

Pràctica 6

Full d'activitats

Activitat 1. Donats els vectors $\vec{u} = (3, 5, -1, 0)$ i $\vec{v} = (1/2, 1/4, 1/3, -3)$, calcula

(a) $\vec{u} \cdot \vec{v}$, $\|\vec{u}\|$ i $\|\vec{v}\|$

(b) La distància entre \vec{u} y \vec{v}

(c) Un vector unitari amb la mateixa direcció que \vec{u}

Activitat 2. Siguen els vectors $\vec{b} = (1, 2, 3)$ i $\vec{c} = (1, 0, 2)$.

(a) Determina el valor de m per a que el vector $\vec{y} = (m, -1, 2)$ siga ortogonal a \vec{b} i a \vec{c} .

(b) Calcula H^\perp sent $H = \langle \vec{b}, \vec{c} \rangle$.

(c) Comprova que el vector \vec{y} obtingut a l'apartat (a) pertany a H^\perp .

Activitat 3. Siguen $\vec{r} = (1, -2, 4, -1)$ i $W = \langle \vec{r} \rangle$

(a) Calcula la projecció ortogonal del vector $\vec{x} = (3, 0, -3, 5)$ sobre W .

(b) Calcula una base de W^\perp .

(c) Comprova que el vector obtingut en (a) és ortogonal als vectors de la base de W^\perp .

Activitat 4. Siga $W = \langle \vec{u}_1, \vec{u}_2 \rangle$, sent $\vec{u}_1 = (-1, 2, 4)$ i $\vec{u}_2 = (4, -5, 1)$

(a) Escriu la projecció ortogonal del vector $\vec{x} = (2, 2, 3)$ sobre W , $Proj_W(\vec{x})$, com a combinació lineal dels vectors \vec{u}_1 i \vec{u}_2 .

(b) Calcula $Proj_W(\vec{x})$ mitjançant la matriu de projecció P_W . Comprova que s'obté el mateix resultat que a l'apartat (a).

(c) Calcula $Proj_W(\vec{z})$ i $Proj_W(\vec{t})$, sent $\vec{z} = (-6, 9, 7)$ i $\vec{t} = (-22/3, -17/3, 1)$. Quina conclusió pots deduir dels resultats obtinguts?

Activitat 5. Siga W un subespai vectorial de \mathbb{R}^n . Demostra que qualsevol matriu de projecció P_W és simètrica i idempotent ($P_W^2 = P_W$).