

Examen - Structuri Algebrice in Informatica
20.02.2024

① Pe mulțimea numerelor reale \mathbb{R} considerăm relația
 $x \sim y$ dacă $(x^2 + 2x + 5)^2 = (y^2 + 2y + 5)^2$.

- (a) Arătați că \sim este o relație de echivalență pe \mathbb{R}
- (b) Determinați clasa de echivalență $\hat{0}$.
- (c) Determinați un sistem de reprezentanți pentru \sim .

② (a) Notăm cu $m = \text{ordinul elementului } (\hat{3}, \bar{4}) \text{ din grupul } G =$
Aflați m și câte elemente din G au ordinul m .

(b) Considerăm permutarea

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 8 & 7 & 1 & 9 & 2 & 6 & 4 & 3 & 5 \end{pmatrix} \in S_9.$$

$$(8+1 \ 9 \ 2 \ 6 \ 7 \ 5 \ 5) \quad 7.$$

Calculați σ^{2024} .

③ Determinați acei $x \in \mathbb{Z}$ pentru care au loc simultan relațiile

$$\begin{cases} x \equiv 8 \pmod{9} \\ x \equiv 1 \pmod{5} \\ x \equiv 3 \pmod{14}. \end{cases}$$

④ (a) Arătați că polinomul $X^4 + X + 2$ este ireducibil în $\mathbb{Q}[X]$.

(b) Notăm $f(x) = X^5 + X + 1 \in \mathbb{Q}[X]$.

Determinați inversul lui \hat{f} , dacă există, în inelul

$$\text{factor } \mathbb{Q}[X] / (X^4 + X + 2)$$