INTRODUCCIÓN A LA TEORÍA DE GRAFOS

GD

SESIÓN 1.

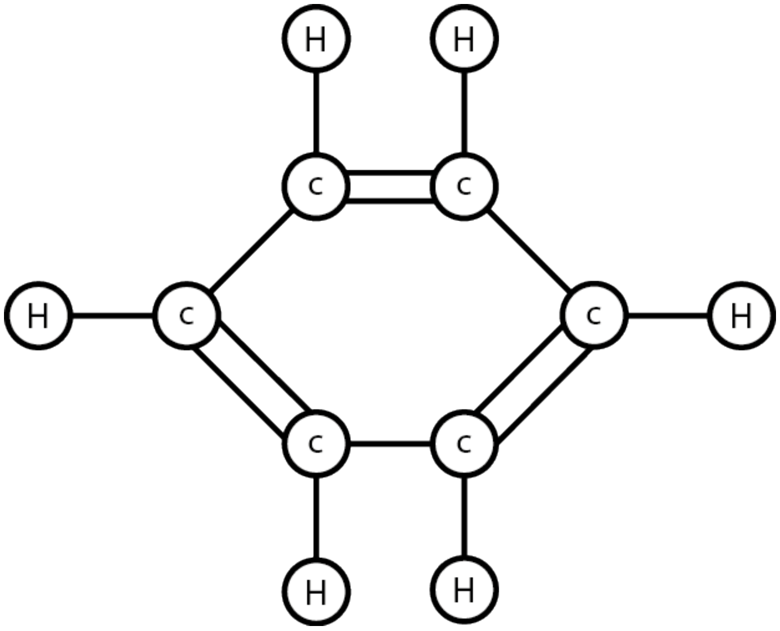
OBJETIVOS

1
- Establecer la diferencia entre Grafos No DIRIGIDOS y Grafos DIRIGIDOS

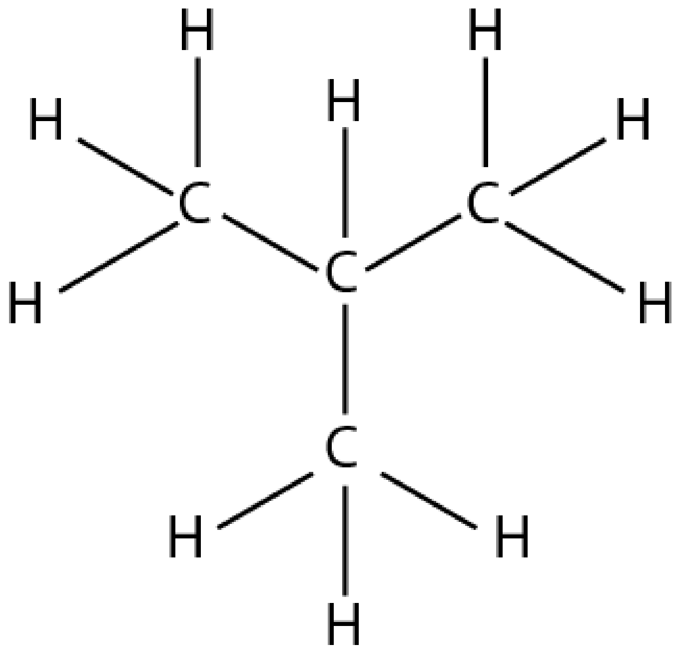
2
- Trasladar los conceptos y propiedades vistos para grafos no dirigidos a grafos dirigidos..

