03) (Anhembi Morumbi SP)

A diferença das idades de dois irmãos é 12 anos. Quando a soma de suas idades for 50 anos, a idade do mais novo, em anos, será

a) 20.
b) 19.
c) 18.
d) 21.
e) 22.

04) (UFT TO)

Dado o sistema de equações.

$$\begin{cases} \dfrac{6}{2x-y-2} - \dfrac{2}{x-y-1} = 4 \\ \dfrac{1}{2x-y-2} + \dfrac{3}{x-y-1} = 4 \end{cases}$$

Determine o valor de $x - y$.

a) –1
b) 0
c) 1
d) 2
e) 3

Testes

05) Determine o conjunto solução de cada sistema abaixo:

a) $\begin{cases} 2x + 3y = 13 \\ 3x + y = 9 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x + y + z = 9 \\ 2x + y + z = 11 \\ x + y - z = 1 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x + y + z = 6 \\ x + 2y - z = 2 \\ 2x - y + z = 3 \end{cases}$

06) (UNISINOS – RS)

Numa loja, todas as calças têm o mesmo preço, e as camisas também, sendo o preço de uma calça diferente do de uma camisa. Ricardo comprou 1 calça e 2 camisas e pagou R$240,00. Roberto comprou 2 calças e 3 camisas e pagou R$405,00. Qual o preço, em reais, de uma calça e uma camisa, respectivamente?

a) 70 e 95. b) 75 e 90. c) 80 e 85.
d) 85 e 80. e) 90 e 75.

07) (UFSJ)

Observe o sistema de variáveis x, y, z e t.

$$\begin{cases} x+y+z+t=4 \\ x+y+z=0 \\ x+y+t=2 \\ x+z+t=4 \end{cases}$$

Com base no sistema, é **CORRETO** afirmar que sua solução, considerando x, y, z e t, nessa ordem, forma uma progressão

a) geométrica decrescente.
b) aritmética decrescente.
c) geométrica crescente.
d) aritmética crescente.

08) (UNESP – SP)

Uma família fez uma pesquisa de mercado, nas lojas de eletrodomésticos, à procura de três produtos que desejava adquirir: uma TV, um freezer e uma churrasqueira. Em três das lojas pesquisadas, os preços de cada um dos produtos eram coincidentes entre si, mas nenhuma das lojas tinha os três produtos simultaneamente para a venda. A loja A vendia a churrasqueira e o freezer por R$ 1.288,00. A loja B vendia a TV e o freezer por R$ 3.698,00 e a loja C vendia a churrasqueira e a TV por R$ 2.588,00. A família acabou comprando a TV, o freezer e a churrasqueira nestas três lojas. O valor total pago, em reais, pelos três produtos foi de

a) 3.767,00
b) 3.777,00
c) 3.787,00.
d) 3.797,00
e) 3.807,00.

09) Dado o sistema de equações lineares $\begin{cases} 2x+y-z=-4 \\ x+3y-2z=-4 \\ 4x+y+z=0 \end{cases}$ os valores de x, y e z que constituem sua solução:

a) formam uma progressão geométrica
b) formam uma progressão aritmética
c) são iguais entre si
d) não existem
e) têm uma soma nula

10) (UNIOESTE – PR) Um fabricante de ração deseja fabricar três tipos de ração. Para isto ele dispõe de três tipos de mistura, Mistura 1, Mistura 2 e Mistura 3. Cada quilograma da Ração 1 custa R$13,00 e contém 200 gramas da Mistura 1, 200 gramas da Mistura 2 e 600 gramas da Mistura 3. Cada quilograma da Ração 2 custa R$11,00 e contém 200 gramas da Mistura 1 e 800 gramas da Mistura 3. Cada quilograma da Ração 3 custa R$16,00 e contém 600 gramas da Mistura 2 e 400 gramas da Mistura 3. Em virtude do disposto acima, é correto afirmar que

a) um quilograma da Mistura 1 custa R$30,00.
b) o custo de um quilograma da Mistura 1 somado com o custo de um quilograma da Mistura 3 é R$25,00.
c) um quilograma da Mistura 2 custa R$11,00.
d) somando-se os custos de um quilograma da Mistura 1, um quilograma da Mistura 2 e um quilograma da Mistura 3, obtém-se R$50,00.
e) um quilograma da Mistura 3 custa R$22,00.

11) (UEPG – PR) Se Bruna der 6 reais a Ana, então ambas ficarão com a mesma quantia. Se Carla perder 2 reais, ficará com a mesma quantia que tem Ana. Se Bruna perder um terço do que tem, ficará com a mesma quantia que tem Carla. Nesse contexto, assinale o que for correto.

01. As três juntas têm mais de 50 reais.
02. Ana tem menos de 20 reais.
04. Carla tem mais de 15 reais.
08. Bruna tem mais do que Ana e Carla juntas.

12) Num determinado mês, em uma unidade de saúde, foram realizadas 58 hospitalizações para tratar pacientes com as doenças A, B e C. O custo total em medicamentos para esses pacientes foi de R$39.200,00. Sabe-se que, em média, o custo por paciente em medicamentos para a doença A é R$450,00, para a doença B é R$800,00 e para a doença C é R$1.250,00. Observa-se também que o número de pacientes com a doença A é o triplo do número de pacientes com a doença C. Se a, b e c representam, respectivamente, o número de pacientes com as doenças A, B e C, então o valor de $a - b - c$ é igual a:

a) 14. b) 24. c) 26. d) 36. e) 58.

