FMI, Info, Anul I
Logică matematică şi computaţională

Examen

Nume: ______________________

Prenume: ____________________

Grupa: ______________________

Partea I. Probleme cu rezolvare clasică

Partea II. Probleme de tip grilă

(P1) [2 răspunsuri corecte] Fie următoarea mulțime de clauze

$$\mathcal{S} = \{\{v_0, v_1, v_2\}, \{\neg v_0, v_1\}, \{v_0, \neg v_1\}, \{\neg v_2\}, \{\neg v_0, v_2\}, \{\neg v_1, v_2\}\}.$$

Care dintre următoarele afirmații sunt adevărate?
☐ A: $\mathcal{S}$ este satisfiabilă.
☒ B: $\mathcal{S}$ este nesatisfiabilă.
☒ C: Rulând algoritmul Davis-Putnam pe $\mathcal{S}$ vom obține $\square \in \mathcal{S}_{N+1}$, unde N este numărul de pași după care algoritmul se termină.
☐ D: Rulând algoritmul Davis-Putnam pe $\mathcal{S}$ vom obține $\mathcal{S}_{N+1} = \emptyset$, unde N este numărul de pași după care algoritmul se termină.
☐ E: $\{v_0, v_1\}$ nu este rezolvent a două clauze din $\mathcal{S}$.

(P2) [2 răspunsuri corecte] Pentru orice formulă propozițională φ, definim mulțimea

$$\Gamma_\varphi = \{\varphi \to \psi \mid \psi \in Form\}.$$

Care dintre următoarele afirmații sunt adevărate, pentru orice $\varphi \in Form$?
☒ A: Dacă φ este nesatisfiabilă, atunci orice evaluare e este model pentru Γ_φ.
☒ B: Dacă e este model pentru φ, atunci e nu este model pentru Γ_φ.
☐ C: $Mod(\varphi) = Mod(\Gamma_\varphi)$.
☐ D: Dacă φ este satisfiabilă, atunci Γ_φ este nesatisfiabilă.
☐ E: Dacă φ este tautologie, atunci Γ_φ este satisfiabilă.

(P3) [1 răspuns corect] Fie $\mathcal{L}$ un limbaj de ordinul întâi care conţine două simboluri de relaţie de aritate 1, P şi Q, şi fie x, y, z, u variabile distincte două câte două. Considerăm următoare formulă a lui $\mathcal{L}$:

$$\varphi = \neg\forall x P(x) \wedge \neg\forall z Q(z) \rightarrow \exists x P(x) \vee \exists x Q(x).$$

Care dintre următoarele afirmații este adevărată?
☒ A: $\forall y \forall z \exists x(\neg P(y) \wedge \neg Q(z) \rightarrow P(x) \vee Q(x))$ este o formă normală prenex pentru φ.
☐ B: $\exists y \exists z \exists x(\neg P(y) \wedge \neg Q(z) \rightarrow P(x) \vee Q(x))$ este o formă normală prenex pentru φ.
☐ C: $\forall y \forall z \forall x \forall u(\neg P(y) \wedge \neg Q(z) \rightarrow P(x) \vee Q(u))$ este o formă normală prenex pentru φ.
☐ D: $\exists y \exists z \forall x \forall u(\neg P(y) \wedge \neg Q(z) \rightarrow P(x) \vee Q(u))$ este o formă normală prenex pentru φ
☐ E: $\exists y \exists z \exists x \exists u(\neg P(y) \wedge \neg Q(z) \rightarrow P(x) \vee Q(u))$ este o formă normală prenex pentru φ.

(P4) [2 răspunsuri corecte] Fie $\mathcal{L}$ un limbaj de ordinul întâi care conține un simbol de relație de aritate 2, notat $\dot{<}$. Considerăm următoarea formulă a lui $\mathcal{L}$

$$\varphi = \exists x \forall y(y \dot{<} x \rightarrow \exists z \neg(z = z)),$$

unde x, y, z sunt variabile distincte două câte două. Care dintre următoarele afirmații sunt adevărate?
☐ A: $\varphi \models\!\!\mid \exists x(\forall y(y \dot{<} x) \rightarrow \exists z \neg(z = z))$.
☒ B: $(\mathbb{N}, <) \models \varphi$.
☐ C: $(\mathbb{Z}, <) \models \varphi$.
☒ D: $\varphi \models\!\!\mid \exists x(\exists y(y \dot{<} x) \rightarrow \exists y \neg(y = y))$.
☐ E: $\varphi \models\!\!\mid \exists x(\forall y(y \dot{<} x) \rightarrow \exists y \neg(y = y))$.

(P5) [1 răspuns corect] Fie următoarea formulă propozițională:

$$\varphi = (v_0 \vee v_1) \rightarrow (v_2 \wedge v_3)$$

☒ A: $\varphi \sim (v_0 \rightarrow v_2 \wedge v_3) \wedge (v_1 \rightarrow v_2 \wedge v_3)$.
☐ B: $\varphi \sim (v_0 \rightarrow v_2 \wedge v_3) \vee (v_1 \rightarrow v_2 \wedge v_3)$.
☐ C: $(\neg v_0 \wedge \neg v_1) \vee \neg v_2 \vee \neg v_3$ este FND pentru φ.
☐ D: $(\neg v_0 \wedge \neg v_1) \vee \neg v_2 \vee \neg v_3$ este FNC pentru φ.
☐ E: $\varphi \sim (v_0 \rightarrow v_2) \wedge (v_1 \rightarrow v_3)$.

(P6) [1 răspuns corect] Fie $\mathcal{L}$ un limbaj de ordinul întâi conținând două simboluri de relație P și Q, de aritate 2, respectiv 3. Fie următoarea formulă a lui $\mathcal{L}$:

$$\varphi = \exists x \forall y \forall z \exists u \forall v(P(x, v) \rightarrow Q(y, z, u)),$$

unde x, y, z, u, v sunt variabile distincte două câte două. În continuare, considerăm că c este un simbol nou de constantă, iar f și g sunt simboluri noi de funcție de aritate 2, respectiv 3. Care dintre următoarele afirmații este adevărată?

☐ A: $\forall y \forall z \forall v(P(c, v) \rightarrow Q(y, z, g(c, y, z)))$ este o formă normală Skolem pentru φ.

☒ B: $\forall y \forall z \forall v(P(c, v) \rightarrow Q(y, z, f(y, z)))$ este o formă normală Skolem pentru φ.

☐ C: $\forall y \forall z \forall v(P(c, v) \rightarrow Q(y, z, g(y, z, v)))$ este o formă normală Skolem pentru φ.

☐ D: $\exists x \forall y \forall z \forall v(P(x, v) \rightarrow Q(y, z, f(y, z)))$ este o formă normală Skolem pentru φ.

☐ E: $\exists x \forall y \forall z \forall v(P(x, v) \rightarrow Q(y, z, f(x, y, z)))$ este o formă normală Skolem pentru φ.