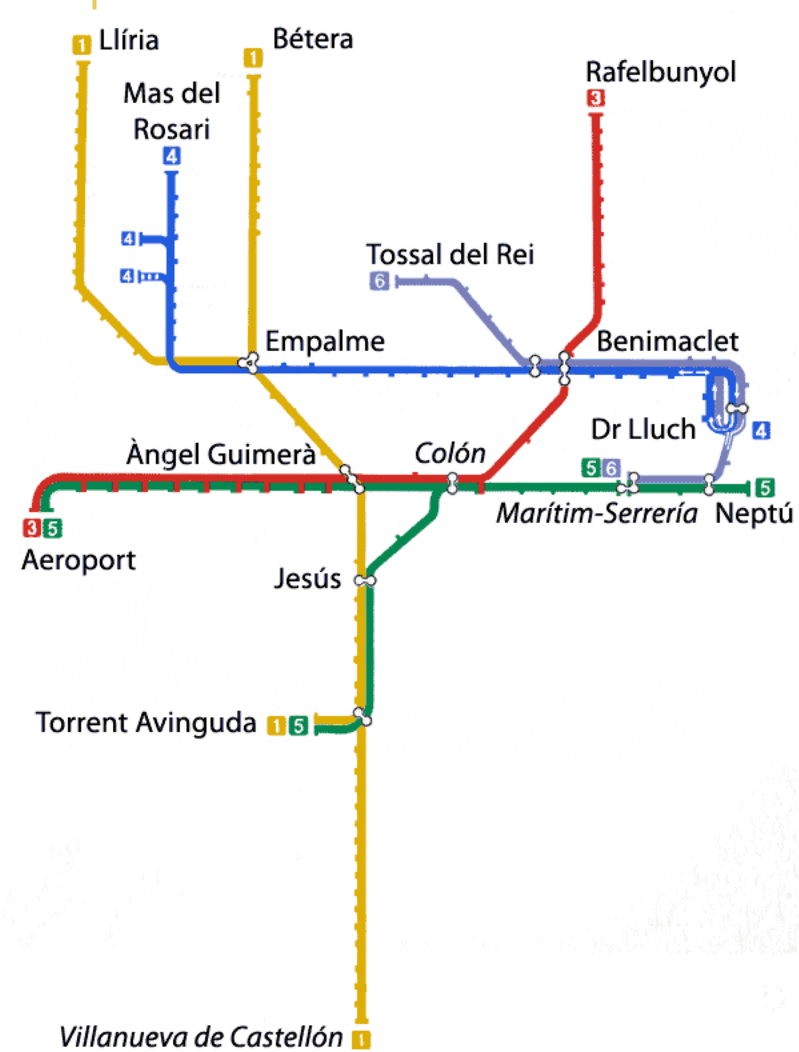
3
- Estudiar algunas de las propiedades básicas de grafo DIRIGIDOS

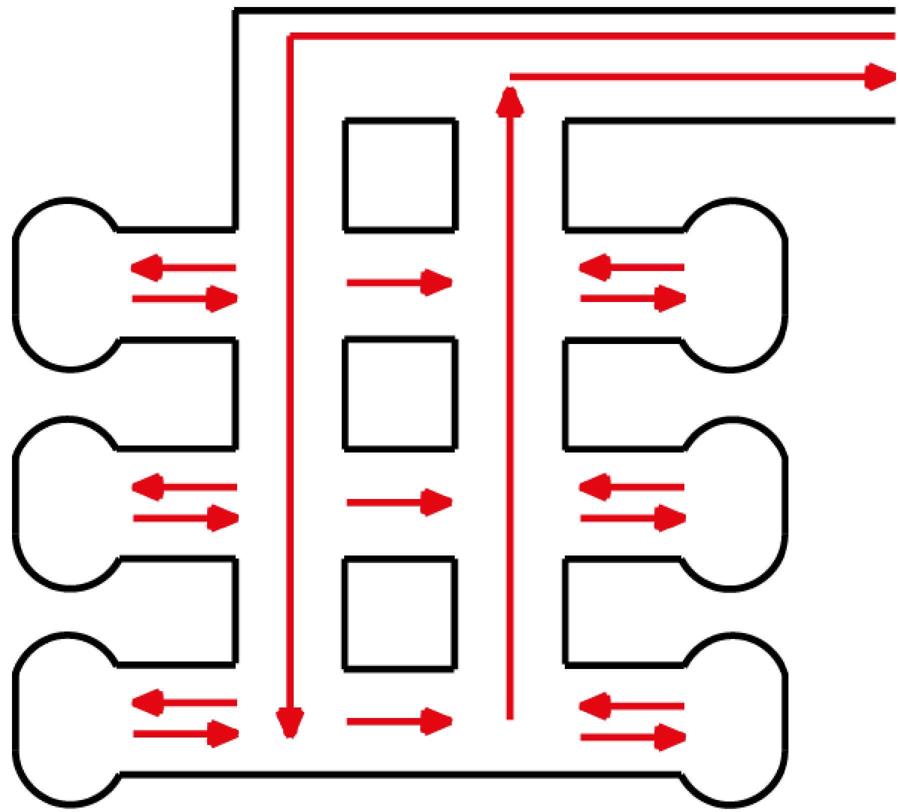
BENCENO
C_6H_6



BUTANO
C_4H_{10}




Llíria
Bétera
Mas del Rosari
Rafelbunyol
Tossal del Rei
Empalme
Benimaclet
Dr Lluch
Àngel Guimerà
Colón
Marítim-Serrería
Neptú
Aeroport
Jesús
Torrent Avinguda
Villanueva de Castellón