13) (UDESC – SC) Um Pet Shop tem cães, gatos e passarinhos à venda, totalizando 38 cabeças e 112 patas. Sabe-se que nenhum destes animais apresenta algum tipo de deficiência física e que a metade do número de passarinhos mais o número de cães supera em duas unidades o número de gatos. Se o preço de venda de cada cão, gato e passarinho é, respectivamente, 500, 90 e 55 reais, então, ao vender todos estes animais, o Pet Shop terá arrecadado:

a) 4770 reais
b) 3950 reais
c) 6515 reais
d) 5250 reais
e) 5730 reais

14) (IFSC – SC) Uma empresa comercializa três modelos de parafusos: tipo A, tipo B e tipo C. Os parafusos são vendidos em embalagens com 10 unidades que contêm parafusos do mesmo tipo. O *quadro 1* mostra a quantidade de embalagens vendidas de acordo com os meses e o *quadro 2* mostra as receitas mensais obtidas com as vendas.

Quadro 1: Quantidade de embalagens vendidas

	Julho	Agosto	Setembro	Outubro
Tipo A	200	400	600	400
Tipo B	700	500	300	200
Tipo C	500	800	200	500

Quadro 2: Receitas mensais

Mês	Receita
Julho	R$ 1500,00
Agosto	R$ 2250,00
Setembro	R$ 1650,00
Outubro	R$ 1650,00

Sabendo que não houve variação de preços no período, assinale no cartão-resposta a soma da(s) proposição(ões) CORRETA(S).

01. Uma embalagem do parafuso B é vendida por R$ 0,50.
02. O parafuso do tipo C é o mais caro dentre os três tipos.
04. O preço unitário de um parafuso do tipo A é de R$ 0,20.
08. O parafuso B custa mais caro que o A.
16. O parafuso C custa o dobro do parafuso B.
32. Se um cliente comprar duas embalagens do parafuso A e duas do parafuso B pagará por elas um total de R$ 5,00.

15) Sabe-se que x, y e z são números reais. Se $(2x+3y-z)^2+(2y+x-1)^2+(z-3-y)^2=0,$ então $x+y+z$ é igual a:

a) 7 b) 6 c) 5 d) 4 e) 3

16) (EPCAR) Hoje, dia 29 de julho de 2012, José tem o dobro da idade que Luiz tinha quando José tinha a idade que Luiz tem. Quando Luiz tiver a idade que José tem, a soma das idades deles será 90 anos. Em 29 de julho de 2017, a razão entre as idades de José e Luiz, nessa ordem, será

a) $\frac{6}{5}$ b) $\frac{9}{7}$ c) $\frac{5}{4}$ d) $\frac{27}{20}$

17) (IFSC – SC) Uma loja de doces comercializa três variedades de bombons (recheados, trufados e mesclados) em caixas de três tamanhos diferentes (pequena, média e grande). O valor de cada caixa é dado pela soma dos preços unitários de cada bombom. O quadro abaixo mostra o conteúdo e o valor de cada caixa comercializada:

Caixa	Bombons contidos em cada caixa
Pequena- R$ 19,00	5 recheados, 3 mesclados e 3 trufados
Média - R$ 36,00	10 recheados, 4 mesclados e 6 trufados
Grande - R$ 50,00	12 recheados, 18 mesclados e 4 trufados

Com base na informações referentes às caixas de bombons comercializadas, assinale no cartão-resposta o número correspondente à proposição correta ou à soma das proposições corretas.

01. O valor unitário do bombom trufado é igual ao dobro do bombom mesclado.
02. O bombom recheado custa R$ 2,00 a unidade.
04. Os três tipos de bombons têm valores unitários distintos.
08. Um dos tipos de bombom custa R$ 1,00 a unidade.
16. O bombom trufado custa R$ 2,50 a unidade.
32. Os valores unitários de cada bombom podem ser expressos por números inteiros.

Exercícios Estilo ENEM

18) (UNICAMP – SP) As companhias aéreas costumam estabelecer um limite de peso para a bagagem de cada passageiro, cobrando uma taxa por quilograma de excesso de peso. Quando dois passageiros compartilham a bagagem, seus limites são considerados em conjunto. Em um determinado voo, tanto um casal como um senhor que viajava sozinho transportaram 60 kg de bagagem e foram obrigados a pagar pelo excesso de peso. O valor que o senhor pagou correspondeu a 3,5 vezes o valor pago pelo casal.

Para determinar o peso excedente das bagagens do casal (x) e do senhor que viajava sozinho (y), bem como o limite de peso que um passageiro pode transportar sem pagar qualquer taxa (z), pode-se resolver o seguinte sistema linear:

a) $\begin{cases} x + 2z = 60 \\ y + z = 60 \\ 3{,}5x - y = 0 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x + z = 60 \\ y + 2z = 60 \\ 3{,}5x - y = 0 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x + 2z = 60 \\ y + z = 60 \\ 3{,}5x + y = 0 \end{cases}$

d) $\begin{cases} x + z = 60 \\ y + 2z = 60 \\ 3{,}5x + y = 0 \end{cases}$

19) (UFPR – PR) Uma bolsa contém 20 moedas, distribuídas entre as de 5, 10 e 25 centavos, totalizando R$ 3,25. Sabendo que a quantidade de moedas de 5 centavos é a mesma das moedas de 10 centavos, quantas moedas de 25 centavos há nessa bolsa?

