son **paralelas**, cuando tienen los mismos extremos.
Un **vértice aislado** es si no es extremo de ninguna arista.

Dos **vertices adyacentes** si son vértices extremos de una misma arista. (1 y 2 de la arista a)
La **arista** es **incidente** a dos vértices. (a es incidente a los vértices 1 y 2)

Grado de un vértice:

Grado: Número de aristas que inciden sobre el vértice en cuestión. Bucles cuentan por dos, las paralelas también.

Grado mínimo: Es el grado menor de todos los vértices.

Grado máximo: Es el grado mayor de todos los vértices.

Tipos de grafos:

-Grafo simple: No tiene aristas múltiples (paralelas)

-Grafo vacío: No tiene aristas. Solo vértices.

-Grafo trivial: Solo tiene un vértice, nada más.

-Grafo etiquetado: El grafo tiene etiquetas (vértices con números y aristas con letras.)

-Grafo Ponderado: Cada arista lleva asociada un número real.

-Grafo K-Regular: Grafo no dirigido si TODOS los vértices tienen el mismo grado. (Cada vértice es incidente con el mismo número de aristas. Un número K.)

-Grafo completo: Todos los pares de vértices son adyacentes entre ellos. Sin bucles.

Al grafo completo de **n vértices** se le llama $\mathbf{K_n}$ Un grafo completo de 4 vértices sería

K4 i 3 regular porque de cada vértice salen 3 aristas.

O sea… Un **grafo completo** es $\mathbf{K_n}$ **(n-1)regular.**

-Grafo bipartido: Diapos 24/27 Es bipartido si no contiene ciclos de longitud impar. (Al ir de un vértice al mismo vértice pasando por todos los demás, el número de aristas que se cruzan son pares.)

-Bipartido Completo: Gráfico bipartido en el que cada vértice de un grupo es adyacente a los del otro grupo.

-Grafo conexo: Todos los vértices están conectados entre sí.

Teoremas y corolarios:

Teo1. En un grafo no dirigido, la **suma de los grados** = **dos veces el número de aristas**

Ejemplo: Si Grado 14 → 7 aristas.

Coro1. En grafo no dirigido, número de vértices con **grado impar** es **par.**

Pueden haber 0,2,4,6,8…. vértices con grado impar.

Conceptos SESION 2:

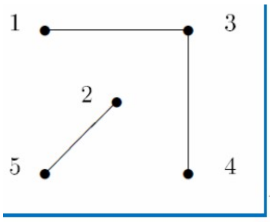
Tipos de grafos:

-Subgrafo: Un grafo G’ es subgrafo de G, si G’ comparte **algunas** aristas y vértices con G.

-Subgrafo generador: Un grafo G, es generador de uno G’ si G’ **tiene todos los vértices** de G. Puede no tener todas las aristas.

-Grafo isomorfo: 5 i 6/20 “Se ven iguales” en el sentido de... tener el mismo número de vértices y las mismas aristas conectadas entre los diversos vértices. **Deben tener las mismas propiedades**. (Si uno fuera bipartido y el otro no, dejarian de ser isomorfos.)

Matriz de adyacencia:



$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

-La suma de las filas ó columnas da el grado del vértice.

-Fila o columnas a cero es un vértice aislado.

-Es simétrica respecto la diagonal.

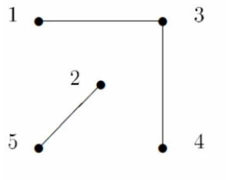
-Si no tiene bucles, los elementos de la diagonal son ceros.

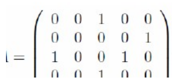
-La suma de los elementos distintos a cero de la matriz es el doble de las aristas.

Teo 1. **suma de los grados** = **dos veces el número de aristas**

-**Matriz de pesos o costes:** Está asociada a la matriz de adyacencia pero en lugar de rellenarse con los vértices adyacentes, se rellena con el peso de las aristas incidentes a los vértices adyacentes.

Matriz de incidencia:





$$I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

-Vértices x Aristas.

-Las filas dan el **grado** del vértice.

-Las columnas los pares de aristas.

-Siempre suman dos. Son adyacentes 2 a 2 los vértices.

-Columnas iguales implican aristas paralelas.

-Una fila a ceros implica un vértice aislado.

-La suma de los elementos distintos a cero de la matriz es el doble de las aristas.

Teo 1. **suma de los grados** = **dos veces el número de aristas**

Conceptos SESION 3:

-Cadena: Sucesión de vértices y aristas. Al primero y al último vértice se les llama extremos de la cadena.

-Cadena simple: Si no se repiten aristas en la cadena.

-Cadena cerrada: Si el vértice inicial es el mismo que el final.

-**Camino**: Cadena que va desde un vértice a otro diferente.

-Camino/cadena **trivial**: Sólo tiene un vértice, ninguna arista.

-Ciclo: Camino en el que los vértices extremos coinciden. NO SE PUEDEN repetir aristas, al contrario que en las cadenas que si se pueden repetir.

