

Pràctica 3

Full d'activitats

Activitat 1. Determineu si les següents matrius són estocàstiques. Justifiqueu la resposta.

$$\begin{bmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 2/5 & -2/5 \\ 3/5 & 7/5 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1/3 & 1/6 & 1/4 \\ 1/3 & 2/3 & 1/4 \\ 1/3 & 1/6 & 1/2 \end{bmatrix}$$

Activitat 2. Considereu la matriu estocàstica $A = \begin{bmatrix} 0 & 0.5 & 0 & 0 \\ 0.25 & 0 & 0 & 0 \\ 0.5 & 0.25 & 1 & 0 \\ 0.25 & 0.25 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

- (a) Calculeu el seu conjunt de vectors estacionaris.
- (b) Calculeu un vector estacionari de probabilitat. És únic?
- (c) La matriu estocàstica A és regular?

Activitat 3. Donada la matriu $B = \begin{bmatrix} 0.05 & 0.85 & 0.5 \\ 0.1 & 0.05 & 0.1 \\ 0.85 & 0.1 & 0.4 \end{bmatrix}$

- (a) Comproveu que B és una matriu estocàstica regular.
- (b) Calculeu el conjunt de vectors estacionaris de B .
- (c) Calculeu un vector estacionari de probabilitat.
- (d) Escriviu els tres primers termes de la cadena de Markov amb matriu de transició A i vector d'estat inicial $x_0 = (0.3, 0.5, 0.2)$.
- (e) Aquesta cadena és convergent?

Activitat 4. En un país fan eleccions cada quatre anys i els resultats de cada elecció depenen únicament dels resultats de l'elecció anterior. Els partits que s'hi presenten són: el Demòcrata (D), el Liberal (L) i el Conservador (C). El 70% dels votants de D votaran novament a D , el 10% dels votants de D votaran L i el 20% votaran a C ; el 80% dels votants de L continuaran votant L , el 5% passaran a votar a D i el 15% votaran a C ; finalment, el 70% dels votants de C votaran novament a C i el 30% votaran a L (cap votant de C passarà a votar a D).

- (a) Construïu la matriu P que es correspon amb aquest procés i comproveu que és estocàstica.
- (b) Si els percentatges de vots en una elecció són: 55% per a D , 40% per a L i 5% per a C , determineu el resultat que es donarà a la següent elecció.
- (c) Quin percentatge de vots ha d'obtenir cadascun dels partits a unes eleccions per a què a les eleccions següents s'obtinga exactament el mateix resultat?