a) 6 b) 8 c) 9 d) 10 e) 12

20) (UFRGS – RS) Inovando na forma de atender aos clientes, um restaurante serve alimentos utilizando pratos de três cores diferentes: verde, amarelo e branco. Os pratos da mesma cor custam o mesmo valor. Na mesa A, foram consumidos os alimentos de 3 pratos verdes, de 2 amarelos e de 4 brancos, totalizando um gasto de R$ 88,00. Na mesa B, foram consumidos os alimentos de 2 pratos verdes e de 5 brancos, totalizando um gasto de R$ 64,00. Na mesa C, foram consumidos os alimentos de 4 pratos verdes e de 1 amarelo, totalizando um gasto de R$ 58,00. Comparando o valor do prato branco com o valor dos outros pratos, verifica-se que esse valor é:

a) 80% do valor do prato amarelo.
b) 75% do valor do prato amarelo. 2
c) 50% do valor do prato verde.
d) maior que o valor do prato verde.
e) a terça parte do valor da soma dos valores dos outros pratos

GABARITOS – Aula 06
1) D 2) 06 3) B 4) D
5) a) S = {(2, 3)} b) S = {(2, 3, 4)} c) S = {(1, 2, 3)}
6) e 7) d 8) c 9) b 10) b 11) 07 12) a 13) a
14) 37 15) d 16) b 17) 43 18) a 19) d 20) a

AULA 07

Sistema Linear Escalonado

Um sistema linear é dito escalonado se em cada equação, houver pelo menos um coeficiente não nulo e o número de coeficientes iniciais não nulos aumenta de equação para equação.

Exemplos:

$$1)\begin{cases} 5x+y=3 \\ \quad 4y=8 \end{cases}$$

$$2)\begin{cases} 2x+6y+3z=7 \\ \quad 2y+5z=1 \\ \quad\quad 8z=15 \end{cases}$$

$$3)\begin{cases} 2x+7y+8z+9t=-1 \\ \quad 3z+8t=2 \\ \quad\quad -t=3 \end{cases}$$

Resolução de um Sistema Linear Escalonado

Observe o sistema abaixo:

$$\begin{cases} x+2y+4z=17 \\ \quad 3y+z=9 \\ \quad\quad 4z=12 \end{cases}$$

Perceba que o sistema está na forma escalonada. Sua resolução, neste caso, é feita de forma imediata por substituições, acompanhe:

$$\begin{cases} x+2y+4z=17 \;\; (I) \\ \quad 3y+z=9 \;\;\; (II) \\ \quad\quad 4z=12 \; (III) \end{cases}$$

Da equação (III), temos z = 3. Substituindo z = 3 na equação (II), vem:
$3y + 3 = 9 \rightarrow y = 2$
Substituindo y = 2 e z = 3 na equação (I), vem:
$x + 2.2 + 4.3 = 17 \rightarrow x = 1.$
Logo, a solução do sistema é o terno (1, 2, 3)

$$\therefore \mathbf{S = \{(1, 2, 3)\}}$$

Observe que o sistema acima é Possível e Determinado.

Acompanhe agora, a resolução do sistema

$$\begin{cases} x+y+z=4 \\ \quad y+z=2 \end{cases}$$

Perceba também, que o sistema está na forma escalonada. Sua resolução é feita fazendo as devidas substituições, acompanhe:

$$\begin{cases} x+y+z=4\,(I) \\ \quad y+3z=2 \;\; (II) \end{cases}$$

Fazendo em (II) $y = 2 - 3z$ e substituindo em (I), temos:
$x + 2 - 3z + z = 4 \rightarrow x = 2 + 2z.$

Logo: $x = 2 + 2z$ e $y = 2 - 3z$.
Dizemos, neste caso, que z é a variável livre do sistema. Atribuindo a z um valor **k** real arbitrário , temos:
$x = 2 + 2k$ e $y = 2 - 3k$.
Assim, o conjunto solução do sistema é:

$$S = \{(2 + 2k,\ 2 - 3k,\ k), \forall k,\ k \in \Re\}$$

Se desejarmos obter algumas das infinitas soluções desse sistema, basta atribuirmos a **k** valores reais, por exemplo:
Para k = 1, temos como solução a terna (4, – 1, 1);
Para k = 2, temos como solução a terna (6, – 4, 2).

Observe que o sistema acima é Possível e Indeterminado.

OBSERVAÇÃO: O Grau de indeterminação de um sistema linear indeterminado indica o número de variáveis livres. Esse número pode ser obtido pela diferença n – m, onde n indica a quantidade de equações e m a quantidade de incógnitas do sistema linear na forma escalonada.

5) Sistemas Equivalentes-Escalonamento
Sistemas Equivalentes

Dois Sistemas são ditos equivalentes se e somente se:

- São Possíveis e admitem as mesmas soluções, ou
- São Impossíveis.

Exemplo: $S_1: \begin{cases} x+y=5 \\ 2x-y=4 \end{cases}$ $S_2: \begin{cases} 4x+y=14 \\ 3x+2y=13 \end{cases}$

S_1 e S_2 são equivalentes, pois ambos são determinados e admitem como solução o mesmo par ordenado (3, 2).

Sabendo que sistemas equivalentes possuem a mesma solução, podemos transformar um sistema linear qualquer em um outro sistema equivalente, no entanto, na forma escalonada, com o intuito de obtermos sua solução de maneira mais conveniente. Esse processo é chamado escalonamento e sua aplicação baseia-se em algumas *tranformações elementares*.