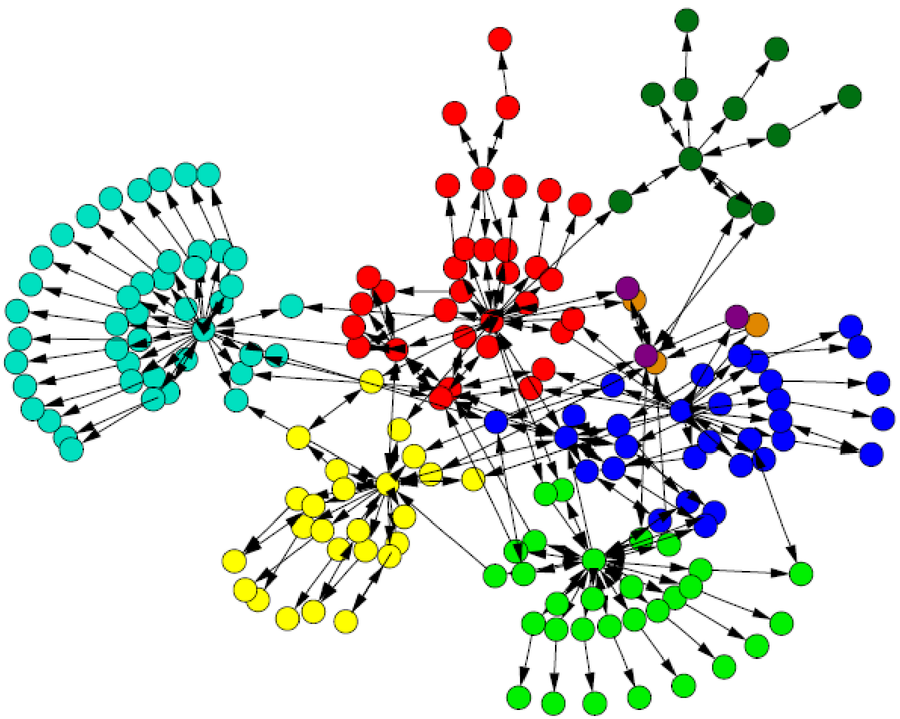
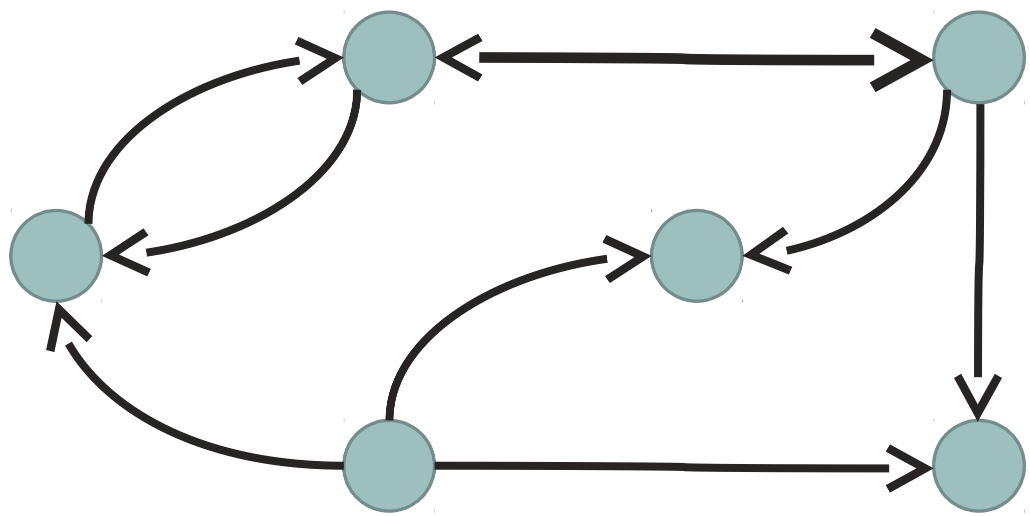


Fig. 4. Community structure in technological networks. Sample of the web graph consisting of the pages of a web site and their mutual hyperlinks, which are directed. Communities, indicated by the colors, were detected with the algorithm of Girvan and Newman (Section 5.1), by neglecting the directedness of the edges. Reprinted figure with permission from Ref. [54].