-**Longitud** de un camino: Número de aristas del camino.

-**Distancia** entre dos vértices**:** longitud del camino más corto entre los dos vértices.

Conexión: Dos vértices están conectados si por lo menos un camino los une.

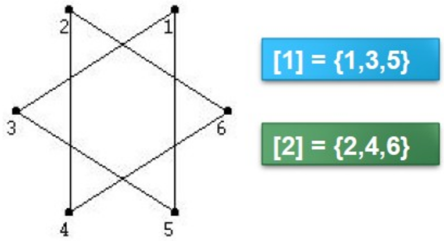
PROPIEDADES:

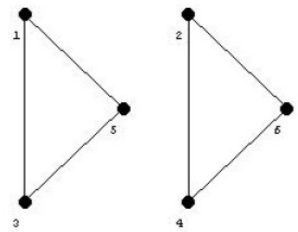
-Un vértice está conectado consigo mismo por un camino de longitud cero.

-Si existe un camino de u a v, también existe de v a u.

-Si existe un camino de **a** a **b** y otro de **b** a **c**, existe uno de **a** a **c**.

Componente conexa: Subgrafos generados por la relación de conexión sobre un conjunto de vértices.





PROPIEDADES:

-No tienen vértices ni aristas comunes. (Si las tuvieran significaría que están conectadas.)

-No hay aristas entre componentes conexas distintas de un grafo.

Si un gráfico tiene **w** componentes conexas distintas (2 en el caso anterior) diremos que se trata de un grafo **w-conexo** (2-conexo el anterior.)

Teoremas y corolarios:

Teo1. Es bipartido si no contiene ciclos de longitud impar.

Teo2. Un grafo no dirigido, no trivial y conexo, tiene un vértice de grado 1, un ciclo o ambos.

Teo3. Sea G un grafo, C un ciclo en G y 'e' una arista de G. G-{e} sigue siendo conexo.

Teo4. El **número mínimo de aristas** de un **grafo conexo**, es el **número de vértices menos 1**.

Ej. Grafo conexo de 10 aristas. 10-1=9. Tendria como mínimo 9 aristas para ser conexo.

Cortaduras: 22/31

-**Cortadura de vértices:** Conjunto de vertices que si los retiramos, desconectamos el grafo.

-**Conectividad** de un grafo: Número mínimo de vértices que hay que quitar para que el grafo sea desconexo.

-**Cortadura de aristas:** Conjunto de aristas que si las retiramos, desconectamos el grafo.

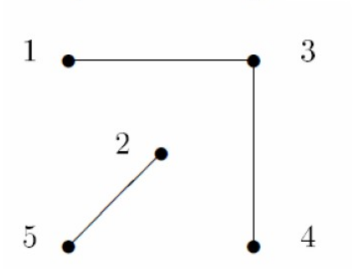
-Aristoconectividad: Menor numero de aristas a quitar para desconnectar el grafo. Si tiene un ciclo hay que quitar por lo menos 2.

-**Vértice de corte:** Retirar dicho vértice desconecta el grafo.

-**Arista de corte:** Retirar dicha arista desconecta el grafo.

Matriz de accesibilidad.
Si el camino es accesible, se pone un 1, sino un 0. LLIBRETA PG3

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$



$$R = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Algorismos BFS y DFS. ¿Libreta? Pagina 3 detras
Para obtener las componentes conexas.

Conceptos SESION 4:

Grafos Eulerianos:

-**Ciclo Euleriano**: Ciclo que pasa por todas las aristas exactamente una vez. **Un grafo es Euleriano si contiene un ciclo Euleriano.**

-**Camino Euleriano:** Cadena que pasa por todas las aristas exactamente una vez. Puede repetir vértices pero no aristas.

PROPIEDADES GRAFOS EULERIANOS:

-Grafo conexo **sin vértices** de **grado impar.**

-E se puede particionar en un conjunto de ciclos disjuntos en G. 11/22

-G es euleriano si contiene exactamente dos vértices de grado impar.

-En un **grafo dirigido** es Euleriano si el grado de entrada es el mismo que el de salida.

Regla de Fleury:

Utilizada para encontrar un ciclo Euleriano en un grafo Euleriano.

PASOS:

1. Partir de un vértice y cruzar las aristas sucesivamente. Si solo hay vertices de grado impar, cualquiera sirve para empezar. Si hay dos vertices de grado impar (y solo 2) escoger uno como punto de partida.

2.Cruzar una arista implica eliminarla del grafo PERO no podemos dejar el grafo desconectado en dos componentes conexas NO triviales.

3. Si podemos volver al punto de partida eliminando todas las aristas y dejando atrás componentes triviales, habremos encontrado el ciclo euleriano.

Grafos Hamiltoniano:

Camino Hamiltoniano: Pasa por cada vértice del grafo una vez, y solo una. (No es necesario que pase por todas las aristas)

Ciclo Hamiltoniano: Camino hamiltoniano que es un ciclo.