Transformações Elementares

Vamos obter sistemas equivalentes ao sistema $\begin{cases} x+y=5 \\ 2x-y=4 \end{cases}$ através de três transformações elementares.

- Transformação 1: Trocar de posição duas equações.

$$S_1: \begin{cases} x+y=5 \\ 2x-y=4 \end{cases} \quad e \quad S_2: \begin{cases} 2x-y=4 \\ x+y=5 \end{cases}$$

Observe que S_1 e S_2 são equivalentes.

- Multiplicar uma equação por um número real k diferente de zero.

$$S_1: \begin{cases} x+y=5 \\ 2x-y=4 \end{cases} \quad e \quad S_2: \begin{cases} 2x+2y=10 \\ 2x-y=4 \end{cases}$$

S_1 e S_2 são equivalentes. A equação 2x + 2y = 10 do sistema S_2, foi obtida multiplicando por 2 os dois membros da equação x + y = 5 do primeiro sistema.

- Adicionar a uma equação uma outra previamente multiplicada por um número real k.

$$S_1: \begin{cases} x+y=5 \\ 2x-y=4 \end{cases} \quad e \; S_2: \begin{cases} x+y=5 \\ 5x+2y=19 \end{cases}$$

S_1 e S_2 são equivalentes. A equação 5x + 2y = 19 do sistema S_2, foi obtida adicionando à segunda equação do sistema S_1 com o triplo da primeira equação.

Como vimos então, podemos transformar qualquer sistema linear em outro equivalente. Vamos utilizar essas tranformações afim de obtermos um sistema escalonado.

Escalonamento

Acompanhe o escalonamento, a resolução e a classificação dos sistemas abaixo:

1) $\begin{cases} 2x+3y+4z=20 \\ x+y+z=6 \\ -x+y+2z=7 \end{cases}$

Resolução:

Passo 1: É conveniente trocar de posição as duas primeiras equações, afim de que o coeficiente da 1ª incógnita na 1ª equação seja 1.

$$\begin{cases} x+y+z=6 \\ 2x+3y+4z=20 \\ -x+y+2z=7 \end{cases}$$

Passo 2: Vamos repetir a primeira equação e eliminar a variável x da segunda e terceira equação. Acompanhe:

(Segunda Equação – 2.Primeira Equação)

$$\begin{cases} x+y+z=6 \\ \quad y+2z=8 \\ -x+y+2z=7 \end{cases}$$

(Terceira Equação + Primeira Equação)

$$\begin{cases} x+y+z=6 \\ \quad y+2z=8 \\ \quad 2y+3z=13 \end{cases}$$

Passo 3: Repetir as duas primeiras equações e eliminar a variável y da 3ª equação. Acompanhe:

(Terceira Equação – 2. Segunda Equação)

$$\begin{cases} x+y+z=6 \\ \quad y+2z=8 \\ \quad\quad -z=-3 \end{cases}$$

Perceba que o sistema está na forma escalonada. Sua resolução, neste caso, é feita de forma imediata por substituições, acompanhe:

$$\begin{cases} x+y+z=6 \\ \quad y+2z=8 \\ \quad\quad -z=-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y+z=6 \\ \quad y+2z=8 \\ \quad\quad z=3 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+y+z=6 \\ \quad y+2.3=8 \\ \quad\quad z=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y+z=6 \\ \quad y=2 \\ \quad z=3 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+2+3=6 \\ \quad y=2 \\ \quad z=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=2 \\ z=3 \end{cases}$$

Logo, a solução do sistema é o terno (1, 2, 3)

$\therefore$ **S = {(1, 2, 3)}**

Observe que o sistema acima é Possível e Determinado.

2) $\begin{cases} x + y = 1 \\ 2x + y + z = 1 \\ y - z = 1 \end{cases}$

Resolução:

<u>Passo 1</u>: Vamos repetir a primeira equação e eliminar a variável x da segunda equação. Acompanhe:

(Segunda Equação – 2.Primeira Equação)

$$\begin{cases} x + y = 1 \\ \quad -y + z = -1 \\ \quad\ y - z = 1 \end{cases}$$

<u>Passo 2</u>: Repetir as duas primeiras equações e eliminar a variável y da 3ª equação. Acompanhe:

(Terceira Equação + Segunda Equação)

$$\begin{cases} x + y = 1 \\ \quad -y + z = -1 \\ 0x + 0y + 0z = 0 \end{cases}$$

Note que a equação ***<u>0x + 0y + 0z = 0</u>*** é sempre verificada, podemos, então suprimi-la do sistema. O sistema possui, então, infinitas soluções. Podemos escrever uma solução geral para o sistema. Acompanhe:

$$\begin{cases} x + y = 1 \quad (\mathrm{I}) \\ \quad -y + z = -1 \quad (\mathrm{II}) \end{cases}$$

De (II) vem: y = z + 1.
Substituindo y = z + 1 em (I), vem:
x = – z.
Atribuindo a z um valor **k** real arbitrário , temos:
x = – k e y = k + 1
Assim, o conjunto solução do sistema é:

$S = \{(-k,\ k + 1,\ k), \forall k,\ k \in \Re\}$

Se desejarmos obter algumas das infinitas soluções desse sistema, basta atribuirmos a **k** valores reais, por exemplo:

Para k = 1, temos como solução a terna (– 1, 2, 1);
Para k = 2, temos como solução a terna (– 2, 3, 2).