GRAFOS DIRIGIDOS



GRAFOS DIRIGIDOS: DEFINICIÓN FORMAL

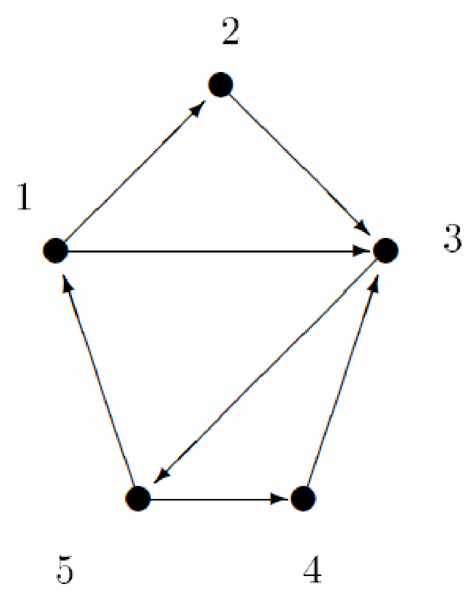
Definición 1.2 (Grafo dirigido) *Un grafo dirigido* $G = (V(G), A(G), \psi)$ *es un triple ordenado de*

(a) Un conjunto finito y no vacío, $V(G)$,

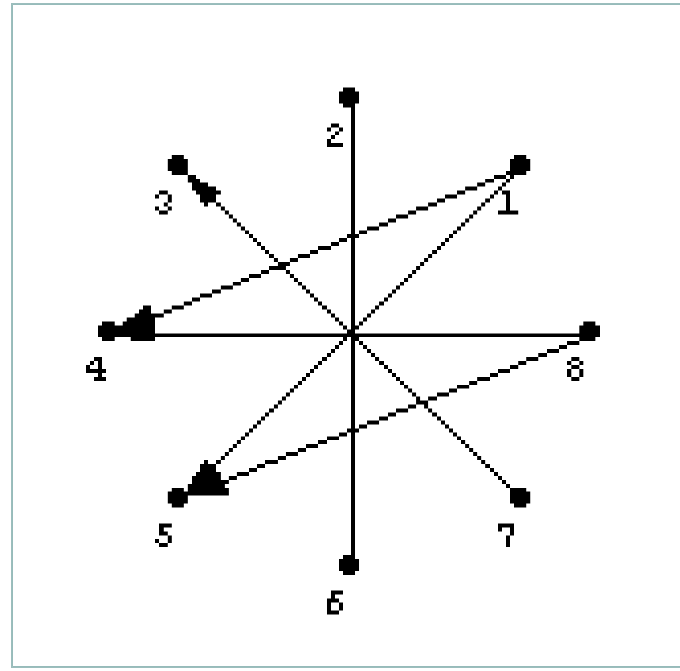
(b) un conjunto finito, $A(G)$, *y*

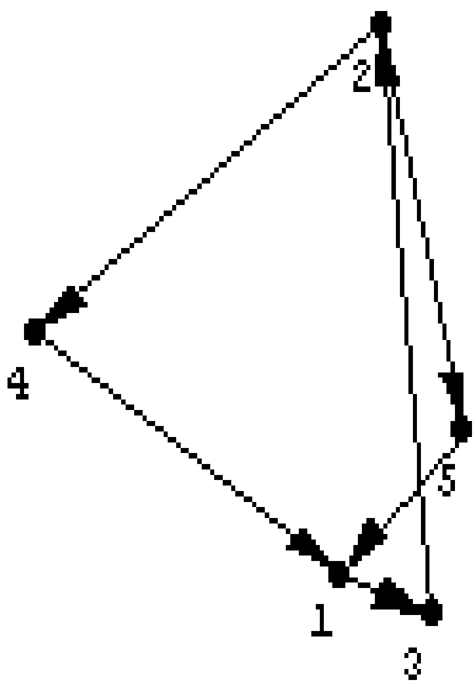
(c) una función de incidencia ψ.

