

PRÀCTICA 4. DISTRIBUCIONS CONTÍNUES

UNIFORME I EXPONENCIAL

Objectiu

L'objecte de la present sessió de pràctica informàtica és complementar i refermar els conceptes relatius a les distribucions contínues Uniforme i Exponencial vistos en les sessions de teoria d'aula i seminari.

Amb aquest objectiu es proposen diversos exercicis que els alumnes han de fer per grups amb l'ajuda del professor. Es recomana que els resultats obtinguts en els exercicis d'aquesta pràctica, o alguns d'aquests, es comparen amb els obtinguts a partir de l'Statgraphics, en aquells apartats en què siga possible.

Les possibilitats que ofereix l'Statgraphics respecte a aquest tipus de distribucions són les mateixes que es van explicar en la Pràctica 3, només canvia el tipus de la distribució triada i, com és obvi, el tipus i valor dels **paràmetres** que la determinen en cada cas (**Analysis Options**).

Exercici 1

Un muntacàrregues s'utilitza per a transportar paquets d'un cert tipus el pes dels quals fluctua uniformement entre 190 kg i 210 kg.

- a) Determineu quina és la variable aleatòria en estudi i la distribució d'aquesta.
- b) Es té constatat que la càrrega màxima permesa és de 60 paquets. Quin serà com a mitjana el pes de la càrrega màxima? I la desviació típica?

RESPOSTA:

a) $X = \text{pes d'un paquet} \sim U(190, 210)$

b) $CM = X_1 + X_2 + \dots + X_{60}$

Mitjana $CM = m_{X_1} + m_{X_2} + \dots + m_{X_{60}}$

$m_{X_i} = (190 + 210) / 2 = 200 \Rightarrow$

Mitjana $CM = 60 \times 200 = 12000 \text{ Kg}$

$\sigma_{CM} = (\sigma_{X_1}^2 + \sigma_{X_2}^2 + \dots + \sigma_{X_{60}}^2)^{1/2}$

$\sigma_{X_i}^2 = (210 - 190)^2 / 12 = 33,33 \Rightarrow$

$\sigma_{CM} = (60 \times 33,33)^{1/2} = 44,72 \text{ Kg}$

Exercici 2

Una coneguda multinacional que fabrica ratolins sense fil ha incorporat a aquestos un xip que permet augmentar la duració de les bateries, i afirma que amb aquest xip la duració de les bateries arriba als 5,55 mesos en el 50% dels casos. Si els temps de vida de les bateries segueixen una distribució exponencial, es demana que:

- a) Determineu quina és la variable aleatòria i la distribució corresponent.
- b) Calculeu la probabilitat que la duració d'una bateria siga superior o igual a la mitjana.
- c) Quina hauria de ser la duració (t) per a obtenir una fiabilitat als t mesos del 95%?

RESPOSTA:

$$a) T \sim \text{Exp}(\alpha) \quad P(T \geq 5,55) = 0,5 \Rightarrow e^{-5,55\alpha} = 0,5 \Rightarrow$$

$$-5,55\alpha = \ln 0,5 \Rightarrow \alpha = \ln 0,5 / (-5,55) = 0,125$$

$$b) \text{mitjana} = 1/0,125 = 8$$

$$P(T \geq 8) = e^{-0,125/0,125} = 0,3679$$

$$c) P(T \geq t) = e^{-0,125t} = 0,95 \Rightarrow -0,125t = \ln 0,95 \Rightarrow$$

$$t = \ln 0,95 / (-0,125) = 0,41 \text{ mesos}$$

Exercici 3

El temps T de processament de consultes en un sistema informàtic segueix una distribució exponencial de paràmetre α . Se sap que el 10% de les consultes duren més de 20 segons.

- a) Quant val α ?
- b) Quant val com a mitjana T?
- c) Quina és la probabilitat que una consulta dure més de 30 segons?
- d) Calculeu la mediana de T i compareu-la amb la mitjana. Feu també la comparació gràficament sobre la funció de probabilitat acumulada.

RESPOSTA:

$$P(T > 20) = 0,1 \Rightarrow e^{-\alpha 20} = 0,1 \Rightarrow -\alpha 20 = \ln 0,1 \Rightarrow$$

$$\alpha = \ln 0,1 / (-20) = 0,115$$

$$b) \text{mitjana} = 1/0,115 = 8,69 \text{ s}$$

$$c) P(T > 30) = e^{-0,115 \times 30} = 0,0317$$

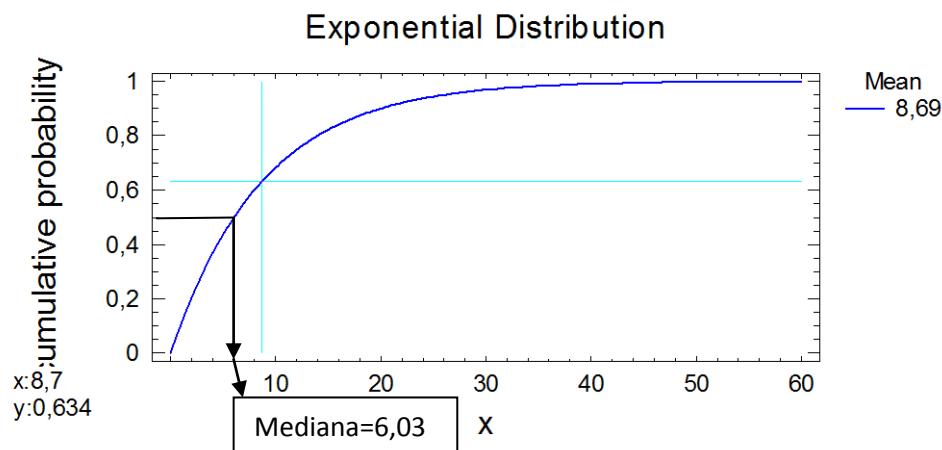
$$d) P(T > \text{mediana}) = 0,5 \Rightarrow e^{-0,115 \times \text{mediana}} = 0,5 \Rightarrow$$

$$-0,115 \times \text{mediana} = \ln 0,5 \Rightarrow$$

$$\text{mediana} = \ln 0,5 / -0,115 = 6,027 < \text{mitjana}$$

$$P(T < \text{mitjana}) = 0,6321$$

$$P(T < \text{mediana}) = 0,5$$



Exercici 4

Una empresa que fabrica xips considera un xip defectuós si la vida d'aquest no supera les 100 hores de funcionament. Sabent que la duració en hores d'un xip segueix una distribució exponencial de mitjana 100 hores, es demana:

a) Si un xip ja funciona 500 hores, quina és la probabilitat que el temps total de funcionament en siga superior a les 1000 hores?

b) Aquesta empresa ven els xips que fabrica en caixes de 50 unitats, quina és la probabilitat que una caixa continga més d'un xip defectuós?

RESPOSTA:

$$a) \text{mitjana} = 100 \Rightarrow \alpha = 0,01$$

$$P(T > 1000 / T > 500) = P(T > 500) = e^{-0,01 \times 500} = 0,0067$$

$$b) P(\text{xip defectuós}) = P(T < 100) = 1 - e^{-0,01 \times 100} = 0,6321$$

$X = n^\circ \text{xips defectuosos en una caixa de 50}$

$$X \sim B(n=50, p=0,6321)$$

$$P(X>1)=1-[P(X=0)+P(X=1)]=$$

$$1-(1-0,6321)^{50}-50\times 0,6321\times (1-0,6321)^{49}\approx 1$$