Observe que o sistema acima é Possível e Indeterminado.

3) $\begin{cases} 2x + y + z = 1 \\ x - y + z = 2 \\ 3x + 2z = 5 \end{cases}$

<u>Passo 1</u>: Por conveniência vamos trocar de posição as duas primeiras equações, afim de que o coeficiente da 1ª incógnita na 1ª equação seja 1.

$$\begin{cases} x - y + z = 2 \\ 2x + y + z = 1 \\ 3x + 2z = 5 \end{cases}$$

<u>Passo 2</u>: Vamos repetir a primeira equação e eliminar a variável x da segunda e terceira equação. Acompanhe:

(Segunda Equação – 2.Primeira Equação)

$$\begin{cases} x - y + z = 2 \\ \quad 3y - z = -3 \\ 3x + 2z = 5 \end{cases}$$

(Terceira Equação – 3.Primeira Equação)

$$\begin{cases} x - y + z = 2 \\ \quad 3y - z = -3 \\ \quad 3y - z = -1 \end{cases}$$

<u>Passo 3</u>: Repetir as duas primeiras equações e eliminar a variável y da 3ª equação. Acompanhe:

(Terceira Equação + Segunda Equação)

$$\begin{cases} x - y + z = 2 \\ \quad 3y - z = -3 \\ 0x + 0y + 0z = -4 \end{cases}$$

Note que a equação ***<u>0x + 0y + 0z = – 4</u>*** nunca é satisfeita, conclui-se, então, que o sistema não possui solução.
O sistema acima é impossível.

Em Sala

01) (UFSC) O valor absoluto do produto das raízes do sistema S = $\begin{cases} x+y-2z=-3 \\ -y+z=1 \\ 2x-y+z=3 \end{cases}$

02) (IFSC – SC) Uma loja de doces comercializa três variedades de bombons (recheados, trufados e mesclados) em caixas de três tamanhos diferentes (pequena, média e grande). O valor de cada caixa é dado pela soma dos preços unitários de cada bombom. O quadro abaixo mostra o conteúdo e o valor de cada caixa comercializada:

Caixa	Bombons contidos em cada caixa
Pequena- R$ 19,00	5 recheados, 3 mesclados e 3 trufados
Média - R$ 36,00	10 recheados, 4 mesclados e 6 trufados
Grande - R$ 50,00	12 recheados, 18 mesclados e 4 trufados

Com base na informações referentes às caixas de bombons comercializadas, assinale no cartão-resposta o número correspondente à proposição correta ou à soma das proposições corretas.

01. O valor unitário do bombom trufado é igual ao dobro do bombom mesclado.
02. O bombom recheado custa R$ 2,00 a unidade.
04. Os três tipos de bombons têm valores unitários distintos.
08. Um dos tipos de bombom custa R$ 1,00 a unidade.
16. O bombom trufado custa R$ 2,50 a unidade.
32. Os valores unitários de cada bombom podem ser expressos por números inteiros.

03) (PUC – PR) Como está aproximando-se o término do desconto do IPI para a linha branca dos eletrodomésticos, uma determinada loja de departamentos, para vender uma geladeira, uma máquina de lavar e uma secadora, propôs a seguinte oferta: a geladeira e a máquina de lavar custam juntas R$ 2.200,00; a máquina de lavar e a secadora, R$ 2.100,00; a geladeira e a secadora, R$ 2.500,00. Quanto pagará um cliente que comprar os três produtos anunciados?

a) R$ 2.266,00
b) R$ 6.800,00
c) R$ 3.200,00
d) R$ 3.400,00
e) R$ 4.800,00

04) (PUC – RS) O valor de "b"no sistema

$$\begin{cases} a+b-3c+d=1 \\ \quad -b+7c-d=2 \\ \qquad 10c-d=-3 \\ \qquad\qquad 3d=39 \end{cases} \text{ é:}$$

a) – 22
b) – 8
c) – 4
d) 4
e) 8

05) Resolva e classifique os sistemas abaixo:

a) $\begin{cases} x+y+z=6 \\ 2x+3y+4z=20 \\ -x+y+2z=7 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x+y=1 \\ 2x+y+z=1 \\ y-z=1 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 2x+y+z=1 \\ x-y+z=2 \\ 3x+2z=5 \end{cases}$

Testes

06) (PUC – RS) O sistema $\begin{cases} 2x - y = 3 \\ -x + 2y = 4 \end{cases}$ pode ser apresentado como

a) $\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix}$

b) $\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix}$

c) $\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix}$

d) $\begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix}$

e) $\begin{bmatrix} -2 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix}$

07) (USF-SP) Resolvendo o sistema $\begin{cases} x + y + z = 9 \\ 2x + y + z = 11, \\ x + y - z = 1 \end{cases}$ obtém-se y igual a:

08) Determine o valor de x + y + z na resolução do sistema

$$\begin{cases} x + y = 11 \\ x + z = 10 \\ y + z = 3 \end{cases}$$

09) (UFSC – SC) Se a terna (a,b,c) é solução do sistema $\begin{cases} x + 2y + z = 9 \\ 2x + y - z = 3 \\ 3x - y - 2z = -4 \end{cases}$, então calcule o valor numérico de a + b + c e assinale o valor obtido no cartão resposta.