Teorema 1: ¿QUE? Diapos 19/22

Teorema 2: ???

No hi ha manera de saber que un graf Hamiltonia mes que provant???

Conceptos SESION 5:

Árboles:

Un grafo es árbol si es conexo y acíclico. No te cicles.

Sea G un grafo no dirigido…

-G es un árbol.

-G no tiene bucles y cualquier par de vértices tienen un camino que los une

-G es acíclico y $|E|=|V|-1$

-G es conexo y $|E|=|V|-1$

Propiedades árbol:

-G es un grafo no dirigido. Si G es un árbol no trivial entonces contiene al menos dos vértices de grado uno.

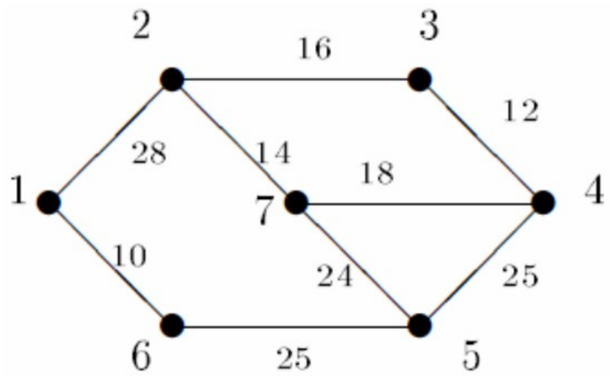
-Ge es un árbol si toda arista es de corte.

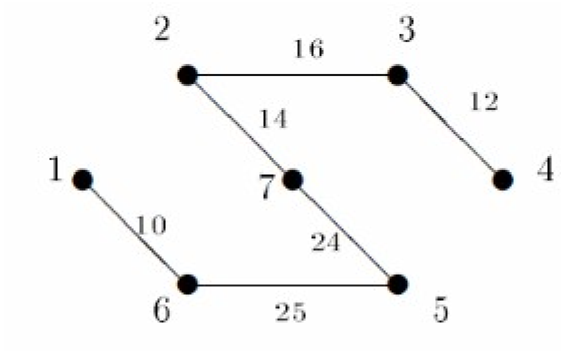
-Un árbol **dirigido** es un grafo dirigido débilmente conexo que no contiene semiciclos.

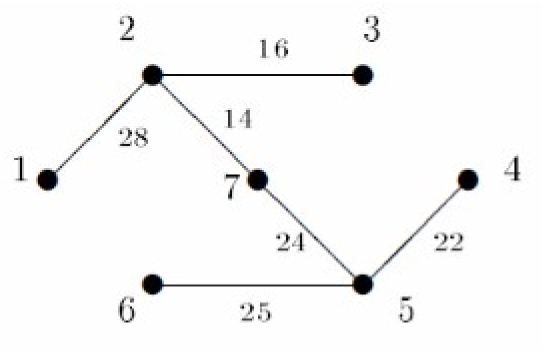
-ARBORESCENCIA: grafo **dirigido**, acíclico en el que un vértice tiene grado de entrada cero y los restantes tienen entrada uno. El vértice con grado entrada 0 se le llama raíz del árbol.

Algoritmo de Kruskal: Árbol generador de mínimo/máximo peso.

Com se faría a paper?







Arbol minimo peso

Arbol máximo peso

Conceptos SESION 6:

Caminos más cortos:

Algoritmo de DIJKSTRA

Pasos:

1.Todas las aristas con peso positivo.

2. Si una arista no está, se le asigna peso infinito.

3.Cada vértice se le asigna una etiqueta.

-Representa la cota superior de la longitud del camino más corto del vértice de partida al vertice x.

-Será variable en principio pero cada iteración se fijará una.

4.En cada iteración disminuyen las etiquetas de los vértices.

5. El algoritmo acaba cuando se fije la etiqueta del vértice buscado (o todas las etiquetas sean fiajadas)

Algoritmo de Bellman-Ford

Pasos:

1.Da el camino

¿Cual era el que no entraba? BellMan-Ford i FloydWarshall?

¿Cartero chino?

Conceptos SESION 7:

Red: grafo debilmente conexo con dos vértices especiales y una función no negativa llamada capacidad. Los vértices son la fuente y el sumidero.

Flujo: Un flujo es una función. El “valor de flujo” es la cantidad de flujo que sale de la fuente y es el mismo que llega al sumidero. Si sale 5, llega 5.

-El flujo de un vértice a otro no puede exceder la capacidad.

-Para todo vértice que no sea la fuente o el sumidero, se cumple la ley de conservación de flujo. Todo el flujo que llegue, debe salir en dirección al siguiente vértice hacia el sumidero.

Buscar caminos incrementables, ir enviando flujo y desconectando el grafo poco a poco. Cuando la fuente y el sumidero se desconecten se habrá acabado el algoritmo porque no quedan semicaminos incrementables. Mencionar el flujo máximo enviado.