INSTITUTO FEDERAL
SANTA CATARINA

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DE SANTA CATARINA
CAMPUS SÃO JOSÉ
CURSO ANÁLISE E DESENVOLVIMENTO DE SISTEMAS
LÓGICA MATEMÁTICA

LÓGICA DE PREDICADOS – EXERCÍCIOS 3 - resolução

1) Expressar formalmente (em termos de conectivos, variáveis, constantes e quantificadores) as proposições apresentadas.
2) Expressar, formalmente e em linguagem natural, a negação das proposições apresentadas na questão 1.

(a) Todos os cientistas são filósofos.

FORMALIZAÇÃO	$\forall x\,(C(x) \rightarrow F(x))$ $\sim \exists x\,(C(x) \wedge \sim F(x))$
NEGAÇÃO	$\sim \forall x\,(C(x) \rightarrow F(x))$ $\exists x\,(C(x) \wedge \sim F(x))$. Nem todo cientista é filósofo. Algum cientista é não-filósofo. Algum cientista não é filósofo.

(b) Todos os filósofos são cientistas.

FORMALIZAÇÃO	$\forall x\,(F(x) \rightarrow C(x))$ $\sim \exists x\,(F(x) \wedge \sim C(x))$
NEGAÇÃO	$\sim \forall x\,(F(x) \rightarrow C(x))$ $\exists x\,(F(x) \wedge \sim C(x))$ Algum filósofo não é cientista.

(c) Nenhum cientista é filósofo.

FORMALIZAÇÃO	$\forall x\,(C(x) \rightarrow \sim F(x))$ $\sim \exists x\,(C(x) \wedge F(x))$
NEGAÇÃO	$\sim \forall x\,(C(x) \rightarrow \sim F(x))$ $\exists x\,(C(x) \wedge F(x))$ Nem todo cientista é não-filósofo. Algum cientista é filósofo.

$C(x)$: cientistas

$F(x)$: filósofos

(d) Nenhum filósofo é cientista.

FORMALIZAÇÃO	$\forall x\,(F(x) \rightarrow \sim C(x))$ $\sim \exists x\,(F(x) \wedge C(x))$
NEGAÇÃO	$\sim \forall x\,(F(x) \rightarrow \sim C(x))$ $\exists x\,(F(x) \wedge C(x))$ Algum filósofo é cientista.

(e) Alguns cientistas são filósofos.

FORMALIZAÇÃO	$\exists x\,(C(x) \wedge F(x))$ $\sim \forall x\,(C(x) \rightarrow \sim F(x))$
NEGAÇÃO	$\sim \exists x\,(C(x) \wedge F(x))$ $\forall x\,(C(x) \rightarrow \sim F(x))$ Nenhum cientista é filósofo.

(f) Alguns filósofos são cientistas.

FORMALIZAÇÃO	$\exists x\,(F(x) \wedge C(x))$ $\sim \forall x\,(F(x) \rightarrow \sim C(x))$
NEGAÇÃO	$\sim \exists x\,(F(x) \wedge C(x))$ $\forall x\,(F(x) \rightarrow \sim C(x))$ Nenhum filósofo é cientista.

(g) Alguns cientistas não são filósofos.

FORMALIZAÇÃO	$\exists x\,(C(x) \wedge \sim F(x))$ $\sim \forall x\,(C(x) \rightarrow F(x))$
NEGAÇÃO	$\sim \exists x\,(C(x) \wedge \sim F(x))$ $\forall x\,(C(x) \rightarrow F(x))$ Nenhum cientista é não-filósofo. Todos os cientistas são filósofos.

(h) Alguns filósofos não são cientistas.

FORMALIZAÇÃO	$\exists x\,(F(x) \wedge \sim C(x))$ $\sim \forall x\,(F(x) \rightarrow C(x))$
NEGAÇÃO	$\sim \exists x\,(F(x) \wedge \sim C(x))$ $\forall x\,(F(x) \rightarrow C(x))$ Nenhum filósofo é não cientista. Todos os filósofos são cientistas.

(i) Alguns não-cientistas são filósofos.

FORMALIZAÇÃO	$\exists x\,(\sim C(x) \wedge F(x))$ $\sim \forall x\,(\sim C(x) \rightarrow \sim F(x))$
NEGAÇÃO	$\sim \exists x\,(\sim C(x) \wedge F(x))$ $\forall x\,(\sim C(x) \rightarrow \sim F(x))$ Nenhum não-cientista é filósofo. Todos os não-cientistas são não-filósofos.

(j) Alguns escritores são filósofos e cientistas.