10) (UFRGS) Dado o sistema de equações lineares sobre R $\begin{cases} 2x + y - z = -4 \\ x + 3y - 2z = -4 \\ 4x + y + z = 0 \end{cases}$ os valores de x, y e z que constituem sua solução:

a) formam uma progressão geométrica
b) formam uma progressão aritmética
c) são iguais entre si
d) não existem
e) têm uma soma nula

11) O sistema $\begin{cases} x+2y-3z=0 \\ 3x+5y-7z=1 \\ 2x+3y-4z=3 \end{cases}$ é:

a) Possível e Determinado
b) Possível e Indeterminado
c) Homogêneo
d) Impossível
e) Possui apenas duas soluções inteiras

12) (UEL – PR) Uma padaria possui 3 tipos de padeiros, classificados como A, B e C. Essa padaria é bem conhecida na cidade pela qualidade do pão francês, da baguete e do pão de batata.

Cada padeiro do tipo A produz, diariamente, 30 pães franceses, 100 baguetes e 20 pães de batata.
Cada padeiro do tipo B produz, diariamente, 30 pães franceses, 70 baguetes e 20 pães de batata.
Cada padeiro do tipo C produz, diariamente, 90 pães franceses, 30 baguetes e 100 pães de batata.

Quantos padeiros do tipo A, do tipo B e do tipo C são necessários para que em um dia a padaria produza, exatamente, 420 pães franceses, 770 baguetes e 360 pães de batata?

13) (UFSM – RS) Um feirante comprou, por R$ 3.725,00, 3 toneladas distribuídas entre arroz, feijão e batata, num total de 76 sacas. O peso e o preço de cada saca desses produtos estão mostrados a seguir.

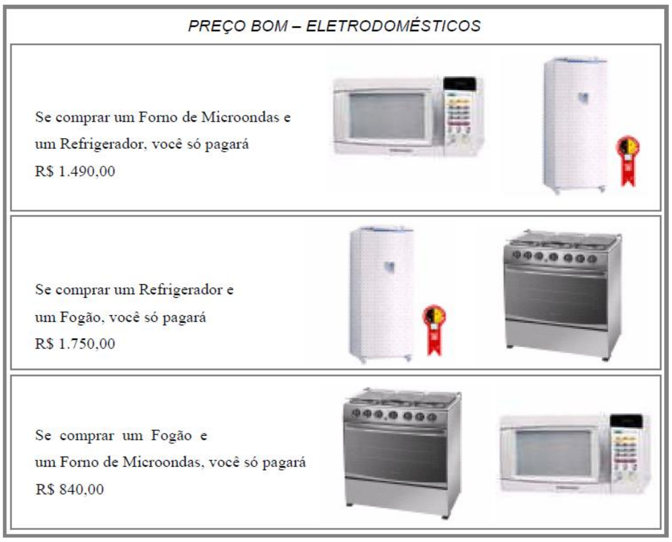
	BATATA	FEIJÃO	ARROZ
Peso por saca	20 kg	50 kg	60 kg
Preço por saca	R$ 25,00	R$ 100,00	R$ 50,00

Sobre essa compra, é possível afirmar:
Está(ão) correta(s)

I. O feirante comprou exatamente 30 sacas de batata.
II. A quantidade de sacas de arroz é o dobro da quantidade de sacas de feijão.
III. A quantidade de sacas de arroz é menor que a quantidade de sacas de batata.

a) apenas I.
b) apenas II.
c) apenas III.
d) apenas I e II.
e) apenas II e III.

14) (UFSC – SC) A figura a seguir mostra os cartazes da loja de eletrodomésticos "PREÇO BOM", que está fazendo uma promoção de venda "casada" para vender dois eletrodomésticos. Com base nos dados fornecidos pelos cartazes, determine o valor, em reais, da décima parte do preço do forno de microondas.



15) (UFPR – PR) Uma bolsa contém 20 moedas, distribuídas entre as de 5, 10 e 25 centavos, totalizando R$ 3,25. Sabendo que a quantidade de moedas de 5 centavos é a mesma das moedas de 10 centavos, quantas moedas de 25 centavos há nessa bolsa?

a) 6.
b) 8.
c) 9.
d) 10.
e) 12.

16) (UFRGS – RS) Para os jogos da primeira fase da Copa do Mundo de 2014 na sede de Porto Alegre, foram sorteados ingressos entre aqueles que se inscreveram previamente. Esses ingressos foram divididos em 4 categorias, identificadas pelas letras A, B, C e D. Cada pessoa podia solicitar, no máximo, quatro ingressos por jogo. Os ingressos da categoria D foram vendidos somente para residentes no país sede e custaram, cada um, $\frac{1}{3}$ do valor unitário do ingresso da categoria C.

No quadro abaixo, estão representadas as quantidades de ingressos, por categoria, solicitados por uma pessoa, para cada um dos jogos da primeira fase, e o valor total a ser pago.

Jogo	A	B	C	D	TOTAL (em R$)
1	2	0	2	0	1.060,00
2	1	3	0	0	1.160,00
3	0	1	3	0	810,00

Se essa pessoa comprasse um ingresso de cada categoria para um dos jogos da primeira fase, ela gastaria, em reais,

a) 860.
b) 830.
c) 800.
d) 770.
e) 740.