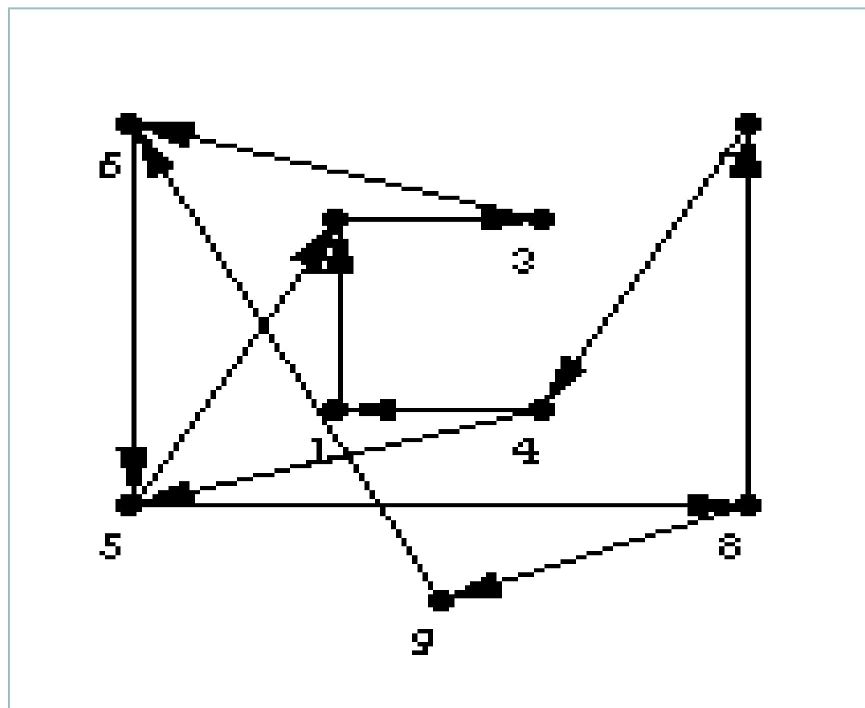
$$\forall a \in A(G),\ \psi(a) = (u, v) \in V(G) \times V(G)$$



$$\langle u,v \rangle \neq \langle v,u \rangle$$


2
3
1
4
8
5
7
6

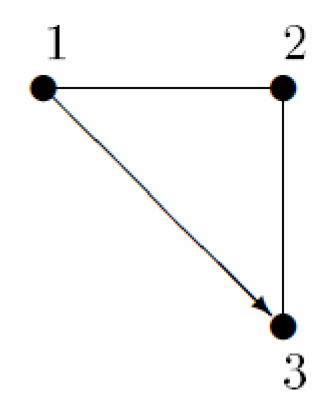

2
4
5
1
3


6
3
4
1
5
8
9

Definición 5 *Sea* $G=(V,E)$ *un grafo dirigido, y sea* $e =< u,v >\in E$*, con* $u,v\in V$*. Entonces diremos que* u *es adyacente hacia* v*, o que* v *es adyacente desde* u*. De la misma forma, diremos que el arco* e *es incidente desde el vértice* u *hacia el vértice* v*.*

Para grafos dirigidos: Cada arco $e \epsilon$ E se asocia con un par ordenado de vértices $< v, w >$ y decimos que:

1. e es una arista dirigida desde v hasta w
2. el vértice v es adyacente hacia el vértice w
3. el vértice w es adyacente desde el vértice v
4. el arco e es incidente desde v
5. el arco e es incidente hacia el vértice w



**Un bucle es una arista, dirigida o no dirigida, cuyos vértices
inicial y final coinciden**

Grafos dirigidos: Adyacencia e incidencia

Definición 7 *Sea G=(V,E) un grafo dirigido. Definiremos el conjunto de vértices adyacentes a uno dado, y que representaremos por* $\Gamma(v)$, *como el conjunto de todos aquellos vértices del grafo adyacentes a v:*

