DEPARTAMENT DE MATEMÀTICA APLICADA (ETSINF)

QÜESTIONARI DE LA SISENA PRÀCTICA

1. Defineix en *Mathematica*, utilitzant `If`, la succesió definida per la recurrència

$$\begin{cases} a_1 &= 7 \\ a_{n+1} &= 1+\dfrac{1}{3a_n}, \quad n\geq 1 \end{cases}$$

   Comprova amb que $a(1)=7$ i $a(2)=1+\dfrac{1}{3\cdot 7}=$ ☐. El terme a_{10} de la successió, amb nou decimals, és $a_{10}\approx$ ☐.

   És convegent la successió? (Utilitza `Table` i/o `DiscretePlot`) ☐ En cas afirmatiu, quin és el valor aproximat del límit? ☐

   Per calcular el valor exacte del límit: substitueix en la recurrència a_n i a_{n+1} per x i resol l'equació corresponent (per què?):

   $x=1+\dfrac{1}{3x} \quad \leftrightarrow \quad x_1=$ ☐ ó $x_2=$ ☐

   i, a partir dels valors obtinguts amb `Table`, intenta concloure si x_1 ó x_2 és el límit de la successió:

   $\lim a_n=$ ☐

2. Defineix, utilitzant `If` , la successió definida per

$$\begin{cases} a_1 &= 2 \\ a_{n+1} &= \sqrt{5+4a_n}, \quad n\geq 1 \end{cases}$$

   Comprova que $a(1)=2$ i $a(2)=\sqrt{5+4\cdot 2}=$ ☐. El valor de a_{15}, amb vint decimals, és ☐

   Creus que es tracta d'una successió convergent? ☐

3. El problema de las torres de Hanoi es formula amb la següent recurrència:

$$\begin{cases} a_1=1 \\ a_{n+1}=2a_n+1, \quad n\geq 2 \end{cases}$$

   Troba la forma explícita de la successió. utilitzant la instrucció `RSolve`.

4. Defineix (amb If) la successió $a_2=-3$, $a_{n+1}=\dfrac{a_n}{5}+n^2-1$. Calcula $a_{12}\approx$ ☐ i $a_{100}\approx$ ☐.

   Utilitza `RSolve` per a deduir la seua forma explícita, $a_n=$ ☐

5. Considera la successió de Fibonacci definida amb la recurrència

$$a_{n+2} = a_n + a_{n+1} \quad , \quad a_1 = a_2 = 1$$

Determina de forma explícita el seu terme general (prova primer a utilitzar `Rsolve`).

$a_n =$ $\boxed{}$

6. Troba, amb `RSolve`, la forma explícita de la successió definida per:

$$a_{n+2} = 6a_{n+1} - 9a_n + 5n, \quad a_0 = 3, \quad a_1 = -2$$

$a_n =$ $\boxed{}$

7. Troba, amb `RSolve`, la *solució general* de la recurrencia $a_{n+3} - 3a_{n+2} - a_{n+1} + 3a_n = 2^n$.

$a_n =$ $\boxed{}$