17) (UFRGS – RS) Inovando na forma de atender aos clientes, um restaurante serve alimentos utilizando pratos de três cores diferentes: verde, amarelo e branco. Os pratos da mesma cor custam o mesmo valor. Na mesa A, foram consumidos os alimentos de 3 pratos verdes, de 2 amarelos e de 4 brancos, totalizando um gasto de R$ 88,00. Na mesa B, foram consumidos os alimentos de 2 pratos verdes e de 5 brancos, totalizando um gasto de R$ 64,00. Na mesa C, foram consumidos os alimentos de 4 pratos verdes e de 1 amarelo, totalizando um gasto de R$ 58,00.
Comparando o valor do prato branco com o valor dos outros pratos, verifica-se que esse valor é

f) 80% do valor do prato amarelo.
g) 75% do valor do prato amarelo. 2
h) 50% do valor do prato verde.
i) maior que o valor do prato verde.
j) a terça parte do valor da soma dos valores dos outros pratos

Exercícios estilo ENEM

18) (UDESC – SC) Um Pet Shop tem cães, gatos e passarinhos à venda, totalizando 38 cabeças e 112 patas. Sabe-se que nenhum destes animais apresenta algum tipo de deficiência física e que a metade do número de passarinhos mais o número de cães supera em duas unidades o número de gatos. Se o preço de venda de cada cão, gato e passarinho é, respectivamente, 500, 90 e 55 reais, então, ao vender todos estes animais, o Pet Shop terá arrecadado:

f) 4770 reais
g) 3950 reais
h) 6515 reais
i) 5250 reais
j) 5730 reais

19) (ACAFE – SC) Numa feira, uma pessoa verificou que as barracas **A**, **B** e **C** tinham preços diferentes por unidade de bombom de chocolate com recheio de doces de fruta, conforme a tabela a seguir.

	Cupuaçu	Castanha do Pará	Açaí
A	R$ 1,00	R$ 2,00	R$ 3,00
B	R$ 2,00	R$ 1,00	R$ 2,00
C	R$ 2,00	R$ 1,00	R$ 3,00

Comprando **x** unidades de bombons de cupuaçu, **y** unidades de bombons de castanha do Pará e **z** unidades de bombons de açaí, tanto na barraca **A** quanto na **B**, a pessoa gastaria a mesma quantia: R$ 36,00. Comprando as mesmas quantidades na barraca **C**, ela gastaria R$ 6,00 a mais.
O valor da soma x + y + z é:

a) 42
b) 20
c) 36
d) 30
e) 24

20) (IFSC – SC) Uma empresa comercializa três modelos de parafusos: tipo A, tipo B e tipo C. Os parafusos são vendidos em embalagens com 10 unidades que contêm parafusos do mesmo tipo. O *quadro 1* mostra a quantidade de embalagens vendidas de acordo com os meses e o *quadro 2* mostra as receitas mensais obtidas com as vendas.

Quadro 1: Quantidade de embalagens vendidas

	Julho	**Agosto**	**Setembro**	**Outubro**
Tipo A	200	400	600	400
Tipo B	700	500	300	200
Tipo C	500	800	200	500

Quadro 2: Receitas mensais

Mês	**Receita**
Julho	R$ 1500,00
Agosto	R$ 2250,00
Setembro	R$ 1650,00
Outubro	R$ 1650,00

Sabendo que não houve variação de preços no período, assinale no cartão-resposta a soma da(s) proposição(ões) CORRETA(S).

01. Uma embalagem do parafuso B é vendida por R$ 0,50.
02. O parafuso do tipo C é o mais caro dentre os três tipos.
04. O preço unitário de um parafuso do tipo A é de R$ 0,20.
08. O parafuso B custa mais caro que o parafuso A.
16. O parafuso C custa o dobro do parafuso B.
32. Se um cliente comprar duas embalagens do parafuso A e duas do parafuso B pagará por elas um total de R$ 5,00.

GABARITO – AULAS 06 e 07

1) 06 **2)** 43 **3)** d **4)** b
5) a) S.P.D e S = {1, 2, 3} b) S.P.I e S = {(- z, z + 1, z)}
c) S.I. e S = ∅
6) a **7)** 03 **8)** 12 **9)** 06 **10)** b **11)** d
12) 5 tipo A, 3 tipo B e 2 tipo C
13) c **14)** 29 **15)** d **16)** a **17)** a **18)** a
19) b **20)** 37 **21)** 25 **22)** 10 **23)** a **24)** 03 **25)** e

AULA 08

DISCUSSÃO DE UM SISTEMA LINEAR I

Vimos na aula anterior que em relação ao número de soluções de um sistema, ele pode ser classificado da seguinte forma:

- POSSÍVEL
  - DETERMINADO (uma única solução)
  - INDETERMINADO (infinitas soluções)
- IMPOSSÍVEL (não admite solução)

Vimos ainda que a resolução de um sistema linear podia ser feita com base na regra de Cramer:

$$x_1 = \frac{\det X_1}{\det S} \qquad x_2 = \frac{\det X_2}{\det S} \cdots\cdots x_n = \frac{\det X_n}{\det S}$$

Lembre-se que só é possível aplicar a Regra de Cramer em sistemas **n x n** em que det S ≠ 0. Esses sistemas são denominados **normais.**

DISCUSSÃO DE UM SISTEMA LINEAR COM n EQUAÇÕES E n INCÓGNITAS

Discutir um sistema linear significa classificá-lo segundo um ou mais valores de determinados parâmetros. A discussão será feita em dois momentos:

1º) Casos onde o número de equações for igual ao número de incógnitas. Neste caso, a discussão será feita utilizando a regra de Cramer e o escalonamento.

2º) Casos onde o número de equações for diferente do número de incógnitas. Neste caso, a discussão será feita utilizando apenas o escalonamento.