$$\Gamma(v) = \{u \in V, / < v, u >\in E\}$$

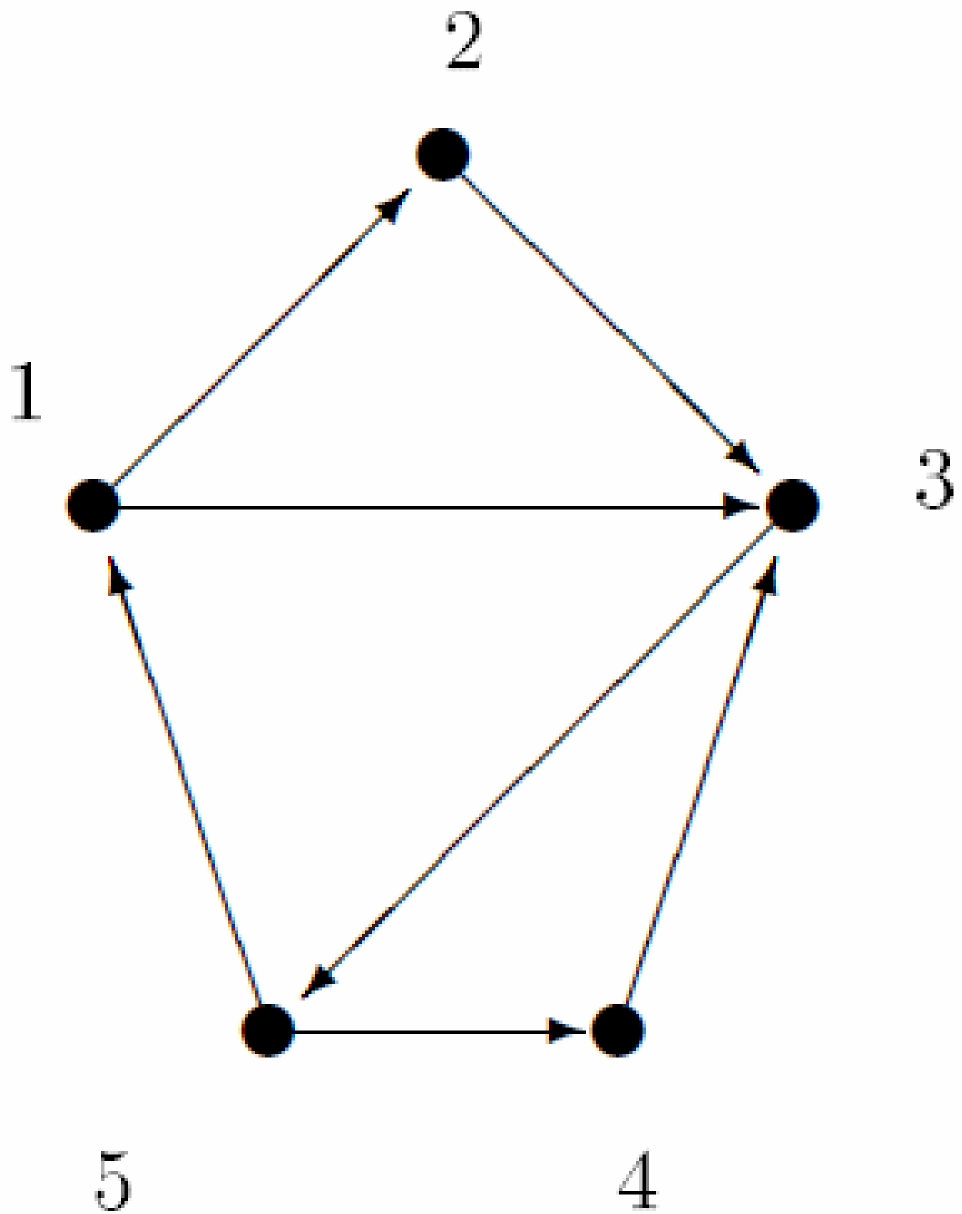
De forma análoga definiremos

$$\begin{aligned} \Gamma^2(v) &= \Gamma(\Gamma(v)) \\ & \ldots \\ \Gamma^{n+1}(v) &= \Gamma(\Gamma^n(v)) \end{aligned}$$

De igual forma definiremos el conjunto de vértices adyacentes hacia un vértice v, y que representaremos por $\Gamma^{-1}(v)$, *como*

$$\Gamma^{-1}(v) = \{u \in V / < u, v >\in E\}$$

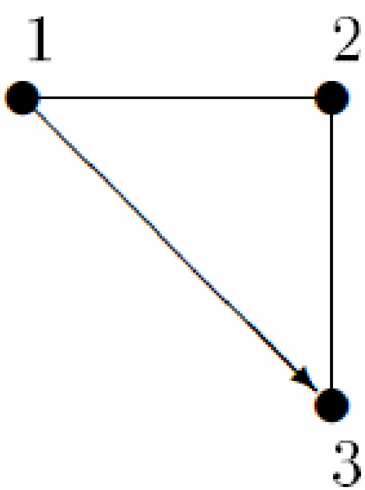
Grafos dirigidos: Adyacencia e incidencia

