

Binomial Heaps si Fibonacci Heaps

Binomial Heaps **Ce sunt:**

Un binomial heap este o colectie de arbori binomiali care respecta proprietatea de heap (min-heap sau max-heap). Este folosit in implementarea cozilor de prioritati. **Arbori binomiali:**

- B_0 : un singur nod.
- B_k : se obtine atasand un arbore $B_{(k-1)}$ ca fiu stanga al radacinii altui arbore $B_{(k-1)}$.
- Proprietati: B_k are 2^k noduri, inaltime k , radacina are exact k copii.

Structura heap-ului:

- Heap-ul este o lista de arbori binomiali ordonati dupa grad.
- Exista cel mult un arbore binomial pentru fiecare grad.
- Structura seamana cu reprezentarea binara a unui numar (daca ai n noduri, structura arborilor corespunde reprezentarii binare a lui n).

Operatii:

- Find-Min: cauti radacina minima din lista. Complexitate $O(\log n)$.
- Union: unesti doua heap-uri, la fel ca adunarea binara (cand doi arbori au acelasi grad se combina). Complexitate $O(\log n)$.
- Insert(x): creezi un heap cu un singur nod si faci Union. Amortizat $O(1)$, worst-case $O(\log n)$.
- Extract-Min: gasesti arborele cu radacina minima, il elimini si unesti copiii radacinii cu restul heap-ului. $O(\log n)$.
- Decrease-Key(x): scazi valoarea unui nod si il deplasezi in sus pentru a pastra proprietatea heap. $O(\log n)$.
- Delete(x): faci Decrease-Key($x, -\infty$), apoi Extract-Min. $O(\log n)$.

Complexitati:

Find-Min: $O(\log n)$

Insert: $O(1)$ amortizat, $O(\log n)$ worst-case

Union: $O(\log n)$

Extract-Min: $O(\log n)$

Decrease-Key: $O(\log n)$

Delete: $O(\log n)$

Unde se folosesc:

- In algoritmi pe grafuri (Dijkstra, Prim) cand sunt necesare multe operatii Union.

Avantaje: bune pentru multe operatii de tip Union.

Dezavantaje: mai greu de implementat si mai lent decat Fibonacci heaps in teorie.

Fibonacci Heaps **Ce sunt:**

Un fibonacci heap este o structura de coada cu prioritati, generalizare a binomial heap. Pastreaza o colectie de arbori intr-o lista circulara dublu inlantuita a radacinilor, cu un pointer catre minim.

Structura:

- Colectie de arbori, nu neaparat binomiali.
- Lista circulara a radacinilor.
- Pointer direct la elementul minim.

Operatii:

- Find-Min: $O(1)$ - avem pointer direct la minim.
- Insert(x): adauga un nod in lista de radacini si actualizeaza minimul. $O(1)$ amortizat.
- Union(H_1, H_2): concateneaza listele de radacini si stabileste minimul. $O(1)$.
- Extract-Min: elimina nodul minim, muta copiii sai in lista de radacini, apoi consolideaza arborii de acelasi grad. $O(\log n)$ amortizat.
- Decrease-Key(x, k): scade valoarea lui x ; daca incalca proprietatea heap, nodul se taie si se muta in lista de radacini (cascading cut daca e nevoie). $O(1)$ amortizat.
- Delete(x): se face Decrease-Key($x, -\infty$) si apoi Extract-Min. $O(\log n)$ amortizat.

Complexitati (amortizate):

Find-Min: $O(1)$

Insert: $O(1)$

Union: $O(1)$

Decrease-Key: $O(1)$

Delete: $O(\log n)$

Extract-Min: $O(\log n)$

Unde se folosesc:

- In algoritmi de grafuri intensivi in Decrease-Key, ca Dijkstra sau Prim.

Avantaje:

- Insert si Decrease-Key extrem de rapide.

- Foarte bune pentru algoritmi unde se fac multe astfel de operatii.

Dezavantaje:

- Implementare complexa.

- In practica, constantii pot face un binary heap mai rapid pe date reale.