Nesta aula estaremos discutindo sistemas em que o número de equações é igual ao número de incógnitas.

Em um sistema linear de **n** equações e **n** incógnitas, podemos ter as seguintes situações:

a) Se $\det S \neq 0$, o sistema é possível e determinado.
b) Se $\det S = 0$, o sistema é possível indeterminado ou impossível.

Acompanhe alguns exemplos resolvidos:

1) Discutir, em função de k, o sistema $\begin{cases} x + 2y = 3 \\ 2x + ky = 2 \end{cases}$

Resolução:

O sistema é possível determinado se $\det S \neq 0$. Assim:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & k \end{vmatrix} \neq 0 \Rightarrow k - 4 \neq 0 \Rightarrow k \neq 4$$

Se k = 4, temos:

$$\begin{cases} x + 2y = 3 \\ 2x + 4y = 2 \end{cases}$$

Escalonando o sistema, vem:

$$\begin{cases} x + 2y = 3 \\ 0x + 0y = -4 \end{cases}$$

Note que a equação **<u>0x + 0y = – 4</u>** nunca é satisfeita, conclui-se, então, que o sistema não possui solução.

Resumindo, temos:

$$\begin{cases} k \neq 4 \Rightarrow \text{sistema possível determinado} \\ k = 4 \Rightarrow \text{sistema impossível} \end{cases}$$

2) Discuta o sistema $\begin{cases} 2x + y + 2z = 3 \\ 2mx - y + 2z = 1 \\ mx + y + 2z = n \end{cases}$

Resolução:

O sistema é possível determinado se $\det S \neq 0$. Assim:

$$\begin{vmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 2m & -1 & 2 \\ m & 1 & 2 \end{vmatrix} \neq 0 \Rightarrow 4m - 8 \neq 0 \Rightarrow m \neq 2$$

Se m = 2, temos:

$$\begin{cases} 2x + y + 2z = 3 \\ 4x - y + 2z = 1 \\ 2x + y + 2z = n \end{cases}$$

Escalonando o sistema, temos:

$$\begin{cases} 2x + y + 2z = 3 \\ 0x - 3y - 2z = -5 \\ 0x + 0y + 0z = n - 3 \end{cases}$$

Se n = 3 $\rightarrow$ sistema possível e indeterminado
Se n $\neq$ 3 $\rightarrow$ sistema impossível

Em resumo, temos:

$$\begin{cases} m \neq 2 \Rightarrow \text{sistema possível determinado} \\ m = 2 \text{ e } n = 3 \Rightarrow \text{sistema possível indeterminado} \\ m = 2 \text{ e } n \neq 3 \Rightarrow \text{sistema impossível} \end{cases}$$

IMPORTANTE:

Se um sistema linear com **n** equações e **n** incógnitas é possível e indeterminado, temos:

$$\boxed{\det S = \det X = \det Y = \det Z = 0}$$

No entanto, a recíproca nem sempre é válida. Assim, por exemplo, o sistema $\begin{cases} x + y + z = 2 \\ 3x + 3y + 3z = 6 \\ 7x + 7y + 7z = 11 \end{cases}$ possui:

$\det S = \det X = \det Y = \det Z = 0$, no entanto, é impossível.

Em Sala

01) (PUC – RS) Se n é o número de soluções do sistema $\begin{cases} x + y - z = 1 \\ 2x - y + z = 2 \\ x + 2y + z = 3 \end{cases}$, então:

a) n = 0
b) n = 1
c) n = 2
d) n = 3
e) n > 3

02) Dado o sistema de equações lineares $\begin{cases} x + y + z = \beta \\ x - y + \alpha z = 1 \\ x - y - z = -1 \end{cases}$ com α, β $\in$ R, então o sistema é determinado se:

a) se $\alpha \neq$ -1
b) se α = -1 e $\beta \neq 1$
c) se $\alpha \neq 1$
d) se α = -1 e β = 1
e) se α = -1 e β = -1

03) (UFSC – SC)Para que o sistema abaixo seja impossível, o valor de **a** é:

$$\begin{cases} x + 3y + 4z = 1 \\ x + y + az = 2 \\ x + y + 2z = 3 \end{cases}$$

04) (UEPG – PR) O sistema linear $\begin{cases} ax + y + 3z = 3 \\ x + y + z = 2 \\ 3x + 2y + 4z = b \end{cases}$ é:

01. impossível para $a \neq 2$ e $b = 5$
02. impossível para $a = 2$ e $b \neq 5$
04. possível e determinado para $a = 2$ $\forall$ $b \in R$
08. possível e indeterminado para $a = 2$ e $b = 5$
16. possível e determinado para $a \neq 2$

Testes

05) Assinale V para as verdadeiras e F para as Falsas

a) ( ) (UFSC – SC) O sistema $\begin{cases} x + y + z = 1 \\ 2x + 2y + 3z = 2 \\ 3x + 3y + 3z = 0 \end{cases}$ é possível e indeterminado

b) ( ) (UFSC – SC) O sistema $\begin{cases} x + y = 1 \\ x + a^2 y = a \end{cases}$ é impossível quando a = 1.

06) Determine o valor de m para que o sistema $\begin{cases} x + 3y = 1 \\ 3x + my = 7 \end{cases}$ seja possível e determinado.

07) Determine o valor de m para que o sistema $\begin{cases} x + 3y = 1 \\ 3x + my = 7 \end{cases}$ seja impossível.