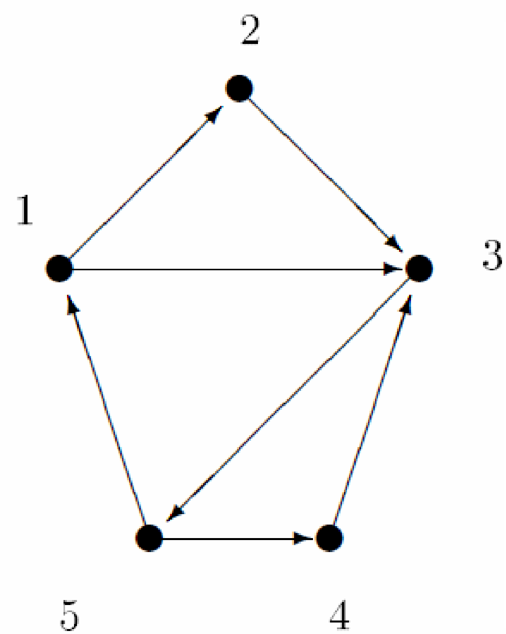


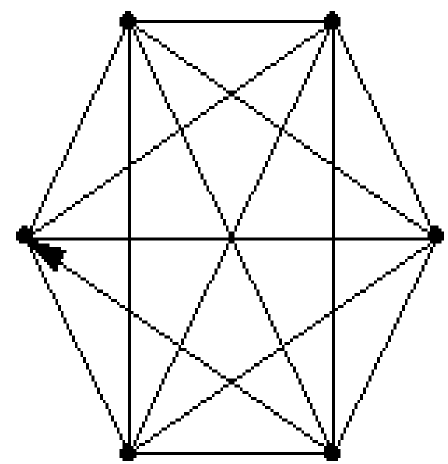
GRAFOS DIRIGIDOS: GRADO DE UN VÉRTICE

Definición 16 *Sea $G=(V,H)$ un grafo dirigido. Llamaremos grado de entrada de un vértice v, y lo representaremos por $g_e(v)$, al número de aristas incidentes hacia el vértice v. Es decir, al número de aristas que tienen a v como vértice final.*

Llamaremos grado de salida de v, y los representaremos por $g_s(v)$, al número de aristas incidentes desde el vértice v. Es decir, al número de aristas que tienen a v como vértice inicial.







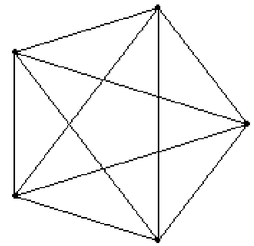
GRAFOS DIRIGIDOS:
Grado de un vértice

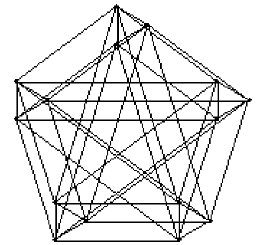
Teorema 2 *Sea G=(V,E) un grafo dirigido, con n vértices y e aristas. Entonces, la suma de los grados de entrada es igual a la suma de los grados de salida e igual al número de aristas del grafo.*

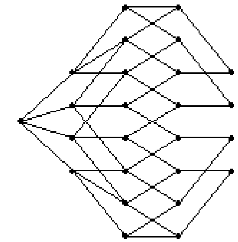
$$\sum_{v \in V} g_e(v) = \sum_{v \in V} g_s(v) = e$$

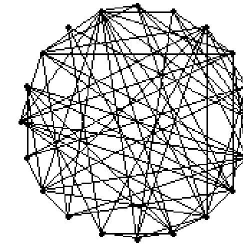
GRAFOS DIRIGIDOS:

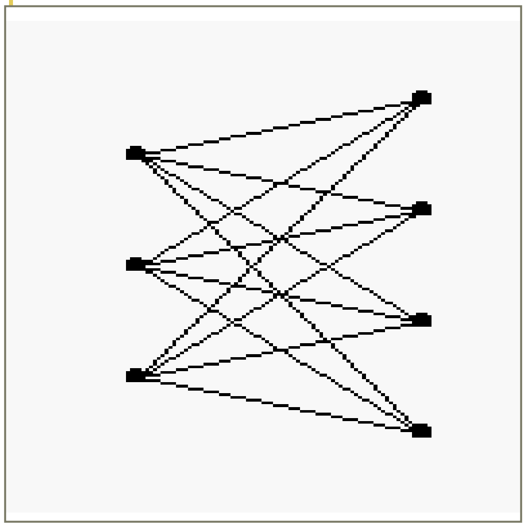
¿Qué ocurrirá con el resto de conceptos que hemos visto para grafos no dirigidos?

