

Seminar 4

1 Breviar

Pentru orice e și orice Γ , notăm cu $e \models \Gamma$ (și spunem că e **satisface** Γ sau e este **model** pentru Γ) dacă, pentru orice $\varphi \in \Gamma$, $e \models \varphi$. Pentru orice Γ , notăm cu $Mod(\Gamma)$ mulțimea modelelor lui Γ .

Spunem că Γ este **satisfiabilă** dacă există $e : V \rightarrow \{0, 1\}$ cu $e \models \Gamma$ și **nesatisfiabilă** în caz contrar, când nu există $e : V \rightarrow \{0, 1\}$ cu $e \models \Gamma$, i.e. pentru orice $e : V \rightarrow \{0, 1\}$ avem că $e \not\models \Gamma$.

Pentru orice mulțime Γ de formule și orice formulă φ , notăm $\Gamma \models \varphi$ (și spunem că **din** Γ **se deduce semantic** φ sau că φ **este consecință semantică a lui** Γ) dacă pentru orice $e : V \rightarrow \{0, 1\}$ cu $e \models \Gamma$ avem $e \models \varphi$.

Pentru orice $v \in V$ și $e : V \rightarrow \{0, 1\}$, vom defini

$$v^e := \begin{cases} v, & \text{dacă } e(v) = 1, \\ \neg v, & \text{dacă } e(v) = 0, \end{cases}$$

și, clar, $e^+(v^e) = 1$.

2 Exerciții

(S4.1) Să se găsească toate modelele fiecăreia dintre mulțimile de formule:

- (i) $\Gamma = \{v_n \rightarrow v_{n+1} \mid n \in \mathbb{N}\}$;
- (ii) $\Gamma = \{v_0\} \cup \{v_n \rightarrow v_{n+1} \mid 0 \leq n \leq 7\}$.

(S4.2) Fie $f : V \rightarrow \{0, 1\}$. Găsiți Γ astfel încât $Mod(\Gamma) = \{f\}$.

(S4.3)

- (i) Să se arate că mulțimea modelelor unei mulțimi satisfiabile și finite de formule este infinită.
- (ii) Găsiți o mulțime (infinită) de formule cu proprietatea că nu există o mulțime finită de formule care să aibă exact aceleași modele.