FORMALIZAÇÃO	$\exists x\,(E(x) \wedge F(x) \wedge C(x))$ $\sim \forall x\,(E(x) \rightarrow \sim (F(x) \wedge C(x)))$
NEGAÇÃO	$\sim \exists x\,(E(x) \wedge F(x) \wedge C(x))$ $\forall x\,(E(x) \rightarrow \sim (F(x) \wedge C(x)))$ Todos os escritores não são filósofos e cientistas. Todos os escritores são não filósofos ou não-cientistas.

(k) Alguns escritores são filósofos ou cientistas.

FORMALIZAÇÃO	$\exists x\,(E(x) \wedge (F(x) \vee C(x)))$ $\sim \forall x\,(E(x) \rightarrow \sim (F(x) \vee C(x)))$
NEGAÇÃO	$\sim \exists x\,(E(x) \wedge (F(x) \vee C(x)))$ $\forall x\,(E(x) \rightarrow \sim (F(x) \vee C(x)))$ Todos os escritores não são filósofos ou cientistas. Todos os escritores são não-filósofos e não-cientistas.

Não existem escritores que sejam filósofos ou cientistas.

$E(x)$: escritores | Nenhum escritor é filósofo ou cientista.

(l) Alguns escritores e cientistas são filósofos.

FORMALIZAÇÃO	$\exists x\,(E(x) \wedge C(x) \wedge F(x))$ $\sim \forall x\,((E(x) \wedge C(x)) \rightarrow \sim F(x))$
NEGAÇÃO	$\sim \exists x\,(E(x) \wedge C(x) \wedge F(x))$ $\forall x\,((E(x) \wedge C(x)) \rightarrow \sim F(x))$ Nenhum escritor e cientista é filósofo. Não existem escritores e cientistas que sejam filósofos.

(m) Alguns escritores ou cientistas são filósofos.

FORMALIZAÇÃO	$\exists x\,((E(x) \vee C(x)) \wedge F(x))$ $\sim \forall x\,((E(x) \vee C(x)) \rightarrow \sim F(x))$
NEGAÇÃO	$\sim \exists x\,((E(x) \vee C(x)) \wedge F(x))$ $\forall x\,((E(x) \vee C(x)) \rightarrow \sim F(x))$ Nenhum escritor ou cientista é filósofo. Todos os escritores ou cientistas são não-filósofos. Todos os escritores ou cientistas não são filósofos.

(n) Algumas cidades são capitais de um país.

FORMALIZAÇÃO	$\exists x\,(C(x) \wedge K(x))$ $\sim \forall x\,(C(x) \rightarrow \sim K(x))$
NEGAÇÃO	$\sim \exists x\,(C(x) \wedge K(x))$ $\forall x\,(C(x) \rightarrow \sim K(x))$ Não existem cidades que sejam capitais. Nenhuma cidade é capital.

(o) Todos os países têm uma capital.

FORMALIZAÇÃO	$\forall x\,(P(x) \rightarrow P_1(x))$ $\sim \exists x\,(P(x) \wedge \sim P_1(x))$
NEGAÇÃO	$\sim \forall x\,(P(x) \rightarrow P_1(x))$ $\exists x\,(P(x) \wedge \sim P_1(x))$ Nem todos os países têm uma capital. Existem países que não têm capital. Alguns países não têm uma capital.

$C(x)$: cidades

$K(x)$: capitais

$P(x)$: países

$P_1(x)$: países com capital

3) Expressar formalmente (em termos de conectivos, variáveis, constantes e quantificadores) o argumento apresentado a seguir. Verificar a validade do argumento.

ARGUMENTO:

Todos os gregos são europeus. Todos os italianos são europeus. Dante é italiano. Sócrates é grego. Logo, Dante e Sócrates são europeus.

$G(x)$: gregos

$E(x)$: europeus

$I(x)$: italianos

d: Dante

s: Sócrates

ARGUMENTO:

$$\forall x(G(x) \to E(x)) \wedge \forall x(I(x) \to E(x) \wedge I(d) \wedge G(s)$$
$$\to (E(d) \wedge E(s))$$

VERIFICAÇÃO DA VALIDADE:

(1) $\forall x(G(x) \to E(x))$

(2) $\forall x(I(x) \to E(x))$

(3) $I(d)$

(4) $G(s)$

---

(5) $G(s) \to E(s)$ exemplificação universal (1)

(6) $I(d) \to E(d)$ exemplificação universal (2)

(7) $E(d)$ modus ponens (6,3)

(8) $E(s)$ modus ponens (5,4)

(9) $E(d) \wedge E(s)$ conjunção (7,8)

ARGUMENTO VÁLIDO

Outra solução para o item (o) da questão 1:

$P(x)$: países

$C(y)$: cidades

$K(x, y)$: ser capital de um país
país x, cidade y

Todos os países têm uma capital.

$$\forall x\,(P(x) \rightarrow \exists y(K(x, y)))$$

$$\sim \exists x\,(P(x) \wedge \sim \exists y(K(x, y)))$$