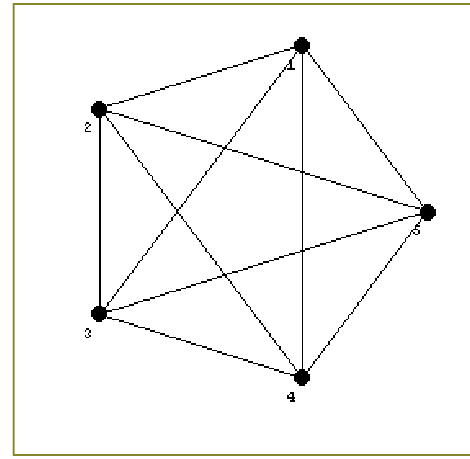


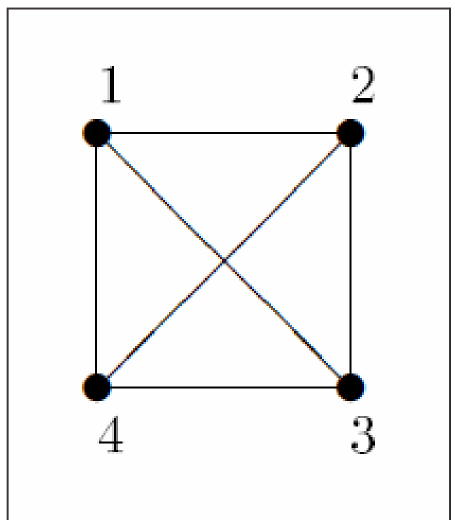


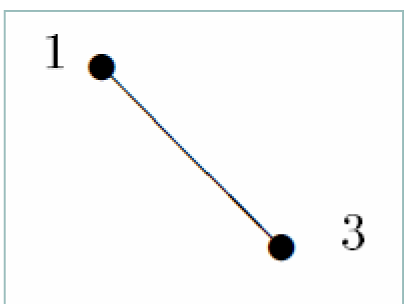


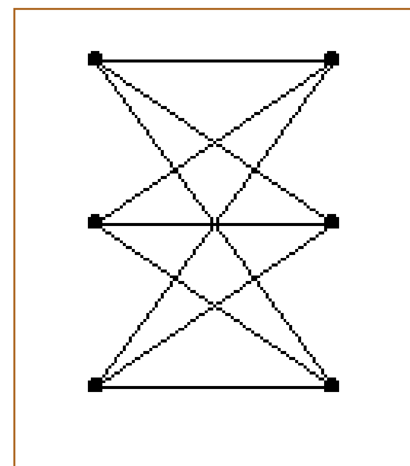




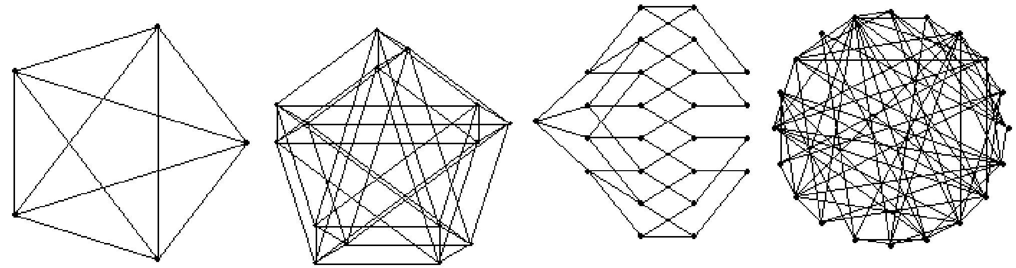

1
2
5
3
4


1
2
4
3


1
3



DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA APLICADA
UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE VALENCIA



EJERCICIOS:

1. **Buscar tres ejemplos de problemas cuya representación sea un grafo dirigido en:**

   a) **Ciencias de la salud**
   b) **Ciencias sociales**
   c) **Tecnología**
   d) **Matemáticas**
   e) **Física.**